

# ANÁLISIS LINEAL CON ELEMENTOS FINITOS DE PILOTES DE MATERIAL COMPUESTO RELLENOS CON HORMIGÓN

Miguel E. Ruiz<sup>1</sup>, Miguel A. Pando<sup>2</sup> y Felipe J. Acosta<sup>3</sup>

**Resumen:** Los pilotes convencionales tradicionalmente se fabrican con materiales como madera, acero y hormigón. Estos pilotes presentan problemas de durabilidad cuando se instalan en ambientes marinos o agresivos. Algunos problemas que presentan incluyen disminución de la durabilidad del hormigón, corrosión del acero y ataque de micro organismos (termitas) a pilotes de madera. Se estima que se invierten alrededor de 1 billón de dólares anuales en la reparación de pilotes deteriorados. Se está considerando un nuevo tipo de fundación profunda como pilotes compuestos por un tubo de polímero reforzados con fibra (FRP, por sus siglas en inglés) rellenos de hormigón sin refuerzo, los cuales son una alternativa para proyectos ubicados en ambientes agresivos ya que éstos son más resistentes que los materiales convencionales. Este artículo presenta predicciones analíticas de ensayos a compresión realizados a especímenes de pilotes compuestos elaborados con tubos de FRP disponible comercialmente. También se presentan predicciones de ensayos a compresión llevados a cabo con probetas de acero rellenas con hormigón para comparar las diferencias de comportamiento entre ellos. El núcleo de hormigón se analiza con el modelo de Drucker-Prager mientras que el FRP y acero de recubrimiento se modelaron con comportamiento elástico y elasto-plásticos respectivamente. Se observa que las curvas de carga en compresión vs. deformación predichas por los modelos numéricos se aproximan razonablemente bien a los resultados obtenidos en el laboratorio. Además se observa que el modelo de Drucker-Prager en ambos tipos de probetas capta adecuadamente la expansión volumétrica medida en los especímenes ensayados.

**Palabras Claves:** hormigón confinado, modelos no-lineales de elementos finitos, pilotes compuestos.

## NON-LINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF CONCRETE-FILLED FRP COMPOSITE PILES

**Abstract:** Conventional piles are fabricated out of traditional materials such as wood, steel, and concrete. These piles experience durability problems when installed in marine or aggressive environments. Some of the experienced problems include the decreased durability of the concrete, steel corrosion, and micro-organism attack (termites) in wood piles. It is estimated that about 1 billion dollars are annually invested in repairing deteriorated piles. A new type of deep foundation is considered here consisting in piles formed by a fiber-reinforced polymeric (FRP) tube filled with unreinforced concrete, which is an attractive option for projects located in aggressive environments, since their resistance is much higher than conventional materials. This paper presents analytical predictions of compression testing of samples of composite piles using commercially available FRP tubes. The paper also presents analytical predictions of concrete-filled steel tubes to compare the difference in the behavior of both systems. The concrete nucleus was modeled by means of the Drucker-Prager adequately model while the FRP and steel tube were modeled by elastic and elasto-plastic models, respectively. It was found that the analytical compression-deformation curves approximate very well the experimental results. It is also observed that the Drucker-Prager model can represent the volumetric expansion measured in both specimens.

**Keywords:** composite piles, confined concrete, non-linear finite element modeling.

---

<sup>1</sup> Asistente de Investigación, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, PR 00681-9041. E-mail: [mrui@uprm.edu](mailto:mrui@uprm.edu).

<sup>2</sup> Catedrático Auxiliar, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, PR 00681-9041. E-mail: [mpando@uprm.edu](mailto:mpando@uprm.edu).

<sup>3</sup> Catedrático Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, PR 00681-9041. E-mail: [facosta@uprm.edu](mailto:facosta@uprm.edu).

## INTRODUCCIÓN

Los pilotes compuestos son una alternativa para sustituir fundaciones profundas convencionales, en donde se combina un núcleo de hormigón con algún otro material, como polímeros reforzados con fibras (FRP, por sus siglas en inglés), acero, o plásticos reciclados, para formar una camisa exterior. Un objetivo de esta técnica es proteger el hormigón y/o el acero de refuerzo aislándolo de efectos externos. De este modo se logra reducir costos de mantenimiento y prolongar la vida útil de los pilotes, especialmente cuando estos se hallan en ambientes marinos u otros ambientes corrosivos. Numerosos investigadores y agencias viales de Estados Unidos han estudiado la posibilidad de utilizar pilotes compuestos de FRP rellenos de hormigón debido a los elevados costos de reemplazo y reparación de pilotes existentes, el cual se acerca a 1 billón de dólares anuales (Lampo, 1998, Iskander y Hassan, 1998).

Algunas de las aplicaciones de los pilotes compuestos son para estructuras de defensa en ambientes marinos, estructuras de fundación para estructuras livianas o, en muchos casos, temas de investigación en laboratorios de instituciones universitarias (Iskander y Hassan, 1998). Las funciones más importantes de la camisa de FRP son la de proveer una especie de encofrado durante el colado, confinar el concreto de relleno, servir de refuerzo al pilote frente a esfuerzos de tracción, y proteger al hormigón de la degradación. El relleno de hormigón provee esencialmente la capacidad portante en compresión del pilote (Fam, 2000). A pesar de que este sistema tiene gran potencial, su implementación no ha tenido gran aceptación en la práctica. Esto se debe principalmente a la falta de conocimiento sobre el comportamiento del sistema y a su alto costo inicial. Sin embargo, diseñados adecuadamente, los pilotes compuestos con camisa de FRP prometen brindar mayor vida útil y resistencia al deterioro que los pilotes convencionales si son usados en estructuras expuestas a ambientes agresivos. Esto representa una potencial reducción sustancial de costos a largo plazo en el mantenimiento de los proyectos.

Muchos investigadores se han dedicado al estudio del comportamiento estructural de pilotes compuestos de FRP rellenos con hormigón (Lampo, 1998, Fam, 2000, Fam y Rizkalla, 2001, Samaan et al, 1998, Mirmiran et al, 1999, 2001, Moran y Pantelides, 2002, Becque et al, 2003). Aunque estas investigaciones han ampliado el conocimiento sobre el comportamiento de pilotes compuestos, todavía existen numerosos aspectos desconocidos sobre el tema.

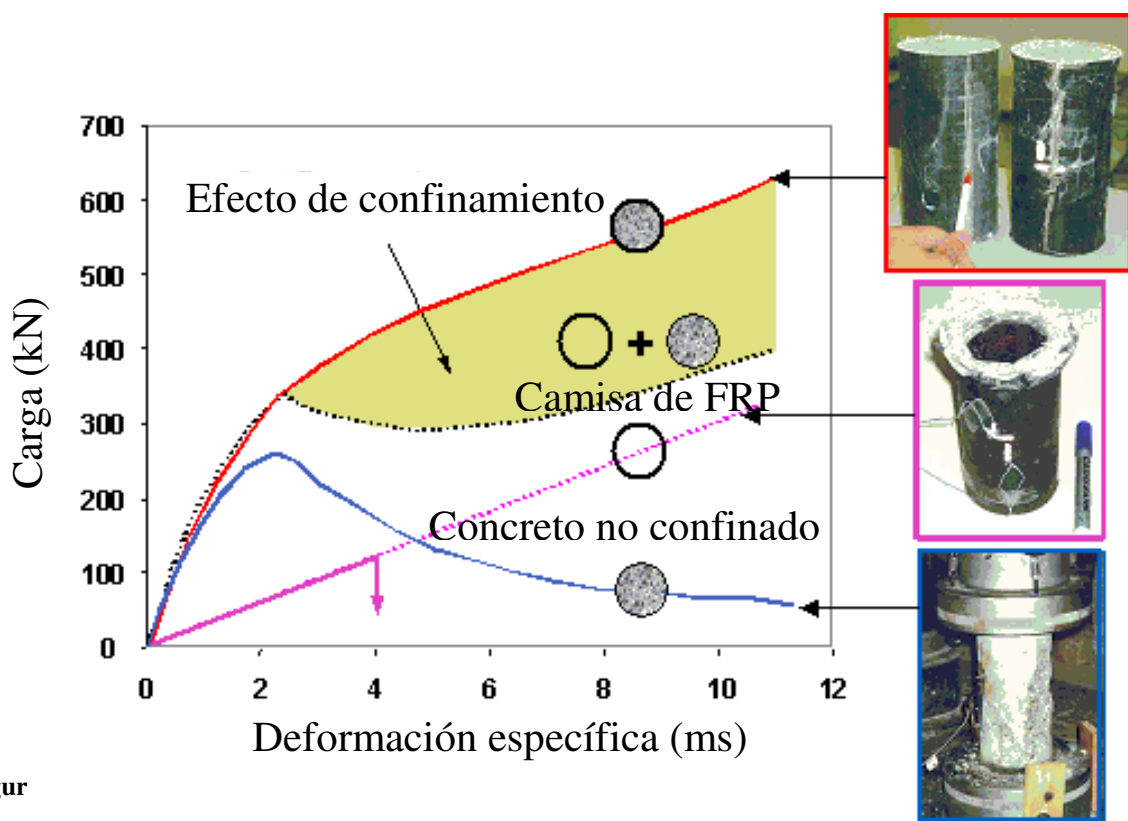
Este artículo presenta un estudio analítico de pilotes compuestos formados por una camisa de FRP rellenos con hormigón cuyo propósito es predecir su comportamiento axial. Para el estudio se utilizó la herramienta no lineal del paquete comercial de análisis por elementos finitos ABAQUS. Los modelos fueron calibrados con datos experimentales de muestras de pilotes compuestos sometidos a compresión pura. También se compararon los resultados con tubos de acero rellenos de hormigón como base para la discusión de los resultados.

## ESTUDIOS PREVIOS SOBRE EL COMPORTAMIENTO AXIAL DE PILOTES DE FRP RELLENOS CON HORMIGÓN

El comportamiento axial de tubos de FRP rellenos con hormigón se ha estudiado extensamente (Fam, 2000, Fam y Rizkalla, 2001, Moran y Pantelides, 2002, Becque et al, 2003, Shehata et al, 2002, Fam et al, 2001). La mayor parte de estos estudios proponen modelos para representar el comportamiento de los pilotes basados en resultados de ensayos que muestran que una curva típica de compresión-deformación de un tubo de FRP relleno de hormigón es aproximadamente bilineal, como se muestra en la Figura 1.

Como se observa en la Figura 1, la camisa de FRP contribuye estructuralmente resistiendo parte de la carga axial y a la vez proveyendo confinamiento al hormigón de relleno. En la Figura 1 también se compara lo que serían las respuestas individuales del hormigón y el tubo de FRP, su adición directa y la respuesta del compuesto. De la figura es evidente que el confinamiento del concreto por el tubo de FRP incrementa sustancialmente la capacidad del sistema. Fam y Rizkalla (2001), estudiaron el efecto del hormigón confinado en la capacidad de carga axial del elemento estructural en probetas cortas de FRP rellenas de hormigón.

La curva carga-deformación de la probeta compuesta comienza a separarse de la curva de resistencia del hormigón no confinado en las cercanías de la resistencia máxima del hormigón. A medida que el nivel de tensiones (o esfuerzos) se aproxima a la resistencia máxima del hormigón, las micro-fisuras del concreto se extienden por todo el núcleo a la vez que se incrementa la expansión lateral del mismo. Debido a esta expansión lateral del relleno, la camisa de FRP ejerce una presión radial de confinamiento que se incrementa constantemente debido a que el FRP presenta un comportamiento aproximadamente lineal-elástico hasta la rotura (Fam, 2000).



Figur

La pendiente del segundo tramo recto de la curva carga-deformación del FRP es función, principalmente, de la rigidez a tracción en la dirección circunferencial del tubo. La resistencia máxima del tubo compuesto depende de la resistencia a tracción en la dirección circunferencial de la camisa de FRP. En la referencia Fam y Rizkalla (2001) puede encontrarse una descripción más detallada del comportamiento de tubos de FRP rellenos de hormigón sometidos a compresión axial.

La capacidad axial de pilotes de FRP rellenos de hormigón puede predecirse utilizando el método de elementos finitos o modelos de confinamiento. Un gran número de investigadores han desarrollado modelos de confinamiento para predecir el comportamiento del sistema. En la Tabla 1 se resumen algunos de los modelos de confinamiento que se han propuesto para modelar tubos de FRP rellenos de hormigón. Debido a lo extenso de la discusión, este artículo no detalla el desarrollo de estos modelos. Para información adicional refiérase a las respectivas publicaciones.

## PROGRAMA EXPERIMENTAL

Se estudió la conveniencia de utilizar el método de elementos finitos para predecir el comportamiento estructural de tubos de FRP rellenos con hormigón cargados axialmente. Para esto se compararon los resultados analíticos de los modelos numéricos con los resultados experimentales obtenidos en las Universidades Virginia Tech y North Carolina State (Pando, 2003 y Fam et al, 2002). El programa experimental se llevó a cabo con tubos de FRP fabricados por las firmas Lancaster Composites y Hardcore Composites, Inc. En este estudio sólo se presentan análisis para los tubos de FRP provistos por Lancaster Composites. Los pilotes ensayados tenían un diámetro nominal de 0.305 m (12 in) y fueron diseñados mediante el procedimiento de diseño estándar del fabricante. Cabe aclarar que ambos fabricantes de material compuesto pueden modificar la composición del material de los tubos (en cuanto al número de capas, orientación de las fibras, y tipo de resinas) para satisfacer determinados requerimientos de un proyecto en particular. En las siguientes secciones se presenta una descripción de los tubos utilizados en los ensayos. La descripción incluye dimensiones, material, número de capas, estructura del laminado, contenido fibra y técnica de fabricación.

**Tabla 1: Expresiones de los modelos de confinamiento para calcular la máxima resistencia y la máxima deformación axial del hormigón confinado (adaptado de Shehata et al, 2002).**

Referencia	Tipo de confinamiento	Resistencia máxima $f_{cc}$	Deformación última $\epsilon_{cc}$
------------	-----------------------	-----------------------------	------------------------------------

[12]	Tubo de GFRP relleno de hormigón	$f_{co} \left[ 1 + 2.05 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right) \right]$	$0.002 \times \left[ 1 + 0.5 \cdot \left( \frac{E_f \cdot t_f}{D \cdot f_{co}} \right) \right]$
[13]	Tubo de FRP relleno de hormigón	$f_{co} \left[ 1 + 2.1 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.87} \right]$	$0.002 \times \left[ 1 + 5 \cdot \left( \frac{2 \cdot t_f \cdot f_f}{D \cdot f_{co}} \right) \right]$
[14]*	Tubo de GFRP relleno de hormigón	$f_{co} + 4.269 \cdot f_l^{0.587}$	---
[15]**	Hormigón envuelto con CFRP	$f_{co} \left[ 1 + 3.5 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right) \right]$	$0.002 \times \left[ 1 + 10.6 \cdot \left( \frac{2 \cdot t_f \cdot f_f}{D \cdot f_{co}} \right)^{0.373} \right]$
[5]*	Tubo de GFRP relleno de hormigón	$f_{co} + 6.0 \cdot f_l^{0.7}$	$\frac{f_{cc} - 0.872 \cdot f_{co} - 0.371 \cdot f_l - 6.258}{245.61 \cdot f_{co}^{0.2} + 1.3456 \cdot \frac{E_f \cdot t_f}{D}}$
[16]	Tubos de GFRP y CFRP rellenos de hormigón	$f_{co} \left[ 1 + 2.2 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.84} \right]$	$\epsilon_{co} \times \left[ 1 + (537 \cdot \epsilon_f + 2.6) \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right]$
[17]	Tubos de GFRP y CFRP rellenos de hormigón	$f_{co} \left[ 1 + 3.5 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.85} \right]$	$\epsilon_{co} \times \left[ 1 + (310.57 \cdot \epsilon_f + 1.9) \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right]$
[18]	Hormigón envuelto con CFRP y GFRP	$f_{co} \left[ 0.2 + 3 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.5} \right]$	$\epsilon_{co} \times \left[ 2 + 1.25 \cdot \frac{E_c}{f_{co}} \cdot \epsilon_f \cdot \sqrt{\frac{f_l}{f_{co}}} \right]$

Notas: \* unidades en MPa, \*\* La ecuación para  $\epsilon_{cc}$  es válida para  $f_{co} = 30$  MPa.

CFRP = Polímero reforzado con fibra de carbono, GFRP = polímero reforzado con fibra de vidrio,

$f_{co}$  = Resistencia a compresión del hormigón sin confinar,  $\epsilon_{co}$  = deformación última del hormigón sin confinar,

$E_f$  = Módulo de elasticidad en dirección circunferencial del tubo de FRP,  $f_f$  = Resistencia a tracción en dirección circunferencial del tubo de FRP,

$f_l$  = presión lateral de confinamiento,  $t_f$  = espesor del tubo de FRP,  $D$  = diámetro del hormigón de relleno.

### Propiedades físicas de los tubos de FRP

Lancaster Composites, Inc. proporcionó los tubos para las probetas, los cuales fueron fabricados por la división de tubos compuestos de fibra de vidrio (*Fiberglass Composite Pipe Division*) de la compañía internacional Ameron. Los tubos de FRP se fabricaron con la técnica de *filament-winding*. En dicha técnica las fibras continuas de *E-Glass* impregnadas en resina epóxica parcialmente curada se enrollan alrededor de un mandril rotante de acero siguiendo un patrón de enrollado determinado. Luego de colocar la fibra impregnada, se completa el proceso de curado de la resina para que todo el material quede integrado. La caracterización de los tubos de FRP se llevó a cabo visualmente, con información provista por el fabricante, y con ensayos de incineración de la resina. Los ensayos de incineración se llevaron a cabo siguiendo la norma ASTM D2584. En la Tabla 2 se encuentran los resultados de los ensayos de incineración junto con información adicional sobre los tubos de material compuesto. Estos tubos son de 30.48 cm de diámetro y tienen un contenido volumétrico de fibra de 45.8%.

**Tabla 2: Características de tubos de material compuesto de 30.48 cm (12 in) de diámetro provisto por Lancaster Composites Inc.**

Diámetro exterior medido	$324.7 \pm 1.9$ mm <sup>(1)</sup>
Espesor total de la camisa	$6.05 \pm 0.14$ mm <sup>(1)</sup>

Espesor del recubrimiento	0.59 ± 0.05 mm <sup>(1)</sup>
Material del recubrimiento	Epoxy resin sandwiched between industrial paper
Tipo de fibra	Owen Corning Type 30 113 Yield E-glass
Tipo de resina	Epoxy anhydrite hardener/Dow Der 331 (83/100 ratio)
Ángulo de las fibras para cada capa	[-88°/+8° /-88° /+8° /-88°/+8° /-88°/+8° /-88°] <sub>Total</sub> <sup>(2)</sup>
Espesor promedio de cada capa	[0.54/0.69/0.54/0.69/0.54/0.69/0.54/0.69/0.54] (mm)
Fracción en volumen de la fibra	45.8 ± 1.0 % <sup>(1), (3)</sup>
Fracción en volumen de las capas a 88°	38.4 ± 1.0 % <sup>(1)</sup>
Fracción en volumen de las capas a 8°	55.8 ± 0.3 % <sup>(1)</sup>

Notas: (1): Promedio ± desviación estándar

(2): Ángulos medidos con respecto al eje longitudinal del pilote.

(3): Basado en el volumen del laminado, i.e. el recubrimiento no se ha considerado en el cálculo del volumen.

### Propiedades mecánicas de los tubos de FRP

Para modelar los tubos de material compuesto es necesario estimar sus propiedades mecánicas en direcciones axial y circunferencial. Las propiedades en dirección axial se midieron en ensayos a tracción de probetas longitudinales obtenidas de muestras de tubos del material compuesto. Las propiedades mecánicas en sentido circunferencial se obtuvieron a través de ensayos de tensión, conocido como *split-disk test*, en anillos cortados de los tubos de material compuesto. A pesar de que se sabe que las propiedades en tensión y compresión en materiales compuestos varían entre sí, en este estudio se utilizó la propiedad en tensión para ambos estados de carga. En la Tabla 3 se encuentran resumidas las propiedades tensionales en las direcciones longitudinal y circunferencial de los tubos.

**Tabla 3: Propiedades mecánicas de las camisas de material compuesto (adaptado de Fam et al, 2003).**

Propiedad medida		Tubo de FRP de 30.48 cm de diámetro	
		Tensión longitudinal	Tensión circunferencial
Resistencia a la Tracción (MPa) <sup>(1)</sup>	Media	249.32	195.24
	DE <sup>(3)</sup>	17.72	15.89
Deformación pico (%)	Media	1.70	1.28
	DE	0.25	0.10
Módulo inicial (GPa) <sup>(2)</sup>	Media	23.25	16.49
	DE	2.06	2.26
Número de especímenes	N	9	11

Notas: (1): Resistencia calculada usando el espesor total del tubo de FRP (incluye el recubrimiento del tubo)

(2): Módulo inicial, calculado entre 0 y 4000 µε

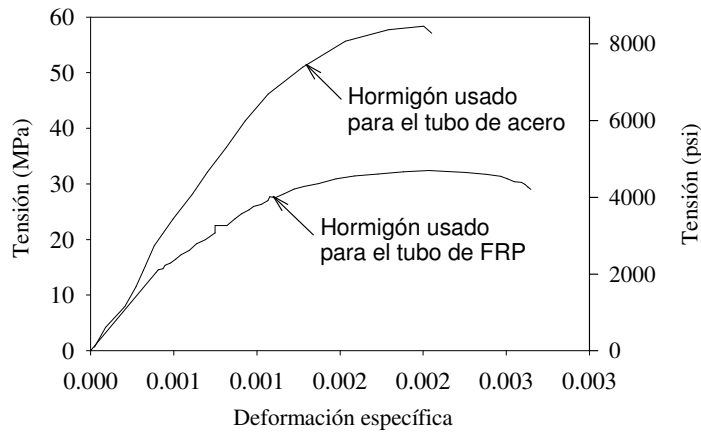
(3): DE = Desviación estándar

### Propiedades mecánicas de los tubos de acero

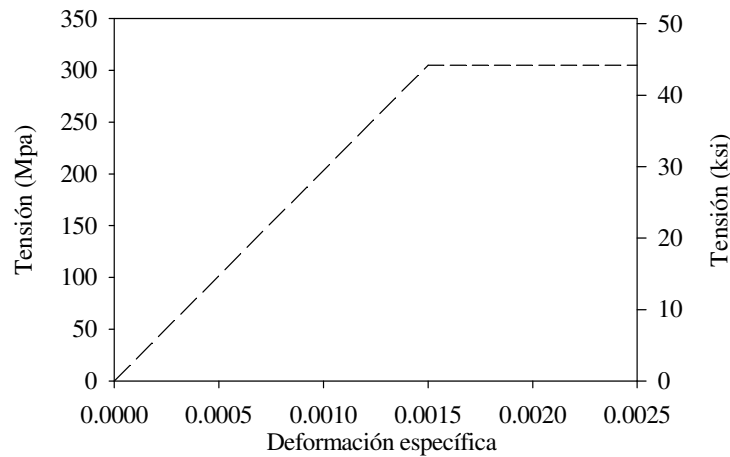
Para comparar resultados de ensayos en probetas de material compuesto y de acero, en este artículo se analizaron datos experimentales obtenidos de Fam (2000). Fam llevó a cabo ensayos de tubos de acero rellenos de hormigón. La tensión de fluencia de la camisa de acero fue de 305 MPa (44,000 psi). El diámetro exterior de la camisa de acero medía 169 mm (6.65 in), su espesor medía 4.09 mm (0.16 in) y poseía 338 mm (13.3 in) de altura.

### Relaciones constitutivas utilizadas en los análisis para modelar los materiales

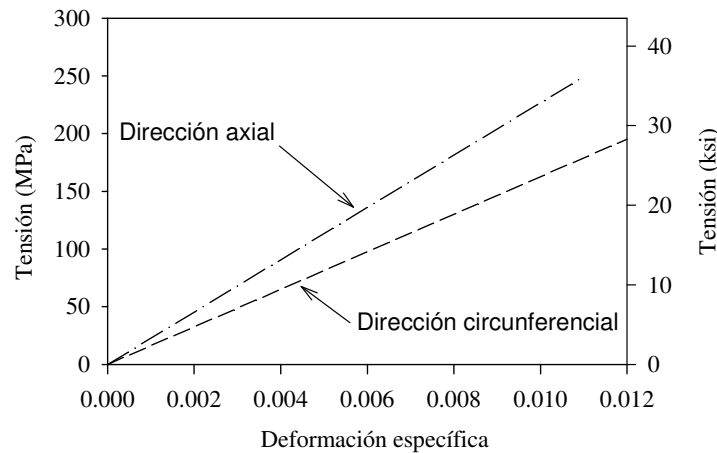
Los materiales constituyentes de los pilotes compuestos se modelaron utilizando los datos citados anteriormente. Las curvas constitutivas de los materiales se muestran en las Figuras 2a, 2b y 2c. La Figura 2a muestra las curvas constitutivas de los hormigones. La resistencia máxima a compresión medida en probetas del hormigón usado para rellenar los tubos de FRP fue de 32 MPa (4,640 psi). El hormigón utilizado para el relleno de los tubos de acero presentó una resistencia a la compresión de 58 MPa (8,400 psi). Para el acero se utilizó un comportamiento elástico perfectamente plástico según se muestra en la Figura 2b. El comportamiento del FRP utilizado es elástico lineal hasta falla según se muestra en la Figura 2c.



**Figura 2a: Curvas constitutivas para el hormigón de relleno de los tubos de acero y FRP.**



**Figura 2b: Curva constitutiva para la camisa de acero.**

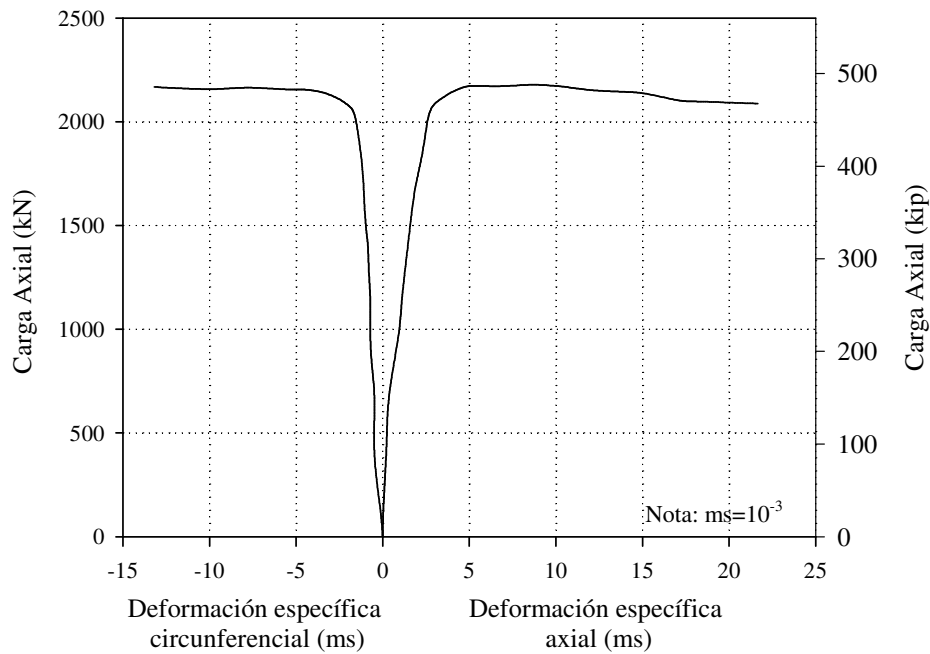


**Figura 2c: Curvas constitutivas para la camisa de FRP en direcciones axial y circunferencial.**

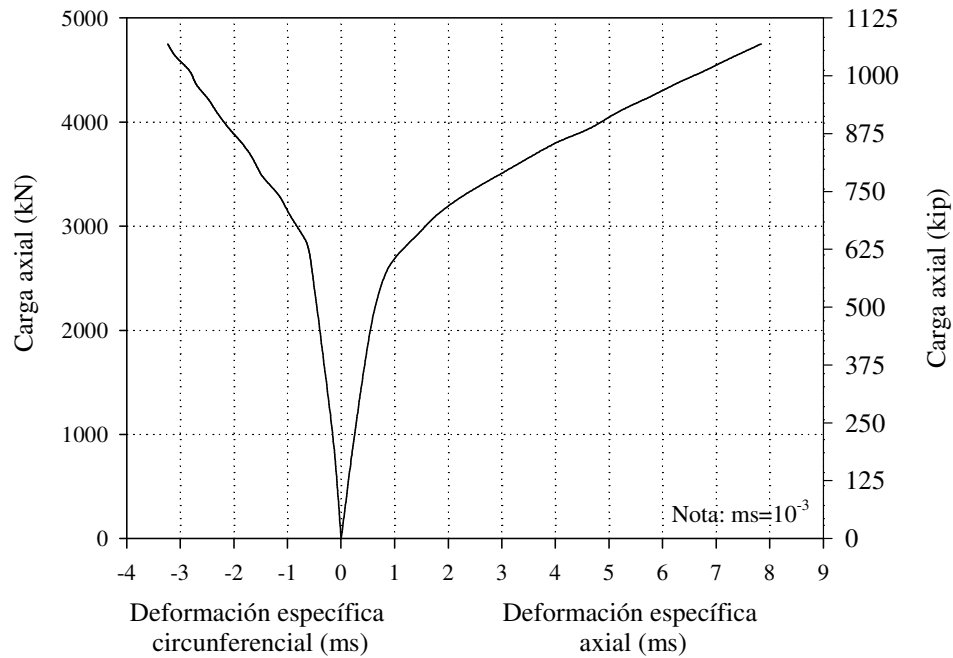
#### **Ensayos de compresión axial**

Los ensayos de compresión axial de tubos de FRP rellenos de hormigón, descritos por Fam (2000), se efectuaron en la Universidad de Carolina del Norte (NCSSU). Fam (2000) llevó a cabo los ensayos a compresión axial de tubos de acero rellenos de hormigón. Los especímenes ensayados tenían una relación altura/diámetro igual a dos, tanto en el caso de tubo de FRP como en el de tubo de acero. Las curvas carga-deformación experimentales, obtenidas en esos ensayos se muestran en las Figuras 3 y 4, respectivamente. En la Figura 5 puede verse uno de los modos de falla típicos de un

tubo de FRP relleno de hormigón. La falla de los tubos es típicamente dominada por una fisura vertical causada por la expansión del hormigón confinado.



**Figura 3: Resultados obtenidos experimentalmente para el tubo de acero relleno de hormigón.**



**Figure 4: Resultados obtenidos experimentalmente para el tubo de FRP relleno de hormigón.**



**Figura 5: Modo de falla típico de un tubo de FRP relleno de hormigón.**

## ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS

### Modelo

El principal objetivo de este artículo es investigar la bondad de modelos convencionales de elementos finitos para predecir resultados experimentales obtenidos de ensayos de probetas de tubos compuestos. Los análisis numéricos se llevaron a cabo con el programa comercial ABAQUS® versión 6.4. Dada la simetría geométrica de la muestra y de carga se utilizaron modelos axilsimétricos para representar los tubos rellenos de hormigón. Los elementos axilsimétricos de placa utilizados para modelar las camisas de FRP y acero, se denominan en el programa ABAQUS® como elementos SAX2. El relleno de hormigón se modeló con elementos axilsimétricos bidimensionales CAX4R. Se utilizó el modelo de Drucker-Prager (DP) para modelar la relación constitutiva del hormigón. El modelo DP es un modelo elástico-plástico, en el cual puede incorporarse el endurecimiento del material. Además, el modelo puede simular flujo asociado o no asociado, dependiendo del valor del ángulo de dilatación ( $\delta$ ) y de fricción ( $\phi$ ) que se especifique. Las deformaciones previas al estado de fluencia están gobernadas por el módulo elástico ( $E$ ) y la razón de Poisson ( $\nu$ ). Luego de la tensión de fluencia se consideró endurecimiento del material, según se observó en los resultados sobre probetas de hormigón ensayadas en laboratorio (ver Figura 2). La superficie de fluencia en el modelo de DP viene dada por la siguiente expresión:

$$f = 3 \cdot \sigma_m \cdot \sin \phi + J_2 - c \quad (1)$$

donde  $\sigma_m$  es la tensión hidrostática promedio [ $\sigma_m = 1/3(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ ],  $c$  y  $\phi$  son, respectivamente, la cohesión y el ángulo de fricción del hormigón de relleno, y  $J_2$  es el segundo invariante del tensor de esfuerzos.

El modelo DP implementado en ABAQUS® requiere como datos de entrada los ángulos de fricción y dilatación, y un parámetro que permite modelar superficies de fluencia no circulares en el plano desviador. El módulo elástico del hormigón sin confinar,  $E_c$ , se calculó a partir de los resultados experimentales mostrados en la Figura 2. El ángulo de fricción interna del hormigón se estimó calculando la pendiente de la recta tangente a los círculos de Mohr para el ensayo de compresión axial y para la resistencia típica a tracción del hormigón sin refuerzo. De este modo, el ángulo de fricción resulta igual a:

$$\phi = \arcsin \left[ \frac{f'_c - f_t}{f'_c + f_t} \right] \quad (2)$$

donde  $f'_c$  es la resistencia a la compresión uniaxial del hormigón sin confinar y  $f_t$  es la resistencia a la tracción del hormigón:  $f_t \approx 3 \text{ to } 12 \sqrt{f'_c}$  (ACI 2005). Utilizando estos conceptos y la ecuación (2) se estimó que el ángulo de fricción  $\phi$  debía estar entre 48 y 66 grados para el hormigón de relleno de los tubos de FRP, y entre 59 y 70 grados para el hormigón de relleno de los tubos de acero.

Para definir el modelo DP, ABAQUS® calcula la cohesión a partir de los datos de entrada de la siguiente manera:

$$c = (1 - \frac{1}{3} \tan \phi) \sigma_c \quad (3)$$

donde  $\sigma_c$  es el esfuerzo de fluencia en compresión uniaxial.

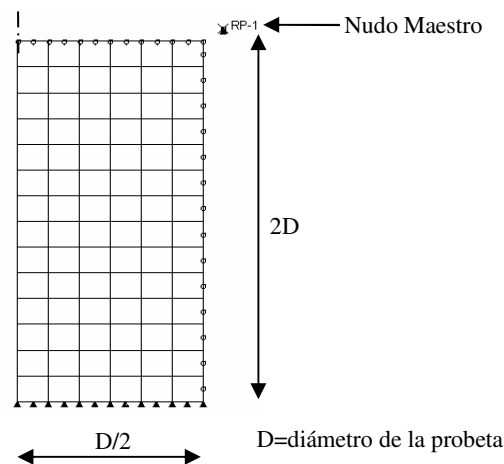
Para el caso de flujo asociado, las deformaciones plásticas ocurren en dirección perpendicular a la superficie de fluencia por lo que la expansión volumétrica de este tipo de flujo se modela asumiendo un ángulo de dilatación,  $\delta$ , igual al ángulo de fricción interna del material,  $\phi$ . Si se asume que el flujo plástico del hormigón seguirá una regla no asociada, se obtendrá una expansión volumétrica menor a la que se obtendría con una regla de flujo asociado. Esto afectará la respuesta del tubo de FRP relleno de hormigón, dado que la presión de confinamiento que ejerce la camisa sobre el hormigón es proporcional a la expansión radial del mismo. Para la regla de flujo no asociada, el potencial plástico se describe con la siguiente expresión:

$$g = 3 \cdot I_1 \cdot \sin \delta + J_2 \quad (4)$$

donde  $\delta$  es el ángulo de dilatación e  $I_1$  es el primer invariante del tensor de esfuerzos. Para el caso particular en que  $\delta = 0$ , no hay expansión volumétrica. Para poder analizar la influencia del ángulo de dilatación y de la regla de flujo plástico en la respuesta del modelo numérico, el hormigón de relleno de la probeta de FRP se modeló el hormigón de relleno con los siguientes valores de el ángulo de dilatación:  $\delta = 0^\circ$ ,  $\delta = 0.2\phi$ ,  $\delta = 0.4\phi$ ,  $\delta = 0.6\phi$ ,  $\delta = 0.8\phi$  y  $\delta = \phi$ .

La camisa de material compuesto se modeló como un material ortótropo. Su comportamiento se definió en términos de las propiedades elásticas promedio en dos direcciones ortogonales entre sí (direcciones axial y circunferencial). Para la camisa de acero se consideró que el material era isotrópico. En los análisis numéricos las superficies de hormigón y de la camisa de recubrimiento se mantuvieron unidas durante todo el proceso de carga.

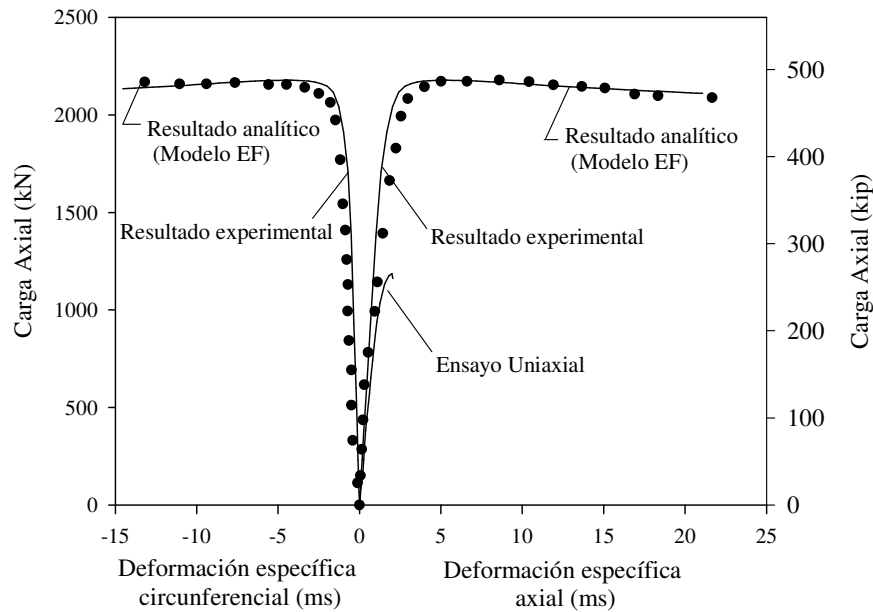
La Figura 6 muestra una malla de elementos finitos típica, utilizada en los análisis numéricos. El ensayo de compresión axial se simuló aplicando desplazamientos controlados a uno de los extremos del modelo. Esto se llevó a cabo ligando los desplazamientos de los nodos de la superficie superior de la probeta a los de un nodo maestro, al cual se le aplicaron una serie de desplazamientos controlados (Figura 6).



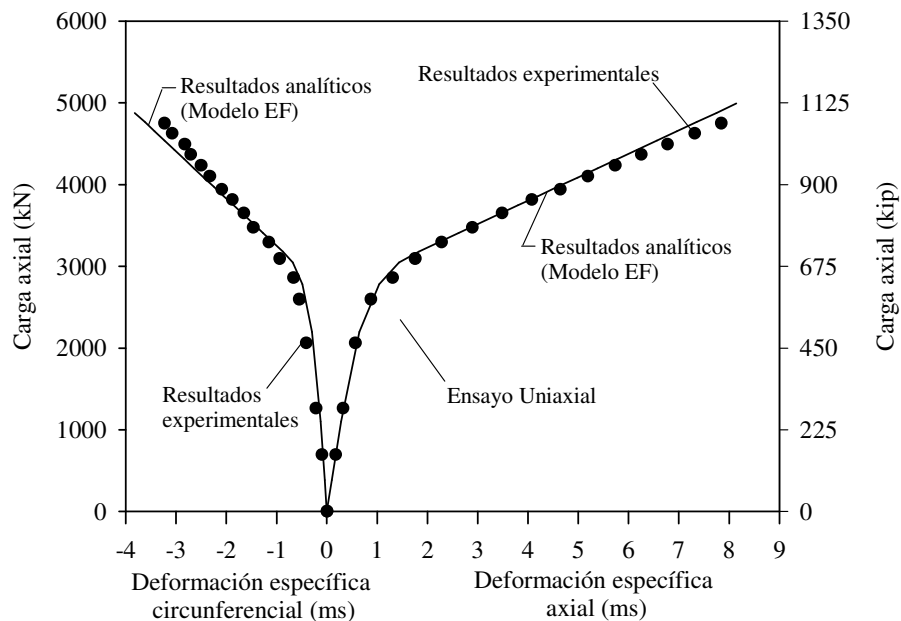
**Figura 6: Malla axilsimétrica utilizada para modelar los tubos de acero y FRP rellenos de hormigón.**

## Resultados obtenidos

En las Figuras 7 y 8 se presentan las curvas de carga axial versus deformación axial y circunferencial obtenidas con los modelos numéricos de los tubos de FRP y acero rellenos de hormigón, respectivamente. En las mismas figuras se han incluido los resultados experimentales para compararlos con los numéricos. Además se muestra la curva de carga-deformación del hormigón sin confinar. Los valores predichos por los modelos numéricos concuerdan razonablemente con los resultados experimentales. Las figuras presentadas corresponden a un ángulo de dilatación de  $0^\circ$ .



**Figura 7: Comparación de resultados analíticos y experimentales para el tubo de acero relleno de hormigón.**



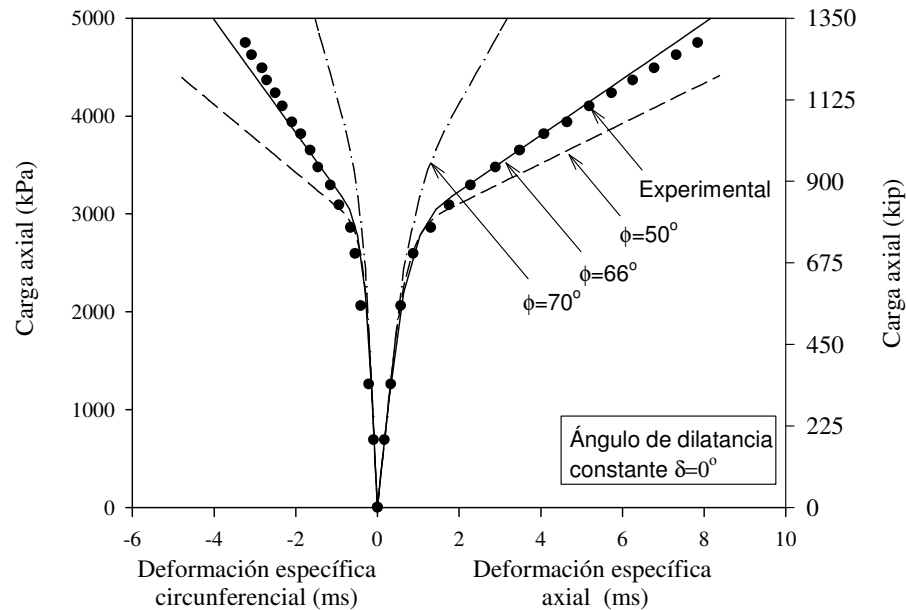
**Figure 8: Comparación de resultados analíticos y experimentales para el tubo de FRP relleno de hormigón.**

La mejor aproximación a los resultados experimentales lograda para el tubo de acero relleno de hormigón fue para los siguientes parámetros:  $\phi=42^\circ$ ,  $\delta=35^\circ$ , y  $\nu=0.49$ . Para el caso del tubo de FRP relleno de hormigón, la mejor aproximación se obtuvo con  $\phi=66^\circ$ ,  $\delta=0^\circ$ , y  $\nu=0.45$ .

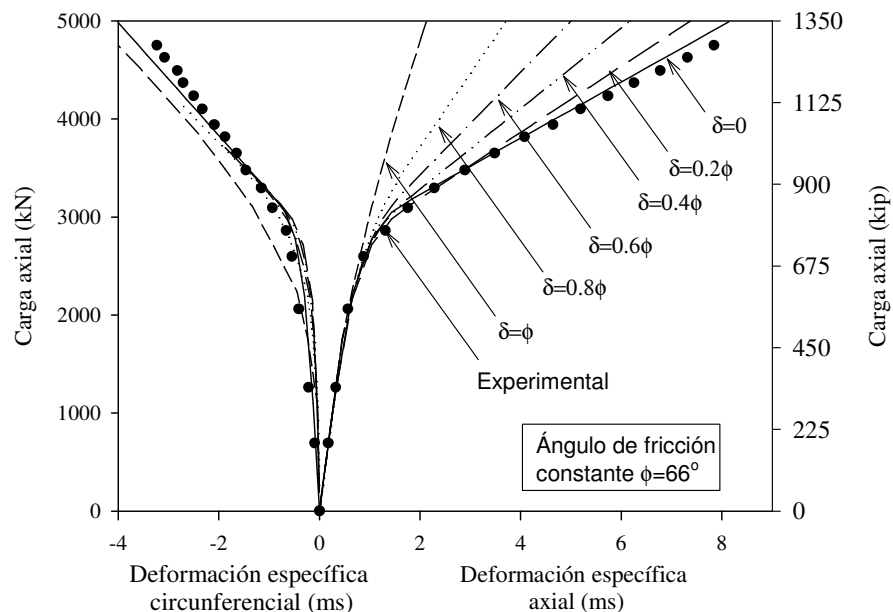
Además de los análisis representados en las Figuras 7 y 8, se llevaron a cabo análisis de sensibilidad de los modelos numéricos para investigar el efecto de los ángulos de fricción y dilatación en la predicción de la respuesta global de las probetas ensayadas. En la Figura 9 se muestra el efecto del ángulo de fricción (y por tanto de la cohesión, ya que ABAQUS® obtiene  $c$  a partir de  $\phi$ ) en el comportamiento de la probeta. Todas las curvas incluidas en la Figura 9 corresponden a un análisis con ángulo de dilatación igual a  $0^\circ$ . Como puede verse en la Figura 9, mientras mayor es el valor del ángulo de fricción, más rígida es la respuesta luego de la fluencia para el tubo de FRP relleno de hormigón. Esto se observa por el aumento de la pendiente de la segunda recta en la curva carga-deformación de la probeta.

Puede apreciarse en la Figura 9 que las diferencias en las predicciones pueden ser considerables, dependiendo de los valores de ángulo de fricción supuestos. Debido a esto se recomienda estimar  $\phi$  a partir de ensayos de laboratorio, como compresión axial y ensayos a tracción y luego utilizar la ecuación (2).

En la Figura 10 se muestran los efectos del ángulo de dilatación,  $\delta$ , para el caso de tubos de FRP rellenos de hormigón. Como se dijo anteriormente, la mejor aproximación a los resultados experimentales se obtuvo para  $\delta = 0$ , que corresponde a plasticidad con flujo no asociado. También puede verse en la misma figura, que mientras más grande es el valor de  $\delta$ , más pronunciada se vuelve la pendiente de la segunda recta de la curva de carga-deformación axial. El efecto de la dilatación en dirección circunferencial es menos marcado y el sentido de incidencia es contrario al observado en dirección axial.



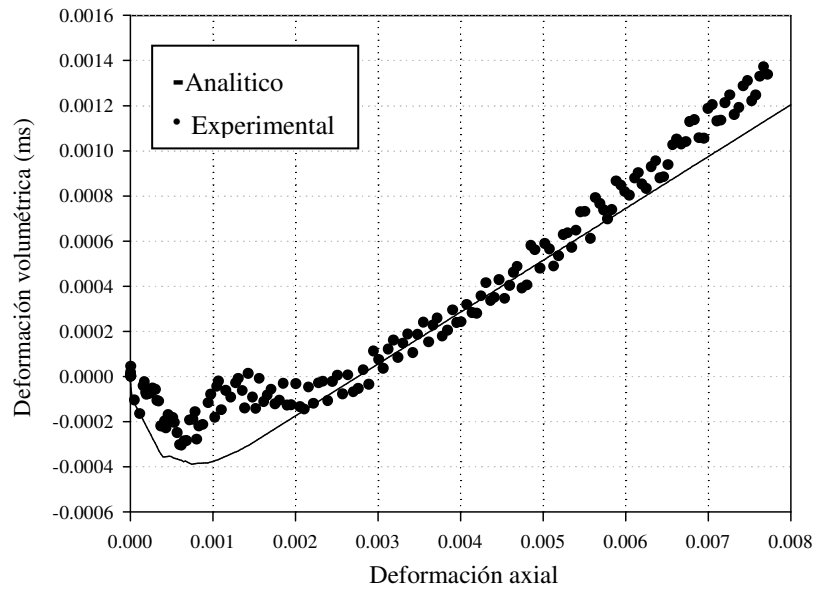
**Figura 9: Efecto del ángulo de fricción en la respuesta del modelo numérico.**



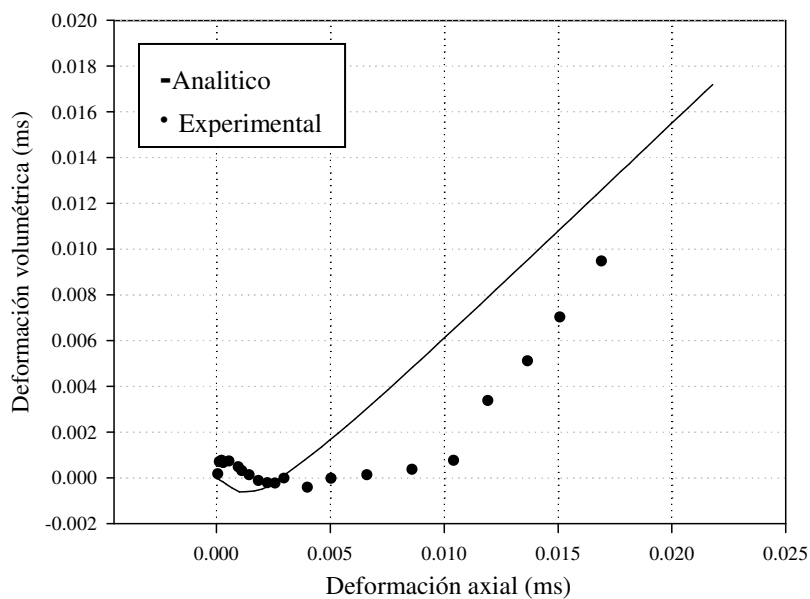
**Figura 10: Efecto del ángulo de dilatancia en la respuesta del modelo numérico.**

## Respuesta volumétrica

Los datos de expansión volumétrica obtenidos de los ensayos se utilizaron para estudiar la bondad del modelo DP para modelar la respuesta volumétrica del tubo de FRP relleno de hormigón. Los resultados se muestran en las Figuras 11 y 12. Estas respuestas corresponden a los análisis de los modelos cuyos resultados se aproximaron mejor a los ensayos. Los resultados numéricos para los tubos de FRP muestran una respuesta volumétrica que se aproxima razonablemente a la expansión medida experimentalmente (Figura 11). Sin embargo, el modelo tiende a subestimar la expansión volumétrica para deformaciones axiales menores a 0.003. En el caso de los tubos de acero (Figura 12), el modelo sobreestima la respuesta volumétrica del sistema.



**Figura 11: Comparación de la respuesta volumétrica predicha y medida para la probeta de FRP rellena de hormigón.**



**Figura 12: Comparación de la respuesta volumétrica predicha y medida para la probeta de acero rellena de hormigón.**

## CONCLUSIONES

Se estudió la bondad de los modelos de elementos finitos para modelar la respuesta de tubos de FRP y acero rellenos de hormigón sometidos a compresión axial. Los análisis numéricos se llevaron a cabo utilizando el programa comercial ABAQUS® y los materiales se simularon con modelos constitutivos incorporados en las librerías del programa. El hormigón de relleno se representó con el modelo de plasticidad de Drucker-Prager y los tubos de FRP y acero se representaron con modelos lineal-elástico y elástico-perfectamente plástico, respectivamente. Los parámetros constitutivos de los materiales se obtuvieron de datos experimentales. Los análisis de elementos finitos mostraron buena correspondencia con las curvas obtenidas en laboratorio. Los análisis de sensibilidad mostraron que la mejor aproximación a los resultados experimentales se obtienen con un ángulo de dilatación igual a cero, el cual simula una regla de flujo no asociada. También se evaluó la capacidad del modelo numérico para predecir la respuesta volumétrica de las probetas. Los resultados analíticos predicen adecuadamente las mediciones experimentales; sin embargo, se observaron algunas discrepancias en ciertas zonas de las curvas experimentales y analíticas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Dr. Amir Fam, por facilitar la mayor parte de los datos de ensayos axiales a compresión utilizados en este trabajo. Estos ensayos se llevaron a cabo en un estudio sobre pilotes compuestos, realizado en conjunto con los Drs. Jack Lesko, Amir Fam, George Filz, Sami Rizkalla y el segundo autor de este artículo. El segundo autor quiere agradecer también a la compañía Lancaster Composites por proveer los tubos de FRP con los cuales se fabricaron los pilotes compuestos. El estudiante doctoral Victor Lammoglia contribuyó con la revisión de los modelos de confinamiento existentes. El tercer autor quiere agradecer el respaldo económico brindado en parte por la oficina del PR-EPSCoR bajo el programa de fondos semilla para profesores.

## REFERENCIAS

- Lampo, R. et al. (1998). "Development and demonstration of FRP composite fender, load bearing and sheet piling systems", *USACERL Reporte Técnico* 98/123.
- Iskander, M. y Hassan, M. (1998). "State of the practice review in FRP composite Piling", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 2, No. 3, pp. 116-120.
- Fam, A. (2000). "Concrete-Filled Fibre-Reinforced Polymer Tubes for Axial and Flexural Structural Members", Tesis doctoral, Universidad de Manitoba, Canadá.
- Fam, A. y Rizkalla, S. (2001). "Behavior of axially loaded concrete-filled circular fiber-reinforced polymer tubes", *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 3, pp. 280-289.
- Samaan, M., Mirmiran, A. y Shahawy, M. (1998). "Modeling of concrete confined by fiber composites", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 9, pp. 1025-1031.
- Mirmiran, A., Shahawy, M. y Samaan, M. (1999). "Strength and ductility of hybrid FRP-concrete beam-columns" *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 10, pp. 1085-1093.
- Mirmiran, A., Shahawy, M. y Beitleman, T. (2001). "Slenderness limit for hybrid FRP-concrete columns", *Journal of Composites for Construction*, Vol. 5, No. 1, pp. 26-34.
- Moran, D. A. y Pantelides, C. P. (2002). "Stress-strain model for fiber-reinforced polymer-confined concrete", *Journal of Composites for Construction*, Vol. 6, No. 4, pp. 233-240.
- Becque, J., Patnaik, A. K. y Rizkalla, S. (2003). "Analytical models for concrete confined with FRP tubes", *Journal of Composites for Construction*, Vol. 7, No. 1, pp. 31-38.
- Shehata, I. A., E., M., Carneiro, L.A.V. y Shehata, L. C. D. (2002). "Strength of short concrete columns confined with CFRP sheets", *Materials and Structures*, Vol. 35, pp. 50-58.
- Fam, A. Z., y Rizkalla, S. H. (2001). "Confinement model for axially loaded concrete confined by FRP tubes", *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 4, pp. 251-461.
- Fardis, M. N. y Khalili, H. (1981). "Concrete encased in fiberglass plastic", *ACI Memorias del Instituto Americano de Concreto (ACI)*, Documento JL78-38, Vol. 78, pp. 440-446.
- Karbhari, V. M. y Eckel, D. A. (1993). "Strengthening of concrete column stubs through resin infused composite wraps", *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, Vol. 6, No. 2, pp. 92-107.
- Mirmiran, A. y Shahawy, M. (1997). "Behavior of concrete columns confined by fiber composites", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 5, pp. 583-590.
- Miyauchi, K., Nishibayashi, S. y Inoue, S. (1997). "Estimation of strengthening effects with carbon fiber sheet for concrete columns", *Proceedings of the III International Conference on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*. Sapporo, Japan, pp. 217-224.

- Saafi, M, Toutanji, H. A. y Li, Z. (1999). "Behavior of concrete columns confined with fiber reinforced polymer tubes", *ACI Materials Journal*, Vol. 96, No. 4, pp. 500-509.
- Toutanji, H. A. (1999). "Stress-strain characteristic of concrete columns externally confined with advanced fiber composite sheets", *ACI Materials Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 397-404.
- Spolestra, M. R. y Monti, G. (1999). "FRP-confined concrete model", *Journal of Composites for Construction*, Vol. 3, No. 3, pp. 143-150.
- Pando, M. A. (2003). "A laboratory and field study of composite piles for bridge substructures". Tesis doctoral, University of Virginia Tech, Virginia, Estados Unidos.
- Fam, A. Z., Schnierch, D. y Rizkalla, S. H. (2002). "Moisture content Effect on Durability of Concrete-Filled GFRP Tubular Piles", *NCSU-CFL Reporte No. 02-04*.
- ABAQUS User's Manual. Vol. II. Versión 6.4.
- ACI 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary", Reported by the American Concrete Institute Committee 318-05.