

Modelo higo-termo-mecánico para el hormigón expuesto al fuego

Daniel Di Capua, Eugenio Oñate

Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE)
Gran Capitán s/n, Módulo C1, Campus Norte, UPC, 08034 Barcelona, Spain
e-mail: dicapua@cimne.upc.edu

Antonio R. Mari

Universidad Politécnica de Cataluña (UPC)
Jordi Girona 1-3, Módulo C1, Campus Norte, UPC, 08034 Barcelona, España

Resumen

En este artículo se presenta un modelo higo-termo-mecánico para el hormigón expuesto al fuego el cual está basado en la mecánica de medios porosos no saturados de Coussy. Las variables de estado del modelo se derivan de un potencial energético consiguiendo de esta manera consistencia termodinámica. Se desarrollan las ecuaciones de gobierno del problema que incluyen las ecuaciones de balance de masa de las fases fluidas, balance de energía y de la cantidad de movimiento. Se presentan detalles de la solución numérica del modelo propuesto utilizando el MEF.

Se presenta un ejemplo de validación del modelo desarrollado en el que se muestra una aceptable concordancia entre los resultados numéricos y los resultados experimentales.

Finalmente se presenta como ejemplo de aplicación el análisis de un pilar de hormigón expuesto a la acción del fuego.

Palabras clave: *modelo higo-termo-mecánico, modelos acoplados, daño termo-mecánico, resistencia al fuego.*

A HYGRO-THERMO-MECHANICAL MODEL FOR CONCRETE EXPOSED TO FIRE

Summary

In this paper, a hygro-thermo-mechanical model for concrete exposed to fire, based in the mechanics of unsaturated porous media of Coussy, is introduced. The model state variables are derived from a energetic potential which leads to thermodynamics consistency. The government equations of the problem are developed, including the balances equations of fluids phases' mass of, energy and linear momentum. Details of the FEM numerical solution of the proposed model are presented.

A validation example for the developed model is presented. In this example an acceptable agreement between the numerical and experimental results is shown. Finally, as an application example the analysis of a concrete column exposed to fire is presented.

Keywords: *hygro-thermo-mechanical model, coupled models, thermo mechanical damage, fire strength.*

INTRODUCCIÓN

La respuesta del hormigón como material y como estructura frente a un fuego real depende de la naturaleza del fuego que puede ser muy variable. Los efectos principales de la acción del fuego sobre una estructura de hormigón están determinados en función de las características de la curva temperatura-tiempo impuesta sobre su superficie. La velocidad de calentamiento influye en el desarrollo de gradientes de temperatura, humedad y presión de poros. El nivel máximo de temperatura influye en la naturaleza de los cambios físico-químicos que se dan en el material y a partir de estos en sus propiedades. La duración del fuego influye en el desarrollo de temperatura dentro de la masa de hormigón. El proceso de enfriado tiene un efecto distinto sobre el material dependiendo si se trata de un enfriamiento con agua o natural.

Las temperaturas elevadas en el hormigón inducen importantes modificaciones en su micro-estructura debidos a los procesos físico-químicos que se desarrollan. Entre los efectos más importantes del aumento elevado de temperatura en el hormigón se pueden mencionar [1]: deshidratación de la pasta de cemento, incremento de la porosidad, modificación del contenido de humedad, expansión térmica, aumento de la presión de poros, pérdida de resistencia, fisuración debida a deformaciones térmicas restringidas, fluencia térmica, retracción y el llamado fenómeno de spalling.

El spalling del hormigón es un fenómeno natural, en el cual al aumentarse la temperatura se genera fuerzas en el interior del elemento de hormigón que causan la desintegración de la capa superficial de hormigón. El spalling del hormigón se atribuye en la literatura a dos mecanismos. Por un lado el spalling debido a dilataciones térmicas restringidas [2] y por otro el debido al aumento de la presión en los poros [3] (spalling hidráulico).

Los ensayos experimentales de estructuras de hormigón generalmente se realizan para elementos aislados debido a las limitaciones de tamaño de los hornos de ensayo. Uno de los inconvenientes de este tipo de evaluación es la apropiada elección de las condiciones de contorno a colocar en dichos elementos aislados. Una manera de resolver el problema de la determinación de las condiciones de contorno apropiadas es analizar una subestructura. Si bien el análisis de una subestructura es más exacto que el análisis de un simple elemento, la determinación de la subdivisión no es una tarea trivial. El método más exacto de predicción de la respuesta estructural es a través de la evaluación de la estructura completa por un ensayo a escala completa o por simulación. Los efectos de redistribución de esfuerzos y de restricción a las expansiones térmicas se tienen en cuenta. La principal desventaja de los ensayos a escala completa es su complejidad y elevado costo. Este es el motivo del creciente interés de los últimos años por modelos de evaluación de la capacidad resistente de una estructura a partir de simulaciones numéricas.

Hasta el momento se han desarrollado muchos modelos que intentan analizar distintos aspectos del comportamiento del hormigón expuesto a elevadas temperaturas. Por un lado se encuentran los modelos termo-mecánicos [4,5,1]. Las ecuaciones de gobierno del problema son las de balance de entalpía y de balance de momento lineal del medio. No se considera la presión de poros por lo que no pueden modelar el spalling hidráulico. Son una buena solución al problema cuando la presión de poros no es relevante, como es el caso de hormigones normales con bajo contenido de humedad.

Por otro lado se encuentran los modelos higro-termo-mecánicos [6,7,8]. Consideran al hormigón como un material multifásico: sólido, líquido y gaseoso. Las ecuaciones de gobierno de problema incluyen las de conservación de masa: de especies de agua (líquida y gaseosa), de aire seco y eventualmente del esqueleto sólido; las de balance de entalpía considerando el calor latente de los procesos de cambios de fase; y la de balance de momento lineal del medio multifásico.

HIPÓTESIS DEL MODELO

En este trabajo se considerará al hormigón como un medio poroso no saturado. A partir del marco teórico de la mecánica de medios porosos no saturados [9,10], se desarrolla un modelo higo-termo-mecánico para el hormigón expuesto a elevadas temperaturas.

En el modelo propuesto se establecen las siguientes hipótesis iniciales:

- Existe equilibrio térmico entre las fases. Esto significa que se considera que todas las fases presentes en el hormigón (sólido, agua líquida, vapor de agua y aire seco) se encuentran a la misma temperatura.
- Se supone que el esqueleto sólido experimenta pequeñas deformaciones y pequeña velocidad de deformaciones.
- Se supone que la matriz sólida tiene un comportamiento elástico lineal y que todo el comportamiento mecánico no-lineal del medio poroso se debe a un aumento de porosidad y fisuración del esqueleto.
- Se asume que la porosidad total se divide en una componente inicial, una componente elástica y otra componente asociada al proceso de deshidratación

$$\phi = \phi_0 + \phi^e + \phi^{dehyd} \quad (1)$$

- La concentración de vapor está en equilibrio con la fase líquida. La ley de Kelvin [10] expresa dicha concentración

$$p_g - p_c - p_{atm} = \frac{\rho_l RT}{M_v} \ln \frac{p_v}{p_{vs}(T)} \quad (2)$$

- Los procesos que involucren una evolución del daño térmico son irreversibles.

BASES TERMODINÁMICAS

Los complejos mecanismos de acoplamiento higo-termo-mecánico que se producen a nivel micro estructural se describen a nivel macroscópico a partir de variables de estado. Para el modelo presentado en este trabajo, la función de energía libre ψ_s de la matriz sólida depende de tres variables externas (ε, ϕ, T) y de tres variables internas (d^+, d^-, ω):

$$\psi_s = \psi_s(\varepsilon_{ij}, \phi, T, d^+, d^-, \omega) \quad (3)$$

donde ε_{ij} es el tensor de deformaciones infinitesimales, d^+ y d^- son las variables de daño mecánico isótropo a tracción y compresión respectivamente, tal que $0 \leq (d^+, d^-) \leq 1$ y ω es la variable de daño térmico que representa una medida del deterioro producido por la altas temperaturas, tal que $0 \leq \omega \leq 1$.

La disipación del esqueleto sólido puede escribirse de la siguiente manera [10]

$$\Phi_s = \sigma : d\varepsilon + \pi d\phi - \hat{S}_s dT - d\psi_s \geq 0 \quad (4)$$

donde $\hat{S}_s$ representa la disipación del esqueleto sólido y π es la presión equivalente de poros definida por

$$\pi = p_g - \chi(S_l)p_c \quad (5)$$

siendo p_g la presión del gas, p_c la presión capilar y $\chi(S_l)$ una función que depende del grado de saturación (S_l).

En [6] se propone como expresión de la función $\chi(S_l)$ a:

$$\begin{aligned}\chi(S_l) &= S_l - S_{ssp} \quad \text{para } S_l \leq S_{ssp} \\ \chi(S_l) &= 0 \quad \text{para } S_l \leq S_{ssp}\end{aligned}\quad (6)$$

donde S_{ssp} es el límite superior de la región higroscópica.

Teniendo en cuenta que todo proceso disipativo se relaciona con la evolución de las variables internas (d^+ , d^- , ω), la igualdad de la expresión (4) debe cumplirse para cualquier variación de las variables externas (ε , ϕ , T). Para esto se proponen las siguientes ecuaciones de estado (método de Coleman-Noll)

$$\begin{aligned}\psi_s &= \psi_s(\varepsilon_{ij}, \phi, T, d^+, d^-, \omega) \Rightarrow \\ \sigma_{ij} &= \frac{\partial \psi_s}{\partial (\varepsilon_{ij})} \quad , \quad \pi = \frac{\partial \psi_s}{\partial \phi} \quad , \quad \hat{S}_s = -\frac{\partial \psi_s}{\partial T}\end{aligned}\quad (7)$$

Debido a que resulta más conveniente tener a la presión equivalente de poros π como variable de estado y no a la porosidad, se utiliza la siguiente función de energía G_s

$$G_s(\varepsilon_{ij}, \pi, T, d^+, d^-, \omega) = \psi_s(\varepsilon_{ij}, \phi, T, d^+, d^-, \omega) - \pi \phi \quad (8)$$

Se puede observar que utilizando la función de energía G_s , el modelo también presenta tres variables externas (ε_{ij} , π , T) y tres variables internas (d^+ , d^- , ω). Para este caso la expresión de la disipación mecánica del esqueleto se expresa como

$$\Phi_S = \sigma : \frac{d\varepsilon}{dt} - \phi \frac{d\pi}{dt} - \hat{S}_s \frac{dT}{dt} - \frac{dG_s}{dt} \geq 0 \quad (9)$$

Asimismo las ecuaciones de estado serán las siguientes

$$\begin{aligned}G_s &= G_s(\varepsilon_{ij}, \pi, T, d^+, d^-, \omega) \Rightarrow \\ \sigma_{ij} &= \frac{\partial G_s}{\partial (\varepsilon_{ij})} \quad , \quad \phi = -\frac{\partial G_s}{\partial \pi} \quad , \quad \hat{S}_s = -\frac{\partial G_s}{\partial T}\end{aligned}\quad (10)$$

Se propone la siguiente expresión para la función de energía G_s

$$\begin{aligned}G_s(\varepsilon_{ij}, \pi, T, d^+, d^-, \omega) &= G_s^e(\varepsilon_{ij}, T, d^+, d^-, \omega) + G_s^T(T, \omega) + G_s^H(\pi, T, d^+, d^-, \omega) \\ &\quad + G_s^{HM}(\varepsilon_{ij}, \pi, d^+, d^-, \omega) + G_s^{HT}(\pi, T, d^+, d^-, \omega)\end{aligned}\quad (11)$$

donde G_s^e es la parte elástica de la función de energía G_s

$$\begin{aligned}G_s^e(\varepsilon_{ij}, T, d^+, d^-, \omega) &= \sigma_{ij}^0 \varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}(1 - d^+) \bar{\sigma}_{ij}^+ [(1 - \omega) C_{ijkl}^0]^{-1} \bar{\sigma}_{kl} + \\ &\quad + \frac{1}{2}(1 - d^-) \bar{\sigma}_{ij}^- [(1 - \omega) C_{ijkl}^0]^{-1} \bar{\sigma}_{kl}\end{aligned}\quad (12)$$

siendo σ_{ij}^0 es el tensor de tensiones iniciales, C_{ijkl}^0 el tensor de constantes elásticas para el esqueleto en su estado original y $\bar{\sigma}_{ij}$ es el tensor de tensiones efectivas el cual está definido por

$$\bar{\sigma}_{ij} = (1 - \omega) C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^e = (1 - \omega) C_{ijkl}^0 (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^T) \quad (13)$$

donde ε_{kl}^e es el tensor de deformaciones elásticas, $\varepsilon_{kl}^T = \alpha(\omega)(T - T_0)\delta_{kl}$ es el tensor de deformaciones térmicas para un material isótropo siendo $\alpha(\omega)$ el coeficiente de dilatación volumétrica del esqueleto.

El tensor de tensiones efectivas $\bar{\sigma}_{ij}$ se descompone en una componente positiva $\bar{\sigma}_{ij}^+$ y otra negativa $\bar{\sigma}_{ij}^-$ [11,12]

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}^+ + \bar{\sigma}_{ij}^- \quad (14)$$

La función G_s^e incluye la parte de acoplamiento termo-mecánico de la función de energía G_s .

- G_s^T es la contribución térmica a la función de energía G_s

$$G_s^T(T, \omega) = -\hat{S}_s^0 T + c_s(\omega) \left[(T - T_0) T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \int_0^\omega H^\omega(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (15)$$

siendo $c_s(\omega) = -T \frac{\partial^2 G_s}{\partial T^2}$ es el calor específico del esqueleto, T_0 la temperatura de referencia y $H^\omega(\omega)$ es el calor latente de las reacciones químicas del proceso de deshidratación en el esqueleto.

- G_s^H es la parte de la función de energía G_s relacionada con la humedad

$$G_s^H(\pi, d^+, d^-, \omega) = -\phi_0 \pi - \frac{1}{2} \frac{(\pi - \pi_0)^2}{N(d^+, d^-, \omega)} - \pi \phi_{(\omega)}^{dehyd} \quad (16)$$

siendo ϕ_0 la porosidad inicial, π_0 la presión equivalente de poros inicial, $\frac{1}{N(d^+, d^-, \omega)} = -\frac{\partial^2 G_s}{\partial \pi^2}$ es la inversa del módulo de Biot secante para el material degradado y representa la variación de la porosidad ϕ que provoca una variación unitaria de la presión equivalente de poros π . La parte de la porosidad asociada al proceso de deshidratación se la considera función del daño térmico ϕ^{dehyd} .

- G_s^{HM} es la parte de acoplamiento higo-mecánico de la función de energía G_s

$$G_s^{HM}(\varepsilon_{ij}, \pi, d^+, d^-, \omega) = (\pi - \pi_0) b_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (17)$$

siendo $b_{ij} = -\frac{\partial^2 G_s}{\partial(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^t) \partial \pi}$ el tensor de Biot secante que representa la variación de tensión producida por un incremento unitario de la presión equivalente de poros π . Para el caso isótropo se puede escribir $b_{ij} = b(d^+, d^-, \omega) \delta_{ij}$.

- G_s^{HT} es la parte de acoplamiento higo-térmico de la función de energía G_s

$$G_s^{HT}(\pi, T, d^+, d^-, \omega) = 3\alpha_\phi(\pi - \pi_0)(T - T_0) \quad (18)$$

siendo $\alpha_\phi(d^+, d^-, \omega)$ el coeficiente de dilatación térmica volumétrica relacionado a la porosidad, y representa la variación de la porosidad ϕ que provoca una variación unitaria de la temperatura T .

A partir de la ecuaciones (10) y (11) y se puede obtener las expresiones explícitas para las ecuaciones de estado

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial G_s}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial(G_s^e + G_s^{HM})}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij}^0 + (1 - d^+) \bar{\sigma}_{ij}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}_{ij}^- - b \delta_{ij} (\pi - \pi_0) \quad (19)$$

$$\phi = -\frac{\partial G_s}{\partial \pi} = -\frac{\partial(G_s^{HM} + G_s^H + G_s^{HT})}{\partial \pi} = \phi^0 + b \varepsilon \frac{(\pi - \pi_0)}{N} - 3\alpha_\phi(T - T_0) + \phi^{dehyd} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}\hat{S}_s &= -\frac{\partial G_s}{\partial T} = -\frac{\partial(G_s^e + G_s^T + G_s^{HT})}{\partial T} = \hat{S}_s^0 + c_s(\omega) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{T} \int_0^\omega H^\omega(\bar{\omega}) d\bar{\omega} + \\ &+ [(1-d^+) \bar{\sigma}_{kl}^+ + (1-d^-) \bar{\sigma}_{kl}^-] \alpha(\omega) \delta_{kl} - 3\alpha_\phi(\pi - \pi_0)\end{aligned}\quad (21)$$

donde $\hat{S}_s^0$ es la entropía inicial de la matriz sólida.

La disipación del esqueleto (9) se expresa como

$$\Phi_s = A_{d^+} \frac{d(d^+)}{dt} + A_{d^-} \frac{d(d^-)}{dt} + A_\omega \frac{d\omega}{dt} \geq 0 \quad (22)$$

donde $A_{d^+} = -\frac{\partial G_s}{\partial d^+}$, $A_{d^-} = -\frac{\partial G_s}{\partial d^-}$ y $A_\omega = -\frac{\partial G_s}{\partial \omega}$.

Diferenciando las ecuaciones (19)-(21) se obtienen las expresiones diferenciales de las ecuaciones de estado

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^s d\varepsilon_{kl} - b\delta_{ij} d\pi - \alpha(\omega) C_{ijkl}^s \delta_{kl} dT + \Lambda_{ij}^{d^+} d(d^+) + \Lambda_{ij}^{d^-} d(d^-) + \Lambda_{ij}^\omega d\omega \quad (23)$$

$$d\phi = b d\varepsilon + \frac{d\pi}{N} - 3\alpha_\phi dT + d\phi^{dehyd} + \Pi^{d^+} d(d^+) + \Pi^{d^-} d(d^-) + \Pi^\omega d\omega \quad (24)$$

$$d\hat{S}_s = C_{ijkl}^s \alpha(\omega) \delta_{kl} d\varepsilon_{ij} - 3\alpha_\phi d\pi + c_s(\omega) \frac{dT}{T} + j^+ \frac{d(d^+)}{T} + j^- \frac{d(d^-)}{T} + l \frac{d(\omega)}{T} \quad (25)$$

donde $C_{ijkl}^s = \left[(1-d^+) \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^+}{\partial \varepsilon_{kl}^e} + (1-d^-) \frac{\partial \bar{\sigma}_{kl}^-}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right]$ es el tensor de constantes elásticas secante del esqueleto, $\Lambda_{ij}^{d^+} = \frac{\partial^2 G_s}{\partial d^+ \partial (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^i)}$ y $\Lambda_{ij}^{d^-} = \frac{\partial^2 G_s}{\partial d^- \partial (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^i)}$ son tensores de segundo orden que describen los mecanismos de acoplamiento entre la tensión total y la evolución del daño mecánico a tracción y compresión respectivamente, $\Lambda_{ij}^\omega = \frac{\partial^2 G_s}{\partial \omega \partial (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^i)}$ es un tensor de segundo orden que describe los mecanismos de acoplamiento entre la evolución del daño térmico y la tensión total, $\Pi^{d^+} = -\frac{\partial^2 G_s}{\partial d^+ \partial \pi}$, es un coeficiente escalar de acoplamiento asociado al cambio de la porosidad debido a la evolución del daño mecánico a tracción, $\Pi^{d^-} = -\frac{\partial^2 G_s}{\partial d^- \partial \pi}$ es un coeficiente escalar de acoplamiento asociado al cambio de la porosidad debido a la evolución del daño mecánico a compresión, $\Pi^\omega = -\frac{\partial^2 G_s}{\partial \omega \partial \pi}$ es un coeficiente escalar de acoplamiento asociado al cambio de la porosidad debido a la evolución del daño térmico, $l = -T \frac{\partial^2 G_s}{\partial \omega \partial T}$ es el calor latente del daño térmico, $j^+ = -T \frac{\partial^2 G_s}{\partial d^+ \partial T}$ y $j^- = -T \frac{\partial^2 G_s}{\partial d^- \partial T}$ son los calores latentes del daño mecánico a tracción y compresión respectivamente.

Algunos autores [13] consideran despreciable los acoplamientos asociados al cambio de porosidad debido a las evoluciones del daño mecánico. Esta suposición se basa en considerar que en materiales cementicios el proceso de fisuración es mucho más rápido que el proceso de microdifusión de líquido dentro de los espacios de fisuras recién generados. Si bien resulta discutible extender esta idea al caso de poros con aire húmedo a alta presión, en este trabajo se considerará por simplicidad,

$$\Pi^{d^+} = \Pi^{d^-} = \Pi^\omega = 0 \quad (26)$$

De esta manera (24) se reescribe como

$$d\phi - d\phi^{dehyd} = b d\varepsilon + \frac{d\pi}{N} - 3\alpha_\phi dT \quad (27)$$

ECUACIONES DE ESTADO DE LOS FLUIDOS

Las ecuaciones constitutivas del esqueleto son independientes de la naturaleza y de las ecuaciones constitutivas de los fluidos que llenan el medio poroso. Esto se debe a que solo se consideran fuerzas de contacto entre el esqueleto y los fluidos de manera tal que éstos últimos ejercen presiones sobre las paredes internas de la red porosa. De la misma manera las ecuaciones constitutivas de los fluidos son independientes de las del esqueleto.

Combinando la primera y segunda leyes de la termodinámica aplicada a fluidos se obtienen un conocido conjunto de potenciales energéticos. En la Tabla I se muestran las expresiones, las variables de estado y las variables conjugadas de cada uno de estas funciones potenciales.

Potencial	Expresión	Variables de Estado	Par conjugado
Energía interna	e_α	$\left(\frac{1}{\rho_\alpha}, s_\alpha\right)$	(p_α, T)
Entalpía específica	$h_\alpha = e_\alpha + \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha}$	(p_α, s_α)	$\left(\frac{1}{\rho_\alpha}, T\right)$
Energía libre de Helmholtz	$\Psi_\alpha = e_\alpha - Ts_\alpha$	$\left(\frac{1}{\rho_\alpha}, T\right)$	(p_α, s_α)
Entalpía libre específica	$g_\alpha = \Psi_\alpha + \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha} = h_\alpha - Ts_\alpha$	(p_α, T)	$\left(\frac{1}{\rho_\alpha}, s_\alpha\right)$

Tabla I. Potenciales energéticos para los fluidos

Diferenciando las ecuaciones de estado anteriores se obtiene

$$\frac{d\rho_\alpha}{\rho_\alpha} = \frac{dp_\alpha}{K_\alpha} - 3\alpha_\alpha dT \quad , \quad ds_\alpha = -3\alpha_\alpha \frac{dp_\alpha}{\rho_\alpha} + C_p^\alpha \frac{dT}{T} \quad (28)$$

K_α es el módulo volumétrico tangente del fluido α , $3\alpha_\alpha$ es el coeficiente de dilatación térmica tangente del fluido α , C_p^α es el calor específico tangente a presión constante.

A temperatura ambiente el agua líquida dentro de los poros en general se considera como un fluido incompresible, por lo que se considera que $K_l \rightarrow \infty$ y $\alpha_l = 0$ en la ecuación (28), obteniéndose

$$\rho_l = \rho_l^0 \quad , \quad s_l = s_l^0 + C_p^l \ln \frac{T}{T_0} \quad (29)$$

donde el índice 0 denota valores de referencia.

No obstante, a elevadas temperaturas la densidad del agua disminuye con el aumento de temperatura en forma apreciable. A partir de la expresión (28) se deduce una expresión para el coeficiente de dilatación térmica tangente del líquido α_l :

$$3\alpha_l = -\frac{1}{\rho_l} \frac{d\rho_l}{dT} \quad (30)$$

Así mismo, en general se consideran al vapor de agua y al aire seco como gases ideales

$$p_\alpha = \frac{RT}{M_\alpha} \rho_\alpha \quad \text{con } \alpha = v, a \quad (31)$$

donde M_α es la masa molar del gas considerado y R es la constante de los gases ideales.

Diferenciando (31) y comparando la ecuación resultante con (28) se identifica

$$K_\alpha = p_\alpha \quad , \quad 3\alpha_\alpha \frac{1}{T} \quad \text{con } \alpha = v, a \quad (32)$$

Suponiendo que C_p^α es una constante, se puede integrar la segunda ecuación de (28) para obtener

$$s_\alpha = s_\alpha^0 - \frac{R}{M_\alpha} \ln \frac{p_\alpha}{p_0} C_p^\alpha \ln \frac{T}{T_0} \quad \text{con } \alpha = v, a \quad (33)$$

SELECCIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO DEL MODELO

Se denominan variables de estado a un subconjunto de variables termodinámicas en función de las cuales se pueden definir todas las demás. También se las conoce como variables independientes o libres. Una correcta selección de las variables de estado es de vital importancia para conseguir una adecuada resolución numérica del modelo matemático resultante.

Como variables de estado termo-mecánicas la temperatura T y el vector de desplazamientos del esqueleto sólido $\mathbf{u}$, son las opciones más naturales. No obstante la selección de una variable de estado relacionada con la humedad no resulta tan evidente. Existen varias posibilidades termodinámicamente equivalentes: masa o volumen del contenido de humedad, presión de vapor, humedad relativa y presión capilar.

Es importante recordar que a temperaturas por encima del punto crítico del agua (374.15 °C), solo existe agua en estado gaseoso (vapor) y que por tanto ya no se encuentra agua libre (capilar) en los poros del hormigón. Debido a esto el uso de la presión capilar como variable de estado relacionada con la humedad deja de tener sentido físico para temperaturas por encima del punto crítico del agua. En [6] se realiza una extensa discusión de las posibles variables de estado relacionadas con la humedad. En dicha referencia se concluye que la elección más apropiada es la presión capilar pero con una interpretación física distinta para el rango de temperaturas superiores al punto crítico del agua [14]. En este rango de temperaturas se considera a la presión capilar como el potencial termodinámico del agua físicamente absorbida.

En resumen las variables de estado consideradas en el presente modelo son las siguientes: la presión del gas p_g , la presión capilar p_c , la temperatura T y el vector de desplazamientos del esqueleto sólido $\mathbf{u}$.

ECUACIONES DE GOBIERNO

Ecuaciones de transporte de masa

Si en las ecuaciones de conservación de masa de las fases fluidas (agua líquida, vapor de agua y aire seco) [10], se tienen en cuenta el proceso de cambio de fase de líquido a vapor y el proceso de deshidratación de la masa del sólido se tendrá

$$\frac{dm_l}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{w}^l = -\dot{m}_{l \rightarrow v} + \dot{m}_{dehyd} \quad (34)$$

$$\frac{dm_v}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{w}^v = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (35)$$

$$\frac{dm_a}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{w}^a = 0 \quad (36)$$

donde $\dot{m}_{l \rightarrow v}$ es la tasa de transformación de líquido a vapor por unidad de volumen y $\mathbf{w}^\alpha$ es el vector de flujo relativo relacionado al fluido α .

Sumando las ecuaciones (34) y (35) se obtienen la ecuación de balance de las especies de agua (líquido y vapor), la cual junto a la ecuación (36) forman las ecuaciones de balance de masa de las fases fluidas

$$\frac{d(m_l + m_v)}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{w}^l + \nabla \cdot \mathbf{w}^a = \dot{m}_{dehyd} \quad (37)$$

$$\frac{dm_a}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{w}^a = 0 \quad (38)$$

Teniendo en cuenta que el contenido de masa del fluido α se define como $m_\alpha = \rho_\alpha S_\alpha \phi$, se obtiene

$$\frac{dm_\alpha}{dt} = \phi S_\alpha \frac{d\rho_\alpha}{dt} + \rho_\alpha S_\alpha \frac{d\phi}{dt} + \rho_\alpha \phi \frac{dS_\alpha}{dt} \quad (39)$$

Se considera que la densidad del agua líquida ρ_l a elevadas temperaturas varía con la temperatura

$$\frac{d\rho_l}{dt} = \frac{d\rho_l}{dT} \frac{dT}{dt} = -3\alpha_l \rho_l \frac{dT}{dt} \quad (40)$$

Considerando al vapor de agua y al aire seco como gases ideales, se tiene

$$\frac{d\rho_\alpha}{dt} = \frac{M_\alpha}{RT} \frac{dp_\alpha}{dt} - \frac{M_\alpha p_\alpha}{RT^2} \frac{dT}{dt} \quad \text{con } \alpha = v, a \quad (41)$$

Para expresar las presiones de vapor p_v y de aire p_a en función de las variables de estado p_g , p_c y T , se utiliza la ley de Kelvin (2).

La variación del grado de saturación S_l , se determina a partir de la siguiente expresión funcional determinada experimentalmente:

$$S_l = S_l(p_c, T) \quad (42)$$

Teniendo en cuenta (5) se puede expresar la expresión de la variación temporal de la porosidad (27) en función de las variables de estado

$$\frac{d\phi}{dt} = b \frac{d\varepsilon(\mathbf{u})}{dt} + \frac{1}{N} \frac{dp_g}{dt} - \frac{\chi(S_l)}{N} \frac{dp_c}{dt} - \frac{p_c}{N} \frac{d\chi(S_l)}{dt} - \frac{dT}{dt} + \frac{d\phi^{dehyd}}{dt} \quad (43)$$

donde

$$\frac{d\varepsilon(\mathbf{u})}{dt} = \frac{d(\nabla \cdot \mathbf{u})}{dt} = \nabla \cdot \left(\frac{d(\mathbf{u})}{dt} \right) \quad (44)$$

$$\frac{d\chi(S_l)}{dt} = \frac{d\chi}{dS_l} \left(\frac{\partial S_l}{\partial p_c} \frac{dp_c}{dt} + \frac{\partial S_l}{\partial T} \frac{dT}{dt} \right) \quad (45)$$

Utilizando la ley de Darcy y la ley de Fick se obtienen los vectores de flujo de masa de agua líquida y vapor de agua

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^l + \mathbf{w}^v &= \left[-\rho_l \frac{k_{int} k_{rl}}{\eta_l} - \rho_v \frac{k_{int} k_{rg}}{\eta_g} - \rho_v D_{ev} \left(\frac{1}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} - \frac{p_v}{p_g^2} \right) \right] \nabla p_g \\ &+ \left[\rho_l \frac{k_{int} k_{rl}}{\eta_l} - \frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] \nabla p_c + \left[-\frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial T} \right] \nabla T + \rho_l \mathbf{b} \end{aligned} \quad (46)$$

Con un desarrollo similar se obtiene la expresión de la masa de aire seco

$$\mathbf{w}^a = \left[-\rho_a \frac{k_{\text{int}} k_{rg}}{\eta_g} + \rho_a D_{ea} \left(\frac{1}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} - \frac{p_v}{p_g^2} \right) \right] \nabla p_g + \left[\frac{\rho_a D_{ea}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] \nabla p_c + \left[\frac{\rho_a D_{ea}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial T} \right] \nabla T \quad (47)$$

A partir de las expresiones (39) a (47) pueden describirse las ecuaciones (37) y (38) en un formato más adecuado para su resolución numérica

$$C_{CG} \frac{dp_g}{dt} + C_{CC} \frac{dp_c}{dt} + C_{CT} \frac{dT}{dt} - \nabla \cdot (K_{CG} \nabla p_g + K_{CC} \nabla p_c + K_{CT} \nabla T) = f_c \quad (48)$$

$$C_{GG} \frac{dp_g}{dt} + C_{GC} \frac{dp_c}{dt} + C_{GT} \frac{dT}{dt} - \nabla \cdot (K_{GG} \nabla p_g + K_{GC} \nabla p_c + K_{GT} \nabla T) = f_G \quad (49)$$

donde C_{Ci} , C_{Gi} , K_{Ci} , K_{Gi} , f_c y f_T son parámetros que dependen de las variables de estado.

Ecuación de balance térmico

Para obtener la ecuación de balance térmico para el caso de un material termo-poroelástico con daño (mecánico y térmico) se parte de la ecuación de balance de energía [10]

$$\frac{dE}{dt} = \sigma : \frac{d\varepsilon}{dt} - \nabla \cdot \left(\sum_{\alpha} h_{\alpha} \mathbf{w}^{\alpha} + \mathbf{q} \right) + \sum_{\alpha} \mathbf{b} \cdot \mathbf{w}^{\alpha} \quad (50)$$

Teniendo en cuenta el carácter aditivo de la energía libre y de la entropía puede escribirse la densidad de energía interna total por unidad de volumen E de la siguiente manera

$$E = \psi_s + \phi_0 U + \sum_{\alpha} m_{\alpha} \psi_{\alpha} + T S_s + T \sum_{\alpha} m_{\alpha} s_{\alpha} \quad (51)$$

Utilizando las ecuaciones de estado del esqueleto sólido (25) y (27), las ecuaciones de estado de los fluidos (28)-(33), y las ecuaciones de balance de masa de las fases fluidas (34), (35) y (36), y asimismo las ecuaciones de estado desarrolladas en el apartado 4, la ecuación (50) puede reescribirse como

$$\begin{aligned} C_{eff} \frac{dT}{dt} - [\phi(1 - S_l) + (3\alpha_{\phi} + \phi 3\alpha_l S_l) T] \frac{dp_g}{dt} + \left[3\alpha_{\phi} S_l - \phi_0 \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial p_c} + \phi 3\alpha_l S_l \right] T \frac{dp_c}{dt} \\ + C_p^l \mathbf{w}^l \cdot \nabla T + C_p^v \mathbf{w}^v \cdot \nabla T + C_p^a \mathbf{w}^a \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = \\ + \left(A_{\omega} \frac{d\omega}{dt} - g_l \dot{m}_{dehyd} \right) - L_{l \rightarrow v} \dot{m}_{l \rightarrow v} + \left(-l \frac{d\omega}{dt} - T S_l \dot{m}_{dehyd} \right) + \Theta \end{aligned} \quad (52)$$

donde

- C_{eff} es el calor específico efectivo del medio poroso (esqueleto sólido y las fases fluidas)

$$C_{eff} = c_s(\omega) + \rho_l S_l \phi C_p^l + \rho_v (1 - S_l) \phi C_p^v + \rho_a (1 - S_l) \phi C_p^a - \phi_0 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} T \quad (53)$$

En la expresión anterior el término $-\phi_0 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} T$ para los valores de porosidades típicas del hormigón tiene poca influencia por lo que se lo despreciará.

- $(A_\omega \frac{d\omega}{dt} - g_l \dot{m}_{dehyd})$ representa a la tasa de energía de disipación asociada al proceso de deshidratación. El término $A_\omega \frac{d\omega}{dt}$ es la parte relacionada con la deshidratación esqueleto sólido, y el término $g_l \dot{m}_{dehyd}$ es la parte relacionada con la energía que se genera debida a la aparición de agua como producto del proceso de deshidratación.

- Θ representa a los siguientes términos

$$\begin{aligned} \Theta = \sigma : \frac{d\epsilon^i}{dt} + A_{d+} \frac{d(d^+)}{dt} + A_{d-} \frac{d(d^-)}{dt} + \left(b \frac{\partial U}{\partial T} \phi_0 - T C_{ijkl}^s \alpha(\omega) \delta_{kl} \right) \frac{d\epsilon_{ij}}{dt} \\ - j^+ \frac{d(d^+)}{dt} - j^- \frac{d(d^-)}{dt} + \frac{(3\alpha_l - 1)}{\rho_l} \nabla p_l \cdot \mathbf{w}^l + \sum_{\alpha} (\mathbf{b} \cdot \mathbf{w}^\alpha) \end{aligned} \quad (54)$$

- $L_{l \rightarrow v} \dot{m}_{l \rightarrow v}$ representa la tasa de energía consumida en el proceso de evaporación de la fase de agua líquida. El término $L_{l \rightarrow v} = T(s_l - s_v)$ representa el calor latente de vaporización a la temperatura T y a presión del líquido p_l .
- $(-l \frac{d\omega}{dt} - T S_l \dot{m}_{dehyd})$ representa la tasa de energía consumida en el proceso de deshidratación. El primer término de esta expresión aparece en la ecuación de balance de entropía (52) como un término sumidero de calor por unidad de volumen. El segundo término de la misma aparece también como un término sumidero y representa la tasa de energía almacenada en el agua que surge como producto del proceso de deshidratación. La tasa de deshidratación de la masa del sólido $\dot{m}_{dehyd}$, puede expresarse en función del daño térmico ω . Asimismo la variación temporal del daño térmico se puede relacionar con la variación temporal de la temperatura, tal como se expresa en (67). Finalmente la tasa de deshidratación de la masa del sólido $\dot{m}_{dehyd}$, se expresa de la siguiente manera,

$$\dot{m}_{dehyd} = \frac{\partial m_{dehyd}}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial m_{dehyd}}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial T} \frac{dT}{dt} \quad (55)$$

La ecuación (52) puede simplificarse analizando la importancia relativa de cada uno de sus términos.

Se llamará k_{pg} al coeficiente que multiplica a $\frac{dp_g}{dt}$ y k_{pc} al coeficiente que multiplica a $\frac{dp_c}{dt}$

$$k_{pg} = -[\phi(1 - S_l) + (3\alpha_\phi + \phi 3\alpha_l S_l)T] \quad (56)$$

$$k_{pc} = [3\alpha_\phi S_l - \phi_0 \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial p_c} + \phi 3\alpha_l S_l T] \quad (57)$$

Se puede demostrar que dentro del rango de temperaturas analizado ($20^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C}$) se cumple que $|k_{pg}| < 0,20$. El coeficiente decrece exponencialmente con la presión capilar y la temperatura.

Se puede deducir que para el rango de presiones de gas encontradas habitualmente en este tipo de análisis ($p_g < 5 \text{ Mpa}$), la variación de temperatura debido al término $k_{pg} \frac{dp_g}{dt}$ es despreciable $\left(\frac{k_{pg}}{C_{eff}} \Delta p_g \ll 1^\circ\text{C} \right)$.

La influencia del término $k_{pc} \frac{dp_c}{dt}$ también es pequeña. Para el rango de temperaturas y presiones capilares típicas de este tipo análisis ($p_g < 1000 \text{ MPa}$), la variación de temperatura debido al término $k_{pc} \frac{dp_c}{dt}$ es despreciable $\left(\frac{k_{pc}}{C_{eff}} \Delta p_c \ll 1^\circ\text{C} \right)$.

El término $TS_l \dot{m}_{dehyd}$ se relaciona con la variación temporal de la temperatura por medio de (55). De esta manera la expresión $TS_l \frac{\partial m_{dehyd}}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial T}$, puede incluirse como un término más en la expresión (53) del calor específico efectivo del medio poroso C_{eff} . Debido a que en la determinación experimental de $c_s(\omega)$, el factor $TS_l \frac{\partial m_{dehyd}}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial T}$ es tenido en cuenta de forma natural, no se lo incluirá al mismo como un término adicional de C_{eff} .

Por último Θ y $(A_\omega \frac{d\omega}{dt} - g_l \dot{m}_{dehyd})$ contienen términos asociados a la disipación del esqueleto y de los fluidos que también se los considerará despreciables [4].

Finalmente la ecuación de balance de entropía quedará

$$C_{eff} \frac{dT}{dt} + C_p^l \mathbf{w}^l \cdot \nabla T + C_p^v \mathbf{w}^v \cdot \nabla T + C_p^a \mathbf{w}^a \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = -L_{l \rightarrow v} \dot{m}_{l \rightarrow v} - l \frac{d\omega}{dt} \quad (58)$$

La expresión de la tasa de transformación de líquido a vapor se determina a partir de (35).

La expresión (58) puede reescribirse de una forma más apropiada para su resolución numérica

$$C_{TG} \frac{dp_g}{dt} + C_{TC} \frac{dp_c}{dt} + C_{TT} \frac{dT}{dt} - \nabla \cdot (K_{TG} \nabla p_g + K_{TC} \nabla p_c + K_{TT}^1 \nabla T) + \sum_{\alpha=l,v,a} (C_p^\alpha \mathbf{w}^\alpha \cdot \nabla T) = f_T \quad (59)$$

donde C_{Ti} , K_{Ti} y f_T son parámetros que dependen de las variables de estado.

Ecuaciones de balance de la cantidad de movimiento

Teniendo en cuenta la ecuación (19), la ecuación del balance de la cantidad de movimiento puede escribirse como

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}^0 + (1 - d^+) \bar{\sigma}_{ij}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}_{ij}^- - b \delta_{ij} (\pi - \pi_0)) + \rho b_i = 0 \quad (60)$$

Condiciones iniciales y de contorno

Para que el modelo quede bien planteado es necesario indicar las condiciones iniciales y de contorno.

Las condiciones de contorno para problemas higo-termo-mecánicos están bien establecidas y son bastante comunes en todos los modelos presentes en la literatura. No obstante al elegir a la presión capilar como variable estado, la definición de una condición de contorno adecuada para esta variable no resulta tan evidente. En este trabajo se seguirá las condiciones de contorno propuestas en [6].

Las condiciones iniciales especifican el campo completo para las variables de estado en el instante $t = 0$, en el dominio completo analizado Ω y en su contorno Γ

$$p_g = p_g^0; p_c = p_c^0; T = T_0; \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \text{en } (\Omega \cup \Gamma) \quad (61)$$

Las condiciones de contorno pueden ser de tipo Dirichlet sobre Γ_δ con $\delta = g, c, T, u$

$$\begin{aligned} p_g(t) &= \bar{p}_g(t) & \text{en } \Gamma_g \\ p_c(t) &= \bar{p}_c(t) & \text{en } \Gamma_c \\ T(t) &= \bar{T}(t) & \text{en } \Gamma_T \\ \mathbf{u}(t) &= \bar{\mathbf{u}}(t) & \text{en } \Gamma_u \end{aligned} \quad (62)$$

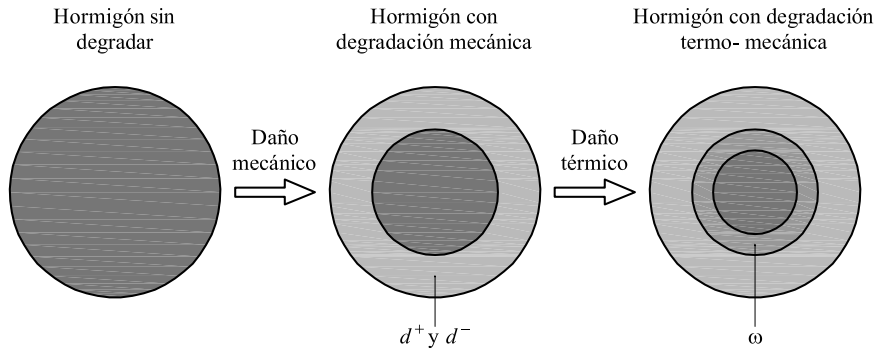


Figura 1. Representación esquemática del efectos daño mecánico y térmico sobre la superficie resistente efectiva [5]

O bien pueden ser de tipo Cauchy sobre $\Gamma_{\delta}^{\bar{q}}$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w}^a \cdot \mathbf{n} &= \bar{q}_a & \text{en } \Gamma_g^{\bar{q}} \\
 (\mathbf{w}^l + \mathbf{w}^v) \cdot \mathbf{n} &= \bar{q}_v + \bar{q}_l + \beta_c(\rho_v - \rho_v^{\infty}) & \text{en } \Gamma_c^{\bar{q}} \\
 (-\kappa \nabla T) \cdot \mathbf{n} &= \bar{q}_T + \alpha_c(T - T_{\infty}) + v\sigma_0(ae_f T_f^4 - e_s T^4) & \text{en } \Gamma_T^{\bar{q}} \\
 (\boldsymbol{\sigma} + b(\pi - \pi_0)\mathbf{I}) \cdot \mathbf{n} &= \bar{\mathbf{t}} & \text{en } \Gamma_u^{\bar{q}}
 \end{aligned} \tag{63}$$

donde $\mathbf{n}$ es el vector normal unitario apuntando hacia el exterior, $\bar{q}_a$, $\bar{q}_v$, $\bar{q}_l$ y $\bar{q}_T$ son respectivamente los flujos impuestos de aire, vapor, agua líquida y térmico, $\bar{\mathbf{t}}$ el vector tensión impuesto, ρ_v^{∞} y T_{∞} son la densidad de vapor de agua y la temperatura en el ambiente exterior, v es el factor de visión de la radiación, σ_0 es la constante de Stefan-Boltzmann, a es la absorción de la superficie, e_f es la emisividad de la llama asociada con el fuego, e_s es la emisividad de la superficie y finalmente α_c y β_c son los coeficientes de intercambio convectivo de calor y masa respectivamente.

Definición del daño termomecánico

El hormigón es un material que posee un comportamiento mecánico muy complejo y marcadamente no lineal. En este trabajo se utiliza un modelo de daño isotrópico. La variable de daño, asociada al daño mecánico y a la degradación térmica se interpreta como la densidad superficial de los defectos en el hormigón y se definirá como la relación entre el área ocupada por la microfisuras y el área total [15]. Esta definición de la variable de daño implica que es un parámetro cuyo incremento es siempre positivo, debido a que el área de las microfisuras aumenta en forma continua hasta la ruptura del material.

De esta manera el daño térmico en el hormigón se considera como una posterior disminución del área resistente efectiva [5]. En la Figura 1 se presenta un esquema de los procesos de daño mecánico y térmico. El proceso de daño térmico está gobernado por la variable ω , la cual provoca una disminución de dicha área resistente efectiva pero de manera independientemente del daño mecánico [5].

Despreciando el tensor de tensiones iniciales, se puede reescribir la ecuación constitutiva (19) de la siguiente manera

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + b\delta_{ij}(\pi - \pi_0) = (1 - d^+) \bar{\sigma}_{ij}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}_{ij}^- \tag{64}$$

donde σ'_{ij} es la tensión efectiva del esqueleto sólido.

La tensión efectiva $\bar{\sigma}_{ij}$ definida en (13) pueden reescribirse de la siguiente manera

$$\bar{\sigma}_{ij} = (1 - \omega) C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl} = (1 - \omega) \tilde{\sigma}_{ij} \tag{65}$$

donde $\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}$ es la tensión efectiva neta.

Caracterización del daño térmico

El daño térmico ω representa una medida del grado de deshidratación del hormigón. La evolución de esta variable interna puede obtenerse indirectamente [4] a través de los efectos de la deshidratación, tal como pueden ser los cambios en el módulo de rigidez y en la resistencia del material. Entre las propiedades mecánicas del hormigón la más sensible a los efectos de las altas temperaturas es el módulo de elasticidad.

Se asume que el tiempo característico de proceso de deshidratación es despreciable comparado con el tiempo característico de la conducción de calor en estructuras de hormigón. Asimismo, se considera que el proceso de deshidratación es irreversible. De esta manera, el daño térmico puede ser expresado como una función de la máxima temperatura alcanzada.

Se supone que la relación entre el módulo elástico a cierta temperatura máxima y el módulo elástico a temperatura ambiente (20°) es proporcional a la variable de daño térmico ω . A partir de curvas experimentales que relacionan el módulo de elasticidad con la temperatura puede expresarse dicha relación como

$$\omega = 1 - \frac{E(T_{\max})}{E(T_{\text{amb}})} \quad (66)$$

donde T_{amb} es la temperatura ambiente.

De (66) se obtiene la relación entre la evolución del daño térmico y la variación de la temperatura

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{1}{E(T_{\text{amb}})} \frac{dE(T)}{dT} \frac{dT}{dt} & \text{si } \frac{dT}{dt} > 0 \\ \frac{d\omega}{dt} &= 0 & \text{si } \frac{dT}{dt} \leq 0 \end{aligned} \quad (67)$$

Los datos experimentales disponibles de la evolución de las propiedades higo-termomecánicas de los materiales (resistencia, rigidez, calor específico, etc.) debida a la degradación térmica, se la relacionan con la temperatura. Debido a que el proceso de degradación térmica se considera irreversible, es conveniente que la evolución de dichas propiedades se relacione con la temperatura máxima alcanzada. Una forma alternativa es expresar dicha evolución en función del daño térmico

Caracterización del daño mecánico

El modelo de daño isótropo escogido para este trabajo utiliza dos variables escalares para caracterizar el daño local a tracción y a compresión respectivamente. Este tipo de modelo tiene la ventaja de tener una formulación muy simple, pero con una gran capacidad de predicción para captar el comportamiento no lineal global del hormigón. Además el modelo puede ser implementado en función de las deformaciones, lo que conlleva a un algoritmo casi explícito de integración de la ecuación constitutiva. De esta manera se evita un excesivo coste computacional en la resolución de problemas transitorios a gran escala como es el caso del análisis de estructuras de hormigón armado expuestas al fuego.

El modelo presentado en este trabajo representa una variante del modelo presentado en [16] para el comportamiento mecánico del hormigón a edades tempranas.

Tal como se comentó, el hormigón es un material que se comporta de manera muy diferente a tracción y a compresión. Debido a esto resulta necesario introducir dos variables de daño escalar d^+ y d^- que tienen en cuenta los procesos de degradación mecánica a tracción y compresión respectivamente. Según la definición de la tensión dada en (19) debe verificarse

$$0 \leq d^\pm \leq 1 \quad (68)$$

Tensiones efectivas

Para poder identificar las contribuciones del tensor de tensiones efectivas a la degradación mecánica de tracción y compresión, se lo descompone en una parte positiva y otra negativa respectivamente [11,12],

$$\bar{\sigma}^+ = \sum_{i=1}^3 \langle \bar{\sigma}_i \rangle \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T \quad \bar{\sigma}^- = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}^+ \quad (69)$$

$$\bar{\sigma}^- = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}^+ \quad (70)$$

donde el símbolo $\langle \bullet \rangle$ representa los paréntesis de Macaulay ($\langle x \rangle = x$ si $x \geq 0$, $\langle x \rangle = 0$ si $x < 0$), $\bar{\sigma}_i$ es la tensión principal iésima de $\bar{\sigma}$, $\mathbf{p}_i$ representa el vector unitario correspondiente a la dirección principal iésima de $\bar{\sigma}$.

Criterios de daño

Para poder distinguir entre los procesos de carga, descarga y recarga, así como la evolución de las variables $d^\pm$, es necesario definir una norma del tensor de deformaciones o alternativamente del tensor de tensiones efectivas (netas modificadas). Esta norma se conoce también como deformación equivalente y se utiliza para comparar distintos estados de deformación. Esta deformación equivalente se normaliza con la resistencia pico a efectos de poder comparar diferentes estados de deformaciones con distintos grados de daño térmico. Debido a que la variable interna de daño se ha definido con una componente de tracción y otra de compresión, resulta necesario especificar dos deformaciones equivalentes normalizadas: una deformación equivalente normalizada de tracción τ^+ y otra deformación equivalente normalizada de compresión τ^- . En el presente trabajo se utilizan las siguientes deformaciones equivalentes normalizadas [11,12,16]

$$\tau^+ = \frac{1}{M^+(\omega)} \left[\bar{\sigma}^+ : (\mathbf{C}^0)^{-1} : \bar{\sigma}^+ \right]^{1/2} \quad (71)$$

$$\tau^- = \frac{1}{M^-(\omega)} \left[\sqrt{3} (K \bar{\sigma}_{oct}^- + \bar{\tau}_{oct}^-) \right] \quad (72)$$

donde $M^\pm(\omega)$ son los parámetros de normalización dependientes del daño térmico (ω) para deformaciones equivalentes de tracción y compresión respectivamente, $\bar{\sigma}_{oct}^-$ y $\bar{\tau}_{oct}^-$ son la tensión octaédrica normal y la tensión octaédrica cortante obtenidas de $\bar{\sigma}$. K es una propiedad del material que depende de las resistencias uni y bidimensional del hormigón trabajando a compresión, que según los ensayos de Kupfer (1969) se encuentran entre 1.16 y 1.2.

La definición de la deformación equivalente normalizada a compresión (72) se inspira en el criterio de daño de Drucker-Prager, donde el parámetro K determina el ángulo del cono.

Con las definiciones de las deformaciones equivalentes normalizadas se definen, dos criterios de daño separadas g^+ y g^- , para tracción y compresión respectivamente

$$g^+(\tau^+, r^+) = \tau^+ - r^+ \leq 0 \quad (73)$$

$$g^-(\tau^-, r^-) = \tau^- - r^- \leq 0 \quad (74)$$

Las variables r^+ y r^- son parámetros que definen los umbrales instantáneos normalizados del daño, los cuales controlan el tamaño de la superficies de daño que expanden en forma monótona.

Pueden calcularse los parámetros de normalización $M^\pm(\omega)$ de las deformaciones equivalentes $\tau^\pm$, de manera tal que los valores iniciales de los umbrales instantáneos del daño tomen valores unitarios $r_0^+ = r_0^- = 1$ [11]

$$M^+(\omega) = \frac{m^+ f_p^+(\omega)}{f_0^+(\omega)} \quad (75)$$

$$M^-(\omega) = \frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2} - K)m^- f_p^-(\omega) \quad (76)$$

donde $f_p^\pm(\omega)$ son las resistencias pico a tracción y compresión respectivamente, $m^\pm = f_0^\pm(\omega)/f_p^\pm(\omega)$ es la relación entre las tensiones que indican el comienzo del comportamiento no lineal y las resistencias pico, y E_0 es el módulo de Young a temperatura ambiente. En este trabajo se supondrá que los parámetros $m^\pm$ son constantes en todo el análisis.

De esta manera los criterios de daño quedan definidos en un espacio normalizado de deformaciones elásticas, dando a lugar superficies de daño que no dependen del daño térmico del material.

El parámetro K puede calcularse a partir de ensayo de compresión uni y bidimensionales. En [11] se calcula el siguiente valor de este parámetro

$$K = \sqrt{2} \frac{f_{02D}^- - f_0^-}{2f_{02D}^- - f_0^-} \quad (77)$$

donde f_{02D}^- es la tensión que indica el inicio del comportamiento no lineal en un ensayo a compresión biaxial.

Leyes de evolución

Las leyes de evolución del umbral del daño, se definen a partir de las condiciones de carga, descarga y recarga las cuales respetan las llamadas relaciones de Kuhn-Tucker

$$\dot{r}^\pm \geq 0 \quad g^\pm \geq 0 \quad \dot{r}^\pm g^\pm = 0 \quad \dot{r}^\pm \dot{g}^\pm = 0 \quad (78)$$

donde el punto denota derivada temporal ($\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$).

En situación de carga la condición de persistencia $\dot{g}^\pm = 0$ y las relaciones (73) y (74) conducen a

$$\dot{r}^\pm = \dot{\tau}^\pm \quad (79)$$

Integrando esta relación para un instante genérico t , se llega a la siguiente expresión explícita de los valores actuales de la variables internas

$$r^\pm(t) = \max \left\{ r_0^\pm, \max_{s \in [0, t]} \tau^\pm(s) \right\} \quad (80)$$

donde $r_0^\pm$ es el umbral que indica el límite del dominio elástico lineal.

Los índices de daño d^+ y d^- se definen explícitamente en función de los valores instantáneos de los umbrales de daño. Se proponen las siguientes funciones

$$d^\pm(r^\pm) = 1 - \frac{q^\pm(r^\pm)}{r^\pm} \quad (81)$$

donde $q^\pm$ son funciones positivas de las variables $r^\pm$.

Dado que los indices de daño d^+ y d^- deben verificar la relación (68), en vista a (81) equivale a:

$$\frac{q^\pm}{r^\pm} \leq 1 \quad (82)$$

Para que la disipación del esqueleto sólido sea siempre positiva para cualquier proceso termomecánico, según la expresión (22) debe cumplirse que $\dot{d}^\pm \geq 0$, lo que según (81) equivale a,

$$\dot{d}^\pm \geq 0 \Rightarrow \frac{q^\pm}{r^\pm} \geq \frac{dq^\pm}{dr^\pm} \quad (83)$$

Se proponen las siguientes funciones $q^\pm$

$$q^+(r^+) = e^{A(1-r^+)} \quad \text{si } r^+ \geq r_0^+ = r_p^+ = 1 \quad (84)$$

$$q^-(r^-) = (1+B)e^{C(1-r^-)} - Be^{2C(1-r^-)} \quad \text{si } r^- \geq r_0^- = 1 \quad (85)$$

donde A , B y C son parámetros del material.

De la expresión (84) se deduce que se considera que para el régimen de tracción la rama de ablandamiento aparece inmediatamente después de alcanzarse el límite elástico de material ($r_0^+ = r_p^+$). Esta hipótesis se utiliza comúnmente para el comportamiento a tracción.

Para obtener el parámetro debe tenerse en cuenta que deben cumplirse los requisitos de objetividad de la malla. Si se utiliza del método de los elementos finitos en el marco de los modelos locales, es necesario introducir una longitud característica l^* [17], la cual depende del tamaño (volumen o área) de la malla utilizada para la discretización espacial. Igualando la relación $G_f^+(\omega)/l^*$ con la energía específica total disipada cualquier proceso mecánico (se consideran procesos en los cuales se mantienen constantes la temperatura y las variables hídricas), donde $G_f^+(\omega)$ es la energía de fractura a tracción (considerada como una propiedad del material), se puede calcular el parámetro A [11,17]

$$A = \left[\frac{G_f^+(\omega)E(\omega)}{l^*(m^+f_p^+(\omega))^2} - \frac{1}{2} \right]^{-1} \quad (86)$$

donde $E(\omega) = (1 - \omega)E_0$.

El parámetro B se puede obtenerse teniendo en cuenta el valor que toma la variable r^- para la resistencia pico $f_p^-(\omega)$, obtenida de un ensayo a compresión uniaxial. Sabiendo que cuando se alcanza la resistencia pico $f_p^-(\omega)$ se cumple que $dq^-(r^-)/dr^- = 0$ se obtiene

$$r_{\max}^- = \frac{C - \ln\left(\frac{1+B}{2B}\right)}{C} \quad (87)$$

Teniendo en cuenta que en vista a la ecuación (81) se cumple que

$$f_p^-(\omega) = \frac{q^-(r_{\max}^-)}{r_{\max}^-} \bar{\sigma}_{\max}^- \quad (88)$$

Reemplazando la expresión (87) en (85) y esta a su vez en la (88), teniendo en cuenta que $r_{\max}^- = \bar{\sigma}_{\max}^-/(m^-f_p^-(\omega))$, se obtiene tras operar

$$B = \left(\frac{2}{m^-} - 1 \right) + \frac{2}{m^-} \sqrt{1 - m^-} \quad (89)$$

Para obtener el parámetro C se procede de manera similar al caso del parámetro A , obteniéndose

$$C = \left(1 + \frac{B}{2}\right) \left[\frac{G_f^-(\omega)E(\omega)}{l^*(m^- f_p^-(\omega))^2} - \frac{1}{2} \right]^{-1} \quad (90)$$

donde $G_f^-(\omega)$ es la energía de fractura a compresión (considerada como una propiedad del material).

En las expresiones (86) y (90) aparece el factor $l_{\max}^\pm G_f^\pm(\omega)E(\omega)/[f_p^\pm(\omega)]^2$ que algunos autores [18] lo definen como la longitud característica del material por ser una propiedad del material y tener unidades de longitud. Estos parámetros deben determinarse experimentalmente. El parámetro más difícil de determinar es la evolución de la energía de fractura con la temperatura. Debido a la complejidad de este tipo de ensayos solo existen datos de energía de fractura residuales, o sea luego de un proceso de calentamiento-enfriamiento. En cuanto la energía de fractura a tracción G_f^+ existen varios datos experimentales en la literatura [18]. De esta manera el parámetro $A(\omega)$ puede determinarse para cada instante del proceso de degradación térmica. En cuanto a la energía de fractura a compresión G_f^- existen muy pocos datos experimentales a temperatura ambiente y ninguno a altas temperaturas. Por simplicidad se considerará que dicho el factor $l_{\max}^-$ se mantiene constante para todo el proceso de degradación térmica. De esta manera los parámetros B y C resultan constantes.

Planteamiento numérico

El análisis de una estructura de hormigón armado expuesta al fuego involucra diferentes problemas interdependientes: el problema térmico, el problema de transporte de humedad y el problema mecánico.

El problema térmico reside en la determinación de la distribución de temperaturas en la estructura y su evolución en el tiempo debida a las fuentes externas de calor. La ecuación que representa este problema es la (59). La variable de estado correspondiente es la temperatura T .

El problema de transporte de humedad consiste en la determinación de la distribución de humedad y presión de poros en la pieza en estudio conjuntamente con su evolución temporal. Las ecuaciones que representan este problema son las (48) y (49). Las variables de estado correspondiente son la presión de gas p_g y la presión capilar p_c .

Por último, el problema mecánico consiste en la evaluación del campo de tensiones y deformaciones que verifican las condiciones del equilibrio y de compatibilidad a lo largo del proceso en estudio. La ecuación que representa este problema es la (60).

El análisis higro-termo-mecánico de una estructura de hormigón expuesta al fuego implica la resolución del sistema de ecuaciones formado por las expresiones (48), (49), (59) y (60). Debido a las interacciones comentadas en el apartado anterior el problema planteado es acoplado.

La resolución del problema consiste en encontrar el valor que toman las variables de estado $(\mathbf{u}, T, p_g, p_c)$ para cada instante de tiempo. Para resolver dicho problema pueden plantearse distintas estrategias.

Una primera estrategia consiste en resolver el sistema de ecuaciones en forma conjunta, dando lugar al llamado esquema monolítico. En problemas bidimensionales esta estrategia involucra seis variables nodales (u_x, u_y, T, p_g, p_c) . La principal desventaja de este tipo de estrategia es que el sistema de ecuaciones resultantes es de gran tamaño. De esta manera el tiempo computacional para la resolución de cada sistema de ecuaciones es muy elevado. Por otro lado se destacan como ventajas la velocidad de convergencia de la solución y la

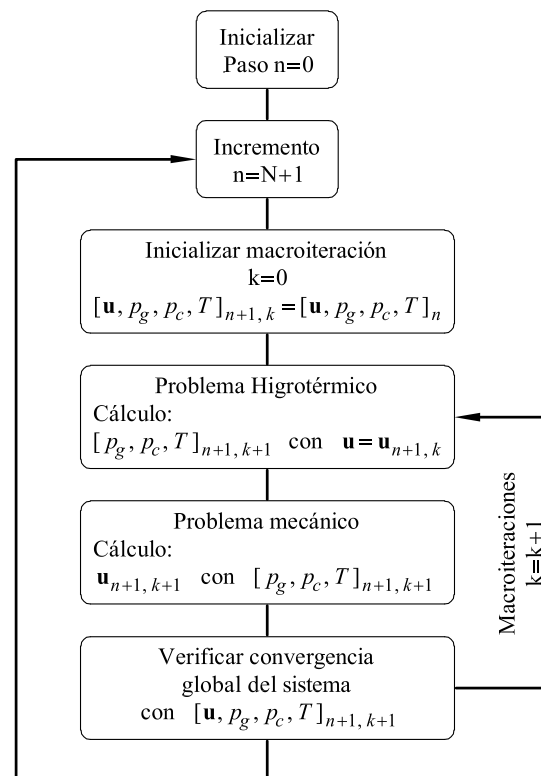


Figura 2. Estrategia de resolución del problema higo-termo-mecánico

claridad de la formulación. El estudio de la estabilidad de este esquema es similar al de los problemas transitorios desacoplados [19,20].

Una segunda estrategia es el esquema iterativo en bloque. Esta estrategia consiste en resolver cada uno de los tres problemas (transporte de humedad, térmico y mecánico) en forma alternada e iterativa hasta lograr la convergencia global del problema para cada paso de tiempo. De esta manera se consigue reducir el tamaño de las matrices y el tiempo computacional de cálculo de cada sistema disminuye. El análisis de la estabilidad de este procedimiento es muy complicado. No obstante en la práctica un planteo condicionalmente estable es posible y competitivo si el tamaño del paso de tiempo está más restringido por cuestiones de convergencia que de estabilidad [21]. La estabilidad en el tiempo también dependerá de la tolerancia exigida para la convergencia global del problema. Como caso limite, si no se chequea la convergencia global, tal como es el caso de la estrategia staggered, dará lugar a un planteo condicionalmente estable o en algunos casos incondicionalmente inestables. En el límite opuesto, si en este tipo de esta estrategia se itera hasta conseguir la convergencia global del problema las características de estabilidad de este procedimiento serán semejantes al del esquema monolítico [21].

Una alternativa intermedia a las dos planteadas, es resolver los problemas de transporte de humedad y térmico en forma conjunta dando lugar a un nuevo problema llamado higo-térmico. Para este nuevo problema el número de variables nodales solo se eleva a tres (T, p_g, p_c). De esta manera el tamaño de las matrices del sistema no aumenta en forma exagerada pero la velocidad de convergencia se mejora notablemente. Luego se procede en forma semejante a la explicada en la segunda estrategia. Por cada paso de tiempo existe un ciclo de macroiteraciones hasta lograr la convergencia global del problema. En cada macroiteración se resuelven en forma secuencial el problema higo-térmico y el mecánico. Dichos problemas necesitan a su vez iteraciones debido a su carácter no-lineal. En la Figura 2 se representa un esquema de la estrategia propuesta.

Problema higo-térmico

Ecuaciones de gobierno del problema higo-térmico

El problema higo-térmico queda definido por la ecuación (49), de conservación de masa de aire seco, la ecuación (48), de conservación de masa de especies de agua, y la ecuación (59), de balance de entropía. Dichas ecuaciones se pueden compactar en una única ecuación vectorial de la siguiente manera:

$$\mathbf{C} \frac{d\mathbf{X}}{dt} - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla \mathbf{X}) + \mathbf{K}_v \nabla \mathbf{X} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (91)$$

donde

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{GG} & C_{GC} & C_{GT} \\ C_{CG} & C_{CC} & C_{CT} \\ C_{TG} & C_{TC} & C_{TT} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} p_g \\ p_c \\ T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{GG} & K_{GC} & K_{GT} \\ K_{CG} & K_{CC} & K_{CT} \\ K_{TG} & K_{TC} & K_{TT} \end{bmatrix}, \quad \nabla \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \nabla p_g \\ \nabla p_c \\ \nabla T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_G \\ f_c \\ f_T \end{bmatrix}$$

siendo

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{\alpha=l,v,a} C_p^\alpha w_x^\alpha & \sum_{\alpha=l,v,a} C_p^\alpha w_y^\alpha \end{bmatrix}$$

Las condiciones iniciales (61) se reformulan como

$$\mathbf{X}(t=0) = \mathbf{X}^0 \quad \text{en } (\Omega \cup \Gamma) \quad (92)$$

donde $\mathbf{X}^0 = [p_g^0 \quad p_c^0 \quad T_0]^T$.

Asimismo, las condiciones de contorno (62) y (63) se reescriben como

$$\text{Condiciones de Dirichlet} \Rightarrow \mathbf{X}(t) = \bar{\mathbf{X}}(t) \quad \text{en } \Gamma_x \quad (93)$$

$$\text{Condiciones de Neumann} \Rightarrow \mathbf{Q}_n = \bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}_\infty \quad \text{en } \Gamma_{\bar{q}} \quad (94)$$

donde

$$\bar{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{p}_g(t) \\ \bar{p}_c(t) \\ \bar{T}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{w}^a \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{w}^l + \mathbf{w}^v \cdot \mathbf{n} \\ (-\kappa \nabla T) \cdot \mathbf{n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_\infty = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_c(\rho_v - \rho_v^\infty) \\ \alpha_c(T - T_\infty) + v\sigma_0(ae_f T_f^4 - e_s T^4) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{q}_v + \bar{q}_l \\ \bar{q}_T \end{bmatrix}$$

Forma débil de las ecuaciones higo-térmicas

La forma débil de las ecuaciones de gobierno del problema higo-térmico se obtiene aplicando el método de los residuos ponderados. Multiplicando a las ecuaciones (91) y (94) por las funciones de peso $\mathbf{W}$ que satisfacen las condiciones de Dirichlet (93) en el contorno Γ_x , se obtiene luego de integrar por partes

$$\int_{\Omega} \mathbf{W}^T \mathbf{C} \frac{d\mathbf{X}}{dt} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \mathbf{W}^T \mathbf{K} \nabla \mathbf{X} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{W}^T \mathbf{K}_v \nabla \mathbf{X} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{W}^T \mathbf{f} d\Omega - \int_{\Gamma_{\bar{q}}} \mathbf{W}^T (\bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}_\infty) d\Gamma_{\bar{q}} \quad (95)$$

Integración del problema higo-térmico

Para la integración en el tiempo de la ecuación (95) se utilizará el esquema llamado Euler hacia atrás (backward Euler). Dicho esquema resulta incondicionalmente estable. Las derivadas temporales se expresarán entonces como

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \frac{\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n}{\Delta t} \quad (96)$$

donde $\mathbf{X}_{n+1}$ y $\mathbf{X}_n$ es el vector de variables de estado higo-térmicas $\mathbf{X}$ evaluados respectivamente en los instantes de tiempo $n + 1$ y n y Δt es el incremento de tiempo utilizado para integración temporal.

La integración espacial de las ecuaciones de gobierno del problema higo-térmico se realiza por medio del método de los elementos finitos [20]. Discretizando el dominio Ω en elementos finitos bi o tridimensionales de n nodos, las variables de estado higo-térmicas de cada elemento $\mathbf{X} = [p_g \ p_c \ T]^T$ se expresan en función de sus valores nodales de la forma tradicional como

$$\mathbf{X}^{(e)}(t) = [p_g(t) \ p_c(t) \ T(t)]_{(e)}^T = \mathbf{N}_{\mathbf{X}}^{(e)} \bar{\mathbf{X}}^{(e)}(t) \quad (97)$$

Los vectores gradiente $\nabla \mathbf{X}$ en cada elemento se obtienen como

$$\nabla \mathbf{X}^{(e)} = \nabla \mathbf{N}_{\mathbf{X}}^{(e)} \bar{\mathbf{X}}^{(e)}(t) = \mathbf{B}_{\mathbf{X}}^{(e)} \bar{\mathbf{X}}^{(e)}(t) \quad (98)$$

Utilizando para las funciones de peso $\mathbf{W}$ la misma interpolación que la de la variable $\mathbf{X}$ (Método de Galerkin), se puede expresar la ecuación (95) en la siguiente forma matricial

$$\hat{\mathbf{C}}_{n+1} \left(\frac{\bar{\mathbf{X}}_{n+1} - \bar{\mathbf{X}}_n}{\Delta t} \right) + \hat{\mathbf{K}}_{n+1} \bar{\mathbf{X}}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} \quad (99)$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{C}}_{n+1} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{C}_{n+1} \mathbf{N} d\Omega, \\ \hat{\mathbf{K}}_{n+1} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}_X^T \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{B}_X d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{N}_X^T \mathbf{K}_{v,n+1} \mathbf{B}_X d\Omega, \\ \mathbf{F}_{n+1} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_X^T \mathbf{f}_{n+1} d\Omega - \int_{\Gamma_{\bar{q}}} \mathbf{N}_X^T (\bar{\mathbf{Q}}_{n+1} + \mathbf{Q}_{\infty,n+1}) d\Gamma_{\bar{q}} \end{aligned}$$

Tratamiento de la no-linealidad del problema higo-térmico

La expresión (99) representa una ecuación no-lineal. Uno de los métodos más populares para resolución de problemas no-lineales es el de Newton-Rapshon. En el método de Newton-Rapshon se parte del vector de residuos $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}}_{n+1}) = \hat{\mathbf{C}}_{n+1} \left(\frac{\bar{\mathbf{X}}_{n+1} - \bar{\mathbf{X}}_n}{\Delta t} \right) + \hat{\mathbf{K}}_{n+1} \bar{\mathbf{X}}_{n+1} - \mathbf{F}_{n+1} \quad (100)$$

Para que exista equilibrio, dicho vector $\mathbf{R}$ debe ser nulo. En general, $\mathbf{R}$ no resulta inmediatamente nulo, y es necesario aplicar un método iterativo. Por tanto, para cada iteración, se plantea que una aproximación a la solución exacta de la siguiente manera

$$\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^{i+1} = \bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i + \Delta \bar{\mathbf{X}}_{n+1}^{i+1} \quad (101)$$

$$\mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^{i+1}) = \mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i) + \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \right]_{\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i} \Delta \bar{\mathbf{X}}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{0} \quad (102)$$

La expresión (102) representa un sistema de ecuaciones linealizado, el cual puede resolverse planteando

$$\tilde{\mathbf{K}}_{n+1}^{i+1} \Delta \bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i = -\mathbf{R}(\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i) \quad (103)$$

donde

$$\tilde{\mathbf{K}}_{n+1}^i = \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \right]_{\bar{\mathbf{X}}_{n+1}^i} = \left[\hat{\mathbf{C}}_{n+1}^i + \frac{\partial \hat{\mathbf{C}}_{n+1}^i}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \left(\frac{\bar{\mathbf{X}}_{n+1} - \bar{\mathbf{X}}_n}{\Delta t} \right) \right] + \left[\hat{\mathbf{K}}_{n+1} + \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{n+1}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \bar{\mathbf{X}}_{n+1} \right] - \left[\frac{\partial \mathbf{F}_{n+1}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \right]$$

En cada iteración se actualiza la variable $\mathbf{X}$ por medio de (101). El procedimiento iterativo continúa hasta que se satisfaga cierto criterio de convergencia en la solución.

Problema mecánico

Ecuaciones de gobierno del problema mecánico

El problema mecánico está definido por la ecuación (60) que se reescribe como:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}^0 + \sigma'_{ij} - b\delta_{ij}(\pi - \pi_0)) + \rho b_i = 0 \quad (104)$$

donde el tensor de tensiones efectivas σ'_{ij} está definido por (64).

Las condiciones iniciales del problema mecánico están dadas por la expresión (61d) para desplazamientos:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \text{en } (\Omega \cup \Gamma) \quad (105)$$

Asimismo se supone que se parte de un estado inicial en el que las tensiones efectivas y las tensiones totales son nulas:

$$\text{Para } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma'_{ij} = 0 \\ \sigma_{ij}^0 - b\delta_{ij}(\pi - \pi_0) = 0 \end{cases} \quad \text{en } (\Omega \cup \Gamma) \quad (106)$$

Es importante comentar que la presión de equivalente de poros inicial π_0 hace referencia a un estado inicial distinto del comienzo del análisis objeto de este trabajo. En general se considera que $\pi_0 = p_{atm}$ y corresponde al inicio de la etapa de fraguado en la que el medio poroso se encuentra totalmente saturado ($S_l = 1, 0 \Rightarrow p_c = 0, 0$).

Las condiciones de contorno (62d) y (63d) se reescriben como

$$\text{Condiciones de Dirichlet} \Rightarrow \mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}}(t) \quad \text{en } \Gamma_u \quad (107)$$

$$\text{Condiciones de Neumann} \Rightarrow \boldsymbol{\sigma}' \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{en } \Gamma_u^q \quad (108)$$

Forma débil de las ecuaciones equilibrio mecánico

Utilizando el principio de los trabajos virtuales puede obtenerse la siguiente expresión integral totalmente equivalente a las ecuaciones de equilibrio mecánico descritas en el apartado anterior [22]:

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \rho \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma_u^q} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma = 0 \quad (109)$$

donde $\delta \mathbf{u}$ y $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ son los vectores de desplazamientos y deformaciones virtuales respectivamente, $\mathbf{b}$ es el vector de fuerzas másicas, y $\boldsymbol{\sigma}$ representa el vector de tensiones totales:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 + \boldsymbol{\sigma}' - b(\pi - \pi_0)\mathbf{1} \quad (110)$$

siendo $\boldsymbol{\sigma}' = (1 - d^+)\bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ + (1 - d^-)\bar{\boldsymbol{\sigma}}^-$ el vector de tensiones efectivas y $\mathbf{1} = [1 \quad 1 \quad 0]^T$.

Discretización espacial de las ecuaciones equilibrio mecánico

Discretizando el dominio Ω en elementos finitos bidimensionales de n nodos, los desplazamientos $\mathbf{u}$ se expresan en función de sus valores nodales de la forma tradicional como

$$\mathbf{u}^{(e)}(t) = \mathbf{N}_u^{(e)} \mathbf{a}^{(e)}(t) \quad (111)$$

El vector de deformaciones totales se relaciona con el vector de desplazamientos nodales a través de la expresión:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{B}_u^{(e)} \mathbf{a}^{(e)}(t) \quad (112)$$

Reemplazando las ecuaciones (111) y (112) en (109) y desarrollando se llega a

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\sigma}' d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \rho \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_u^q} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T [\boldsymbol{\sigma}^0 - b(\pi - \pi_0) \mathbf{1}] d\Omega \quad (113)$$

La expresión (110) se puede reescribir como

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}(t)) = \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{a}(t)) - \mathbf{f}^{\text{ext}}(t) = \mathbf{0} \quad (114)$$

donde

$$\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{a}(t)) = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\sigma}' d\Omega \quad (115)$$

y

$$\mathbf{f}^{\text{ext}}(t) = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \rho \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_u^q} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T [\boldsymbol{\sigma}^0 - b(\pi - \pi_0) \mathbf{1}] d\Omega \quad (116)$$

Tratamiento de la no-linealidad del problema mecánico

Debido a que la dependencia de los desplazamientos $\mathbf{u}$ con las tensiones efectivas $\boldsymbol{\sigma}'$ es no-lineal, la expresión (114) representa una ecuación no-lineal. Utilizando nuevamente el método de Newton-Rapshon se plantea la expresión (114) del residuo $\mathbf{r}$ para el paso de tiempo $n + 1$:

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}_{n+1}) = \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{a}_{n+1}) - \mathbf{f}_{n+1}^{\text{ext}} = \mathbf{0} \quad (117)$$

Para que se cumpla la condición de equilibrio mecánico en cada paso de tiempo el vector de residuo $\mathbf{r}$ debe ser nulo. Para hallar los desplazamientos $\mathbf{a}_{n+1}$ que hagan nulo a dicho vector de residuos es necesario aplicar nuevamente un proceso iterativo. Por tal motivo se linealiza la expresión (117), planteando para cada iteración $i + 1$ la siguiente aproximación

$$\mathbf{a}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{a}_{n+1}^i + \Delta \mathbf{a}_{n+1}^{i+1} \quad (118)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}_{n+1}^{i+1}) = \mathbf{r}(\mathbf{a}_{n+1}^i) + \left[\frac{\partial \mathbf{f}^{\text{int}}}{\partial \mathbf{a}} \right]_{\mathbf{a}_{n+1}^i} \Delta \mathbf{a}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{0} \quad (119)$$

La expresión (119) representa un sistema de ecuaciones lineales que se resuelve planteando

$$\mathbf{K}_{n+1}^{i+1} \Delta \mathbf{a}_{n+1}^i = -\mathbf{r}(\mathbf{a}_{n+1}^i) \quad (120)$$

con $\mathbf{K}_{n+1}^{i+1} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}^{\text{int}}}{\partial \mathbf{a}} \right]_{\mathbf{a}_{n+1}^i} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}'}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{a}} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{\text{tan}} \mathbf{B} d\Omega$

donde $\mathbf{C}^{\text{tan}}$ es la matriz de rigidez tangente definida en el apartado A5-1.

En cada iteración se actualizan los desplazamientos $\mathbf{a}$ por medio de (118). El proceso iterativo continúa hasta que se satisfaga cierto criterio de convergencia en la solución.

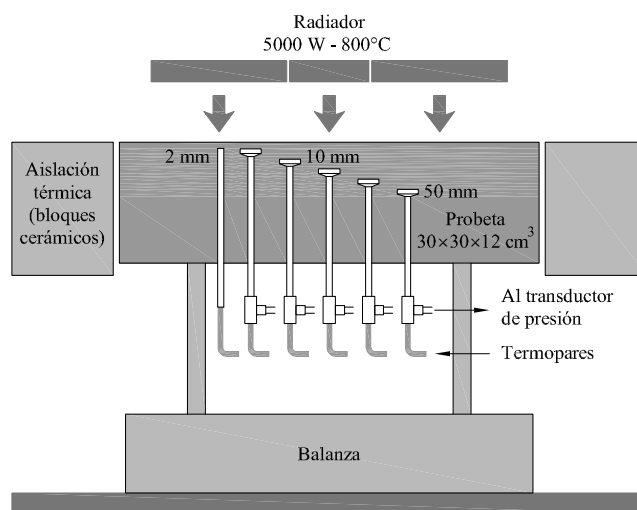


Figura 3. Configuración del ensayo (Kalifa *et al.*, 2000)

Implementación numérica

El modelo higo-termo-mecánico desarrollado en este trabajo para el análisis de estructuras de hormigón armado expuesta al fuego se ha implementado numéricamente. El resultado es un programa de cálculo llamado HTM.Concrete. Este programa fue preparado para funcionar dentro del entorno gráfico ofrecido por el programa GiD.

Ejemplo de validación

Para validar el modelo desarrollado se propone comparar los resultados del mismo con los valores obtenidos en la campaña experimental realizada por [23].

En la campaña experimental antes mencionada se ha aplicado una carga térmica sobre una de las caras de una pieza prismática de hormigón de medidas $30 \times 30 \times 12 \text{ cm}^3$. Los laterales de la pieza se encontraban aislados térmicamente por bloques cerámicos. La fuente de calor la proveía un radiador de 5 kW que cubre la superficie de la pieza y esta ubicado a de esta. La temperatura del radiador fue de 600°C . La configuración del ensayo se esquematiza en la Figura 3.

La pieza fue instrumentada mediante seis galgas termopares durante el hormigonado para medir temperaturas y presiones simultáneamente. Cinco de las galgas fueron ubicadas en la zona central de $10 \times 10 \text{ cm}^2$, a distancias de 10, 20, 30, 40 y 50 respectivamente de la superficie caliente.

Las propiedades del hormigón de la pieza ensayada se describen en la Tabla II. Las condiciones iniciales del ensayo se definen por un grado de saturación inicial $S_l = 0.77$ una presión de gas inicial $p_g = 101325 \text{ Pa}$, una temperatura inicial $T = 20^\circ\text{C}$ y una porosidad inicial $\phi = 0.094$.

Debido a la capa de aire que existe entre en el radiador y la superficie de la muestra, es difícil establecer de forma exacta las condiciones de contorno a la que está sometida la pieza. Dicha capa de aire produce cierto efecto de enfriamiento generando que la temperatura de sobre la superficie de la pieza sea menor que la del radiador. Asimismo los coeficientes de radiación y convección irán variando a lo largo del tiempo.

En [14] se analiza numéricamente este mismo ensayo. En dicho trabajo se proponen coeficientes de radiación y convección constantes y las condiciones de contorno descritas en la Tabla III.

Propiedad	Valor
Módulo de Young	$E_{20^{\circ}} = 44.2 \text{ Gpa}$
Módulo de Poisson	$\nu = 0.20$
Resistencia compresión uniaxial	$f_{ck_{20^{\circ}}} = 100 \text{ Mpa}$
Resistencia compresión biaxial	$f_{cb_{20^{\circ}}} = 116 \text{ Mpa}$
Resistencia tracción	$f_{ct_{20^{\circ}}} = 12.0 \text{ Mpa}$
Calor específico	Eurocode 2, 1995
Conductividad térmica	Kalifa <i>et al.</i> , 1998
Permeabilidad intrínseca	$K_{\text{int}} = 1.0 \text{ e-19 m}^2$

Tabla II. Propiedades del hormigón de la pieza

Borde	Variables	Valores y coeficientes
AB	p_g	$p_g = 101325 \text{ Pa}$
	p_c	$p_v = 1000 \text{ Pa}$, $\beta_c = 0.019 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
	T	Variación según Figura 4
		Convectivo $\alpha_c = 18 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
		Radiactivo $e_s = e_f = 0.9$ y $a = 0.9$
CD	p_g	$p_g = 101325 \text{ Pa}$
	p_c	$p_v = 1000 \text{ Pa}$, $\beta_c = 0.009 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
	T	$T = 20^{\circ}\text{C}$
		Convectivo $\alpha_c = 8,3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
		Radiactivo $e_s = e_f = 0.9$ y $a = 0.9$
P1	u	$u = \nu = 0.0$
P1	u	$\nu = 0.0$

Tabla III. Condiciones de contorno de la pieza

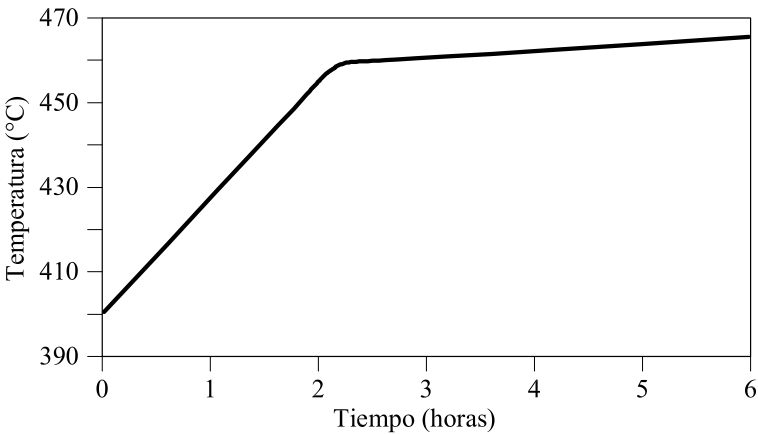


Figura 4. Evolución de la temperatura con el tiempo utilizada en la modelización numérica)

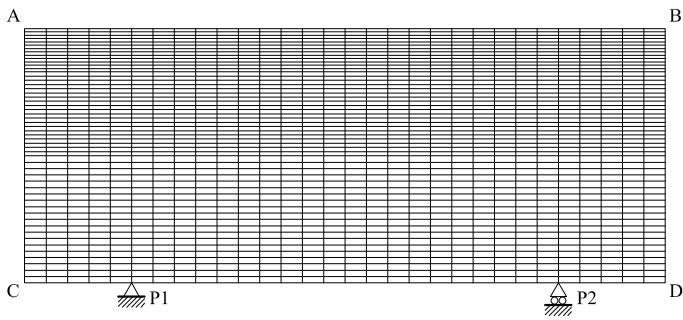


Figura 5. Discretización adoptada

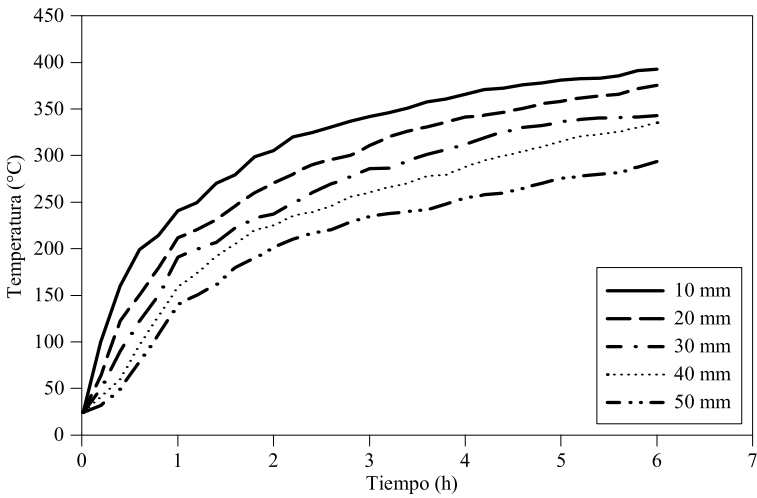


Figura 6. Resultados experimentales de la evolución de la temperatura con el tiempo

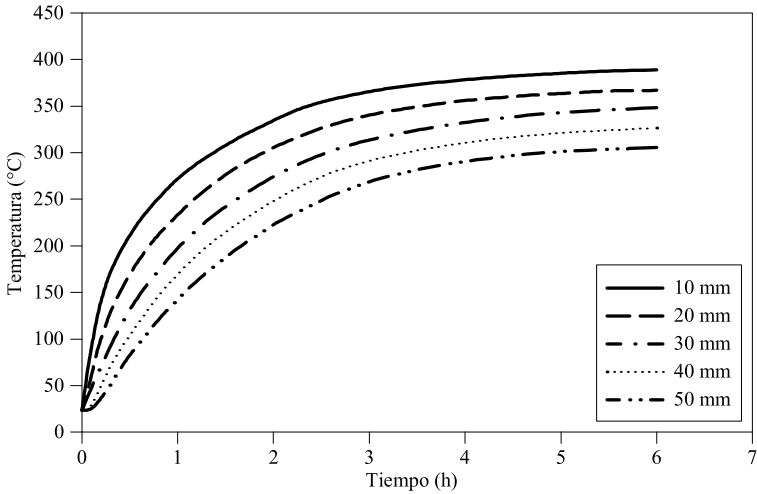


Figura 7. Resultados numéricos de la evolución de la temperatura con el tiempo

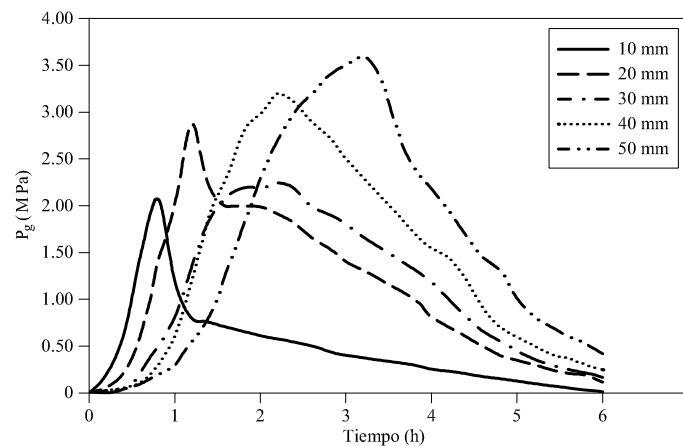


Figura 8. Resultados experimentales de la evolución de la presión de gas con el tiempo

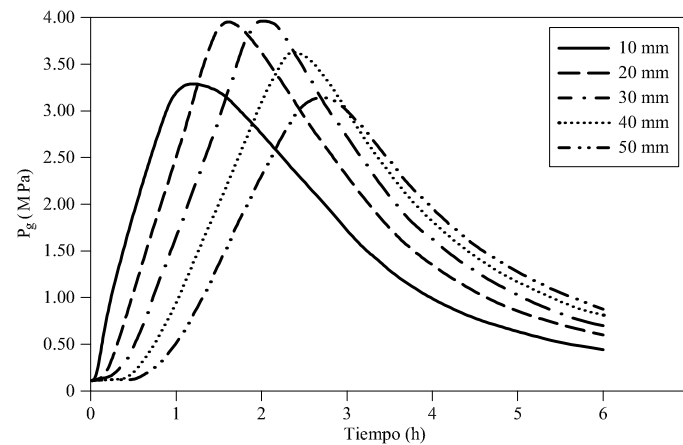


Figura 9. Resultados numéricos de la evolución de la presión de gas con el tiempo

Para el estudio numérico se realizará un análisis higo-termo-mecánico. Se supondrá que la pieza está bajo un estado plano de deformaciones. Se analiza una sección transversal de $30 \times 12 \text{ cm}^2$. Se han utilizado elementos finitos cuadrilátero de cuatro nodos. La discretización adoptada se muestra en la Figura 5.

La evolución de las temperaturas con el tiempo obtenidas con la simulación numérica se muestran en la Figura 6 la cual puede compararse con los resultados experimentales mostrados en la Figura 7. Analizando ambas figuras se observa que la correlación entre los resultados experimentales y numéricos es excelente. En general la predicción numérica de la temperatura es muy buena. Esto último se debe a que la determinación experimental de los parámetros que condicionan el problema térmico (conductividad y calor específico) muestra muy poca dispersión [24]. Esta característica no se repite para las variables hídricas (permeabilidad).

La evolución de las presiones de gas con el tiempo obtenidas con la simulación numérica se muestra en la Figura 8, la cual puede compararse con los resultados experimentales mostrados en la Figura 9. El acuerdo entre los resultados experimentales y numéricos es bastante bueno en cuanto a los valores máximos y la tendencia general. El valor del resultado experimental de la presión de gas a la profundidad de 30 mm no se corresponde con la tendencia creciente del resto de profundidades. En [23] se sugiere que este efecto puede

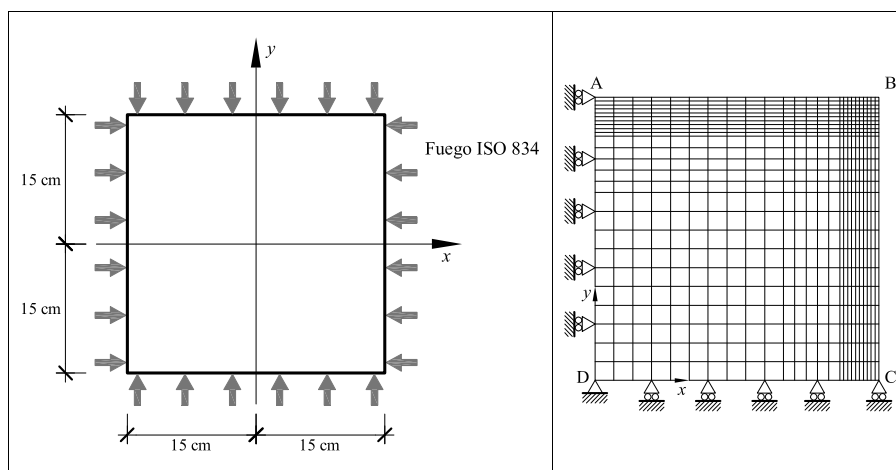


Figura 10. Geometría y discretización adoptada del pilar

deberse a la aparición de una fisura muy cerca de la galga a 30 mm de profundidad. Si fuera posible evitar esta perturbación en la lectura de la galga por la presencia de una fisura las presiones mostrarían un máximo y luego descenderían tal como se muestra en los resultados numéricos.

Ejemplo de aplicación: Pilar de 30 × 30 cm

Cuando un incendio afecta a una estructura de edificación es muy común que los pilares sufran spalling dejando al descubierto las armaduras. Si el pilar está muy armado, las barras de acero representan una parte importante del mecanismo resistente. En este caso el efecto del fuego directo sobre las barras conduce rápidamente al colapso del pilar. En este ejemplo se intenta reproducir el fenómeno de spalling en un pilar cuadrado de 30 × 30 cm. Para el análisis se considera que la sección transversal del pilar se encuentra bajo un estado plano de deformaciones. Por simplicidad y aplicando condiciones de simetría se ha considerado solamente un cuarto de pilar. La geometría del pilar y la discretización adoptada se representan en la Figura 10.

Las propiedades del material utilizadas en la simulación se muestran en la Tabla IV. Las condiciones de contorno se muestran en la Tabla V. Las condiciones iniciales del ensayo se definen por un grado de saturación inicial $S_l = 0.77$, una presión de gas inicial $p_g = 101325$ Pa, una temperatura inicial $T = 20^\circ\text{C}$ y una porosidad inicial $\phi = 0.082$.

Propiedad	Valor
Módulo de Young	$E_{20^\circ} = 34.52 \text{ GPa}$
Módulo de Poisson	$\nu = 0.18$
Resistencia compresión uniaxial	$f_{ck_{20^\circ}} = 60 \text{ Mpa}$
Resistencia compresión biaxial	$f_{cb_{20^\circ}} = 69.9 \text{ Mpa}$
Resistencia tracción	$f_{ct_{20^\circ}} = 6.0 \text{ Mpa}$
Calor específico	$C = 855 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$
Conductividad térmica	$\kappa_{20^\circ} = 1.92 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$
Permeabilidad intrínseca	$K_{\text{int}} = 2.0 \text{ e-18 m}^2$

Tabla IV. Propiedades del hormigón del pilar

Borde	Variables	Valores y coeficientes
AB y CD	p_g	$p_g = 101325 \text{ Pa}$
	p_c	$p_v = 1000 \text{ Pa}$, $\beta_c = 0.18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
	T	Curva ISO 834
		Convectivo $\alpha_c = 18 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
		Radiactivo $e_s = e_f = 0.9$ y $a = 0.9$
AD	$\mathbf{u}$	$u = 0$
DC	$\mathbf{u}$	$\nu = 0$

Tabla V. Condiciones de borde del pilar

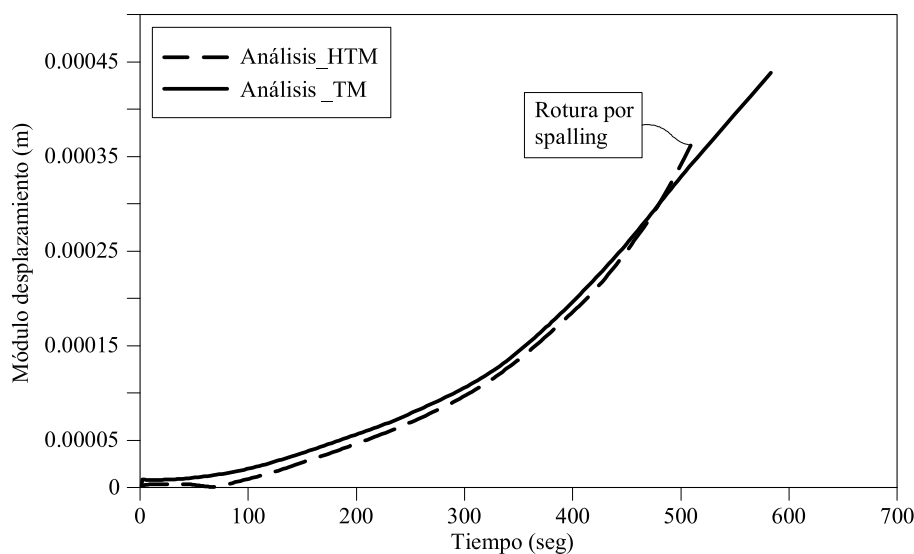


Figura 11. Evolución en el tiempo del desplazamiento del punto B

Para estudiar el comportamiento de este pilar se han realizado dos tipos de análisis: termo-mecánico (TM) e higo-termo-mecánico (HTM). La evolución en el tiempo del desplazamiento del punto B para ambos tipos de análisis se muestra en la Figura 11. En esta figura se puede observar que los desplazamientos obtenidos con un análisis TM son prácticamente idénticos a los obtenidos con un HTM. El análisis HTM presenta un fallo anticipado por efecto del spalling hidráulico.

En las Figuras 12 y 13 se presentan los resultados obtenidos del análisis higo-termo-mecánico en el final de la simulación.

Los resultados muestran la aparición de una fisura por spalling a aproximadamente 1.5cm de profundidad. En este caso el spalling se debe principalmente a las tensiones por efecto de la dilatación. En la Figura 14 se muestra como se generan tensiones de compresión paralelas a las superficies expuestas al calor. Estas tensiones representan en el hormigón dos bielas comprimidas. Dichas bielas al unirse en el punto B generan una componente de tracción en la dirección de la diagonal. Cuando estas tensiones de tracción superan la resistencia a tracción del hormigón se genera el spalling. La presión de poros genera un aumento de tensiones de tracción produciendo un fallo anticipado.

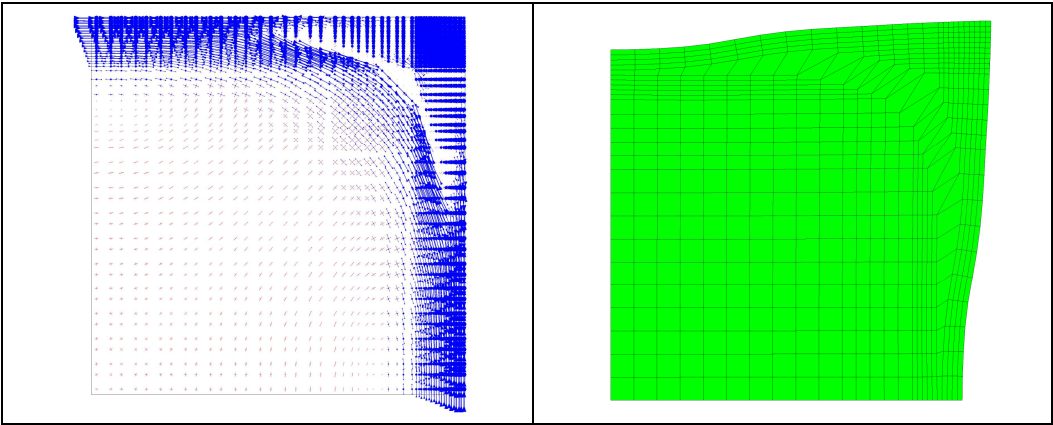


Figura 12. Mapa de colores de las variables higo-térmicas a 8.6 minutos

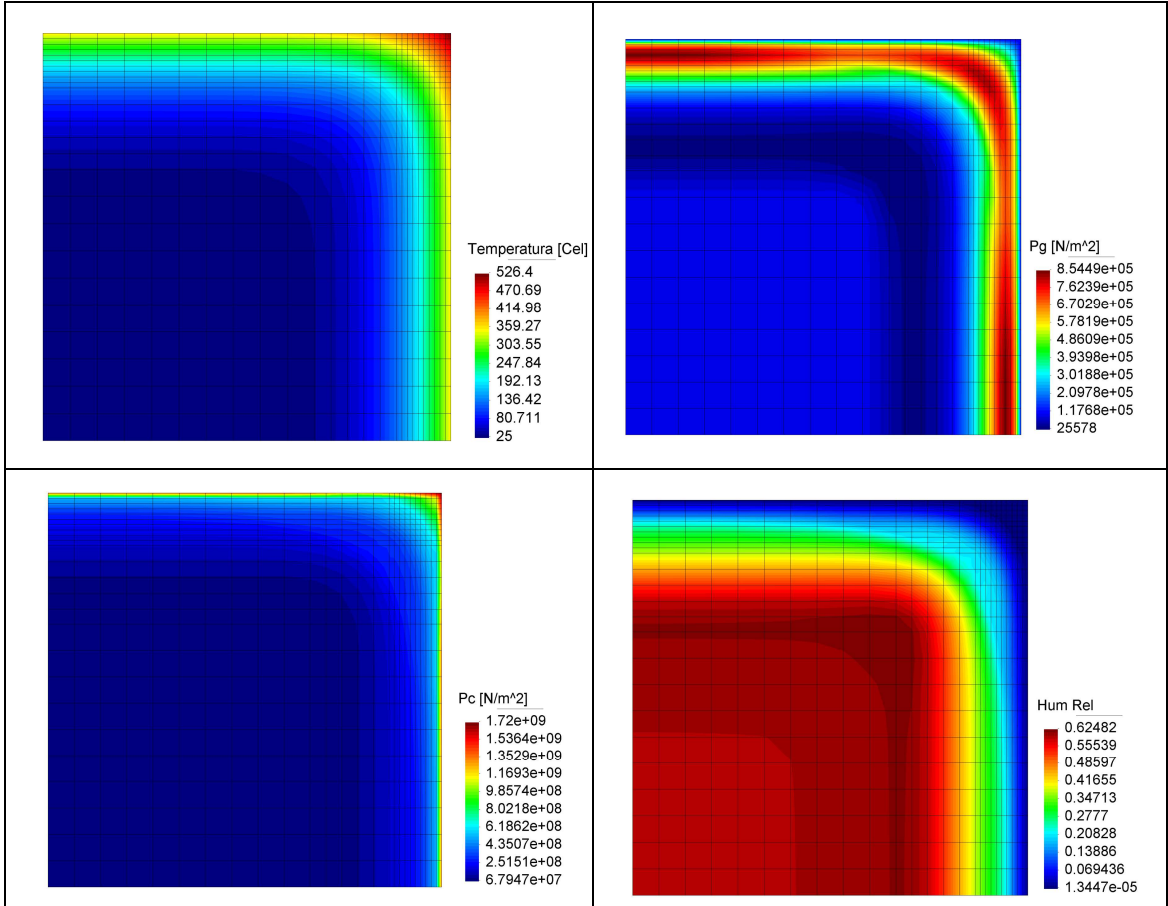


Figura 13. Tensiones principales y deformada a 8.6 minutos

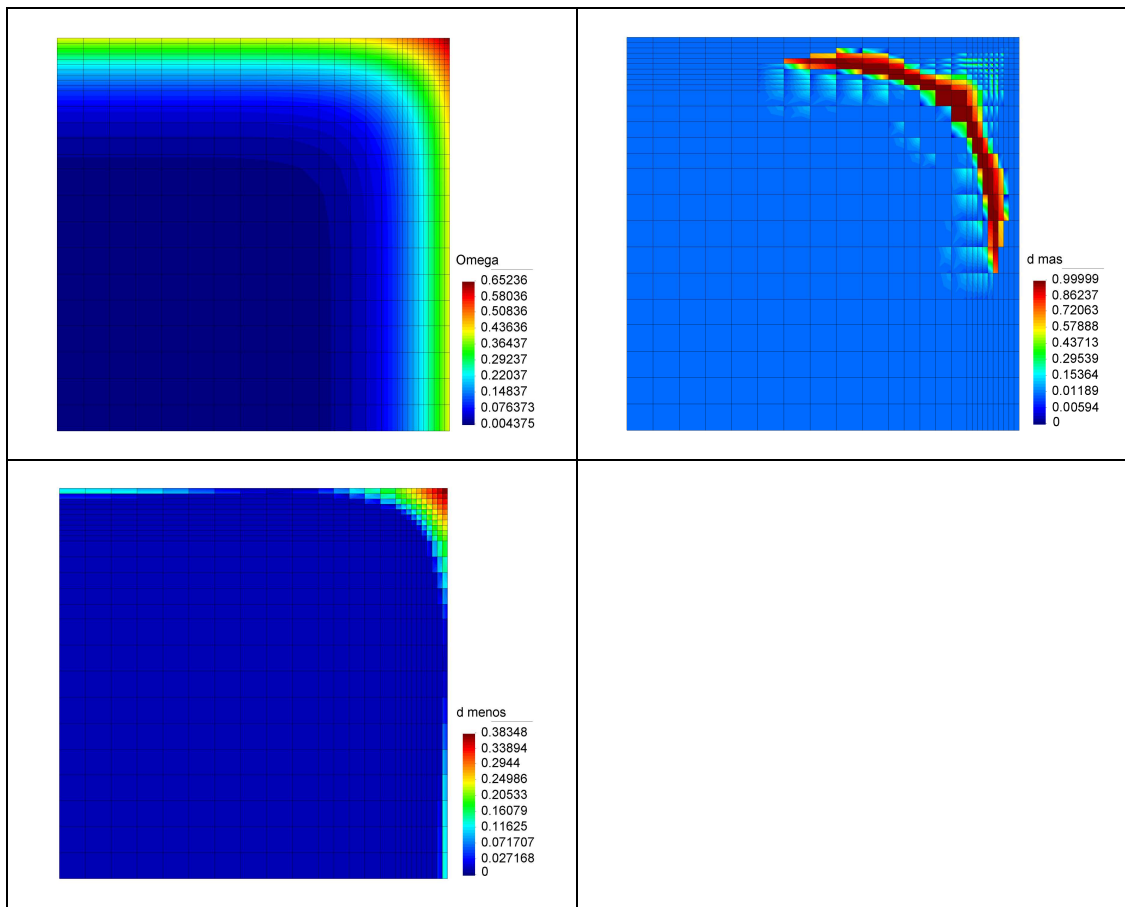


Figura 14. Mapa de colores de las variables de daño termo-mecánico a 8.6 minutos

CONCLUSIONES

Se ha propuesto un marco termodinámico para el hormigón expuesto a elevadas temperaturas dentro del contexto de la mecánica de los medios porosos no saturados. A partir de las variables de estado obtenidas del marco termodinámico y de las ecuaciones de gobierno del problema queda planteado un modelo higr-termo-mecánico para el hormigón expuesto a elevadas temperaturas.

Para evaluar la capacidad de predicción del modelo numérico propuesto se han realizado un ejemplo de validación. En dicho ejemplo, se han comparado los resultados numéricos obtenidos del modelo propuesto con resultados experimentales. En todos los casos la correlación obtenida ha sido bastante buena.

Se han realizado un ejemplo de aplicación. En dicho ejemplo ha quedado demostrada la capacidad del modelo propuesto para capturar el comportamiento general de una estructura de hormigón armado expuesta al fuego, y en especial el fenómeno de spalling.

REFERENCIAS

- 1 B.M. Luccioni, M.I. Figueroa y R.F. Danesi, "Termo-mechanics model for concrete exposed to elevated temperatures", *Engineering Structures*, Vol. **25**, pp. 729–742, (2003).

- 2 Z.P. Bazant, "Analysis of pore pressure, thermal stress and fracture in rapidly heated concrete", *International Workshop of Fire Performance of High-Strength Concrete*, NIST Special Publication 919, L.T. Phan, N.J. Carino, D. Duthinh, and E. Garboczi (eds.), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland, pp. 155–164, (1997).
- 3 T.Z. Harmathy, "Effect of moisture on the fire endurance of building elements", En *Moisture in Materials in Relation to Fire Tests*, ASTM Special Technical Publications 385, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 74–95, (1965).
- 4 F.-J. Ulm, O. Coussy, y Z.P. Bazant, "The "Chunnel" fire I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. **125**, pp. 272–282, (1999).
- 5 W. Nechnech, F. Meftah, y J.M. Reynouard, "An elasto-plastic damage model for plain concrete subjected to high temperatures", *Engineering Structures*, Vol. **24**, pp. 597–611, (2002).
- 6 D. Gawin, F. Pesavanto y B. Schrefler, "Modelling of higro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. **192**, pp. 1731–1771, (2003).
- 7 G. Mounajed y W. Obeid, "A new coupling F.E. model for the simulation of thermal hydro-mechanical behaviour of concrete at high temperatures", *Materials and Structures*, Vol. **37**, pp. 422–432, (2004).
- 8 R. Tenchev y P. Purnell, "An application of a damage constitutive model to concrete at high temperature and prediction of spalling", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. **42**, N° 26, pp. 6550–6565, (2005).
- 9 O. Coussy, "*Mechanics of porous continua*", John Wiley & Sons, Chichester, (1995).
- 10 O. Coussy, "*Poromechanics*", John Wiley & Sons, Chichester, (2004).
- 11 R. Faria, J. Oliver, y M. Cervera, "A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures". *Int. J. Solids and Structures*, Vol. **35**, N° 14, pp. 1533–1558, (1998).
- 12 R. Faria, J. Oliver, y M. Cervera, "Modelling material failure in concrete structures under cyclic actions", *J. Struct. Eng., ASCE*, Vol. **130**, N° 12, pp. 1997–2005, (2004).
- 13 S. Grasberger y G. Meschke, "Thermo-higro-mechanical degradation of concrete: From coupled 3D material modelling to durability-oriented multifield structural analyses", *Materials and Structures*, Vol. **37**, pp. 244–256, (2004).
- 14 D. Gawin, F. Pesavanto y B. Schrefler, "Modelling of higro-thermal behaviour and damage of concrete at temperature above the critical point of water", *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. **26**, pp. 537–562, (2002).
- 15 L.M. Kachanov, "Time of rupture process under creep conditions", *Izvestia Akademii Nauk, Otd Tech. Nauk*, Vol. **8**, pp. 26–31, (1958).
- 16 T. Prato, "Comportamiento mecánico del hormigón a edades tempranas, modelización y aplicaciones", *Tesis Doctoral*, Universitat Politècnica de Catalunya, (1999).
- 17 J. Oliver, "A consistent characteristic length for smeared cracking models", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. **28**, pp. 461–474, (1989).
- 18 C.V. Nielsen y N. Bićanić, "Residual fracture energy of high-performance and normal concrete subject to high temperatures", *Materials and Structures*, Vol. **36**, pp. 515–521, (2003). "
- 19 K.J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, USA, (1996).

- 20 O.C. Zienkiwicz y R.L. Taylor, “*El método del los elementos finitos. Mecánica de Sólidos*”, Vol. **2**, CIMNE, Barcelona, (2004).
- 21 M. Cervera, R. Codina, y M. Galindo, “On the computacional efficiency and implementation of block-iterative algorithms for nonlinear coupled problems”, *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, Vol. **13**, pp. 4–30, (1996).
- 22 L.E. Marlvorn, “*Introduction to the mechanics of continuous medium*”, Prentice-Hall, California, (1983).
- 23 P. Kalifa, F.-D. Menneteau y D. Quenard, “Spalling and pore pressure in HPC at high temperatures”, *Cement and Concrete Research*, Vol. **30**, pp. 1915–1927, (2000).
- 24 P. Kalifa, M. Tsimbrovska y V. Baroghel-Bouny, “High-Perfomance concrete at elevated temperatures- an extensive experimental investigation of thermal and hygral properties and microestructure”, En P.C. Aïtcin y Y. Delagrave (Eds.), *Proceedings of International Symposium on High-Perfomance and Reactive Powder Concretes*, Sherbrooke (Canada), pp. 127–143, (1998).

APÉNDICE

$$\begin{aligned}
C_{CG} &= \left[\frac{\rho_l S_l + \rho_v (1 - S_l)}{N} \right] + \phi (1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} \\
C_{CC} &= - \left[\frac{\rho_l S_l + \rho_v (1 - S_l)}{N} \right] \left(S_l + p_c \frac{d\chi}{dS_l} \frac{\partial S_l}{\partial p_c} \right) \phi (\rho_l - \rho_v) \frac{\partial S_l}{\partial p_c} + \phi (1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \\
C_{CT} &= - [\rho_l S_l + \rho_v (1 - S_l)] \left(3\alpha_\phi + \frac{p_c}{N} \frac{d\chi}{dS_l} \frac{\partial S_l}{\partial T} \right) + \phi (\rho_l - \rho_v) \frac{\partial S_l}{\partial T} + \phi (1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \left(\frac{\partial p_v}{\partial T} - \frac{p_v}{T} \right) - \phi S_l 3\alpha_l \rho_l \\
K_{CG} &= \left[\rho_l \frac{k_{\text{int}} k_{rl}}{\eta_l} + \rho_v \frac{k_{\text{int}} k_{rg}}{\eta_g} + \rho_v D_{ev} \left(\frac{1}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} - \frac{p_v}{p_g^2} \right) \right] \\
K_{CC} &= \left[-\rho_l \frac{k_{\text{int}} k_{rl}}{\eta_l} + \frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] \\
K_{CT} &= \left[\frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial T} \right] \\
f_C &= - [\rho_l S_l + \rho_v (1 - S_l)] \left[b \left(\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon^i}{dt} \right) + \frac{d\phi^{dehyd}}{dt} \right] \\
C_{GG} &= \frac{\rho_a (1 - S_l)}{N} + \phi (1 - S_l) \frac{M_a}{RT} \left(1 - \frac{\partial p_v}{\partial p_g} \right) \\
C_{GC} &= - \frac{\rho_a (1 - S_l)}{N} \left(S_l + p_c \frac{d\chi}{dS_l} \frac{\partial S_l}{\partial p_c} \right) - \phi \rho_a \frac{\partial S_l}{\partial p_c} - \phi (1 - S_l) \frac{M_a}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \\
C_{GT} &= - \rho_a (1 - S_l) \left(3\alpha_\phi + \frac{p_c}{N} \frac{d\chi}{dS_l} \frac{\partial S_l}{\partial T} \right) - \phi \rho_a \frac{\partial S_l}{\partial T} - \phi (1 - S_l) \frac{M_a}{RT} \left(\frac{\partial p_v}{\partial T} + \frac{p_a}{T} \right) \\
K_{GG} &= \left[\rho_a \frac{k_{\text{int}} k_{rg}}{\eta_g} - \rho_a D_{ea} \left(\frac{1}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} - \frac{p_v}{p_g^2} \right) \right] \\
K_{GC} &= \left[-\frac{\rho_a D_{ea}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] \\
K_{GT} &= \left[-\frac{\rho_a D_{ea}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial T} \right] \\
f_G &= - \rho_a (1 - S_l) \left[b \left(\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon^i}{dt} \right) + \frac{d\phi^{dehyd}}{dt} \right] \\
C_{TG} &= \left[\frac{\rho_v (1 - S_l)}{N} + \phi (1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} \right] L_{l \rightarrow v} \\
C_{TC} &= \left[-\frac{\rho_v (1 - S_l) S_l}{N} - \phi \rho_v \frac{\partial S_l}{\partial p_c} + \phi (1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] L_{l \rightarrow v}
\end{aligned}$$

$$C_{TT} = C_{eff} + \left[-\rho_v(1 - S_l) - 3\alpha_\phi - \phi\rho_v \frac{\partial S_l}{\partial T} + \phi(1 - S_l) \frac{M_v}{RT} \left(\frac{\partial p_v}{\partial T} - \frac{\partial p_v}{\partial T} \right) \right] L_{l \rightarrow v}$$

$$K_{TG} = - \left[\rho_v \frac{\chi k_{rg}}{\eta_g} + \rho_v D_{ev} \left(\frac{1}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_g} - \frac{p_v}{p_g^2} \right) \right] L_{l \rightarrow v}$$

$$K_{TC} = \left[-\frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial p_c} \right] L_{l \rightarrow v}$$

$$K_{TT}^1 = \kappa - \left[\frac{\rho_v D_{ev}}{p_g} \frac{\partial p_v}{\partial T} \right] L_{l \rightarrow v}$$

$$f_T = -l \frac{d\omega}{dt} + \left\{ [-\rho_v(1 - S_l)] \left[b \left(\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon^i}{dt} \right) + \frac{d\phi^{dehyd}}{dt} \right] \right\} L_{l \rightarrow v}$$