

# MODELO DINÁMICO DEL PROCESO SECUNDARIO DE DEPURACIÓN DE AGUAS RESIDUALES URBANAS

MANUEL GIL RODRÍGUEZ

*Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Universidad Politécnica de Madrid  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Ingeniería Sanitaria y Ambiental  
Ciudad Universitaria s/n, 28040 Madrid, España  
Tel: + 34-91-336 66 86, Fax: + 34-91-637 77 19  
E-mail: mangilro@santandersupernet.com*

## RESUMEN

En este trabajo se presenta la metodología de la obtención de las ecuaciones que describen el tratamiento secundario de plantas depuradoras de aguas residuales urbanas.

Se muestra la cinética de la reacción de biodegradación en la que se propone la introducción de la edad de lodos en la tasa máxima de crecimiento, para generalización desde el proceso clásico de lodos activos hasta la aireación extendida.

En este trabajo se muestra la aplicación de balances de materia e hipótesis de trabajo para la obtención de las ecuaciones que describen el comportamiento del reactor aerobio y del sedimentador secundario, introduciendo las hipótesis del mecanismo de separación y de los lodos y la determinación de los volúmenes de las zonas de clarificación y sedimentación del clarificador final.

Se muestra gráficamente el resultado de una simulación del proceso con el modelo matemático aquí presentado.

### **Palabras clave:**

Modelización, aguas residuales, lodos activos, tratamiento secundario, reactor aerobio, digestor aerobio, sedimentador secundario, clarificador final.

## DYNAMIC MODEL OF SECONDARY PROCESS OF URBAN WASTEWATER TREATMENT PLANTS

### SUMMARY

This paper presents the methodology for obtaining equations which describe the secondary treatment of urban wastewater treatment plants.

The kinetics of the biodegradation reaction are shown, and a proposal is made to include the sludge age in the maximum specific growth rate, in order to generalize from the classic process of activated sludge to that of extended aeration.

The application of a mass balance to the aerobic reactor is shown, in order to obtain equations which describe its behavior.

Recibido: Marzo 1997

We will introduce a working hypothesis of the sludge settling mechanism to determine volumes of clarification and sedimentation zones of the final clarifier, in order to obtain equations describing it.

A graphic demonstration is provided with the results of activated sludge process simulation using the mathematical model presented here.

**Key words:**

Modelisation, wastewater, activated sludge, secondary treatment, aerobic reactor, aerobic digester, secondary decanter, final clarifier.

## CINÉTICA DE REACCIÓN DE BIODEGRADACIÓN

Las plantas depuradoras se diseñan para reducir las materias polucionantes de las aguas residuales hasta los límites máximos legales permitidos de vertidos, 20 mg/L de Demanda Bioquímica de Oxígeno, la misma cantidad de Sólidos en Suspensión y 40 mg/L de Demanda Química de Oxígeno.

Las aguas residuales urbanas tienen una composición semejante a la que se presenta en la Tabla I.

Polución (mg/L)	Débil	Media	Fuerte
DBO <sub>5</sub>	110	220	400
COD	250	500	1000
SS	100	220	350
SSV	80	165	275
N. orgánico	8	15	35
Amonio	12	25	50
P. orgánico	1	3	5
P. inorgánico	3	5	10

Tabla I. Características de las aguas residuales de E.U.A. (6)

El tratamiento primario de las plantas depuradoras de aguas residuales se utiliza para separar sólidos gruesos, coloidales precipitables, flotantes y grasas.

El tratamiento terciario separa sustancias disueltas ya por precipitación, coagulación, floculación, microfiltración, ultrafiltración, nanofiltración, ósmosis inversa, cambio iónico y adsorción, entre otras operaciones de separación de materias.

El tratamiento secundario es el proceso más eficiente para separar materias orgánicas disueltas de las aguas residuales urbanas. Consiste en que una comunidad de microorganismos, asentados en flóculos, partículas que constituyen los lodos activos, asimilan aerobicamente la materia orgánica del influente, produciéndose nuevos microorganismos, compuestos inorgánicos y agotando la materia orgánica de las aguas; los lodos activos se separan aparte por sedimentación, retomando al reactor aerobio la mayor parte de los lodos sedimentados, para metabolizar nueva materia orgánica influente, como se muestra en la Figura 1.

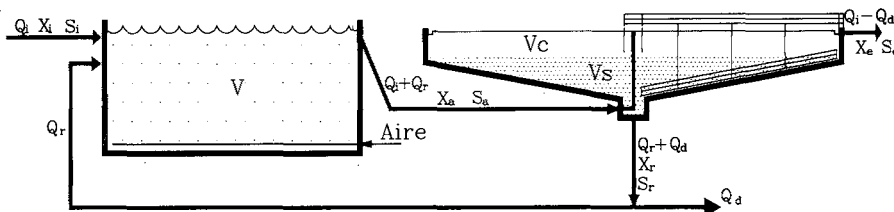
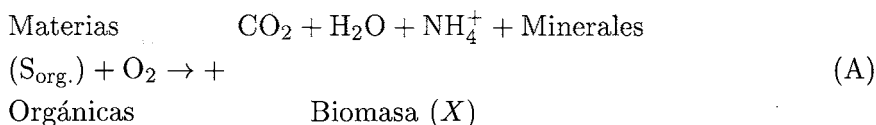


Figura 1. Esquema del proceso de lodos activos

La reacción de biodegradación aeróbica se expresa como



siendo  $S_{\text{org}}$  el sustrato orgánico biodegradable (mg/L de DBO) y  $X$  los lodos activos (mg/L de SS).

La concentración del sustrato orgánico se determina, por medida de la Demanda Bioquímica de Oxígeno y los lodos activos por la determinación de Sólidos en Suspensión.

La reacción (A) es autocatalítica, siendo los lodos activos el catalizador que facilita la oxidación del sustrato orgánico generado en la propia reacción. Sin lodos activos la oxidación bioquímica del sustrato orgánico no podría transcurrir.

La reacción (A) es una reacción lenta, condicionada por el estado del sistema, las concentraciones de las sustancias implicadas, la forma de ponerse en contacto las sustancias reaccionantes y la temperatura.

La velocidad de la reacción (A), como variación relativa de poblaciones de seres vivos está dada por la contribución de las tasas de crecimiento menos la de degradación

$$\frac{dX}{X \cdot dt} = \mu - K_d \tag{1}$$

donde  $d$  es el operador derivado,  $t$  el tiempo (h),  $\mu$  la tasa de crecimiento ( $\text{h}^{-1}$ ) y  $K_d$  la constante de degradación ( $\text{h}^{-1}$ ).

En condiciones de ausencia de factores limitantes,  $\mu$  y  $K_d$  serían constantes, la ecuación 1 conduce a un crecimiento exponencial de los lodos activos.

$$X = X_0 e^{(\mu - K_d) \cdot t} \tag{2}$$

Las plantas depuradoras se diseñan para agotar el sustrato orgánico en el reactor biológico, que se encontrará en un valor lo suficiente bajo para que su vertido a esa concentración en los cauces naturales no los altere, tendencia al *vertido de nula perturbación*, en esas condiciones la baja concentración del sustrato limita la progresión de la reacción (A). Jérôme Monod introdujo la siguiente expresión de la tasa de

crecimiento para condiciones de sustrato limitante

$$\mu = \mu_M \cdot \frac{S}{S + K_S} \quad (3)$$

siendo  $\mu_M$  la tasa máxima de crecimiento y ( $h^{-1}$ )  $K_S$  la constante de semisaturación (mg/L).

Definida así la tasa de crecimiento, implica que la ecuación (1) es de orden variable según la concentración de sustrato orgánico presente. A concentraciones elevadas de  $S$ ,  $\mu$  se convierte en  $\mu_M$  y la ecuación (1) es de primer grado, originando crecimiento exponencial de lodos. Para concentraciones de sustrato muy bajas la ecuación (1) tiende también a orden 1, pero con crecimiento exponencial negativo, conducente a un cultivo mínimo estable, con mecanismo de *metabolismo endógeno*, en equilibrio de redisolución de microorganismos muertos asimilados por los viables, por carecer de sustrato externo metabolizable.

La ecuación (3) se generaliza para otros compuestos limitantes del crecimiento, como son oxígeno, nitrógeno y fósforo principalmente, se tiene

$$\mu = \mu_M \cdot \frac{S}{S + K_S} \cdot \frac{O}{O + K_O} \cdot \frac{N}{N + K_N} \cdot \frac{P}{P + K_P} \quad (4)$$

en donde  $O$ ,  $N$  y  $P$  representan sus concentraciones y  $K_S$ ,  $K_N$  y  $K_P$  sus constantes de semisaturación asociadas.

La composición de las aguas residuales urbanas contienen los nutrientes ( $N$  y  $P$ ) y micronutrientes necesarios, en concentraciones superiores a las limitaciones para el progreso de la reacción ( $A$ ), por lo que sus funcionalidades tienden a 1, siendo limitada la reacción de biodegradación únicamente por el sustrato orgánico, materia carbonada y oxígeno. El oxígeno disuelto en el reactor biológico está regulado, manteniéndose su concentración constante en el entorno de 1,5 mg/L, según el proceso. Su concentración puede ser más baja, limitando la reacción ( $A$ ), por haberlo provocado el operador de planta a causa de determinadas incidencias, siendo frecuente por la formación de espumas a causa de presencia de concentraciones altas de detergentes. El efecto de la concentración de oxígeno si es aceptablemente constante queda englobado en  $\mu_M$ , si es variable es necesario tener su dependencia tal como indica la ecuación (4).

La estequiometría de la reacción ( $A$ ) indica que el aumento de la concentración de lodos activos por la reacción de biodegeneración es proporcional a la disminución del sustrato utilizado

$$\frac{dX}{dt} = -Y \cdot \frac{dS}{dt} \quad (5)$$

siendo  $Y$  el rendimiento de producción de lodos a expensas del sustrato consumido, (lodos formados/sustrato utilizado)

$$Y = -\frac{\Delta X}{\Delta S} \quad (6)$$

La variación de sustrato utilizado al ponerse en contacto con lodos activos de composición  $X$  será

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{Y} \cdot X \tag{7}$$

La influencia de la temperatura en la tasa máxima de crecimiento  $\mu_M$  para la inmensa mayoría de las reacciones sigue la ley de Arrhenius y Levenspiel

$$\mu_M = \mu_{20} e^{-\frac{\Delta E}{R \cdot T}} \tag{8}$$

siendo  $\mu_{20}$  la tasa máxima de crecimiento a 20 °C,  $e$  la base de los logaritmos neperianos,  $\Delta E$  energía de activación (cal/mol),  $R$  constante de los gases (1,9872 cal/°K · mol) y  $T$  temperatura absoluta (°K).

En la práctica común de la Ingeniería Sanitaria, Hernández, la ecuación de Arrhenius se simplifica a

$$\mu_T = \mu_{20} \cdot \phi^{T-20} \tag{9}$$

Con  $\phi$  1,11 para temperaturas entre 5 y 15 °C y 1,047 para temperaturas de 15 a 30 °C.  $T$  en esta ecuación representa la temperatura centígrada,  $\mu_{20}$  cuantifica la biodegradabilidad aeróbica del agua residual a la temperatura de referencia de 20 °C.

La Tabla II presenta los valores de las constantes cinéticas de procesos de depuración de aguas residuales urbanas.

$\mu_M$ (d <sup>-1</sup> )	$K_s$ (mg/L)	$Y$	$K_d$ (mg/L)	Base
0,6	12-80	0,38-0,67	0,01-0,014	BOD (22)
1,7	43-223	0,31-0,35	0,016-0,068	COD
6	100	0,5-0,67	0,048-0,55	BOD (18)
3,75	22	0,67	0,07	COD
1,43-13,2	25-120	0,42-0,75	0,04-0,075	BOD (24)
3,2-3,75	22-60	0,4-0,67	0,07-0,09	COD

Tabla II. Constantes cinéticas de aguas residuales domésticas

En la Tabla III se muestran datos de constantes cinéticas de bacterias específicas de depuradoras de aguas residuales urbanas.

	$\mu_M$ (d <sup>-1</sup> )	$K_s$ (mg/L)	$Y$	$K_d$ (mg/L)
Zooglea ramigera	5,5	0,3	0,51	0,08
Sphaerotilus natens	6,5	10,0	0,53	0,05
Halis. hydrossis	1,2	8	0,59	0,06
Escherichia coli	25,2	15,0	0,66	0,06

Tabla III. Constantes cinéticas de bacterias asociadas a procesos de tratamiento de aguas residuales (15)

En las plantas depuradoras de aguas residuales urbanas, la reacción (A) se lleva a cabo en el tratamiento secundario, compuesto de reactor aerobio y sedimentador o decantador secundario, también llamado clarificador final, tal como se indica en la Figura 1.

La reacción de biodegradación (A) transcurre únicamente en el reactor biológico, en donde se ponen en contacto, el contenido del reactor de composición  $S_a$ , sustrato del reactor  $X_a$ , lodos activos de reactor, con el caudal de entrada  $Q_i$ , de composición  $S_i$  y  $X_i$  y con el caudal de recirculación  $Q_r$  de composición  $S_r$  y  $X_r$  y oxígeno aportado por aireación. El volumen del reactor aerobio ha de ser de tamaño suficiente para que el sustrato biodegradable remanente, no supere 20 mg/L de DBO.

El decantador recibe la salida del reactor aerobio, provocando que los lodos activos decanten y salgan por la corriente inferior. El agua clarificada con caudal  $Q_i - Q_d$ , de composición en sólidos suspendidos  $X_e$  y sustrato orgánico  $S_e$ , constituye el efluente de la planta que se vierte directamente a los cauces naturales. El diseño del sedimentador ha de conseguir que la composición de sólidos en suspensión en la corriente clarificada sea también de 20 mg/L como máximo. La corriente de sedimentación transportará los lodos, de los que se retorna  $Q_r$  al reactor biológico y  $Q_d$  se desecha para tratamiento posterior de su estabilización.

La corriente  $Q_d$ , purga de lodos, determina el tiempo de residencia de los lodos en el sistema denominado comúnmente edad de lodos

$$\theta = \frac{V \cdot X_a + V_s \cdot X_r}{24 \cdot Q_d \cdot X_r} \quad (10)$$

siendo  $V$  volumen del reactor aerobio y  $V_s$  volumen del sedimentador ocupado por lodos.

Fracción de lodos del sistema entre la cantidad de lodos retirados por día, se expresa comúnmente sin tener en cuenta los lodos del sedimentador en las zonas de clarificación y sedimentación, ni los lodos contenidos en las tuberías.

Edades de lodos inferiores a 5 días tienen una tasa de crecimiento alta, producen lodos constituidos por flóculos insignificantes (*pinpoint flocs*) que decantan mal. Lodos con mayor edad producen flóculos grandes de hasta 2 mm de diámetro, con buenas propiedades de sedimentabilidad, pero con menor tasa de crecimiento. Si no se retirasen los lodos del sistema, se tendrían lodos de muy alta edad y alta concentración de lodos en el sistema, recibiendo esta modalidad el nombre de *aireación extendida* aplicándose esta variante a depuradoras de pequeñas comunidades, que evitan instalaciones de tratamiento de lodos, a expensas de aumentar el tamaño del reactor aerobio, ya que lodos viejos tienen menor actividad, expresada por la ecuación (11).

Se propone la siguiente expresión para el cálculo de la tasa máxima de producción de lodos activos en función de la edad de lodos

$$\mu_M = \mu_0 \cdot e^{-\alpha \cdot \theta} + \mu_\infty \quad (11)$$

siendo  $\mu_0$  y  $\mu_\infty$  las tasas de crecimiento límites a edades 0 e infinito, determinándose experimentalmente en depuradoras que operan a diferentes edades de lodos.

La edad de lodos también se relaciona con otro parámetro importante, la relación  $F/M$ , alimento a microorganismos. Este parámetro se conoce como carga orgánica y representa la cantidad diaria de sustrato orgánico a tratar en relación a la cantidad de lodos activos contenidos en el reactor biológico

$$F/M = \frac{24 \cdot Q_i \cdot S_i}{V \cdot X_a} \tag{12}$$

Como se indica en la Tabla IV, para climas suaves se opera con carga orgánica de aproximadamente 0,4. Es un parámetro que controla el operador de planta, teniendo gran importancia en las propiedades de sedimentabilidad de los lodos generados y en la tasa de crecimiento.

	Proceso convencional de lodos activos	Aireación extendida
Edad de lodos (días)		
Para ambiente cálido	3-6	10-20
Para ambiente templado	5-10	20-30
Para ambiente frío	10-15	> 30
Relación F/M (kg DBO <sub>5</sub> /kg VSS-día)		
Para ambiente cálido	0,4-0,6	0,2-0,25
Para ambiente templado	0,3-0,5	0,1-0,2
Para ambiente frío	0,2-0,4	< 0,1
Tiempo de retención hidráulica (horas)	3-8	12-36
MLSS (mg/L)	2000-3500	3000-5000
MLVSS/MLSS	0,7-0,85	0,5-0,7
DBO <sub>5</sub> /MLVSS	0,55-0,70	0,4-0,65
kg VSS/kg DBO <sub>5</sub> utilizado	0,45-0,55	0,30-0,35
kg SS/kg DBO <sub>5</sub> utilizado	0,9	0,65
kg O <sub>2</sub> /kg DBO <sub>5</sub> utilizado	0,6-1,2	1,2-1,4

Tabla IV

### Modelo matemático del reactor biológico

Las expresiones matemáticas de las concentraciones de sustrato orgánico y de los lodos en suspensión que salen del reactor biológico y del sedimentador constituyen el modelo matemático del sistema.

El reactor biológico se considera *reactor continuo de mezcla perfecta*, caracterizado por homogeneidad de composición química en todos sus puntos, lo que implica que la corriente de entrada y la corriente de recirculación, al entrar al reactor se mezclen perfectamente con el contenido del reactor instantáneamente, por lo que la salida del reactor biológico al estar perfectamente mezclado, tendrá exactamente la misma

composición que el contenido del reactor. Esta descripción está próxima a la realidad ya que el contenido del reactor biológico está fuertemente aerado, siendo frecuente que existan turbinas sumergidas de reforzamiento de mezclado.

Para el cálculo de la concentración de sustrato del reactor biológico se procede por aplicación de un balance de materia al reactor global, Levenspiel, por considerarlo de mezcla homogénea.

El sustrato que entra al reactor en un diferencial de tiempo  $dt$  es

$$\text{Entrada} = (Q_i \cdot S_i + Q_r \cdot S_r) \cdot dt \quad (13)$$

La salida de sustrato del reactor en el mismo diferencial de tiempo es

$$\text{Salida} = (Q_r + Q_i) \cdot S_a \cdot dt \quad (14)$$

La desaparición de materia biodegradable por reacción bioquímica en el reactor biológico de volumen  $V$  en el mismo  $dt$  es

$$\text{Desaparición} = \frac{\mu_M \cdot \phi^{T-20}}{Y} \cdot \frac{S_a}{S_a + K_s} \cdot X_A \cdot V \cdot dt \quad (15)$$

La acumulación de sustrato orgánico en el reactor por cambio de concentración en el mismo intervalo de tiempo es

$$\text{Acumulación} = V \cdot dS_a \quad (16)$$

La acumulación del sustrato orgánico en el reactor aerobio es la suma del sustrato contenido en las entradas menos el que sale del reactor y menos el que desaparece por la reacción de biodegradación. De las ecuaciones (13), (14), (15) y (16) se obtiene

$$\frac{dS_a}{dt} = \frac{Q_i \cdot (S_i - S_a) + Q_r \cdot (S_r - S_a)}{V} - \frac{\mu_M \cdot \phi^{T-20}}{Y} \cdot \frac{S_a}{S_a + K_s} \cdot X_a \quad (17)$$

Procediendo del mismo modo con relación a los lodos generados en el reactor biológico se llega a

$$\frac{dX_a}{dt} = \frac{Q_i \cdot (X_i - X_a) + Q_r \cdot (X_r - X_a)}{V} + \left( \mu_M \cdot \phi^{T-20} \cdot \frac{S_a}{S_a + K_s} - K_d \right) \cdot X_a \quad (18)$$

Las ecuaciones (17) y (18) constituyen el modelo matemático del reactor biológico.

En la Tabla IV se indican los parámetros clásicos de diseño y operación del proceso convencional de lodos activos y de aireación extendida según Derin.



**Modelo matemático del sedimentador secundario**

La investigación realizada para obtener las ecuaciones, que describen el comportamiento dinámico de los sedimentadores secundarios (3) es compleja (16) con frecuencia requieren cálculos gráficos y en gran extensión se refieren a consideraciones de estado estacionario. Un ejemplo es el estudio extensivo de la E.P.A. (8). Desde Pflanz en 1969 se admitió que en estado estacionario la concentración de sólidos en suspensión de la corriente de clarificación era proporcional a la cantidad de lodos que entran al sedimentador e inversamente proporcional a la sección A del sedimentador

$$X_e^\circ = K \cdot \frac{Q_i^\circ + Q_r^\circ}{A} \cdot X_a^\circ \tag{19}$$

El signo ° denota condiciones de estado estacionario. En base a esta hipótesis se obtuvieron las ecuaciones dinámicas del sedimentador desde los trabajos de Hamalainen en 1975.

Del análisis de datos de operación, correspondientes a condiciones de amplia variabilidad, Beseme (1), tales como es normal en este proceso, se concluye que el uso de modelos matemáticos basados en la hipótesis de Pflanz es limitado a condiciones de pequeñas variaciones, sobre todo de los caudales.

Para extender el rango de uso y tener en cuenta otros factores de que depende  $X_e$ , edad de lodos, así como las velocidades ascensional y de sedimentación, se propone la siguiente expresión para el cálculo de la concentración de sólidos en suspensión en la corriente de clarificación

$$X_e^\circ = \frac{K}{A \cdot \theta^\beta} \cdot X_a^\circ \left( \frac{Q_i^\circ - Q_d^\circ}{Q_r^\circ + Q_d^\circ} \right)^n \tag{20}$$

siendo  $K$ ,  $\beta$  y  $n$  los coeficientes de correlación.

La ecuación (20) así expresada permite un mayor grado de aproximación que utilizando la ecuación (19), para el cálculo de los sólidos en suspensión de las corrientes de clarificación y sedimentación, sometidas a fuertes variaciones de la corriente de entrada en caudal y composición.

La concentración de los sólidos en suspensión de la corriente de sedimentación será la complementaria de los que entraron en el sedimentador con relación a los de salida por la corriente de clarificación

$$X_r^\circ = X_a^\circ \cdot \frac{Q_i^\circ + Q_r^\circ - Z^\circ \cdot (Q_i^\circ - Q_d^\circ)}{Q_r^\circ + Q_d^\circ} \tag{21}$$

siendo  $Z^\circ$

$$Z^\circ = \frac{X_e^\circ}{X_a^\circ} \tag{22}$$

Para pasar a condiciones dinámicas, se considera el volumen del sedimentador dividido en dos zonas de mezcla completa, correspondientes a las zonas de clarificación,

$V_c$  y de sedimentación  $V_s$  se propone como hipótesis de trabajo que los volúmenes de estas dos zonas son fracción del volumen total, fracción del caudal complementario que circula por cada parte en relación al caudal que llega al sedimentador, corregido por un factor de correlación  $\lambda$

$$V_c = \lambda \cdot A \cdot H \cdot \frac{Q_r + Q_d}{Q_i + Q_r} \quad (23)$$

$$V_s = A \cdot H - V_c \quad (24)$$

siendo  $H$  la altura del sedimentador. Ambas zonas tienen tiempos de retención  $c$  y  $s$

$$c = \frac{V_c}{Q_i - Q_d} \quad (25)$$

$$s = \frac{V_s}{Q_r + Q_d} \quad (26)$$

Los tiempos de retención  $c$  y  $s$  son los tiempos de residencia de las corrientes de clarificación y sedimentación en sus respectivos volúmenes.

Balance de materias en suspensión de la zona de clarificación: cantidad de lodos que entran al compartimento de clarificación con composición retrasada, con relación al tiempo de la corriente de salida en un diferencial de tiempo

$$\text{Entrada} = (Q_i - Q_d) \cdot Z(t - c) X_a(t - c) \cdot dt \quad (27)$$

Todas las variables son función del tiempo, especificándose únicamente las sometidas a tiempos con retrasos, cuyo cálculo se realiza por aproximación de Pade, según Benjamín C. Kuo.

Cantidad de lodos que salen al exterior del volumen de clarificación en el mismo tiempo  $dt$

$$\text{Salida} = (Q_i - Q_d) \cdot X_e \cdot dt \quad (28)$$

La acumulación o variación neta de lodos en esta zona para el mismo tiempo es

$$\text{Acumulación} = d(V_c \cdot X_e) \quad (29)$$

De las expresiones (27), (28) y (29) se obtiene

$$\frac{dX_e}{dt} = \frac{Q_i - Q_d}{V_c} \cdot (Z(t - c) \cdot X_a(t - c) - X_e) - \frac{X_e}{V_c} \cdot \frac{dV_c}{dt} \quad (30)$$

siendo  $Z(t - c)$  la expresión

$$Z(t - c) = \frac{K}{A \cdot \theta^\beta} \cdot \left( \frac{Q_i(t - c) - Q_d(t - c)}{Q_r(t - c) + Q_d(t - c)} \right)^n \quad (31)$$

Por aplicación de un balance de materia de forma análoga al sustrato biodegradable en la zona de clarificación, con retraso y mezcla perfecta del contenido en el volumen de clarificación, se obtiene

$$\frac{dS_e}{dt} = \frac{Q_i - Q_d}{V_c} \cdot [S_a(t - c) - S_e] - \frac{S_e}{V_c} \cdot \frac{dV_c}{dt} \quad (32)$$

Las ecuaciones (30) y (32) proporcionan el cálculo de las concentraciones de sustrato y lodos en la corriente de clarificación.

Para la zona de sedimentación se procede por balances de materia para el sustrato y los lodos análogamente a lo realizado con la corriente de clarificación, obteniéndose las ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{dX_r}{dt} = \frac{Q_r + Q_d}{V_s} \cdot \left( \frac{Q_i(t - s) + Q_r(t - s) - [Q_i(t - s) + Q_d(t - s)] \cdot Z(t - s)}{Q_r(t - s) + Q_d(t - s)} \right. \\ \left. \cdot X_a(t - s) - X_r \right) - \frac{X_r}{V_s} \cdot \frac{dV_s}{dt} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{dS_r}{dt} = \frac{Q_i - Q_d}{V_s} \cdot [S_a(t - s) - S_r] - \frac{S_r}{V_s} \cdot \frac{dV_s}{dt} \quad (34)$$

$Z(t - s)$  es similar a la ecuación (31),  $Z$  retrasada en el tiempo de residencia del volumen de sedimentación.

Las ecuaciones (33) y (34) suministran la base de cálculo de las concentraciones de sustrato y lodos en la corriente de recirculación.

### CONCLUSIONES

Las ecuaciones (17), (18), (30) (32), (33) y (34) constituyen el modelo matemático del tratamiento secundario de procesos de depuración de aguas residuales urbanas.  $Q_i$ ,  $X_i$  y  $S_i$  son las entradas del sistema  $S_a$ ,  $X_a$ ,  $S_e$ ,  $X_e$ ,  $S_r$  y  $X_r$  son las variables de salida.  $Q_r$  es la variable principal de control y  $Q_d$  es variable de control que determina la edad de lodos.

En la Figura 2 se presentan los resultados de una simulación basada en las ecuaciones anteriormente expuestas, mediante un programa de cálculo. La integración de las ecuaciones se obtuvo con una subrutina de integración de ecuaciones diferenciales por el método de Runge Kuta de 4º orden. Las constantes se obtuvieron por ajuste de datos experimentales de depuradoras del área de Madrid y de datos bibliográficos.

En la gráfica 1 de la Figura 2 se presentan las entradas  $Q_i$ ,  $X_i$  y  $S_i$  variando de 50 a 150 m<sup>3</sup>/h, de 50 a 150 mg/L de SS y de 200 a 500 mg/L de DBO respectivamente.

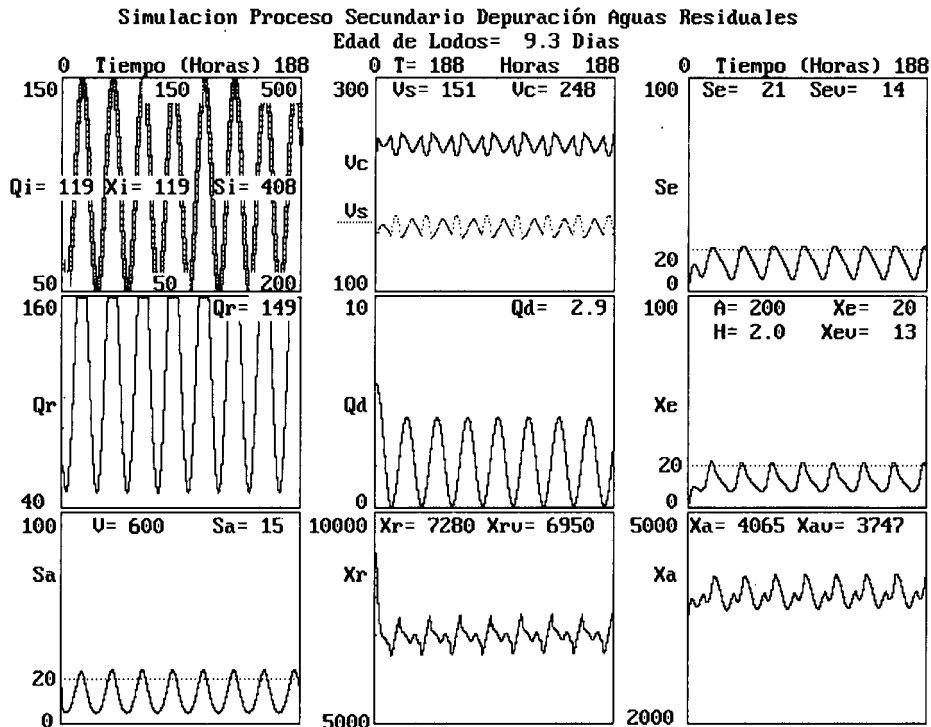


Figura 2. Resultados gráficos de la simulación del proceso de lodos activos

En la gráfica 2 se presentan los volúmenes  $m^3$  del sedimentador ocupados por los lodos  $V_s$  y el volumen de la zona de clarificación  $V_c$ .

En la gráfica 3 se presenta el sustrato orgánico en el efluente, indicándose los valores instantáneo  $S_e$  y medio  $S_{ev}$ , y se señala en punteado el valor objetivo no revasable de 20 mg/L de DBO.

En la gráfica 4 se muestra el caudal de recirculación variable regulado, basándose en las variaciones de la entrada a términos proporcional y derivado sobre  $S_a$ -10.

En la gráfica 5 se presenta el caudal variable de evacuación de lodos del sistema, en cuantía de mantenimiento de la edad de lodos deseada, desfaseado en oposición al caudal recirculado.

En la gráfica 6 se muestra la composición de los sólidos suspendidos en el efluente, indicándose la sección del sedimentador analizado en  $m^2$  y su altura en m así como los valores instantáneo  $X_e$  y medio  $X_{ev}$  de su composición.

La gráfica 7 presenta la composición del sustrato orgánico del reactor biológico, indicándose el volumen del aireador  $m^3$  y marcando la línea de referencia de 20 mg/L.

En la gráfica 8 se presenta la composición de los lodos recirculados, indicando los valores instantáneo  $X_r$  y medio  $X_{rv}$ .

En la gráfica 9 se presenta la composición de los lodos en el aireador, indicando su valor instantáneo  $X_a$  y el valor medio  $X_{av}$ .

En este trabajo se muestra la obtención de las ecuaciones que describen el proceso secundario de depuración de aguas residuales urbanas, en las que se utilizan tres

hipótesis propias de trabajo que permiten mejorar y simplificar se cálculo, evitando tablas y monogramas:

- tasa máxima de producción de lodos en función de su edad, ecuación (11);
- concentración de lodos en la corriente de clarificación función de la edad de lodos, la concentración lodos de entrada y de las velocidades ascensional y de sedimentación, ecuación (20);
- cálculo de los volúmenes de las zonas de clarificación y sedimentación del sedimentador secundario por las ecuaciones (23) y (24).

Los modelos anteriores, basados en la hipótesis de Pfand daban valores altos de la concentración de lodos en la corriente de sedimentación correspondientes a las regiones de mínimos caudales de entrada con repercusión en las demás variables.

El modelo matemático aquí presentado, previa determinación de sus constantes cinéticas y parámetros operativos, ajustados por minimización de desviaciones cuadráticas de los valores obtenidos con el modelo a los datos experimentales, describe con buena aproximación el funcionamiento del proceso secundario de plantas depuradoras de aguas residuales urbanas.

Se ha comprobado que el modelo aquí presentado responde adecuadamente para variaciones del caudal de entrada de  $\pm 75\%$  del valor medio y en análoga extensión para el caudal de retorno de lodos al reactor biológico. Los efectos de las variaciones de las concentraciones de sustrato y materias en suspensión de entrada son de menor influencia que las variaciones de los caudales.

## REFERENCIAS

1. J.L. Beseme y A. Iwema, "Les caractéristiques des eaux francaises", *Techniques Sciences Methods de l' Eau*, Vol. 7, 8, pp. 340-344, (1990).
2. S.M. Bidstrup and C.P.L Grady, "SSSP-Simulation of Single Sludge Process", *J. Water Pollut. Control Fed.*, Vol. 60, 3, pp. 351-361, (1988).
3. F. Blanine and F. Severin, "Clarifier Sludge-Blanket Behaviour at Industrial Activated-Sludge Plant", *J. Env. Eng. Div.*, Vol. 117, 6, pp. 718-730, (1991).
4. Derin Orhon and Nazik Artan, "Modelling of Activated Aludge Systems", Technomic Publishing Co. Inc., Basel, (1994).
5. D.L. Dold and G.v.R. Marais, "Evaluation of the General Activated Sludge Model Proposed by the IAWPRC", *Wat. Sci. Tech.*, Vol. 18, 6, pp. 63-89, (1986).
6. W.W. Eckenfelder and P. Grau, "Activated Sludge Process Design and Control: Theory and Practice", Technomic Publishing Co. Inc. Lancaster, Basel, (1992).
7. F. Edeline, "L' epuration biologique des eaux. Theory & Technologie des Reacteurs", Cebedoc, Editeur, Liège, (1992).
8. Enviromental Protection Agency, "A Mathematical Model of a Final Clarifier", Water Pollution Control Research Series, (1972).
9. A.A. Fadel and E.R. Baumann, "Tube Settler Modeling", *J. Env. Eng. Div.*, Vol. 116, 1, pp. 107-124, (1990).
10. M. Gil Rodríguez, "Modelo dinámico de procesos de lodos activos", *Rev. Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 6, 3, pp. 387-395, (1990).

11. M. Gil Rodríguez, "Sedimentation of Activated Sludge", *J. Environ. Sci. Health*, Vol. **A29**, 5, pp. 899-907, (1994).
12. R.P. Hamalainen, A. Halme and A. Gyllenberg, "A Control Model for Activated Sludge Wastewater Treatment Process", *Conference IFAC*, Boston, (1975).
13. M. Henze, W. Gujer and T. Mino, "Activated Sludge Model N° 2", International Association on Water Quality, (1995).
14. A. Hernández, "Depuración de aguas residuales", Colección Senior, Colegio de Ing. de C.C. y P. Madrid, (1996).
15. N.J. Horan, "Biological Wastewater Treatment Systems Theory and Operation", John Wiley and Sons, Chister, (1990).
16. P. Krebs, "The Hydraulics of Final Settling Tanks", *Wat. Sci. Tech.*, Vol. **23**, pp. 1037-1046, (1991).
17. B.C. Kuo and D.C. Hanselman, "MatLab Tools for Control System Analysis and Design", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1996).
18. A.W. Lawrence and P.L. McCarty, "Unified Basis for Biological Treatment and Operation", *J. Sed. Proc. ASCE*, Vol. **96 (SA3)**, p. 75, (1970).
19. O. Levenspiel, "El equilibrio de los reactores químicos", Reverte, Barcelona, (1986).
20. Metcalf and Eddy, "Wastewater Engineering Treatment, Disposal, Reuse", 3ª edición, Mc.Graw Hill, New York, (1991).
21. J. Monod, "Recherche sur la croissance des cultures bacteriennes", Herman et. Cie, Paris, (1942).
22. E.A. Pearson, "Kinetics of Biological Treatment", *Advances in Water Quality Improvement*, Vol. **2**, E.F. Glyona and W.W. Eckenfelder (Eds.), Austin, Texas, University of Texas Pres, (1986).
23. P. Pflanz, "Advances in Water Pollution Research", H.S. Jenkins (Ed.), Pergamon Press, London, (1969).
24. H.A. San, "Mechanism of Biological Treatment in Plug Flow or Batch Systems", *J. Env. Eng. Proc.*, ASCE, Vol. **118**, 4, p. 614, (1992).