

RESPUESTA SISMICA DE UN SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA

JAVIER AVILES

*Instituto de Investigaciones Eléctricas,
Interior Internado Palmira,
Apartado Postal 475,
Cuernavaca 62000, Morelos,
México*

RESUMEN

En este trabajo se presenta un método analítico para resolver el problema de interacción dinámica de una estructura con un estrato blando que descansa sobre una base rígida. El sistema de interacción suelo-estructura considerado está formado por una viga de cortante desplantada sobre una cimentación rígida la cual está incrustada en un estrato viscoelástico lineal equivalente que se apoya sobre un basamento de roca rígido. Este modelo incluye varios parámetros típicos de los problemas reales de interacción suelo-estructura. La solución es aproximada y se puede obtener en una forma cerrada. Los efectos de la condición geológica considerada se investigan para el caso de ondas SH. El análisis se realiza a través del dominio de la frecuencia en dos etapas: primero se obtiene la función de transferencia del sistema, y después se evalúa el movimiento sísmico en la base de la estructura mediante la síntesis de Fourier para cualquier movimiento sísmico en la base rígida. Se calcularon acelerogramas sintéticos y espectros de respuesta de piso, haciendo el movimiento de la base rígida igual al componente *EW* de aceleración registrado en la estación de Tacubaya en la ciudad de México durante el gran temblor de Michoacán de 1985.

SUMMARY

In this work an analytical method is presented to solve the problem of dynamic interaction of a structure with a soft stratum resting on a rockbed. The soil-structure interaction system considered is formed by a shear wall placed on a rigid footing which is embedded in an equivalent linear-viscoelastic layer supported on a rigid rock basement. This model includes several parameters typical of realistic problems. The solution is approximate and can be obtained in a closed form. The effects of the geological condition considered are investigated for SH waves. The analysis is made through the frequency domain in two stages: first the transfer function of the system is obtained, and after the ground motion at the structure base is evaluated by means of the Fourier synthesis for any input motion. Time series and floor response spectra were computed by setting the rockbed motion equal to the *EW* acceleration time history recorded at Tacubaya station in Mexico City during the great Michoacan earthquake of 1985.

Recibido: Septiembre 1989

INTRODUCCION

La mayoría de los métodos actuales para el cálculo de la respuesta sísmica de estructuras que incluyen los efectos de la interacción suelo-estructura suponen al suelo como un semiespacio elástico. Como resultado de esta hipótesis se desprecian efectos adicionales de interacción generados por la presencia de irregularidades geológicas tales como estratos blandos.

Luco¹ estudió el problema bidimensional de interacción entre una estructura y un semiespacio en el dominio de la frecuencia. Encontró que se puede generar amplificación dinámica para suelo duro y frecuencias bajas. Recientemente, Luco y Wong² analizaron un problema tridimensional de interacción en el dominio del tiempo. En este caso y para excitación de ondas SH, se analiza particularmente la posible reducción de la respuesta debido al filtrado por la cimentación.

Los estudios sobre la respuesta de estructuras ante temblores cimentadas en formaciones geológicas blandas son limitados por la falta de técnicas eficientes. Es necesario el desarrollo de procedimientos, que sean eficientes y precisos, para calcular la respuesta de una estructura desplantada sobre un estrato blando y sometida a excitación sísmica.

En este trabajo se presenta una técnica analítica para resolver el problema de interacción dinámica de una estructura con un estrato blando apoyado en una base rígida. El problema se formula en dos dimensiones como uno de difracción múltiple de ondas elásticas³. El modelo de interacción suelo-estructura empleado consiste de una viga de cortante desplantada sobre una cimentación rígida con sección transversal semicircular, la cual está incrustada en un estrato viscoelástico lineal, homogéneo e isótropo apoyado sobre una base rígida sujeta a movimiento del tipo SH. El comportamiento viscoelástico se considera de manera aproximada, introduciendo el concepto de módulo de rigidez complejo. La respuesta del sistema suelo-estructura se obtiene a través del dominio de la frecuencia en dos etapas. En la primera se evalúa la respuesta en la frecuencia en la base de la estructura. La segunda corresponde al cálculo de la respuesta en el tiempo mediante la síntesis de Fourier⁴, usando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier⁵.

EL PROBLEMA

El problema se formula como uno de difracción múltiple de ondas elásticas empleando imágenes múltiples⁶. La solución se construye con una expansión de funciones que son soluciones base de la ecuación que gobierna al problema y satisfacen las condiciones de frontera, excepto las correspondientes a la interfase suelo-cimentación. Los coeficientes indeterminados de la expansión se obtienen satisfaciendo las condiciones de frontera faltantes en una forma exacta.

En un medio elástico lineal, homogéneo e isótropo, el desplazamiento w_z en la dirección z_0 (Figura 1) producido por la propagación de ondas SH armónicas satisface la ecuación reducida de onda o ecuación de Helmholtz⁷:

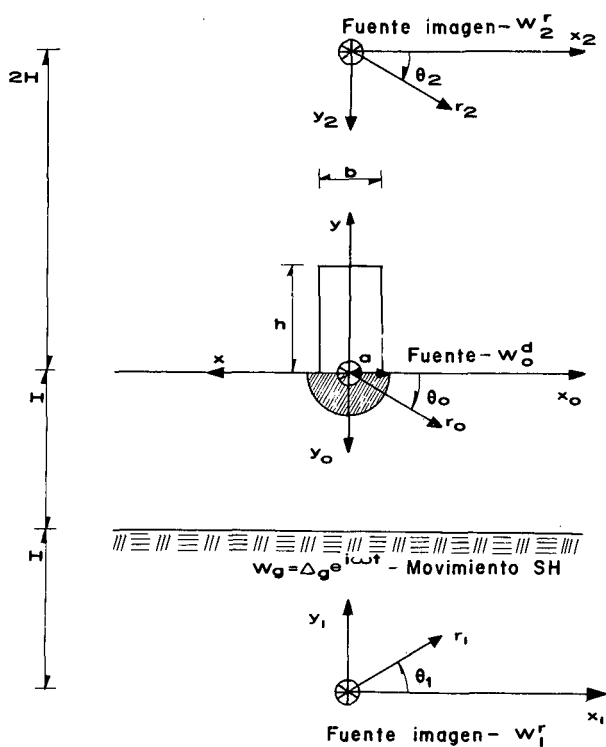


Figura 1. Modelo de interacción dinámica suelo-estructura.

$$\frac{\partial^2 w_s}{\partial x_o^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial y_o^2} + k_s^2 w_s = 0 \tag{1}$$

donde $k_s = \omega/\beta_s =$ número de onda de cortante, $\omega =$ frecuencia de excitación, $\beta_s = \sqrt{\mu_s/\rho_s} =$ velocidad de propagación de ondas de cortante, $\mu_s =$ módulo de cortante del suelo y $\rho_s =$ densidad del suelo.

La presencia de la superficie libre y la cimentación produce la reflexión y difracción del campo incidente, respectivamente. Por tanto, la solución en el estrato de suelo de la Figura 1 se puede construir como:

$$w_s = w^i + w^r + w_o^d + w_1^r + w_2^r \tag{2}$$

donde $w^i =$ campo incidente, $w^r =$ campo reflejado, $w_o^d =$ campo difractado por la cimentación y $w_1^r, w_2^r =$ campos reflejados por la base rígida y la superficie libre, respectivamente, debidos al campo w_o^d .

Si el basamento de roca se somete a un movimiento armónico $w_g = \Delta_g e^{i\omega t}$ el cual genera ondas planas SH, el campo libre en ausencia de la cimentación referido al sistema de coordenadas (x_o, y_o) está dado por:

$$w^i(x_o, y_o) + w^r(x_o, y_o) = \Delta_s [\exp(ik_s y_o) + \exp(-ik_s y_o)] e^{i\omega t} \tag{3}$$

donde $\Delta_s = \frac{1}{2}\Delta_g / \cos(k_s H)$, $\Delta_g =$ amplitud del movimiento de la base rígida y $H =$ espesor del estrato.

El campo difractado por la cimentación se puede expresar en el sistema (r_0, θ_0) como⁸:

$$w_0^d(r_0, \theta_0) = \Delta_s \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n H_{2n}^{(2)}(k_s r_0) \cos 2n\theta_0 \right] e^{i\omega t} \quad (4)$$

donde $A_n =$ coeficiente complejo que se determina al satisfacer las condiciones de frontera y $H_m^{(2)}(o) =$ función de Hankel de segunda especie y orden m .

El campo w_1^r representa la reflexión del campo w_0^d en la base rígida. Por tanto, w_1^r se puede construir como la imagen de w_0^d y en el sistema (r_1, θ_1) está dado por:

$$w_1^r(r_1, \theta_1) = -\Delta_s \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n H_{2n}^{(2)}(k_s r_1) \cos 2n\theta_1 \right] e^{i\omega t} \quad (5)$$

El campo w_2^r representa a su vez la reflexión del campo w_1^r en la superficie libre. Así, w_2^r se puede construir como la imagen de w_1^r y en el sistema (r_2, θ_2) está dado por:

$$w_2^r(r_2, \theta_2) = -\Delta_s \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n H_{2n}^{(2)}(k_s r_2) \cos 2n\theta_2 \right] e^{i\omega t} \quad (6)$$

Por otro lado, la condición de frontera en la superficie libre es:

$$\mu_s \frac{\partial w_s}{\partial y_0} \Big|_{y_0=0} = 0 \quad (7)$$

Esta condición de frontera se satisface automáticamente por la forma de los campos considerados. La condición de frontera en el basamento de roca es:

$$w_s \Big|_{y_0=H} = w_g \quad (8)$$

Esta condición de frontera se puede descomponer en las siguientes condiciones de frontera equivalentes:

$$(w^i + w^r) \Big|_{y_0=H} = w_g \quad (9)$$

$$(w_0^d + w_1^r) \Big|_{y_0=H} = 0 \quad (10)$$

$$w_2^r \Big|_{y_0=H} = 0 \quad (11)$$

Debido a la forma de los campos considerados, las ecuaciones 9-10 se satisfacen automáticamente en una forma exacta mientras que la ecuación 11 sólo lo hace de manera aproximada; esto último se logra por la posición lejana de la fuente correspondiente y la inclusión de los amortiguamientos geométrico y material.

Como la cimentación se supone rígida, las condiciones de frontera que deben ser satisfechas en la interfase suelo-cimentación son de continuidad de desplazamientos y equilibrio de fuerzas, esto es:

$$w_s|_{r_0=a} = w_c = \Delta_c e^{i\omega t}, 0 \leq \theta_0 \leq \pi \quad (12)$$

$$M_c \ddot{w}_c = F_s + F_e \quad (13)$$

donde $M_c = \frac{1}{2}\pi a^2 \rho_c$ = masa por unidad de longitud de la cimentación, w_c = movimiento de la cimentación, Δ_c = amplitud del movimiento w_c y F_s, F_e = fuerzas por unidad de longitud generadas por el suelo y la estructura, respectivamente, sobre la cimentación. En lo que sigue el factor tiempo $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}, t$ = tiempo) se omite por simplicidad.

SOLUCION

Para obtener la solución del problema se deben resolver las ecuaciones 12-13. Para esto, la ecuación 2 se debe referir al sistema de coordenadas (r_0, θ_0) . Realizando tal transformación con la ayuda del teorema de adición de Graf⁹ y desarrollando el campo libre en serie de funciones de ondas cilíndricas, se puede llegar a la siguiente expresión:

$$w_s(r_0, \theta_0) = \Delta_s \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ 2\varepsilon_m J_{2m}(k_s r_0) + H_{2m}^{(2)}(k_s r_0) A_m - \right. \\ \left. - (-1)^m \varepsilon_m J_{2m}(k_s r_0) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[H_{2(n+m)}^{(2)}(2k_s H) + H_{2(n-m)}^{(2)}(2k_s H) \right] A_n \right\} \cos 2m\theta_0 \quad (14)$$

donde $J_n(\circ)$ = función de Bessel de primera especie y orden n y ε_m = factor de Neumann ($\varepsilon_0 = 1; \varepsilon_m = 2, m \geq 1$). Usando esta última ecuación se puede obtener la fuerza por unidad de longitud producida por el suelo en la cimentación, la cual está definida por:

$$F_s = a \int_0^\pi \mu_s \frac{\partial w_s(r_0, \theta_0)}{\partial r_0} \Big|_{r_0=a} d\theta_0 \quad (15)$$

Por otro lado, si la estructura se modela como una viga de cortante entonces el movimiento armónico en la dirección z (Figura 1) está gobernado por la ecuación¹⁰:

$$\frac{d^2 w_e(y)}{dy^2} + k_e^2 w_e(y) = 0 \quad (16)$$

donde $k_e = \omega/\beta_e$, $\beta_e = \sqrt{\mu_e/\rho_e}$, μ_e = módulo de cortante de la estructura y ρ_e = densidad de la estructura. Las condiciones de frontera que se deben satisfacer en la estructura son:

$$\mu_e b \frac{dw_e(y)}{dy} \Big|_{y=h} = 0 \quad (17)$$

$$w_e(y)|_{y=0} = \Delta_c \quad (18)$$

Resolviendo la ecuación 16 teniendo en cuenta las ecuaciones 17-18, se obtiene que el desplazamiento de la estructura es:

$$w_e(y) = \Delta_c(\cos k_e y + \tan k_e h \operatorname{sen} k_e y) \quad (19)$$

Empleando esta ecuación, la fuerza por unidad de longitud producida por la estructura en la cimentación está definida y dada por:

$$F_e = \mu_e b \frac{dw_e(y)}{dy} \Big|_{y=0} = \omega^2 M_e \frac{\tan k_e h}{k_e h} \Delta_c \quad (20)$$

Ahora, sustituyendo las ecuaciones 15 y 20 en la ecuación 13 se encuentra que:

$$\Delta_c = -\Delta_s C \left[2J'_0(k_s a) + H_0^{(2)'}(k_s a) A_0 - 2J'_0(k_s a) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n H_{2n}^{(2)}(2k_s H) A_n \right] \quad (21)$$

donde la prima denota derivación con respecto al argumento y el factor C está dado por:

$$C = \frac{2(k_e h/k_s a)}{(M_e/M_s) \tan k_e h + (M_c/M_s) k_e h} \quad (22)$$

en donde $M_e = bh\rho_e$ = masa por unidad de longitud de la estructura y $M_s = \frac{1}{2}\pi a^2\rho_s$ = masa por unidad de longitud del suelo removido por la cimentación.

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones 14 y 21 en la ecuación 12 y tomando en cuenta la independancia lineal de las funciones trigonométricas, se obtiene un sistema infinito de ecuaciones algebraicas lineales que tiene la siguiente forma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+m} \left[H_{2(n+m)}^{(2)}(2k_s H) + H_{2(n-m)}^{(2)}(2k_s H) \right] A_n - \frac{1}{\varepsilon_m} \frac{H_{2m}^{(2)}(k_s a) + \delta_{m0} C H_{2m}^{(2)'}(k_s a)}{J_{2m}(k_s a) + \delta_{m0} C J'_{2m}(k_s a)} A_m = 2, \quad m = 0, 1, \dots, \infty \quad (23)$$

donde δ_{mn} = delta de Kronecker (= 1 si $m = n$, = 0 si $m \neq n$). La ecuación 23 no se puede resolver exactamente por tratarse de un sistema infinito. Una solución aproximada se obtiene truncando los órdenes m y n a un valor finito apropiado M , tal que la solución converja, y resolviendo el sistema resultante de $M + 1$ ecuaciones con $M + 1$ incógnitas.

Una vez que la ecuación 23 se resuelve, la ecuación 21 permite calcular la función de transferencia en la cimentación la cual está definida por:

$$H(\omega) = \frac{\ddot{w}_c(\omega)}{\ddot{w}_g(\omega)} = \frac{\Delta_c}{\Delta_g} \quad (24)$$

Empleando la síntesis de Fourier⁴, la respuesta en el tiempo de la cimentación se evalúa con:

$$\ddot{w}_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \ddot{w}_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (25)$$

donde:

$$\ddot{w}_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{w}_g(t) e^{-i\omega t} dt \quad (26)$$

Las transformadas de Fourier directa e inversa descritas por las ecuaciones 25-26 se calculan usando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier⁵.

RESULTADOS

Para ilustrar los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura en la respuesta sísmica de estructuras, se analiza el modelo de un edificio de concreto con 10 niveles desplazado sobre un estrato de suelo de espesor H . El modelo corresponde al sistema mostrado en la Figura 2 con $\beta_s = 100$ m/seg, $\rho_s = 0.153$ ton-seg²/m⁴, $b = 10$ m, $c = 50$ m, $h = 40$ m, $W_0 = 500$ ton, $l = 4$ m, $a = 7.5$ m y $W_c = 1700$ ton. Para calcular los parámetros equivalentes μ_e , ρ_e y ρ_c se usan las siguientes expresiones:

$$\mu_e = \frac{\sum 12EI/l^2}{bc} \quad (27)$$

$$\rho_e = \frac{W_0}{gbcl} \quad (28)$$

$$\rho_c = \frac{2W_c}{g\pi a^2 c} \quad (29)$$

donde EI = rigidez a la flexión de las columnas y g = aceleración de la gravedad. Así, con las ecuaciones 27-29 se obtiene que $\mu_e = 386.719$ ton/m², $\rho_e = 0.025$ ton-seg²/m⁴ y $\rho_c = 0.039$ ton-seg²/m⁴.

Para considerar en el modelo el amortiguamiento material se introducen los siguientes módulos de rigidez complejos para el suelo y la estructura, respectivamente:

$$\mu'_s = \mu_s(1 + i2\xi_s) \quad (30)$$

$$\mu'_e = \mu_e(1 + i2\xi_e) \quad (31)$$

donde ξ_s , ξ_e = coeficientes de amortiguamiento del suelo y la estructura, respectivamente. En todos los casos analizados se tomó $\xi_s = 0.03$ que es un valor típico para suelos blandos y $\xi_e = 0.02$.

Para determinar la respuesta del modelo, primero se calculó la función de transferencia para aceleraciones en la cimentación, y después se evaluó el temblor

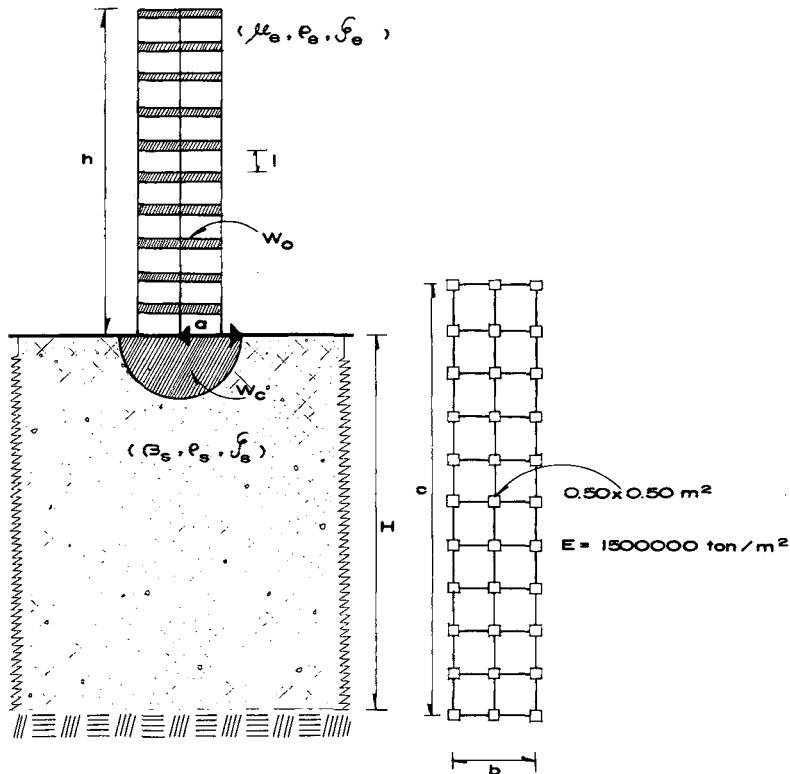


Figura 2. Sistema suelo-estructura formado con un edificio de concreto con 10 niveles y un estrato blando de espesor H .

modificado en la cimentación mediante la síntesis de Fourier. El temblor original considerado en la base rígida corresponde al componente EW de aceleración registrado en la estación de Tacubaya en la ciudad de México durante el temblor de Michoacán de 1985; éste se muestra en la Figura 3. También se calcularon espectros de respuesta en la cimentación.

Las Figuras 4, 5 y 6 muestran las funciones de transferencia en la cimentación para el sistema con diferentes espesores de estrato $H = 25, 50$ y 75 m, respectivamente. En los resultados también aparecen las funciones de transferencia del estrato solo, es decir despreciando la interacción. En todos los casos, las funciones de transferencia del conjunto estructura-estrato son menores que las correspondientes al estrato. Las reducciones que se presentan son más pequeñas para frecuencias menores que 2 Hz y cuando el espesor del estrato crece. Además, se tiene una reducción marcada de la respuesta en la vecindad de la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida, $f_e = \beta_e/4h = 0.77$ Hz, debido al filtrado por la cimentación.

En las Figuras 7, 8 y 9 se muestran los temblores de campo libre y modificado en la cimentación para el sistema con $H = 25, 50$ y 75 m, respectivamente. Comparando los temblores que toman en cuenta la interacción con los que la desprecian, se observan reducciones de las aceleraciones pico en los movimientos modificados en las cimentaciones. Estas atenuaciones que son importantes en estratos superficiales llegan a ser insignificantes en estratos profundos.

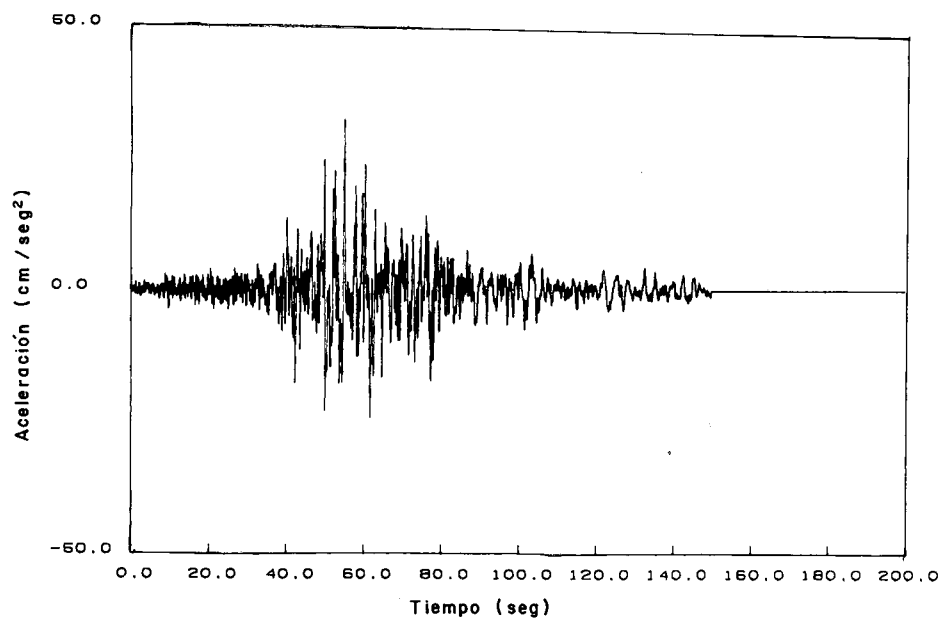


Figura 3. Acelerograma en el basamento de roca.

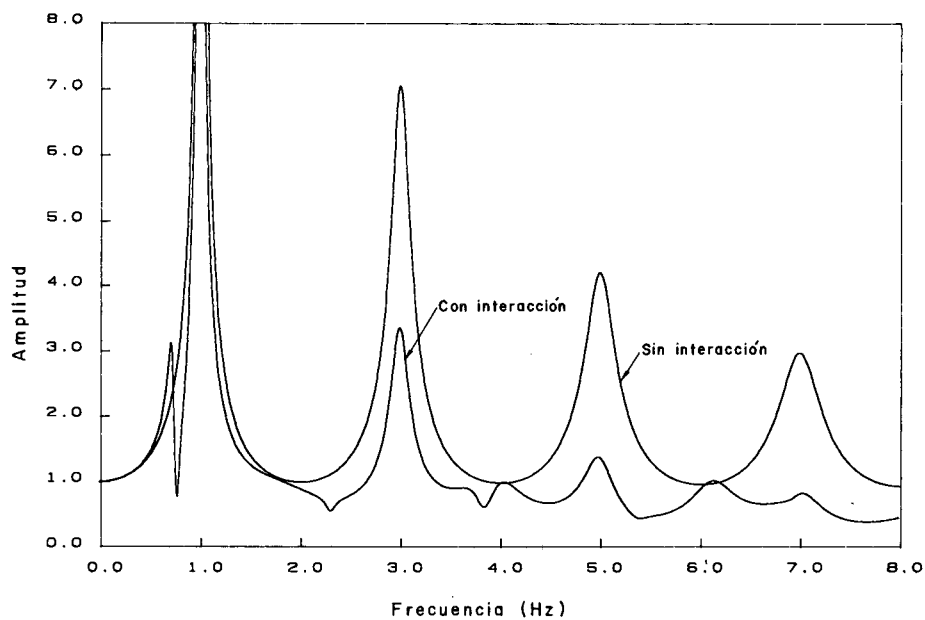


Figura 4. Funciones de trasferencia en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 25$ m.

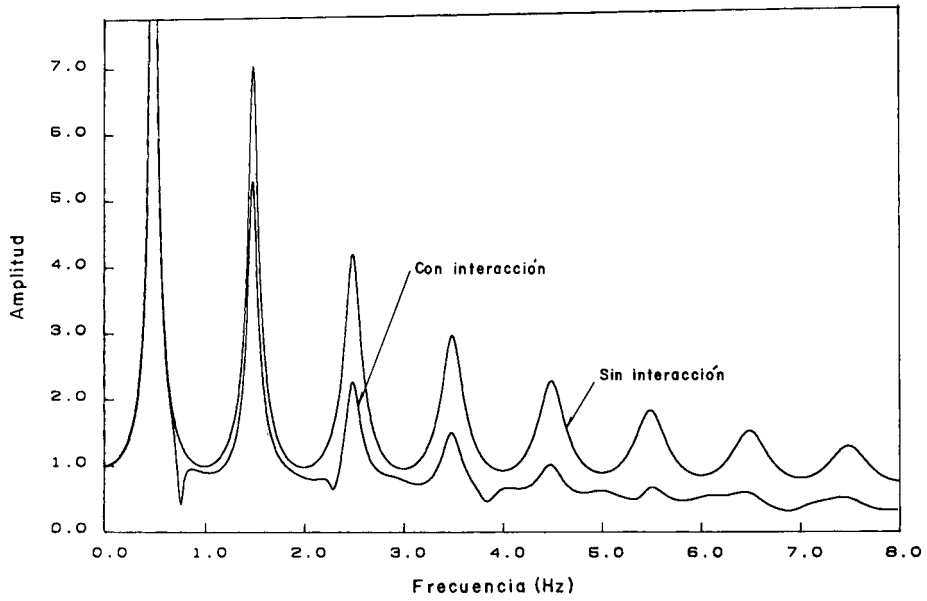


Figura 5. Funciones de trasferencia en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 50$ m.

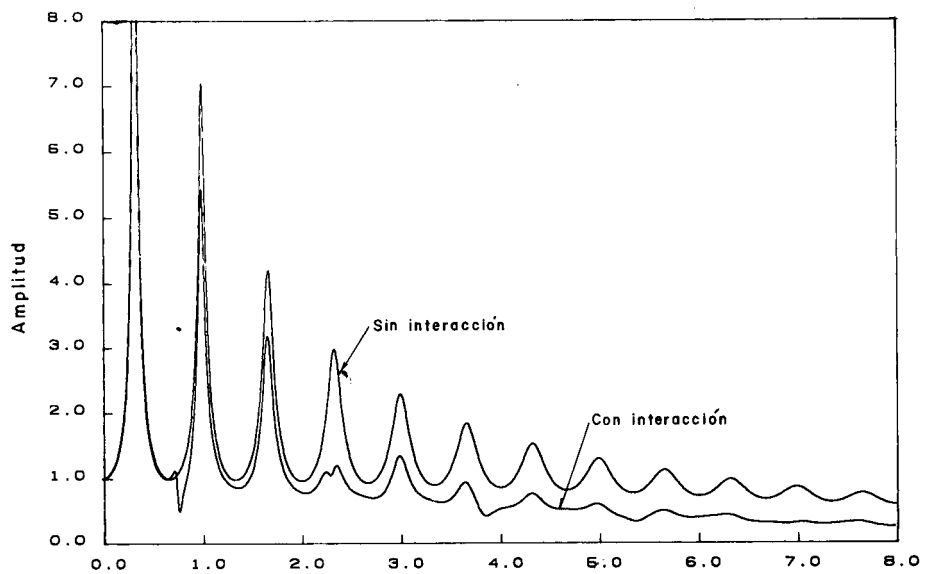


Figura 6. Funciones de trasferencia en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 75$ m.

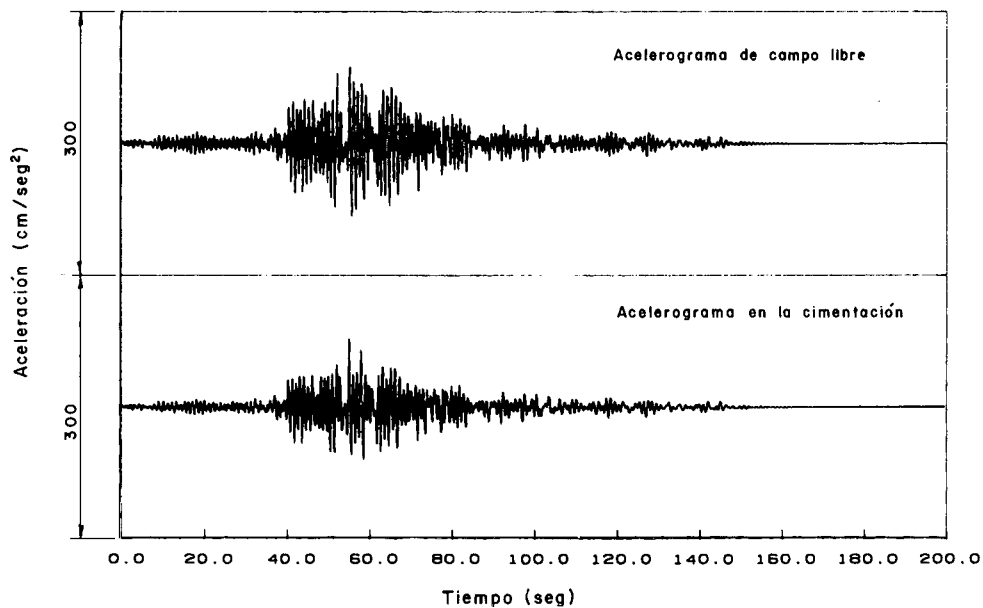


Figura 7. Acelerogramas de campo libre y en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 25$ m.

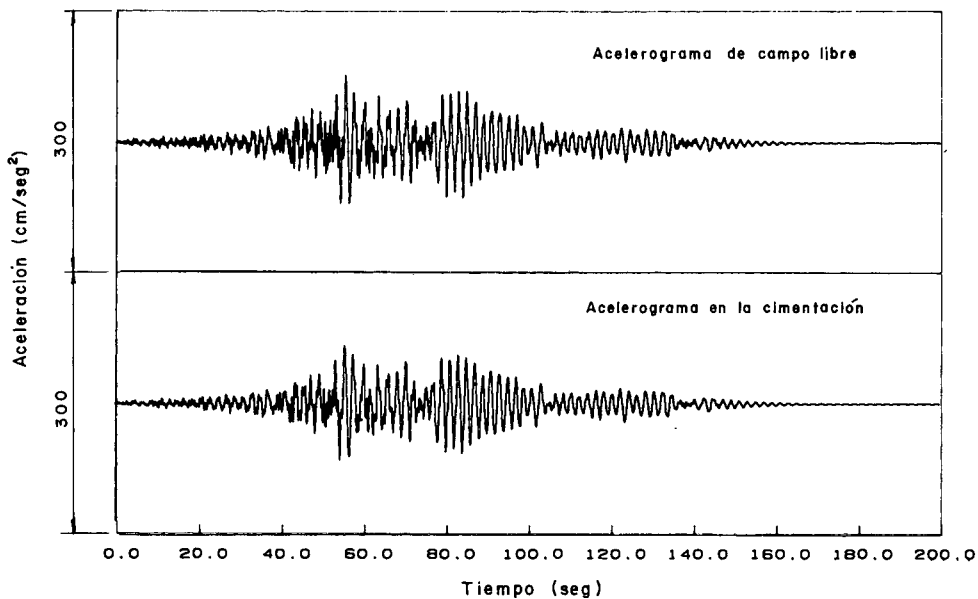


Figura 8. Acelerogramas de campo libre y en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 50$ m.

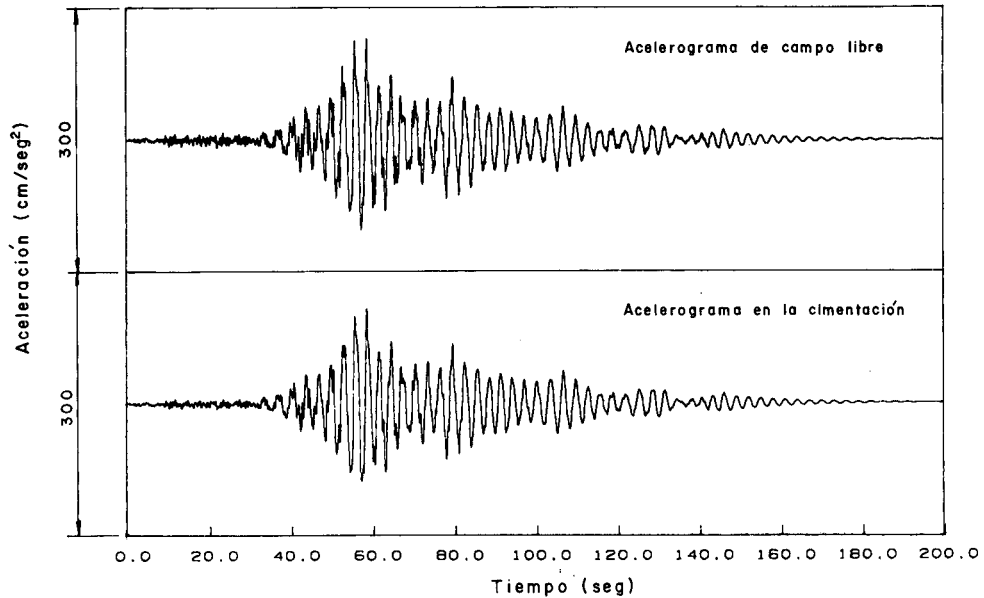


Figura 9. Acelerogramas de campo libre y en la cimentación para el sistema de la Figura 2 con $H = 75$ m.

Empleando los acelerogramas sintéticos de las Figuras 7-9 se calcularon espectros de respuesta de piso para 0.02 de amortiguamiento, los cuales se muestran en las Figuras 10, 11 y 12 para el sistema con $H = 25$, 50 y 75 m, respectivamente. En los resultados también aparecen los espectros de respuesta de campo libre. Los períodos fundamentales de los tres estratos considerados son $T_s = 4H/\beta_s = 1, 2$ y 3 seg; esto se nota claramente en los espectros de respuesta. El resultado de la interacción es tal que los espectros de respuesta de piso generalmente presentan reducciones con respecto a los de campo libre, las cuales son mayores en los estratos superficiales y para períodos menores que el fundamental del estrato.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un método analítico para resolver el problema de interacción dinámica de una estructura con un estrato blando apoyado sobre un basamento de roca rígido sujeto a movimiento del tipo SH. El análisis se realizó en el dominio de la frecuencia y la respuesta en el tiempo se obtuvo con la síntesis de Fourier. Como aplicación del método se calculó la respuesta sísmica del modelo de un edificio de concreto con 10 niveles desplantado sobre un estrato blando de espesor variable.

Los resultados obtenidos indican una reducción de la respuesta estructural causada por la interacción con el suelo. Este efecto es más significativo en estratos superficiales y para frecuencias altas, pero en general, depende de la difracción por la cimentación y de los parámetros mecánicos y geométricos del suelo y la estructura. Aunque el modelo

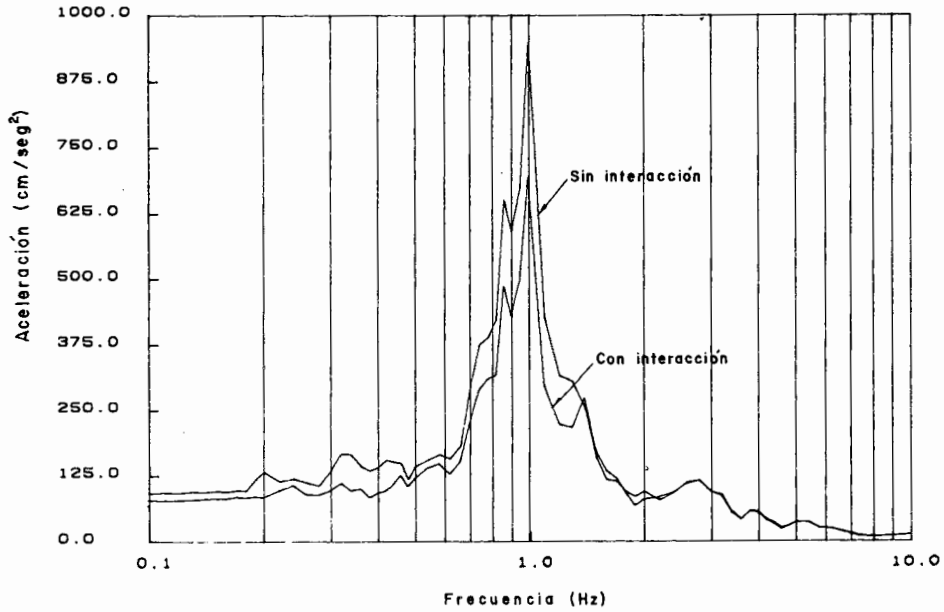


Figura 10. Espectros de respuesta de piso para el sistema de la Figura 2 con $H = 25$ m.

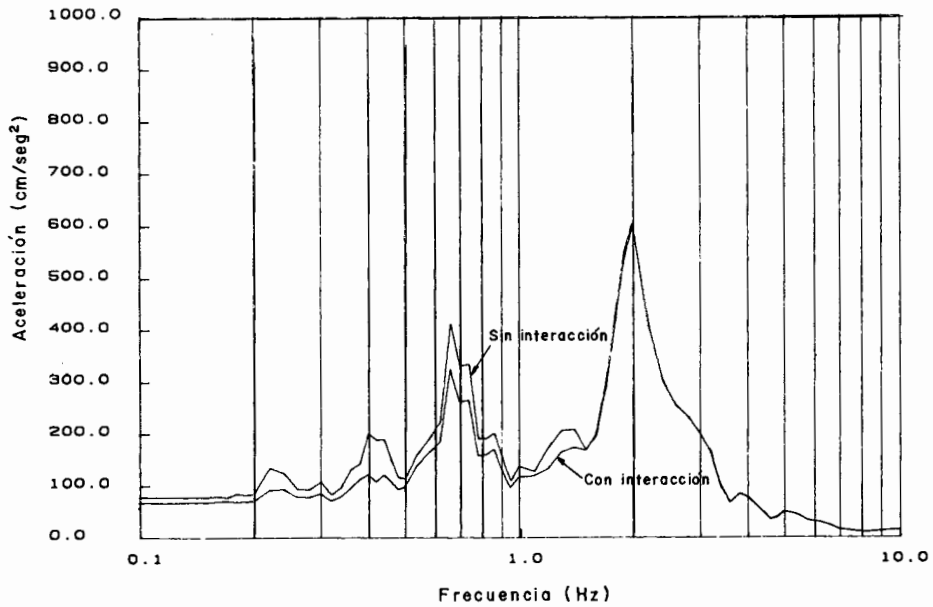


Figura 11. Espectros de respuesta de piso para el sistema de la Figura 2 con $H = 50$ m.

desarrollado considera varios de los parámetros típicos de problemas reales, debido a las hipótesis introducidas los resultados se deben tomar con cautela en situaciones

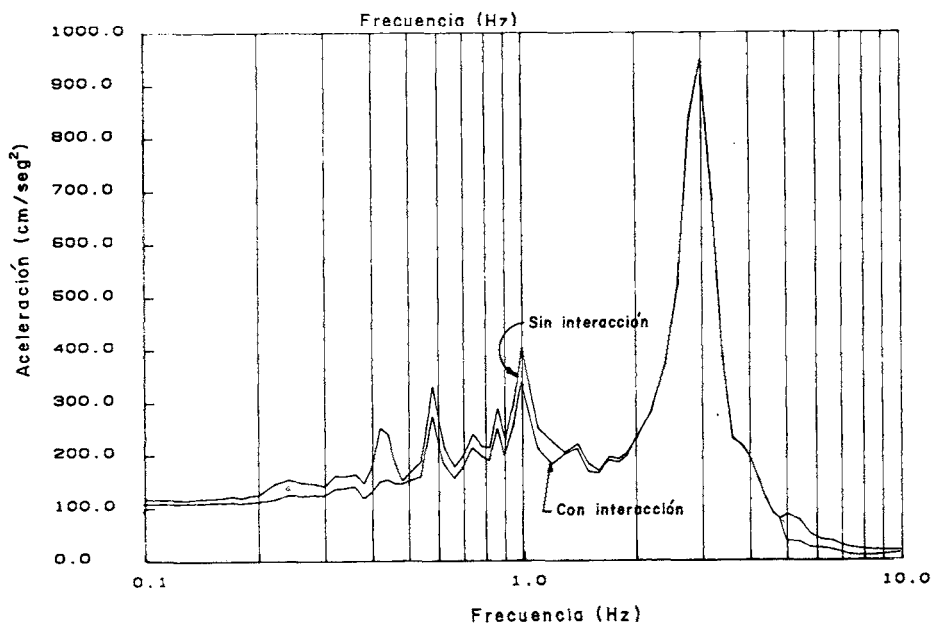


Figura 12. Espectros de respuesta de piso para el sistema de la Figura 2 con $H = 75$ m.

más realistas. En particular, las suposiciones de cimentaciones semicirculares y un movimiento que consiste completamente de ondas SH son limitaciones importantes; éstas son objeto de investigación actualmente.

RECONOCIMIENTOS

Se agradece a F.J. Sánchez-Sesma sus comentarios y sugerencias.

REFERENCIAS

1. J.E. Luco, "Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 95, pp. 333-346, (1969).
2. J.E. Luco y H.L. Wong, "Response of Structures to Nonvertically Incident Seismic Waves", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 72, pp. 275-302, (1982).
3. J. Avilés, J. de Gante y D. Calzada, "Interacción Dinámica Suelo-Estructura en Estratos Blandos", VI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puebla, México, A37-A52, (1988).
4. R.W. Clough y J. Penzien, "*Dynamics of Structures*", McGraw-Hill, Nueva York, (1975).
5. R.N. Bracewell, "*The Fourier Transform and its Applications*", McGraw-Hill, Nueva York, (1978).
6. P.M. Morse y H. Feshbach, "*Methods of Theoretical Physics*", McGraw-Hill, Nueva York, (1953).

7. J.D. Achenbach, "*Wave Propagation in Elastic Solids*", North-Holland, Amsterdam, (1973).
8. C.C. Mow y Y.H. Pao, "*The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*", The Rand Corporation, Santa Monica, California, (1971).
9. M. Abramowitz e I.A. Stegun, "*Handbook of Mathematical Functions*", Dover, Nueva York, (1970).
10. N.M. Newmark y E. Rosenblueth, "*Fundamentals of Earthquake Engineering*", Prentice-Hall, Nueva Jersey, (1971).