

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/329906640>

## EXAMPLE OF LOOPED GAS DISTRIBUTIVE NETWORK CALCULATION USING UNIFIED NODE-LOOP METHOD

Article · December 2018

CITATIONS  
0

READS  
18

2 authors, including:



Dejan Brkić  
VŠB-Technical University of Ostrava  
147 PUBLICATIONS 1,015 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

[Project](#) [JMSE] (SCIE Indexed, IF 1.732)—Invite to Publish in Special Issue "Safe, Secure and Sustainable Oil and Gas Drilling, Exploitation and Pipeline Transport Offshore" [View project](#)

[Project](#) Flow friction calculation - Colebrook equation [View project](#)

# PRIMER PRORAČUNA GASOVODNE DISTRIBUTIVNE MREŽE PRSTENASTOG TIPA OBJEDINJENIM METODOM ČVOROVA I PRSTENOVA

## EXAMPLE OF LOOPED GAS DISTRIBUTIVE NETWORK CALCULATION USING UNIFIED NODE-LOOP METHOD

Dr Dejan Brkić, dipl. inž. rudarstva,  
Dr Toma Tanasković, dipl. inž. rudarstva

### REZIME

U radu se daje primer proračuna jedne prostije gasovodne mreže prstenastog tipa. Metoda je zasnovana na rešavanju jednačina prstenova, ali se u proračunu koriste i jednačine čvorova. Upravo zbog toga se metod i naziva objedinjenim metodom čvorova i prstenova. Prikazani metod je bolji u poređenju sa modifikovanim Hardi Kros metodom, koji se danas uobičajeno koristi za proračun gasovodnih mreža prstenastog tipa. Primer je numerički sa konkretnim brojnim vrednostima parametara.

**Ključne reči:** Cevovod, cevovodna mreža, distribucija gasa, protok, metod proračuna

### ABSTRACT

In the paper is given example of calculation of one simpler looped gas pipeline network. Method is based on solving of loop equations, but in calculation are used also node equations. This is main reason because this method has the name unified node-loop method. Presented method is better in comparison with modified Hardy Cross method which is today accepted as standard for calculation of looped gas distributive networks. Example in this paper is numerical with real values from practice for parameters.

**Key words:** Pipeline, Pipeline network, Gas distribution, Flow, Calculation method

### 1. UVOD

Pošto hidraulički otpor, koji se javlja pri protoku fluida kroz cevi, zavisi od samog protoka, problem protoka kroz grane cevovodne mreže prstenastog tipa se mora rešavati iterativnim putem. Do sada je prihvaćeni standard u domaćoj praksi bio modifikovani Hardi Kros metod, koji se zasniva na radovima Krosa [1], kao i unapređenjima Epa i Fovlera [2]. Nešto više o Hardi Kros metodu se može saznati iz rada Brkića [3]. Objedinjeni metod čvorova i petlji su za vodovodne mreže razvili Vud i Čarls 1971. godine [4], a unapredili Vud i Rejes 1982. godine [5]. U domaćoj literaturi, koja se bavi gasnim distributivnim sistemima, ovaj metod se ne pominje uopšte, dok se u literaturi koja se bavi vodovodima može naći. Međutim, ko želi da sazna više o ovom metodu najbolje bi bilo da pogleda knjigu Boulosa i saradnika, koja se bavi vodovodima [6].

U ovom radu za proračun pritisaka i protoka gasa koristi se standardna Renoarova j-na (1) [1]:

$$c = p_1^2 - p_2^2 = \frac{4810 \cdot Q_{st}^{1,82} \cdot L \cdot \rho_r}{D_u^{4,82}} \quad (1)$$

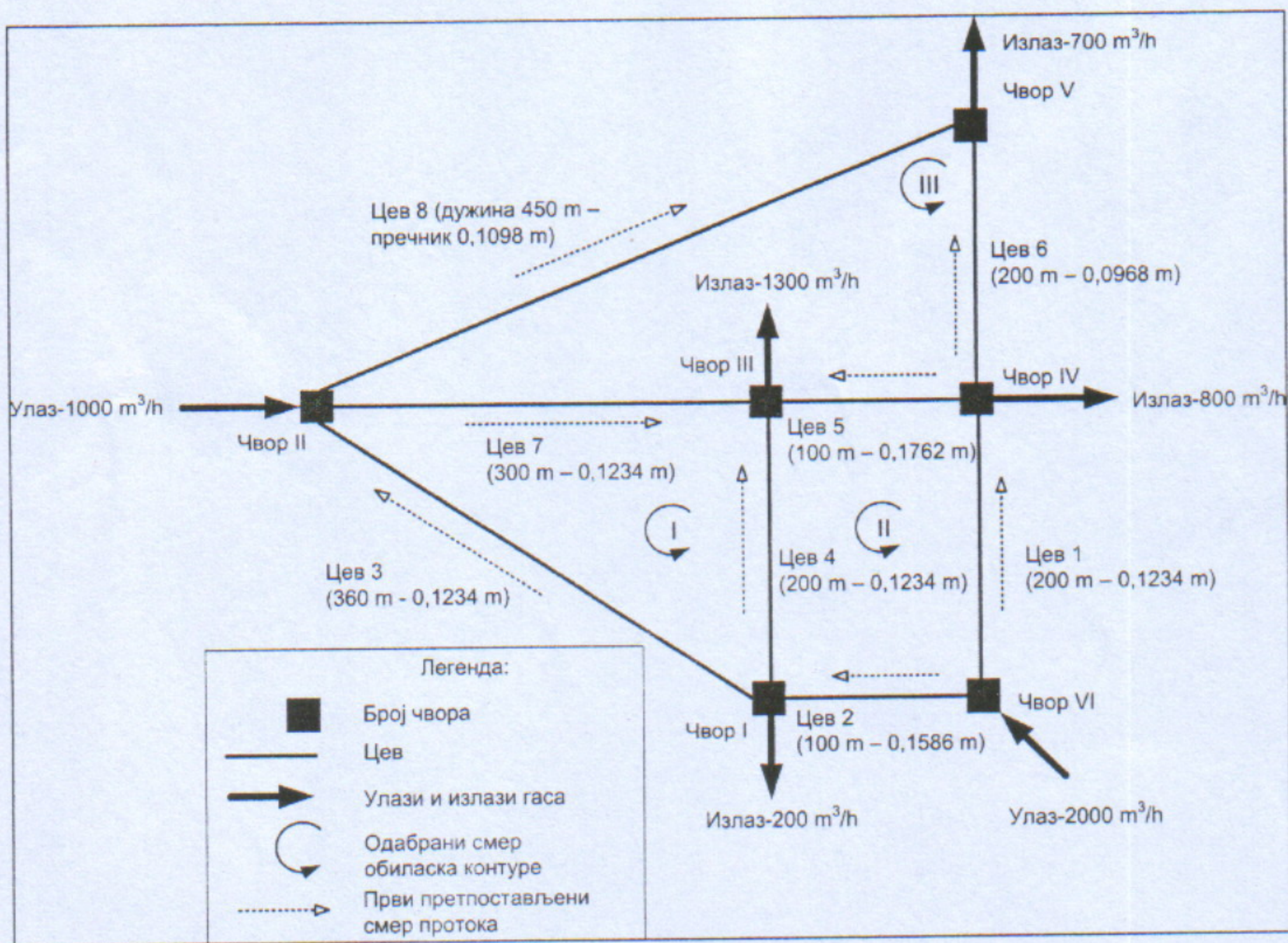
U proračunu se koristi i prvi izvod Renoarove j-ne pri čemu se protok tretira kao promenljiva (2):

$$c' = \frac{\partial(\Delta c)}{\partial Q} = \frac{1,82 \cdot 4810 \cdot Q_{st}^{0,82} \cdot L \cdot \rho_r}{D_u^{4,82}} \quad (2)$$

Kao što  $c$  ne predstavlja pad pritiska u cevi, već razliku kvadrata pritisaka na početku i kraju cevi, tako ni  $\sqrt{c}$ , to nije iako mu je dimenziono jednak. Međutim, koristi se činjenica da kada  $\sqrt{c} \rightarrow 0$ , tada i  $\Delta p \rightarrow 0$ .

### 2. PRIMER GASOVODNE MREŽE PRSTENASTOG TIPA

Mreža koja se koristi u ovom primeru ima tri nezavisna prstena [7]. Mreža je odabrana tako da se sastoji od tri prstena pošto je na taj način dovoljno složena da bi mogao da se pokaže postupak proračuna koji kasnije može da se primeni na mreže sa više prstenova, a ujedno i dovoljno prosta da ne opterećuje tekst suviše velikim matricama i tabelama. Mreža se prikazuje na slici 1. Na slici 1 se daju i konstante u proračunu, izlazi i ulazi gasa u mrežu pridruženi čvorovima, kao i dužine i prečnici cevi.



Slika 1. Primer cevovodne mreže za distribuciju gasa sa tri prstena

Potrebno je za početak proračuna pretpostaviti prvi inicijalni raspored protoka po granama mreže tako da bude zadovoljen prvi Kirhofov zakon za svaki čvor mreže. U domaćoj literaturi vlada zabuna u vezi sa odabirom prve inicijalne raspodele protoka po cevima mreže. Mnogi autori se pozivaju na tzv. „dobar“ i „loš“ odabir ove prve inicijalne raspodele. Iskustvo je pokazalo da postoji samo tačan i pogrešan odabir. Ako se mreža proračunava korišćenjem neke od metoda zasnovanih na rešavanju jednačina prstenova, dobar odabir prve inicijalne raspodele protoka je svaki tačan odabir, tj. onaj odabir za koji je zadovoljen prvi Kirhofov zakon za svaki čvor. Postoji beskonačno mnogo načina da se odabere ova prva inicijalna raspodela protoka, pri čemu je svaka iz ovoga skupa podjednako dobra ako zadovoljava uslov definisan prvim Kirhofovom zakonom. Od svih raspodela protoka samo jedna zadovoljava sa dovoljnom tačnošću uslov i po drugom Kirhofovom zakonu za svaku konturu mreže. Upravo ova raspodela predstavlja rešenje problema raspodele protoka po cevima mreže i ona se dobija primenom jednog od metoda nakon manje ili više iteracija. Po starom shvatanju, lošim odabirom prve raspodele protoka sistem jednačina je postavljen tako da njegovo rešenje ne konvergira ka ravnotežnom stanju. Gaj i Midleton su još 1971. godine [8] pokazali da sistem nikad nije divergentan, a da tzv. „loš“ odabir prve inicijalne raspodele protoka uzrokuje samo zanemarljivo povećanje broja iteracija potrebnih za dostizanje ravnotežnog stanja.

Prvi Kirhofov zakon suštinski je predstavljen matricom čvorova [N] i to tako da kolone matrice predstavljaju cevi sa mreže prikazane na slici 1, dok redovi predstavljaju čvorove mreže (3):

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & +1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & +1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Tako, npr., 0 u preseku prve kolone i prvog reda matrice čvorova znači da cev 1 ne pripada prvom čvoru. Isto tako, npr. +1 u preseku druge kolone i prvog reda znači da cev 2 pripada prvom čvoru i to tako da je smer protoka orijentisan tako da fluid iz cevi 2 ulazi u prvi čvor. Iz matrice čvorova se ništa ne može saznati o vrednosti protoka, već samo o njegovom smeru. Čvor VI se izostavlja u matrici čvorova [N] kako bi se obezbedila linearna nezavisnost redova u matrici čvorova [7].

Sušтина drugog Kirhofovog zakona takođe može biti predstavljena topološkom matricom, i to matricom kontura (4):

$$[L] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Drugi Kirhofov zakon mora biti zadovoljen sa unapred definisanom tačnošću tek na kraju proračuna

(tj.  $C_I \rightarrow 0$ ,  $C_{II} \rightarrow 0$  i  $C_{III} \rightarrow 0$ ; tabela 1). Matrica kontura je linearno nezavisna u svom izvornom obliku tako da nisu potrebna izostavljanja redova ili kolona. Iz same matrice kontura se ne može saznati ništa o vrednosti protoka, kao što je slučaj i kod matrice čvorova. Cevi su predstavljene kolonama, a konture mreže redovima u matrici kontura. Tako npr., 0 u preseku prvog reda i prve kolone znači da cev 1 ne pripada prvoj konturi. Isto tako, +1 u preseku četvrte kolone i prvog reda u našoj

matrici kontura znači da se protok u cevi 4 poklapa sa usvojenim smerom obilaženja prve konture.

### 3. METOD ČVOROVA I PETLJI

Za mrežu sa slike 1 mogu se objediniti matrice čvorova i kontura u matricu [NL] (5), kako je i prikazano u radu Brkića [7]. Takođe je potrebno formirati i matricu [V] (6).

$$[NL] = \begin{bmatrix} 0 & +1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & +1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & -1 \cdot |c'_3| & +1 \cdot |c'_4| & 0 & 0 & -1 \cdot |c'_7| & 0 \\ +1 \cdot |c'_1| & -1 \cdot |c'_2| & 0 & -1 \cdot |c'_4| & +1 \cdot |c'_5| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \cdot |c'_5| & +1 \cdot |c'_6| & +1 \cdot |c'_7| & -1 \cdot |c'_8| \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} |Q_I| \\ -|Q_{II}| \\ |Q_{III}| \\ |Q_{IV}| \\ |Q_V| \\ -C_I + (-|c_3| \cdot |c'_3| + |c_4| \cdot |c'_4| - |c_7| \cdot |c'_7|) \\ -C_{II} + (|c_1| \cdot |c'_1| - |c_2| \cdot |c'_2| - |c_4| \cdot |c'_4| + |c_5| \cdot |c'_5|) \\ -C_{III} + (-|c_5| \cdot |c'_5| + |c_6| \cdot |c'_6| + |c_7| \cdot |c'_7| - |c_8| \cdot |c'_8|) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dalje se nepoznati protoci u svakoj iteraciji računaju direktno preko formule (7):

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \end{bmatrix} = \text{inv}[NL] \cdot [V] \quad (7)$$

Proračun se prekida kada se vrednosti svakog člana matrice [Q] više ne menjaju sa zadovoljavajućom tolerancijom između dve uzastopne iteracije, odnosno kada je zadovoljeno da  $C_I \rightarrow 0$ ,  $C_{II} \rightarrow 0$  i  $C_{III} \rightarrow 0$ . Ovo znači da je uslov po drugom Kirhofovom zakonu ispunjen.

### 4. NUMERIČKI PRIMER

Konstante u proračunu se daju na slici 1. Protoci se u Renoarovu jednačinu i uopšte u proračun uvrstavaju u  $m^3/s$ . Prvi pretpostavljeni raspored protoka dat je u tabeli 1 i 6. Ovaj odabir prve inicijalne raspodele protoka, usklađene sa prvim Kirhofovom zakonom, može se smatrati kao nulta iteracija. Parametri iz table 1 se unose u matričnu jednačinu (7) i računaju se protoci, tj. ulazne veličine za drugu iteraciju.

Tabela 1. Prva iteracija za mrežu sa slike 1

Kontura	cev	Q	c	$ c' $
I	3	-0,19444	$c_3 = -1264933339$	$ c_3'  = 11839776055$
	4	+0,02778	$c_4 = 20357137$	$ c_4'  = 1333799622$
	7	-0,30556	$c_7 = -2399620963$	$ c_7'  = 14293015047$
	$\Sigma$		$C_I = -3644197165$	
II	1	+0,27778	$c_1 = 1344982709$	$ c_1'  = 8812326713$
	2	-0,27778	$c_2 = -200615476$	$ c_2'  = 1314432601$
	4	-0,02778	$c_4 = -20357137$	$ c_4'  = 1333799622$
	5	+0,02778	$c_5 = 1828425$	$ c_5'  = 119798452$
	$\Sigma$		$C_{II} = -1125838521$	
III	5	-0,02778	$c_5 = -1828425$	$ c_5'  = 119798452$
	6	+0,02778	$c_6 = 65604940$	$ c_6'  = 4298435730$
	7	+0,30556	$c_7 = 2399620963$	$ c_7'  = 14293015047$
	8	-0,16667	$c_8 = -2096864105$	$ c_8'  = 22897756035$
	$\Sigma$		$C_{III} = -366533372$	

Tabela 2. Druga iteracija za mrežu sa slike 1

Kontura	cev	Q	c	$ c' $
I	3	-0,06177	$c_3 = -156904917$	$ c_3'  = 4623293467$
	4	+0,25767	$c_4 = 1173109335$	$ c_4'  = 8285863414$
	7	-0,16407	$c_7 = -773797561$	$ c_7'  = 8583648143$
	$\Sigma$		$C_I = 242406855$	
II	1	+0,18056	$c_1 = 614087396$	$ c_1'  = 6189913452$
	2	-0,37500	$c_2 = -346390930$	$ c_2'  = 1681162091$
	4	-0,25767	$c_4 = -1173109335$	$ c_4'  = 8285863414$
	5	-0,06063	$c_5 = -7569671$	$ c_5'  = 227216622$
	$\Sigma$		$C_{II} = -912982541$	
III	5	+0,06063	$c_5 = 7569671$	$ c_5'  = 227216622$
	6	+0,01897	$c_6 = 32767180$	$ c_6'  = 3143915857$
	7	+0,16407	$c_7 = 773797561$	$ c_7'  = 8583648143$
	8	-0,17548	$c_8 = -2302927589$	$ c_8'  = 23885524961$
	$\Sigma$		$C_{III} = -1488793175$	

Primetimo da se uz protok kroz cev promenio znak u tabeli 2 u poređenju sa tabelom 1. To je zato što se

kao rezultat matričnog proračuna nakon prve iteracije dobija matrica [Q] u obliku (8):

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,198409265 \\ 0,357146291 \\ 0,043307855 \\ 0,25828288 \\ -0,094469817 \\ 0,07065686 \\ 0,197298048 \\ 0,123787585 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Znak minus (-) ispred petog reda u matrici protoka znači da se promenio smer protoka u cevi 5 i da, shodno tome, u sledećoj iteraciji treba promeniti znake ispred protoka 5 u tabeli 2 u odnosu na tabelu 3. Devet iteracija

je potrebno da bi se uravnotežila prikazana mreža. Mreža se suštinski može smatrati uravnoteženom već posle šeste iteracije.

Tabela 3. Treća iteracija za mrežu sa slike 1

Kontura	cev	Q	c	$ c \cdot l $
I	3	-0,02252766	$c_3 = -25026669$	$ c_3 \cdot l  = 2021893800$
	4	+0,222632021	$c_4 = 899076686$	$ c_4 \cdot l  = 7349884184$
	7	-0,176199255	$c_7 = -881060872$	$ c_7 \cdot l  = 9100667243$
	$\Sigma$		$C_I = -7010855$	
II	1	+0,254840319	$c_1 = 1149728421$	$ c_1 \cdot l  = 8211046571$
	2	-0,300715237	$c_2 = -231781022$	$ c_2 \cdot l  = 1402793769$
	4	-0,222632021	$c_4 = -899076686$	$ c_4 \cdot l  = 7349884184$
	5	-0,037720164	$c_5 = -3190890$	$ c_5 \cdot l  = 153960599$
$\Sigma$		$C_{II} = 15679824$		
III	5	+0,037720164	$c_5 = 3190890$	$ c_5 \cdot l  = 153960599$
	6	+0,070338261	$c_6 = 355873675$	$ c_6 \cdot l  = 9208218646$
	7	+0,176199255	$c_7 = 881060872$	$ c_7 \cdot l  = 9100667243$
	8	-0,124106183	$c_8 = -1226053962$	$ c_8 \cdot l  = 17979911651$
$\Sigma$		$C_{III} = 14071474$		

Tabela 4. Četvrta iteracija za mrežu sa slike 1

Kontura	cev	Q	c	$ c \cdot l $
I	3	-0,02278105	$c_3 = -25541357$	$ c_3 \cdot l  = 2040523573$
	4	+0,223407512	$c_4 = 904784597$	$ c_4 \cdot l  = 7370871062$
	7	-0,175998895	$c_7 = -879238313$	$ c_7 \cdot l  = 9092180551$
	$\Sigma$		$C_I = 4927$	
II	1	+0,253811437	$c_1 = 1141294215$	$ c_1 \cdot l  = 8183852913$
	2	-0,301744118	$c_2 = -233226355$	$ c_2 \cdot l  = 1406728220$
	4	-0,223407512	$c_4 = -904784597$	$ c_4 \cdot l  = 7370871062$
	5	-0,038295296	$c_5 = -3279990$	$ c_5 \cdot l  = 155882912$
$\Sigma$		$C_{II} = 3272$		
III	5	+0,038295296	$c_5 = 3279990$	$ c_5 \cdot l  = 155882912$
	6	+0,069884511	$c_6 = 351706501$	$ c_6 \cdot l  = 9159480710$
	7	+0,175998895	$c_7 = 879238313$	$ c_7 \cdot l  = 9092180551$
	8	-0,124559933	$c_8 = -1234224573$	$ c_8 \cdot l  = 18033798381$
$\Sigma$		$C_{III} = 232$		

Nakon četvrte iteracije, promene parametara  $C_I$ ,  $C_{II}$  i  $C_{III}$  se mogu pratiti samo u decimalama.

Tabela 5. Peta iteracija za mrežu sa slike 1

Kontura	cev	Q	c	$ c \cdot l $
I	3	-0,022781542	$c_3 = -25542360$	$ c_3 \cdot l  = 2040559666$
	4	+0,223407425	$c_4 = 904783953$	$ c_4 \cdot l  = 7370868695$
	7	-0,175999256	$c_7 = -879241593$	$ c_7 \cdot l  = 9092195832$
	$\Sigma$		$C_I = -0,011521578$	
II	1	+0,253811033	$c_1 = 1141290909$	$ c_1 \cdot l  = 8183842232$
	2	-0,301744522	$c_2 = -233226923$	$ c_2 \cdot l  = 1406729764$
	4	-0,223407425	$c_4 = -904783953$	$ c_4 \cdot l  = 7370868695$
	5	-0,038295569	$c_5 = -3280033$	$ c_5 \cdot l  = 155883824$
$\Sigma$		$C_{II} = 0,001618362$		
III	5	+0,038295569	$c_5 = 3280033$	$ c_5 \cdot l  = 155883824$
	6	+0,069884381	$c_6 = 351705304$	$ c_6 \cdot l  = 9159466664$
	7	+0,175999256	$c_7 = 879241593$	$ c_7 \cdot l  = 9092195832$
	8	-0,124560064	$c_8 = -1234226930$	$ c_8 \cdot l  = 18033813897$
$\Sigma$		$C_{III} = 0,002784491$		

Radi poređenja u tabeli 6 se daju prvi pretpostavljeni protoci u mreži i krajnji proračunati koji, pored prvog, zadovoljavaju i drugi Kirhofov zakon. Pošto je uobičajeni pritisak u mreži  $4 \cdot 10^5$  Pa treba

imati u vidu da je zapremina gasa u cevovodu četiri puta manja od one na standardnim uslovima, tako da i to treba imati na umu kada se računaju brzine gasa u mreži (tabela 7).

Tabela 6. Protoci po granama mreža sa slike 1

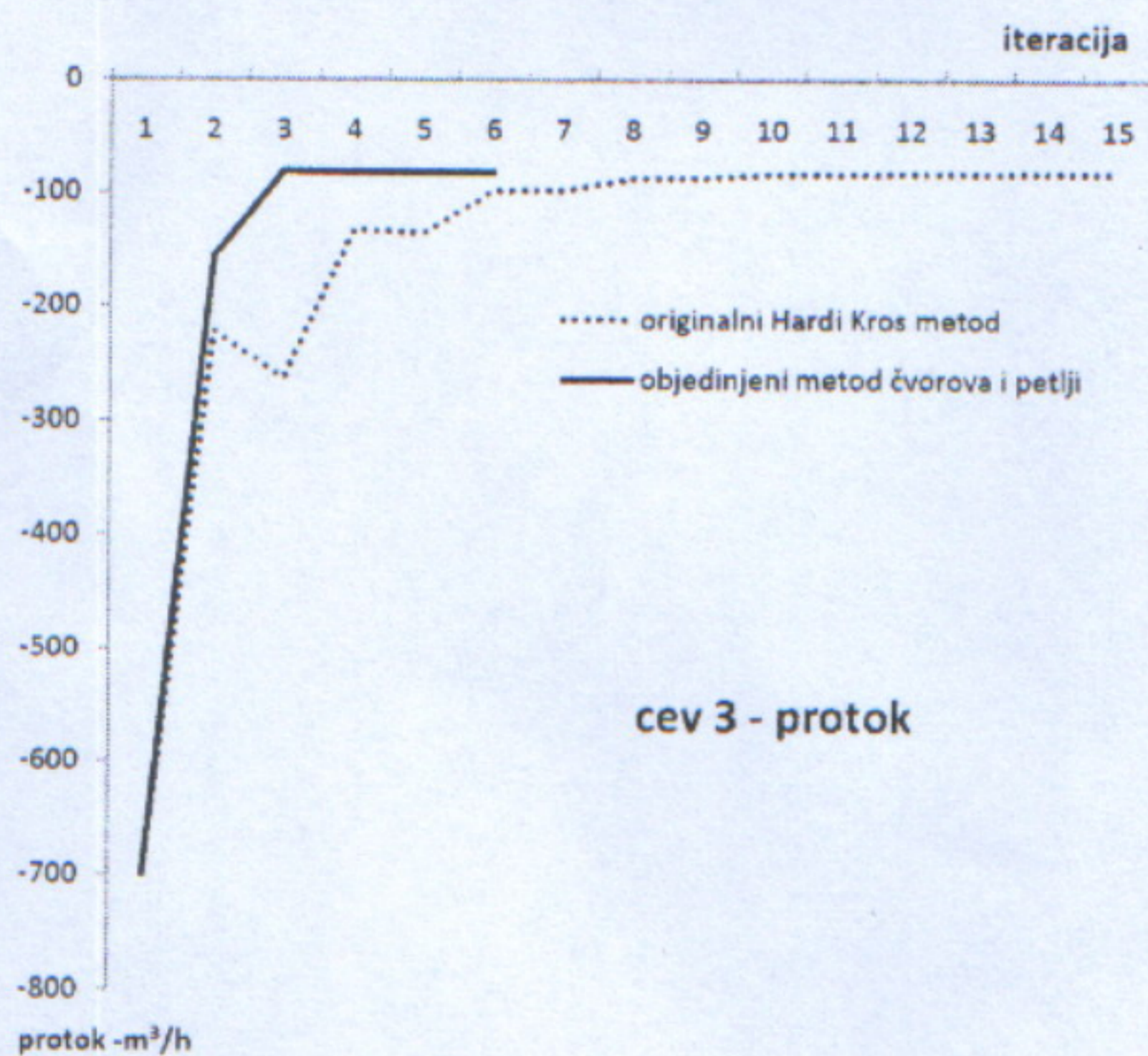
Cev	1	2	3	4	5	6	7	8
Inicijalni	1000	1000	700	100	100	100	1100	600
Proračunati	913,72	1086,28	82,01	804,27	-137,86	251,58	633,60	448,42

Tabela 7. Brzina gasa (u m/s) po granama mreža sa slike 1

Cev	1	2	3	4	5	6	7	8
	5,3	3,8	0,5	4,7	-0,4	2,4	3,7	3,3

## 5. ZAKLJUČAK

Glavna prednost objedinjenog metoda čvorova i petlji u odnosu na modifikovani Hardi Kros metod ogleda se u tome što se kao rezultat proračuna dobija direktno protok [Q]. Kod modifikovanog Hardi Kros metoda rezultat je popravka protoka [ $\Delta Q$ ], koja se na osnovu dosta složenih algebarskih pravila dodaje protoku iz prethodne iteracije. Prilikom proračuna objedinjenim metodom čvorova i petlji potreban je nešto manji broj iteracija u poređenju sa modifikovanim Hardi Kros metodom da bi se postigla ista tačnost. Smanjenje potrebnog broja iteracija u poređenju sa brojem iteracija koje su potrebne kod proračuna primenom originalnog Hardi Kros metoda iz 1936. godine [1] je značajno (slika 2).



Slika 2. Potreban broj iteracija za uravnoteženje mreže sa slike 1 primenom originalnog Hardi Kros metoda i objedinjenog metoda čvorova i prstenova pri istovetnom inicijalnom odabiru protoka

**Napomena:** Izlaganje prvog autora ovog rada na konferenciji GAS 2010 finansirano je sredstvima Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije.

## KORIŠĆENE OZNAKE

p	pritisak (Pa)
Q	protok ( $m^3/s$ )
L	dužina cevi (m)
D	unutrašnji prečnik cevi (m)
$\rho_r$	relativna gustina gasa (-)

## Literatura

- [1] Cross, H., Analysis of flow in networks of conduits or conductors, University of Illinois Engineering Experimental Station Bulletin 1936, 286, 34 (22): 3–29. (dostupno kao PDF u slobodnom pristupu na sajtu univerziteta u Urbani)
- [2] Epp, R., Fowler, A.G., Efficient code for steady flows in networks, Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers 1970, 96 (HY1): 43–56.
- [3] Brkić, D., An improvement of Hardy Cross method applied on looped spatial natural gas distribution networks. Applied Energy 2009, 86 (7–8): 1290–1300.
- [4] Wood, D.J., Charles, C.O.A., Hydraulic network analysis using linear theory. Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers 1972, 98 (HY7): 1157–1170.
- [5] Wood, D.J., Rayes A.G., Reliability of algorithms for pipe network analysis. Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers 1981, 107 (HY10): 1145–1161.
- [6] Boulos, P. F., Lansey, K. E., Karney, B. W., Comprehensive water distribution systems analysis handbook for engineers and planners, MWH Soft Inc, Hardback, 2006.
- [7] Brkić, D., Projektovanje gasne distributivne mreže prstenastog tipa objedinjenom metodom čvorova i prstenova, Gas 2009, 14 (4): 23–27.
- [8] Gay B., Middleton P., The solution of pipe network problems. Chemical Engineering Science 1971, 26 (1): 109–123.