

CODIGO HIDRODINAMICO MIXTO DE EVOLUCION ESTELAR

JUAN MANUEL BURGOS

*Universidad de Barcelona
Departamento de Física de la Atmósfera,
Astronomía y Astrofísica
Diagonal, 647
08028 Barcelona*

RESUMEN

Se ha construido un esquema de cálculo hidrodinámico mixto que permite tratar diversos problemas no resueltos con la evolución estelar. El esquema integra las ecuaciones hidrodinámicas de estructura estelar parametrizadas en función de un número β . Para $\beta = 1$, el esquema es totalmente implícito y permite seguir con grandes pasos de tiempo la evolución cuasi hidrostática de la estrella. Para un valor de $\beta = 0,5$, el programa puede investigar con cortos pasos de tiempo los detalles de los procesos hidrodinámicos. Se presentan algunos resultados gráficos obtenidos en la simulación de la explosión de una nova.

SUMMARY

We have developed a mixed hydrodynamic computer code that allows to study several open problems related with stellar evolution. The code integrates the hydrodynamic equations of stellar structure parametrized in function of a number β . For $\beta = 1$, the code is fully implicit and permits to follow the cuasi-static evolution of the star by large time-steps. For $\beta = 0,5$, the program can investigate by small time-steps the details of the hydrodynamics events. We show graphyc results obtained in the simulation of a nova explosion.

INTRODUCCION

La evolución estelar es desde hace tiempo uno de los campos de investigación más interesantes en Astrofísica. De los primeros estudios aproximados sobre el origen de la energía en las estrellas y otros problemas básicos se ha pasado a un estudio muy detallado y especializado de las diversas fases de la evolución estelar. Se estudia desde la formación de la estrella a partir de una nube de gas hasta los últimos estadios de la evolución en que puede explotar como una supernova, colapsar formando una estrella de neutrones, ir radiando su energía hasta convertirse en una enana negra, etc.

Todos estos fenómenos tienen en común —como la mayoría de los procesos astrofísicos— que no son sometibles a la experimentación y el método de investigación debe caminar a través de las simulaciones por ordenador y la posterior comparación de

Recibido: Mayo 1987

los resultados numéricos con las observaciones. En buena parte de los casos anteriores que hemos mencionado estos estudios se pueden realizar a partir de un programa común que simule la estructura interna de una estrella; estos programas son conocidos con el nombre de códigos de evolución estelar.

EL PROBLEMA FISICO

Nuestro propósito es construir un modelo de evolución estelar. Con ello pretendemos conocer cómo varían los parámetros de interés físico a lo largo de la estrella y como evolucionan a lo largo del tiempo. Esto implica integrar las ecuaciones hidrodinámicas de estructura de la estrella.

El parámetro físico que determina fundamentalmente esta estructura es la masa (tiene además la ventaja de que varía muy poco con la evolución). Por ello se toma como variable de integración la coordenada lagrangiana m : la masa contenida dentro de una esfera de radio r . Trabajaremos con las hipótesis de simetría esférica, ausencia de campos magnéticos y de rotaciones. Nuestro problema consiste en conocer las siguientes funciones:

el volumen específico	$V(m, t)$	cm^3/gm
la temperatura	$T(m, t)$	$^{\circ}$ Kelvin
la velocidad	$u(m, t)$	cm/s
la luminosidad	$L(m, t)$	$erg/gm/s$
el radio	$r(m, t)$	cm
la composición química o fracción en masa	$X_i(m, t)$	
X_i es la masa del elemento químico i dividido entre la masa total.		

Estas variables están relacionadas entre sí por las ecuaciones hidrodinámicas que adoptan en su formulación Lagrangiana las siguientes expresiones:

Conservación de la masa:

$$\frac{4\pi\partial r^3}{3\partial m} = V$$

Conservación del momento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 4\pi r^2 \frac{\partial}{\partial m}(P + q) = - \frac{Gm}{r^2}$$

donde P representa la presión y q la viscosidad artificial.

Conservación de la energía:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon - \frac{\partial L}{\partial m} - (P + q) \frac{\partial V}{\partial t}$$

E es la energía interna por unidad de masa.

ϵ es el ritmo de generación de energía en $erg/gm/s$ debido a las reacciones nucleares.

Transporte de energía por radiación y convección (siguiendo la teoría de la longitud de mezcla):

$$L = - \frac{256}{3} \frac{\pi^2 r^4 T^3 \partial T}{K \partial m} + 2\pi r^2 \bar{v} c_p T l H^{-1} (\nabla - \nabla')_{ef}$$

$$(\nabla - \nabla')_{ef} = \frac{\xi}{1 + \xi} (\nabla - \nabla_{ad}) \quad \xi = \frac{c_p K l \bar{v}}{6 a c T^3 V^2}$$

$\bar{v}$ es la velocidad convectiva en cm/s .

c_p es el calor específico.

l y H longitud de mezcla y escala de presiones en cm .

∇ , ∇' y ∇_{ad} el gradiente de temperaturas logarítmico en la estrella, en la burbuja y el adiabático.

K es la opacidad en $cm^2 g^{-1}$.

Definición de la velocidad:

$$\frac{\partial r}{\partial t} = u$$

A estas ecuaciones hemos de añadir las condiciones de contorno en el centro de la estrella y en la superficie:

para $m = 0$

$$u = 0, \quad L = 0, \quad r = 0$$

para $m = M$

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{ef} \left(\frac{2}{3} + \tau \right), P = 0$$

siendo τ el espesor óptico del material.

Junto a estas condiciones y un modelo inicial, hemos de considerar las ecuaciones constitutivas de la materia.

La ecuación de estado nos proporciona los valores de la energía y la presión en función del estado termodinámico de la materia:

$$E = E(V, T, X_i) \quad erg$$

$$P = P(V, T, X_i) \quad dynas$$

El ritmo de generación de energía nuclear y la composición química:

$$\epsilon = \epsilon(V, T, X_i) \quad X_i = X_i(m, t)$$

La opacidad

$$K = K(V, T, X_i)$$

y la viscosidad artificial

$$q = q(V, T, X_i)$$

Todo ello conforma un problema matemático bien definido que resulta ser un sistema de 5 ecuaciones en derivadas parciales no lineal con 5 incógnitas. El problema es notablemente complejo y ante la imposibilidad de su resolución analítica se ha de considerar la necesidad de realizar una integración numérica.

ESQUEMA DE CALCULO MIXTO

Seguiremos el método de las diferencias finitas. Discretizamos las derivadas temporales de la siguiente manera: Si $\frac{du}{dt} = Lu$, donde $u = u(r, t)$ y L es un operador diferencial espacial

$$u^{n+1} = u^n + Lu^n (1 - \beta) \Delta t + Lu^{n+1} \beta \Delta t$$

Aquí β es un parámetro de interpolación que toma valores entre 0 y 1. La elección de un valor determinado conduce a un esquema de cálculo concreto.

- Esquema explícito: $\beta = 0$. El valor de u en el instante $n+1$ queda exclusivamente en función de su valor en el instante de tiempo anterior. Resulta muy fácil calcular la derivada pues los valores del instante anterior los conocemos, pero alcanzamos una precisión sólo de primer orden.
- Esquema implícito: $\beta = 1$. Para calcular la derivada tenemos en cuenta sólo los valores en el instante $n+1$. La aproximación es mejor pero no se alcanza precisión de segundo orden. La solución es más complicada y requiere un método iterativo.
- Esquema centrado: $\beta = 0,5$. Sólo en este caso conseguimos la precisión de segundo orden en la aproximación numérica. La complejidad de la solución es equivalente a la del esquema implícito pero llevarla a término requiere un mayor número de cálculos.

El esquema que hemos construido desarrollando el método de Kutter y Sparks¹ es un método hidrodinámico mixto pues permite diversos valores del parámetro β . Son especialmente útiles dos de ellos: con $\beta = 1$, y largos pasos de tiempo podemos seguir la evolución estelar cuasi hidrostática, y con $\beta = 0,5$ y cortos pasos de tiempo podemos investigar los detalles de los procesos hidrodinámicos.

Para poder integrar numéricamente las ecuaciones hemos de construir una red espacial y otra temporal. Para ello dividamos la estrella en N capas concéntricas, y, en consecuencia, $N+1$ intercapas o puntos. El valor de una variable en un punto lo designamos como F_i y el valor de la misma variable en la capa lo designamos como

$F_{i-1/2}$. La variable independiente que hemos elegido es la masa. Los puntos másicos están definidos por la cantidad de masa m_i interior a dichos puntos, que permanece fija a lo largo de la evolución. Las variables físicas que utilizamos se hallan definidas bien en las capas

$$V_{i+1/2}, T_{i+1/2}, X_{i+1/2}, E_{i+1/2}, P_{i+1/2}, q_{i+1/2}, K_{i+1/2}, \epsilon_{i+1/2}$$

bien en las intercapas

$$m_i, r_i, u_i, L_i$$

En el caso de que nos interese utilizar una variable definida en una capa, en la intercapa (o viceversa) realizaremos una media geométrica,

$$T_i = (T_{i+1/2} \times T_{i-1/2})$$

En la red temporal, designaremos con el superíndice n a los valores de las variables en el instante anterior al que estamos considerando. Las variables en el instante actual se encuentran sin superíndice. Definimos el paso de tiempo de la siguiente forma

$$\Delta t^{n+1/2} = t - t^n$$

Antes de discretizar las ecuaciones conviene hacer algún cambio de variable para suavizar las variaciones de algunas magnitudes cuyos valores pueden cambiar en muchos órdenes de magnitud a lo largo de la estrella o durante el cálculo.

$$Q_i = 1 - m_i/M_0 \quad \text{donde} \quad M_0 = (1 + \Omega) m_{N+1} \quad \Omega \approx 10^{-12}$$

$$B_i = L_i/L_0 \quad L_0 \text{ luminosidad solar}$$

$$R_i = \ln r_i$$

$$W_{i+1/2} = \ln V_{i+1/2}$$

$$Z_{i+1/2} = \ln T_{i+1/2}$$

La viscosidad artificial se utiliza para eliminar los problemas numéricos que pueden surgir si se produce un frente de choque y evitar que unas capas se mezclen con las otras. Se añade a la presión siempre que $W_{i+1/2} < W_{i+1/2}^n$ con $q_0 = 1$.

$$q_{i+1/2}^{n+1/2} = q_0 \frac{(r_{i+1} - r_i)^2 (W_{i+1/2} - W_{i+1/2}^n)^2}{V_{i+1/2} (\Delta t^{n+1/2})^2}$$

ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS

Una vez efectuados los cambios de variables y puesto el esquema en diferencias finitas obtenemos el siguiente esquema de ecuaciones:

a) Ecuaciones en una capa intermedia $i = 2, N$

conservación de la masa:

$$\frac{4\pi}{3M_0} \frac{r_i^3 - r_{i-1}^3}{Q_i - Q_{i-1}} = -V_{i-1/2}$$

conservación del momento:

$$\frac{u_i - u_i^n}{\Delta t^{n+1/2}} = (1 - \beta) \mu_i^n + \beta \mu_i - \frac{4\pi}{(Q_{i+1/2} - Q_{i-1/2})} \frac{1}{M_0}$$

$$\left[(1 - \beta) (r_i^n)^2 \left(q_{i+1/2}^{n+1/2} \frac{V_{i+1/2}}{V_{i+1/2}^n} - q_{i-1/2}^{n+1/2} \frac{V_{i-1/2}}{V_{i-1/2}^n} \right) + \beta r_i^2 \left(q_{i+1/2}^{n+1/2} - q_{i-1/2}^{n+1/2} \right) \right]$$

donde,

$$\mu_i = - \frac{4\pi r_i^2 (P_{i+1/2} - P_{i-1/2})}{M_0 (Q_{i+1/2} - Q_{i-1/2})} - G \frac{m_i}{r_i^2}$$

conservación de la energía:

$$\begin{aligned} \frac{E_{i-1/2} - E_{i-1/2}^n}{\Delta t^{n+1/2}} &= (1 - \beta) (F_{i-1/2}^n) + \beta F_{i-1/2} + \\ &+ \epsilon_{i-1/2}^n - q_{i-1/2}^{n+1/2} V_{i-1/2} \frac{W_{i-1/2} - W_{i-1/2}^n}{\Delta t^{n+1/2}} \end{aligned}$$

con,

$$F_{i-1/2} = \frac{L_0 (B_i - B_{i-1})}{M_0 (Q_i - Q_{i-1})} - P_{i-1/2} V_{i-1/2} \frac{W_{i-1/2} - W_{i-1/2}^n}{\Delta t^{n+1/2}}$$

transporte de la energía:

$$B_i = \frac{256}{3} \frac{\sigma \pi^2 r_i^4 T_i^4 (Z_{i+1/2} - Z_{i-1/2})}{L_0 K_i M_0 (Q_{i+1/2} - Q_{i-1/2})} - D_i^n \frac{r_i^2 T_i}{V_i}$$

$$D_i^n = \frac{2\pi}{L_0} v_i^n c_{p,i}^n l_i^n (h_i^{-1})^n (\nabla_i - \nabla_{ef}^n) \quad \text{si} \quad \nabla_i^n \geq \nabla_{ad}^n$$

$$D_i^n = 0 \quad \text{si} \quad \nabla_i^n < \nabla_{ad}^n$$

definición de la velocidad:

$$\frac{R_i - R_{i-1}^n}{\Delta t^{n+1/2}} = (1 - \beta) \frac{u_i^n}{r_i^n} + \beta \frac{u_i}{r_i}$$

si aplicamos las condiciones de contorno en la superficie, la ecuación del momento queda como

$$F_{N+1} = \frac{4\pi r_{N+1}^2 P_{N+1/2}}{M_0 (Q_{N+1} - Q_{N+1/2})} - \frac{GM_0}{r_{N+1}^2}$$

y tomamos la siguiente ecuación para la luminosidad despreciando la convección,

$$B_{N+1} = \frac{16\pi\sigma}{3L_0} r_{N+1}^2 T_{N+1/2}^4 \left[-\frac{M_0}{4\pi} (Q_{N+1} - Q_{N+1/2}) \frac{\frac{1}{2}K_{N+1/2}}{(r_{N+1}^3 r_N)^{1/2}} + \frac{2}{3} \right]^{-1}$$

Conviene notar que la generación de energía nuclear y la convección están incluidas de forma explícita en el esquema.

Si expresamos con el índice j el número de ecuación (de 1 a 5) y con el índice i (de 3 a N) el número de intercapa resulta el siguiente sistema de ecuaciones algebraico:

$$C^j (W_{3/2}, Z_{3/2}, u_2, B_2, R_2, W_{5/2}, Z_{5/2}, R_3) = 0$$

$$G_i^j (B_{i-1}, R_{i-1}, W_{i-1/2}, Z_{i-1/2}, u_i, B_i, R_i, W_{i+1/2}, Z_{i+1/2}, R_{i+1}) = 0$$

$$S^j (B_N, R_N, W_{N+1/2}, Z_{N+1/2}, u_{N+1}, B_{N+1}, R_{N+1}) = 0$$

donde C indica las ecuaciones de la capa central, G las de una capa general intermedia y S las ecuaciones de la superficie. Resultan cinco ecuaciones para la capa central con ocho incógnitas; $5 \times (N - 2)$ ecuaciones para la zona intermedia de la estrella con $5 \times (N - 2)$ incógnitas y cinco ecuaciones para la capa superficial con 2 incógnitas. Es decir, un sistema de $5N$ ecuaciones acoplado con $5N$ incógnitas.

RESOLUCION DEL SISTEMA²

En primer lugar hemos de linealizarlo para lo que hemos utilizado el método de Newton-Raphson. Este método —como es conocido— proporciona a partir de una solución aproximada del sistema de ecuaciones la solución correcta. Esto se consigue linealizando el sistema de ecuaciones que queda transformado. Las incógnitas del nuevo sistema no son las variables —que ya conocemos en primera aproximación— sino las correcciones a las variables. Resolviendo las ecuaciones hallamos las correcciones y las sumamos a los valores aproximados. Procediendo iterativamente se puede conseguir la precisión deseada.

En un cálculo de evolución estelar, deseamos seguir la variación con el tiempo de los parámetros físicos de la estrella. Si suponemos que conocemos estos parámetros en dos instantes anteriores t^{n-1} y t^n , podemos realizar una extrapolación lineal de estos valores en el instante t , con un paso de tiempo $\Delta t = t - t^n$. Esta extrapolación lineal será la solución aproximada del sistema de ecuaciones en el instante t , que iremos corrigiendo posteriormente. La elección del paso de tiempo adecuado es un proceso delicado y requiere una subrutina específica del programa. Pasos de tiempo excesivamente grandes o pequeños pueden implicar que la solución aproximada inicial esté muy lejos de la real y el método Newton-Rawson no converja. Por otro lado si los pasos de tiempo son excesivamente pequeños —aunque el sistema converja— el tiempo de cálculo necesario para seguir un modelo evolutivo aumenta enormemente.

Nuestro nuevo sistema de ecuaciones es el siguiente

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial C^j}{\partial W_{3/2}} \partial W_{3/2} + \frac{\partial C^j}{\partial Z_{3/2}} \partial Z_{3/2} + \frac{\partial C^j}{\partial u_2} \partial u_2 + \frac{\partial C^j}{\partial B_2} \partial B_2 + \frac{\partial C^j}{\partial R_2} \partial R_2 + \\
 & + \frac{\partial C^j}{\partial W_{5/2}} \partial W_{5/2} + \frac{\partial C^j}{\partial Z_{5/2}} \partial Z_{5/2} + \frac{\partial C^j}{\partial R_3} \partial R_3 = -C^j \quad j = 1, 5 \\
 & \frac{\partial G_i^j}{\partial B_{i-1}} \partial B_{i-1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial R_{i-1}} \partial R_{i-1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial W_{i-1/2}} \partial W_{i-1/2} + \frac{\partial G_i^j}{\partial Z_{i-1/2}} \partial Z_{i-1/2} + \frac{\partial G_i^j}{\partial u_i} \partial u_i + \\
 & + \frac{\partial G_i^j}{\partial B_i} \partial B_i + \frac{\partial G_i^j}{\partial R_i} \partial R_i + \frac{\partial G_i^j}{\partial W_{i+1/2}} \partial W_{i+1/2} + \frac{\partial G_i^j}{\partial Z_{i+1/2}} \partial Z_{i+1/2} + \\
 & + \frac{\partial G_i^j}{\partial R_{i+1}} \partial R_{i+1} = -G_i^j \quad j = 1, 5 \quad i = 3, N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S^j}{\partial B_N} \partial B_N + \frac{\partial S^j}{\partial R_N} \partial R_N + \frac{\partial S^j}{\partial W_{N+1/2}} \partial W_{N+1/2} + \frac{\partial S^j}{\partial Z_{N+1/2}} \partial Z_{N+1/2} + \\ & + \frac{\partial S^j}{\partial u_{N+1}} \partial u_{N+1} + \frac{\partial S^j}{\partial B_{N+1}} \partial B_{N+1} + \frac{\partial S^j}{\partial R_{N+1}} \partial R_{N+1} = -S^j \quad j = 1, 5 \end{aligned}$$

METODO DE HENYEY

El sistema que hemos obtenido presenta un grave problema relacionado con la magnitud de la matriz. Típicamente, se divide la estrella en 100 capas, con lo que resulta una matriz de 500 ecuaciones con los evidentes problemas de cálculo que supone resolver esta matriz repetidamente (una vez para cada iteración). Henyey et al.^{3,4} idearon un método que permite superar este problema teniendo en cuenta que muchos elementos de esta matriz son cero. Esto es debido a que está formada a base de bloques de cinco ecuaciones que corresponden a cada punto de la red espacial. Estos puntos sólo están conectados físicamente con los puntos vecinos a través de las ecuaciones —en las derivadas espaciales— y no lo están con el resto de los puntos de la red espacial.

La esencia del método consiste en resolver cada uno de los bloques independientemente de forma paramétrica, siendo los parámetros incógnitas del siguiente bloque. Para el primer bloque tenemos:

$$\partial W_{3/2} = A_{12} \partial W_{5/2} + B_{12} \partial Z_{5/2} + C_{12} \partial R_3 + D_{12}$$

$$\partial Z_{3/2} = A_{22} \partial W_{5/2} + B_{22} \partial Z_{5/2} + C_{22} \partial R_3 + D_{22}$$

$$\partial u_2 = A_{32} \partial W_{5/2} + B_{32} \partial Z_{5/2} + C_{32} \partial R_3 + D_{32}$$

$$\partial B_2 = A_{42} \partial W_{5/2} + B_{42} \partial Z_{5/2} + C_{42} \partial R_3 + D_{42}$$

$$\partial R_2 = A_{52} \partial W_{5/2} + B_{52} \partial Z_{5/2} + C_{52} \partial R_3 + D_{52}$$

Calculamos los valores de las constantes A_{j2} , B_{j2} , C_{j2} , D_{j2} y se almacenan. De igual modo se resuelven los siguientes bloques,

$$\partial W_{i-1/2} = A_{1i} \partial W_{i+1/2} + B_{1i} \partial Z_{i+1/2} + C_{1i} \partial R_i + D_{1i}$$

$$\partial Z_{i-1/2} = A_{2i} \partial W_{i+1/2} + B_{2i} \partial Z_{i+1/2} + C_{2i} \partial R_i + D_{2i}$$

$$\partial u_i = A_{3i} \partial W_{i+1/2} + B_{3i} \partial Z_{i+1/2} + C_{3i} \partial R_i + D_{3i}$$

$$\partial B_i = A_{4i} \partial W_{i+1/2} + B_{4i} \partial Z_{i+1/2} + C_{4i} \partial R_i + D_{4i}$$

$$\partial R_i = A_{5i} \partial W_{i+1/2} + B_{5i} \partial Z_{i+1/2} + C_{5i} \partial R_i + D_{5i}$$

y guardamos las constantes A_{ji} , B_{ji} , C_{ji} , $D_{ji}^{2,5}$.

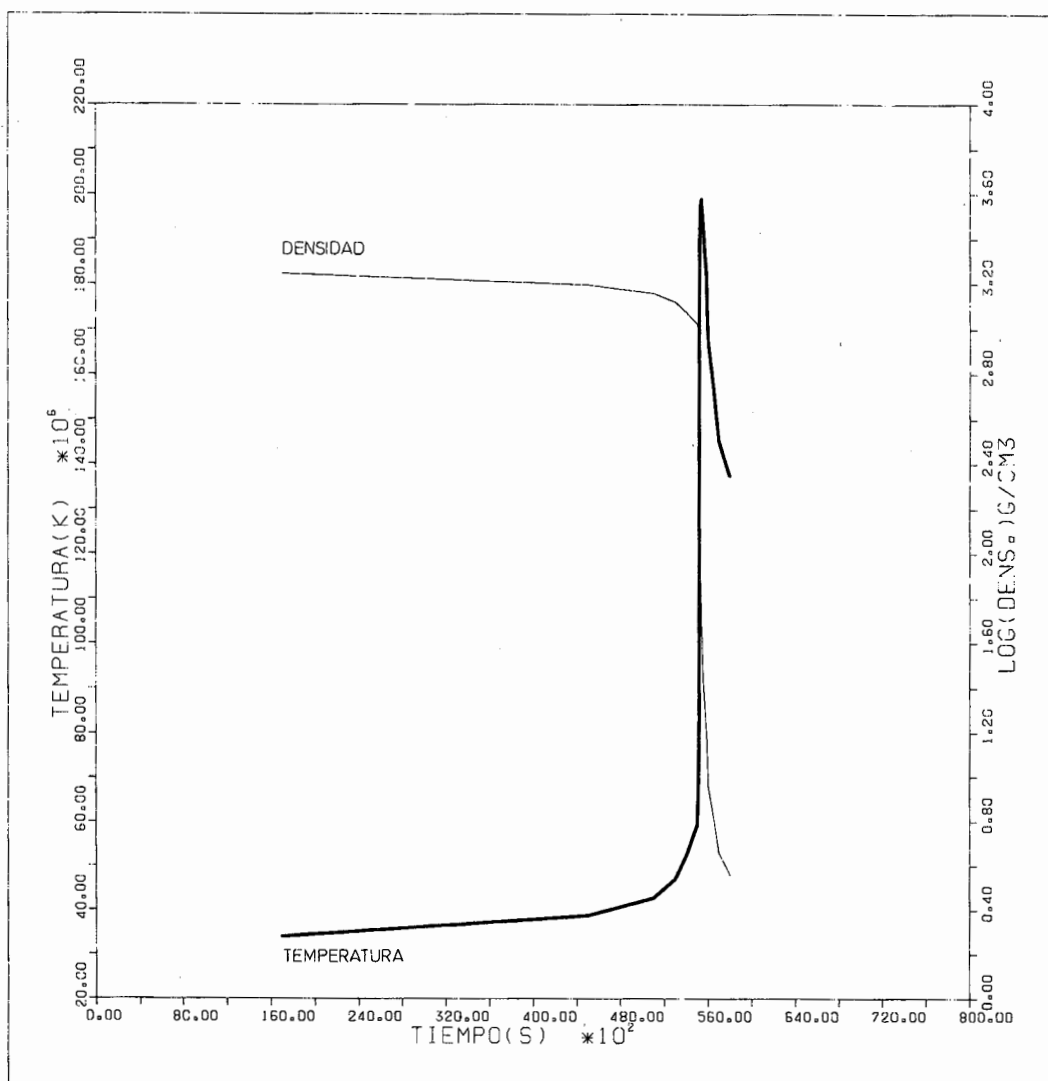


Figura 1. Evolución de la densidad y temperatura (a partir de $4 \cdot 10^7 K$) de la capa en que se origina la explosión termonuclear.

Por último en la capa de la superficie puedo obtener $\partial W_{N+1/2}$, $\partial Z_{N+1/2}$, $\partial u_{N+1/2}$, $\partial B_{N+1/2}$, ∂R_{N+1} . Con estos valores y las ecuaciones de recurrencia podemos calcular las correcciones en todas las capas. Sumando estas correcciones a los valores de nuestro modelo aproximado tenemos los valores corregidos. Con este algoritmo conseguimos reducir los elementos de la matriz con los que operamos de $(5N)^2$ aproximadamente a $50N$.

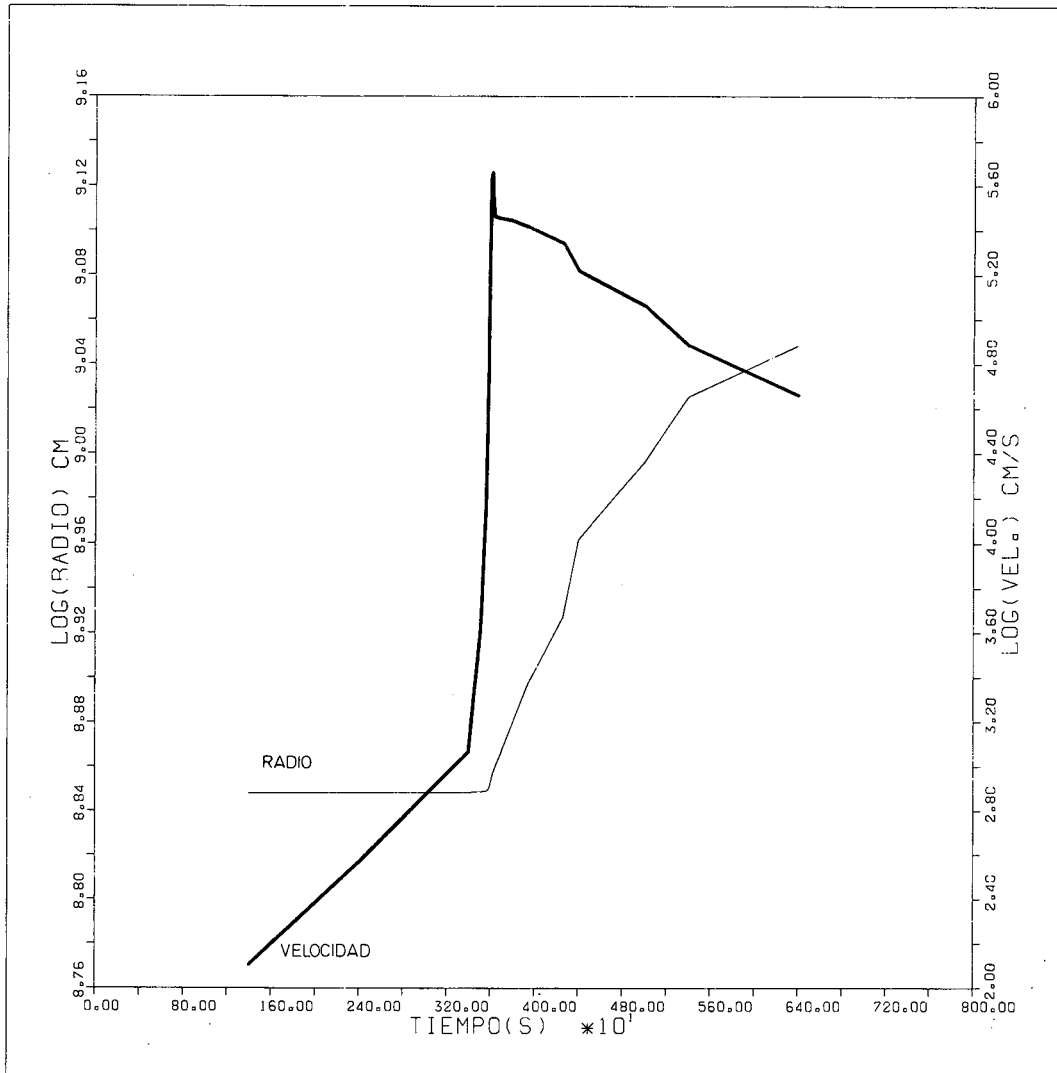


Figura 2. Velocidad y radio de la superficie de la estrella en las primeras fases de la explosión de una nova. Puede compararse con la Figura 3 para observar la relación entre el aumento de temperatura y la expansión de la estrella

La potencia del esquema de cálculo que hemos descrito —y del programa de ordenador— estriba en que no necesita cambiar sustancialmente para poder aplicarse

al estudio de fases muy distintas de la estrella. Lógicamente, las ecuaciones hidrodinámicas son válidas en todas las situaciones, y, lo que cambia, son las condiciones termodinámicas de la estrella. Esto afecta al programa sólo en las subrutinas que calculan las ecuaciones constitutivas: ecuación de estado, generación de energía nuclear, opacidad, etc., mientras que la estructura principal del programa (y del esquema de cálculo) permanece inalterada. En la siguiente sección presentamos gráficamente algunos de los resultados obtenidos a partir del programa FORTRAN que se ha construido desarrollando el modelo anterior y aplicado a la explosión de una nova.

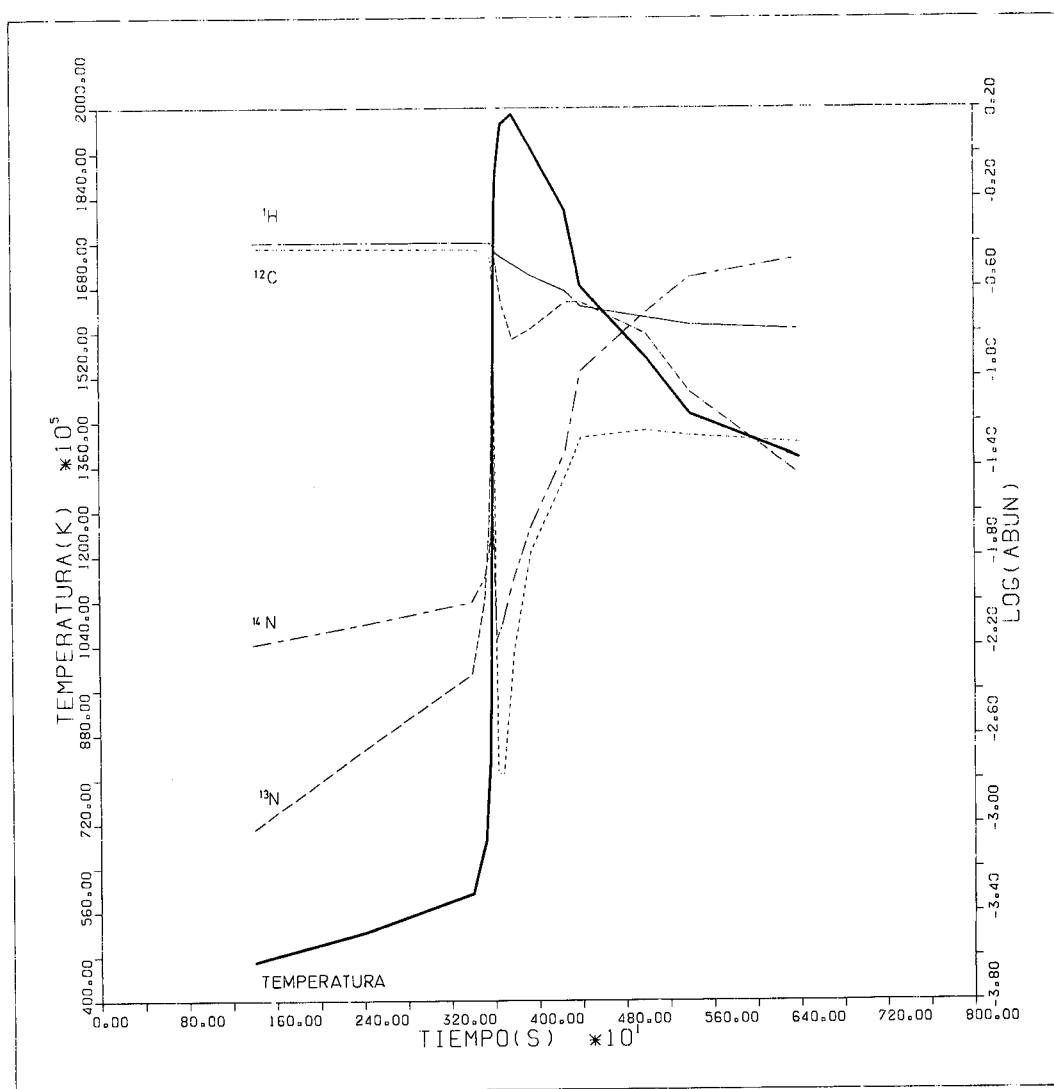


Figura 3. Variación de las abundancias de algunos elementos químicos que componen la envoltura de la nova en función de la temperatura.

APLICACION A UNA EXPLOSION DE NOVA

Una nova es una estrella enana blanca (radio similar al de la tierra y masa similar al sol), compuesta —en principio— de carbono y oxígeno que ha acumulado una pequeña cantidad de hidrógeno en su superficie procedente de otra estrella con la que forma un sistema binario. Este hidrógeno se halla a unas densidades $\approx 10^3 - 10^4 \text{ g/cm}^3$ y unas temperaturas $\approx 10^7 \text{ K}$.

En esta situación se inician las reacciones termonucleares de fusión del hidrógeno. Si el material está suficientemente degenerado es insensible (momentáneamente) al aumento de temperatura —no se dilata al calentarse—. Se produce así una autoalimentación del proceso de calentamiento. Por una parte, las reacciones nucleares liberan energía aumentando la temperatura lo que provoca que las reacciones nucleares se efectúen a mayor velocidad. Esto produce una generación de energía mayor y calienta el gas todavía más de manera que el proceso crece sin control (thermal runaway). El suceso culmina en un brote explosivo (Figura 1) que expulsa materia de la estrella^{6,7y8}. El aumento de temperatura produce una expansión inicial de la estrella (Figura 2) que se visualiza por el aumento rápido del radio estelar con velocidades de km/s . La composición química de la envoltura varía a lo largo del proceso. Los cambios más drásticos se originan en la capa de combustión cuando la temperatura supera los 10^8 K (Figura 3) pues el hidrógeno se consume a través de un ciclo CNO en el que las reacciones no se hallan en equilibrio. En estas condiciones se producen gran cantidad de núcleos radiactivos como ^{13}N , ^{14}O , ^{15}O , ^{17}F , etc. que se incorporan al resto de la envoltura por la mezcla del material debida a la convección y son los que posteriormente originarán la expulsión de materia de la estrella.

Para estudiar este proceso se utilizan las siguientes subrutinas^{5,11}: Una red de reacciones nucleares⁷ que permita calcular la generación de energía producida en la fusión del hidrógeno a través de las cadenas P-P y del ciclo CNO y la variación de las abundancias químicas que se origina en este proceso. Unas tablas de opacidades⁹, una ecuación de estado¹⁰ que proporcione la presión y energía de un gas arbitrariamente degenerado compuesto por electrones, iones y radiación y una subrutina que calcule la luminosidad originada por la convección¹¹. Igualmente se necesita un modelo inicial preciso¹¹.

REFERENCIAS

1. G.S. Kutter y W.M. Sparks, *Astrophysical Journal*, Vol. **175**, pp. 407, (1972).
2. R. Kippenhann, A. Weigert y E. Hofmeister, *Method in Computational Physics: Astrophysics*, Academic Press, Vol. **VII**, pp. 29, New York, (1967).
3. L.G. Henyey, L. Wilets, K.H. Bohm, R. Lelevier y R.D. Levee, *"Astrophysical Journal"*, Vol. **129**, pp. 628, (1959).
4. L.G. Henyey, J.E. Forbes y N.L. Gould, *"Astrophysical Journal"*, Vol. **129**, pp. 306, (1964).
5. J.M. Burgos, Tesina de Licenciatura, Universidad de Barcelona, (1986).
6. S. Starrfield, J.W. Truran y W.M. Sparks, *"Astrophysical Journal"*, Vol. **226**, pp. 186, (1978).

7. S. Starrfield, "*Classical Novae*", en prensa, Ed. Jhon Wiley & Sons, (1986).
8. D. Prialnik, "*Astrophysical Journal*", Vol. **310**, pp. 222, (1986).
9. I. Iben Jr., "*Astrophysical Journal*", Vol. **196**, pp. 525, (1975).
10. D. Sugimoto, K. Nakazawa y C. Hayashi, *Scientific Papers of the College of General Education*, Universidad de Tokyo. Vol. **22**, no. 2, pp. 145, (1972).
11. J.M. Burgos, *Tesis doctoral*, Universidad de Barcelona, (1987).