

Diseño y análisis térmico bajo incertidumbre en estructuras aeronáuticas

J. Díaz · S. Hernández · L. E. Romera · A. N. Fontán

Recibido: Julio 2010, Aceptado: Enero 2011

©Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España 2011

Resumen En este trabajo se muestra un procedimiento de cuantificación de la incertidumbre y otro de diseño robusto aplicados al diseño térmico de un panel de fuselaje y de una sección de cajón de ala. El método de cuantificación de la incertidumbre elegido se basa en simulaciones de Montecarlo y se ha seleccionado un conjunto de parámetros aleatorios representativo de una situación habitual de diseño. Los resultados muestran que los parámetros donde las incertidumbres son más significativas son los correspondientes a las cargas térmicas y que el grado de incertidumbre decrece desde la entrada a la salida del sistema. Por otra parte, el método de Taguchi de diseño robusto ha sido aplicado para obtener los valores más apropiados de un conjunto de factores en varias situaciones de diseño. En este caso, los resultados muestran una mejora en la respuesta de los componentes, al tiempo que se mantiene una baja dependencia de las variaciones en los parámetros de entrada, obteniendo diseños que aumentan el nivel de calidad.

THERMAL ANALYSIS AND DESIGN UNDER UNCERTAINTIES OF AIRCRAFT STRUCTURES

Summary In this work an uncertainty quantification procedure and a robust design method are applied to

the thermal design of a skin panel and a wing box section. The uncertainty quantification method selected is based on Monte Carlo simulations and a set of common design parameters have been considered and formulated with random values. Numerical results show that the most significant randomness comes from thermal loads and also that the amount of uncertainty decreases from input to output. On the other hand, the Taguchi's method of robust design has been applied to obtain the most appropriate values of a set of control factors in several design situations. In this case, the results show an improvement in the response of the components, maintaining a low dependence on input value variations and producing designs that increase the quality level.

1. Introducción

Los problemas térmicos relacionados con mecanismos de transferencia de calor en ingeniería aeroespacial tienen lugar en un entorno donde muchos de los parámetros requeridos para la formulación matemática del problema no pueden definirse con suficiente precisión y existe un cierto grado de incertidumbre e imprecisión. Un análisis determinista resulta en estos casos incapaz de proporcionar la información requerida por el diseñador y, es por ello, que son necesarios otros enfoques teniendo en cuenta el carácter aleatorio del fenómeno. Esta circunstancia también requiere conocer cómo afectan a la respuesta las variaciones en los parámetros de entrada, de lo que se deduce que es preferible establecer un objetivo de robustez, o en otras palabras, seleccionar diseños que reduzcan la incertidumbre de la respuesta, a pesar de la que exista en los factores de entrada.

En este documento se aplican dos metodologías de diseño bajo incertidumbre a problemas de transferencia

J. Díaz, S. Hernández, L. E. Romera, A. N. Fontán
Grupo de Mecánica de Estructuras
ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad de La Coruña
Campus de Elviña, 15071, La Coruña
Tel.: 981 167 000 ext 5478; Fax: 981 167 170
e-mail: jdiaz@udc.es; web: <http://www.gme.udc.es>

de calor: El método de cuantificación de la incertidumbre [1] y el método de diseño robusto de Taguchi [2]. Los apartados siguientes describen el trabajo llevado a cabo utilizando ambos procedimientos, incluyendo ejemplos de aplicación que demuestran sus capacidades.

2. Cuantificación de la incertidumbre

Cuantificar la incertidumbre implica propagar la información probabilista de los parámetros de entrada a las funciones de respuesta del sistema. El procedimiento puede representarse en el diagrama de flujo de la Figura 1, donde el conjunto de datos de entrada está representado por las propiedades deterministas, utilizadas en el diseño convencional y con un valor fijo durante todo el proceso, y por las propiedades aleatorias, que cambian a lo largo de todo el ciclo, de acuerdo con su incertidumbre inherente y que deben ser definidas y caracterizadas mediante un modelo estadístico adecuado [3]. Mediante un algoritmo de propagación de la incertidumbre, que en la Figura 1 se muestra con su forma genérica de preproceso, análisis y postproceso, se evalúa el efecto de las incertidumbre de entrada en la respuesta del sistema, añadiendo a la información determinista proporcionada por el análisis convencional, la información probabilista de la respuesta.

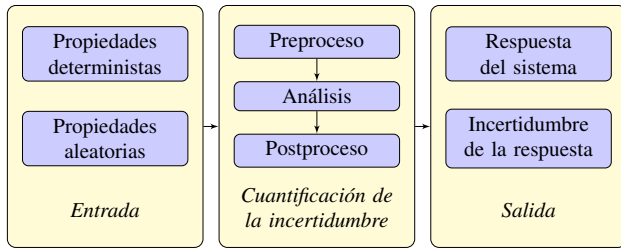


Figura 1. Diagrama de flujo del procedimiento de cuantificación de la incertidumbre

A la hora de propagar la incertidumbre, existen varios métodos que enfocan el problema desde puntos de vista diferentes, dependiendo de la respuesta buscada. De este modo, existen técnicas destinadas a calcular la probabilidad de fallo, adaptadas a métodos de fiabilidad [4,5,6], mientras que otras buscan obtener la dispersión en la respuesta y evaluar los principales momentos estadísticos [7], como los métodos de muestreo o de Montecarlo [8,9], que serán los utilizados en este trabajo.

2.1. Descripción del ejemplo de aplicación

Un panel cuadrado que simula el recubrimiento de un fuselaje y fabricado en fibra de carbono, con una longitud de 1 m y 6 mm de espesor se utilizará para mostrar la metodología empleada. Los mecanismos de transferencia de calor incluidos en el análisis son conducción a través del panel (Q_{co}), convección libre (Q_{ca}), radiación al ambiente (Q_{ra}), radiación al suelo (Q_{rg}) y radiación al cielo (Q_{rs}) [10]. La única carga térmica considerada es el flujo solar (ϕ_l) y se utiliza un código de elementos finitos [11] para realizar los análisis y obtener la temperatura en estado estacionario en el nodo de referencia [12], que se sitúa en el centro del panel. Esta temperatura es la respuesta de salida para la que se determinará la incertidumbre asociada.

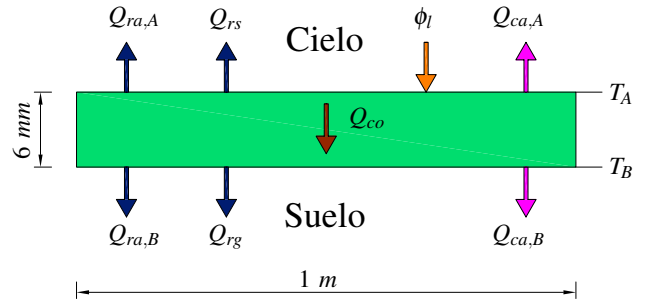


Figura 2. Panel de fibra de carbono y mecanismos de transferencia de calor considerados

2.2. Definición de los parámetros aleatorios

Se han considerado 14 parámetros aleatorios, que se muestran agrupados por concepto en la Tabla 1. Los conceptos y los parámetros que incluyen son los siguientes:

- Geometría: Espesor del panel (d)
- Cargas térmicas: Flujo solar (ϕ_l) y absorptividad solar (α_l)
- Conducción: Conductividad térmica (k)
- Convección: Coeficiente de convección (h)
- Radiación al ambiente: Temperatura ambiente (T_a), Emisividad de la superficie (ε_a) y factor de exposición (λ_a)
- Radiación al suelo: Temperatura del suelo (T_g), Emisividad de la superficie (ε_g) y factor de exposición (λ_g)
- Radiación al cielo: Temperatura del cielo (T_s), Emisividad de la superficie (ε_s) y factor de exposición (λ_s)

Tabla 1. Caracterización de los parámetros de entrada y efecto en la respuesta

Concepto	Símbolo	Unidad	Media μ	Incertidumbre δ (%)	
				Entrada	Salida
Geometría	d	mm	6	30	0.10
Cargas térmicas	ϕ_l	$\frac{W}{m^2}$	1350	30	2.75
	α_l	%	80	5	0.44
Conducción	k	$\frac{W}{mK}$	0.9	30	0.15
Convección	h	$\frac{W}{m^2K}$	7	30	1.42
Radiación al ambiente	T_a	K	328.15	30	14.6
	ε_a	%	80	5	0.05
	λ_a	%	20	5	0.05
Radiación al suelo	T_g	K	356.15	30	7.5
	ε_g	%	80	5	0.03
	λ_g	%	80	5	0.03
Radiación al cielo	T_s	K	300.15	30	3.6
	ε_s	%	80	5	0.02
	λ_s	%	80	5	0.02

Los parámetros se caracterizan mediante una distribución normal y como valor medio μ se toma el más común encontrado en la literatura [13,14]. Para la desviación típica, se consideran dos valores diferentes: uno de ellos con $\sigma = 30\%$ del valor medio, para aquellos parámetros que suelen tener una elevada dispersión y otro con $\sigma = 5\%$ del valor medio para parámetros con un rango de variación más reducido. La incertidumbre es el coeficiente de variación de los parámetros aleatorios:

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \quad (1)$$

Los valores numéricos de la media e incertidumbre se muestran en la Tabla 1. Como ejemplo, la función de densidad de probabilidad (FDP) de uno de ellos, la temperatura ambiente, se muestra en la Figura 4, junto con la FDP de la temperatura del nodo de referencia en regimen estacionario.

2.3. Estudio de propagación con parámetros aislados

En primer lugar, se han llevado a cabo catorce estudios de propagación de la incertidumbre, considerando cada parámetro aleatorio por separado. En todos ellos, se ejecutaron cien procesos utilizando simulaciones de Montecarlo (MCS) [9] con muestreo por hipercubos latinos [15,16]. En la Figura 3 se muestran los valores de temperatura en el nodo de referencia obtenidos cuando existe incertidumbre en la temperatura ambiente. Una representación similar puede definirse para el resto de las simulaciones. La media, la desviación típica y el coeficiente de variación, es decir, la incertidumbre de la respuesta, se calculan a partir de estos resultados. La Figura 4 muestra la FDP de la salida cuando existe incertidumbre en la temperatura ambiente y la Tabla 1 lista los valores de δ para todos los parámetros de entrada.

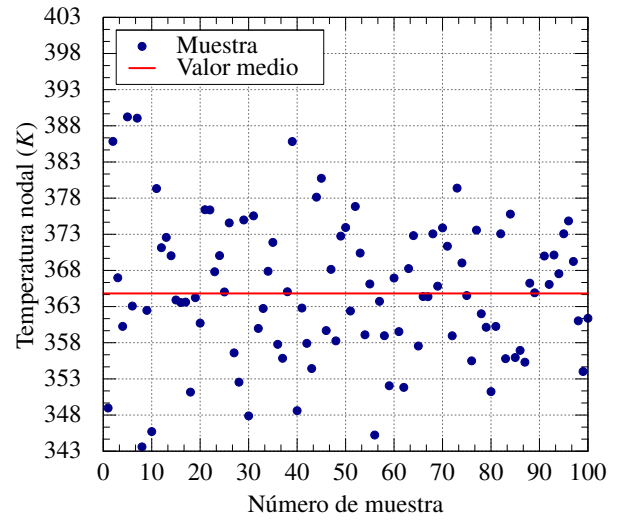


Figura 3. MCS de la temperatura estacionaria en el nodo de referencia cuando existe incertidumbre en la temperatura ambiente

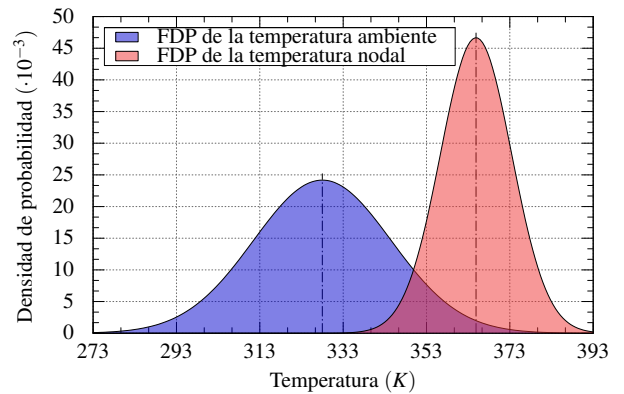


Figura 4. FDP de la temperatura ambiente (entrada) y de la temperatura de referencia (salida)

Tabla 2. Resultados del estudio con múltiples parámetros

Concepto	Parámetros aleatorios	δ (%)
Geometría, carga, conducción, convección y radiación	14	16.1
Geometría, carga y radiación	11	16.0
Conducción, convección y radiación	11	16.0
Radiación	9	15.9
Carga, geometría, conducción y convección	5	3.1
Geometría y carga	3	2.7
Conducción y convección	2	1.5

Puede comprobarse que para todos los parámetros aleatorios, el grado de incertidumbre decrece de la entrada a la salida. En otras palabras, en este componente el nivel de incertidumbre se atenúa debido a la naturaleza del problema. Puede observarse además que la temperatura ambiente es el parámetro para el que el impacto de la incertidumbre es mayor, con un valor de 14.6 % y que la radiación al cielo es el parámetro menos significativo, con una incertidumbre en la salida del 0.02 %. Debe ser mencionada también la facilidad de adaptación del procedimiento de muestreo al tipo de problema contemplado. Como contrapartida, el coste computacional resulta elevado, lo que repercute en su aplicación a simulaciones de gran tamaño, debiendo considerar en ese caso otras alternativas [17].

2.4. Estudio de propagación con múltiples parámetros

Tras la propagación con parámetros aislados, se considera la situación en la que varios de los parámetros con incertidumbre se aplican de forma conjunta, tratando de averiguar como la asociación de incertidumbres afecta a la respuesta. Para ello, el conjunto de parámetros se distribuye en cinco categorías: geometría, carga térmica, conducción, convección y radiación, siendo las propiedades estadísticas en todas ellas las mismas que en el estudio con parámetros aislados. De acuerdo con la clasificación planteada, se forman siete procesos con un número creciente de parámetros en cada uno de ellos, partiendo de dos y alcanzando catorce en el último proceso. Los conceptos en cada uno de los procesos y el número de parámetros incluidos se recogen en la Tabla 2.

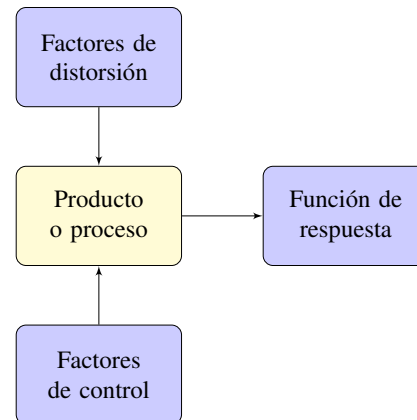
Para cada proceso se ejecutan cien simulaciones de Montecarlo y tras el tratamiento de los resultados, las propiedades estadísticas de la temperatura en el nodo de referencia fueron caracterizadas, mostrándose en la Tabla 2. Puede concluirse que el nivel de incertidumbre en la salida aumenta a medida que lo hace el número de parámetros. Sin embargo, el grado de incertidumbre en la salida es siempre menor que en la entrada en todos

los casos, siguiendo el mismo patrón observado en el estudio de propagación con parámetros simples.

3. Diseño Robusto

El objetivo del diseño robusto consiste en obtener un producto que sea, en la medida de lo posible, insensible a la variación en los parámetros de entrada [18]. En el análisis robusto, dado un valor objetivo para una respuesta del diseño, el candidato preferido no es el más cercano al objetivo, sino el menos sensible a variaciones en los parámetros de entrada.

El diseño robusto mejora la capacidad de las técnicas de cuantificación de la incertidumbre ya que incorpora una función que representa la robustez, que es optimizada en el proceso. El diagrama de flujo de esta metodología se representa en la Figura 5, donde un producto o proceso gobernado por un cierto número de factores de control y sujeto a incertidumbre proveniente de factores de distorsión es diseñado para alcanzar una respuesta con la mínima dispersión posible.

**Figura 5.** Diagrama de flujo del diseño robusto

Genichi Taguchi fue el precursor de las técnicas de diseño robusto y en este trabajo se sigue el método propuesto por él, donde la robustez de un diseño se determina por el valor de una función que define la pérdida

de calidad del mismo, siendo el mejor diseño aquel que tiene la menor pérdida de calidad. Con este método, se formula el diseño robusto en un entorno con incertidumbre considerando tres conceptos: dos conjuntos de factores y una respuesta prefijada. El primer conjunto está formado por los factores de distorsión, que son parámetros relacionados con el problema que tienen un rango de valores no controlado por el diseñador y constituyen la fuente de incertidumbre. El segundo conjunto comprende los factores de control, que son parámetros relacionados con el problema cuyo rango de valores puede ser establecido en el proceso. El tercer concepto es la respuesta del sistema, con un valor prefijado elegido por el diseñador, que es el objetivo del problema. Cualquier diferencia entre este valor y la respuesta de un diseño dado, se considera que disminuye la calidad. En ese sentido, la denominada función de pérdida de calidad se define para cuantificar esta situación. La estrategia del método de Taguchi para encontrar el diseño robusto consiste en identificar el valor adecuado de los factores de control que minimiza la función de pérdida de calidad, al tiempo que se tiene en cuenta la variabilidad de los factores de distorsión. En resumen, los pasos del método son los siguientes [19]:

1. Definir el vector de factores de distorsión y sus niveles.
2. Definir el vector de factores de control y sus niveles.
3. Definir las matrices ortogonales, que establecen el número de experimentos a realizar.
4. Llevar a cabo los análisis definidos en las matrices ortogonales.
5. Definir la función de pérdida de calidad.
6. Observar el efecto de cada factor de control en la función de pérdida de calidad utilizando análisis de la media (ANOM).
7. Identificar los niveles adecuados de cada factor de control y, por lo tanto, el diseño más robusto.

Tres clases genéricas de problemas pueden ser resueltas mediante el método de Taguchi [2]: Problemas que tienen un valor establecido para la respuesta, denominados *nominal the best* (NTB). La segunda clase comprende los problemas que persiguen obtener el menor valor posible, denominados *smaller the better* (STB). En tercer lugar, están los problemas que tratan de obtener el mayor valor posible, llamados *larger the better* (LTB).

El diseño robusto en problemas térmicos puede realizarse aplicando la formulación de Taguchi, como otros autores han demostrado [20,21,22], pero no es común su aplicación en el caso del diseño térmico de componentes aeronáuticos. En este caso, los parámetros incluidos en el problema deben ser interpretados o bien como factores de distorsión o bien como factores de control y

debe seleccionarse el tipo de respuesta adecuada a cada situación. En este caso, el procedimiento más indicado es elegir el valor de la temperatura en ciertos puntos de control para problemas tipo NTB, la menor temperatura posible en un dominio para problemas STB y la mayor diferencia térmica entre dos dominios en el caso de problemas tipo LTB.

3.1. Descripción del ejemplo de aplicación

Como ejemplo para ilustrar el procedimiento se utiliza una caja cerrada de 1 m de ancho, 2 m de longitud y 0.5 m de alto con dos cavidades idénticas, que simula la sección de un cajón alar sometida a flujo solar y lateral y que intercambia calor con el ambiente, el cielo y el suelo por medio de conducción, convección al ambiente, radiación al ambiente, al cielo, al suelo y en cavidades (Figuras 6 y 7). En este caso, la temperatura nodal en los puntos centrales de cada cavidad se selecciona para definir el nivel de calidad de los diseños (Figura 7).

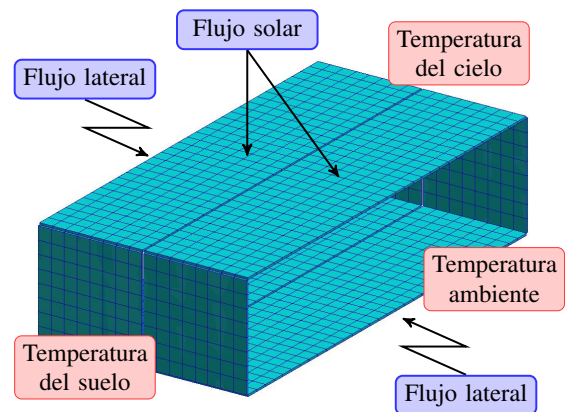


Figura 6. Cajón con dos cavidades sometido a flujo solar, radiación, convección y conducción

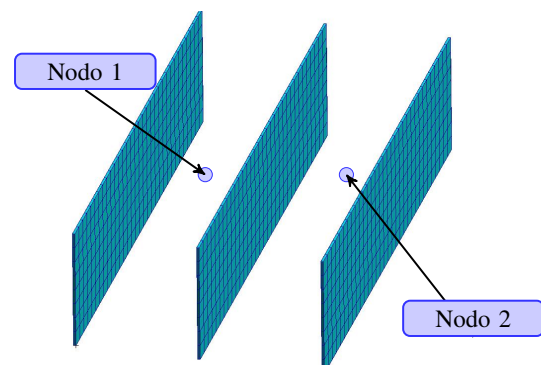


Figura 7. Nodos seleccionados para la medida de temperatura

Tabla 3. Formulación de los factores de distorsión

Factor de distorsión	Símbolo	Unidad	μ	ν (%)	σ	Nivel 1	Nivel 2
Flujo solar	ϕ_l	$\frac{W}{m^2}$	1350	5	22.5	1327.5	1372.5
Flujo lateral	ϕ_t	$\frac{W}{m^2}$	500	15	25	475	525
Conductividad térmica	k	$\frac{W}{mK}$	150	20	10	140	160
Coefficiente de convección	h	$\frac{W}{m^2K}$	12	10	0.4	11.6	12.4
Temperatura ambiente	T_a	K	321.15	10	10.7	310.5	331.9
Temperatura del cielo	T_s	K	297.15	10	9.9	287.3	307.1
Temperatura del suelo	T_g	K	348.15	10	11.6	336.6	359.8

Tabla 4. Formulación de los factores de control

Factor de control	Símbolo	Unidad	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Absortividad solar	α_l	%	20	50	80
Emisividad de la cavidad izquierda	$\varepsilon_{a,l}$	%	10	50	90
Emisividad de la cavidad derecha	$\varepsilon_{a,r}$	%	10	50	90
Emisividad de las superficies internas	ε_c	%	10	50	90

En el estudio se incluyen siete factores de distorsión: El flujo solar y lateral, la conductividad térmica, el coeficiente de transferencia de calor y la temperatura del cielo, del suelo y del ambiente. Estos factores tienen un valor medio μ y un porcentaje de variación ν . El valor de la desviación típica σ se define como:

$$\sigma = \frac{\mu\nu}{3} \quad (2)$$

Para cada factor de distorsión se consideran dos valores diferentes: $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$. De acuerdo con la terminología empleada por Taguchi, esos dos factores se identifican como nivel 1 y nivel 2, respectivamente. La información completa para todos los factores de distorsión aparece en la Tabla 3.

En el caso de los factores de control, se eligen cuatro características diferentes del componente: la absortividad solar de los paneles superiores, la emisividad de las cavidades izquierda y derecha y la emisividad de las superficies interiores en la radiación en cavidades. En cada uno de ellas se definen tres niveles, que se muestran en la Tabla 4.

Después de seleccionar los factores de distorsión y control, el siguiente paso consiste en definir las matrices ortogonales, que permiten establecer una secuencia de experimentos sin que exista tendencia o predominancia de algún factor en los resultados. La Tabla 5 muestra la matriz ortogonal L_8 (2^7) que contiene los niveles seleccionados para cada factor de distorsión. Cada una de las ocho combinaciones se denomina experimento en la terminología de Taguchi. Del mismo modo, debe definirse otra matriz ortogonal L_9 (3^4) para los factores de control y en la Tabla 6 se muestran los niveles seleccionados para cada uno de los nueve experimentos de este caso.

Tabla 5. Matriz ortogonal L_8 (2^7) de los factores de distorsión

Experimento	Factor						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Tabla 6. Matriz ortogonal L_9 (3^4) de los factores de control

Experimento	Factor			
	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Debe tenerse en cuenta que para cada experimento incluido en la matriz de factores de control, los ocho casos considerados en la matriz de factores de distorsión son analizados, lo que resulta en setenta y dos soluciones. Cada una de ellas corresponde a un diseño diferente del componente y por lo tanto debe analizarse por separado. Para todos ellos, la temperatura en los nodos de referencia debe ser obtenida. En las Figuras 8 y 9 se muestra un ejemplo de uno de los resultados numéricos obtenidos.

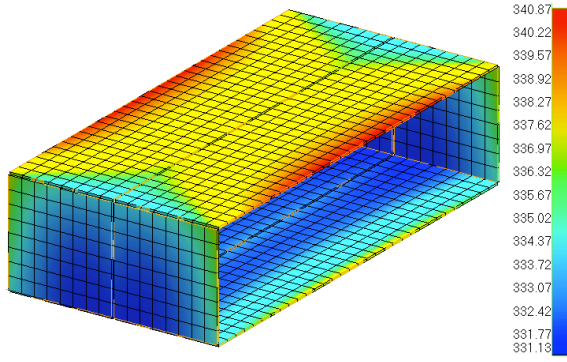


Figura 8. Mapa de temperaturas en el contorno exterior

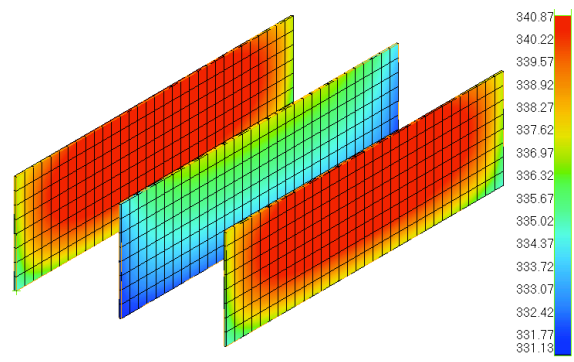


Figura 9. Mapa de temperaturas en las paredes internas

Tabla 7. Problema NTB. Valores de η en los nodos 1 y 2

Experimento	Factor de control				Nominal the best	
	1	2	3	4	Pérdida de calidad	
					Nodo 1	Nodo 2
1	1	1	1	1	29.73	29.73
2	1	2	2	2	30.52	30.52
3	1	3	3	3	30.95	30.95
4	2	1	2	3	30.34	30.60
5	2	2	3	1	31.00	31.17
6	2	3	1	2	30.97	30.54
7	3	1	3	2	30.83	31.28
8	3	2	1	3	30.90	30.63
9	3	3	2	1	31.49	31.32
Media					30.75	30.75

Tabla 8. Problema NTB. Resultados del análisis de la media

Nominal the best. Nodo 1				Nominal the best. Nodo 2			
Factor	Nivel			Factor	Nivel		
	1	2	3		1	2	3
1	30.40	30.77	31.07	1	30.40	30.77	31.07
2	30.30	30.81	31.14	2	30.53	30.77	30.94
3	30.53	30.78	30.93	3	30.30	30.81	31.13
4	30.74	30.77	30.73	4	30.74	30.78	30.73

3.2. Problemas tipo Nominal the best

En esta variante del método de Taguchi, las temperaturas T_1 y T_2 en los nodos de referencia se eligen como objetivos de diseño. El problema se formula tratando de minimizar la variación de T_1 y T_2 debida a los factores de distorsión. Como la variación es un indicativo de pérdida de calidad, el problema corresponde al tipo *Nominal the best*, por lo que la función señal/ruido η se define como:

$$\eta = 10 \log_{10} \left(\frac{\mu_t^2}{\sigma_t^2} \right) \quad (3)$$

En la expresión anterior, μ_t es el valor medio y σ_t es la desviación típica de la temperatura en los nodos 1 y 2. Puede comprobarse como la función η es inversamente proporcional a la desviación típica, por lo que

minimizar las pérdidas de calidad, y por tanto la dispersión, equivale a maximizar la función señal/ruido η .

Tras el cálculo de cada conjunto de ocho análisis térmicos para cada experimento de la matriz de factores de control, el valor de η se muestra en la Tabla 7. A continuación, mediante el análisis de la media se obtiene el valor de η para cada uno de los tres experimentos correspondientes al mismo nivel de cada factor de control. Por ejemplo, el factor de control 2 tiene el nivel 3 en los experimentos 3, 6 y 9 y por ello:

$$\eta_{23} = \frac{30,95 + 30,97 + 31,49}{3} = 31,14 \quad (4)$$

En esta ecuación, los subíndices 2 y 3 representan el factor de control y su nivel, respectivamente. La Tabla 8 muestra los resultados completos para los nodos 1 y 2. Estos resultados pueden representarse gráficamente y

en la Figura 10 se muestran los valores correspondientes al nodo 1. Dado que maximizar η equivale a disminuir las pérdidas de calidad, en la Figura 10 resulta claro qué nivel de cada factor de control produce el valor más adecuado de η .

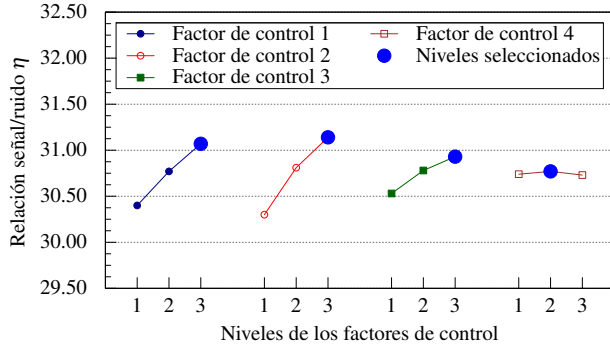


Figura 10. Problema NTB. Selección de los niveles de los factores de control

Debe indicarse que el conjunto seleccionado de niveles de los factores de control correspondiente al diseño robusto, no existe en la matriz ortogonal de la Tabla 7. Esta propiedad es una de las características más potentes del método de Taguchi, dado que puede identificar combinaciones de los factores de control con comportamiento superior a los incluidos en la batería de experimentos evaluada.

El último paso de la metodología consiste en confirmar que el conjunto de niveles seleccionado se comporta mejor que el resto de experimentos llevados a cabo. Esta fase se denomina de verificación y se lleva a cabo comparando la condición inicial, definida por el valor medio y la desviación típica de los setenta y dos experimentos indicados por las matrices ortogonales, con los valores correspondientes a los ocho experimentos realizados considerando el nivel seleccionado de los factores de control en el diseño robusto y la matriz ortogonal de factores de distorsión. La Tabla 9 muestra los valores numéricos de esta comparación y se comprueba que no sólo la relación señal/ruido η aumenta, indicando menores pérdidas de calidad, sino que la varianza disminuye.

Tabla 9. Problema NTB. Verificación del experimento

	Condición inicial	Diseño robusto
η	30.75	31.59
Varianza	98.72	81.42

3.3. Problemas tipo Smaller the better

Otra formulación posible del problema de diseño robusto en análisis térmico consiste en obtener la menor temperatura posible en los nodos 1 y 2, manteniendo la menor variación posible. Esto se corresponde con un problema tipo *smaller the better*. En este caso, la relación señal/ruido η que debe maximizarse es la siguiente:

$$\eta = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i^2 \right) \quad (5)$$

Donde t_i es la temperatura en un punto del dominio y n representa el número de experimentos en la matriz ortogonal de factores de distorsión. Como η es un número negativo, maximizar la expresión anterior sólo puede producirse disminuyendo la temperatura en los nodos. Los factores de distorsión y control utilizados en este problema son los mismos que en el diseño tipo *nominal the best* previo, por lo que las matrices ortogonales que definen los experimentos son las mostradas en las Tablas 5 y 6. Tras el cálculo de la función η para cada experimento, los valores numéricos se muestran en la Tabla 10 y los resultados del análisis de la media se indican en la Tabla 11.

Tabla 10. Problema STB. Valores de η en los nodos 1 y 2

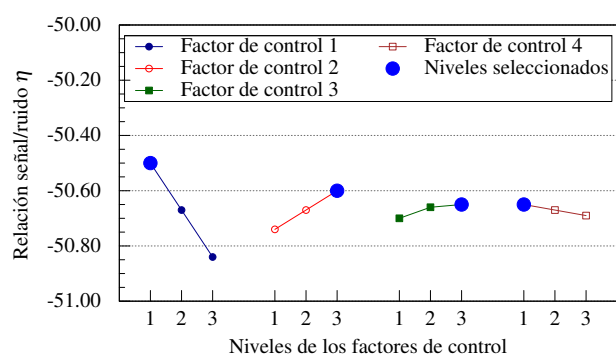
Experimento	Factor de control				Smaller the better	
	1	2	3	4	Nodo 1	Nodo 2
1	1	1	1	1	-50.58	-50.58
2	1	2	2	2	-50.49	-50.49
3	1	3	3	3	-50.43	-50.43
4	2	1	2	3	-50.75	-50.70
5	2	2	3	1	-50.63	-50.59
6	2	3	1	2	-50.63	-50.72
7	3	1	3	2	-50.90	-50.78
8	3	2	1	3	-50.88	-50.95
9	3	3	2	1	-50.73	-50.78
Media					-50.67	-50.67

Los resultados gráficos del análisis de la media para el nodo 1 aparecen en la Figura 11 y también los valores seleccionados para los niveles de los factores de control que maximizan la función η y por tanto disminuyen las pérdidas de calidad, dando lugar a un diseño robusto.

Finalmente, los valores numéricos obtenidos para el nodo 1 en los experimentos de verificación se muestran en la Tabla 12, donde puede observarse que el diseño robusto produce un decremento de temperatura, mientras que la función η aumenta, lo que es equivalente a reducir la varianza y, por tanto, a aumentar la calidad.

Tabla 11. Problema STB. Resultados del análisis de la media

Smaller the better, Nodo 1				Smaller the better, Nodo 2			
Factor	Nivel			Factor	Nivel		
	1	2	3		1	2	3
1	-50.50	-50.67	-50.84	1	-50.50	-50.67	-50.84
2	-50.74	-50.67	-50.60	2	-50.69	-50.68	-50.64
3	-50.70	-50.66	-50.65	3	-50.75	-50.66	-50.60
4	-50.65	-50.67	-50.69	4	-50.65	-50.66	-50.69

**Figura 11.** Problema STB. Selección de los niveles de los factores de control**Tabla 12.** Problema STB. Verificación del experimento

	Condición inicial	Diseño robusto
Temperatura media	341.48	332.19
η	-50.67	-50.43
Varianza	98.72	88.43

4. Conclusiones

En este trabajo se ha llevado a cabo la cuantificación de la incertidumbre y el diseño robusto de componentes aeronáuticos, junto con las oportunas consideraciones sobre comportamiento, eficacia y posibilidad de aplicación de los métodos. Finalmente, pueden deducirse las siguientes conclusiones:

1. Se han analizado catorce procesos con parámetros de entrada aislados. En todos ellos, el nivel de incertidumbre en la salida decrece para todo el conjunto de parámetros.
2. Se ha realizado un estudio de propagación múltiple, con un número variable de dos a catorce parámetros, dando lugar a siete procesos. El nivel de incertidumbre en la respuesta aumenta conforme lo hace el número de parámetros considerados. Sin embargo, en todos los casos la incertidumbre en la salida es menor que la incertidumbre en los parámetros de entrada.
3. El método de Montecarlo resulta adecuado para estudios de propagación de incertidumbre, permitiendo una fácil adaptación a procedimientos conven-

cionales de diseño. La contrapartida es su elevado coste computacional, que obliga a considerar otros métodos en simulaciones con un alto número de elementos.

4. El método de Taguchi resulta adecuado para obtener diseños robustos en problemas térmicos, permitiendo formular diversos tipos de problemas y reducir el coste de desarrollo, al tiempo que se mantiene un nivel adecuado de calidad en la respuesta. Se han presentado dos ejemplos que muestran la aplicación del método utilizando un conjunto específico de factores de distorsión y control. Sin embargo, el método es de aplicación general a este tipo de problemas.

Referencias

1. Park G.-J., *et al.* (2006) Robust design: An overview, *AIAA Journal*. 44(1):181-191
2. Taguchi G., *et al.* (2005) *Taguchi's quality engineering handbook*. John Wiley & Sons - ASI Consulting Group. Hoboken. NJ
3. Haldar A., Mahadevan S. (2000) *Probability, reliability, and statistical methods in engineering design*. John Wiley & Sons. New York
4. Thoft-Christensen P., Baker M.J. (1982) *Structural reliability theory and its applications*. Springer-Verlag. Berlin
5. Thoft-Christensen P., Murotsu Y. (1986) *Application of structural systems reliability theory*. Springer-Verlag. Berlin
6. Ditlevsen O., Madsen H.O. (1996) *Structural reliability methods*. John Wiley & Sons. Chichester
7. Melchers R.E. (1999) *Structural reliability analysis and prediction*. 2.^a Ed. John Wiley & Sons. Chichester
8. Sobol I.M. (1994) *Primer for the Monte Carlo method*. CRC Press. Boca Raton. FL
9. Metropolis N., Ulam S. (1949) The monte carlo method. *Journal of the American Statistical Association* 44(247):335-341
10. Incropera F.P. (2007) *Introduction to heat transfer*. 5.^a Ed. Wiley. Hoboken. NJ
11. *MSC Nastran (2004) Thermal Analysis User's Guide*. MSC Software Corporation. Santa Ana. CA
12. Reddy J., Gartling D.K. (2001) *Finite element method in heat transfer and fluid dynamics* 2.^a Ed. CRC Press. Boca Raton. FL
13. Gorlani M., *et al.* (2004) Feasibility of using a stochastic approach for space thermal analysis. En: *18th European Workshop on Thermal and ECLS Software*. ESA/ESTEC
14. Wright M., *et al.* (2007) Probabilistic modeling of aerothermal and thermal protection material response uncertainties. *AIAA Journal*. 45(2):399-410

15. McKay M. *et al.* (1979) A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*. 21(2):239-245
16. A. Olsson, *et al.* (2003) *On latin hypercube sampling for structural reliability analysis*, *Structural safety*. 25(1):47-68
17. de Lima B., Ebecken N. (2000) A comparison of models for uncertainty analysis by the finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design* 34(2): 211-32
18. Taguchi G., *et al.* (2000) *Robust engineering*. McGraw-Hill. New York
19. Phadke M.S. (1989) *Quality engineering using robust design*. Prentice Hall. Englewood Cli s. NJ
20. Sahin B., Demir A. (2008) Thermal performance analysis and optimum design parameters of heat exchanger having perforated pin fins. *Energy Conversion & Management*. 49(6):1684-95
21. Hung T.-C., *et al.* (2007) An optimal parametric design to improve chip cooling. *Applied Thermal Engineering*. 27(11):1823-31
22. Yakut K., *et al.* (2006) Experimental investigation of thermal resistance of a heat sink with hexagonal fins. *Applied Thermal Engineering*. 26(17):2262-71