Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 6, 4, 483–491(1990)

ANÁLISE DE RISERS FLEXÍVEIS POR UM MÉTODO DE REDUÇÃO DE BASE

NELSON FRANCISCO FAVILLA EBECKEN
EDISON C.P. DE LIMA
e
BRENO PINHEIRO JACOB

COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro,
Programa de Engenharia Civil,
21945 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil.

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta procedimentos para a análise não-linear dinâmica de "risers" flexíveis, enfatizando a correta representação do modelo estrutural, através do uso de elementos tridimensionais apropriados, e do modelo hidrodinâmico, através de técnicas adequadas de representação das cargas ambientais. Ressalta-se a necessidade da utilização de ferramentas computacionais adequadas para a análise dinâmica não-linear destas estruturas. Descreve-se a aplicação de um método de redução de base em problemas não-lineares, e sua utilização na análise dinâmica não-linear de uma configuração típica de "riser" flexível é apresentada.

SUMMARY

This work presents numerical strategies for the nonlinear dynamic analysis of flexible risers. For accurate time domain analysis of deep sea risers, a realistic representation of the structural model and of hydrodinamic forces are required, as well as the use of efficient numerical strategies. The application of a reduction method in nonlinear problems is described, and an application on the nonlinear dynamic analysis of a typical riser configuration is presented.

INTRODUÇÃO

Sistemas flutuantes de exploração de petróleo no mar, geralmente situados em águas profundas, têm utilizado muito frequentemente estruturas conhecidas como "risers" flexíveis. Estas estruturas servem para conectar a cabeça do poço de petróleo, no fundo do mar, à estrutura de exploração na superfície, que geralmente é um navio ou uma plataforma semi-submersível.

Os "risers" estão sujeitos a carregamentos ambientais de corrente marítima e onda, a cargas gravitacionais de peso próprio e empuxo, e ao movimento imposto pela estrutura de exploração. Estes carregamentos não são necessáriamente coplanares, tornando a modelação física do "riser" um problema tridimensional. Deve-se levar

Recibido: Junio 1988

©Universitat Politècnica de Catalunya (España) ISSN 0213–1315

em conta também que efeitos de "vortex-shedding" reforçam este fato, gerando cargas transversais ao plano do "riser".

As forças de arraste devidas à corrente, bem como as cargas gravitacionais, podem ser tratadas como efeitos estáticos. No entanto, tanto as cargas devidas às ondas, como o movimento imposto pelo navio, são típicamente efeitos dinâmicos.

Além disso, é necessário que se leve em conta não somente estes efeitos dinâmicos, mas também considerar que o comportamento deste tipo de estrutura é acentuadamente não-linear. As fontes de não-linearidade são básicamente as seguintes:

- Não-linearidade geométrica, com efeitos de segunda ordem devidos aos acentuados deslocamentos que estas estruturas apresentam. A consideração da posição deslocada influi tanto na reavaliação da rigidez de estrutura quanto no cálculo das cargas de onda;
- Interação fluido-estrutura, gerando cargas de arraste, devidas a onda e corrente, proporcionais ao quadrado da velocidade relativa fluido-estrutura;
- Não-linearidade física, característica de material com relações constitutivas não-lineares;
- O contato variável do "riser"com o fundo do mar.

Por tudo isto, é fundamental que sejam utilizadas ferramentas computacionais adequadas para a análise dinâmica não-linear destas estruturas. Assim, este trabalho tem por objetivo descrever algumas destas técnicas e apresentar sua aplicação na análise dinâmica não-linear de uma configuração típica de "riser" flexível.

MODELO HIDRODINÂMICO

As ondas marítimas compõem um processo típicamente aleatório, tornando necessária uma análise estocástica para uma simulação mais realística do comportamento de "risers" flexíveis em operação.

A superfície do mar é suposta como um processo estocástico ergódico estacionário, produzido pela superposição de ondas infinitesimais com fases aleatórias. Estas suposições conduzem a um processo gaussiano, como pode ser demonstrado através do teorema do limite central[1].

Dois métodos básicos são disponíveis para a simulação de um mar aleatório: a) superposição de ondas, e b) filtros lineares. A maior parte dos algoritmos atualmente utilizados são baseados na superposição harmônica de ondas[2]; a amplitude de cada componente é relacionada ao valor do espectro de potência, na frequência correspondente a este componente, e os ângulos de fase são números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $(0, 2\pi)$.

Uma técnica alternativa para a simulação da superfície do mar utiliza um filtro linear, e foi proposta por diversos autores[2,3,4]. Baseado nesta técnica, a série temporal que representa as elevações do oceano são obtidas com o resultado de um filtro digital autoregressivo sobre um "white noise".

Os métodos baseados em superposição de ondas são expeditos e versáteis, já que podem levar em conta a dependência espacial e a correlação entre as ondas marítimas.

Contudo, um grande número de componentes de onda deve ser adotado, tornando estes métodos em muitos casos mais custosos do que métodos que empregam filtros lineares.

MODELO ESTRUTURAL

O Método dos Elementos Finitos[7], que tem uma tradição estabelecida na análise de problemas estruturais, é empregado para efetuar a discretização espacial do problema em questão. Para isto, utilizam-se elementos tridimensionais baseados nas equações da catenária[8]. Estas equações relacionam a geometria do elemento aos esforços em suas extremidades, e permitem a geração da matriz de rigidez do elemento e do vetor de esforços nodais através de um processo iterativo.

O contato variável do riser com o fundo do mar é representado por molas não-lineares conectadas aos nós mais próximos à ancoragem.

Para tirar partido das características dos carregamentos descritos na Introdução, é conveniente efetuar uma análise estática não-linear sob ação das cargas gravitacionais e de corrente. A configuração de equilíbrio estático resultante pode então ser utilizada como a configuração inicial para a análise dinâmica não-linear, de modo a auxiliar a convergência e a obtenção da resposta permanente.

RESPOSTA DINÂMICA

A análise estrutural tem se beneficiado da utilização de técnicas de redução de base, tanto em problemas estáticos como em problemas dinâmicos. Em problemas dinâmicos lineares a utilização destas técnicas é tradicional.

Os métodos de redução de base caracterizam-se por aplicar una transformação de coordenadas sobre a equação semi-discreta de equilibrio, que tem a seguinte forma:

$$\mathbf{M}\ddot{u}(t) + \mathbf{C}\dot{u}(t) + \mathbf{K}u(t) = F(t) \tag{1}$$

aonde $\mathbf{M}$ é uma matriz de massa; $\mathbf{C}$ é uma matriz de amortecimento; $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez; $F(t)$ é o vetor de cargas externas, e $\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$ e $u(t)$ são os vetores de aceleração , velocidades e deslocamentos nodais, respectivamente.

A transformação de coordenadas é genéricamente expressa pela fórmula

$$u = \phi x \tag{2}$$

aonde x é o vetor de incógnitas reduzidas, e ϕ é a matriz de transformação.

As diversas técnicas de redução de base podem se distinguir através da escolha da matriz de transformação ϕ. O processo geral consiste em aplicar às equações de equilíbrio dinâmico (1) a transformação de coordenadas definida por (2), de modo a obter-se a seguinte forma geral das equações reduzidas:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{x}(t) + \bar{\mathbf{C}}\dot{x}(t) + \bar{\mathbf{K}}x(t) = F(t) \tag{3}$$

aonde as matrizes reduzidas são típicamente dadas por

$$\overline{\mathrm{M}} = \phi^T \mathrm{M} \phi \tag{4}$$

O método clássico de superposição modal[7] constitui-se em tomar uma matriz de transformação ϕ composta pelos "m" modos de vibração de frequência mais baixa, ortonormalizados em relação à matriz de massa. Estes modos de vibração podem ser obtidos aplicando-se um método iterativo para a solução do problema de autovalor generalizado associado a (1).

As equações de equilíbrio (1) ficam então expressas na forma

$$\ddot{x}(t) + [2\xi_i\omega_i]\dot{x}(t) + \Omega x(t) = \phi^T F(t) \tag{5}$$

Ω é a "matriz de rigidez reduzida" diagonal, contendo os quadrados das "m" frequências naturais mais baixas; [2 ξ_i ω_i] é a "matriz de amortecimento reduzida" também diagonal, onde ξ_i são os coeficientes de amortecimiento associados aos modos de vibração considerados, e ω_i são as respectivas frequências naturais.

O sistema de equações (5) é desacoplado, e para sua integração no tempo pode-se utilizar uma técnica de integração exata por segmentos, supondo-se que o vetor de cargas varia linearmente de um intervalo de tempo para outro.

Apesar do método clássico de superposição modal ter sido extensivamente empregado, diversos problemas a ele inerentes podem ser enumerados, dente eles o fato de que é difícil ter conhecimento "a priori" do número adequado de autovetores necessários para compor a base. Além disso, uma base de autovetores ignora as características do carregamento do problema dinâmico em questão, de modo que um ou mais vetores da base podem ser quase ou totalmente ortogonais à carga aplicada, e portanto não terão participação significativa na resposta.

REDUÇÃO DE BASE COM VETORES DE RITZ-LANCZOS

Tendo em vista as limitações mencionadas quanto ao método clássico de superposição modal, justificava-se a procura de algoritmos mais eficientes. Wilson et al., em um artigo que tornou-se clássico[9], apresentou um algoritmo para a geração de uma base de vetores de Ritz aonde leva-se em conta a distribução espacial de carregamento dinâmico; mais tarde, Nour-Omid e Clough[10] demonstraram que este algoritmo apresentava similaridades com o algoritmo de Lanczos[11], originalmente destinado à tridiagonalização de matrizes e solução de problemas de autovalor generalizado.

Neste processo, os vetores que comporão a matriz de transformação são obtidos aplicando-se ortogonalizações de Gram-Schmidt a cada passo da sequência de Krylov, que é definida por

$$[v_1, K^{-1}Mv_1, (K^{-1}M)^1 v_1] \tag{6}$$

aonde v_1 é um vetor de partida, e K e M são as matrizes de rigidez e massa. Esta série truncada permite então obter vetores ortonormais à matriz de massa, que podem ser utilizados na redução das equações de equilibrio dinâmico (1).

A principal característica desta estratégia está na seleção do vetor de partida v_1. Tomando-se para v_1 o vetor contendo a resposta estática à distribuição espacial do carregamento externo, a matriz de transformação assim gerada será composta por vetores que são aproximações dos modos de vibração mais excitados pelo carregamento. Assim, em comparação com o método clássico de superposição modal, serão necessários menos vetores para representar corretamente a resposta dinâmica do sistema estrutural.

Em problemas dinâmicos não-lineares, as equações de equilíbrio dinâmico discretizadas no tempo podem ser expressas da seguinte forma incremental-iterativa:

$$\mathbf{M}(\mathbf{a}_{n+1}^{(k)} + \alpha m \mathbf{v}_{n+1}^{(k)}) + \mathbf{K}_T(\alpha k \mathbf{v}_{n+1}^{(k)} + \Delta \mathbf{d}_{n+1}^{(k)}) = \mathbf{F}_{n+1} - \mathbf{R}_{n+1}^{(k-1)} \tag{7}$$

aonde $\mathbf{a}_{n+1}$, $\mathbf{v}_{n+1}$ e $\mathbf{d}_{n+1}$ são as acelerações, velocidades e deslocamentos no instante de tempo t_{n+1}; $\Delta\mathbf{d}$ são os incrementos de deslocamentos; $\mathbf{R}$ são os esforços elásticos resistentes e $\mathbf{K}_T$ é agora uma matriz de rigidez tangente, dependente de uma configuração deformada. Considera-se amortecimento proporcional de Rayleigh, como αm e αk indicando respectivamente coeficientes de amortecimento proporcionais à massa e à rigidez. Nota-se ainda que a matriz de massas $\mathbf{M}$ pode incluir a massa estructural, a massa hidrodinâmica adicionada e massas discretas quaisquer.

Aplicando-se a transformação de coordenadas, prémultiplicando os termos de (7) por ϕ^T e considerando as propiedades de ortogonalidade da matriz de transformação ϕ, obtém-se a seguinte forma das equações de movimento reduzidas:

$$\mathbf{I}(\bar{\mathbf{a}}_{n+1}^{(k)} + \alpha m \bar{\mathbf{v}}_{n+1}^{(k)}) + \bar{\mathbf{K}}_T(\alpha k \bar{\mathbf{v}}_{n+1}^{(k)} + \Delta \bar{\mathbf{d}}_{n+1}^{(k)} = \Psi^T(\mathbf{F}_{n+1} - \mathbf{R}_{n+1}^{(k-1)}) \tag{8}$$

onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de ordem m.

Ao contrário do método de superposição modal clássico, estas equações não são desacopladas. Opcionalmente poderiam ser desacopladas através de solução de um problema de autovalor com a matriz de rigidez reduzida $\bar{\mathbf{K}}$, e desta forma poder-se-ia integrar analíticamente as equações desacopladas.

No entanto, considera-se mais conveniente simplesmente efetuar a discretização no tempo através do operador de Newmark, utilizando-se o método da aceleração média constante caracterizado pelos valores dos parâmetros de integração $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$, que é incondicionalmente estável[7].

Para uma utilização eficiente deste método de redução em problemas não-lineares, é essencial que se disponha também de uma estratégia adaptativa para a atualização da matriz de transformação a cada vez que ocorrer uma mudança sensível na rigidez do sistema.

A estratégia utilizada neste trabalho[12] combina o conceito de uma frequência "dominante", obtida através de uma expressão semelhante ao quociente de Rayleigh, com considerações heurísticas, através de incorporação de conhecimentos "especialistas" ao algoritmo. Este esquema permite controlar não somente a reavaliação da rigidez quando necessário, mas também determinar automáticamente o valor do intervalo de tempo, apresentando o melhor compromisso entre eficiência e custo computacional.

APLICAÇÃO

A Figura 1 apresenta uma configuração de riser flexível em catenária, conectada a uma plataforma semi-submersível instalada em uma lâmina d'água de 243 metros. O comprimento total do riser é 417 metros, e o comprimento da catenária em sua configuração de repouso, desde a conexão na plataforma até o ponto de contato com o fundo do mar, é de 277 metros.

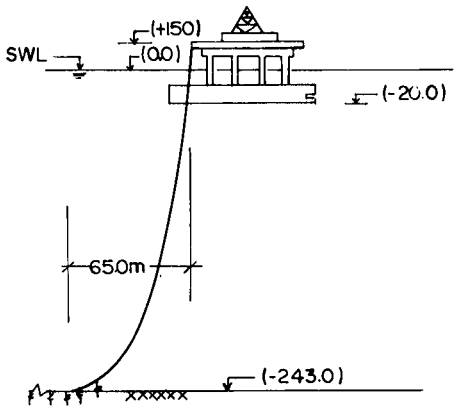


Figura 1. Riser Flexível em Catenária.

A Figura 1 também indica esquemáticamente as molas não lineares que representam o contato variável com o fundo do mar.

A Tabela I a seguir resume as propriedades físicas, hidrodinâmicas e geométricas do riser considerado, bem como as condições do carregamento.

EA = 3.924 E+09 N;
EI = 112. E+03 Nm^2;
Cm = 2.0;
Cd = 1.2;
Peso no ar = 975 N/m;
Peso na água = 444.4 N/m;
Diam. interno = 203.2 mm;
Diam. externo = 259. mm;
Corrente na superfície = 1.45 m/s;
Corrente no fundo = 0.25 m/s;
Amplitude da onda = 12.9 m;
Período da onda = 10.8 s;
Amplitude do movimento da plataforma = 10. m

Tabela I. Propriedades e carregamento.

A discretização espacial do riser, efetuada com os elementos de cabo catenária, é realizada em duas etapas.

Inicialmente utiliza-se uma discretização grosseira, tomando-se como base o comprimento total do riser e as coordenadas da ancoragem, da conexão com a plataforma e uma estimativa do ponto de contato como o fundo do mar.

Com esta malha inicial, efetua-se uma análise estática não-linear sob a ação das cargas gravitacionais. Esta análise fornece como resultado uma configuração de equilíbrio, que está representada por uma linha cheia na Figura 2.

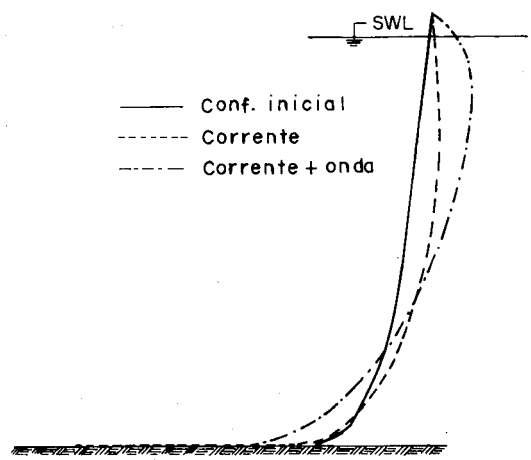


Figura 2. Configurações de Equilíbrio Estático.

Em seguida, a partir desta configuração inicial, tomam-se pontos adicionais da catenária para elaborar uma malha mais refinada. Esta malha refinada deve ser selecionada de modo a permitir uma discretização apropriada para a massa estrutural, bem como a correta representação das cargas ambientais e do contato variável com o fundo do mar.

A Figura 2 apresenta ainda as configurações de equilíbrio estático do riser sob a ação das cargas de corrente e onda somadas às cargas gravitacionais.

A configuração de equilíbrio resultante da ação das cargas típicamente estáticas, como mencionado anteriormente, é utilizada como a configuração inicial para a análise dinâmica não-linear. Assim, os resultados da análise não-linear estática considerando as cargas gravitacionais e de corrente são automáticamente transferidos para a análise dinâmica.

A análise dinâmica não-linear é efetuada utilizando-se os procedimentos apresentados nos itens anteriores. A Tabela 2 compara os resultados fornecidos pela análise estática, pela análise dinâmica como integração direta, e pela análise dinâmica com redução de base. Estes resultados estão em termos do esforço axial máximo no ponto de conexão do riser com a plataforma, para cargas ambientais de corrente apenas (C), e de corrente com onda (C+O).

A Figura 3 apresenta a curva de resposta do esforço axial no ponto de conexão do riser com a plataforma, obtida através da técnica de redução de base.

	C	C+O
Solução Estática	16.8	17.1
Integração Direta	23.6	24.8
Redução de Base	23.8	25.1

Tabela 2. Esforço axial na conexão de plataforma (T).

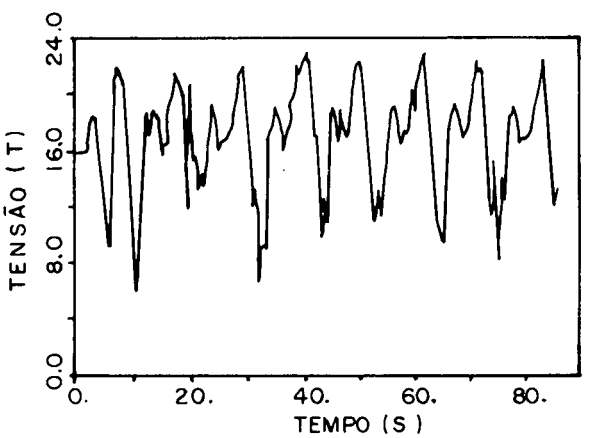


Figura 3. Esforço Axial na Conexão da Plataforma (T).

CONCLUSÃO

Procedimentos computacionais eficientes, robustos e econômicos são absolutamente necessários para a aplicação em "risers" flexíveis, para que se tornem viáveis as diversas análises requeridas no projeto, dimensionamento e estimativa de tempo de serviço deste tipo de estrutura. Estas análises são importantes também para fornecer dados para a simulação do controle do sistema flutuante acoplado ao "riser", de modo a aumentar a eficiência global destas operações na exploração de petróleo.

Assim, este trabalho apresentou procedimentos para a análise não-linear dinâmica de "risers" flexíveis sob a ação de cargas ambientais a do movimento do sistema flutuante, efatizando a correta representação do modelo estrutural, através do uso de elementos tridimensionais apropriados, e do modelo hidrodinâmico, através de técnicas adequadas de representação das cargas ambientais. A estratégia de utilizar a configuração de equilíbrio de uma análise estática como configuração inicial para a análise dinâmica também se constitui em uma contribuição importante à eficiência do processo.

A aplicação de um método de redução de base em um problema dinâmico não-

linear foi apresentada, mostrando-se que o método de redução de base com vetores de Ritz, que vem se estabelecendo em análises lineares, pode ser utilizado também em problemas não-lineares, desde que combinado com uma estratégia adequada para a atualização da matriz de transformação a cada vez que ocorrer uma mudança sensível na rigidez do sistema.

REFERÊNCIAS

1. R. Clough e J. Penzien, *"Dynamics of Strutures"*, McGraw-Hill, (1975).
2. L.E. Borgman, "Ocean Wave Simulation for Engineering Design", *J. of Waterways and Harbors Div., ASCE*, Nov. (1969).
3. K. Samii e J.K. Vandiver, "A Numerically Efficient Technique for the Simulation of Random Wave Forces on Offshore Strutures", *paper OTC-4811*, Offshore Technology Conference, (1984).
4. P.T.D. Spanos, "ARMA algorithms for Ocean Wave Modelling", *J. of Energy Resources Technology, ASME*, Vol. **105**.
5. T. Sarpkaya e M. Isaacson, "Mechanics of Wave Forces on Offshore Strutures", *Van Nostrand Reinhold*, (1981).
6. V.H. Safai, "Nonlinear Dynamic Analysis of Deep Water Risers", *Applied Ocean Research*, Vol. **5**, no. 4, (1983).
7. K.J. Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", *Prentice-Hall*, Englewood Cliffs, NJ, (1982).
8. M.M. Mourelle e N.F.F. Ebecken, "A Computational System for the Analysis of Marine Structures and Cable Arrays", *Offshore Engineering*, pp. 227–250, Pentech Press, (1983).
9. E.L. Wilson, M. Yuan e J.M. Dickens, "Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors", *J. Earthquake Engng. Struc. Dyan.*, Vol. **10**, pp. 813–821, (1982).
10. B. Nour-Omid e R.W. Clough, "Dynamic Analysis of Structures using Lanczos Coordinates", *J. Earthquake Engng. Struc. Dyn.*, Vol. **12**, pp. 565–577, (1984).
11. C. Lanczos, "An Iteration Method for the solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators", *J. Res. Ntl. Bur. Standards*, Vol. **45**, pp. 255–282, (1950).
12. B.P. Jacob e N.F.F. Ebecken, "A Computational System for the Nonlinear Dynamic Analysis of Deep Water Offshore Structures", Proceedings of the 8^{th} Int. Conf. on Offshore Mech. and Arctic Engng., *OMAE*, The Hague, (1989).