

**Monografías de Ingeniería Sísmica**

Editor A. H. Barbat

**Daño sísmico global en edificios  
con muros de cortante**

R. Aguiar

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA  
Edificio C1, Campus Norte UPC  
C/ Gran Capitán, s/n  
08034 Barcelona, España.

**MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA**  
Editor A.H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**DAÑO SÍSMICO GLOBAL EN EDIFICIOS CON MUROS DE CORTANTE**  
Monografía CIMNE IS-23  
© El Autor

ISBN: 84-89925-00-3  
Depósito Legal: B-24181-97

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN



## PREFACIO

En la presente monografía se calcula el daño sísmico en edificios porticados de hormigón armado con muros de cortante, de dos formas. En la primera se obtiene el índice de daño a nivel local de los elementos y mediante una combinación ponderada del daño local se encuentra el daño global de la estructura; en éste contexto de cálculo la acción sísmica viene definida por un acelerograma. En la segunda forma se presenta una metodología para calcular el daño global sísmico, utilizando espectros de respuesta.

Como consecuencia de la gran investigación desarrollada en el campo de la vulnerabilidad de las estructuras de hormigón armado ante terremotos, existe un gran número de índices de daño sísmico, los principales modelos se indican en el capítulo 1, que requieren un análisis y revisión, con el objeto de establecer si existe alguna correlación entre los principales modelos de daño sísmico.

Por otra parte, en la actualidad existen muy pocos trabajos que incluyen definiciones del daño sísmico en estructuras de hormigón armado con muros de cortante y de las variables que condicionan el diseño sismorresistente de dichas estructuras. Por éste motivo es fundamental que el proyectista estructural conozca la curva de capacidad resistente de la estructura que está diseñando. Su conocimiento indudablemente le ayudará a optimizar el diseño, de igual manera que el conocer el *daño local* que se espera en sus elementos estructurales. Sin embargo es conveniente que disponga de un procedimiento de obtención de la mencionada información de una forma sencilla, rápida y fiable para el efecto se presenta una metodología de cálculo.

La acción sísmica en la mayor parte de métodos de evaluación del daño viene definida por acelerogramas, lo que requiere el uso de programas de ordenador complejos. Por otro lado, existen muy pocos métodos que calculen el daño a partir de la definición de la acción mediante espectros de respuesta. Si bien no existe una justificación teórica de la posibilidad de utilizar el análisis modal con espectros de respuesta inelásticos en el análisis sísmico de estructuras, éste tipo de cálculo está contemplado en todas las normativas de diseño sísmico del mundo. Por consiguiente se desea contar con un método de cálculo de daño sísmico utilizando espectro de respuesta, que sea de fácil uso, que pueda aplicarse a cualquier tipo de sismo, que determine las zonas que van a entrar en el rango no lineal, cual es el desplazamiento lateral máximo que se espera y que indique el índice de daño global de la estructura.

En el estudio realizado se ha calculado el índice de daño sísmico de varias estructuras porticadas de diferente número de pisos, las mismas que han sido sometidas a los registros de los terremotos de Loma Prieta de 1989 registrado en Corralito Eureka Canyon, que se considera un sismo de alta frecuencia y al de Tokachi Oki de 1968 registrado en Hachinoe Harbour que se considera de frecuencia intermedia. Los aspectos más relevantes de los diferentes capítulos se presenta a continuación.

En el capítulo 1, se presenta en forma general un resumen de los principales enfoques o criterios de cálculo para evaluar daño sísmico en estructuras de hormigón armado. Estos son: demanda sísmica-capacidad de deformación, demanda sísmica-capacidad de resistencia, demanda sísmica-capacidad de energía disipada; las mismas variables de deformación, resistencia y energía pero empleando contadores para el número de ciclos histeréticos y finalmente se tienen índices de daño basados en parámetros vibracionales. Además se presentan índices para el cálculo de la severidad de la acción sísmica.

En el capítulo 2, se describe el cálculo de las relaciones momento-curvatura y corte-deformación para muros de cortante de hormigón armado. El cálculo está orientado a muros sin y con cabezales. Con éstas relaciones se selecciona el modelo constitutivo que se va a utilizar para definir la no linealidad del material.

En el capítulo 3, se presenta una metodología de cálculo del daño sísmico en muros de cortante empleando un espectro de respuesta. En la metodología que se indica se puede calcular manualmente el daño siempre y cuando se tenga la curva de capacidad resistente del pórtico, que relaciona el cortante basal con el desplazamiento en el tope de la estructura.

La alternativa de cálculo está basada en la solución de la viga de flexión, para el caso de sección constante, considerando solamente el primer modo de vibración y en la curva de capacidad resistente de la estructura. Para ver el grado de validez del método se calcula el daño sísmico en dos muros de cortante de siete y diez pisos. En éstas estructuras se evaluó el daño utilizando el modelo de Park y Ang, con el uso de los acelerogramas de los sismos que ya se han indicado, normalizados para diferentes valores de aceleración máxima del suelo y empleando el modelo constitutivo de los tres parámetros. Los resultados obtenidos son comparados con los que reportan la alternativa propuesta para los espectros de respuesta elásticos de los sismos mencionados.

La curva de capacidad resistente de las estructuras se obtiene incrementando paulatinamente la carga lateral estática actuante en cada uno de los pisos hasta conseguir la formación de rótulas plásticas en los diferentes elementos de la estructura. Esta curva se obtiene empleando un análisis lineal elástico, cuando se forma una articulación plástica en algún elemento se cambia la matriz de rigidez del elemento para el caso requerido. En la curva de capacidad el proyectista estructural tiene la facultad de decidir cual es el límite que considera de colapso y calcular el daño para el límite de fallo seleccionado lo que no ocurre con la mayoría de métodos que existen.

En el capítulo 4, se determinan las trayectorias de daño en un pórtico de 10 pisos que tiene un muro de corte, empleando los modelos de daño de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano y el de Park y Ang con el objeto de ver la correlación que tienen éstos modelos, para las dos acciones sísmicas ya indicadas

normalizadas a 0.3g. Se ha comparado el daño a nivel de piso y a nivel global de la estructura.

Por otra parte, se analiza el grado de confiabilidad de las ecuaciones simplificadas propuestas por Wallace para encontrar la curvatura máxima en un muro de corte para la estructura indicada sometida a los dos eventos sísmicos con diferentes valores de normalización de la aceleración máxima del suelo. En base a la curvatura máxima esperada se tiene la deformación en el hormigón que conduce al cálculo del refuerzo, de ahí la importancia de las fórmulas propuestas recientemente por Wallace.

Finalmente se indican las demandas de resistencia máxima por flexión, en elevación, en el muro de corte para las diferentes acciones sísmicas a las que ha sido sometido el pórtico y se comparan y comentan la envolvente propuesta por Wallace. Se presenta una fórmula para encontrar el momento en la base que involucra al grado de daño que se espera en el muro de corte.

En el capítulo 5 se amplía la metodología de cálculo del índice de daño presentada en el capítulo 3, al caso de estructuras pórticadas con muros de cortante, para ello se resuelve la viga de corte modelada como un sistema continuo y nuevamente se trabaja con el primer modo de vibración para encontrar el desplazamiento lateral máximo en el tope del edificio. Se utiliza únicamente la viga de flexión para el caso de muros de cortante. En cambio se emplea la viga de corte y la viga de flexión para el caso de estructuras porticadas con muros de cortante.

La presente investigación ha sido financiada por el Centro de Investigaciones Científicas de la Escuela Politécnica del Ejército, Quito - Ecuador y por la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona perteneciente a la Universidad Politécnica de Cataluña.





# ÍNDICE

|          |                                                                                           |          |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO</b>                          | <b>1</b> |
| 1.1      | Introducción                                                                              | 1        |
| 1.2      | Daño sísmico basado en relaciones demanda-capacidad                                       | 2        |
| 1.2.1    | $I_D$ basados en relaciones demanda-capacidad de deformación                              | 3        |
| 1.2.2    | $I_D$ basados en relaciones demanda-capacidad de resistencia                              | 5        |
| 1.3      | Daño sísmico basado en la degradación estructural                                         | 5        |
| 1.3.1    | Factor de daño DR                                                                         | 5        |
| 1.3.2    | Factor de daño a flexión FDR                                                              | 6        |
| 1.3.3    | Factor modificado de daño a flexión MFDR                                                  | 7        |
| 1.4      | Daño sísmico basado en deformaciones acumuladas                                           | 7        |
| 1.4.1    | Rotación acumulada normalizada NCR                                                        | 7        |
| 1.4.2    | Deformación acumulada                                                                     | 8        |
| 1.4.3    | Formulaciones de fatiga                                                                   | 9        |
| 1.5      | Daño sísmico basado en la energía                                                         | 12       |
| 1.5.1    | Energía potencial                                                                         | 13       |
| 1.5.2    | Energía potencial normalizada                                                             | 14       |
| 1.5.3    | Energía potencial normalizada y corregida                                                 | 15       |
| 1.5.4    | Índice energético                                                                         | 15       |
| 1.5.5    | Energía disipada con respecto a la energía elástica considerando pérdida de resistencia   | 16       |
| 1.6      | $I_D$ en función de la demanda y la combinación de algunos indicadores de daño            | 17       |
| 1.6.1    | $I_D$ en función de la deformación y energía                                              | 17       |
| 1.6.2    | $I_D$ en función de la ductilidad de deformación y energía                                | 18       |
| 1.6.3    | $I_D$ en función de la curvatura o rotación y la energía                                  | 19       |
| 1.6.4    | $I_D$ en función de la ductilidad de deformación, energía y deformación residual plástica | 19       |
| 1.6.5    | $I_D$ en función de la fatiga                                                             | 20       |

|          |                                                                                                    |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1.7      | Daño global en base a promedios ponderados                                                         | 20        |
| 1.7.1    | Daño global a nivel de piso, con función de peso la energía                                        | 21        |
| 1.7.2    | Daño global a nivel de piso, con función de peso la fuerza axial                                   | 21        |
| 1.7.3    | Daño global, con función de peso la energía                                                        | 21        |
| 1.7.4    | Daño global a partir del daño de piso                                                              | 22        |
| 1.8      | Daño global en base a la capacidad resistente                                                      | 22        |
| 1.8.1    | $I_{Dt}$ en base a la demanda y a la capacidad de deformación de la estructura                     | 22        |
| 1.8.2    | $I_{Dt}$ en base a la demanda y a la capacidad de corte basal de la estructura                     | 23        |
| 1.9      | Daño global en función de parámetros vibratoriales                                                 | 23        |
| 1.9.1    | $I_{Dt}$ en función de la frecuencia natural de vibración                                          | 23        |
| 1.9.2    | $I_{Dt}$ en función del período natural de vibración                                               | 24        |
| 1.10     | Curvas de fragilidad                                                                               | 26        |
| 1.11     | Severidad de la acción sísmica                                                                     | 26        |
| 1.11.1   | Intensidad espectral de Housner's                                                                  | 26        |
| 1.11.2   | Intensidad espectral de Arias                                                                      | 26        |
|          | Referencias                                                                                        | 27        |
| <b>2</b> | <b>RELACIONES MOMENTO-CURVATURA Y CORTE-DEFORMACIÓN EN MUROS DE CORTANTE</b>                       | <b>31</b> |
| 2.1      | Introducción                                                                                       | 31        |
| 2.2      | Deformación máxima en el hormigón en muros de cortante                                             | 31        |
| 2.3      | Curvatura última                                                                                   | 35        |
| 2.4      | Relaciones momento curvatura                                                                       | 36        |
| 2.4.1    | Procedimiento de cálculo del método de las dovelas                                                 | 37        |
| 2.4.2    | Influencia de la carga axial en la envolvente momento-curvatura                                    | 39        |
| 2.5      | Relaciones corte deformación                                                                       | 39        |
|          | Referencias                                                                                        | 42        |
| <b>3</b> | <b>MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA EN MUROS DE CORTANTE</b> | <b>45</b> |
| 3.1      | Introducción                                                                                       | 45        |

## ÍNDICE

|          |                                                                                                                 |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.2      | Viga de flexión                                                                                                 | 47        |
| 3.2.1    | Vibración libre en una viga de flexión                                                                          | 47        |
| 3.2.2    | Vibración forzada en una viga de flexión                                                                        | 51        |
| 3.3      | Método de cálculo del $I_D$ propuesto                                                                           | 52        |
| 3.4      | Muro de cortante analizado                                                                                      | 54        |
| 3.4.1    | Capacidad resistente de los muros de cortante                                                                   | 55        |
| 3.5      | Análisis de resultados                                                                                          | 55        |
| 3.5.1    | Sismo de Tokachi Oki                                                                                            | 55        |
| 3.5.2    | Sismo de Corralito                                                                                              | 56        |
|          | Referencias                                                                                                     | 67        |
| <b>4</b> | <b>ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN PÓRTICOS CON MUROS DE CORTE</b>                                                   | <b>69</b> |
| 4.1      | Introducción                                                                                                    | 69        |
| 4.2      | Estructura de análisis                                                                                          | 70        |
| 4.3      | Comparación de índices de daño                                                                                  | 71        |
| 4.3.1    | Sismo de Loma Prieta                                                                                            | 71        |
| 4.3.2    | Sismo de Tokachi Oki                                                                                            | 75        |
| 4.4      | Período fundamental                                                                                             | 79        |
| 4.5      | Conclusiones                                                                                                    | 80        |
|          | Referencias                                                                                                     | 81        |
| <b>5</b> | <b>MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA EN PÓRTICOS CON MUROS DE CORTANTE</b> | <b>83</b> |
| 5.1      | Introducción                                                                                                    | 83        |
| 5.2      | Viga de corte                                                                                                   | 83        |
| 5.3      | Viga de flexión                                                                                                 | 86        |
| 5.4      | Desplazamiento lateral máximo $D_t$ , en estructuras porticadas con muros de cortante                           | 86        |
| 5.4      | Estructura analizada                                                                                            | 87        |
| 5.5.1    | Capacidad resistente de estructura analizada                                                                    | 90        |
| 5.6      | Análisis de resultados                                                                                          | 92        |
|          | Referencias                                                                                                     | 99        |





## CAPÍTULO 1

# ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

### 1.1 INTRODUCCIÓN

Las grandes pérdidas humanas, económicas y materiales que han dejado los terremotos, obligan a una continua investigación en el campo de la de la vulnerabilidad sísmica, que intenta predecir el daño esperado en una estructura, si llegara a ocurrir un sismo definido por la peligrosidad sísmica del lugar.

Hay que tener en cuenta que las nuevas contribuciones científicas que aparecen en la ingeniería sismorresistente, pueden aplicarse solamente a las construcciones nuevas, cuyo número representa un ínfimo porcentaje del número total de estructuras existentes. Por consiguiente, surge la necesidad de realizar estudios de vulnerabilidad sísmica en todas las las estructuras existentes pero especialmente en las más antiguas.

Como consecuencia de la gran investigación desarrollada en el campo de la vulnerabilidad de las estructuras de hormigón armado ante terremotos, existe un gran número de índices de daño sísmico; de ellos se presentan los principales modelos, los mismos que serán clasificados y analizados en el presente capítulo.

La clasificación se realiza en función de los términos que intervienen en la evaluación y a la forma de las ecuaciones de los métodos numéricos de cálculo. En la tabla 1, se clasifican los modelos a nivel de daño local, en la tabla 2, los modelos que permiten pasar de daño local a global mediante funciones de ponderación y en la tabla 3, se clasifican los modelos que calculan directamente el daño sísmico.

Finalmente, en el presente capítulo se presentan definiciones generales sobre curvas de fragilidad y por otra parte se indican los modelos numericos de Housner's<sup>(30)</sup> y de Arias<sup>(31)</sup> que se utilizan para medir la severidad del terremoto ya que se pueden relacionar con los índices de daño sísmico que se han presentado.

Tabla 1 MODELOS DE DAÑO LOCAL.

| Criterio de cálculo                     | Parámetro considerado               | Autor del modelo de daño                                                                        |
|-----------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Relaciones demanda y capacidad          | deformación                         | Mahin y Bertero <sup>(1)</sup><br>Banon et al <sup>(3,44)</sup><br>Bracci et al <sup>(21)</sup> |
|                                         | resistencia                         | Hasselman et al <sup>(2)</sup>                                                                  |
| Demanda y degradación estructural       | factor de daño: DR<br>a flexión FDR | Lybas y Sozen <sup>(4)</sup><br>Banon et al <sup>(3)</sup>                                      |
|                                         | modificado a flexión MFDR           | Roufaiel y Meyer <sup>(5)</sup>                                                                 |
| Demanda y daño acumulado en deformación | rotación normalizada NCR            | Banon et al <sup>(3)</sup>                                                                      |
|                                         | deformación cíclica                 | Stephens y Yao <sup>(6)</sup><br>Bertero y Bresler <sup>(43)</sup>                              |
|                                         | formulaciones de fatiga             | Chung et al <sup>(7)</sup>                                                                      |
| Demanda y daño acumulado en energía     | energía potencial $E_p$             | Hanganu <sup>(22)</sup>                                                                         |
|                                         | $E_p$ normalizada                   | Banon et al <sup>(3)</sup><br>Gosain et al <sup>(8)</sup>                                       |
|                                         | $E_p$ normalizada y corregida       | Gosain et al <sup>(8)</sup><br>Darwin et al <sup>(41)</sup>                                     |
|                                         | índice energético                   | Hwang y Scribner <sup>(9)</sup>                                                                 |
|                                         | $E_p$ con pérdida de resistencia    | Bracci et al <sup>(23)</sup>                                                                    |
| Demanda y varios indicadores de daño    | deformación y energía               | Banon y Veneziano <sup>(10)</sup>                                                               |
|                                         | ductilidad y energía                | Park y Ang <sup>(11-13)</sup>                                                                   |
|                                         | curvatura o rotación y energía      | Kunnath et al <sup>(14-16)</sup>                                                                |
|                                         | ductilidad y deformación residual   | Daali <sup>(24)</sup>                                                                           |
|                                         | daño basado en fatiga               | Reinhorn y Valles <sup>(17,18)</sup>                                                            |

Tabla 2 MODELOS DE DAÑO GLOBAL A PARTIR DE DAÑO LOCAL

| Nivel  | Criterio de ponderación | Autor del modelo de daño                                        |
|--------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Piso   | energía                 | Chung et al <sup>(19)</sup>                                     |
|        | carga axial             | Bracci et al <sup>(21)</sup>                                    |
| Global | energía                 | Park y Ang <sup>(11-12)</sup><br>Reinhorn et al <sup>(20)</sup> |
|        | ubicación de piso       | Chung et al <sup>(19)</sup>                                     |

## 1.2 DAÑO SÍSMICO BASADO EN RELACIONES DEMANDA-CAPACIDAD

Ante acciones sísmicas los extremos de los elementos son los que están sujetos a mayores esfuerzos y deformaciones. En consecuencia, es en éstos puntos donde se origina el daño y para cuantificarlo hay varios parámetros que se han

Tabla 3 MODELOS DE DAÑO GLOBAL

| Criterio de cálculo      | Parámetro considerado | Autor del modelo de daño                                                  |
|--------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| Capacidad resistente     | deformación GDP       | Roufaiel y Meyer <sup>(5)</sup><br>Blejwas y Bresler <sup>(42)</sup>      |
|                          | corte basal           | Hasselman et al <sup>(2)</sup>                                            |
| Parámetros vibracionales | frecuencias           | Roufaiel y Meyer <sup>(5)</sup>                                           |
|                          | períodos              | DiPasquale y Çakmak <sup>(26-28)</sup><br>Ayala y Xiangno <sup>(29)</sup> |

utilizado en los diferentes modelos de daño que se han formulado.

Los parámetros más utilizados son la deformación  $\delta$ , la curvatura  $\phi$  o la rotación  $\theta$ . Por otra parte, se puede cuantificar el daño sísmico en base al cortante  $V$ , o al momento a flexión  $M$ . Con cualquiera de los parámetros indicados se puede calcular el daño a nivel de elementos sean estos: vigas, columnas o muros de cortante. Cuando se evalúa el daño a nivel de elementos, que se expondrá en los numerales 1.2 a 1.6, se calcula el índice de daño local del elemento,  $I_D$ , en cambio en los numerales 1.7 a 1.9 se determina el daño a nivel global de la estructura  $I_{Dt}$ .

A partir del daño local, se puede pasar mediante la aplicación de algun criterio de combinación a obtener el daño global de la estructura teniendo de ésta forma una idea general del grado de deterioro de la estructura. Lo difícil por la incertidumbre que conlleva es pasar de daño global a daño local.

Como se indicó en el numeral anterior la evaluación del daño sísmico basado en las relaciones: demanda sísmica-capacidad, pero obtenidas en base a la máxima demanda, se lo puede hacer en términos de deformación y resistencia, que se expondrá a continuación.

### 1.2.1 $I_D$ basados en relaciones demanda-capacidad de deformación

La capacidad de deformación del elemento se lo obtiene mediante la aplicación de cargas monotónicas crecientes, de ésta manera se puede encontrar relaciones: fuerza-deformación, momento-curvatura o momento-rotación.

Uno de los índices de daño sísmico que relaciona exclusivamente la demanda con la capacidad de deformación es el modelo de Mahin y Bertero<sup>(1)</sup> que se indica a continuación.

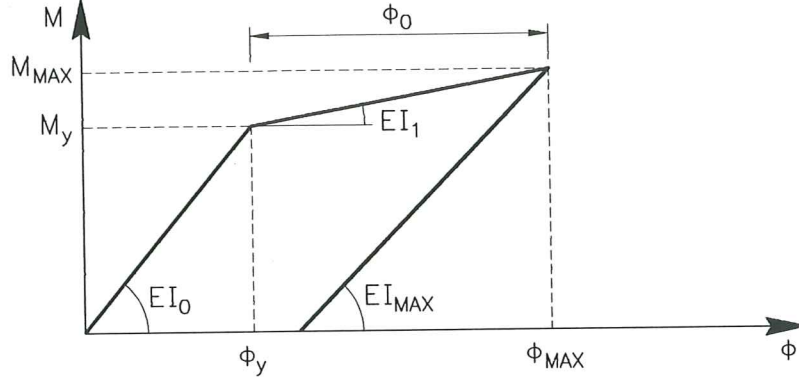
$$I_D = \frac{\delta_{\max}}{\delta_u} \quad (1.1.a)$$

donde  $\delta_{\max}$  es el desplazamiento máximo alcanzado por el elemento en la respuesta sísmica y  $\delta_u$  es la máxima capacidad de deformación del elemento, obtenido ante cargas monotónicas. Si la ecuación (1.1.a) se divide tanto en el numerador como en el denominador para  $\delta_y$ , que es la deformación a nivel de fluencia se obtiene:

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} \quad (1.1.b)$$



siendo  $\mu_s$  la demanda de ductilidad cinemática y  $\mu_{\text{mono}}$  la ductilidad debida a cargas monotónicas. El valor máximo de la variable  $\delta_{\text{max}}$  es  $\delta_u$  luego el modelo de daño de Mahin y Bertero tiene un cota máxima de uno.



**Figura 1.1** Parámetros que intervienen en la evaluación del índice de daño local del modelo de Banon et al<sup>(3)</sup> y en el modelo de Bracci et al<sup>(21)</sup>.

Otro modelo daño que relaciona solamente la demanda con la capacidad de deformación es el de Banon et al<sup>(3)</sup> el mismo que puede calcularse en base a la curvatura  $\phi$  o a la rotación  $\theta$ . En función de la curvatura se tiene:

$$I_D = \frac{\phi_{\text{max}}}{\phi_y} = 1 + \frac{\phi_o}{\phi_y} \quad (1.2.a)$$

donde  $\phi_{\text{max}}$  es la curvatura máxima alcanzada por la sección del elemento debido al sismo (demanda),  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia de la sección (capacidad) y  $\phi_o$  es la curvatura post fluencia de la sección como lo indica la figura 1.1. Banon et al<sup>(44)</sup> presenta una fórmula similar a la ecuación (1.2.a) en función de la rotación.

En función de la rigidez elástica inicial  $EI_0$  y de la rigidez de la rama post fluencia  $EI_1$ , la ecuación (1.2.a) se transforma en

$$I_D = 1 + \frac{EI_0(M_{\text{max}} - M_y)}{EI_1 M_y} \quad (1.2.b)$$

en la cual  $M_{\text{max}}$  es el momento a flexión máximo alcanzado por el elemento durante el sismo y  $M_y$  es el momento a nivel de fluencia.

Por otra parte, el modelo de Bracci et al<sup>(21)</sup> relaciona la curvatura residual máxima con relación a la curvatura residual última, de la siguiente forma:

$$I_D = \frac{\phi_{\text{max}} - \frac{M_{\text{max}}}{(EI)_{\text{max}}^*}}{\phi_u - \frac{M_u}{(EI)_u^*}} \quad (1.2.c)$$

siendo  $(EI)_{\text{max}}^*$  la rigidez en la descarga correspondiente a la curvatura máxima alcanzada, en referencia (37) se indica las ecuaciones de cálculo para algunos modelos constitutivos utilizados para definir la no linealidad del material.  $(EI)_u^*$  es la rigidez en la descarga asociada con la máxima capacidad de momento del elemento  $M_u$  y  $\phi_u$  es la curvatura última asociada a  $M_u$ .

### 1.2.2 $I_D$ basados en relaciones demanda-capacidad de resistencia

De las envolventes de momento-curvatura o cortante-desplazamiento, obtenidas de la aplicación de cargas monotónicas crecientes se determina la resistencia del elemento a nivel de fluencia ( $M_y$  o  $V_y$ ) y a nivel de máxima capacidad ( $M_u$  o  $V_u$ ) en base de las cuales puede aplicarse el modelo de daño sísmico propuesto por Hasselman et al<sup>(2)</sup>

$$I_D = \frac{V_{\max} - V_y}{V_u - V_y} \quad (1.3.a)$$

$$I_D = \frac{M_{\max} - M_y}{M_u - M_y} \quad (1.3.b)$$

donde  $M_{\max}$  es el momento a flexión máxima debido al sismo y  $V_{\max}$  es el cortante actuante máximo en el elemento debido al sismo. Se puede evaluar el daño con cualquiera de las ecuaciones anotadas las mismas que están normalizadas entre cero y uno. El valor cero corresponde al caso en que el elemento no alcanza la fluencia y el valor de uno al colapso del mismo.

## 1.3 DAÑO SÍSMICO BASADO EN LA DEGRADACIÓN ESTRUCTURAL

Cuando la estructura se encuentra en el rango elástico la rigidez a flexión ( $EI$ ) se mantiene constante durante la respuesta en el tiempo. Ahora, cuando ingresa en el rango no lineal la rigidez a flexión se deteriora debido al agrietamiento que sufren los elementos, mientras mayor es el daño, mayor será la pérdida de rigidez. En base a ésta variable se han formulado algunos modelos de daño los mismos que se exponen a continuación.

### 1.3.1 Factor de daño DR

Es uno de los primeros modelos de evaluación del índice de daño, relaciona la rigidez a flexión del elemento ante cargas monotónicas con la rigidez a flexión correspondiente a la máxima deformación que alcanza el elemento durante la respuesta dinámica. En el presente capítulo se denomina  $I_D$  al factor de daño DR (damage ratio) definido por Lybas y Sozen<sup>(4)</sup>.

$$I_D = \frac{(EI)_0}{(EI)_{\max}} \quad (1.4.a)$$

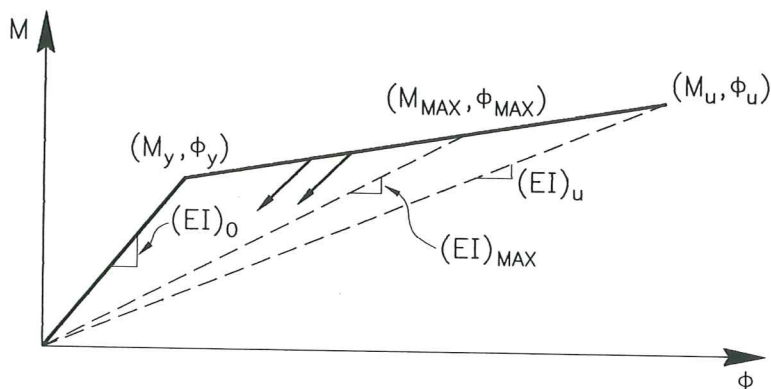
donde  $(EI)_y$  es la rigidez a flexión en el punto de fluencia y  $(EI)_{\max}$  es la rigidez secante del elemento. Al sustituir la rigidez a flexión en función del momento y curvatura, la ecuación (1.4.a) se transforma en

$$I_D = \frac{M_Y \phi_{\max}}{\phi_Y M_{\max}} \quad (1.4.b)$$

el significado de las variables ha sido ya indicado, no obstante se señala que  $M_{\max}$  es el momento asociado a la curvatura máxima  $\phi_{\max}$  debido al sismo.



Cuando un elemento se encuentra en el rango elástico el valor del índice de daño con el modelo de Lybas y Sozen es uno y a partir de éste valor crece indefinidamente conforme se deteriora el elemento.



**Figura 1.2** Parámetros que intervienen en la evaluación del índice de daño local del modelo de Banon et al<sup>(3)</sup> y en de Lybas y Sozen<sup>(4)</sup>.

### 1.3.2 Factor de daño a flexión FDR

Banon et al<sup>(3)</sup> modifican ligeramente el modelo de Lybas y Sozen, con lo que denominan: factor de daño a flexión FDR (flexural damage ratio), que relaciona la rigidez a flexión en el punto de rotura a la rigidez a flexión máxima alcanzada en la respuesta sísmica, con ésta variante los índices de daño serán menores a la unidad. Nuevamente se denomina  $I_D$  al factor de daño a flexión.

$$I_D = \frac{(EI)_u}{(EI)_{max}} \quad (1.5.a)$$

siendo  $(EI)_u$  la rigidez a flexión en el punto u del elemento obtenido mediante la aplicación de cargas monotónicas, se alcanza cuando el hormigón llega a su máxima deformación útil  $\epsilon_u$ . En función del momento y la curvatura la ecuación (1.5.a) queda

$$I_D = \frac{M_u \phi_{max}}{M_{max} \phi_u} \quad (1.5.b)$$

En la figura 1.2 se indica el significado de las variables utilizados en los modelos de Lybas y Sozen<sup>(4)</sup> y en el de Banon et al<sup>(3)</sup>

Del diagrama momento curvatura que se obtenga para una determinada sección, se encontrará las coordenadas del punto de máxima curvatura, la figura 1.2 es únicamente explicativa, lo mismo que la figura anterior. El factor de daño a flexión (índice de daño) tiene una cota superior de uno que se alcanza en el colapso de la sección analizada.

### 1.3.3 Factor modificado de daño a flexión MFDR

Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup> modifican el FDR con lo que denominaron MFDR (modified flexural damage ratio) y que aquí se llama  $I_D$ , que relaciona las flexibilidades de la sección de la siguiente forma:

$$I_D = \text{mayor de } [I_D^+, I_D^-] \quad (1.6.a)$$

$$I_D^+ = \frac{\frac{\phi_{\max}^+}{M_{\max}^+} - \frac{\phi_y^+}{M_{\max}^+}}{\frac{\phi_u^+}{M_u^+} - \frac{\phi_y^+}{M_y^+}} \quad (1.6.b)$$

$$I_D^- = \frac{\frac{\phi_{\max}^-}{M_{\max}^-} - \frac{\phi_y^-}{M_{\max}^-}}{\frac{\phi_u^-}{M_u^-} - \frac{\phi_y^-}{M_y^-}} \quad (1.6.c)$$

el signo + y - tiene que ver con la forma como trabaja a flexión el elemento, en el sentido de si es concava o convexa. En los casos anteriores también se tiene el doble signo y se da por entendido la aplicación de la ecuación (1.6.a).

En el modelo de Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup> presentado, el índice de daño sísmico vale cero si la sección analizada no alcanza la fluencia y vale uno cuando se llega al colapso.

## 1.4 DAÑO SÍSMICO BASADO EN DEFORMACIONES ACUMULADAS

Se presentan cuatro modelos de daño sísmico en los cuales se considera la deformación acumulada: en la rotación que corresponde al modelo de Banon et al<sup>(3)</sup>, en la deformación que es el modelo de Stephens y Yao<sup>(6)</sup>, en la curvatura correspondiente al modelo de Chung, Meyer y Shinozuka<sup>(7)</sup> y en forma general en términos de demanda y capacidad que es el modelo de Bertero y Bresler<sup>(43)</sup>.

### 1.4.1 Rotación acumulada normalizada NCR

Se denomina  $I_D$  a la rotación acumulada normalizada NCR (Normalized cumulative rotation) definida por Banon et al<sup>(3)</sup>. El daño de acuerdo a éste modelo viene dado por la siguiente ecuación:

$$I_D = \frac{\sum_{i=1}^n |\theta_{i\max} - \theta_y|}{\theta_y} \quad (1.7.a)$$

donde n es el número de ciclos histeréticos y  $\theta_{i\max}$  es la rotación máxima que alcanza la sección en el ciclo histerético i.

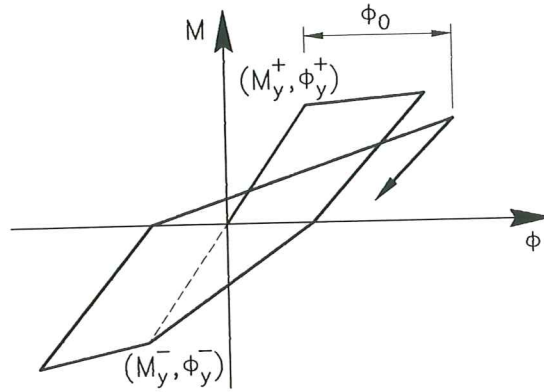
El diagrama de momentos, por sismos es triangular con un punto de inflexión ubicado aproximadamente en la mitad del elemento. Con ésta hipótesis de cálculo se puede demostrar facilmente que

$$\theta_y = \frac{M_y L}{6(EI)_0} \quad (1.7.b)$$

donde  $L$  es la longitud del elemento y  $(EI)_0$  la rigidez a flexión en el rango elástico y  $M_y$  el momento de fluencia. Al sustituir la ecuación (1.7.b) en (1.7.a) y llamando  $\theta_0$  a la rotación residual plástica se tiene:

$$I_D = \frac{\sum_{i=1}^n |\theta_0|}{\frac{M_y L}{6(EI)_0}} \quad (1.7.c)$$

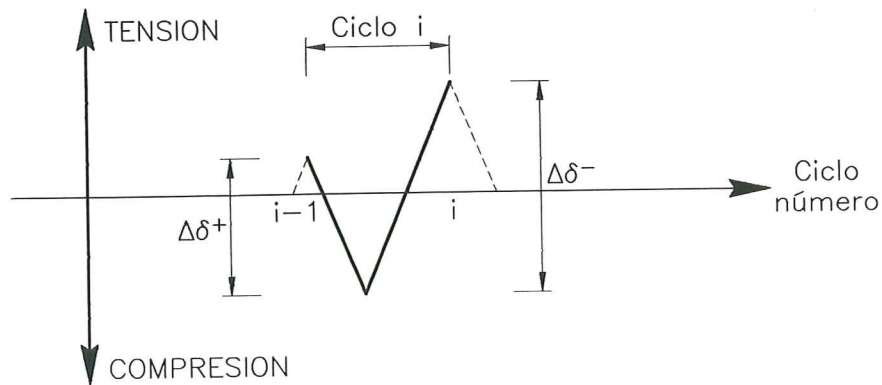
En la figura 1.3 se presenta esquematicamente el modelo numérico de Banon et al<sup>(3)</sup>.



**Figura 1.3** Parámetros que intervienen en modelo de daño sísmico de Banon et al<sup>(3)</sup>.

#### 1.4.2 Deformación acumulada

Stephens y Yao<sup>(6)</sup> presentan un modelo de cálculo del daño sísmico en el cual se mide la deformación total en cada ciclo de carga, al inicio y final del ciclo, como lo ilustra la figura 1.4.



**Figura 1.4** Parámetros que intervienen en modelo de daño sísmico de Stephens y Yao et al<sup>(3)</sup>.

El índice de daño del modelo numérico de Stephens y Yao viene definido por:

$$I_D = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta \delta^+}{\Delta \delta_f} \right)^\alpha \quad (1.8.a)$$

$$\alpha = 1 - (br) \quad (1.8.b)$$

$$r = \frac{\Delta\delta^+}{\Delta\delta^-} \quad (1.8.c)$$

donde  $\Delta\delta_f$  se puede obtener mediante la aplicación de cargas monotónicas crecientes hasta llevar al elemento al fallo. Stephens y Yao<sup>(6)</sup> recomiendan que se considere  $\Delta\delta_f$  un 10 % de la altura del piso. Por otra parte, el coeficiente de deformación  $b$ , indicado en la ecuación (1.8.b) resumiendo se considere igual a 0.77. Finalmente  $n$  es el número de ciclos a que está sujeto el elemento.

Por otra parte, Bertero y Bresler<sup>(43)</sup> presentan el índice de daño acumulado ponderando la demanda sísmica y la capacidad resistente de la siguiente manera:

$$I_D = \frac{1}{\sum W_i} \left( \sum_{i=1}^n \frac{W_i \gamma_i d_i}{X_i c_i} \right) \quad (1.8.d)$$

siendo  $d_i$  parámetro utilizado para la demanda sísmica,  $c_i$  parámetro empleado para la capacidad sísmica,  $W_i$  factor de importancia para el elemento  $i$ ,  $X_i$  es el coeficiente de influencia en el tiempo por demanda y  $\gamma_i$  es el coeficiente de influencia en el tiempo por capacidad.

### 1.4.3 Formulaciones de fatiga

El modelo de daño propuesto por Chung et al<sup>(7)</sup> considera la historia de cargas y el efecto de cierre de grietas. Está basado en el número de ciclos que la estructura incursiona en el rango no lineal y en la curvatura del momento de fallo, figura 1.6. La ecuación (1.9.a) define el índice de daño.

$$I_D = \sum_i \left( \alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right) \quad (1.9.a)$$

donde

- $i$  Es el indicador del nivel de desplazamiento o curvatura.
  - $N_i$  Es el número total de ciclos que causan el fallo en el nivel de curvatura  $i$ , definido en (1.9.b).
  - $n_i$  Es el número actual de ciclos en el nivel de curvatura  $i$ .
  - $\alpha_i$  Es un parámetro modificador del daño.
- El significado de los signos  $+$  y  $-$  ha sido indicado.

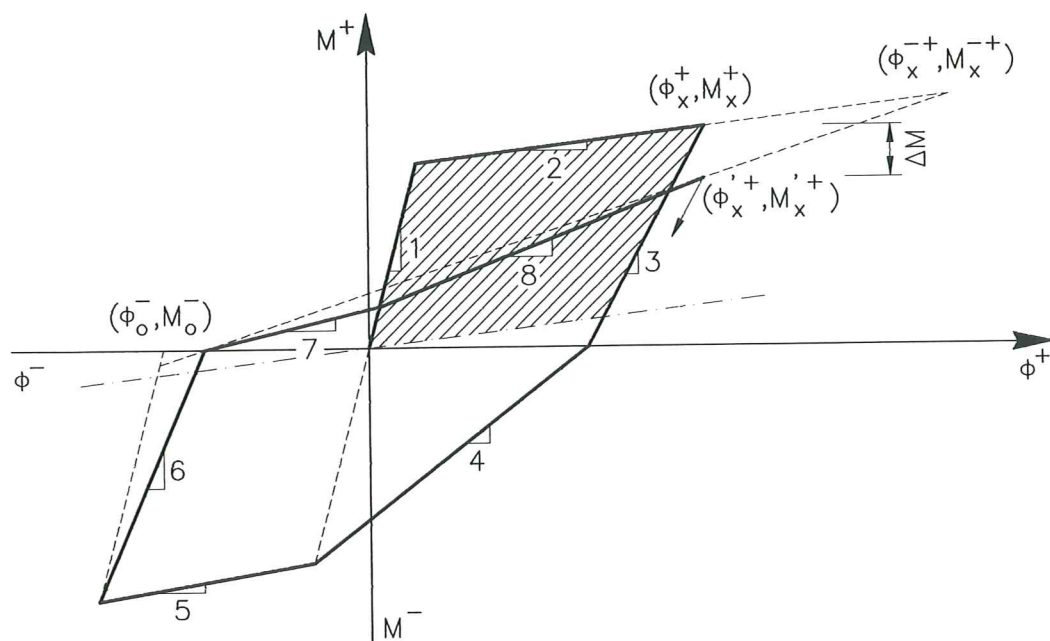
No todos los ciclos de carga son contabilizados, sino únicamente aquellos que superan la curvatura cedente y además que estén sobre la primera línea de rigidez 2 (línea entrecortada) de la figura 1.5

$$N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i} \quad (1.9.b)$$

$$M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1} \quad (1.9.c)$$

$$\Phi_i = \frac{\phi_i}{\phi_f} \quad (1.9.d)$$





**Figura 1.5** Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer<sup>(33)</sup>. En base del cual se calcula el daño sísmico con el modelo de Chung et al<sup>(7)</sup>

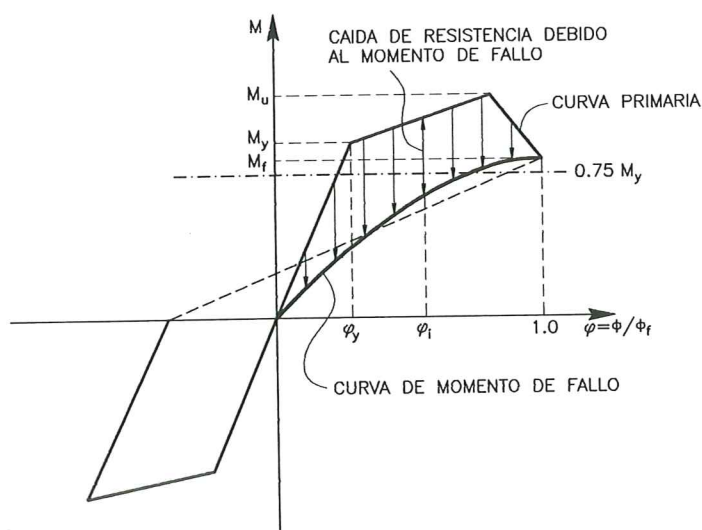
$M_{fi}$  Es el momento de fallo para el nivel de curvatura  $i$ .

$M_f$  Es el momento de fallo.

$\phi_f$  Es la curvatura de fallo.

$\Delta M_i$  Está definido en la figura 1.6

El modelo considera la historia de la carga a que ha estado sometida la estructura por medio del parámetro  $\alpha_i$ , que considera la energía disipada inelásticamente.



**Figura 1.6** Pérdida de resistencia en el modelo de Chung et al<sup>(34)</sup>



$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (1.9.e)$$

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} M_{ij}^+}{n_i^+ \left[ M_{i1}^+ - \frac{(N_i^+ - 1)\Delta M_i^+}{2} \right]} \left[ A \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \right] \quad (1.9.f)$$

$$K_i^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+} \quad (1.9.g)$$

$$\bar{K}_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} K_{ij}^+ \quad (1.9.h)$$

$K_{ij}^+$  Es la rigidez durante el ciclo j de carga en el nivel i.

$\bar{K}_i^+$  Es la rigidez promedio durante  $N_i^+$  ciclos de carga en el nivel i.

$$M_{ij}^+ = M_{i1}^+ - (j - 1)\Delta M_i^+ \quad (1.9.i)$$

$M_{ij}^+$  Es el momento alcanzado en el ciclo de carga j para el nivel i.  
Para el signo - las ecuaciones son:

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} K_{ij}^-}{n_i^- \times \bar{K}_i^-} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (1.9.j)$$

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} M_{ij}^-}{n_i^- \left[ M_{i1}^- - \frac{(N_i^- - 1)\Delta M_i^-}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (1.9.k)$$

$$K_i^- = \frac{M_{ij}^-}{\phi_i^-} \quad (1.9.l)$$

$$\bar{K}_i^- = \frac{1}{N_i^-} \sum_{j=1}^{N_i^-} K_{ij}^- \quad (1.9.m)$$

$$M_{ij}^- = M_{i1}^- - (j - 1)\Delta M_i^- \quad (1.9.n)$$

El índice de daño empieza a cuantificarse después del primer ciclo de carga en el rango no lineal.

### 1.5 DAÑO SÍSMICO BASADO EN LA ENERGÍA

Los modelos que se han formulado de daño sísmico en función de la energía acumulada, calculan la energía potencial del sistema de diversas maneras, por ésta razón para entender los modelos de daño que se presentan a continuación, se calcula la energía potencial  $E_p$ , en el sistema elástico indicado en la figura 1.7

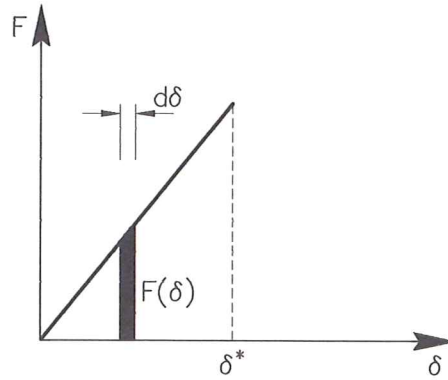


Figura 1.7 Cálculo de la energía potencial en un sistema elástico.

$$E_p = \int_0^{\delta^*} F(\delta) d\delta \quad (1.10.a)$$

$$F(\delta) = k\delta \quad (1.10.b)$$

$$E_p = \int_0^{\delta^*} k\delta d\delta \quad (1.10.c)$$

$$E_p = \frac{k\delta^{*2}}{2} \quad (1.10.d)$$

La  $E_p$  obtenida en la ecuación (1.10.d), corresponde al área bajo la curva fuerza-deformación de la figura 1.7. Se puede presentar también de la siguiente forma:

$$E_p = \frac{F\delta^*}{2} \quad (1.10.e)$$

pero  $F = k\delta$  con lo que se obtiene la ecuación (1.10.d). Por otra parte, en lugar de trabajar con la relación fuerza-desplazamiento se puede trabajar con la relación momento-rotación.

El análisis sísmico no lineal que conduce al cálculo del índice de daño, se realiza utilizando algoritmos denominados paso a paso, los mismos que proporcionan la respuesta sísmica en intervalos de tiempo  $dt$ . De ésta forma la energía potencial se calcula con la ecuación (1.10.a) la misma que puede escribirse en función de la velocidad  $v$ , de la siguiente manera:

$$v = \frac{d\delta}{dt} \rightarrow d\delta = v dt \quad (1.10.f)$$

al sustituir (1.10.f) en (1.10.a) se obtiene otra ecuación para el cálculo de la energía potencial.

$$E_p = \int_0^{\delta^*} F(\delta) v dt \quad (1.10.g)$$

Por lo tanto, se puede evaluar la energía potencial de un sistema con la ecuación (1.10.a) o con la (1.10.g).

En general para el análisis sísmico, se tiene:

$$E_I = E_k + E_d + E_s + E_h \quad (1.11.a)$$

$E_I$  Es la energía que absorbe el sistema debido a la acción sísmica.

$E_k$  Es la energía cinética de la estructura.

$E_d$  Es la energía disipada por amortiguamiento viscoso.

La energía inelástica  $E_h$  y la energía elástica o de deformación  $E_s$  son las que se calculan en los métodos numéricos de cálculo de daño sísmico.

$$E_s + E_h = \int_0^t R[D(t)] \dot{D}(t) dt \quad (1.11.b)$$

$R[D(t)]$  Es la fuerza que actúa en el sistema.

$D(t)$  Es el desplazamiento del sistema.

$\dot{D}(t)$  Es la velocidad del sistema.

Cuando la estructura se encuentra en el rango elástico, al aplicar la ecuación (1.11.b) se obtendrá  $E_s$  y cuando ingresa en el rango inelástico se obtiene  $E_h$ . Como se observa, con la ecuación (1.11.b) se obtiene la energía potencial. Es importante indicar que la energía cinética  $E_k$  de la estructura al final del sismo vale cero.

### 1.5.1 Energía potencial

El modelo de daño de Hanganu<sup>(22)</sup> permite obtener el índice de daño en toda la estructura, en una subestructura o en un elemento trabajando con elementos finitos y es valido para cualquier estado de carga. En el presente numeral se presenta el modelo de Hanganu aplicado al caso sísmico y con una formulación no de elementos finitos.

$$I_D = 1 - \frac{\sum_e E_p}{\sum_e E_p^o} \quad (1.12)$$

donde  $\sum_e E_p$  es la energía potencial calculada en base a la rigidez secante, que va teniendo el elemento en la respuesta inelástica y  $\sum_e E_p^o$  es la energía potencial calculada considerando que la rigidez es constante y se determina en base a la rigidez elástica inicial. En la figura 1.8 se describen éstos términos.

El índice de daño del modelo de Hanganu<sup>(22)</sup> varía entre cero y uno, el primer valor es para el rango elástico y el segundo para el colapso.

### 1.5.2 Energía potencial normalizada

La mayor parte de modelos de evaluación del daño sísmico de estructuras de hormigón armado calculan la energía potencial y ésta la normalizan con respecto a la energía potencial elástica. Los modelos que calculan daño únicamente en función de la energía son el de Hanganu<sup>(22)</sup>, Banon et al<sup>(3)</sup>, Gosain et al<sup>(8)</sup>, entre otros.

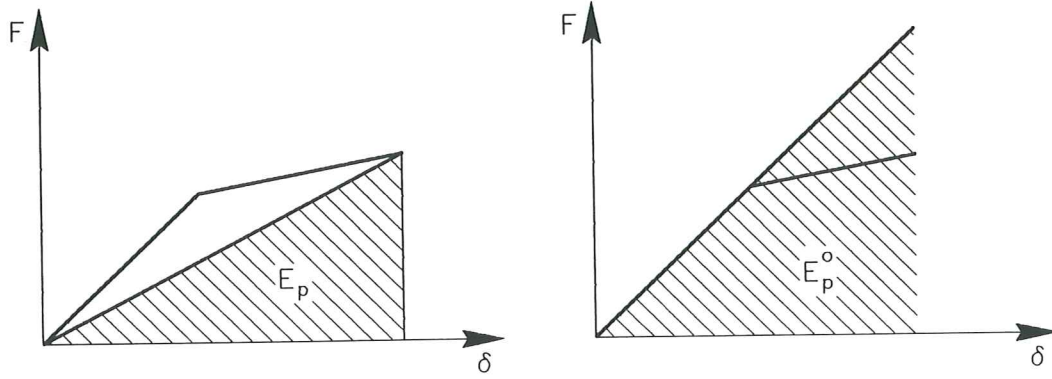


Figura 1.8 Energía potencial consideradas en el modelo de daño de Hanganu<sup>(22)</sup>.

En el modelo de Banon et al<sup>(3)</sup>, la energía potencial es calculada de las relaciones momento-rotación:

$$I_D = \frac{\int_0^t M(\tau)\theta(d\tau)}{\frac{M_y\theta_y}{2}} \quad (1.13.a)$$

$$\theta_y = \frac{M_y L}{6(EI)} \quad (1.13.b)$$

$$I_D = \frac{\int_0^t M(\tau)\theta(d\tau)}{\frac{M_y^2 L}{12(EI)}} \quad (1.13.c)$$

Por otra parte, el modelo de Gosain et al<sup>(8)</sup> calcula el índice de daño en función del diagrama fuerza-deformación, de la siguiente manera:

$$I_D = \sum_{i=1}^n \frac{F_i \delta_i}{F_y \delta_y} \quad (1.13.d)$$

donde  $i$  es el contador del número de ciclos histeréticos, en la evaluación solo se consideran aquellos ciclos en los cuales  $F_i \geq 0.75F_y$ , cantidad ésta definida arbitrariamente. Al índice de daño presentado en la ecuación (1.13.d), Gosain et al<sup>(8)</sup> lo denominan  $I_w$ , variable que se utilizará posteriormente. Cuando  $0.75F_y \leq F_i \leq 1.25F_y$  la relación  $F_i/F_y$  tiende a la unidad de tal manera que se simplifica la ecuación (1.13.d) al cálculo de  $\delta_i / \delta_y$ .

El modelo de Banon et al<sup>(3)</sup> al igual que el modelo de Gosain et al<sup>(8)</sup> no tienen cota superior.



### 1.5.3 Energía potencial normalizada y corregida

Se presentan dos modelos que calculan el índice de daño sísmico en función de la energía disipada normalizada con respecto a la energía elástica pero ahora son corregidos por algunos factores que tienen en cuenta la geometría del elemento, la carga axial y la armadura del elemento analizado.

Para fuerzas de cortante altas, el efecto de cierre de grietas es considerable por lo que la energía disipada tiende a disminuir, debido a que hay una menor sección en el modelo histerético. Por otra parte, la carga axial tiene un papel importante en la evaluación del daño que Gosain et al<sup>(8)</sup> lo incluyen modificando la ecuación (1.13.d) por la siguiente:

$$I_D = I_w \left( 1 - \frac{d_c}{a} \right) \left( 1 + \frac{0.0005N}{A_{\text{core}}} \right) \quad (1.13.e)$$

$$A_{\text{core}} = b_c \times d_c \quad (1.13.f)$$

en la cual,  $I_w$  es el índice de daño indicado en la ecuación (1.13.d),  $d_c$  es la altura efectiva de la sección menos el recubrimiento, es decir la distancia entre estribos exteriores,  $a/d_c$  es la relación del claro de cortante,  $N$  es la carga axial en Kips,  $A_{\text{core}}$  es el área del hormigón confinado medido en  $\text{in}^2$ ,  $b_c$  es la distancia desde el borde de los estribos medidos en la base.

La ecuación (1.13.e) es obtenida de un análisis estadístico con los datos experimentales realizados por Gosain et al<sup>(8)</sup> y otros investigadores.

Por otra parte, Darwin et al<sup>(41)</sup> presenta un modelo de daño local para vigas de hormigón armado en la cual la corrección la realiza en función del refuerzo longitudinal.

$$I_D = \frac{E}{0.5F_y\delta_y \left[ 1 + \left( \frac{A'_s}{A_s} \right)^2 \right]} \quad (1.13.g)$$

donde  $A'_s$  es el área del refuerzo a compresión y  $A_s$  es el área del refuerzo a tracción.

### 1.5.4 Índice energético

Hwan y Scribner<sup>(9)</sup> calculan el índice energético que aquí se denomina  $I_D$  en función de la energía disipada, de la siguiente forma:

$$I_D = \sum_{i=1}^n E_i \frac{K_i \delta_i^2}{K_0 \delta_y^2} \quad (1.14)$$

donde  $n$  es el número de ciclos,  $E_i$  es la energía disipada en el ciclo  $i$ ,  $K_i$  es la rigidez secante a flexión en el ciclo  $i$ ,  $\delta_i$  es la máxima deformación alcanzada en el ciclo  $i$ ,  $K_0$  es la rigidez a flexión en el rango elástico. Los ciclos histeréticos que intervienen en la evaluación de la ecuación (1.14) son aquellos cuya resistencia no disminuya del 75% de la resistencia de fluencia.



El numerador de la ecuación (1.14) es la energía potencial de la estructura, la misma que está normalizada con respecto a la energía potencial elástica que es el término del denominador. Esta fracción es un indicador de daño y es adimensional como debe ser, al estar multiplicado por  $E_i$  realmente lo que se obtiene es la energía disipada, luego la ecuación (1.14) tiene unidades de energía por eso fue formulado como índice energético. Se lo consideró como índice de daño, en éste capítulo, debido a que la energía disipada inelásticamente es un indicador del grado de daño de una estructura.

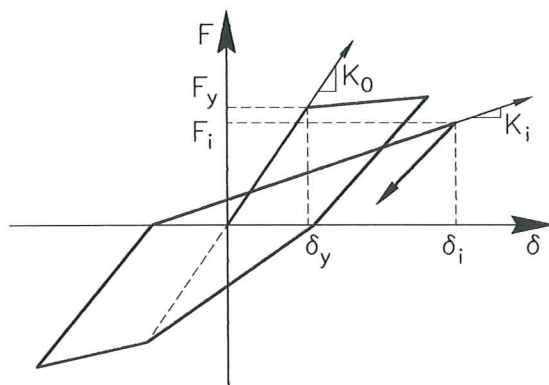


Figura 1.9 Parámetros que intervienen en el modelo de daño de Hwan y Scribner<sup>(9)</sup>.

### 1.5.5 Energía disipada con respecto a la energía elástica considerando pérdida de resistencia

La mayor parte de modelos constitutivos utilizados para definir la no linealidad del material consideran pérdida de rigidez en la descarga, pérdida de resistencia y efecto de cierre de grietas. En base a la pérdida de rigidez, Bracci et al<sup>(21)</sup> en el numeral 1.2.1 presentan un modelo numérico de cálculo del índice de daño. Ahora, en el presente numeral se indica la propuesta en base a la pérdida de resistencia

$$I_D = \frac{S_{SD} \int dE}{\delta_y \Delta_F} \quad (1.15.a)$$

$$S_{SD} = \frac{\Delta M \phi_y}{\int dE} \quad (1.15.b)$$

donde  $S_{SD}$  es el factor de deterioro de resistencia,  $\int dE$  es la energía disipada,  $\delta_y$  desplazamiento a nivel de fluencia,  $\Delta_F$  es la resistencia disponible asociada a la deformación  $\delta_y$ . El modelo de Gosain et al<sup>(8)</sup> normaliza la energía disipada con relación a la energía elástica sin considerar pérdida de resistencia, es decir  $F_y$  es constante, ahora Bracci et al<sup>(21)</sup> considera la pérdida de resistencia. Luego la normalización la realizan con respecto a la energía elástica en la cual la fuerza  $F_y$  va decayendo en cada ciclo histérico. Las restantes variables no indicadas, son:  $\Delta M$  es la caída del momento en el primer ciclo histérico (pérdida de resistencia), indicado en la figura 1.5 y  $\phi_y$  la curvatura de fluencia.

Experimentalmente, Nmai y Darwin<sup>(38)</sup> han encontrado que el factor de deterioro de resistencia  $S_{SD}$  varía entre 0.005 y 0.011. De igual forma Atalay y Penzien<sup>(39)</sup> han obtenido que  $S_{SD}$  varía entre 0.006 y 0.029. Finalmente, Gill et al<sup>(40)</sup> encontraron que el factor de deterioro de resistencia varía entre 0.0168 y 0.0369.

## 1.6 $I_D$ EN FUNCIÓN DE LA DEMANDA Y LA COMBINACIÓN DE ALGUNOS INDICADORES DE DAÑO

La mayor parte de modelos que calculan daño a nivel local de elementos, se encuentran bajo ésta clasificación. Se calcula el daño en función de algunos de los parámetros indicados anteriormente.

### 1.6.1 $I_D$ en función de la deformación y energía

Banon y Veneziano<sup>(10)</sup> combina dos parámetros que son: *demanda sísmica-capacidad de deformación* que para el presente caso se denomina  $d_1$  y *demanda sísmica-capacidad de energía disipada* que se denomina  $d_2$ . El primer parámetro relaciona el desplazamiento máximo  $\delta_{\max}$  con relación al desplazamiento de fluencia  $\delta_y$ , y el segundo relaciona la energía inelástica disipada  $E_h$  con relación a la energía elástica. Por lo tanto, se tiene

$$d_1 = \frac{\delta_{\max}}{\delta_y} \quad d_2 = \frac{E_h}{E_s} \quad (1.16.a)$$

Por otra parte, los parámetros  $d_1$  y  $d_2$  son modificados de la siguiente manera

$$d_1^* = d_1 - 1 \quad d_2^* = a d_2^b \quad (1.16.b)$$

Donde a y b son parámetros que caracterizan el problema estructural y se obtienen experimentalmente. Para elementos de hormigón armado se recomienda utilizar  $a = 1.1$  y  $b = 0.38$ . El valor de a caracteriza el deterioro cíclico del elemento y varía entre 1.1 y 2. En el plano  $d_1^*, d_2^*$  la circunferencia con centro en el origen define las líneas con igual probabilidad de colapso. Con éste antecedente la función de daño para el modelo analizado queda

$$I_D = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2} \quad (1.16.c)$$

Nótese que  $d_2$  es la energía inelástica con respecto a la energía elástica, y el parámetro  $d_1$  es la demanda de ductilidad cinemática  $\mu_s$ . En consecuencia el modelo de Banon y Veneziano combina dos variables a saber: ductilidad y energía inelástica. Mahin y Bertero (1981) definen la ductilidad inelástica de la siguiente manera

$$\mu_e = \frac{E_h}{F_y \delta_y} + 1 \quad (1.16.d)$$

donde  $F_y$  Es la máxima fuerza que soporta la estructura en el rango elástico. En función de  $\mu_s$  y  $\mu_e$  los parámetros  $d_1$  y  $d_2$  se transforman en

$$d_1 = \mu_s \quad d_2 = 2(\mu_e - 1) \quad (1.16.e)$$

Para el rango elástico el valor del índice de daño del modelo de Banon y Veneziano es cero y no tiene cota superior.

### 1.6.2 $I_D$ en función de la ductilidad de deformación y energía

La función de daño de Park y Ang<sup>(11-13)</sup>, una de las más empleadas en estructuras de hormigón armado, está definida en la ecuación (1.17.a).

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta E_h}{F_y \delta_y \mu_{\text{mono}}} \quad (1.17.a)$$

siendo  $\mu_{\text{mono}}$  la ductilidad del elemento debido a cargas monotónicas, y  $\beta$  factor experimental de calibración del deterioro de resistencia. Al reemplazar (1.16.d) en (1.17.a) se obtiene

$$I_D = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (1.17.b)$$

el valor  $\beta$  no es fácil definir, Y. Park<sup>(12)</sup> inicialmente presentó la ecuación (1.17.c) para su evaluación, en base a resultados experimentales.

$$\beta = [0.37\eta_o + 0.36(k_p - 0.2)^2] 0.9^{\rho_s} \quad (1.17.c)$$

$$\eta_o = \frac{N}{b \times d f'_c} \quad (1.17.d)$$

$$\rho_s = \frac{2A_v}{s_h \times h'} \quad (1.17.e)$$

$\eta_o$  es la relación de la carga axial  $N$  para el área efectiva de la sección multiplicada por la resistencia del hormigón a compresión y  $\rho_s$  es la relación volumétrica de los estribos respecto al área del núcleo del hormigón, por unidad de longitud. En la ecuación (1.17.e)  $h'$  es el ancho del corazón o núcleo de hormigón medido desde fuera del refuerzo transversal.

$$k_p = \frac{p_t f_y}{0.85 f'_c} \quad (1.17.f)$$

$$p_t = \frac{A_s}{b \times d} \quad (1.17.g)$$

Posteriormente Park<sup>(11)</sup> modificó la ecuación obtenida experimentalmente para calcular  $\beta$  por la (1.17.h).

$$\beta = \left( -0.447 + 0.73 \frac{L_s}{d} + 0.24\eta_o + 0.314p_t \right) 0.7^{\rho_s} \quad (1.17.h)$$



donde  $L_s/d$  es la relación del claro de cortante. Lo cierto es que  $\beta$  es función de la carga axial, del claro de cortante, de la sección transversal, de la armadura longitudinal y transversal. Se destaca que  $\beta$  no es función de la excitación sísmica, es decir, no depende de la historia de carga. Investigaciones realizadas por Cosenza et al<sup>(23)</sup> han demostrado que  $\beta$  varía entre 0.03 y 1.2 con un valor medio de 0.15

En el modelo de Park, no se aprecia cuando la estructura entra en el rango inelástico, el modelo no tiene una cota superior.

### 1.6.3 $I_D$ en función de la curvatura o rotación y la energía

Se han realizado una serie de variaciones al modelo de Park y Ang, por parte de Kunnath, Reinhorn y Abel<sup>(14)</sup>, quienes trabajan con la curvatura; Kunnath, Reinhorn y Lobo<sup>(15,16)</sup>, que calculan el daño en función de la rotación; Daali<sup>(24)</sup>, que determina el índice de daño evaluando la deformación residual plástica; Reinhorn y Valles<sup>(17,18)</sup>, presentan una formulación de fatiga pero que para un daño muy severo se obtiene la ecuación propuesta por Park y Ang.

El índice de daño sísmico del modelo propuesto por Kunnath, Reinhorn y Abel<sup>(14)</sup> es el siguiente:

$$I_D = \frac{\phi_{\max} - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} + \beta \frac{\int dE}{M_y \phi_u} \quad (1.18.a)$$

Las curvaturas de la ecuación (1.18) son calculadas en los estados: (max) máxima alcanzada en la respuesta dinámica, (y) fluencia, (u) última y  $\int dE$  es la energía disipada en la sección.

Kunnath, Reinhorn y Lobo<sup>(15,16)</sup> plantean una ecuación similar a la (1.18.b) pero en función de la rotación.

$$I_D = \frac{\theta_{\max} - \theta_r}{\theta_u - \theta_r} + \beta \frac{\int dE}{M_y \theta_u} \quad (1.18.b)$$

El significado de las variables de la ecuación (1.18.b) es similar al de la (1.18.a) pero ésta vez con las rotaciones, a excepción de  $\theta_r$  que es la rotación recuperable en la descarga.

Kunnath et al<sup>(14-16)</sup> recomiendan los siguientes valores para el deterioro de resistencia  $\beta$ :

- $\beta = 0.00$  cuando no se considera deterioro de resistencia,
- $\beta = 0.10$  para un deterioro normal de resistencia,
- $\beta = 0.40$  para considerar un severo deterioro de resistencia.

### 1.6.4 $I_D$ en función de la ductilidad de deformación, energía y deformación residual plástica

El modelo de daño propuesto por Daali<sup>(24)</sup> es una modificación del desarrollado por Park y Ang. Efectivamente, se mantiene el primer término de la ecuación (1.17.a), y en el segundo término se relaciona la energía disipada inelásticamente con la deformación residual plástica.



$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta \sum (\mu_i - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (1.19.a)$$

$$\mu_i = \frac{\delta_{\text{rpi}}}{\delta_y} + 1 \quad (1.19.b)$$

$\delta_{\text{rpi}}$  Es el desplazamiento residual plástico en el ciclo  $i$ .

### 1.6.5 $I_D$ en función de la fatiga

Para ciclos bajos de fatiga, Reinhorn y Valles<sup>(17,18)</sup> han propuesto el siguiente modelo de daño.

$$I_D = \frac{\delta_{\text{max}} - \delta_y}{\delta_u - \delta_y} \frac{1}{\left[1 - \frac{E_h}{4(\delta_u - \delta_y)F_y}\right]} \quad (1.20)$$

El modelo da la posibilidad de trabajar con deformación, rotación o curvatura en la ecuación (1.20). Las variables utilizadas ya han sido definidas anteriormente. Cuando la relación  $(\delta_{\text{max}} - \delta_y) / (\delta_u - \delta_y)$  tiende a uno, la ecuación (1.20) se transforma en:

$$I_D = \frac{\delta_{\text{max}} - \delta_y}{\delta_u - \delta_y} + \frac{E_h}{4(\delta_u - \delta_y)F_y} \quad (1.21)$$

La ecuación (1.21) corresponde a la formulación de daño de Park y Ang para  $\beta = 0.25$ . En consecuencia, el modelo de Park y Ang se correlaciona con los modelos basados en fatiga para grandes valores de deformación, rotación o curvatura que experimenta el elemento en la respuesta sísmica.

## 1.7 DAÑO GLOBAL EN BASE A PROMEDIOS PONDERADOS

Como se había indicado los modelos de daño presentados calculan el índice de daño a nivel local de elementos, en una sección determinada, para el análisis sísmico ésta sección se considera en los extremos del elemento. Ahora, el problema es obtener el daño global de la estructura a partir del daño local, la forma de hacerlo es mediante funciones de ponderación y el daño que se obtiene es un promedio de los índices de daño a nivel local. Hay varios criterios para la ponderación pero el más utilizado es en función de la energía; es decir, las zonas que están más deterioradas disipan una mayor cantidad de energía y por lo tanto tienen mayor peso en el cálculo del daño global.

### 1.7.1 Daño global a nivel de piso, con función de peso la energía

Chung, Meyer y Shinozuka<sup>(19)</sup> presentan el siguiente modelo para la evaluación del daño a nivel de piso en un edificio de hormigón armado.

$$I_{Dtk} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{Di}^k E_i^k}{\sum_{i=1}^n E_i^k} \quad (1.22)$$

donde  $I_{Dtk}$  es el índice de daño en el piso k,  $I_{Di}^k$  es el daño local en la sección i del piso k,  $E_i^k$  es la energía disipada en la sección i del piso k, n es el número de secciones consideradas en el piso k donde se ha evaluado el daño.

Logicamente Chung et al<sup>(19)</sup> calculan el  $I_{Di}^k$  utilizando la ecuación (1.9.a) pero se puede emplear cualquiera de los modelos de daño indicados.

Utilizando la ecuación (1.12) se puede evaluar también el daño a nivel de piso, calculando la energía en los elementos que conforman el piso.

### 1.7.2 Daño global a nivel de piso, con función de peso la fuerza axial

Bracci et al<sup>(21)</sup> utilizan como función de peso la carga axial que gravita sobre el elemento, de tal forma que los miembros que soportan más carga axial tendrán mayor peso en la obtención del daño global de piso. La ecuación propuesta por Bracci et al<sup>(21)</sup> es:

$$I_{Dtk} = \max [I_{Di}, I_{Dj}] \quad (1.23.a)$$

$$I_{Dtk} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i I_{Di}^{m+1}}{\sum_{i=1}^n W_i I_{Di}^m} \quad (1.23.b)$$

$$W_i = \frac{N}{W_T} \quad (1.23.c)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (1.23.d)$$

donde N es la carga axial que actúa en el elemento,  $W_T$  es el peso total de la estructura, m es un parámetro utilizado para dar mayor peso a los elementos dañados.

### 1.7.3 Daño global, con función de peso la energía

Park y Ang<sup>(11,12)</sup> realizan la combinación del daño local, obtenido en los extremos del elemento, utilizando como función de peso la energía disipada del elemento, con la siguiente ecuación:

$$I_{Dt} = \sum_{i=1}^N \lambda_i I_{Di} \quad (1.24.a)$$

$$\lambda_i = \frac{E_i}{\sum_{i=1}^N E_i} \quad (1.24.b)$$

donde  $N$  es el número de elementos de la estructura y  $E_i$  la energía disipada por el elemento  $i$ . Nuevamente los elementos más dañados habrán disipado una mayor cantidad de energía y tendrán mayor peso en el cálculo del daño global de la estructura.

#### 1.7.4 Daño global a partir del daño de piso

A partir del daño de piso, Chung et al.<sup>(19)</sup> encuentran el daño global de la estructura, dando mayor peso a los pisos inferiores mediante la siguiente ecuación:

$$I_{Dt} = \sum_{k=1}^N I_{Di}^k I_k \quad (1.25.a)$$

$$I_k = \frac{N + 1 - k}{N} \quad (1.25.b)$$

donde  $I_k$  es la función de peso para el piso  $k$ , la misma que se considera que varía triangularmente en altura.

### 1.8 DAÑO GLOBAL EN BASE A LA CAPACIDAD RESISTENTE

Para encontrar directamente el daño sísmico de una estructura, sin necesidad de obtenerlo a partir de la combinación del daño local, es necesario construir la curva de capacidad resistente que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo en el tope del edificio, la misma que se obtiene aplicando cargas laterales en forma incremental<sup>(25,35,36)</sup>. En la curva de capacidad resistente se debe definir el punto de fallo o colapso de la estructura.

#### 1.8.1 $I_{Dt}$ en base a la demanda y a la capacidad de deformación de la estructura

En la curva de capacidad resistente, se puede determinar directamente el punto en el cual la estructura ingresa al rango no lineal ( $y$ ) y el punto de colapso de la estructura ( $u$ ). Con los valores hallados se obtiene el índice de daño global GDP (global damage parameter) de la estructura mediante el modelo de Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup> aplicando la siguiente ecuación:

$$I_{Dt} = \frac{d_{\max} - d_y}{d_u - d_y} \quad (1.26.a)$$

donde  $d_{\max}$  es el desplazamiento lateral máximo en el tope de la estructura, las restantes variables de la ecuación (1.26.a) pueden obtenerse de la curva de capacidad resistente. Del análisis dinámico se puede también obtener  $d_y$  encontrando el desplazamiento correspondiente al instante en que el primer elemento ingresa al rango inelástico pero si se procede de ésta forma habrá que imponerse un criterio de fallo para determinar  $d_u$ . El criterio de fallo para calcular  $d_u$ , propuesto por Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup> es  $d_u = 0.06H$ , donde  $H$  es la altura del edificio.

El modelo de Blejwas y Bresler<sup>(42)</sup> que se indica a continuación tiene una formulación más general con relación a la ecuación (1.26.a).

$$I_{Dt} = \frac{d_i - c_i^o}{c_i^u - c_i^o} \quad (1.26.b)$$

donde  $d_i$  es un parámetro de demanda formado por combinación de parámetros de respuesta,  $c_i^o$  capacidad a la cual el daño se inicia y  $c_i^u$  capacidad a la cual el daño es irreparable.

### 1.8.2 $I_{Dt}$ en base a la demanda y a la capacidad de cortante basal de la estructura

En los modelos de Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup>, Blejwas y Bresler<sup>(42)</sup> presentados en el numeral anterior y en el modelo de Hasselman et al<sup>(2)</sup> que se indica a continuación se obtiene el daño global de la estructura entre 0 y 1.

$$I_{Dt} = \frac{V_{\max} - V_y}{V_u - V_y} \quad (1.27)$$

siendo  $V_{\max}$  el cortante basal máximo en la respuesta dinámica. Las restantes variables de la ecuación (1.27) deben obtenerse de la curva de capacidad resistente.

## 1.9 DAÑO GLOBAL EN FUNCIÓN DE PARÁMETROS VIBRACIONALES

El parámetro vibracional más utilizado en la evaluación del daño sísmico de estructuras de hormigón armado es el período de vibración; hay modelos que determinan el índice de daño en función de la frecuencia natural de vibración pero la frecuencia está relacionada con el período por lo que corresponden a la misma metodología de cálculo.

### 1.9.1 $I_{Dt}$ en función de la frecuencia natural de vibración

El modelo de Roufaiel y Meyer<sup>(5)</sup> descrito en la ecuación (1.26) puede calcularse en función de las frecuencias naturales de vibración, de la siguiente manera:

$$I_{Dt} = \frac{14.2\delta_y(\sqrt{f_0/f_m} - 1)}{\delta_u - \delta_y} \quad (1.28)$$

el significado de las variables no definidas todavía es:  $f_0$  es la frecuencia natural de vibración elástica y  $f_m$  es la frecuencia natural de la estructura dañada. Aguiar et al<sup>(25)</sup> presenta una metodología para encontrar  $f_m$  correspondiente al máximo desplazamiento lateral del edificio.



### 1.9.2 $I_{Dt}$ en función del período natural de vibración

Los parámetros modales que se han utilizado para definir el daño en estructuras de hormigón armado son: el factor de amortiguamiento, el factor de participación modal y la frecuencia natural o período de vibración, en cada modo. El amortiguamiento en una estructura varía de acuerdo al nivel de esfuerzos a la cual está sometida, a mayor esfuerzo se tendrá un mayor amortiguamiento pero son cantidades de significado físico incierto y su estimación en fase no lineal es cuestionable, razón por la cual no ha prosperado esta forma de evaluación del daño sísmico. Por otra parte, del análisis de los modos de vibración de una estructura con daño y sin daño se puede determinar también el índice de daño global por medio del cálculo de los factores de participación modal. Finalmente, la frecuencia o período natural de vibración es una alternativa muy utilizada para definir el daño sísmico, algunos modelos numéricos que se han presentado en esta línea de cálculo se indican a continuación.

Cuando la estructura sufre daño la matriz de rigidez de la estructura se va degradando y los desplazamientos laterales son mayores en consecuencia se incrementa su período de vibración pero no se debe pensar que en el rango no lineal la evolución del período de vibración es siempre creciente, depende de la rama del modelo constitutivo en la cual se encuentra. En la descarga la estructura tiende a recuperarse con el incremento de la matriz de rigidez y en consecuencia disminuye el período el mismo que volverá a incrementar en el nuevo proceso de carga. En general la tendencia es un continuo incremento del período en el rango no lineal.

Varios son los trabajos realizados por DiPasquale y Çakmak<sup>(26,27)</sup> en esta línea de investigación que tienen un respaldo experimental y estadístico basados en la evolución del período de estructuras sometidas a varias acciones sísmicas.

Algunos son los modelos de daño global propuestos por DiPasquale y Çakmak<sup>(26,27)</sup> en función del período, uno de ellos denominado índice de ablandamiento por deterioro de rigidez, es el siguiente:

$$I_D = 1 - \frac{T_o^2}{T_{\text{final}}^2} \quad (1.29.a)$$

que relaciona el período fundamental elástico de la estructura sin daño, con el período de la estructura al finalizar el sismo. DiPasquale y Çakmak<sup>(28)</sup> demuestran que éste índice de daño definido en la ecuación (1.29.a) está relacionado con el deterioro de rigidez de la estructura.

Otro índice de daño propuesto por DiPasquale y Çakmak es el denominado índice de ablandamiento plástico que considera la interacción suelo estructura en el cálculo de la deformación plástica. Como se conoce en suelos duros no es importante el efecto del suelo en la respuesta sísmica por lo que suele omitirse la interacción suelo estructura, no así cuando se tienen suelos blandos donde es importante la incorporación del suelo en el análisis para éstos casos la deformación lateral es considerable y el índice de daño global propuesto es:

$$I_D = 1 - \frac{T_{\text{final}}^2}{T_{\text{max}}^2} \quad (1.29.b)$$

siendo  $T_{\max}$  el período máximo en el sistema lineal equivalente. La comparación entre  $T_{\text{final}}$ , determinada por vibraciones pequeñas al finalizar el sismo y el valor de  $T_{\max}$  determinado cuando la estructura está sujeta a grandes esfuerzos dan una medida de la deformación permantente.

Si el efecto de la degradación de rigidez y la deformación plástica son independientes en la evaluación del daño sísmico, Dipasquale y Çakmak proponen el cálculo del índice de ablandamiento máximo, que es función del índice de ablandamiento por degradación de rigidez y del índice de ablandamiento plástico.

$$I_D = 1 - \frac{T_o}{T_{\max}} \quad (1.29.c)$$

La ecuación (1.29.c) con la cual se obtiene el índice de ablandamiento máximo tiene un carácter empírico.

Otro modelo para calcular el índice de daño sísmico, basado en los períodos de vibración, es el propuesto por Ayala y Xiangno<sup>(29)</sup>

$$I_D = \frac{T_{\text{final}} - T_o}{T_u - T_o} \quad (1.30)$$

donde  $T_o$  es el período en el rango elástico,  $T_u$  es el período definido en el punto de fallo de la estructura, en un análisis estático, ante cargas laterales que se van incrementando hasta llevar a la estructura al colapso<sup>(25)</sup>,  $T_{\text{final}}$  es el período de la estructura dañada.

La ecuación (1.30) se obtiene por interpolación lineal, considerando que cuando la estructura se encuentra en el rango elástico y por consiguiente tiene el período  $T_o$  el valor del índice de daño es cero y cuando la estructura llega al criterio definido de colapso con el período  $T_u$  el índice de daño es la unidad. Para el  $T_{\text{final}}$  que alcanza la estructura en la respuesta sísmica, por interpolación lineal entre los valores indicados se obtiene la ecuación (1.30).

## 1.10 CURVAS DE FRAGILIDAD

Los modelos de daño presentados en los numerales anteriores se encuentran enmarcados dentro de la metodología de cálculo del daño sísmico en forma determinística. Existe otra corriente de estudio de la vulnerabilidad sísmica de edificios, en la cual se calcula el daño en forma probabilista para lo cual se construyen las curvas de fragilidad que relacionan el índice de daño global con la probabilidad acumulada. El índice de daño global se obtiene con cualquiera de los modelos presentados, los mismos que se han aplicado en un base de datos constituida por un conjunto de estructuras.

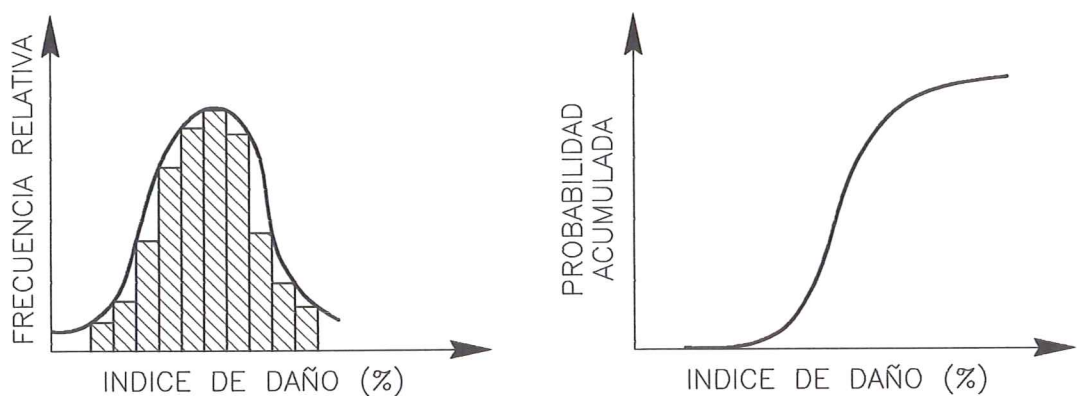


Figura 1.10 Histograma de frecuencia y curva de fragilidad.

## 1.11 SEVERIDAD DE LA ACCIÓN SÍSMICA

Existen algunos modelos para definir la severidad de un terremoto, como el propuesto por Housner's<sup>(30)</sup> y el de Arias<sup>(31)</sup>. Es lógico pensar que a mayor severidad del terremoto, mayor será el índice de daño sísmico.

### 1.11.1 Intensidad espectral de Housner's

El grado de severidad de un terremoto viene definido en el modelo de Housner's<sup>(30)</sup> de la siguiente manera:

$$I_H = \int_{0.1}^{2.5} S_v(T, \zeta) dT = \frac{1}{2\pi} \int_{0.1}^{2.5} S_a(T, \zeta) T dT \quad (1.31)$$

siendo  $S_v(T, \zeta)$  es la pseudo velocidad espectral no amortiguada para el período  $T$  y amortiguamiento  $\zeta$ ,  $S_a(T, \zeta)$  es la pseudo aceleración espectral.

### 1.11.2 Intensidad de Arias

La Intensidad de Arias<sup>(31)</sup> calcula la energía disipada por el terremoto para obtener la severidad del sismo, es una estimación que no incorpora el contenido de frecuencia durante el movimiento telúrico.

$$I_A = \int_0^\infty E dW \quad (1.32.a)$$



siendo  $E$ , la energía disipada por unidad de peso en una estructura como consecuencia del movimiento inducido por el terremoto,  $W$  es la frecuencia natural de la estructura. Utilizando el teorema de Parseval's la ecuación (1.32.a) se transforma en<sup>(32)</sup>:

$$I_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{T_d} a^2(t) dt \quad (1.32.b)$$

la intensidad de Arias  $I_A$  es sin considerar el amortiguamiento,  $a(t)$  es la aceleración del suelo en el tiempo  $t$ ,  $T_d$  es el tiempo total de duración del sismo y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

## REFERENCIAS

1. S. A. Mahin y V. V. Bertero, "Problems in establishing and predicting ductility in aseismic design", *Proceedings of International Conference on Earthquake Structural Engineering*, Saint Louis, 613-628, 1976.
2. T. Hasselman, R. Eguchi y J. Wiggins, "Assessment of Damageability for Existing Buildings in a Natural Hazards Environment", *Technical Report No. 80-1332-1*, J. H. Wiggins Company, California, 1980.
3. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine, "Seismic damage in reinforced concrete frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **107** (ST9), 1713-1729, 1981.
4. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444*, University of Illinois, Urbana, 1977.
5. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer, "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113** (3), 429-444, 1987.
6. J. E. Stephens y J. T. P. Yao, "Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113** (4), 787-801, 1987.
7. Y. S. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **86** (3), 259-271, 1986.
8. N. K. Gosain, R. H. Brown y J. O. Jirsa, "Shear requirements for load reversals on RC members", *Journal of Structural Division, ASCE*, **103** (7), 1461-1476, 1977.
9. T. H. Hwang y C. F. Scribner, "Reinforced concrete member cyclic response during various loadings" *Journal of Structural Division, ASCE*, **110** (ST3), 477-489, 1984.
10. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (1), 179-193, 1982.
11. Y. Park, A. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE* **111**, 722-739, 1985.
12. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana*, 1984.
13. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National



- Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
14. S. K. Kunnath, A. M. Reinhorn y J. F. Abel, "A computational tool for evaluation of seismic performance of reinforced concrete buildings", *Computers & Structures*, **41** (1), 157-173, 1991.
  15. S. Kunnath, A. Reinhorn, R. Lobo, *IDARC Version 3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*, National Center for Earthquake Engineering Studies, Technical Report NCEER92-0022, University of New York at Buffalo, 1992.
  16. A. M. Reinhorn y S. K. Kunnath, "IDARC: computer program for inelastic damage analysis of reinforced concrete structures", *Building and non-structural components*, 29-40, 1994.
  17. R. E. Valles, A. M. Reinhorn, S. K. Kunnath, C. Li y A. Madan, "IDARC2D Version 4.0: A Computer Program for the Inelastic Damage Analysis of Buildings", Technical Report NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1996. A
  18. A. M. Reinhorn y R. E. Valles, "Damage Evaluation in Inelastic Response of Structures: A Deterministic Approach", *Technical Report NCEER-95-xxxx*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1995.
  19. Y. S. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Seismic Assessment of Reinforced Concrete Members", *Technical Report NCEER-87-0022*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.
  20. A. M. Reinhorn, S. K. Kunnath y J. M. Mander, "Seismic design of structures for damage control", *Nonlinear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings*, Elsevier Applied Science Publishers Ltd., London, A. Fajfar y H. Krawinkler (Editors), 63-76, 1992.
  21. J. M. Bracci, A. M. Reinhorn, J. B. Mander y S. K. Kunnath, "Deterministic Model for Seismic Damage Evaluation of Reinforced Concrete Structures", *Technical Report NCEER-89-0033*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1989.
  22. A. Hanganu, "Análisis no lineal estático y dinámico de estructuras de hormigón armado mediante modelos de daño", *Tesis Doctoral*, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1997.
  23. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "An evaluation of the use of damage functionals in earthquake-resistant design", *Proceedings of Ninth Europa Conference Earthquake Engineering*, pp 303-312, Moscow, 1990.
  24. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Montreal, Canada, 1995.
  25. R. Aguiar, A. Barbat, J. Canas, "Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de Hormigón Armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE IS-22, 185 pp, Barcelona, 1997.
  26. E. DiPasquale y A. S. Çakmak, "Detection and Assessment of Seismic Structural Damage", *Technical Report NCEER-87-0015*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.

27. E. DiPasquale y A. S. Çakmak, "Identification of The Serviceability Limit State and Detection of Seismic Structural Damage", *Technical Report NCEER-88-0022*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1988.
28. E. DiPasquale, A. Çakmak, *On the relation between local and global damage indices*, Technical Report NCEER-89-0034, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1989.
29. G. Ayala, Y. Xianguo, "Analytical evaluation of the structural seismic damage of reinforced concrete frames", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Montreal, Canada, 1995.
30. G. W. Housner, "Intensity of ground motion during strong earthquake", *Earthquake Research Laboratory*, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1952.
31. A. Arias, "A measure of earthquake intensity", *Seismic Design of Nuclear Power Plants*, R. Hansen, editor, M.I.T. Press, 438-483, 1970.
32. A. Singhal y A. S. Kiremidjian, *Method for Developing Motion Damage Relationships for Reinforced Concrete Frames*, Technical Report NCEER-95-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1995.
33. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer, "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 (ST3)**, 429-444, 1987.
34. Y. S. Chung, M. Shinozuka, C. Meyer *SARCF User's guide seismic analysis of reinforced concrete frames*, Technical Report NCEER-88-0044, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1988.
35. P. Fajfar y P. Gašperšič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25 (1)**, 31-46, 1996.
36. L. Bozzo y A. H. Barbat, "Diseño Sismorresistente de Edificios de Hormigón Armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE **IS-15**, 185 pp, Barcelona, 1996.
37. R. Aguiar, "Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE **IS-17**, 100 pp, Barcelona, 1996.
38. C. K. Nmai y D. Darwin, "Cyclic Behavior of Lightly Reinforced Concrete Beams", *National Science Foundation*, Report PFR 79-24596, University of Kansas Center for Research, 1984.
39. M. B. Atalay y J. Penzien, "The Seismic Behavior of Critical Regions of Reinforced Concrete Components as Influenced by Moment, Shear and Axial Force", *National Science Foundation*, EERC 75-19, University of California at Berkeley, 1975.
40. W. D. Gill, R. Park y M. J. N. Priestley, "Ductility of Rectangular Reinforced Concrete Columns Under Seismic Loading", *Department of Civil Engineering Research*, Report 79-1, University of Canterbury, 1979.
41. D. Darwin y C. K. Nmai, "Energy dissipation in R.C. beams under cyclic load", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **112 (8)**, 1986.
42. T. Blejwas y B. Bresler, "Damageability in Existing Buildings", *Report N.- EERC-78-12*, University of California, Berkeley, CA, 1979.

43. V. V. Bertero y B. Bresler, "Design and Engineering Decision: Failure Criteria (Limit States), Developing Methodologies for Evaluating the Earthquake Safety of Existing Buildings", *Report N.- EERC-77-6*, University of California, Berkeley, 1977.
44. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine, "Prediction of Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames", *Dept. of Civil Engin. MIT*, Publication N.- R 80-16, Cambridge, M.A, 1980.



## CAPÍTULO 2

### RELACIONES MOMENTO-CURVATURA Y CORTE-DEFORMACIÓN EN MUROS DE CORTANTE

#### 2.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se indican las relaciones momento-curvatura y corte-deformación para definir el comportamiento de muros de cortante de hormigón armado, el mismo que considera el efecto de flexión y el efecto de corte, trabajando como dos resortes en serie. En el comportamiento a flexión, se detalla en primer lugar el cálculo de la deformación máxima a compresión del hormigón y la curvatura última en muros de cortante con y sin cabezales; posteriormente, se presenta la forma de cálculo de los diagramas momento-curvatura. Mediante la aplicación de casos prácticos se muestra la influencia de la carga axial en dichos diagramas.

Para el comportamiento al corte de los muros, se ha efectuado una recopilación de algunas investigaciones experimentales realizadas, las mismas que se indican en el numeral 2.5. En base a los diagramas momento-curvatura y corte-deformación se determinan los modelos constitutivos a ser utilizados.

#### 2.2 DEFORMACIÓN MÁXIMA EN EL HORMIGÓN EN MUROS DE CORTANTE

Se presenta el cálculo de la deformación máxima en el hormigón a compresión  $\epsilon_{c\max}$  siguiendo los lineamientos propuestos por Cardenas y Magura<sup>(1)</sup>, quienes trabajan con el bloque rectangular de Whitney<sup>(2)</sup> para definir el comportamiento del hormigón y con el modelo bilineal elasto plástico para el acero. Por otra parte, se considera que la armadura está uniformemente distribuida en el muro.

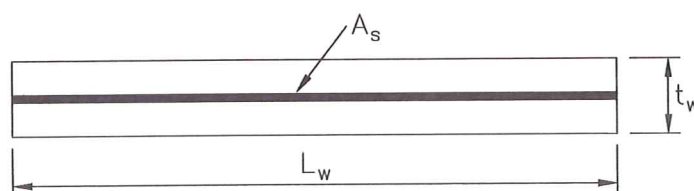


Figura 2.1 Armadura longitudinal uniforme distribuida, en muro de cortante.

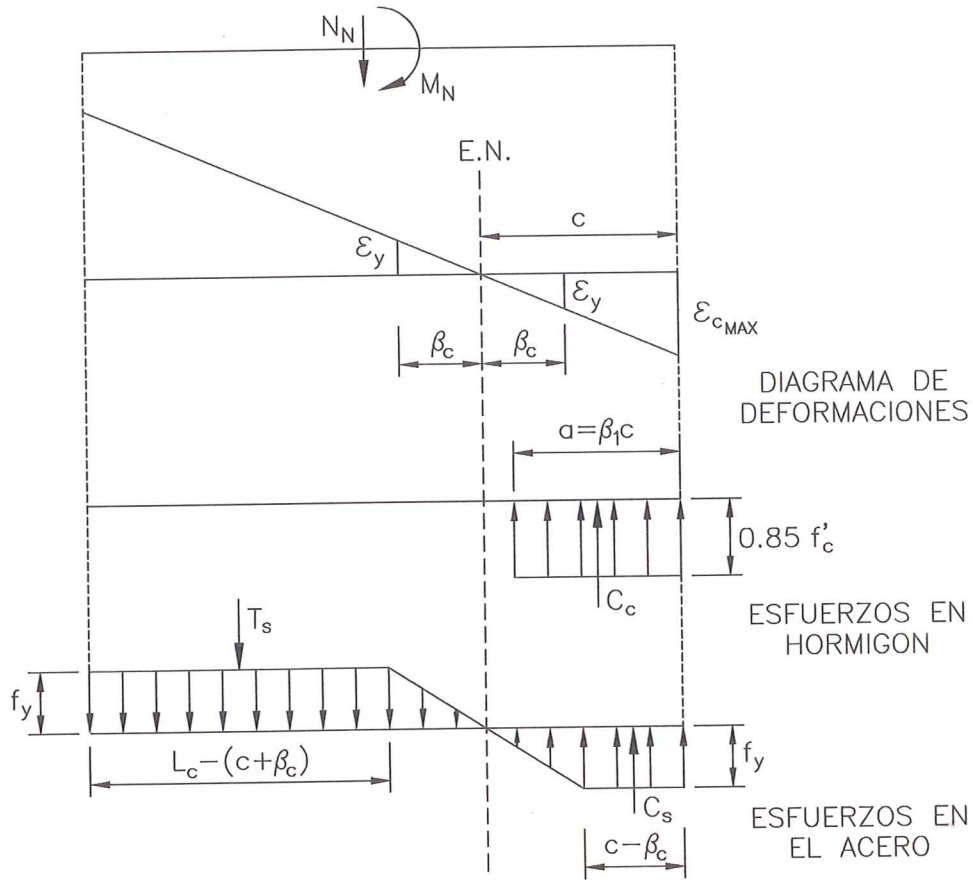


Se define

$$\rho_s = \frac{A_s}{L_w t_w} \quad (2.1)$$

donde  $\rho_s$  es la cuantía de acero,  $A_s$  es la armadura longitudinal del muro de corte,  $L_w$  la altura de la sección transversal y  $t_w$  el ancho de la sección transversal del muro.

En la figura 2.2 se indican los diagramas de deformaciones y esfuerzos para el hormigón y acero respectivamente los mismos que son el resultado de la acción de una carga axial  $N_n$  y un momento flector  $M_n$  que actúan sobre el muro.



**Figura 2.2** Diagramas de: Deformaciones, esfuerzos en el hormigón y acero.

Se ha denominado:  $c$  la profundidad del eje neutro (E.N.);  $\epsilon_y$  la deformación de fluencia del acero;  $f'_c$  la resistencia a la compresión del hormigón;  $f_y$  la fluencia del acero;  $\beta_c$  distancia desde el eje neutro al punto de deformación  $\epsilon_y$ ;  $\beta_1$  definida en la sección 10.2.7 del ACI-318-95<sup>(3)</sup>;  $C_c$  es la fuerza resultante del bloque rectangular del acero a compresión y  $T_s$  es la fuerza resultante del bloque rectangular del acero a tracción. Del equilibrio de fuerzas verticales se obtiene:

$$N_n = C_c + C_s - T_s \quad (2.2)$$

$$C_c = 0.85 f'_c \beta_1 t_w c \quad (2.3)$$

$$C_s = \rho t_w (c - \beta_c) f_y \quad (2.4)$$

$$T_s = \rho t_w [L_w - (c + \beta_c)] f_y \quad (2.5)$$

al reemplazar (2.3), (2.4) y (2.5) en (2.2) y luego de simplificar términos se obtiene:

$$N_n = 0.85 f'_c \beta_1 t_w c + 2 \rho t_w f_y c - \rho t_w L_w f_y \quad (2.6.a)$$

al dividir la ecuación (2.6.a) para  $L_w t_w f'_c$  y al despejar la profundidad del eje neutro  $c$ , se encuentra:

$$c = \left[ \frac{\rho \frac{f_y}{f'_c} + \frac{N_n}{A_w f'_c}}{0.85 \beta_1 + 2 \rho \frac{f_y}{f'_c}} \right] L_w \quad (2.6.b)$$

$$A_w = L_w t_w \quad (2.6.c)$$

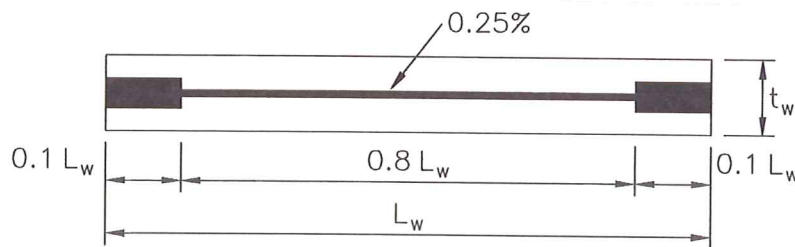
Por otra parte, se sabe que la profundidad del eje neutro  $c$  es igual a la deformación en el hormigón dividida para la curvatura última  $\phi_u$ . En el presente caso la deformación en el hormigón corresponde a la deformación máxima  $\epsilon_{c\max}$ . Al sustituir esta expresión en la ecuación (2.6.b) se obtiene:

$$\epsilon_{c\max} = \left[ \frac{\rho \frac{f_y}{f'_c} + \frac{N_n}{A_w f'_c}}{0.85 \beta_1 + 2 \rho \frac{f_y}{f'_c}} \right] \phi_u L_w \quad (2.6.d)$$

la ecuación (2.6.d) es producto de un modelo numérico en el cual el acero se considera elasto plástico, es decir que para deformaciones mayores a la fluencia el esfuerzo del acero es  $f_y$ . Por lo tanto, se ignora el incremento de resistencia en la zona de endurecimiento del acero. Ahora, al considerar éste incremento de resistencia se tiene:

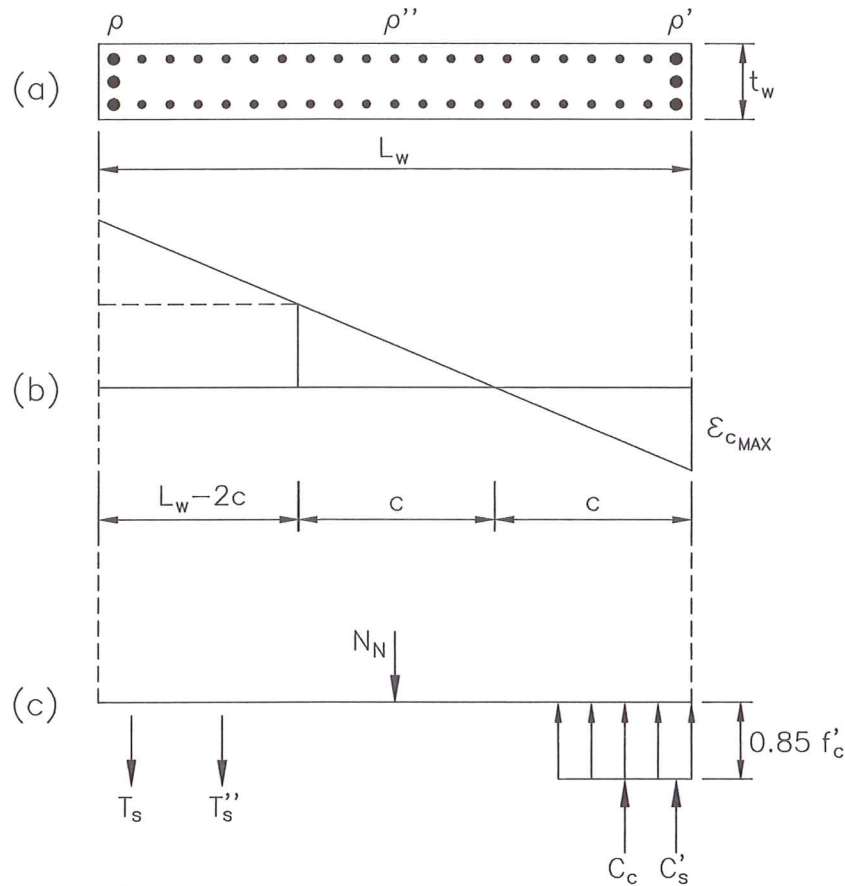
$$\epsilon_{c\max} = \left[ \frac{\rho \frac{\alpha f_y}{f'_c} + \frac{N_n}{A_w f'_c}}{0.85 \beta_1 + 2 \rho \frac{\alpha f_y}{f'_c}} \right] \phi_u L_w \quad (2.7)$$

donde  $\alpha$  es un factor para considerar la sobrerresistencia del refuerzo. Wallace<sup>(4)</sup> considera  $\alpha = 1.5$ .



**Figura 2.3** Distribución de armadura longitudinal variable, en un muro de sección constante.

La cantidad de acero longitudinal y transversal mínima de un muro de corte es 0.25% de acuerdo al ACI-318-95<sup>(3)</sup>. Es conveniente por razones de ductilidad y capacidad no tener el refuerzo longitudinal uniformemente distribuido sino que se debe concentrar más en los extremos del muro. Cardenas y Magura<sup>(1)</sup> en sus estudios realizados colocaron la cuantía mínima de acero en la parte central del muro en una longitud de  $0.8L_w$  y el resto de armadura longitudinal la concentran en los extremos como lo ilustra la figura 2.3



**Figura 2.4** Sección transversal de un muro con armadura variable<sup>(5)</sup>: (a) sección transversal, (b) deformaciones y (c) esfuerzos.

Para un muro rectangular con armadura concentrada en los extremos la ecuación (2.7) no es aplicable para encontrar la deformación máxima en el hormigón a compresión. En éste caso se debe utilizar la ecuación (2.8) propuesta por Wallace<sup>(4)</sup>.

$$\epsilon_{c_{\max}} = \left[ \frac{(\rho + \rho'' - \frac{\gamma}{\alpha} \rho') \frac{\alpha f_y}{f'_c} + \frac{N_n}{A_w f'_c}}{0.85 \beta_1 + 2 \rho'' \frac{\alpha f_y}{f'_c}} \right] \phi_u L_w \quad (2.8)$$

La misma que puede deducirse a partir de los diagramas de deformaciones y esfuerzos presentados en la figura 2.4 Siendo  $\rho = A_s/(t_w L_w)$  relación del refuerzo a tensión al área de la sección transversal del muro;  $\rho' = A'_s/(t_w L_w)$  relación del refuerzo a compresión al área de la sección transversal del muro;  $\rho'' =$

$A_s''/(t_w L_w)$  relación del acero distribuido en la parte central al área del muro;  $\alpha$  y  $\gamma$  factores que consideran la sobrerresistencia del refuerzo y el endurecimiento por deformación del refuerzo. Wallace<sup>(4)</sup> considera  $\alpha = 1.5$  y  $\gamma = 1.25$ .

Cuando el muro de corte tiene cabezales, la deformación máxima a compresión  $\epsilon_{c\max}$  se evaluará con la ecuación (2.9) propuesta por Wallace<sup>(4)</sup>.

$$\epsilon_{c\max} = \left[ \frac{(\rho + \rho'') \frac{\alpha f_y}{f_c} - \rho' \frac{\gamma f_s'}{f_c} - \frac{0.85b}{A_w} (a - t_w) + \frac{N_n}{A_w f_c}}{0.85\beta_1 + 2\rho'' \frac{\alpha f_y}{f_c}} \right] \phi_u L_w \quad (2.9)$$

El significado de las variables  $\rho$ ,  $\rho'$  y  $\rho''$  ya fue indicado anteriormente;  $b$  es la longitud del cabezal y  $a$  es el ancho del cabezal;  $f_s'$  es el esfuerzo del acero a compresión.

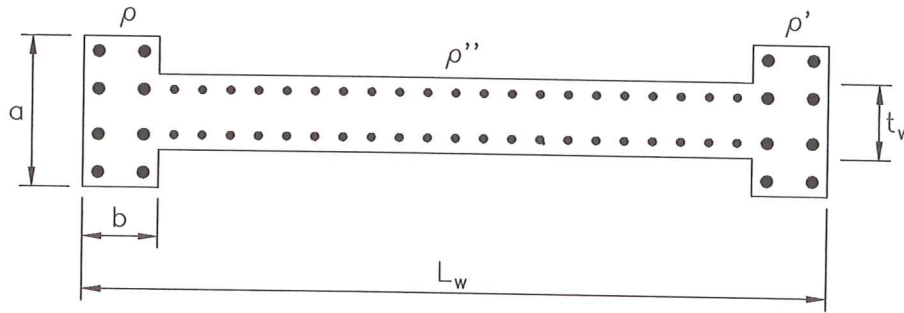


Figura 2.5 Muro de corte con cabezales.

### 2.3 CURVATURA ÚLTIMA

Las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.9) están multiplicadas por  $\phi_u L_w$  cantidad que va a ser determinada en el presente numeral. De los estudios realizados por Wallace y Moehle<sup>(6)</sup> se tiene:

$$\phi_u L_w = 0.0025 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{h_w}{L_w} \right] + 2 \frac{\delta_u}{h_w} \quad (2.10)$$

donde  $h_w$  es la altura del muro y la relación  $\delta_u/h_w$  es la distorsión de piso. A la relación  $h_w/L_w$  se denomina relación de aspecto  $A_r$ . En la medida que  $A_r$  se incrementa, la ductilidad por desplazamientos  $\mu_\Delta$  se incrementa y la ductilidad por curvatura  $\mu_\phi$  también<sup>(7)</sup>.

Para la evaluación de la distorsión de piso se puede utilizar un programa de análisis elástico pero reduciendo la rigidez de la sección gruesa en un 40 a 50% para los pisos inferiores del muro e ir aumentando la rigidez a flexión en los pisos superiores de esta manera se estaría considerando el probable agrietamiento del muro ante un sismo severo<sup>(5)</sup>. Los valores de rigidez para vigas y columnas deben ser también reducidos basados en niveles de agrietamiento anticipados. Wallace<sup>(4)</sup> propone una forma simplificada de cálculo de la distorsión de piso, la misma que es conservadora, en función del desplazamiento espectral  $S_d$ .



$$\frac{\delta_u}{h_w} = \frac{1.5(S_d)}{h_w} \quad (2.11)$$

El factor 1.5 es utilizado para presentar la diferencia entre la altura efectiva de un sistema de un grado de libertad y la altura del edificio que el modelo de un grado de libertad representa.

## 2.4 RELACIONES MOMENTO CURVATURA

El método de las dovelas o fibras, desarrollado por Mander<sup>(11)</sup> se puede utilizar para encontrar la envolvente del diagrama momento curvatura. El método consiste en dividir a la sección en una serie de dovelas o elementos, debiendo encontrarse las fuerzas y momentos que se generan en cada dovela como consecuencia de una deformación determinada.

Sea  $A_{ci}$  el área de hormigón de una dovela que se encuentra a una distancia  $z_i$  y sea  $A_{sj}$  el área del refuerzo que se encuentra a la distancia  $z_j$ . Las distancias  $z_i$  y  $z_j$  son medidas con respecto al eje del elemento. En la figura 2.6 se indica la nomenclatura utilizada y las hipótesis del método

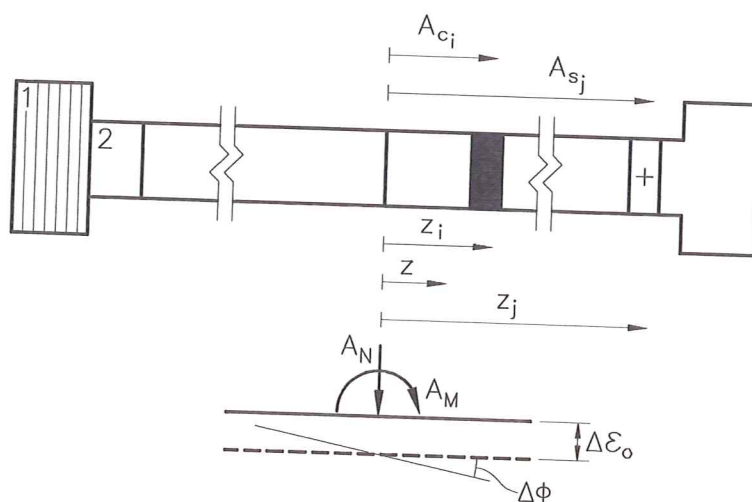


Figura 2.6 Análisis del modelo de las fibras para un muro de cortante.

El diagrama momento curvatura para muros de cortante, se obtiene para una carga axial determinada  $N_o$ . La deformación de una sección que se encuentra a una distancia  $z$ , viene definida por la ecuación (2.12), se debe destacar que se considera que la variación de la deformación a lo largo de la sección del elemento es lineal.

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 + z\phi \quad (2.12)$$

donde  $\epsilon_0$  es la deformación en el centroide de la sección y  $\phi$  es la curvatura. Por otra parte, la resultante de la carga axial  $N$  y momento  $M$ , generada en la sección del elemento debido a la deformación  $\epsilon$  viene definidas por:

$$N = \int E\epsilon dA \quad (2.13.a)$$

$$M = \int E z \epsilon dA \quad (2.13.b)$$

siendo E el módulo de elasticidad de la correspondiente dovela, sea ésta: hormigón o acero. Al sustituir la ecuación (2.12) en las ecuaciones (2.13) y reemplazando la integral por una sumatoria finita sobre las dovelas discretizadas, se tiene la ecuación matricial (2.14). La ecuación matricial para el paso k queda

$$\begin{pmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} K_A(\epsilon_{0,k}, \phi_k) & K_Z(\epsilon_{0,k}, \phi_k) \\ K_Z(\epsilon_{0,k}, \phi_k) & K_{ZZ}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \Delta \epsilon_0 \\ \Delta \phi \end{pmatrix}_k \quad (2.14)$$

donde:

$$K_A = \sum_{i=1}^{NCC} E_{ci}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{ci} + \sum_{j=1}^{NSS} E_{sj}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{sj} \quad (2.15.a)$$

$$K_Z = \sum_{i=1}^{NCC} E_{ci}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{NSS} [B E_{sj}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{sj} z_j] \quad (2.15.b)$$

$$K_{ZZ} = \sum_{i=1}^{NCC} E_{ci}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{ci} z_i^2 + \sum_{j=1}^{NSS} E_{sj}(\epsilon_{0,k}, \phi_k) A_{sj} z_j^2 \quad (2.15.c)$$

donde NCC y NSS son el número de dovelas consideradas en la discretización del hormigón y el número de filas de refuerzo de la sección, respectivamente;  $E_{ci}$  y  $E_{sj}$  los módulos de elasticidad del hormigón y del acero en las fibras "i" y "j", respectivamente; y  $A_{ci}$  y  $A_{sj}$  las áreas del hormigón y acero de las respectivas fibras.

Es importante destacar que  $\Delta N$  es igual a la carga axial aplicada sobre el elemento que se había denominado  $N_o$  menos la carga axial resultante del producto matricial indicado en la ecuación matricial (2.14).

#### 2.4.1 Procedimiento de cálculo del método de las dovelas

Por el método de las dovelas, para cada incremento de curvatura  $\Delta \phi$  se halla el respectivo momento. El procedimiento de cálculo para obtener el diagrama momento curvatura de un muro de corte es interactivo y se resume a continuación.

1) Para un incremento de curvatura  $\Delta \phi_k$  en el paso k, se tiene:

$$\phi_k = \phi_{k-1} + \Delta \phi_k \quad (2.16)$$

Para la curvatura  $\phi_k$  se va a encontrar el valor del momento a flexión correspondiente. El cálculo que se está detallando corresponde al paso k

2) En el primer paso ( $k = 0$ ), se considera que  $\Delta N$  es igual a cero, lo que significa que existe equilibrio perfecto entre la carga axial aplicada y las fuerzas axiales del elemento. En los siguientes pasos el valor de  $\Delta N$  tendera a un valor límite seleccionado de control  $\zeta$ . Para el primer paso en que se considera  $\Delta N = 0$ , de la ecuación matricial (2.14) se obtiene:

$$\Delta \epsilon_0^n = -K_{Z,k}^{n-1} \Delta \phi_k / K_{A,k}^{n-1} \quad (2.17)$$

Nótese que  $K_{Z,k}^0$  y  $K_{A,k}^0$  son las rigideces características para el paso anterior, es decir para  $k-1$ .

Para los siguientes ciclos de la iteración el valor de  $\Delta \epsilon_0$  se determinará utilizando la primera fila de la ecuación matricial (2.14).

- 3) Se determinan la nueva deformación  $\epsilon_0$  y curvatura  $\phi$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_0 \\ \phi \end{pmatrix}_k^n = \begin{pmatrix} \epsilon_0 \\ \phi \end{pmatrix}_k^{n-1} + \begin{pmatrix} \Delta \epsilon_0 \\ 0 \end{pmatrix}_k^n \quad (2.18)$$

- 4) Para las nuevas deformaciones obtenidas se recalculan los términos de rigidez definidos en las ecuaciones (2.15), para en el paso siguiente calcular la fuerza axial que resiste la sección.
- 5) Del producto matricial de la primera fila de la ecuación (2.15) se encuentra la fuerza axial que resiste la sección. Considerando que sobre la sección actúa una fuerza axial  $N$ , se tiene:

$$\Delta N_k^n = N_0 - K_{A,k}^n \Delta \epsilon_{0,k}^n + K_{Z,k}^n \Delta \phi_k \quad (2.19)$$

- 6) Si el valor absoluto de  $\Delta N_k$  es mayor o igual a la tolerancia fijada  $\zeta$  se continua con el cálculo en forma iterativa desde el paso 2) considerando el valor de  $\Delta N_k$  para calcular  $\Delta \epsilon_0$ . Cuando el valor de  $\Delta N_k$  es menor a la tolerancia impuesta, se obtiene el incremento de momento  $\Delta M_k$ , correspondiente al incremento de curvatura  $\Delta \phi_k$ , para la cual se ha calculado. El valor de  $\Delta M_k$ , se obtiene con la segunda fila de la ecuación matricial (2.14)

$$\Delta M_k = K_{Z,k}^n \Delta \epsilon_{0,k}^n + K_{A,k}^n \Delta \phi_k \quad (2.20)$$

Para un nuevo punto de la envolvente momento curvatura se impone un nuevo incremento de curvatura y se repite el procedimiento descrito desde el paso (1).

A partir de la cuantía  $\rho$  de una determinada sección  $A_{ci}$ , se obtiene la cantidad de acero en cada dovela, mediante la ecuación (2.21)

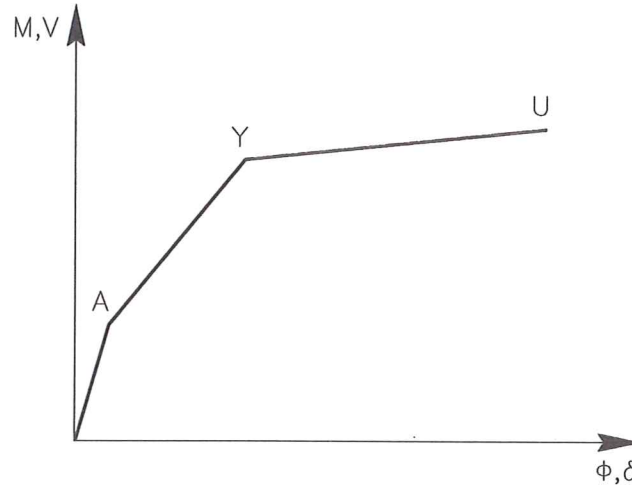
$$A_{sj} = \rho A_{ci} \quad (2.21)$$

De la envolvente de momentos, se encuentra un modelo numérico conformado por tres puntos de interés que son el punto A, correspondiente al agrietamiento del hormigón a tracción, el punto Y que corresponde a la fluencia del acero y el punto U, que se alcanza cuando el hormigón a compresión llega a su máxima deformación útil. La forma de éste modelo de cálculo se indica en la figura 2.7. En el presente numeral se ha obtenido la relación momento-curvatura pero en el siguiente numeral se encontrará la relación corte-deformación que tiene la misma forma. El diagrama indicado en la figura 2.7 es para los dos casos.

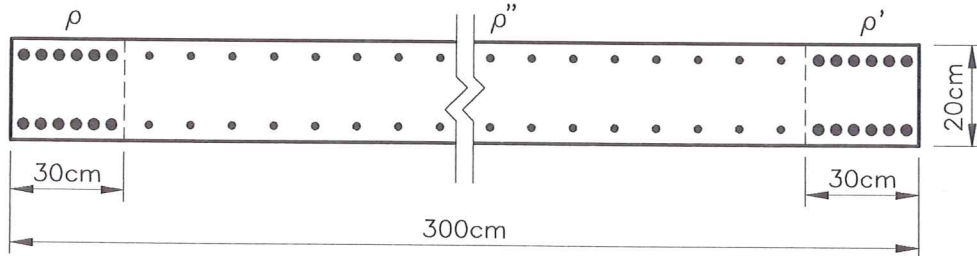


### 2.4.2 Influencia de la carga axial en la envolvente momento-curvatura

En la medida que la carga axial se incrementa, el muro de cortante está sujeto a mayores momentos con una considerable pérdida de la ductilidad del mismo, como se aprecia en la figura 2.9, que corresponde a los datos de la sección transversal del muro indicado en la figura 2.8; en el cálculo se ha considerado un hormigón con una resistencia a la compresión de 21 MPa y un acero con un límite de fluencia de 420 MPa.



**Figura 2.7** Relación momento-curvatura o corte-deformación para una sección de un muro de hormigón armado.



**Figura 2.8** Geometría de la sección transversal del muro de cortante analizado.

Las cuantías de acero del muro son  $\rho = \rho' = 1.13\%$  y  $\rho'' = 0.25\%$ . En la figura 2.9 se aprecia la gran pérdida de ductilidad por curvatura que sufre el muro conforme se incrementa la carga axial.

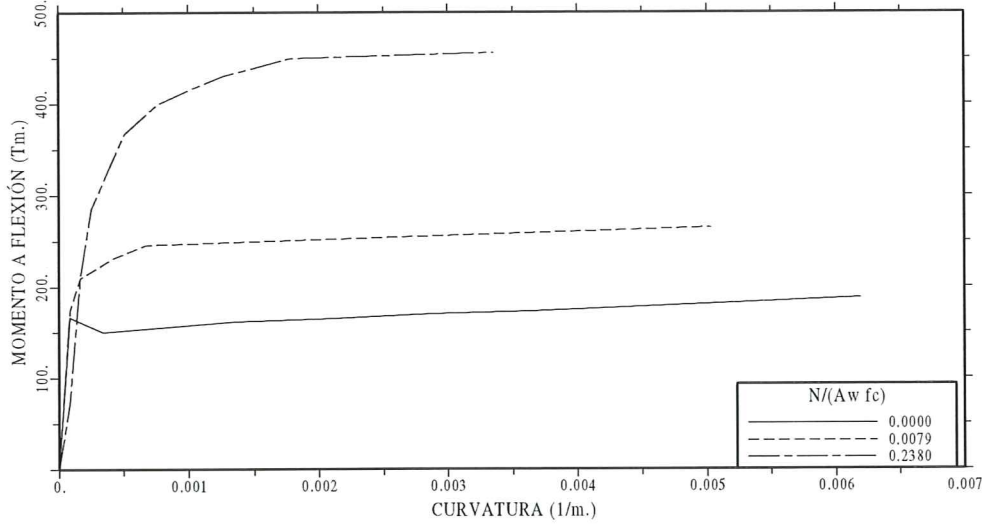
## 2.5 RELACIONES CORTE DEFORMACIÓN

En base a un análisis de regresión, con los resultados obtenidos experimentalmente por Hirosawa<sup>(9)</sup>, se encuentran las siguientes relaciones para determinar el Cortante en el punto A y en el punto de fluencia.

$$V_a = \frac{0.6(f'_c + 7.11)}{\frac{M}{VL_w} + 1.7} b_e L_w \quad (2.22)$$

siendo  $M/VL_w$  la relación del claro de cortante,  $f'_c$  la resistencia del hormigón





**Figura 2.9** Influencia de la carga axial en el comportamiento de un muro de cortante.

a compresión en ksi,  $b_e$  el ancho medio equivalente y  $L_w$  la longitud del muro de cortante medida de eje a eje para el caso de muros de corte con cabezales. En muros con cabezales el ancho medio  $b_e$  se obtiene dividiendo el área total de muro para  $L_w$ . Para el cortante de fluencia se tiene:

$$V_y = \left[ \frac{0.08 \rho_t^{0.23} (f'_c + 2.56)}{\frac{M}{V L_w} + 0.12} + 0.32 \sqrt{f_y \rho_w} + 0.1 f_a \right] b_e L_w \quad (2.23)$$

donde  $\rho_t$  es la cuantía del acero a tracción,  $\rho_w$  es la cuantía del refuerzo horizontal,  $f_y$  el límite de fluencia del acero expresado en ksi,  $f_a$  el esfuerzo axial en el muro de cortante. Las restantes variables han sido ya indicadas. La ecuación (2.23) ha sido modificada por Reinhorn et al<sup>(10)</sup>, en la version 2.0 del programa IDARC, por la siguiente:

$$V_y = \left[ \frac{0.0679 \rho_t^{0.23} (f'_c + 2.56)}{\sqrt{l_r} + 0.12} + 0.32 \sqrt{f_y \rho_w} \right] A^* \quad (2.24)$$

$$A^* = 0.875 t_w \left( L_w - \frac{d}{2} \right) \quad (2.25)$$

siendo  $d$ , la longitud del cabezal y para muros de corte sin cabezales se puede considerar  $d = L_w/6$ . Por otra parte,  $l_r$  es la luz del claro de cortante. Se contempla que uno de los cabezales del muro de cortante se encuentra trabajando a tracción, en éste caso, se tiene:

$$\rho_t = \frac{A_s}{0.875 t_w (L_w - \frac{d}{2})} \quad (2.26)$$

$$\rho_w = \frac{A_{sv}}{0.875 t_w (L_w - \frac{d}{2})} \quad (2.27)$$

en la cual  $A_s$  es la armadura del cabezal del muro de cortante y  $A_{sv}$  es la armadura del refuerzo transversal.

La ecuación (2.24) ignora el término  $f_a$  que considera la ecuación (2.23) propuesta por Hirosawa<sup>(9)</sup>, adicionalmente modifica el coeficiente que multiplica a  $\rho_t$ . En la version 4.0 del programa IDARC<sup>(12)</sup> se trabaja con la ecuación propuesta inicialmente por Hirosawa.

Para la determinación de la deformación por corte, es necesario calcular primero la rigidez por corte elástico  $k_e$

$$k_e = \frac{GA^*}{L_w} \quad (2.28)$$

luego la deformación por fluencia, puede estimarse por medio de la rigidez secante, como sigue:

$$K_y = \beta_s K_e \quad (2.29)$$

$$\beta_s = \frac{0.5M}{VL_w} \quad (2.30)$$

$$\delta_y = \frac{V_y}{K_y} \quad (2.31)$$

Por otra parte, se puede determinar el cortante en el punto de fluencia siguiendo los lineamientos propuestos por el código ACI-95<sup>(13)</sup>, para ello se debe encontrar el cortante del hormigón  $V_c$  y del acero  $V_s$ . Para el primer caso, se tiene que el cortante que resiste el hormigón es el menor valor de las ecuaciones (2.31)

$$V_c = 3.3\sqrt{f'_c * 10000.8b_eL_w} + 200N \quad (2.31.a)$$

$$V_c = \left[ 0.6\sqrt{f'_c * 1000} + \frac{1.25\sqrt{f'_c * 1000} + 200\frac{N}{b_eL_w}}{0.5L_w} \right] 0.8b_eL_w \quad (2.31.b)$$

Para muros de cortante sin cabezales se tiene que  $b_e = t_w$ . En las ecuaciones (2.31) las unidades de las variables son pulgadas para las unidades de longitud y Kips para la fuerza. De tal forma que el valor de  $f'_c$  en dichas ecuaciones vendrá dado en Kips/in<sup>2</sup>, se recuerda que 1 kips/in<sup>2</sup> = 0.006895 KN/mm<sup>2</sup>. Para la fuerza axial N se tiene que 1 Kips = 4.4482 KN. El cortante que resiste el acero, en el punto de fluencia es:

$$V_s = \rho_w f_y * 0.8b_eL_w \quad (2.32)$$

luego el cortante  $V_y$ , vale:

$$V_y = 1.33 \left[ \frac{V_c}{1000} + V_s \right] \quad (2.33)$$

Los restantes puntos que interesan del diagrama corte deformación, Kunath et al<sup>(14)</sup> los obtiene de la siguiente manera:

• PUNTO A

$$V_a = 0.7V_y \quad (2.34.a)$$

$$\delta_a = \frac{V_a}{0.4E_c A_w} \quad (2.34.b)$$

• PUNTO Y

$$\delta_y = \frac{1.8V_y}{0.4E_c A_w} \quad (2.35)$$

• PUNTO U

$$\delta_u = \frac{9.0V_y}{0.4E_c A_w} \quad (2.36.a)$$

$$V_u = 1.025V_y \quad (2.36.b)$$

Una vez que se han obtenido las relaciones momento-curvatura y corte-deformación se selecciona el modelo constitutivo que se va a utilizar para definir la no linealidad del material<sup>(15)</sup>, que deben contemplar deterioro de rigidez post fluencia, pérdida de rigidez en la descarga, pérdida de resistencia y efecto de cierre de grietas.

## REFERENCIAS

1. A. Cardenas y D. Magura, "Strength of high-rise shear walls-rectangular cross sections", *ACI, Special Publication 36, Response of Multistorey Concrete Structures to lateral forces*, 119-150, 1973.
2. C. Whitney, "Plastic theory of reinforced concrete design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Diciembre de 1940; *Transactions ASCE* **107**, 251-326, 1942.
3. *ACI Committe 318, Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, **ACI-95 and Comentary (ACI 318R-95)**, Farmington Hills, M.I. 48333.
4. J. Wallace, "A methodology for developing new code provisions for seismic design of RC shear walls", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **120 (3)**, 863-884, 1994.
5. J. Wallace, "Seismic design of RC structural walls part I: new code format", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **121 (1)**, 75-87, 1995.
6. J. Wallace y J. Moehle, "Ductility and detailing requirements of bearing wall buildings", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **118 (6)**, 1625-1644, 1992.
7. T. Paulay y M. Priestley, "Seismic design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings", John Wiley & Sons, Inc.
9. M. Hirose, "Past Experimental Results on Reinforced Concrete Shear Walls and Analysis on Them", *BRI, Ministry of Construction, Japan*, 1975.

10. A. Reinhorn, S. Kunnath, N. Panahshahi, *Modeling of R/C building structures with flexible floor diaphragms (IDARC-2D)*, Technical Report NCEER-88-0035, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1988.
11. J. B. Mander, "Seismic Design of Bridge Piers", Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering. University of Canterbury, New Zealand, 1984.
12. R. E. Valles, A. M. Reinhorn, S. K. Kunnath, C. Li y A. Madan, "IDARC2D Version 4.0: A Computer Program for the Inelastic Damage Analysis of Buildings", Technical Report NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1996.
13. ACI Committe 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute , **ACI-95** and *Comentary (ACI 318R-95)* ,Farmington Hills, M.I. 48333.
14. S. Kunnath, A. Reinhorn, F. Lobo, *IDARC Version 3.0: A program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
15. R. Aguiar, "Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica, CIMNE **IS-17**, 100 pp, Barcelona, 1996.





## CAPÍTULO 3

# MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA EN MUROS DE CORTANTE

### 3.1 INTRODUCCIÓN

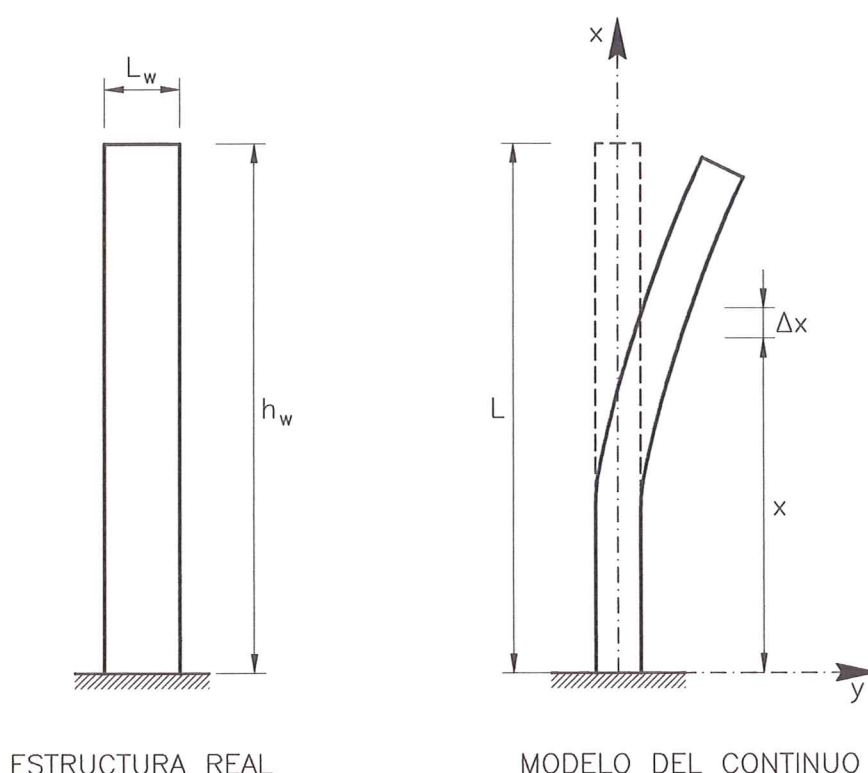
La mayor parte de métodos que existen para evaluar daño sísmico en edificios de hormigón armado, lo realizan considerando un acelerograma para definir la excitación sísmica, basta citar los desarrollados por Banon et al<sup>(1)</sup>, Wang y Sha<sup>(2)</sup>, Roufaiel y Meyer<sup>(3)</sup>, Williams y Sexsmith<sup>(4)</sup>, Carvalho y Cohelho<sup>(5)</sup>, Powell y Allahabadi<sup>(6)</sup>, Hasselman et al<sup>(7)</sup>, Y. Park et al<sup>(8)</sup>, Shibata y Sozen<sup>(9)</sup>, Stephens y Yao<sup>(10)</sup> entre otros. De tal manera, que la evaluación se realiza para un determinado sismo. Si se considera el tiempo que demanda encontrar la respuesta dinámica en el rango no lineal y luego el tiempo que conlleva evaluar el daño sísmico, se observa que es demasiado el trabajo que se ejecuta para simular el comportamiento de una estructura ante un determinado evento sísmico. En la práctica, las estructuras deben ser analizadas para varios eventos telúricos con lo cual el trabajo de evaluación del comportamiento ante terremotos, cuando se trabaja con acelerogramas, es muy extenso.

En cambio, cuando se trabaja con espectros de diseño<sup>(11,12)</sup> se cubre el comportamiento de varios sismos, los que sirvieron de base para definir el espectro. Esto en si es una gran ventaja del espectro en relación a los acelerogramas. En éste contexto existen muy pocos métodos para evaluar daño sísmico en estructuras utilizando espectros de respuesta uno de ellos es el método N2 desarrollado por Fajfar y Gašperšič<sup>(13)</sup> en el cual de la estructura real, se obtiene un sistema equivalente de un grado de libertad y es en éste sistema donde se evalúa el daño en función de espectros de energía. Estos espectros han sido obtenidos por los autores del método para dos curvas de modelos constitutivos del material y para determinados sismos. Posteriormente, y en base a los resultados obtenidos en el sistema de un grado de libertad se retorna al edificio real a calcular el grado de deterioro de la misma, utilizando el modelo de daño sísmico de Park y Ang, descrito en capítulos anteriores

Realmente el método N2 es más sencillo que los descritos<sup>(1-10)</sup> cuando se trabaja con acelerograma, es más no se necesita un ordenador para su cálculo, se lo puede hacer manualmente. Un serio limitante del método N2 es que el usuario tiene que evaluar el daño para los espectros de energía que han sido publicados por los autores. En consecuencia si desea evaluar el daño sísmico para un edificio ubicado en una zona sísmica cuyos acelerogramas no han sido considerados por

Fajfar y Gaspersick no puede aplicar el método N2. Esto fue lo que motivó a desarrollar el método de cálculo que se describe en el presente capítulo, el mismo que permite evaluar el daño sísmico utilizando espectros de respuesta o de diseño del sitio de interés.

Si bien es cierto, no existe una justificación rigurosa para el uso de espectros de diseño o de respuesta, elásticos o inelásticos, en el diseño sísmico de estructuras; no es menos cierto que todas las normativas del mundo lo contemplan cuando se realiza un análisis modal utilizando espectros. Por lo expuesto más los resultados obtenidos en el presente estudio, demuestran que si se puede tener una metodología de cálculo del daño sísmico de estructuras de hormigón armado utilizando espectros.



**Figura 3.1** Modelo mecánico como un sistema continuo de un muro de cortante.

En el presente capítulo se propone una metodología de cálculo del comportamiento sísmico de muros de cortante, con la metodología propuesta se obtiene:

- el desplazamiento lateral máximo en el tope del muro de cortante,
- el período que presenta la estructura una vez que ha sufrido daño,
- el estado de deterioro de la estructura, se indica las zonas dañadas, es decir aquellas que han ingresado en el rango no lineal, y
- se encuentra el índice global de daño, normalizado entre cero y la unidad. El valor de cero corresponde a la estructura trabajando en el rango elástico, sin daño y el valor de uno a la estructura en el colapso. Es importante destacar que el colapso es definido por el proyectista estructural.

La metodología se basa en la respuesta dinámica de la *...viga de flexión...* modelada como un sistema continuo<sup>(14,15)</sup>, considerando el primer modo de vibración. Para poder emplear la metodología propuesta es necesario contar con

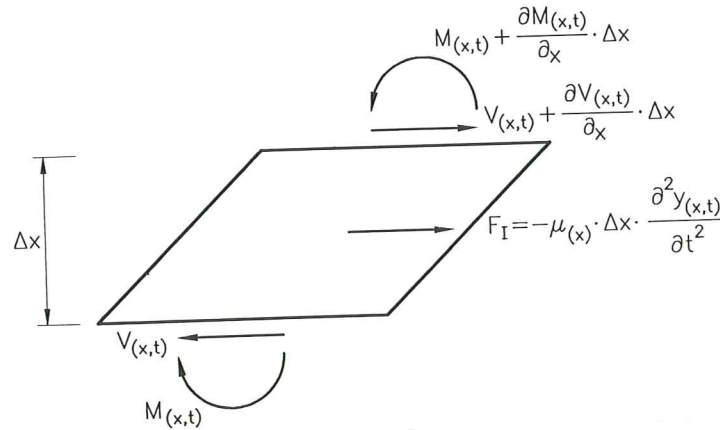
la curva de capacidad resistente del muro de cortante, que se obtiene aplicando fuerzas estáticas en cada uno de los pisos, las mismas que se van incrementando en forma monótona<sup>(13,16)</sup>, hasta alcanzar el colapso del muro de cortante que es definido por el proyectista estructural. La curva de capacidad resistente, relaciona el corte en la base  $V_o$  con el desplazamiento lateral máximo  $D_t$  en el tope del muro de cortante.

### 3.2 VIGA DE FLEXIÓN

En la metodología de cálculo propuesta, es necesario conocer las formas modales de la viga de flexión  $\phi(x)$ , para ello se presenta la teoría de vibración libre, orientada al cálculo del primer modo de vibración. Posteriormente, se encuentra la el desplazamiento lateral máximo en el tope del muro de cortante, para el primer modo para lo cual es necesario encontrar la respuesta sísmica de la viga de flexión.

#### 3.2.1 Vibración libre en una viga de flexión

En la figura 3.1 se presenta un muro de cortante con su modelo mecánico como un sistema continuo, en el se considera: la masa tiene una variación por unidad de longitud  $\mu(x)$ , y sea  $I(x)$ , la variación de la inercia a flexión del elemento. Al analizar un elemento diferencial  $\Delta x$  y considerando el primer término de la serie de Taylor para la variación del cortante y del momento. Las cargas que actúan en éste elemento diferencial están indicadas en la figura 3.2.



**Figura 3.2** Fuerzas y momentos que actúan en un elemento diferencial de la viga de flexión.

Siendo  $V_{(x,t)}$  la fuerza de corte y  $F_I$  la fuerza inercial. Del equilibrio de fuerzas en el elemento diferencial, se obtiene:

$$V_{(x,t)} + \frac{\partial V_{(x,t)}}{\partial x} \Delta x - \mu(x) \Delta(x) \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial t^2} - V_{(x,t)} = 0$$

simplificando términos se encuentra

$$\frac{\partial V_{(x,t)}}{\partial x} - \mu(x) \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$



por otra parte, de la teoría de flexión de vigas, se tiene:

$$V_{(x,t)} = \frac{\partial M_{(x,t)}}{\partial x}$$

$$M_{(x,t)} = -E_{(x)}I_{(x)} \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial x^2}$$

de donde el cortante vale:

$$V_{(x,t)} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ E_{(x)}I_{(x)} \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial x^2} \right] \quad (3.2)$$

Al reemplazar (3.2) en (3.1) se obtiene la ecuación diferencial del movimiento, de vibraciones libres para vigas de flexión con propiedades variables.

$$-\frac{\partial}{\partial x^2} \left[ E_{(x)}I_{(x)} \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial x^2} \right] - \mu_{(x)} \frac{\partial^2 Y_{(x,t)}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3)$$

La solución es dependiente del espacio como del tiempo y es de la forma:

$$Y_{(x,t)} = \phi_{(x)}Y_{(t)} \quad (3.4)$$

Al sustituir la solución planteada en la ecuación diferencial homogénea descrita en (3.3), se observa que la solución se desacopla en dos problemas a saber:

$$\ddot{Y}_{(t)} + W^2 Y_{(t)} = 0 \quad (3.5.a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E_{(x)}I_{(x)} \frac{\partial^2 \phi_{(x)}}{\partial x^2} \right] - W^2 \mu_{(x)} \phi_{(x)} = 0 \quad (3.5.b)$$

siendo  $W$  la frecuencia de vibración del sistema. De la solución de la ecuación (3.5.a) se obtiene la respuesta en el tiempo  $Y_{(t)}$  y de (3.5.b) se encuentra la configuración geométrica de la viga.

Para el caso de sección constante, que realmente interesa en la práctica, se tiene:  $\mu_{(x)} = \mu$ ,  $E_{(x)} = E$ ,  $I_{(x)} = I$ . Con lo cual la ecuación diferencial (3.5.b) queda:

$$\frac{d^4 \phi_{(x)}}{dx^4} - \frac{W^2 \mu}{EI} \phi_{(x)} = 0 \quad (3.6)$$

se denomina

$$p^4 = \frac{W^2 \mu}{EI} \quad (3.7)$$

de la ecuación (3.7) se encuentra la frecuencia de vibración  $W$  una vez que se conoce  $p$ . Al reemplazar (3.7) en (3.6) se obtiene:

$$\phi_{(x)}^{iv} - p^4 \phi_{(x)} = 0 \quad (3.8)$$

La solución de la ecuación diferencial homogénea de cuarto orden y de coeficientes constantes, es:

$$\phi_{(x)} = A \cosh(px) + B \sinh(px) + C \cos(px) + D \sin(px) \quad (3.9)$$

donde  $A, B, C, D$  son constantes de integración que se calculan a partir de las condiciones de borde de la viga analizada que está empotrada en la base ( $x = 0$ ), y libre en ( $x = h_w$ ). Para el empotramiento se tiene que el desplazamiento horizontal y la rotación valen cero y para el extremo libre se tiene que el momento y el corte son nulos.

— Borde empotrado

$$Y(0, t) = 0 \rightarrow \phi_{(0)} Y_{(t)} = 0 \rightarrow \phi_{(0)} = 0 \quad (3.10.a)$$

$$Y'_{(0,t)} = 0 \rightarrow \phi'_{(0)} Y_{(t)} = 0 \rightarrow \phi'_{(0)} = 0 \quad (3.10.b)$$

— Borde libre

$$M_{(h_w,t)} = EI \frac{d^2 Y_{x,t}}{dx^2} \Big|_{x=h_w} \rightarrow \frac{d^2 Y_{x,t}}{dx^2} \Big|_{x=h_w} = 0$$

de donde

$$\phi''_{(h_w)} Y_{(t)} = 0 \rightarrow \phi''_{(h_w)} = 0 \quad (3.10.c)$$

$$V_{(h_w,t)} = 0 \rightarrow -\frac{EI \partial^3 Y_{(x,t)}}{\partial x^3} \Big|_{x=h_w} = 0$$

luego

$$\phi'''_{(h_w)} Y_{(t)} = 0 \rightarrow \phi'''_{(h_w)} = 0 \quad (3.10.d)$$

Reemplazando las condiciones de borde en la ecuación (3.9), se tiene:

$$A + C = 0$$

$$B + D = 0$$

$$p^2 [A \cosh(ph_w) + B \sinh(ph_w) - C \cos(ph_w) - D \sin(ph_w)] = 0$$

$$p^3 [A \sinh(ph_w) + B \cosh(ph_w) + C \sin(ph_w) - D \cos(ph_w)] = 0$$

sustituyendo  $C = -A$ , y  $D = -B$ , se encuentra un sistema de 2 ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} \cosh(ph_w) + \cos(ph_w) & \sinh(ph_w) + \sin(ph_w) \\ \sinh(ph_w) - \sin(ph_w) & \cosh(ph_w) + \cos(ph_w) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para que el sistema tenga solución, deberá cumplirse que el determinante vale cero, es decir

$$[\cosh(ph_w) + \cos(ph_w)]^2 - [\sinh^2(ph_w) - \sin^2(ph_w)] = 0$$

al simplificar términos, se encuentra

$$\cosh(ph_w) \cos(ph_w) + 1 = 0 \quad (3.11)$$

La solución de la ecuación (3.11) se realiza en forma interactiva. Para el primer modo de vibración, con el que se va a trabajar en el presente capítulo, se tiene que

$$ph_w = 1.875 \rightarrow \text{primer modo} \quad (3.12)$$

Al reemplazar las constantes de integración en la ecuación (3.9) se encuentra la forma modal  $\phi(x)$  en función de la constante de integración A

$$\phi(x) = A[\cosh(px) - \cos(px) - \frac{\cosh(ph_w) + \cos(ph_w)}{\sinh(ph_w) + \sin(ph_w)} \{\sinh(px) - \sin(px)\}] \quad (3.13)$$

Al sustituir (3.12) en (3.13) se obtiene la configuración geométrica de la viga de flexión del primer modo, ésta resulta ser:

$$\phi(x) = A \{ \cosh(px) - \cos(px) - 0.734096[\sinh(px) - \sin(px)] \} \quad (3.14)$$

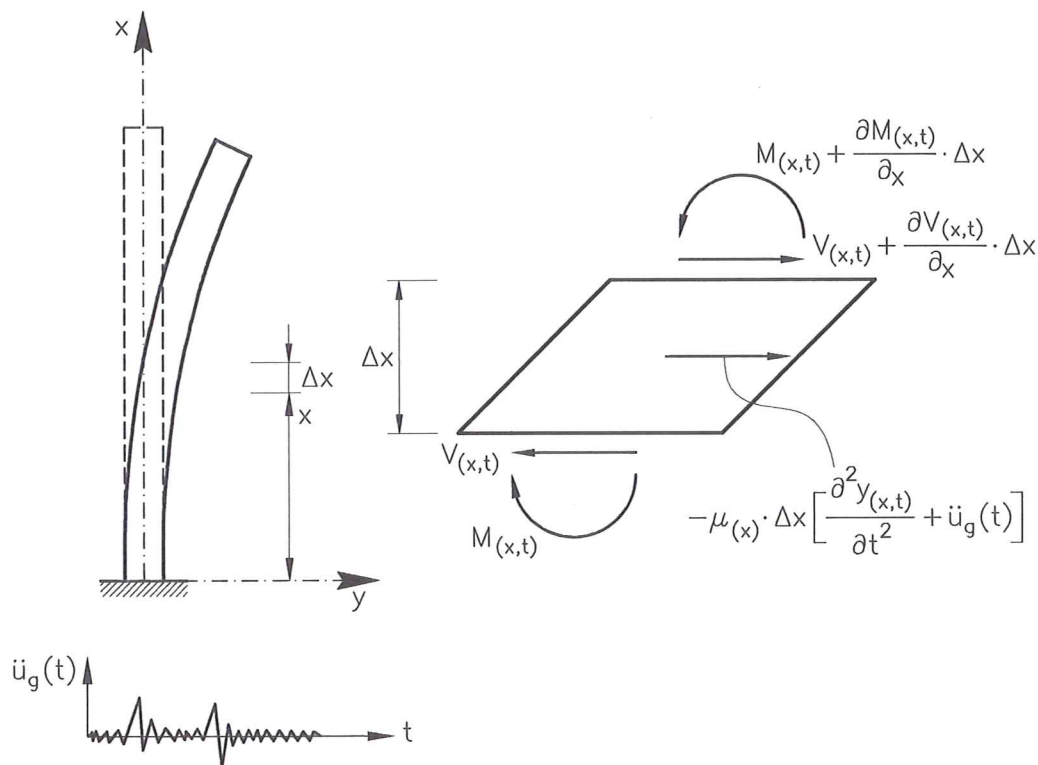
Por otra parte, de la ortogonalidad de los modos de vibración<sup>(14)</sup>, en una viga de flexión se obtiene:

$$\int_0^{h_w} \mu \phi_i(x) \phi_j(x) dx = 0 \rightarrow i \neq j \quad (3.15)$$

$$\int_0^{h_w} EI \phi_i''(x) \phi_j''(x) dx = 0 \rightarrow i \neq j \quad (3.16)$$

### 3.2.2 Vibración forzada en una viga de flexión

Se considera que en la viga de flexión, actúa un sismo definido por su acelerograma, como lo indica la figura 3.3



**Figura 3.3** Modelo de cálculo para el caso de vibración forzada en una viga de flexión.

Para la viga de flexión la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento ante una acción sísmica es:

$$\left[ EI \frac{d^2 Y(x,t)}{dx^2} \right]'' + \mu \frac{d^2 Y(x,t)}{dt^2} = -\mu \ddot{U}_g(t) \quad (3.17)$$

la solución de la ecuación diferencial definida por (3.17) es de la forma:

$$Y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_{i(x)} Y_i(t) \quad (3.18)$$

al remplazar la ecuación (3.18) en la ecuación (3.17) y considerando la ortogonalidad de los modos de vibración en la viga de flexión para simplificar términos, se obtiene<sup>(14)</sup> el desplazamiento lateral del modo  $j$  que se denomina  $Y_j(t)$  en función de la masa modal  $m_j^*$ .

$$Y_j(t) = \frac{m_j^*}{W_j^2 \int_0^{h_w} \mu \phi_j(x) dx} A_j(t) \quad (3.19)$$



$$m_j^* = \frac{\left[ \int_0^{h_w} \mu \phi_{j(x)} dx \right]^2}{\int_0^{h_w} \mu \phi_{j(x)}^2 dx} \quad (3.20)$$

donde  $A_{j(t)}$  es la aceleración espectral para el modo de vibración  $j$ .

El desplazamiento lateral máximo en  $X = h_w$  que se denomina  $D_t$ , desplazamiento en el tope, al considerar únicamente el primer modo de vibración, se obtiene con las ecuaciones (3.12), (3.13), (3.18), (3.19) y (3.20), vale:

$$D_t = \frac{0.835}{W_1^2} A_d \quad (3.21)$$

se denomina  $A_d$  a la aceleración espectral correspondiente al primer modo de vibración, y  $W_1$  es la frecuencia del primer modo.

### 3.3 MÉTODO DE CÁLCULO DEL $I_D$ PROPUESTO

El procedimiento de cálculo a seguir para encontrar el índice de daño sísmico  $I_D$ , normalizado entre 0 y 1, el desplazamiento en el tope, el período del muro de cortante en el rango inelástico y el estado de deterioro en que se encuentra la estructura, es el siguiente:

- 1) Se construye la curva de capacidad resistente del muro en base a la geometría y a la armadura de la misma. Se puede encontrar la curva de capacidad con un programa de análisis no lineal estático en el cual se impone una distribución de cargas a ser aplicada en cada piso, la misma que se va incrementando de tal forma que se van formando rótulas plásticas en los miembros, cuando esto sucede el programa cambiará la matriz de rigidez del elemento considerando donde se formó la articulación plástica. La curva de capacidad resistente relaciona el corte basal  $V_o$  con el desplazamiento en el tope del edificio  $D_t$ . En ésta curva se debe definir cual es el estado de colapso, si se selecciona un valor bajo de  $D_t$  como estado límite de colapso el índice de daño que se obtenga será un valor muy alto por el contrario si el valor de  $D_t$  que se selecciona como estado límite de colapso es muy alto el valor del índice de daño que se obtenga será bajo. Se destaca que la curva de capacidad resistente, se determina mediante un análisis lineal elástico de la estructura.
- 2) En la curva de capacidad resistente se determina el punto en el cual se forma la primera rótula plástica. Sea  $V_{o1}$  y  $D_{t1}$ , las coordenadas asociadas con la primera rótula. En base a éstos dos valores se determina la rigidez equivalente del sistema  $K$

$$K = \frac{V_{o1}}{D_{t1}} \quad (3.22)$$

- 3) Se obtiene el período fundamental de vibración  $T_o$  para el muro de cortante. Se puede utilizar las fórmulas simplificadas que reportan los códigos<sup>(17)</sup> o

los resultados propuestos por Wallace<sup>(18,19)</sup>. También se puede encontrar el período fundamental con el empleo de un programa de valores propios pero en éste caso se trabajará con la matriz de masas  $\mathbf{M}$  de la estructura y con su respectiva matriz de rigidez  $\mathbf{K}$ .

- 4) Con el valor de  $K$  obtenido en el paso dos y con el valor del período fundamental  $T_o$  calculado en el paso anterior se obtiene la masa equivalente  $M$  del sistema con la ecuación (3.23) que es válida para un sistema de un grado de libertad.

$$M = \frac{T_o^2 K}{4\pi^2} \quad (3.23)$$

Se considera que la masa equivalente  $M$  permanece constante durante todo el análisis sísmico.

- 5) Con el valor de  $T_o$  se obtiene del espectro de respuesta o de diseño, con el que se trabaje, el valor de  $A_d$  que es la aceleración espectral elástica asociada al período  $T_o$  y asociada a un coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$ . Si se estima que la estructura va a estar sometida a un sismo muy fuerte y en consecuencia va a sufrir un daño considerable, el valor de  $\zeta$  con el que se trabaje será alto. En todo caso se sabe que  $\zeta$  depende del grado de esfuerzo a que esta sujeta la estructura<sup>(20)</sup>.
- 6) Se determina  $W_1$  dividiendo el valor de la rigidez  $K$  obtenida en el paso dos para la masa  $M$  encontrada en el paso cuatro y sacando la raíz cuadrada de ésta división.  $W_1 = \sqrt{K/M}$ . Luego con el valor de  $A_d$  y  $W_1$  se encuentra el desplazamiento en el tope del edificio  $D_t$  utilizando la ecuación (3.21)
- 7) Con el valor de  $D_t$  obtenido se va a la curva de capacidad resistente del pórtico y se ve el estado en el cual queda la estructura por efecto del sismo. Para facilitar la explicación se denomina  $D_t^*$  a éste desplazamiento lateral del tope del edificio. Ahora se debe encontrar cual es el período  $T^*$  que tiene la estructura asociado al corrimiento encontrado. Sea  $V_o^*$  el cortante asociado a  $D_t^*$  y  $K^*$  la rigidez del sistema en el rango inelástico.

$$K^* = \frac{V_o^* - V_{o1}}{D_t^* - D_{t1}} \quad (3.24)$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K^*}} \quad (3.25)$$

Si el valor de  $D_t^*$  es menor que el valor de  $D_{t1}$  la estructura no sufre daño, se encuentra trabajando en el rango elástico.

- 8) Para el estado límite de colapso definido en el paso uno, se determina el período límite  $T_u$ . Sean  $V_{ou}$  y  $D_{tu}$  las coordenadas asociadas al estado límite y  $K_u$  la rigidez equivalente asociada al colapso.

$$K_u = \frac{V_{ou} - V_{o1}}{D_{tu} - D_{t1}} \quad (3.26)$$

$$T_u = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_u}} \quad (3.27)$$

- 9) Para encontrar el índice de daño se considera que cuando la estructura tiene el período  $T_o$  el índice de daño es cero en cambio cuando la estructura alcanza el período  $T_u$  correspondiente al colapso el valor del índice de daño es uno. Para el período  $T^*$  el valor del índice de daño se interpola linealmente entre los valores indicados, llegando a obtenerse la siguiente ecuación:

$$I_D = \frac{T^* - T_o}{T_u - T_o} \quad (3.28)$$

### 3.4 MURO DE CORTANTE ANALIZADO

En la figura 3.4 se indica la sección transversal del muro que se analiza, el mismo que tiene una longitud  $L_w = 3.0$  m., un ancho  $t_w = 0.30$  m., la armadura longitudinal tiene una mayor concentración en los extremos con una cuantía  $\rho = \rho' = 1\%$  en una longitud de  $0.1L_w$ , en la parte central la cuantía  $\rho'' = 0.25\%$ , el refuerzo transversal es de  $0.25\%$ , en todo el muro de cortante.

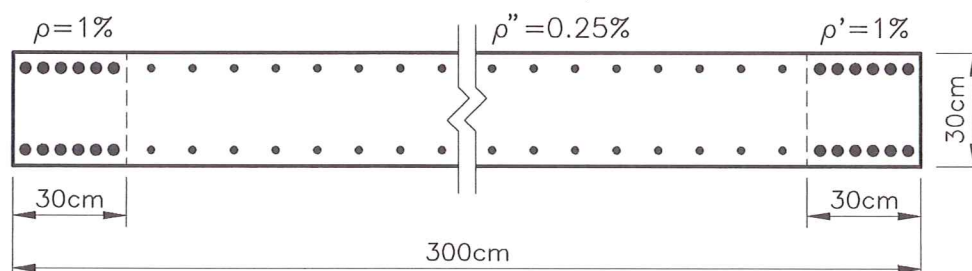


Figura 3.4 Sección transversal de los muros de cortante de 7 y 10 pisos analizados.

Manteniendo la sección transversal descrita, se encuentra el comportamiento sísmico de 2 muros de cortante de 7 y 10 pisos respectivamente ante los sismos de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour y el sismo de Loma Prieta del 89.10.18 registrado en Corralito. Estos eventos sísmicos han sido normalizados para diferentes aceleraciones máximas del suelo las mismas que se indican en los resultados obtenidos. La normalización se ha realizado a nivel de acelerograma y a nivel de espectro de respuesta. Se calcula el daño sísmico utilizando el método propuesto y se compararán los resultados con los del modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup>

Se considera un hormigón con una resistencia a la compresión de 21 MPa y el acero de refuerzo tiene un límite de fluencia de 420 MPa. La altura de los entrepisos es de 3.0 m. Por otra parte, los pesos que gravitan en cada piso se consideran iguales y tienen un valor de 40 T.



### 3.4.1 Capacidad resistente de los muros de cortante

Para encontrar las curvas momento curvatura que definen el comportamiento del muro de cortante se trabaja con el modelo trilineal para el acero<sup>(22)</sup> y con el modelo de Kent y Park<sup>(23)</sup> para el hormigón confinado.

En la curva de capacidad resistente se debe determinar el punto de fallo de la estructura, en el presente caso se ha considerado éste punto cuando se alcanza la máxima capacidad de momento a flexión en la base del muro que ésta asociado con la deformación máxima útil del hormigón a compresión  $\epsilon_u$ .

En la figura 3.5 se presenta la curva de capacidad resistente para el muro de cortante de siete pisos y en la figura 3.6 para el de diez pisos. En la metodología propuesta, es importante indicar en la curva de capacidad resistente la secuencia de formación de las articulaciones plásticas.

## 3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con los acelerogramas de los sismos seleccionados e indicados al comienzo del numeral 3.4 y utilizando el modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup> se procedió a calcular el daño sísmico en las estructuras seleccionadas, cuyos resultados se muestran de las figuras 3.7 a 3.14. Luego se evalúa el daño con el procedimiento propuesto pero trabajando con los espectros de respuesta elástico de los mencionados eventos sísmicos.

Las dos formas de cálculo presentan una buena correlación en cuanto se refiere a describir los lugares del muro de cortante que van a ingresar en el rango inelástico, en otras palabras que van a deteriorarse. De igual forma, la correlación es aceptable en el desplazamiento lateral máximo en el tope de los muros de cortante. Los índices de daño global obtenidos tienen una diferencia significativa, pero ello se debe a la forma como se evalúa el daño sísmico. El Park y Ang<sup>(21)</sup> calcula daño a nivel local de elemento y luego mediante el criterio de combinación, descrito en el capítulo 1, se determina el daño global de la estructura. En cambio, con el procedimiento propuesto se determina directamente el daño global del muro de cortante.

Por éste motivo lo mejor es correlacionar los índices de daño global obtenidos de las dos formas, para el presente estudio se tiene que un índice de daño menor a 0.04 obtenido con el modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup>, equivale a un daño moderado y se asocia a valores de daño menores o iguales a 0.5 con la metodología propuesta. De igual forma un índice de daño entre 0.04 y 0.09 encontrado con el modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup> significa daños considerables en el muro de cortante, valores mayores a 0.09 significa que la estructura está muy próxima al colapso. El rango de valores entre 0.04 y 0.09 equivale a valores de daño entre 0.5 y 0.8 con el modelo propuesto.

### 3.5.1 Sismo de Tokachi Oki

Los resultados obtenidos en el muro de cortante de siete pisos utilizando el modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup> y el método propuesto se presentan en las figuras 3.7 y 3.8 para aceleraciones máximas del suelo que varían entre 0.15g y 0.30g.

En la figura 3.7 se observa que la zona que va a ingresar en el rango no lineal por efecto del sismo de Tokachi Oki, normalizado la aceleración máxima



a 0.15g y 0.20 g es la misma con las dos formas de cálculo. Es decir, el modelo de Park y Ang y la metodología de cálculo propuesta, indican la formación de articulaciones plásticas en los mismos lugares. Debe indicarse que para el sismo normalizado a 0.10g por los dos procedimientos se encontró que la estructura no sufre daño.

La mayor diferencia que se obtuvo al analizar los dos muros de cortante de siete y diez pisos ante el sismo de Tokachi Oki, se presentó en los resultados indicados en la figura 3.8, sin embargo los desplazamientos obtenidos y los lugares que sufren daño se consideran aceptables. Se debe destacar que la segunda y tercera articulación plástica que corresponden a las rótulas en la cabeza del muro de cortante del primer piso y al inicio del muro del segundo piso, se forman simultáneamente.

Para el muro de cortante de diez pisos, los resultados obtenidos para el sismo de Tokachi Oki, normalizando la aceleración máxima del suelo desde 0.10 g hasta 0.25 g se indican en las figuras 3.9 y 3.10. En ellos se observa que la correlación entre el desplazamiento en el tope del muro de cortante y la descripción del deterioro de la estructura obtenidos con el modelo de Park y Ang<sup>(21)</sup> y la metodología propuesta es muy buena.

### 3.5.2 Sismo de Corralito

Nuevamente, en forma general se puede decir que los lugares del muro de cortante que van a sufrir deterioro son los mismos con las dos formas de cálculo. Esto implica que los desplazamientos laterales máximos encontrados por los dos procedimientos de cálculo son semejantes.

En las figuras 3.11 y 3.12 se presentan los resultados obtenidos en el muro de cortante de siete pisos para el sismo de Corralito normalizando la aceleración máxima del suelo entre 0.3 g y 0.6 g. En las indicadas graficas se observa que existe una muy buena correlación en la determinación del desplazamiento en el tope del muro y en la descripción del daño sísmico con las dos formas de cálculo.

Para el muro de cortante de diez pisos, los resultados alcanzados para el sismo de Corralito normalizados entre 0.10 g y 0.35 g se indican en las figuras 3.13 y 3.14. Del análisis de las mismas se observa que existe diferencia en el desplazamiento lateral máximo en el tope del muro pero a nivel de descripción de los lugares que van a sufrir daño no hay tal diferencia a excepción del caso en que la estructura está sometida al sismo normalizado a 0.35 g en donde los resultados obtenidos con el modelo de Park y Ang son desconcertantes, no es el comportamiento normal esperado lo que se obtiene con la metodología propuesta. Lo normal es que el daño sísmico en muros de cortante va a ir subiendo en elevación, por éste motivo la zona de confinamiento de los muros con fines de diseño tiene una longitud que alcanza a los dos primeros pisos como lo proponen Paulay<sup>(24)</sup> y Wallace<sup>(18,19)</sup>.

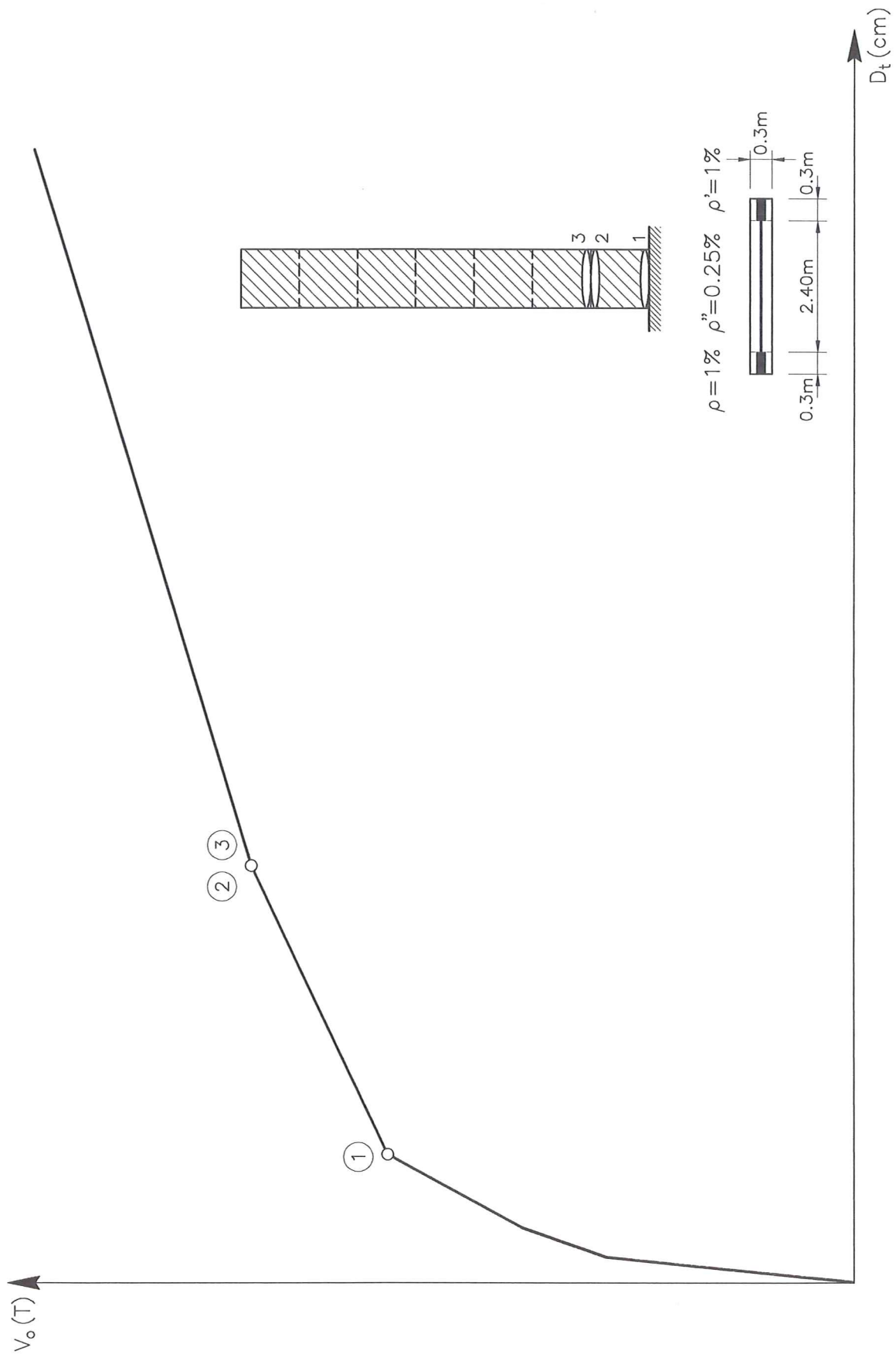


Figura 3.5 Capacidad resistente del muro de cortante de siete pisos.

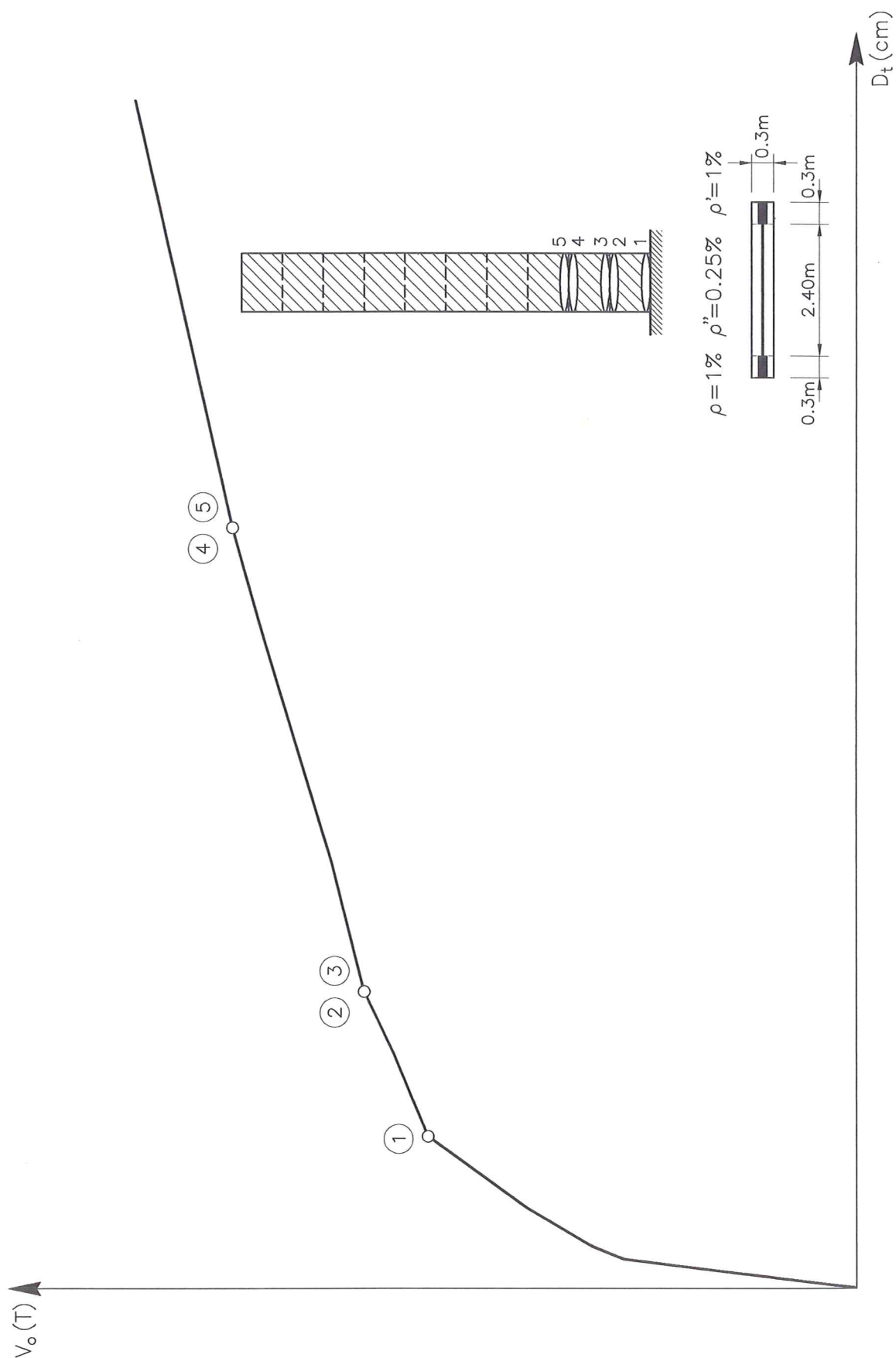
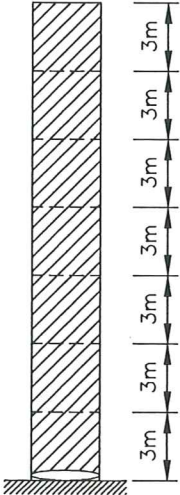
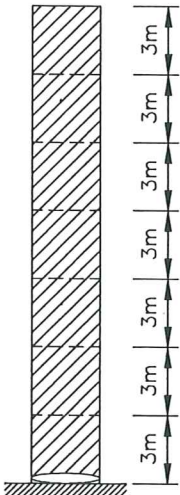
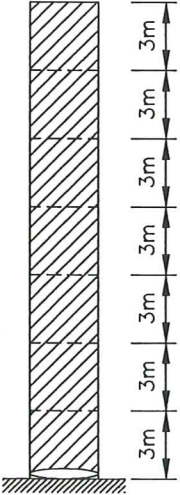
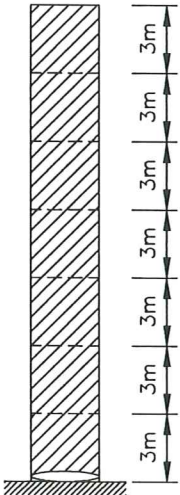
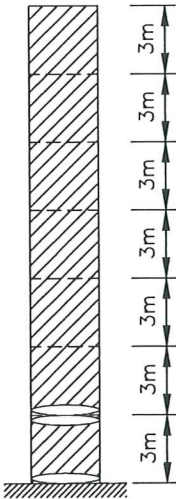
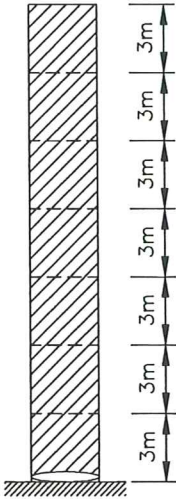
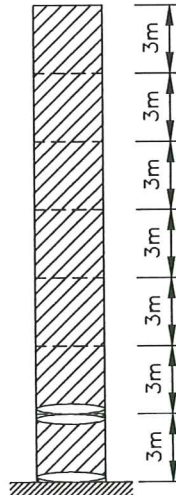
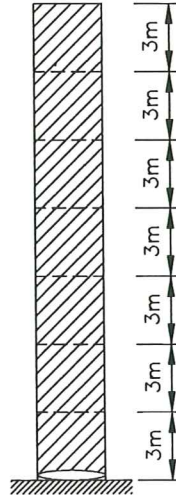


Figura 3.6 Capacidad resistente del muro de cortante de diez pisos.

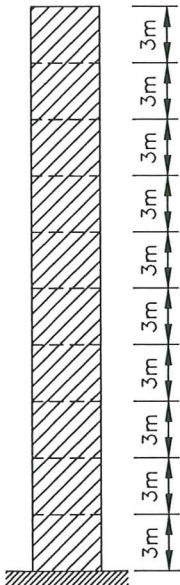
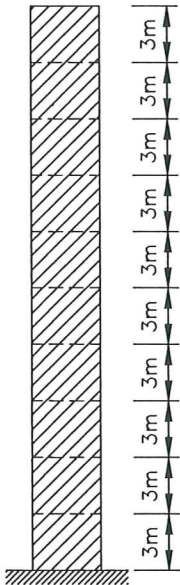
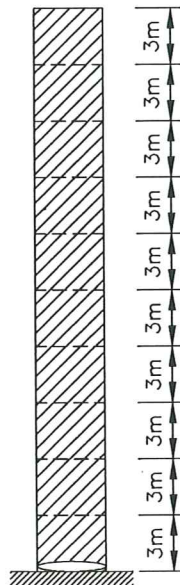
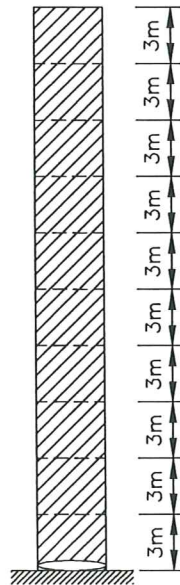
| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|
|    |               |        |    |         |  |
| Id=0.08                                                                             | Dt = 18.32 cm | 0.15 g | Dt = 11.85 cm                                                                        | Id=0.79 |  |
|  |               |        |  |         |  |
| Id=0.10                                                                             | Dt = 22.51 cm | 0.20 g | Dt = 15.80 cm                                                                        | Id=0.81 |  |
| Sismo de TOKACHI OKI                                                                |               |        |                                                                                      |         |  |

**Figura 3.7** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de siete pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.15 g y 0.20 g.

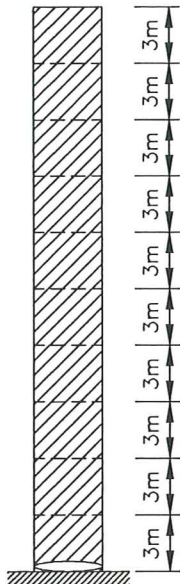
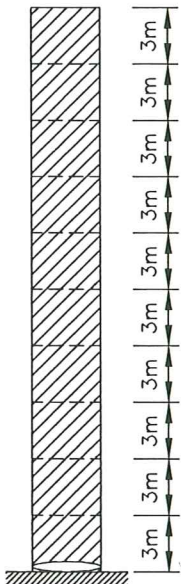
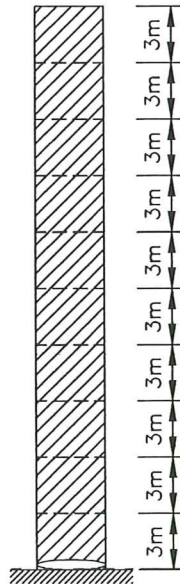
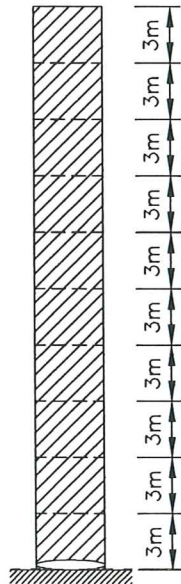


| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|
|    |               |        |    |         |  |
| Id= 0.12                                                                            | Dt = 28.65 cm | 0.25 g | Dt = 19.74 cm                                                                        | Id=0.82 |  |
|  |               |        |  |         |  |
| Id= 0.15                                                                            | Dt = 33.12 cm | 0.30 g | Dt = 23.69 cm                                                                        | Id=0.83 |  |
| Sismo de TOKACHI OKI                                                                |               |        |                                                                                      |         |  |

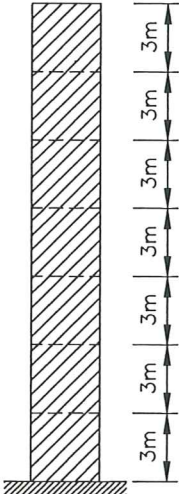
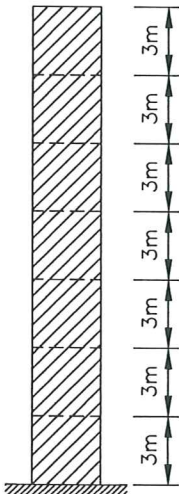
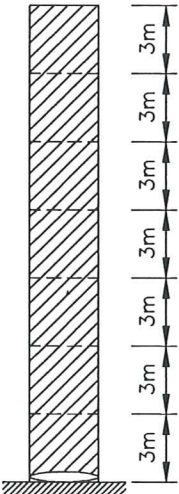
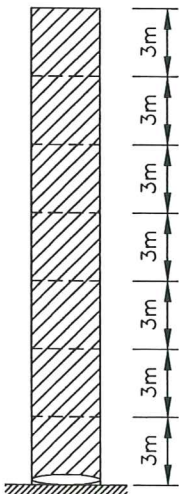
**Figura 3.8** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de siete pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.25 g y 0.30 g.

| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|
|    |               |        |    |         |  |
| Id=0.00                                                                             | Dt = 13.37 cm | 0.10 g | Dt = 13.27 cm                                                                        | Id=0.00 |  |
|  |               |        |  |         |  |
| Id=0.04                                                                             | Dt = 21.63 cm | 0.15 g | Dt = 19.90 cm                                                                        | Id=0.50 |  |
| Sismo de TOKACHI OKI                                                                |               |        |                                                                                      |         |  |

**Figura 3.9** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de diez pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.10 g y 0.15 g.

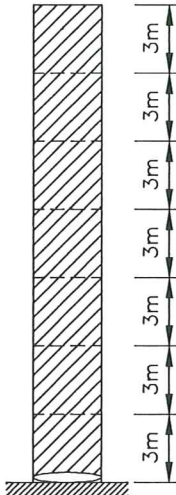
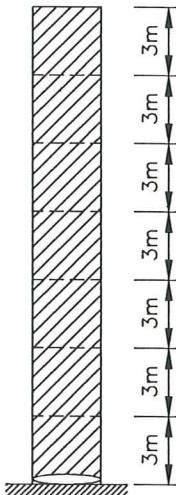
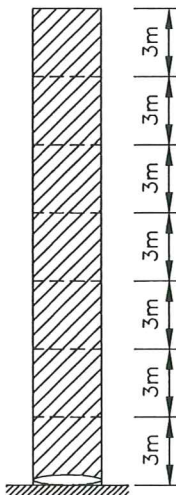
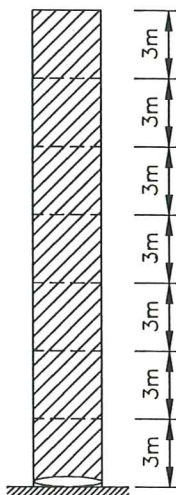
| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|
|    |               |        |    |         |  |
| Id=0.06                                                                             | Dt = 31.35 cm | 0.20 g | Dt = 26.54 cm                                                                        | Id=0.68 |  |
|  |               |        |  |         |  |
| Id=0.07                                                                             | Dt = 35.30 cm | 0.25 g | Dt = 33.17 cm                                                                        | Id=0.70 |  |
| Sismo de TOKACHI OKI                                                                |               |        |                                                                                      |         |  |

**Figura 3.10** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de diez pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.20 g y 0.25 g.

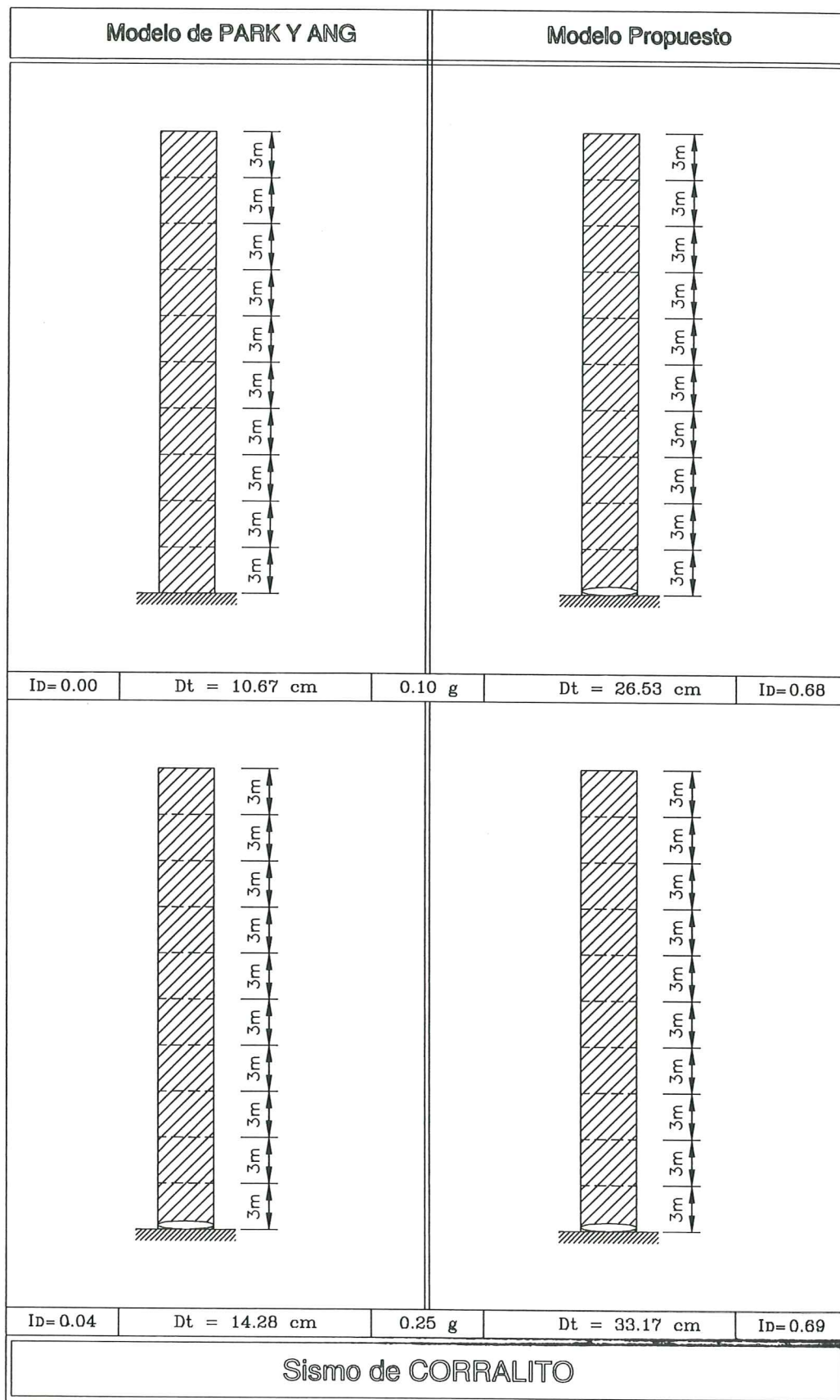
| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|
|    |               |        |    |         |  |
| Id=0.00                                                                             | Dt = 8.78 cm  | 0.30 g | Dt = 9.10 cm                                                                         | Id=0.00 |  |
|  |               |        |  |         |  |
| Id=0.05                                                                             | Dt = 13.39 cm | 0.40 g | Dt = 12.15 cm                                                                        | Id=0.79 |  |
| Sismo de CORRALITO                                                                  |               |        |                                                                                      |         |  |

**Figura 3.11** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de siete pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.3 g y 0.4 g.

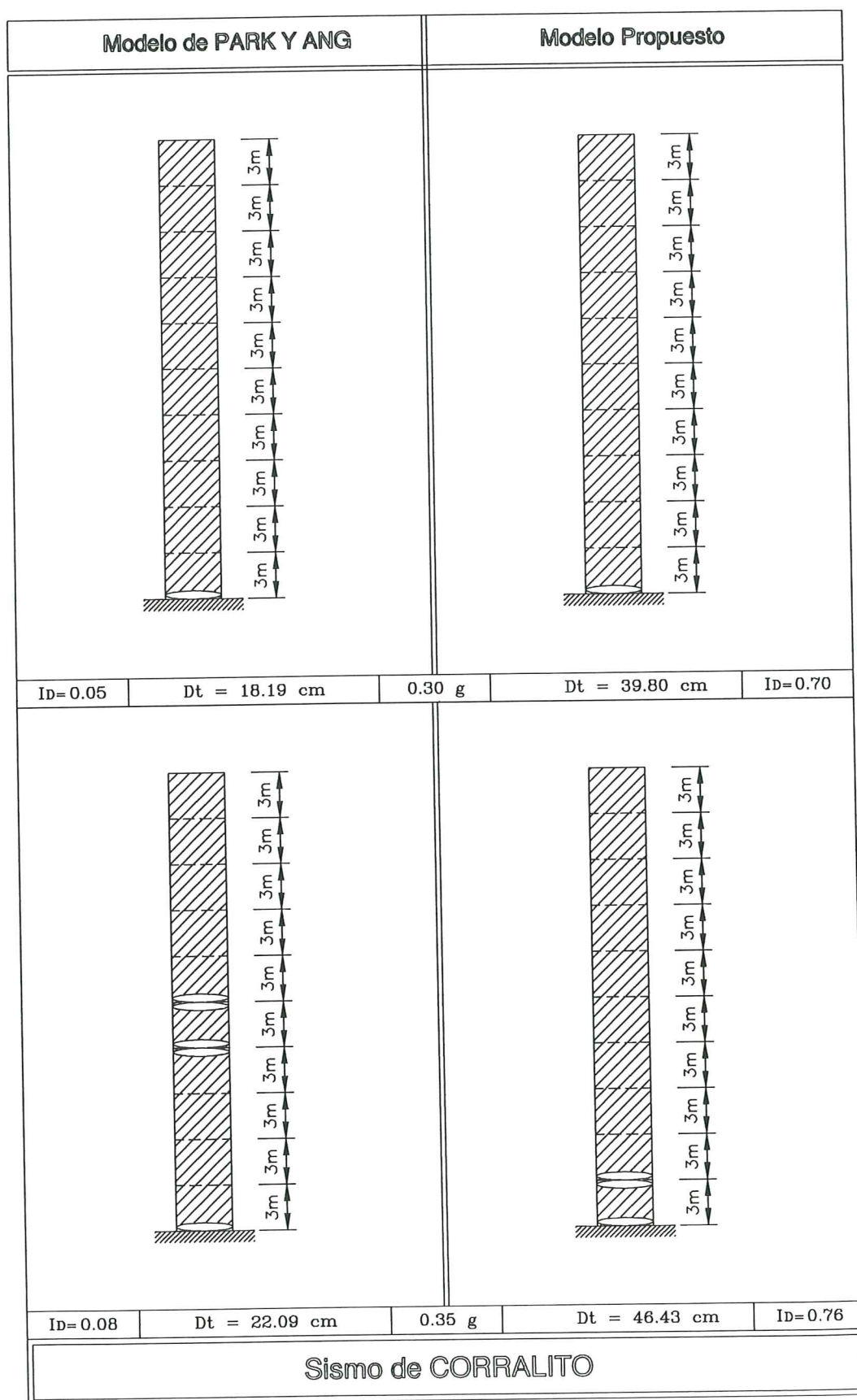


| Modelo de PARK Y ANG                                                                |               |        | Modelo Propuesto                                                                     |          |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------|--|
|    |               |        |    |          |  |
| Id= 0.07                                                                            | Dt = 18.63 cm | 0.50 g | Dt = 15.18 cm                                                                        | Id= 0.81 |  |
|  |               |        |  |          |  |
| Id= 0.09                                                                            | Dt = 24.65 cm | 0.60 g | Dt = 18.22 cm                                                                        | Id= 0.82 |  |
| Sismo de CORRALITO                                                                  |               |        |                                                                                      |          |  |

**Figura 3.12** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de siete pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.50 g y 0.60 g.



**Figura 3.13** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de diez pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.10 g y 0.25g.



**Figura 3.14** Comparación del daño sísmico en el muro de cortante de diez pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a  $0.30 \text{ g}$  y  $0.35 \text{ g}$ .

## REFERENCIAS

1. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine "Seismic damage in reinforced concrete frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **107**(ST9), 1713-1729, 1981.
2. M. L. Wang y S. P. Shah, "Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concepts", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 993-1003, 1987.
3. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113**(ST3), 429-444, 1987.
4. M. S. Williams y R. G. Sexsmith, "Seismic damage indices for concrete structures: A state-of-the-art review", *Earthquake Spectra*, **11**(2), 319-349, 1995.
5. E. C. Carvalho y E. Coelho, "Global structural behaviour of bare frames", *Behaviour and Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Alternate Actions Inducing Inelastic Response*, Bulletin d'information No. 220, Comité Euro-International du Béton (CEB), **2**, 222-309, Lausanne, 1994.
6. G. H. Powell y R. Allahabadi, "Seismic damage prediction by deterministic methods: concepts and procedures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **16**, 719-734, 1988.
7. T. Hasselman, R. Eguchi y J. Wiggins, "Assessment of Damageability for Existing Buildings in a Natural Hazards Environment", *Technical Report No. 80-1332-1*, J. H. Wiggins Company, California, 1980.
8. Y. J. Park, A. H. S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111**, 740-757, 1985.
9. A. Shibata y M. A. Sozen, "The substitute-structure method for seismic design in reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **102**, 1-18, 1976.
10. J. E. Stephens y J. T. P. Yao, "Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113**(4), 787-801, 1987.
11. L. Esteva y E. Rosenblueth, "Espectros de temblores a distancias moderadas y grandes", *Boletín de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, **2**, 1-18, 1964.
12. L. Esteva y R. Villaverde, "Seismic risk, design spectra and structural reliability", *Proceedings of the fifth World Conference on Earthquake Engineering*, **2**, 2586-2597, Roma, 1973.
13. P. Fajfar y P. Gašperšič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25** (1), 31-46, 1996.
14. J. Cassis y J. Monge, "Curso Avanzado de Ingeniería Sísmica", *Universidad de Chile*, 1987.
15. S. Lamar, "Curso de Dinámica de Estructuras", *Universidad Central de Venezuela, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales IMME*, 1982.
16. L. Bozzo y A. H. Barbat, "Diseño Sismorresistente de Edificios de Hormigón Armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE **IS-15**, 185 pp, Barcelona, 1996.
17. ACI Committe 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, **ACI-95** and Comentary (ACI 318R-95), Farmington Hills, M.I. 48333.



18. J. Wallace, "A methodology for developing new code provisions for seismic design of RC shear walls", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **120** (3), 863-884, 1994.
19. J. Wallace, "Seismic design of RC structural walls part I: new code format ", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **121** (1), 75-87, 1995.
20. J. Grases, "Concreto Armado en Zonas Sísmicas", *Division Siderurgica de Empresas DIVISIDER*, 235 pp Caracas, 1987.
21. Y. Park, A. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE* **111**, 722-739, 1985.
22. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, " High strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **104** (87), 1761-1773, 1978.
23. D. Kent y R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **97 ST7**, 1969-1990, 1971.
24. T. Paulay, "Seismic design strategies for ductile reinforced concrete structural walls", *Proceedings International Conference on Building with Load Bearing Concrete Walls in Seismic Zones, French Association for Earthquake Engineering and the French Association for Construction, Paris, France, AFPS, Saint-Remy-Les-Chevreuse*, 397-421, France, 1991.

## CAPÍTULO 4

# ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN PÓRTICOS CON MUROS DE CORTE

### 4.1 INTRODUCCIÓN

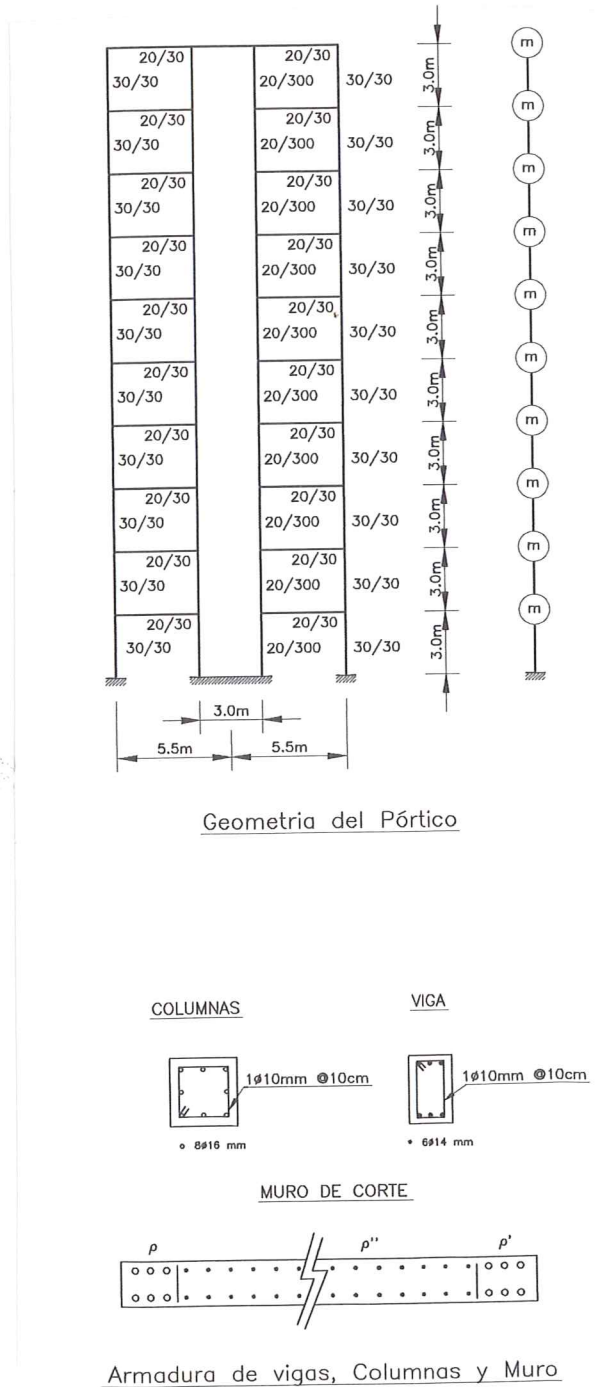
En el presente capítulo se obtienen trayectorias de daño en un pórtico de diez pisos con un muro de corte, empleando los modelos de daño de Lybas y Sozen<sup>(11)</sup>, Banon y Veneziano<sup>(12)</sup>, y el de Park y Ang<sup>(13)</sup>, para las dos acciones sísmicas con las que se ha venido trabajando; el sismo de Loma Prieta de 1989 y el de Tokachi Oki de 1968, normalizados los dos eventos a 0.3 g. El objetivo es ver si existe alguna relación tanto en la trayectoria como al final del sismo entre los modelos de daño indicados.

La geometría del pórtico como la acción sísmica se seleccionó de tal manera que produzcan la mayor cantidad de rótulas plásticas en la estructura de tal forma de tener daño en todos los pisos. Para la comparación se encuentran trayectorias de daño en cada piso y a nivel global de la estructura. El mayor daño se obtiene en el primer piso para los dos sismos en la estructura seleccionada y con el propósito de comparar las trayectorias de daño por piso se ha normalizado el daño del primer piso a la unidad de ésta forma se amplía la escala de daño en los pisos superiores donde los índices de daño son menores con relación a las otras plantas. Para la comparación del daño a nivel global de la estructura se ha normalizado el daño local de los elementos entre cero y la unidad, correspondiendo el valor cero al rango elástico y el valor de uno al colapso.

Por otra parte se compara la curvatura máxima encontrada en el pie del muro de corte del primer piso, obtenido del análisis no lineal, con la que se encuentra empleando las fórmulas simplificadas propuestas por Wallace<sup>(4-6)</sup>, descritas en el capítulo 2. Finalmente se analiza la demanda por flexión calculada, para diferentes acciones sísmicas, en todo el muro de corte, con la envolvente propuesta por Wallace<sup>(4-6)</sup> para el diseño sismorresistente, con el objeto de incluir la variable índice de daño sísmico en el cálculo del momento a flexión en la base del muro de cortante. Por éste motivo en los siguientes numerales se indica el marco teórico orientado a encontrar las variables anotadas.

## 4.2 ESTRUCTURA DE ANÁLISIS

Se ha seleccionado una estructura de diez pisos, la misma que se indica en la figura 4.1, el pórtico tiene dos vanos y un muro de cortante en la mitad, las luces de los vanos son iguales y tiene un valor de 5.50 m, se considera que la altura de los entrepisos tienen la misma longitud que es de 3.0 m.



**Figura 4.1** Estructura analizada, para ver correlación entre modelos de daño sísmico.

El muro de corte tiene las siguientes cuantías de refuerzo longitudinal:  $\rho = \rho' = 1.13\%$  y  $\rho'' = 0.25\%$ ; la armadura transversal considerada es de 0.25% para

todo el muro de cortante; los redondos de las vigas y columnas están indicados en la figura 4.1. El hormigón tiene una resistencia a la compresión de 21 MPa y el acero un límite de fluencia de 420 MPa. Los pesos de cada piso se consideran iguales y tiene cada uno un valor de 700 KN. El modelo utilizado para definir la relación esfuerzo deformación del hormigón es el de Kent y Park<sup>(14)</sup> y para el acero se trabaja con el modelo trilineal<sup>(15)</sup>. El modelo constitutivo utilizado para la no linealidad del material es el de Roufaiel y Meyer<sup>(16)</sup>.

### 4.3 COMPARACIÓN DE ÍNDICES DE DAÑO

Para los dos sismos de análisis la primera rótula plástica se presenta en la parte inferior del muro de planta baja. La estructura sufre más daño con el sismo de Tokachi Oki en el cual se rotulan además todas las vigas en los dos extremos. Para el sismo de Loma Prieta en las vigas del primer piso, la del vano izquierdo del cuarto piso y la del vano derecho del último piso no se formaron rótulas plásticas. El desplazamiento lateral máximo en el tope del pórtico para el sismo de Loma Prieta fue de 17.32 cm y para el sismo de Tokachi Oki fue de 40.93 cm.

#### 4.3.1 Sismo de Loma Prieta

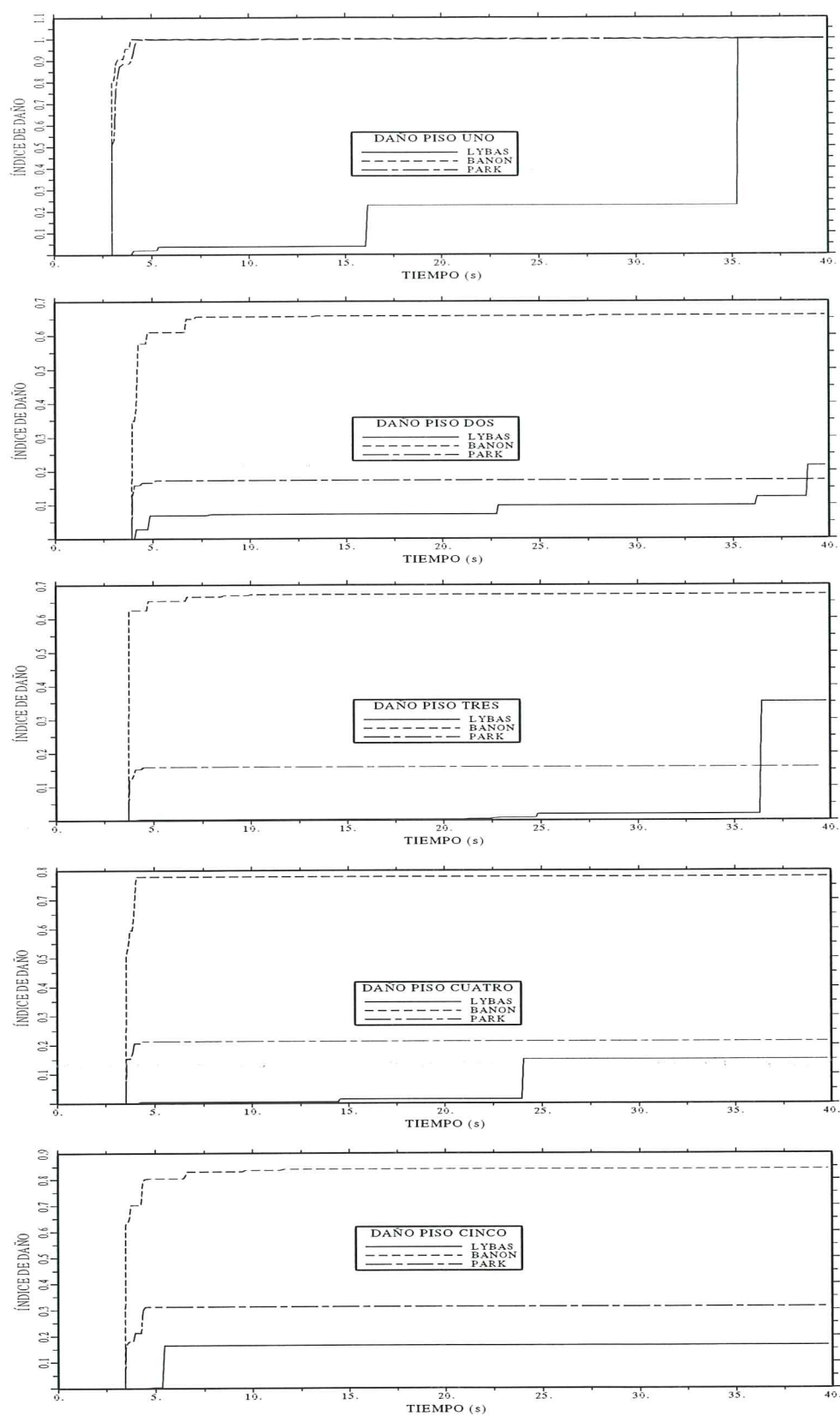
Las trayectorias de daño encontradas para el sismo de Loma Prieta se presentan en la figura 4.2 para los cinco primeros pisos y en la figura 4.3 para los cinco últimos pisos. Del análisis de las dos figuras se observa que no existe ninguna relación en las trayectorias de daño para los modelos de Lybas y Sozen<sup>(11)</sup>, Banon y Veneziano<sup>(12)</sup> y el de Park y Ang<sup>(13)</sup>. Al final del sismo los índices de daño hallados en los pisos dos, cuatro, cinco, siete y ocho entre los modelos de Lybas y Sozen, y el de Park y Ang tienen una buena correlación.

Como se indicó las trayectorias de daño de las figuras 4.2 y 4.3 han sido normalizadas considerando que el daño máximo en el primer piso es la unidad.

La comparación de las trayectorias de daño a nivel global de la estructura se presenta en la figura 4.4. En el presente caso los índices de daño a nivel local de elemento se han normalizado entre el valor de cero, correspondiente al rango elástico y el valor de uno correspondiente al colapso. En la figura 4.4 se aprecia que el modelo de daño de Banon y Veneziano reporta los mayores valores y que los modelos de Lybas y Sozen, y el de Park de Ang tienen similares valores al finalizar el sismo.

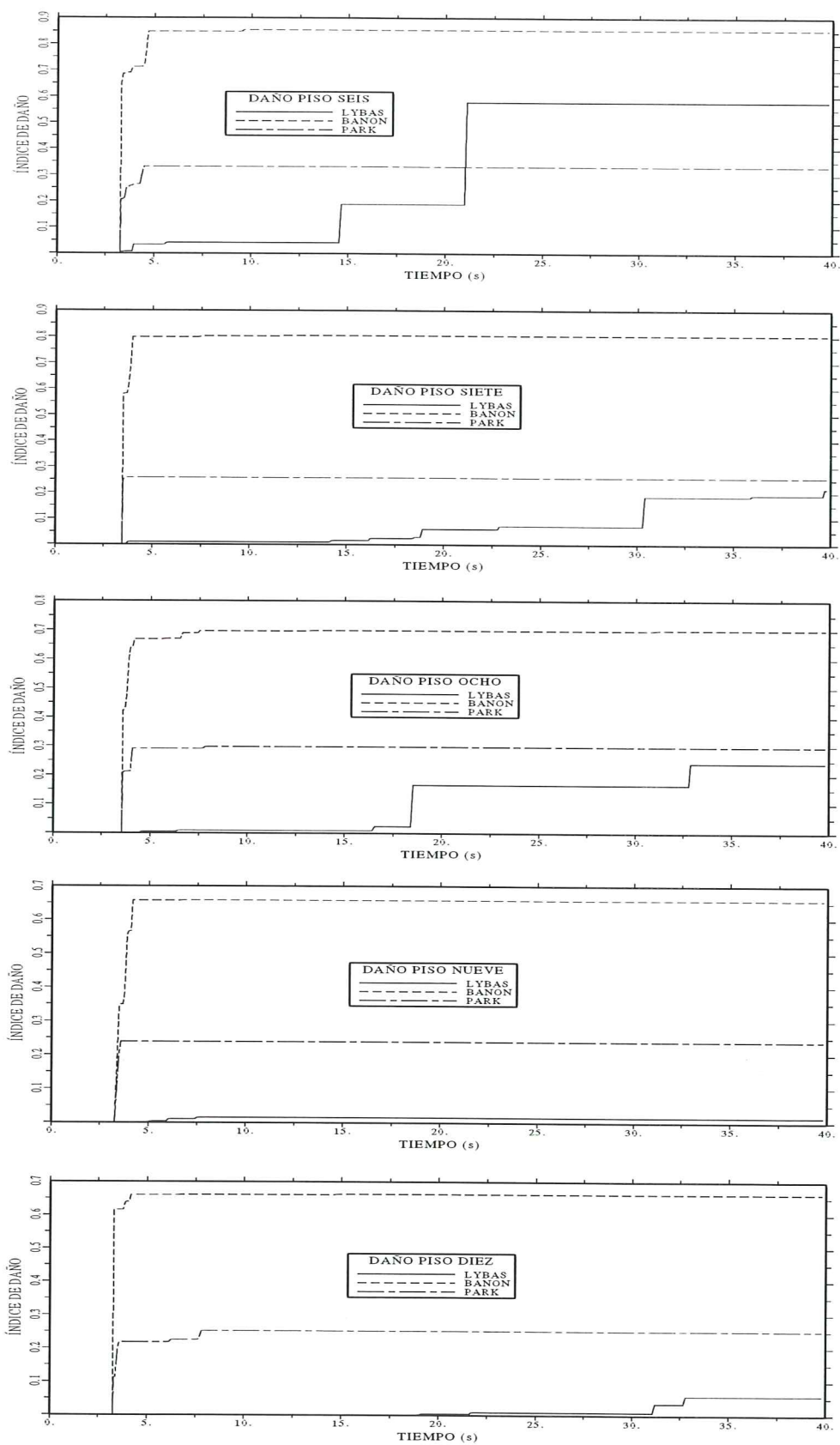
Con el objeto de comparar los resultados que se obtienen de la curvatura máxima, en la base del muro de corte del primer piso, utilizando las ecuaciones descritas en el capítulo 2 y los que reporta el análisis no lineal se encontró, además, la respuesta para el sismo de Loma Prieta normalizado a 0.6g y 0.7g. Para el sismo normalizado a 0.6g el desplazamiento lateral máximo en el tope del pórtico fue de 36.27 cm y para el sismo normalizado a 0.7g éste corrimiento fue de 46.73cm. Los resultados obtenidos se indican en la Tabla 1. Del análisis de la misma se desprende que para el sismo normalizado a 0.3g la diferencia entre los dos valores de curvatura es notable, para 0.6g y 0.7g la aproximación



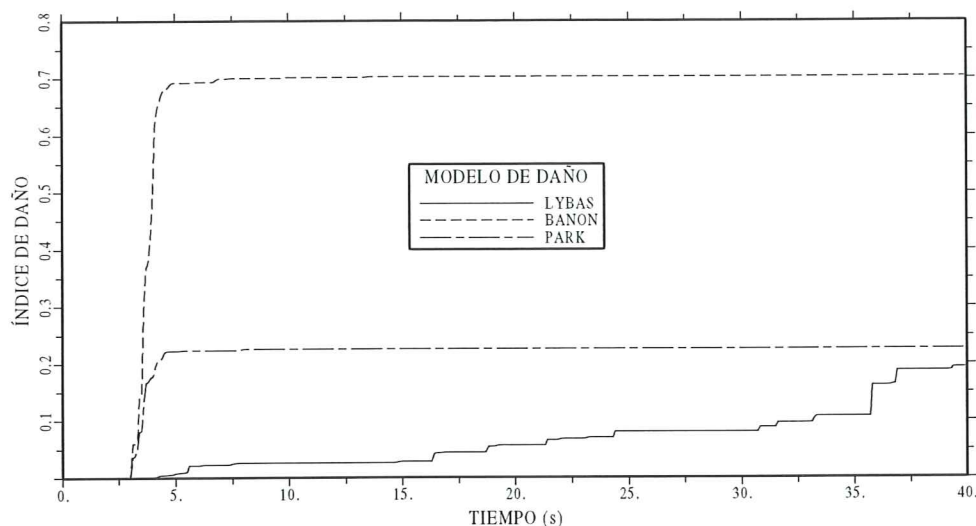


**Figura 4.2** Comparación de trayectorias de daño del piso uno al piso cinco, para edificio con muro de corte. Empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Loma Prieta.

es satisfactoria. Como se verá posteriormente para el sismo de Tokachi Oki la



**Figura 4.3** Comparación de trayectorias de daño del piso seis al piso diez, para edificio con muro de corte. Empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Loma Prieta.



**Figura 4.4** Comparación de trayectorias de daño a nivel global de la estructura para el sismo de Loma Prieta.

correlación es muy buena. Para valores de aceleración del suelo mayores a 0.7g la estructura colapsa.

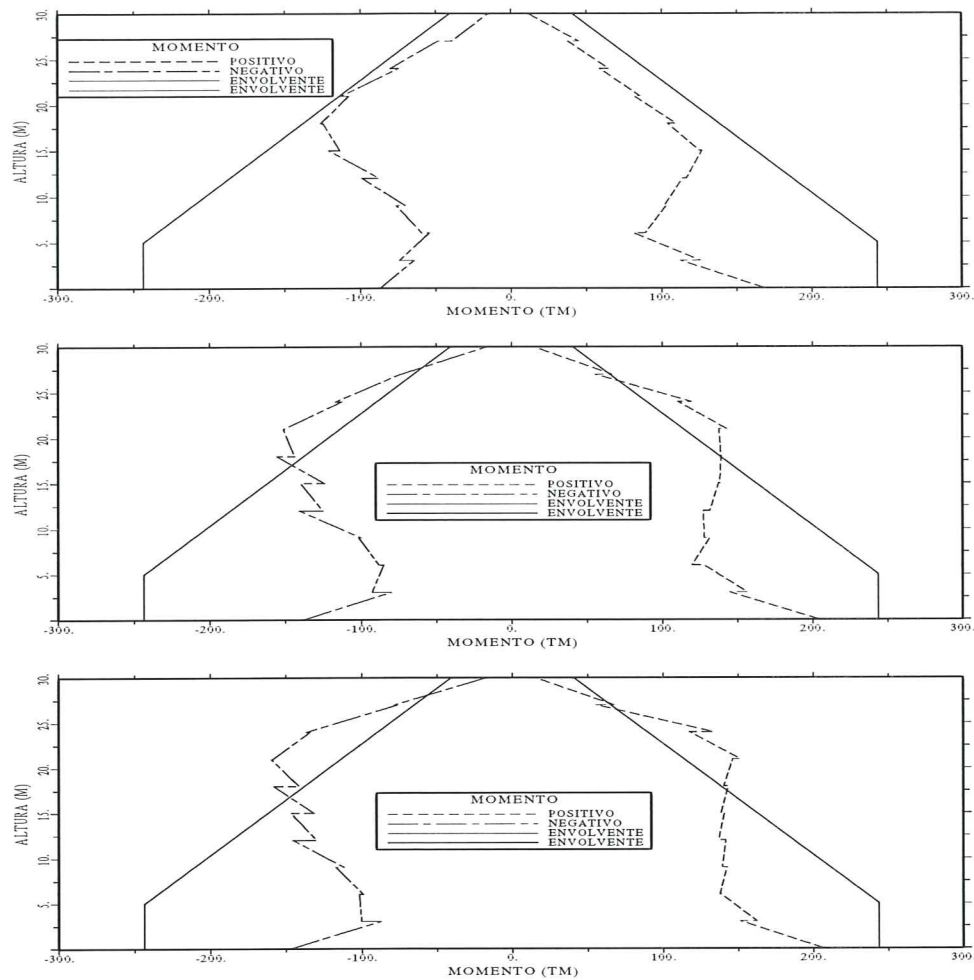
**Tabla 1** Curvatura máxima. Loma Prieta-89

| Sismo normalizado<br>a | Ecuaciones de Wallace<br>(1/m) | Presente estudio<br>(1/m) |
|------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 0.3 g                  | 0.002440                       | 0.006932                  |
| 0.6 g                  | 0.008756                       | 0.013570                  |
| 0.7 g                  | 0.012243                       | 0.014422                  |

El primer piso de un muro de corte es el que está sujeto a mayores esfuerzos, razón por la cual Wallace<sup>(4)</sup> define la longitud de confinamiento  $l_o$  al mayor valor de  $(L_w, h_w/6)$  para los datos de la estructura analizada el valor de  $l_o = 5.0\text{m}$ . Por otra parte Paulay<sup>(17)</sup> propone que el valor de  $l_o$  sea igual a  $2L_w$ , para el presente caso se tendría igual a 6.0 m. En la zona de longitud  $l_o$  se tomarán precauciones en el diseño del refuerzo transversal que no viene al caso indicar ahora, lo que si se desea ver es cual es la demanda de momento a flexión en función de la altura en el muro de corte debido a las diferentes acciones sísmicas que se han considerado en el presente apartado y comparar éstos valores con la envolvente de momentos propuesta por Wallace.

La capacidad a flexión del muro de corte de la estructura en estudio es  $M_y = 138.4\text{Tm}$ , para el momento a nivel de fluencia del acero y  $M_u = 243.74\text{Tm}$ , para el momento a nivel de la deformación máxima útil a compresión del hormigón. En la figura 4.5 se indican las demandas a flexión requeridas en el muro en su elevación para el sismo de Loma Prieta, normalizado a 0.3g, 0.6g y 0.7g. En línea continua se indica la envolvente requerida de acuerdo a la propuesta de Wallace<sup>(4)</sup>

Del análisis de la figura 4.5 se desprende que para el sismo de Loma Prieta normalizado a 0.3g la envolvente propuesta por Wallace<sup>(4)</sup> cubre todas las demandas máximas requeridas por flexión. Para los sismos normalizados a 0.6g y 0.7g la envolvente de Wallace no cubre la demanda a flexión de los pisos seis al nueve.



**Figura 4.5** Demanda de resistencia a flexión en función de la altura para el sismo de Loma Prieta normalizado a 0.3g, 0.6g y 0.7g, respectivamente.

Por otra parte, en todos los casos se observa en la figura 4.5 que el momento a flexión en la base  $M_o$  se encuentra bastante distante del momento  $M_u$ , particular que se desea poner en evidencia para proponer una fórmula de cálculo del momento  $M_o$  en función del índice de daño que se desea tener en la estructura.

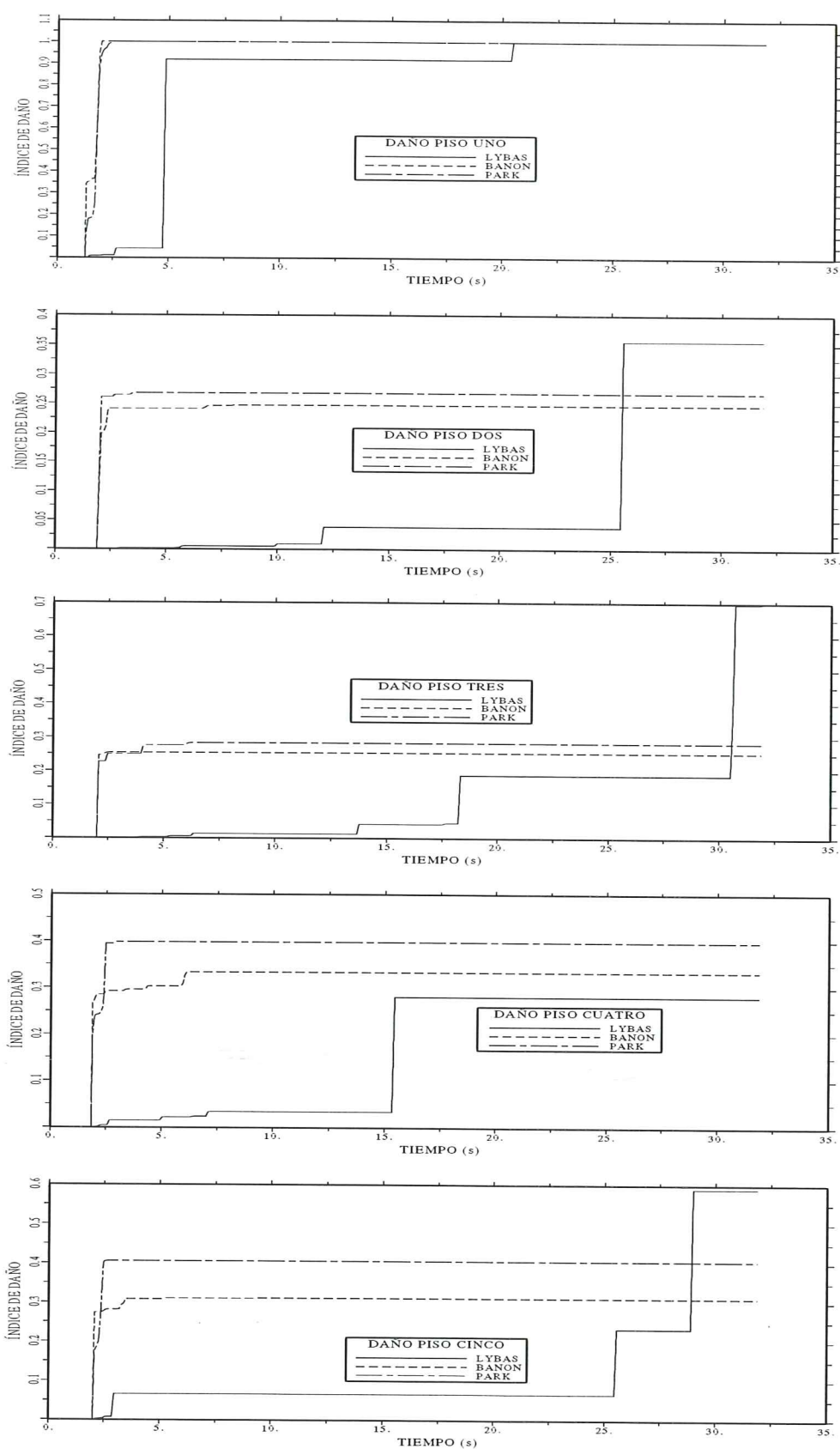
#### 4.3.2 Sismo de Tokachi Oki

En las figuras 4.5 y 4.6 se presentan las trayectorias de daño obtenidas del piso uno al piso cinco y del piso seis al piso diez, para el sismo de Tokachi Oki, empleando los modelos de daño de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano y el de Park y Ang. Nuevamente el daño en el primer piso se ha normalizado a la unidad.

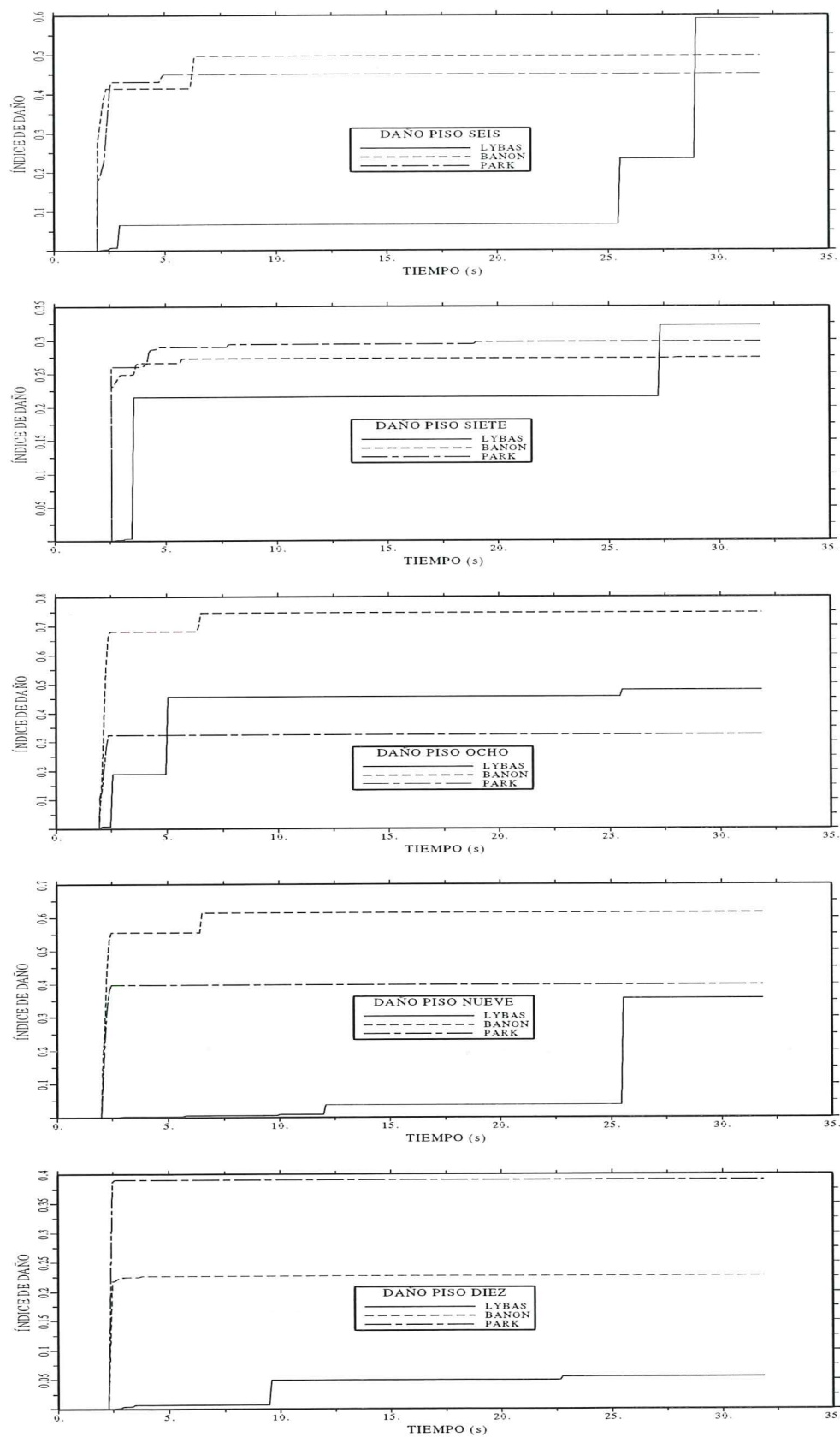
Ante el sismo de Tokachi Oki la estructura disipa una mayor cantidad de energía con relación a la disipada ante el sismo de Loma Prieta. Esta variable energética interviene en la evaluación del daño sísmico con los modelos de Banon y Veneziano<sup>(12)</sup> y el de Park y Ang<sup>(13)</sup> siendo ésta la razón para justificar la buena correlación que existe entre las trayectorias de daño entre los dos modelos indicados. La buena correlación se da en los siete primeros pisos y no en los últimos pisos.

A nivel global de la estructura, en la figura 4.8 no se observa ninguna

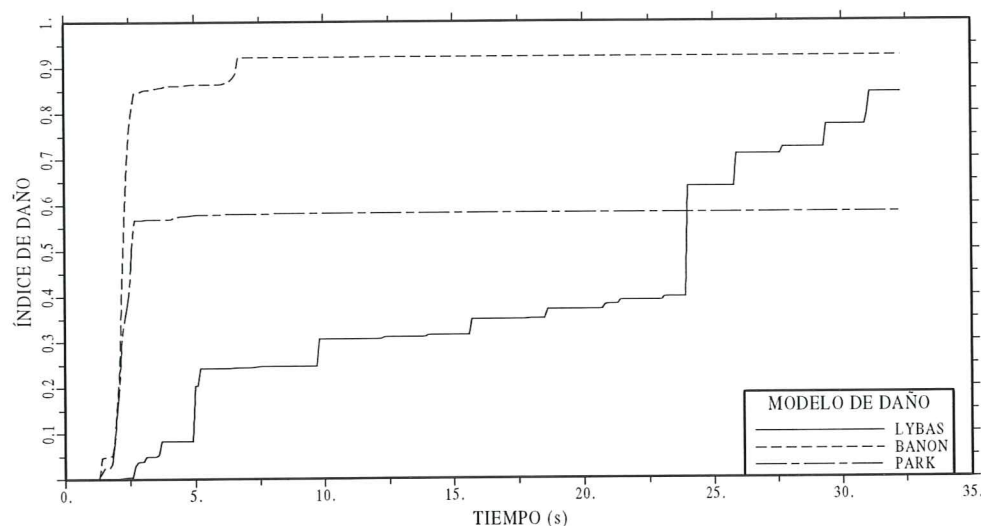




**Figura 4.6** Comparación de trayectorias de daño del piso uno al piso cinco, para edificio con muro de corte. Empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Tokachi Oki.



**Figura 4.7** Comparación de trayectorias de daño del piso seis al piso diez, para edificio con muro de corte. Empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Tokachi Oki.



**Figura 4.8** Comparación de trayectorias de daño a nivel global de la estructura para el sismo de Tokachi Oki.

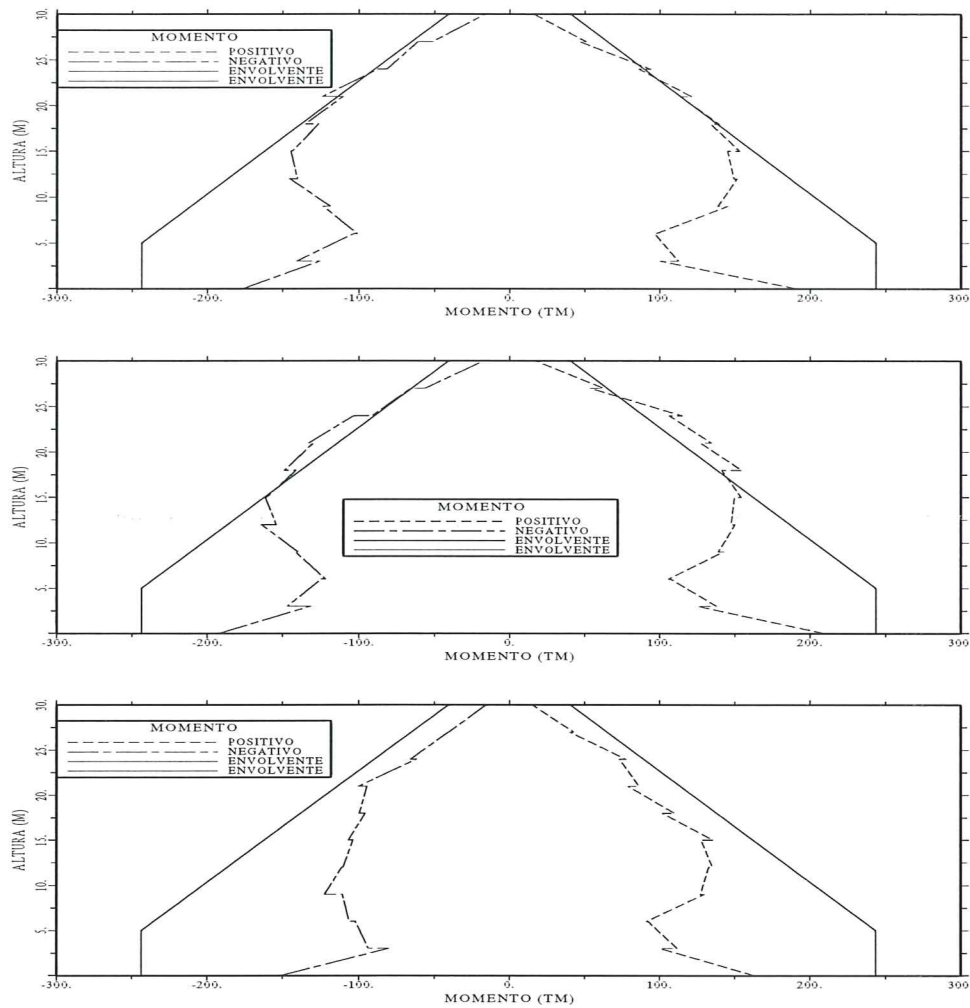
correlación en las trayectorias de daño de la estructura para los tres modelos de daño seleccionados. Sin embargo al final del sismo los índices de daño obtenidos con los modelos de Lybas y Sozen y el de Banon y Veneziano son similares.

Ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.3g el daño registrado en la estructura es muy grande, por ello para comparar las curvaturas máximas en el muro de corte que reporta el análisis no lineal y las que se obtienen con las ecuaciones propuestas por Wallace se ha normalizado el registro a 0.2g y 0.4g. Para la aceleración máxima del suelo de 0.2g la estructura trabaja en el rango elástico, el desplazamiento lateral máximo alcanzado en el último piso es de 28.62cm. En cambio para el registro normalizado a 0.4g la estructura experimenta un desplazamiento lateral máximo de 54.98cm, encontrándose muy próxima al colapso; con mayores valores de aceleración colapsa la estructura. Los valores de encontrados se indican en la Tabla 2, de ella se desprende que la correlación es muy buena, la diferencia en todos los casos es menor del 10%.

**Tabla 2** Curvatura máxima. Tokachi Oki-68

| Sismo normalizado<br>a | Ecuaciones de Wallace<br>(1/m) | Presente estudio<br>(1/m) |
|------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 0.2 g                  | 0.006207                       | 0.006358                  |
| 0.3 g                  | 0.010310                       | 0.010972                  |
| 0.4 g                  | 0.014993                       | 0.014430                  |

Con relación a la demanda de momentos a flexión en la altura del muro y a la envolvente de momentos propuesta por Wallace en la figura 4.9 se presenta ésta demanda de resistencia a flexión para la estructura analizada y debida al sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.20g, 0.30g y 0.40g. Para el primer caso la envolvente cubre perfectamente la demanda de momentos pero se aprecia que en la base el momento  $M_o$  está muy lejos de la demanda requerida. Para el sismo normalizado a 0.3g es mínima los puntos en los cuales la demanda a flexión sobrepasa la envolvente y ésta diferencia es más notoria cuando el sismo está normalizado a 0.4g de los pisos seis al ocho.



**Figura 4.9** Demanda de resistencia a flexión en función de la altura para el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.2g, 0.3g y 0.4g, respectivamente.

Actualmente el momento en la base  $M_o$  se considera igual a  $M_u$  valor que como se ha visto está sobredimensionado, afirmación que se la efectúa teniendo presente que a la estructura ha sido sometida a sismos que han estado en el límite del colapso de la estructura analizada. El valor de  $M_o$  debe estar en función del índice de daño  $I_D$  que se espera en la estructura razón por la cual se propone la ecuación (4.1) para su evaluación.

$$M_o = (M_u - M_y)I_D + M_y \quad (4.1)$$

siendo  $M_y$  y  $M_u$  las capacidades de momento a flexión en la base del muro de corte en el punto de fluencia y de rotura, respectivamente. El valor de  $I_D$  de la ecuación (4.14) varía entre cero, correspondiente al rango elástico y uno correspondiente al colapso.

#### 4.4 PERÍODO FUNDAMENTAL

Para utilizar las fórmulas propuestas por Wallace que se han descrito en el capítulo 2 y también para determinar el índice de daño sísmico en estructuras



aportricadas utilizando espectros de respuesta, siguiendo la metodología que se propone en los capítulos tres y cinco de la presente monografía se debe determinar el período fundamental, que se va a tratar a continuación.

El período fundamental elástico de una estructura porticada con muros de cortante, se lo puede calcular mediante un análisis dinámico o utilizando fórmulas simplificadas que recomiendan los códigos; así por ejemplo, el código UBC-1991<sup>(8)</sup> establece:

$$T = 0.02 (h_n)^{\frac{3}{4}} \quad (4.2)$$

donde  $h_n$  es la altura del edificio medida desde el nivel de base en pies. Por otra parte, el código venezolano-1982<sup>(9)</sup> considera además la longitud de la planta en la dirección analizada  $L$  en metros, para evaluar el período fundamental elástico; el valor de  $h_n$  en la ecuación 4.3) está en metros.

$$T = \frac{0.09 h_n}{\sqrt{L}} \quad (4.3)$$

En muros esbeltos al utilizar la ecuación (4.3) el período es alto y consecuentemente del espectro de diseño se obtendrá una aceleración espectral que conduce a un corte basal bajo, en cambio con los muros bajos sucede lo contrario ya que tendrán mayor corte basal debido a que son menos ductiles.

Wallace y Moehle<sup>(6)</sup> presentan una fórmula más elaborada para el cálculo del período, la misma que fue obtenida calculando con la mitad de la rigidez de la sección gruesa y sin considerar efectos de acoplamiento, la ecuación resultante, es:

$$T = 8.8 \frac{h_n}{L_w} n \sqrt{\frac{W h_s}{g E_c p}} \quad (4.4)$$

siendo  $W$  el peso por unidad de superficie incluyendo las alturas de muro tributario,  $h_s$  es la altura del piso más representativo,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del hormigón,  $n$  el número de pisos,  $p$  es la relación del área del muro al área del piso para los muros en la dirección que se está analizando.

$$p = \frac{\sum_{i=1}^m A w_i}{A_f} = \frac{\sum_{i=1}^m L w_i t w_i}{A_f} \quad (4.5)$$

siendo  $A_f$  el área del piso y  $m$  es el número de muros, la evaluación puede hacerse en un piso tipo.

## 4.5 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha calculado el índice de daño sísmico  $I_D$ , empleando los modelos de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano y el de Park y Ang; en un pórtico de diez pisos con un muro de corte sometidas a los sismos de Loma Prieta de 1989 y el de Tokachi Oki de 1968, normalizados a 0.3g. Se ha evaluado el daño por piso y a nivel global de la estructura.

Además con el objeto de incluir la variable  $I_D$  en la envolvente de los requerimientos de resistencia a flexión de un muro de corte se ha evaluado la estructura para el sismo de Loma Prieta normalizado la aceleración máxima del suelo a 0.3g, 0.6g y 0.7g y para el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.2g, 0.3g y 0.4g. En los dos casos se llevó a la estructura al límite del colapso. Del estudio realizado se obtienen las siguientes conclusiones:

- No se aprecia ninguna relación de carácter general, en las trayectorias de daño y al final del sismo entre los modelos de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano y el de Park y Ang. Para casos particulares existe alguna determinada correlación pero en general depende de la estructura, de la acción sísmica y del grado de daño que se tiene fundamentalmente.
- Si bien es cierto las fórmulas propuestas por Wallace<sup>(4)</sup> son muy sencillas para evaluar la curvatura máxima en la base de un muro de corte, estas reportan resultados satisfactorios a los que se obtienen del análisis dinámico no lineal.
- El momento a flexión en la base de un muro de corte  $M_o$  con el cual se construye actualmente la envolvente de momentos reporta valores muy altos de la demanda sísmica a flexión razón por la cual se recomienda el uso de la ecuación (4.1) que involucra a la variable  $I_D$  en la evaluación. El rango de variación de  $I_D$  se encuentra entre cero y la unidad.

## REFERENCIAS

1. A. Cardenas y D. Magura, "Strength of high-rise shear walls-rectangular cross sections", *ACI, Special Publication 36, Response of Multistorey Concrete Structures to lateral forces*, 119-150, 1973.
2. C. Whitney, "Plastic theory of reinforced concrete design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Diciembre de 1940; *Transactions ASCE* **107**, 251-326, 1942.
3. *ACI Committe 318, Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, **ACI-95 and Comentary (ACI 318R-95)**, Farmington Hills, M.I. 48333.
4. J. Wallace, "A methodology for developing new code provisions for seismic design of RC shear walls", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **120** (3), 863-884, 1994.
5. J. Wallace, "Seismic design of RC structural walls part I: new code format", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **121** (1), 75-87, 1995.
6. J. Wallace y J. Moehle, "Ductility and detailing requirements of bearing wall buildings", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **118** (6), 1625-1644, 1992.
7. T. Paulay y M. Priestley, "Seismic design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings", John Wiley & Sons, Inc.
8. *Uniform Building Code, UBC, International Conference of Building Officials, Whittier, California*, 1991.
9. *Norma Venezolana, "Edificaciones Antisísmicas"*, Comision Venezolana de Normas Industriales COVENIN, Caracas, 1982.
10. W. Yan y J. Wallace, "Analytical studies of four shear wall buildings using data

- from recent California earthquakes", Report No CU/CEE-93/15, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Potsdam, New York, 1993.
11. J. Lybas y M. Sozen, *Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls*, Civil Engineering Studies, Structural Research, Series N.- 444, University of Illinois, Urbana, 1977.
  12. Banon H. y Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (2) 179-193, 1982.
  13. Y. J. Park y A. H-S Ang, "Mechanistic seismic damage model of reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111** (ST4), 722-739, 1985.
  14. D. Kent y R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE* **97** (ST7), 1969-1990, 1971.
  15. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, "High-strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE* **104** (87), 1761-1773, 1978.
  16. M. Roufaiel y C. Meyer "Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **113** (3), 429-444, 1987.
  17. T. Paulay, "Seismic design strategies for ductile reinforced concrete structural walls", *Proceedings International Conference on Building with Load Bearing Concrete Walls in Seismic Zones*, French Association for Earthquake Engineering and the French Association for Construction, Paris, France, AFPS, Saint-Remy-Les-Chevreuse, 397-421, France, 1991.



## CAPÍTULO 5

# MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA EN PÓRTICOS CON MUROS DE CORTANTE

### 5.1 INTRODUCCIÓN

En los países ubicados en zonas de alta peligrosidad sísmica es frecuente el uso de muros de cortante en las edificaciones de hormigón armado, especialmente en edificios de más de siete u ocho pisos. El proyectista estructural necesita contar con un método sencillo y fiable para evaluar el daño sísmico de la estructura que ha diseñado para tomar las acciones correctivas que el caso amerite. La metodología de cálculo del grado de deterioro debido a terremotos, representados por su espectro de respuesta, que aquí se expone constituye una herramienta de gran utilidad dentro del análisis y diseño estructural.

La metodología de cálculo presentada en el capítulo 3, para la evaluación del daño sísmico en muros de cortante, se extiende ahora al cálculo de estructuras porticadas con muros de cortante, para ello es necesario calcular el desplazamiento lateral máximo en el tope  $D_t$ , de una estructura que tiene la tipología indicada. Una vez que se ha determinado el desplazamiento lateral máximo, se aplica la metodología descrita en el capítulo 3 para encontrar las zonas que van a ingresar al rango inelástico y para determinar el índice de daño global de la estructura.

En el presente capítulo se presenta brevemente la teoría de vigas de corte (marcos) y de vigas de flexión (muros) en base de las cuales se propone la metodología para evaluar el daño sísmico en pórticos con muros de corte, la bondad de la metodología propuesta se la compara con los resultados que se encuentran al calcular el daño sísmico con el modelo de Park y Ang<sup>(1-5)</sup> en una estructura porticada de 10 pisos sujeta a los sismos de Tokachi Oki de 1968 y el Loma Prieta registrado en Corralito en 1989.

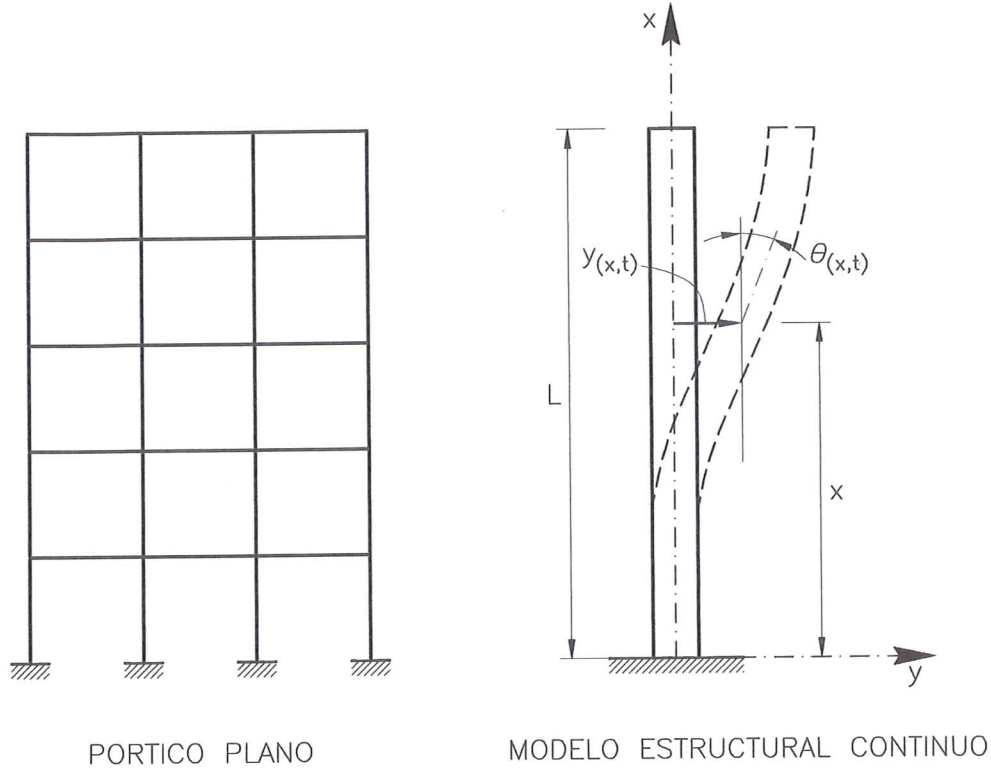
El modelo de daño sísmico de Park y Ang requiere para su evaluación que la excitación sísmica se encuentre definida por su acelerograma, en cambio con la metodología que se propone el movimiento sísmico debe estar definido por su espectro de respuesta.

### 5.2 VIGA DE CORTE

En la figura 5.1 se indica el modelo estructural continuo, para un edificio sin muros de cortante, correspondiente a una viga de corte. Se define  $\mu(x)$  a la

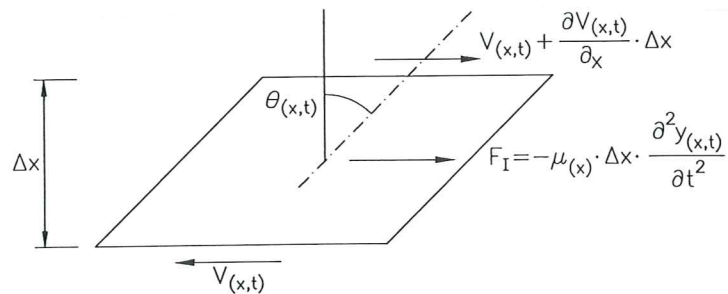


masa por unidad de longitud,  $G_{(x)}$  al módulo de corte,  $A_{(x)}$  al área transversal,  $\beta_{(x)}$  al coeficiente de forma por corte y  $V_{(x,t)}$  al cortante.



**Figura 5.1** Modelo mecánico para el caso de vibración libre.

Para el caso de vibración libre, en la figura 5.2 se indica un diagrama de cuerpo libre para el elemento diferencial  $\Delta x$  que se encuentra a una distancia  $x$ , de la base, en un instante de tiempo  $t$ .



**Figura 5.2** Fuerzas actuantes en un elemento diferencial de longitud  $\Delta x$ .

Del equilibrio de fuerzas y utilizando algunas relaciones de la elasticidad se obtiene la ecuación diferencial que gobierna el problema de vibración libre para la viga de cortante. Esta es

$$\left( \frac{G_{(x)} A_{(x)}}{\beta_{(x)}} Y' \right)' - \mu_{(x)} \ddot{Y} = 0 \quad (5.1)$$

La deducción de la ecuación (5.1) se indica en referencia (6); la solución de la ecuación diferencial en derivadas parciales, de segundo orden y homogénea

es de la forma:

$$Y_{(x,t)} = \phi_{(x)} Y_{(t)} \quad (5.2)$$

siendo  $Y_{(t)}$  la respuesta en el tiempo y  $\phi_{(x)}$  la forma modal que proporciona la configuración geométrica de la viga de corte. Para el caso de sección constante, que corresponde al caso de una viga de corte con propiedades uniformes, se tiene:

$$\phi_{(x)} = A1 \sin\left(\frac{2n-1}{2L}\right) \pi X \quad (5.3.a)$$

donde A1 es una constante de integración, n es una variable para definir la forma de modo y L es la altura total de la estructura porticada.

$$Y_{(t)} = A \sin Wt + B \cos Wt \quad (5.3.b)$$

siendo A, B constantes de integración las mismas que se obtienen en base a las siguientes condiciones de borde:

$$\phi_{(0)} = 0 \quad \phi'_{(L)} = 0$$

W es la frecuencia natural de vibración y vale:

$$W = \frac{(2n-1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{GA}{\mu\beta}} \quad (5.4)$$

Para el caso de vibración forzada y concretamente para excitación sísmica, la ecuación diferencial del movimiento es

$$\left( \frac{G_{(x)} A_{(x)}}{\beta_{(x)}} Y'_{(x,t)} \right)' - \mu_{(x)} \ddot{Y}_{(x,t)} = \mu_{(x)} \ddot{U}_g(t) \quad (5.5)$$

en éste caso, la solución de la ecuación diferencial definida por (5.5) es de la forma:

$$Y_{(x,t)} = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_{i(x)} Y_{i(t)} \quad (5.6)$$

al sustituir la ecuación (5.6) en la ecuación (5.5) y considerando la ortogonalidad de los modos de vibración para simplificar términos, se llega a:

$$Y_{(x,t)} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^* \phi_{i(x)} A_{i(t)}}{W_i^2 \int_0^L \mu_{(x)} \phi_{i(x)}^2 dx} \quad (5.6)$$

siendo:

$$m_i^* = \frac{(\int_0^L \mu_{(x)} \phi_{i(x)} dx)^2}{\int_0^L \mu_{(x)} \phi_{i(x)}^2 dx} \quad (5.7)$$

$A_{i(t)}$  es la aceleración espectral para el modo de vibración  $i$ .

Para el caso de sección constante, se tiene al reemplazar la forma modal definida en la ecuación (5.3.a) en la ecuación (5.7) y considerando que  $\mu$  es constante, se obtiene

$$m_i^* = \frac{8}{(2i-1)^2\pi^2} M_t \quad (5.8)$$

donde  $M_t$  es la masa total del sistema. Ahora al trabajar únicamente con el primer modo de vibración se determina para  $i=1$ , en la ecuación (5.8)

$$m_1^* = 0.811 M_t \quad (5.9)$$

al encontrar el desplazamiento en  $X = L$  que corresponde a  $D_t$ , desplazamiento en el tope, y al considerar solamente el primer modo de vibración, de la ecuación (5.6) se encuentra:

$$D_t = \frac{1.274}{W_1^2} A_d \quad (5.10)$$

se ha denominado  $W_1$ , a la frecuencia del primer modo y  $A_d$  es la aceleración espectral respectiva.

### 5.3 VIGA DE FLEXIÓN

En el capítulo tres se presentó el cálculo del desplazamiento en el tope de un muro de cortante, por éste motivo se omite el desarrollo numérico y se presenta la ecuación obtenida al considerar el primer modo de vibración en la respuesta dinámica.

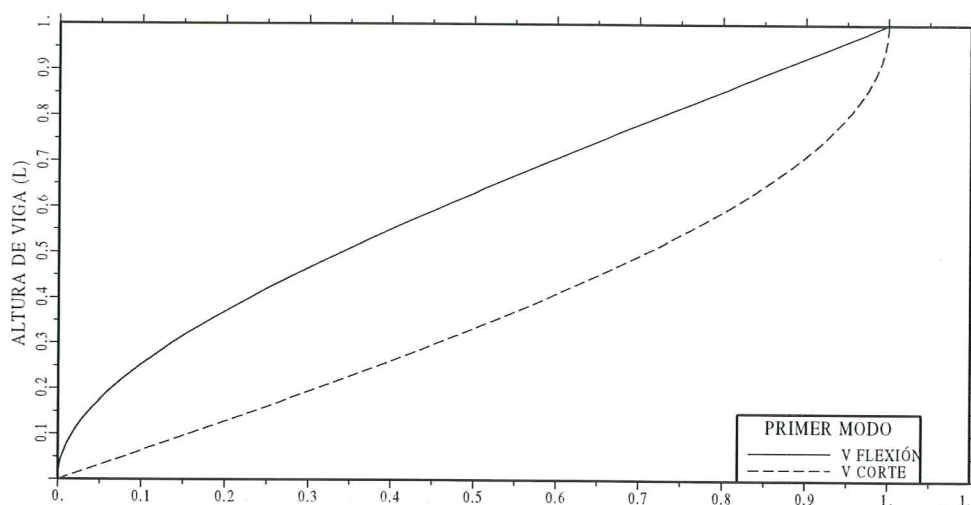
$$D_t = \frac{0.835}{W_1^2} A_d \quad (5.11)$$

En base a las ecuaciones (5.10) y (5.11) se encontrará el desplazamiento en el tope  $D_t$  para una estructura porticada con muros de cortante y se aplicará la metodología descrita en el capítulo 3 para calcular el índice de daño sísmico global.

### 5.4 DESPLAZAMIENTO LATERAL MÁXIMO $D_t$ , EN ESTRUCTURAS PORTICADAS CON MUROS DE CORTANTE

En la figura 5.3 se presenta el primer modo de vibración de una viga de flexión y de una viga de corte, normalizadas a la unidad en el tope del edificio. En la grafica se observa que la pendiente de la viga de flexión en la base es nula lo que no sucede con la viga de corte; por otra parte, en el tope del edificio se observa que la pendiente de la viga de corte es nula al contrario de la viga de flexión.

Lo indicado tiene por objetivo ilustrar el comportamiento de los edificios porticados con muros de cortante, en ellos se ve que en los primeros pisos es el



**Figura 5.3** Primer modo de vibración de una viga de flexión y una de corte, normalizado a la unidad, en el tope del edificio.

muro de cortante quien no permite que el pórtico se desplace lateralmente, en cambio en los últimos pisos se tiene el efecto contrario. Con ésta base se plantea que el desplazamiento máximo en el tope  $D_t$  de un edificio porticado con muros de cortante es un caso comprendido entre el desplazamiento lateral máximo de la viga de flexión y de la viga de corte. Por lo expuesto y con los resultados obtenidos,  $D_t$  puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$D_t = \left( 0.835 \frac{n_f}{n_t} + 1.274 \frac{n_c}{n_t} \right) \frac{A_d}{W_1^2} \quad (5.12)$$

siendo  $n_f$  el número de líneas resistentes de muros de cortante,  $n_c$  el número de líneas resistentes de columnas y  $n_t$  el número total de líneas resistentes de la estructura porticada con muros de cortante.

## 5.5 ESTRUCTURA ANALIZADA

En la figura 5.4 se presenta la geometría de la estructura porticada que se va a analizar ante los sismos de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour y el sismo de Loma Prieta del 89.10.18 registrado en Corralito. El pórtico tiene 10 pisos y dos luces de 6 m. cada una, con un muro de cortante en la parte central. El peso de cada piso se considera igual en todos los niveles y vale 70 T. La resistencia del hormigón utilizado es de 21 MPa y el acero tiene un límite de fluencia de 420 MPa.



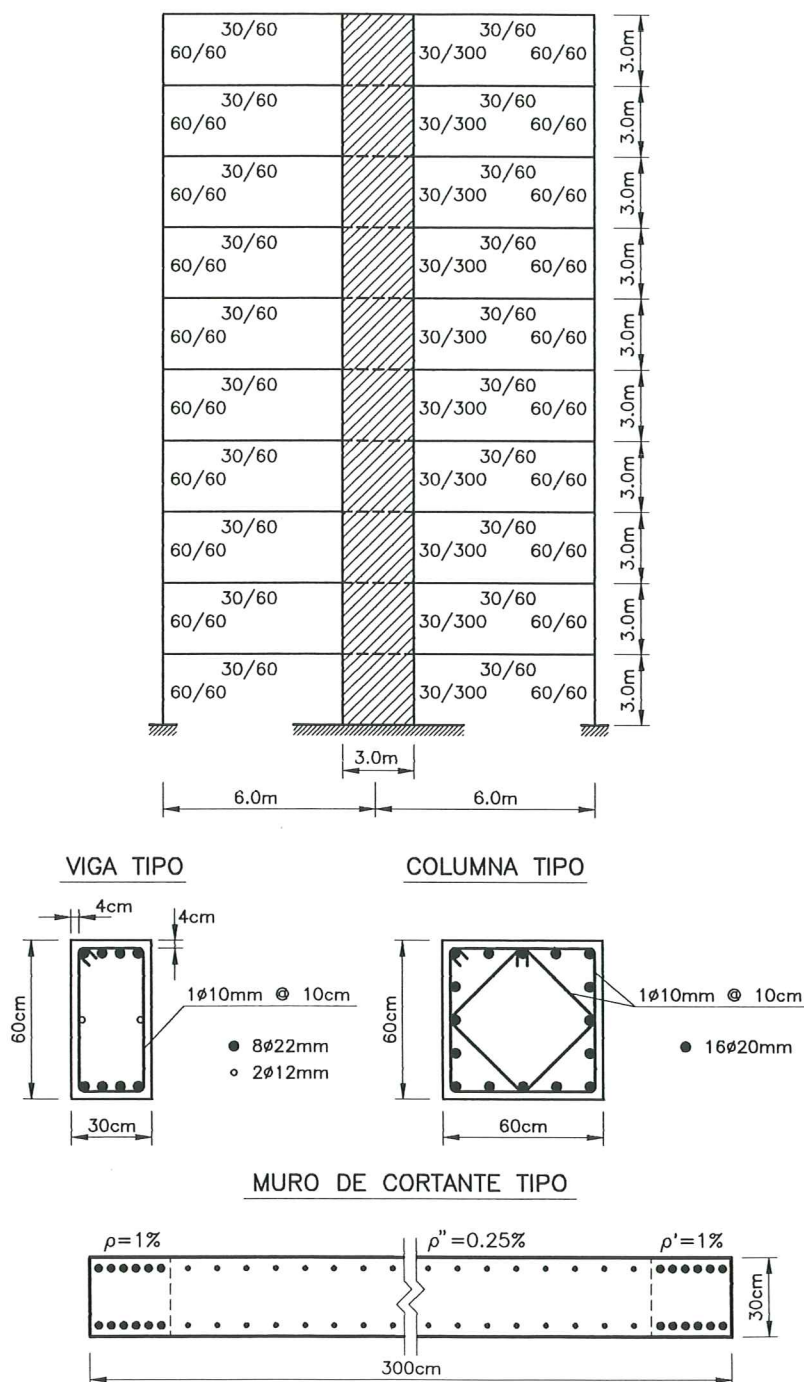
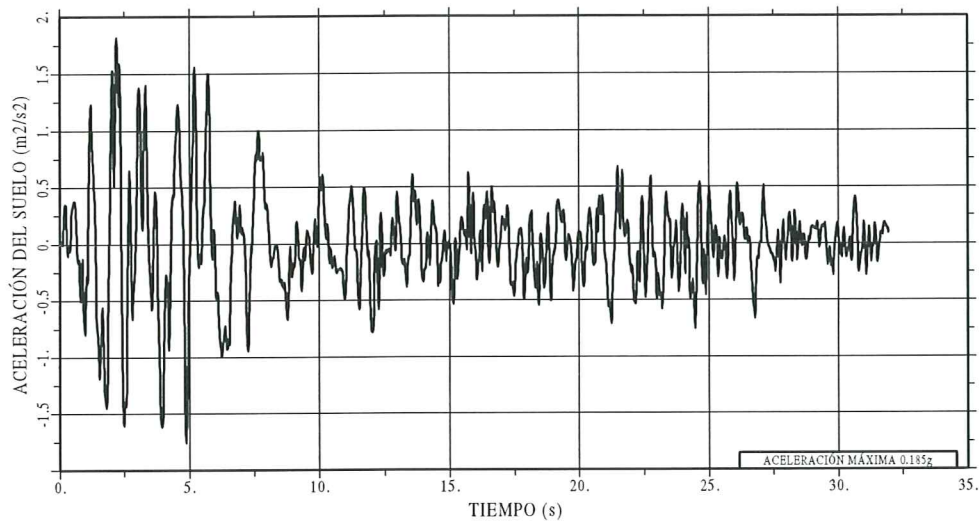
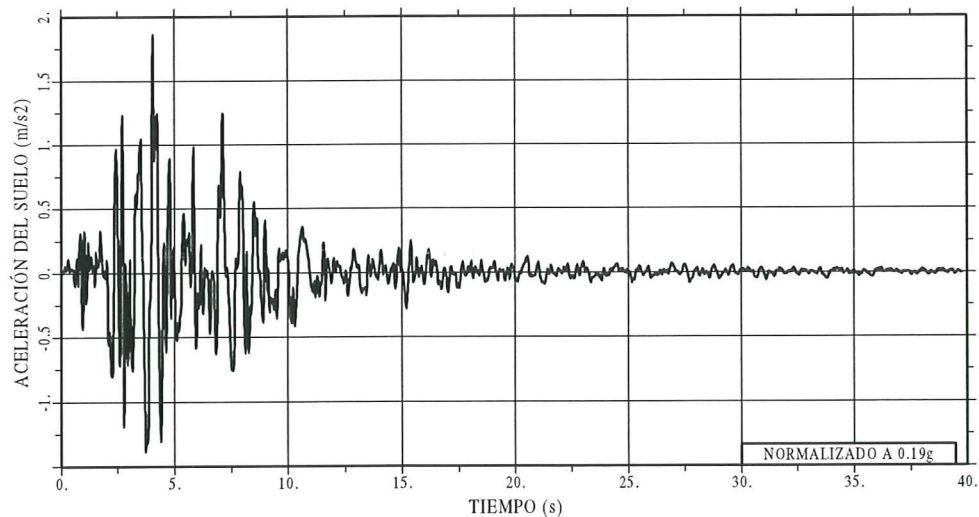


Figura 5.4 Geometría de la estructura porticada considerada.

Los acelerogramas utilizados para evaluar el daño sísmico utilizando el modelo de Park y Ang son los indicados en las figuras 5.5 y 5.6 para los sismos de Tokachi Oki y Corralito respectivamente. Estos acelerogramas han sido normalizados para diferentes valores de la aceleración máxima del suelo los mismos que se indican en el siguiente numeral cuando se presenten los resultados alcanzados.

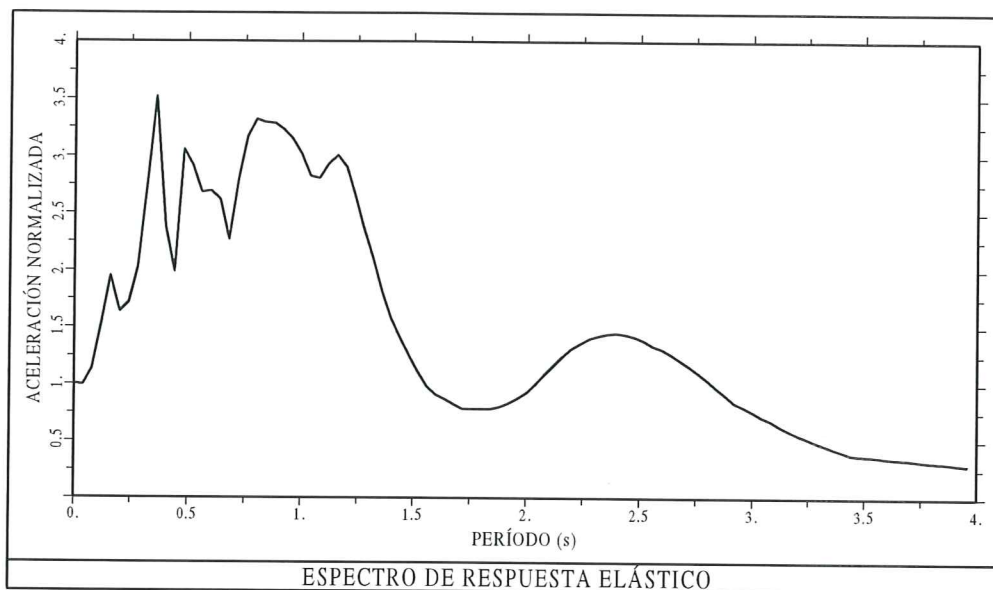


**Figura 5.5** Acelerograma del sismo de Tokachi Oki registrado en Hachinoe Harbour, 1968.

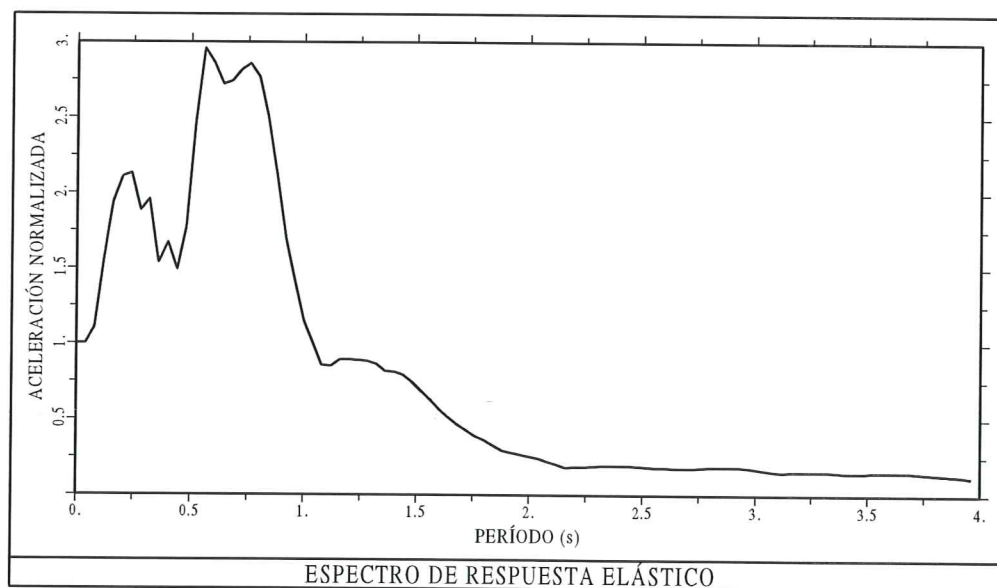


**Figura 5.6** Acelerograma del sismo de Loma Prieta registrado en Corralito, 1989.

Por otra parte, los espectros de respuesta que se utilizarán para calcular el daño sísmico utilizando la metodología propuesta, que se presentó en el capítulo 3, se indican en las figuras 5.7 y 5.8.



**Figura 5.7** Espectro de respuesta elástico para el sismo de Tokachi Oki del 16.05.68, para 5% de amortiguamiento.



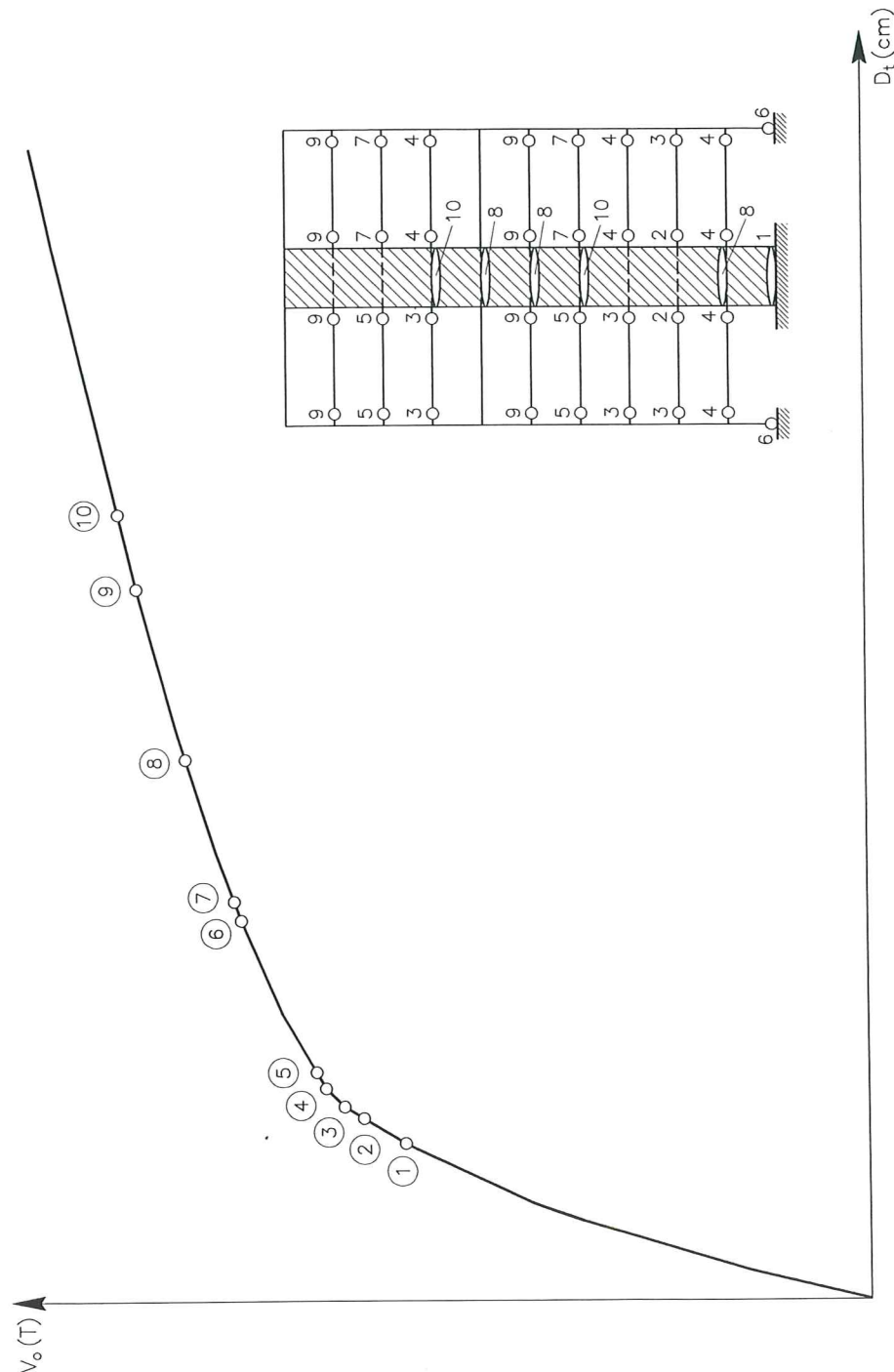
**Figura 5.8** Espectro de respuesta elástico para el sismo de Corralito del 18.10.89, para 5% de amortiguamiento.

### 5.5.1 Capacidad resistente de estructura analizada

Las columnas exteriores de la estructura porticada de 10 pisos que se analiza tienen doble estribo, con ello se consigue un mayor confinamiento lateral y ductilidad del elemento. Por otro lado, en el muro de corte se tiene una mayor cantidad de refuerzo longitudinal en los extremos del mismo ya que de ésta manera se obtiene una mayor resistencia y ductilidad.

Se ha utilizado el modelo trilineal para definir la relación esfuerzo defor-

mación del acero<sup>(7)</sup> y el modelo de Kent y Park<sup>(8)</sup> para el hormigón confinado. El tener doble estribo en las columnas incrementa la deformación útil del hormigón y es mayor el área bajo la curva esfuerzo-deformación luego de que se ha alcanzado la resistencia máxima en el hormigón, todo esto con relación al tener un solo estribo.



**Figura 5.9** Capacidad resistente de la estructura porticada de diez pisos utilizada en el estudio.

La primera articulación plástica se formó en la base del muro de cortante y posteriormente es en dicho punto donde se llega a la máxima capacidad resistente



a flexión en la estructura analizada, alcanzando así el colapso.

En la figura 5.9 se presenta la curva de capacidad resistente para la estructura porticada de diez pisos con un muro de cortante, que se analiza. Se han aplicado cargas laterales de igual magnitud en cada piso las mismas que se van incrementando monotónicamente hasta alcanzar el colapso. Es importante destacar que para obtener la curva que relaciona el cortante en la base con el desplazamiento lateral máximo en el tope del edificio se ha utilizado un análisis lineal elástico.

## 5.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En las figuras 5.10, 5.11 y 5.12 se indica el daño obtenido en la estructura estudiada para el sismo de Tokachi Oki normalizado desde 0.10 g. hasta 0.35 g. Los desplazamientos laterales máximos  $D_t$ , obtenidos del análisis no lineal y con la metodología propuesta tienen una diferencia en promedio del 14.2% para los casos presentados, porcentaje que se considera muy satisfactorio.

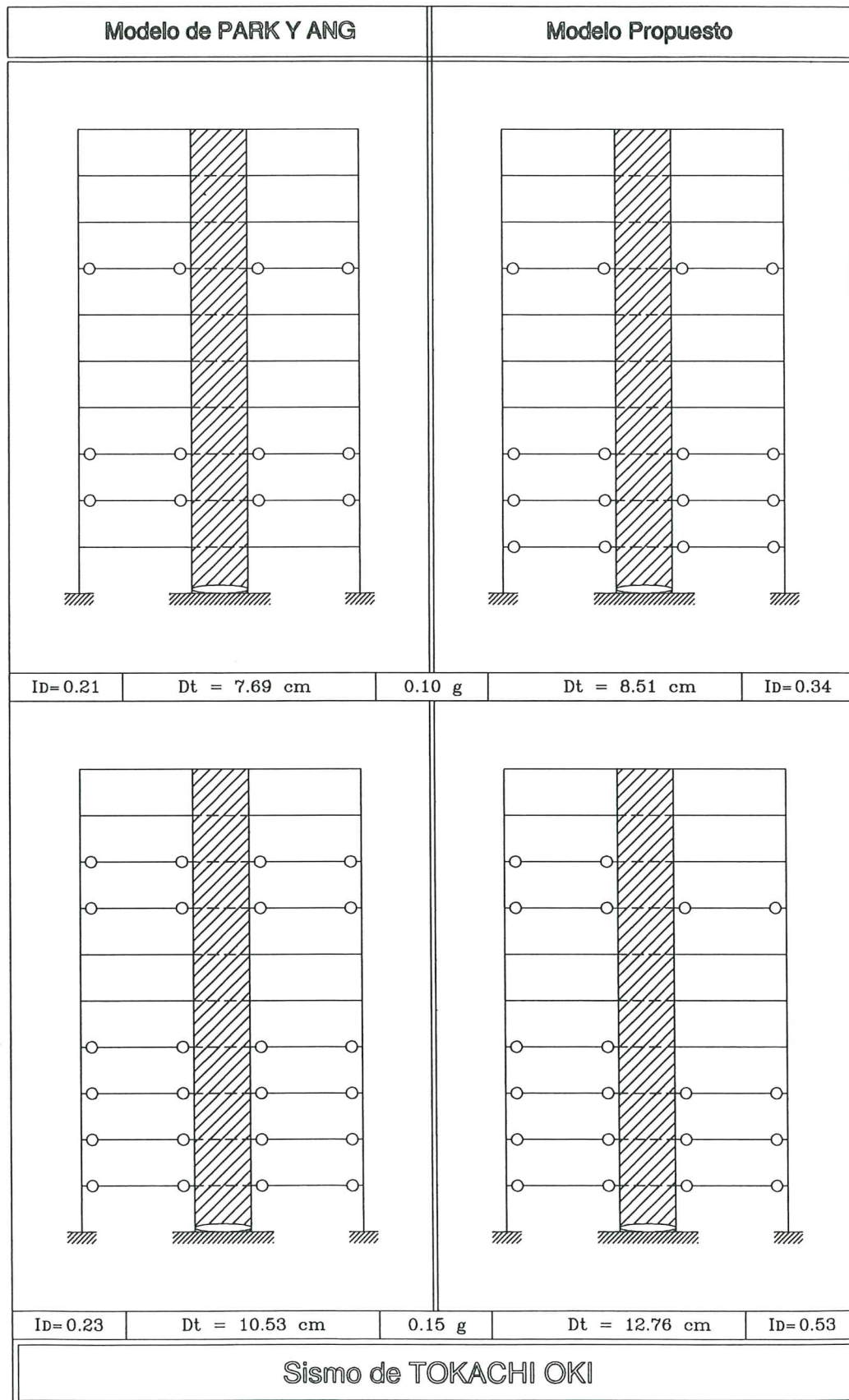
En la figura 5.10 se presentan los resultados hallados para el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.10 g. y a 0.15 g. De la mencionada grafica se aprecia que hay una gran aproximación en la descripción de las zonas dañadas utilizando las dos metodologías de cálculo. Lo propio se puede indicar para los resultados que se muestran en las figuras 5.11 y 5.12. En ésta última grafica se ve que el desplazamiento en el tope  $D_t$  para el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.30 g difiere entre los dos métodos de cálculo en menos del 1%, para el sismo normalizado a 0.35 g la diferencia es menor del 10%.

Se ha encontrado una mejor aproximación en los desplazamientos máximos en el tope de la estructura porticada con el sismo de Corralito. En efecto, la diferencia en el valor de  $D_t$  encontrado con las dos formas de cálculo es del 5.94%, en base a los resultados indicados en las figuras 5.13, 5.14 y 5.15.

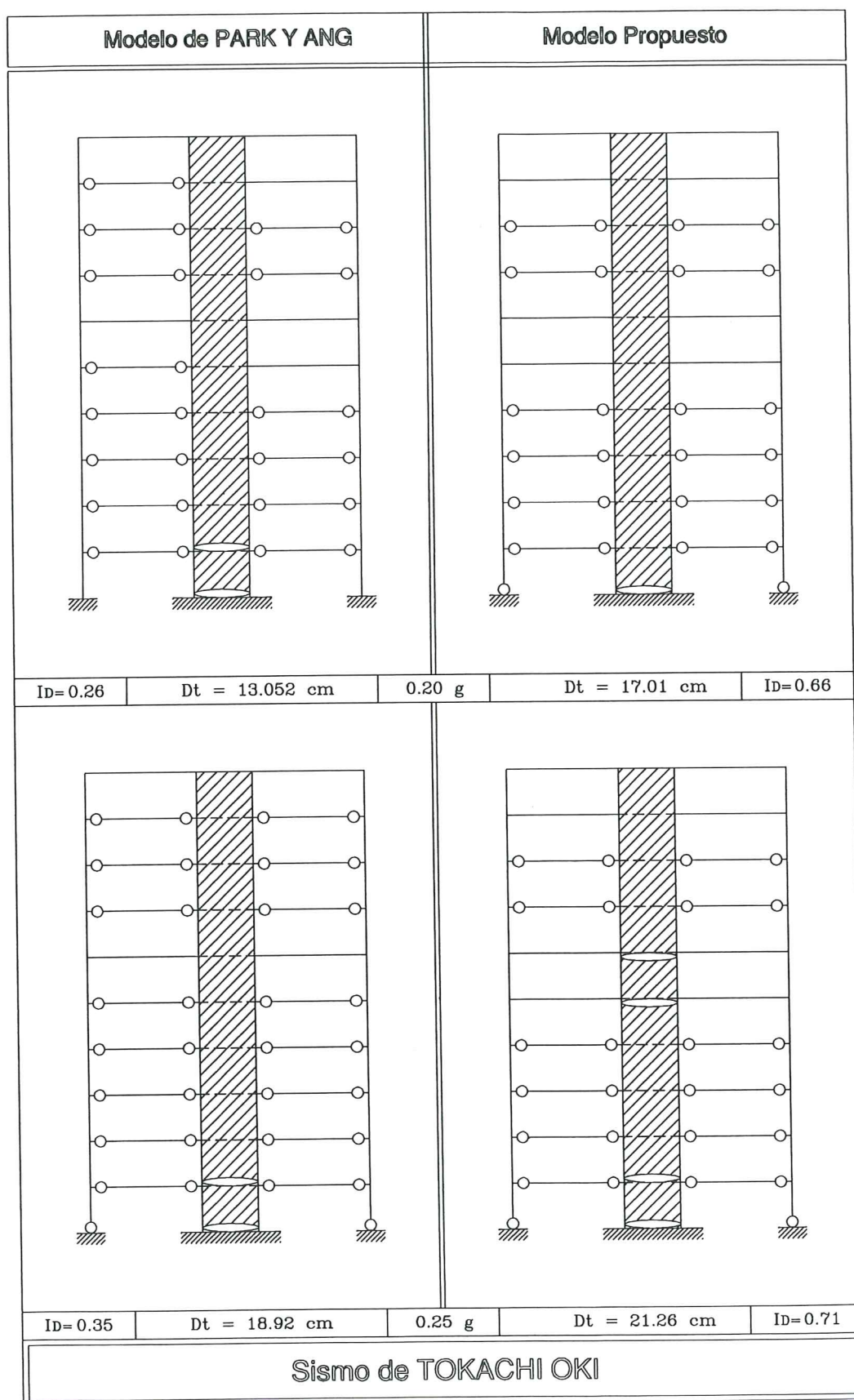
En la figura 5.13 se observan los resultados alcanzados para el sismo de Corralito normalizado a 0.20 g y 0.25 g. En el primer caso la diferencia en el desplazamiento  $D_t$  es del 0.3% y en el segundo caso del 3.4%, cantidades sumamente bajas que demuestran la eficiencia de la ecuación (5.12) que se ha propuesto para calcular el desplazamiento lateral máximo en el tope de un edificio porticado con muros de corte.

Nuevamente se observa en las figuras 5.13 a 5.15, una buena correlación en la determinación de las zonas que ingresan al rango no lineal con las dos metodologías de cálculo.

Con relación a los índices de daño global de la estructura se puede manifestar, que en la metodología propuesta un valor de daño mayor a 0.5 significa gran deterioro de la estructura y está asociado a valores de daño mayores que 0.2 con el modelo de Park y Ang.

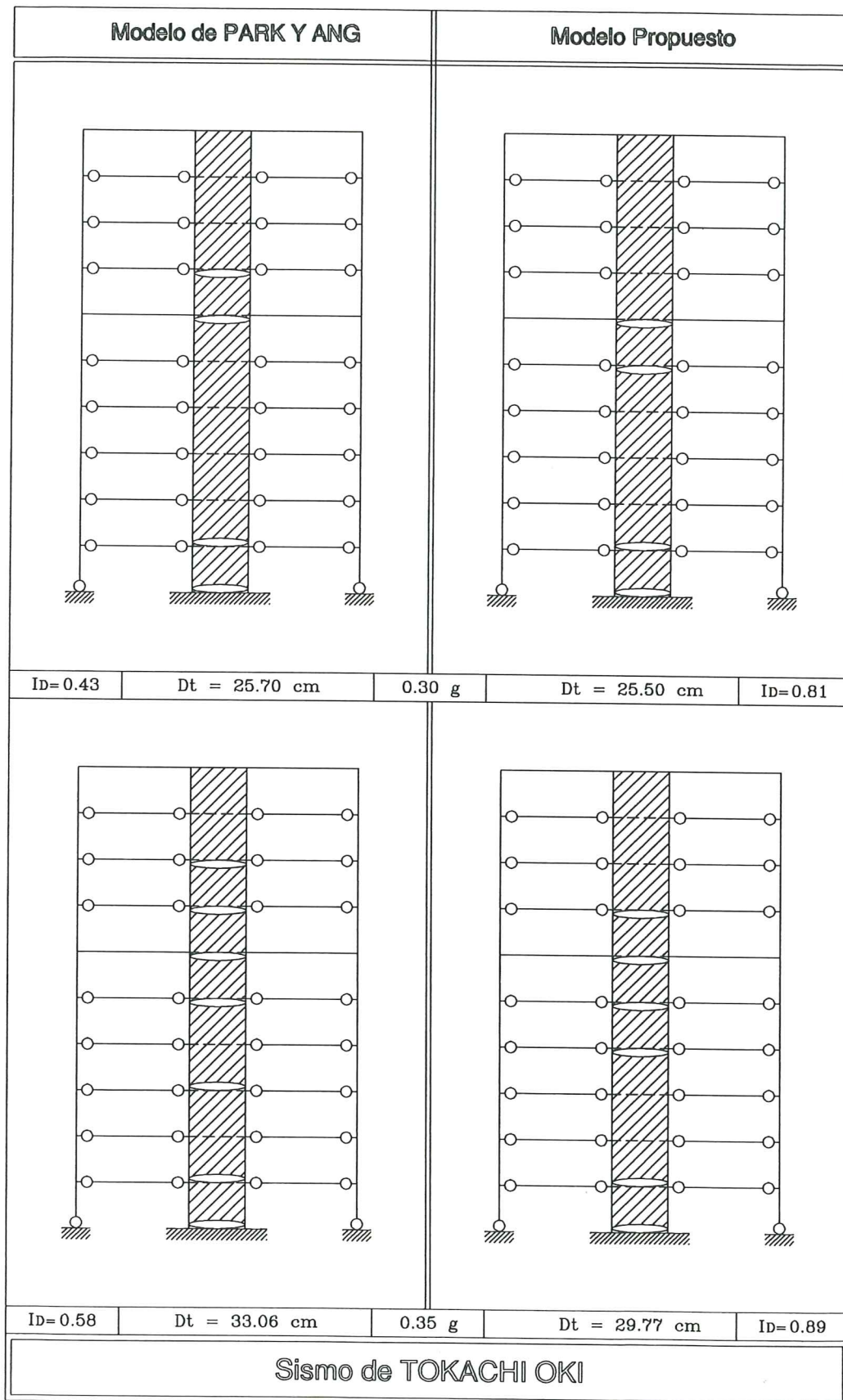


**Figura 5.10** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.10 g y 0.15 g.



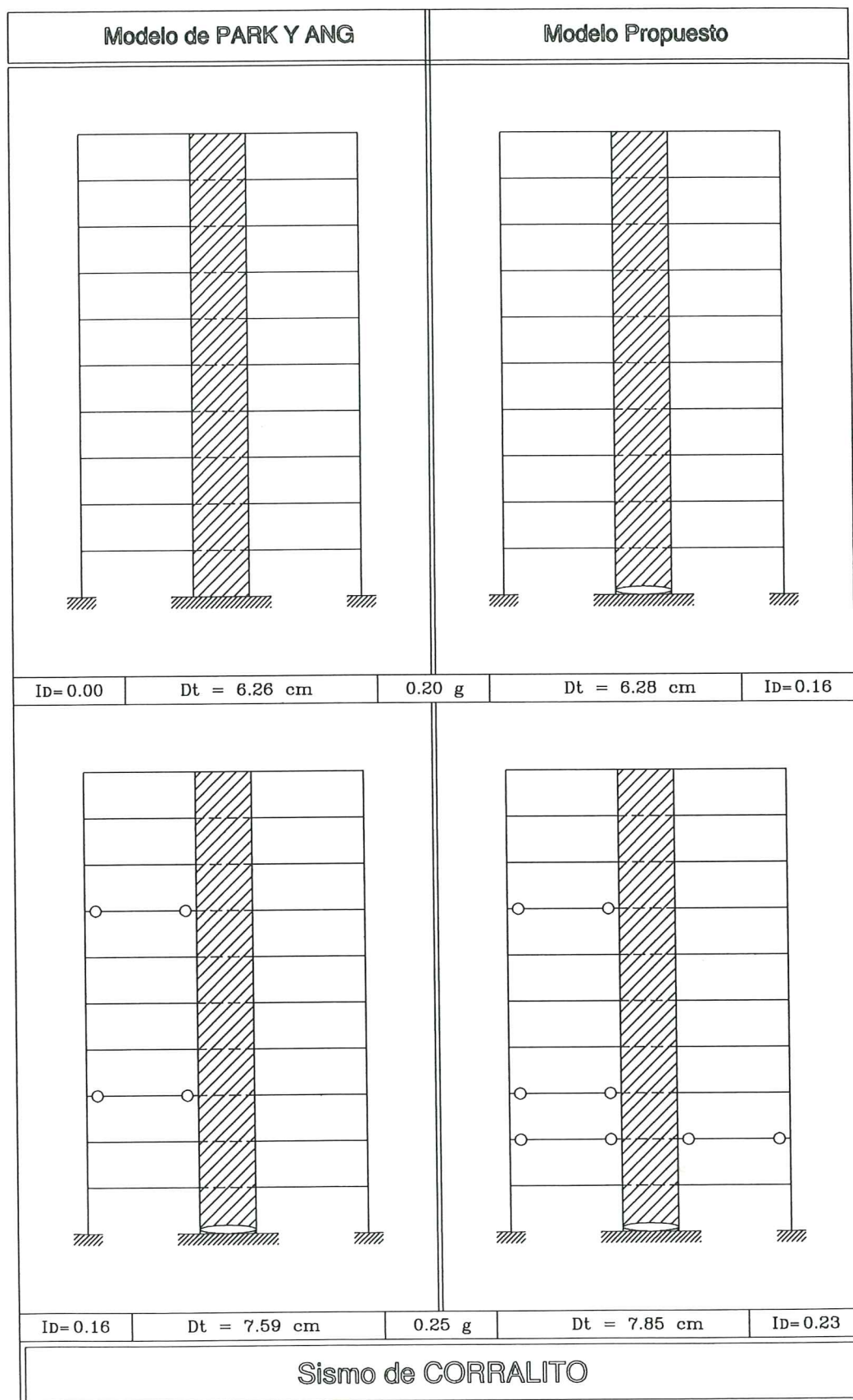
**Figura 5.11** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.20 g y 0.25 g.



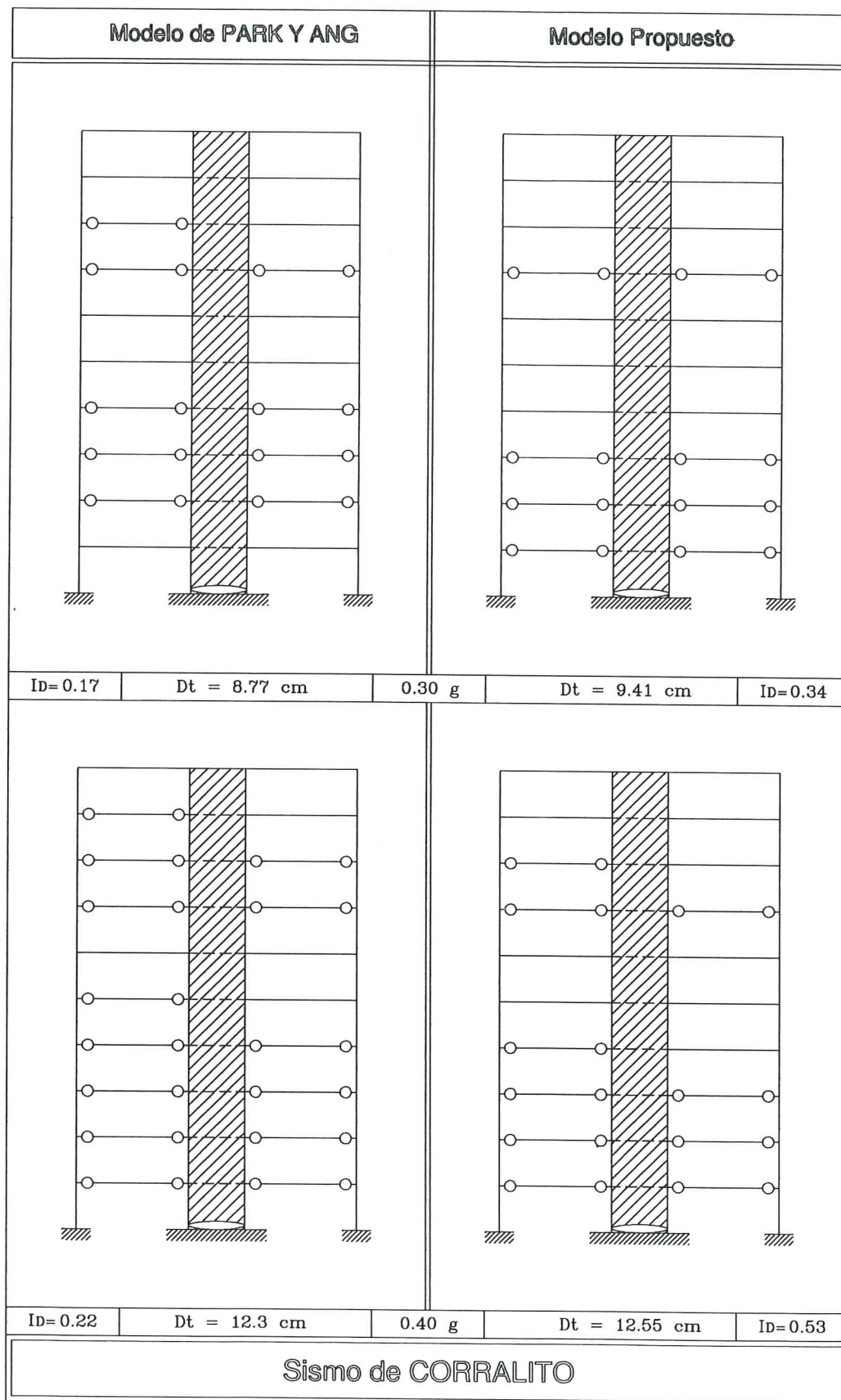


**Figura 5.12** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.30 g y 0.35 g.

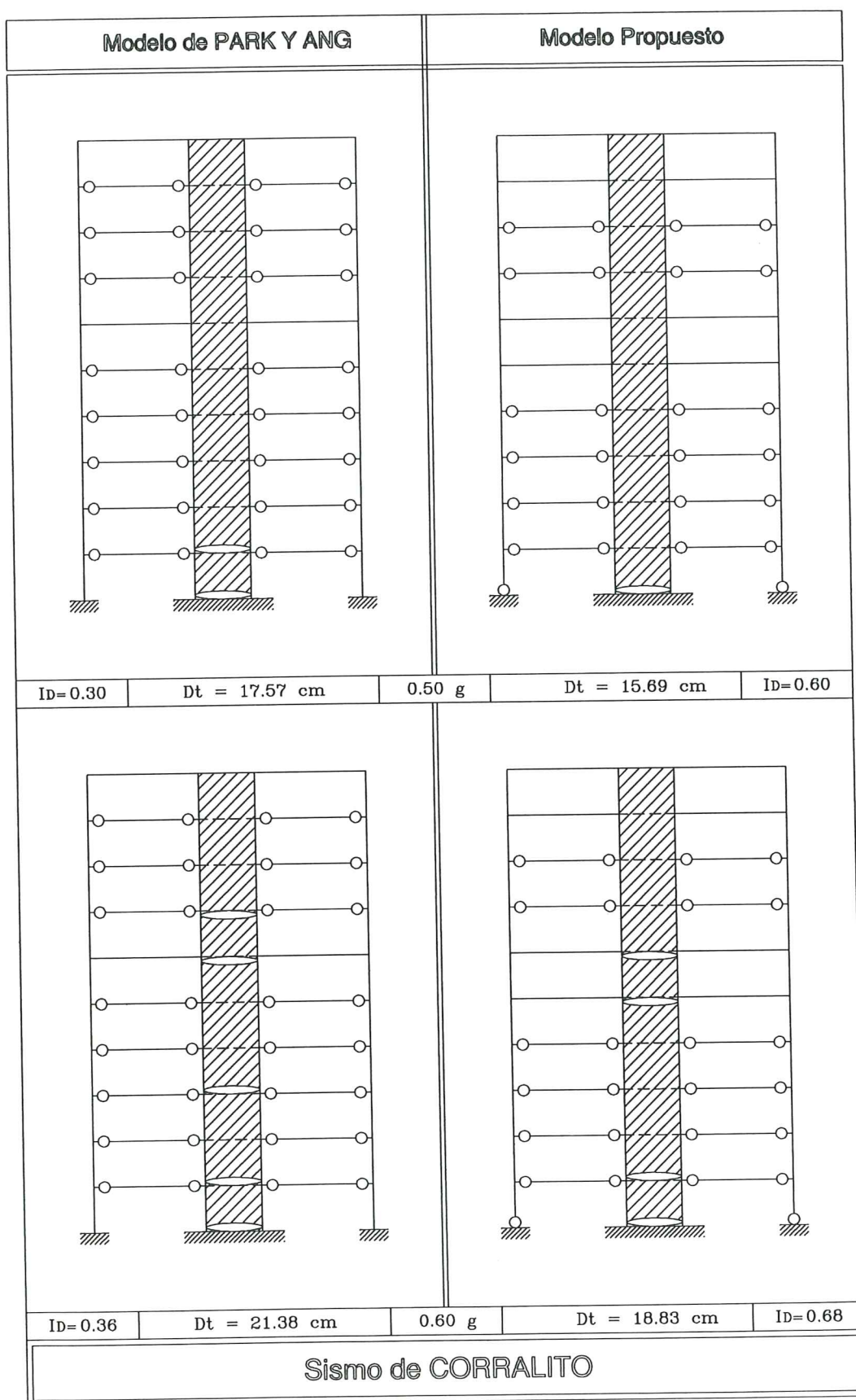




**Figura 5.13** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.2 g y 0.25 g.



**Figura 5.14** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.30 g y 0.40 g.



**Figura 5.15** Comparación del daño sísmico en la estructura porticada de diez pisos, ante el sismo de Corralito normalizado a 0.50 g y 0.60 g.

## REFERENCIAS

1. Y. J. Park, A. H-S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic Damage Analysis and Damage Limiting Design of R.C. Buildings ", *Structural Research Series*, Report N.- 516, University of Illinois at Urbana - Champaign, Urbana, 1984.
2. Y. Park, "Seismic Damage Analysis and Damage Limiting Design of R/C Structures", *Ph.D Thesis*, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1985.
3. Y. J. Park y A. H-S. Ang, "Mechanistic seismic damage model of reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111** (ST4), 722-739, 1985.
4. Y. J. Park, A. H. S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111**, 740-757, 1985.
5. S. Kunnath, A. Reinhorn, R. Lobo, *IDARC Version 3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*, National Center for Earthquake Engineering Studies, Technical Report NCEER92-0022, University of New York at Buffalo, 1992.
6. R. Aguiar, A. Barbat, J. Canas, "Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de Hormigón Armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE IS-22, 185 pp, Barcelona, 1997.
7. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, " High strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **104** (87), 1761-1773, 1978.
8. D. Kent y R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **97** ST7, 1969-1990, 1971.



## CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA

### Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numericos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1      *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2      *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almasa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3      *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4      *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5      *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN: 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6      *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, R. Aguiar 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7      *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango Gonzalez, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.
- IS-8      *Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base*, A.H. Barbat, N. Molinares, J. Rodellar, 124 pp., ISBN 84-87867-46-4, 1994.
- IS-9      *Análise estocástica da resposta sísmica nao-linear de estruturas*, A.M. F. Cunha, 199 pp., ISBN: 84-87867-47-2, 1994
- IS-10     *Definición de la acción sísmica*, A.H. Barbat, L. Orosco, J.E. Hurtado, M. Galindo, 122 pp., ISBN: 84-87867-448-0, 1994
- IS-11     *Sismología y peligrosidad sísmica*, J.A. Canas Torres, C. Pujades Beneit, E. Banda Tarradellas, 87 pp., ISBN: 84-87867-49-9, 1994
- IS-12     *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, F. Yépez, A.H. Barbat, J.A. Canas, 104 pp., ISBN: 84-87867-50-2, 1995
- IS-13     *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-57-X, 13 pp., 1995
- IS-14     *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, F. Yépez, A.H. Barbat y J.A. Canas, ISBN: 84-87867-58-8, 103 pp., 1995

- IS-15     *Diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado*, L. Bozzo, A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-59-6, 185 pp., 1995
- IS-16     *Modelo tridimensional de atenuación anelástica de las ondas sísmicas en la Península Ibérica*, J.O. Caselles, J. A. Canas, Ll. G. Pujades, R.B. Herrmann, ISBN: 84-87867-60-X, 119 pp., 1995
- IS-17     *Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, R. Aguiar ISBN: 84-87867-43-X, 99 pp., 1996
- IS-18     *Experimental study of a reduced scale model seismically base isolated with Rubber-Layer Roller Bearings (RLRB)*, D. Foti, J.M. Kelly ISBN: 84-87867-82-0, 112 pp., 1996
- IS-19     *Modelos de evaluación del comportamiento sísmico no lineal de estructuras de hormigón armado*, F. Yépez Moya ISBN: 84-87867-80-4, 96pp., 1996
- IS-20     *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, F. Yépez Moya, A.H. Barbat, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-81-2, 1996
- IS-21     *Modelización de la peligrosidad sísmica. Aplicación a Cataluña*, J.A. Canas, J.J. Egozcue, J. Miquel Canet y A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-83-9, 101pp., 1996
- IS-22     *Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de hormigón armado*, R. Aguiar, A.H. Barbat and J. Canas, ISBN: 84-87867-96-0, 173pp., 1997

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.