

Estudio numérico del flujo inducido por convección natural en una pared trombe

Blas Zamora, Luis Molina-Niñirola y Antonio Viedma

Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos
Universidad Politécnica de Cartagena
Doctor Fleming s/n
30202 Cartagena, España
Tel.: 34-968-325 982, Fax: 34-968-325 999
e-mail: blas.zamora@upct.es

Resumen

En los últimos años ha aumentado el interés por los sistemas solares pasivos (que no necesitan fuentes de energía artificial para su funcionamiento). Existe la necesidad de aumentar el confort de las personas mediante sistemas pasivos de ventilación y climatización (por ejemplo, en zonas en las que existen temperaturas anuales medias elevadas), así como de ahorro energético. En este trabajo se centra el estudio en los flujos inducidos por convección natural en paredes “Trombe”. Mediante el balance energético en el sistema “Trombe”, se han determinado mediante un algoritmo numérico las temperaturas a las que puede suponer que se encuentran el muro y el cristal que forman el sistema; estas temperaturas constituyen las condiciones de contorno bajo las que se establece un flujo por convección natural, que se ha resuelto empleando un procedimiento de volúmenes finitos mediante el código de propósito general “Phoenix”.

A NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTIVE FLOW ON A TROMBE WALL

Summary

Interest in passive solar heating has increased significantly over the last years and will continue. In these systems, no mechanical equipment is involved. The need to achieve human comfort by passive ventilation techniques is greatest (i.e., countries where high annual temperatures are predominant) as well as the energy saving. The natural convective flows induced by temperature differences in Trombe walls configurations are the focus of this study. The energy balance (that includes solar radiation) drives to wall temperatures for numerical simulation of natural convective flow into Trombe systems. This flow has been studied using the general-purpose finite volume Phoenix code.

INTRODUCCIÓN

Existe en la actualidad una tendencia creciente al ahorro energético en el diseño y construcción de edificios basados en el aprovechamiento de la energía solar incidente para la climatización y la ventilación. El objeto principal de la denominada edificación solar biológica (o arquitectura bioclimática) es definir las auténticas necesidades del hombre en cuanto a vivienda e intentar satisfacerlas mediante el empleo de materiales y métodos de construcción naturales. En países con un número de horas elevado de radiación solar al año, la utilización de la energía solar mediante dispositivos “especiales” diseñados al efecto se muestra como una solución integral a los problemas planteados de ahorro energético y de consecución del confort para las personas. Estos sistemas reciben la denominación general de pasivos, por el hecho de no utilizar fuentes de energía artificial para su funcionamiento. Los flujos de aire inducidos por convección natural intervienen en muchos de estos sistemas energéticos, llegando a ser fenómenos dominantes sobre todo en los sistemas captadores y en los de ventilación y tratamiento de aire. En general, se trata de procesos complejos en los que los modos de transmisión de calor por radiación solar, conducción de calor a través de paredes sólidas y convección natural de las masas de aire calentadas están acoplados. Sin embargo, es posible estudiar por separado los efectos de los distintos modos de calentamiento; de hecho, previamente conocidos los factores de transmisión de calor por radiación y por conducción, se puede reducir el estudio al de la convección natural. Esto no obvia el hecho de que deben emplearse modelos lo suficientemente contrastados para resolver el problema de la radiación solar.^{1,2}

Los flujos por convección natural en sistemas de placas aisladas y canales han sido estudiados por diversos autores,^{3,4,5} entre otros. Algunos de los resultados obtenidos en estos trabajos han sido utilizados para la caracterización de los sistemas pasivos en estudio, que a menudo presentan una geometría sencilla que puede asimilarse, por ejemplo, a un canal simple. Las correlaciones calculadas para el caso de régimen de capa límite térmica junto a las paredes se han utilizado frecuentemente para el cálculo de los sistemas pasivos de la arquitectura bioclimática. De la misma forma, se han empleado los estudios realizados en sistemas cerrados bidimensionales y tridimensionales^{6,7} con diferentes geometrías y condiciones de calentamiento que pueden simular el flujo de aire inducido por convección natural en habitaciones cerradas o con pequeñas aberturas.

La gran escala de algunas configuraciones que pueden considerarse lleva en ocasiones a que el flujo deba ser considerado como turbulento. Diversos autores han presentado estudios sobre convección natural turbulenta,^{8,9} para placas verticales; para un espacio cerrado,¹⁰ exponiendo las dificultades de determinados modelos de turbulencia, tales como el $k - \epsilon$ estándar para predecir correctamente los flujos de calor en estos problemas de convección natural. En este trabajo únicamente se exponen resultados para flujo laminar.

Una chimenea solar es un dispositivo que utiliza la energía de la radiación solar para la extracción del aire, por lo que puede considerarse un sistema de ventilación. El calentamiento de la superficie que hace de captador solar lleva a disminuir la densidad del aire confinado en la cámara o chimenea, con lo que se induce un flujo por convección natural que extrae aire de la habitación. Estas configuraciones han sido estudiadas numéricamente por Gan y Riffat¹¹ y experimentalmente por Kumar *et al.*¹², entre otros. El efecto del viento exterior sobre el funcionamiento de estos sistemas llega a ser dominante sobre la convección natural.

Dentro de los sistemas captadores, el muro invernadero o muro de inercia es un sistema de ganancia de radiación solar indirecto. El muro 'Trombe' es un caso particular del anterior, al que se añaden aberturas superiores e inferiores en el muro (para comunicar el sistema con la habitación contigua) y se coloca delante una pared de cristal que recibe la radiación solar (Figura 1). Gracias a esto, se aumenta (y se controla) la cesión de calor por termocirculación en el circuito de aire resultante. Con trampillas manuales o automáticas en los orificios se evita la termocirculación invertida por la noche, lo que también es posible creando un

efecto sifón al prolongar la cámara exterior por debajo del nivel del pavimento interior, haciendo los orificios inferiores a este nivel. El muro “Trombe” debe su nombre a Felix Trombe quien, junto con Jacques Michel, inició las investigaciones sobre este sistema en Francia a principios de 1957. En 1967 se construye un prototipo de casa con paredes “Trombe” en Odeillo (Francia). Los resultados de este estudio fueron publicados en el trabajo de referencia de Robert *et al.*¹³ Desde esta fecha se han publicado diversos estudios teóricos, numéricos y experimentales sobre paredes “Trombe” con diferentes configuraciones, geometrías y condiciones de calentamiento.

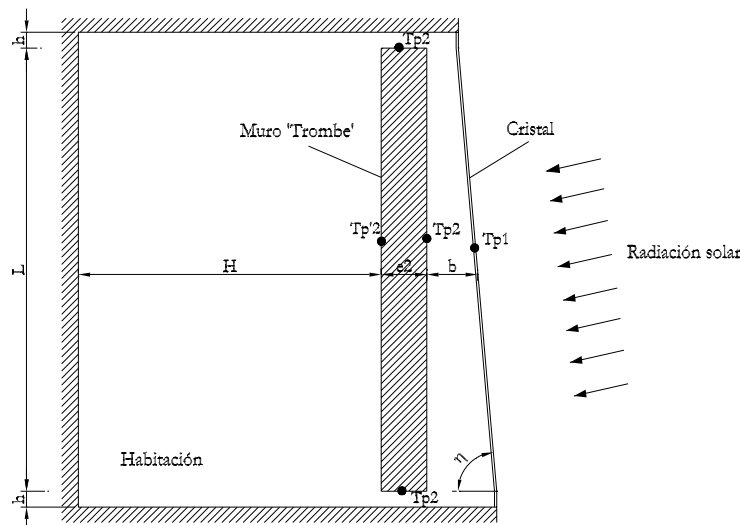


Figura 1. Esquema de un sistema “Trombe” integrado en una habitación

Akabari y Borgers¹⁴ plantearon las ecuaciones de conservación para resolver el flujo inducido por convección natural en sistemas con paredes “Trombe”, utilizando la aproximación de Boussinesq. Otros autores han presentado soluciones numéricas^{15,16} y resultados experimentales.¹⁷ Como han recogido en sus trabajos Smolec y Thomas,¹⁸ existen importantes discrepancias en los resultados expuestos en la bibliografía; por ejemplo, estas diferencias son especialmente significativas en las correlaciones propuestas para calcular el flujo de calor evacuado. Algunas de estas diferencias pueden explicarse por las excesivas simplificaciones llevadas a cabo para modelizar el problema en algunos casos. En este sentido, existen diferencias entre los resultados calculados utilizando modelos parabólicos y modelos elípticos; los primeros no pueden simular recirculaciones y separaciones de la capa límite junto a las paredes, lo que lleva a que los resultados en algunos casos no reproduzcan la realidad física. En este trabajo, se emplea un modelo elíptico para resolver el problema de convección natural. Algunas correlaciones presentadas en la literatura son de aplicación para configuraciones tan simples (canales simples verticales, placas aisladas) que obvian, por ejemplo, la influencia de los efectos de las dimensiones de las habitaciones que se quieren ventilar o calentar mediante el dispositivo pasivo correspondiente.

Los conocimientos adquiridos en el estudio de los flujos que pueden aparecer deben invertirse en un diseño integral de los sistemas de ventilación natural de los edificios y construcciones industriales,¹⁹ siendo una necesidad urgente desarrollar dispositivos que consigan elevar la eficiencia térmica de estos sistemas.²⁰

En este trabajo, se efectúa un balance térmico global de una pared “Trombe”. Los resultados de este balance energético se emplean para simular numéricamente el flujo inducido

por convección natural en el interior del sistema “Trombe”. El modelo desarrollado puede aplicarse al estudio de la termocirculación del aire en habitaciones.

EQUILIBRIO TÉRMICO DEL SISTEMA “TROMBE”

En una primera etapa se considerará únicamente el dominio simplificado de la Figura 2, que forma parte del sistema más general de la Figura 1. En una segunda etapa se empleará el dominio de la Figura 1 para simular el flujo por convección natural en una habitación completa. El sistema ‘Trombe’ está formado por dos paredes; la pared exterior (de vidrio, expuesta al medio ambiente y por tanto recibiendo radiación solar y a la que se hará referencia mediante el subíndice 1) está a una temperatura T_{p1} ; la pared interior (de ladrillo macizo y pintada de negro y a la que hará referencia mediante el subíndice 2) está a una temperatura T_{p2} . Entre dichas placas se establece un flujo de aire inducido por convección natural, debido a que las placas se calientan y alcanzan una temperatura superior a la del aire de la habitación contigua (que entra por la parte inferior y sale del sistema ‘Trombe’ por la parte superior, volviendo a la habitación).

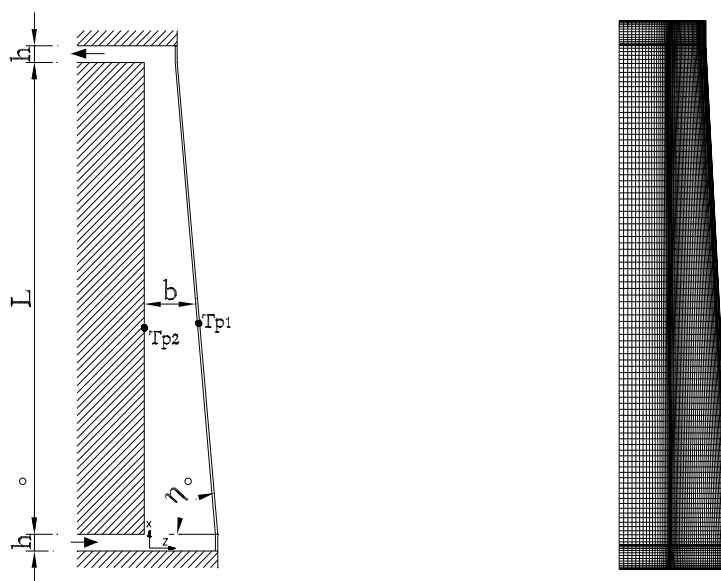


Figura 2. a) Dominio de cálculo simplificado para un sistema “Trombe”; b) Malla utilizada

Se considera que la temperatura de la superficie exterior de la pared de vidrio, que recibe la radiación solar, es igual a la temperatura de la superficie interior de la misma pared; se supone de esta manera que existe un rápido equilibrio térmico en el cristal (de espesor e_1 en general pequeño), de modo que todo el cristal se encuentra a una temperatura uniforme T_{p1} . Se supondrá además que las temperaturas T_{p1} y T_{p2} son uniformes a lo largo de las dos paredes. Por término medio, el vidrio absorbe el 7 % de la radiación solar que recibe, el 7 % se refleja y el 86 % restante se transmite al muro interior; por esta razón, para el equilibrio térmico del sistema se supondrá que $T_{p2} > T_{p1}$.

En el equilibrio térmico del cristal se han tenido en cuenta los flujos de calor por convección hacia el interior y hacia el medio ambiente exterior, los flujos de calor por radiación hacia el cielo y hacia el muro interior y el flujo de calor absorbido por radiación. En el equilibrio térmico del muro interior se han considerado los flujos de calor por convección interior con el aire, el flujo de calor por radiación entre el muro interior y el cristal, el flujo

de calor por conducción a través del muro hacia la habitación y el flujo de calor ganado debido a la radiación solar transmitida desde el cristal. El balance térmico para la pared de vidrio se concreta en la siguiente ecuación

$$\alpha_1 I = h_e(T_{p1} - T_{\text{amb}}) + h_{i,1}(T_{p1} - T_{\infty}) + F_{12} \left(\frac{1}{\frac{1}{\epsilon_{cm1}} + \frac{1}{\epsilon_{cm2}} - 1} \right) \sigma(T_{p1}^4 - T_{p2}^4) + \epsilon_{cm1} F_{pc} \sigma(T_{p1}^4 - T_s^4) \quad (1)$$

siendo α_1 el coeficiente global de absorción de la pared de vidrio (que se calcula restando de la unidad los coeficientes globales de reflexión y de transmisión), I la radiación total que recibe dicha pared (en W/m^2), h_e el coeficiente de transmisión de calor entre la superficie exterior de la pared de vidrio y el medio ambiente, T_{amb} la temperatura de bulbo seco del ambiente, T_{∞} la temperatura del aire sin perturbar, $h_{i,1}$ el coeficiente de transmisión de calor entre la superficie interior del cristal y el aire interior, F_{12} el factor de forma entre la pared de vidrio y el muro, ϵ_{cm1} y ϵ_{cm2} los coeficientes de emisividad de ambas paredes (que se han tomado respectivamente 0,88 y 0,98), σ la constante de Stefan-Boltzman ($5,6697 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$), F_{pc} el factor de forma entre la pared de vidrio y el cielo y T_s la temperatura seca equivalente del cielo.

El balance térmico para el muro puede ponerse por

$$\alpha_2 I_{TR} = h_{i,2}(T_{p2} - T_{\infty}) + F_{21} \left(\frac{1}{\frac{1}{\epsilon_{cm1}} + \frac{1}{\epsilon_{cm2}} - 1} \right) \sigma(T_{p2}^4 - T_{p1}^4) + \frac{\kappa_2}{e_2}(T_{p2} - T'_{p2}) \quad (2)$$

donde I_{TR} es la radiación solar transmitida al muro interior a través del cristal, α_2 es el coeficiente global de absorción del muro (que se toma 0,98), $h_{i,2}$ es el coeficiente de transmisión de calor entre la superficie interior del muro y el aire, F_{21} el factor de forma entre el muro interior y la pared de vidrio, κ_2 el coeficiente de transmisión de calor por conducción del muro (considerado de ladrillo) y e_2 el espesor del mismo.

Para determinar la radiación solar que recibe la pared de vidrio se ha empleado el modelo "C" de Iqbal.²¹ Este es el modelo no espectral que se ajusta mejor a la radiación global recibida en una superficie; se basa en identificar una serie de coeficientes de atenuación de la radiación extraterrestre, debida a los diferentes elementos que están presentes en la atmósfera, como son el polvo, vapor de agua, ozono y otros gases. La cantidad de elementos que encuentra la radiación a su paso por la atmósfera será función de la hora solar, latitud del lugar y día considerado. El estudio se centra en los días julianos 40 a 180 (que se corresponden con los días 9 de febrero y 29 de junio, respectivamente). Se ha tomado una latitud media correspondiente al sur de España. Para la determinación de I_{TR} , α_1 y otros parámetros relacionados con la radiación solar, se ha hecho uso de las referencias 1 y 2, entre otras).

La temperatura seca equivalente del cielo T_s se calcula de modo aproximado por la expresión propuesta por Swinbank²²

$$T_s = 0,0552 T_{\text{amb}}^{1,5} \quad (3)$$

Los factores de forma se han calculado mediante el método de Hottel, descrito por ejemplo por Siegel y Howell.²³ Los coeficientes de transmisión de calor interiores pueden ponerse en función de los números de Nusselt medios calculados en las superficies correspondientes

$$h_{i,1} = \kappa_1 \frac{\text{Nu}_1}{b}; \quad h_{i,2} = \kappa_2 \frac{\text{Nu}_2}{b} \quad (4)$$

siendo b la anchura media del canal formado entre la placa de vidrio y el muro. El número de Nusselt medio para la superficie del muro que mira hacia el cristal se define por

$$\text{Nu}_2 = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu}_{x,2} \, dx, \quad \text{con} \quad \text{Nu}_{x,2} = \frac{b(\partial T / \partial z)_{x,2}}{T_{p2} - T_\infty} \quad (5)$$

(L es la altura del muro “Trombe”) y de modo similar se haría para la pared de vidrio.

Por último, para el coeficiente de transmisión de calor exterior h_e , la norma española NBE CT-79 recomienda unos valores orientativos comprendidos entre 16,7 y 20 W/m²K (y de 9,09 W/m²K para el coeficiente de transmisión de calor interior h_i). McAdams²⁴ propone la siguiente correlación dimensional

$$h_e = 5,7 + 3,8 V \quad (6)$$

con h_e en W/m²K, siendo V la velocidad del viento en m/s. Puede comprobarse que la correlación anterior arroja valores similares a los propuestos por la norma española para velocidades del viento del orden de 3–4 m/s, que pueden suponerse habituales.

El sistema de ecuaciones no lineal (1)–(2) se ha resuelto utilizando el método de Newton mediante la aplicación matemática “Matlab”. El programa desarrollado calcula, a partir de la geometría del problema y de los datos necesarios para el cálculo de la radiación solar, la intensidad media de la radiación solar incidente para cada día del año, así como las temperaturas en el cristal T_{p1} y en el muro T_{p2} , que permiten determinar los parámetros adimensionales de Rayleigh modificado [ec. (16)] y la relación de temperaturas Λ entre ambas superficies (9), necesarios para la simulación numérica del problema de convección natural, como se verá más adelante.

Algunos de los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 3 y 4, para $T_\infty = 293$ K, $b = 0,15$ m, $b/L = 0,075$ y $\eta = 90^\circ$. En la Figura 3 se presentan resultados con $h_e = 16,7$ W/m²K y $h_i = 9,09$ W/m²K, mientras que en la Figura 4 se ha utilizado la correlación

$$\text{Nu} = 0,683(\text{Ra}^*)^{0,234} \quad (7)$$

propuesta por Zamora²⁵ para un canal simple vertical con calentamiento simétrico, para obtener los coeficientes de transmisión de calor interiores h_i . Empleando la ec. (7), se obtienen valores de h_i un 60 % inferiores en el muro y un 72 % inferiores en el cristal, lo que lleva a que las temperaturas calculadas para una y otra pared se eleven un 16 % por término medio, respecto del caso de considerar el valor de 9,09 W/m²K para h_i .

Para la geometría considerada, el rango de números de Rayleigh modificado resultó de 3×10^5 a $6,5 \times 10^5$ y la relación de temperaturas Λ de 1,6 a 2, cuando se utilizaron los coeficientes de transmisión de calor recomendados por la norma NBE CT-79. Lógicamente, el rango de parámetros adimensionales depende de la geometría considerada. El programa desarrollado en la aplicación “Matlab” calcula el rango de parámetros de interés para distintas relaciones geométricas y para cualesquiera valores de h_e y h_i . Escogiendo un rango de parámetros adimensionales lo suficientemente amplio en la simulación numérica del problema de convección natural de la siguiente sección, se cubren todas las posibilidades, pudiendo además estudiar el comportamiento del sistema fuera de las condiciones habituales de funcionamiento.

Los valores de las diferencias de temperatura entre el cristal y el muro fueron comparados cualitativamente con los presentados (también numéricamente) por Gan y Riffat¹¹ para una chimenea solar (pero de geometría muy similar a la de la Figura 2), para un mismo nivel de radiación solar recibida, encontrándose una buena concordancia.

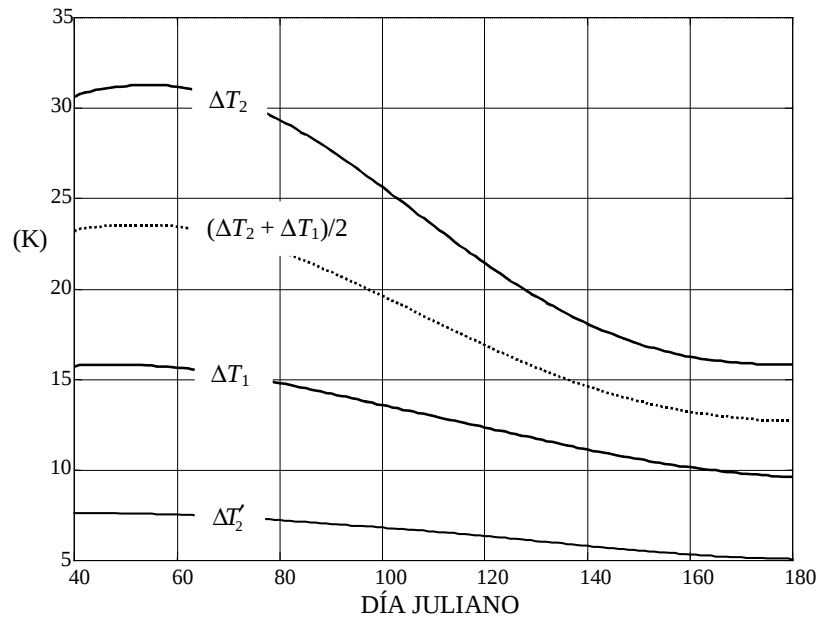


Figura 3. Incrementos de temperatura en el muro ($\Delta T_2 = T_{p2} - T_\infty$), en el cristal ($\Delta T_1 = T_{p1} - T_\infty$), y en la pared que mira hacia el interior de la habitación ($\Delta T'_2 = T'_{p2} - T_\infty$), utilizando $h_e = 16,7 \text{ W/m}^2\text{K}$ y $h_{i,1} = h_{i,2} = 9,09 \text{ W/m}^2\text{K}$

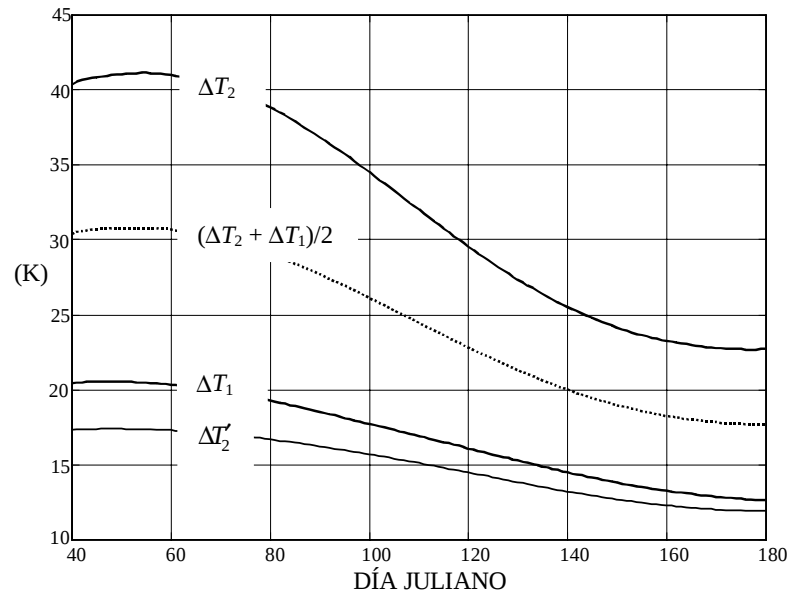


Figura 4. Incrementos de temperatura en el muro ($\Delta T_2 = T_{p2} - T_\infty$), en el cristal ($\Delta T_1 = T_{p1} - T_\infty$), y en la pared que mira hacia el interior de la habitación ($\Delta T'_2 = T'_{p2} - T_\infty$), utilizando $h_e = 16,7 \text{ W/m}^2\text{K}$ y $h_{i,1} = h_{i,2}$, calculados a partir de la Ecuación (7)

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO INDUCIDO POR CONVECCIÓN NATURAL

Modelo numérico

Se definen los siguientes números adimensionales

$$X = \frac{x}{b(\text{Gr})}, \quad Z = \frac{z}{b}, \quad U = \frac{ub}{\nu(\text{Gr})}, \quad W = \frac{wb}{\nu} \quad (8)$$

$$P = \frac{(p - p_\infty)b^2}{\rho\nu^2(\text{Gr})^2}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{0,5(T_{p2} + T_{p1}) - T_\infty}, \quad \Lambda = \frac{T_{p2} - T_\infty}{T_{p1} - T_\infty} \quad (9)$$

$$\text{Gr} = \frac{g\beta[(0,5(T_{p2} + T_{p1}) - T_\infty)]b^3}{\nu^2}, \quad \text{Ra} = (\text{Gr})(\text{Pr}), \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (10)$$

siendo u y w las velocidades en las direcciones x y z , respectivamente; g la aceleración de la gravedad; ρ , ν y α la densidad, viscosidad cinemática y difusividad térmica del fluido, respectivamente; β el coeficiente de expansión térmica y Gr, Ra y Pr los números de Grashof, Rayleigh (basados ambos en la separación media b entre las paredes y en la diferencia de temperaturas media entre las paredes y el fluido sin perturbar) y Prandtl, respectivamente.

Suponiendo un flujo laminar, estacionario, bidimensional e incompresible, las ecuaciones de conservación en forma elíptica para el problema considerado (las de Navier-Stokes y la ecuación de conservación de la energía), aplicando la adimensionalización anterior, pueden ponerse como sigue²⁶

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (11)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Gr}^2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + \theta \quad (12)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\text{Gr}^2 \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Gr}^2} \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \quad (13)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{1}{(\text{Pr})(\text{Gr})^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \quad (14)$$

Se ha empleado la aproximación de Boussinesq, que supone constantes las propiedades del fluido, salvo la densidad, cuyas variaciones se tienen en cuenta únicamente en el término gravitatorio de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, siendo debidas a incrementos de temperatura. Las condiciones de contorno (Figura 2) para las ecuaciones anteriores son

- Paredes isothermas a T_{p2} : $U = V = 0$, $\theta = 2/(1 + \Lambda)$;
- Paredes isothermas a T_{p1} : $U = V = 0$, $\theta = 2\Lambda/(1 + \Lambda)$;
- Paredes adiabáticas: $U = V = 0$, $\partial\theta/\partial X = 0$;
- Sección de salida: $P = 0$, $\partial U/\partial Z = \partial W/\partial Z = \partial\theta/\partial Z = 0$;
- Sección de entrada: $G = -2P$ (es decir, se supone que el flujo másico entrante depende de la raíz cuadrada de la diferencia de presiones entre la presión ambiente y la presión en la celda de entrada), $\partial\theta/\partial Z = 0$.

Las ecuaciones (11)–(14) se han resuelto mediante el código de propósito general “Phoenix” (V. 3.1, en una plataforma SGI Origin) utilizando un procedimiento de discretización de volúmenes finitos.²⁷ El método consiste en dividir el dominio en cálculo en un número

limitado de volúmenes de control no solapados, de forma que exista un volumen de control rodeando cada uno de los nodos de la malla. Las ecuaciones diferenciales se integran sobre cada volumen de control. Para expresar la variación de la variable dependiente en las caras de los volúmenes de control y resolver las integrales, se elige una función local lineal.

En la discretización de las ecuaciones se ha empleado un procedimiento híbrido 'upwind'/diferencias centrales para los términos convectivos de las ecuaciones, dependiendo de que el número de Peclet sea mayor o menor que dos, respectivamente. El número de Peclet (relación entre los efectos de convección y los de difusión) puede ponerse por

$$Pe = \frac{\rho V l}{\Gamma_{\Phi}} \quad (15)$$

donde Γ_{Φ} es el coeficiente de intercambio por difusión de la propiedad fluida Φ y l es una longitud característica. Para Pe suficientemente pequeños, los efectos de difusión son dominantes frente a los convectivos y la variación de Φ con las coordenadas resulta prácticamente lineal, por lo que es apropiado utilizar el esquema de diferencias centrales, que calcula el término difusivo como una función lineal de Φ con las coordenadas. Para Pe suficientemente grandes, el valor de Φ en la entrecara es casi igual al valor de Φ en el nodo inmediatamente aguas arriba, por lo que no es apropiado la utilización del esquema de diferencias centrales (da lugar a una representación incorrecta del proceso físico), resultando apropiado utilizar el esquema "upwind".

El esquema híbrido desarrollado por Spalding²⁸ trata de acercarse a la solución exacta del problema, eliminando los problemas ocasionales del esquema "upwind" para Pe suficientemente pequeños. El esquema híbrido tiene dificultades en problemas en los que los efectos de convección y difusión ocupan la mayor parte del campo fluido y la dirección principal del flujo es oblicua respecto de las direcciones principales de la malla de cálculo, en cuyo caso la difusión numérica es importante.²⁹ No se han encontrado dificultades de este tipo en el presente trabajo.

El acoplamiento entre las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento a través de la presión se ha resuelto utilizando una malla alternada y el algoritmo "Simplest" (propio del código "Phoenix", habiendo sido propuesto por Spalding,³⁰) derivado a su vez del "Simpler" propuesto por Patankar.³¹

Para el dominio de cálculo de la Figura 2 se ha utilizado una malla de 120×60 celdas en las direcciones longitudinal y transversal, respectivamente. Se han utilizado diversas mallas para asegurar la independencia de los resultados obtenidos respecto de la densidad de la malla. Las mallas se han construido mediante el sistema de generación de mallas ajustadas al cuerpo de "Phoenix" para poder incorporar al estudio la inclinación η de la superficie de vidrio.

En ocasiones, la convergencia se ha conseguido introduciendo una fuerte subrelajación y empleando tiempos de cálculo elevados, particularmente para casos con condiciones de calentamiento asimétricas. Estas dificultades han sido encontradas, por ejemplo, por McArthur y Patankar³² al emplear algoritmos de la familia Simple en la resolución de flujos con convección natural a altos números de Rayleigh.

Resultados obtenidos para el sistema "Trombe"

Se han tomado las dimensiones de los canales de entrada y de salida $e_2/b = 1$ y $h/b = 0,5$, una temperatura de referencia $T_{\infty} = 293$ K y un número de Prandtl de 0,71, de modo que una vez fijados los parámetros anteriores, la solución del problema depende del número de Rayleigh modificado, definido por

$$Ra^* = (Ra) \frac{b}{L} \quad (16)$$

así como de Λ y η . Únicamente para Ra^* muy bajos la relación de aspecto del canal formado entre el muro y el cristal b/L influye en los resultados,²⁶ de modo que en este trabajo no se tendrá en cuenta su influencia.

El modelo ha sido validado para el caso de un canal simple vertical formado por placas isothermas simétricas con los resultados numéricos obtenidos por Zamora (a su vez validados con los resultados de otros autores citados en las referencias) para el rango $Ra^* = 1$ a 10^6 , obteniéndose errores inferiores al 2 %.

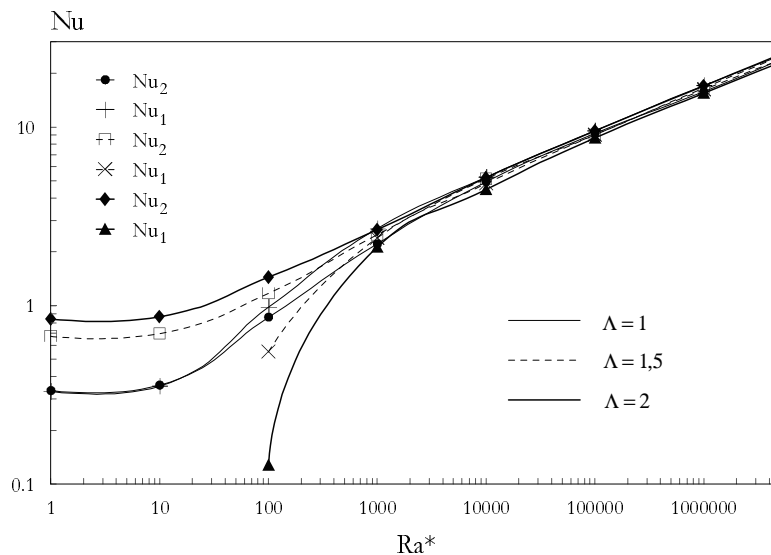


Figura 5. Números de Nusselt en el muro y en el cristal (Figura 2) para $b/L = 0,1$, $h/b = 0,5$, $e_2/b = 1$ y $\eta = 85^\circ$, en función de Ra^* y de Λ

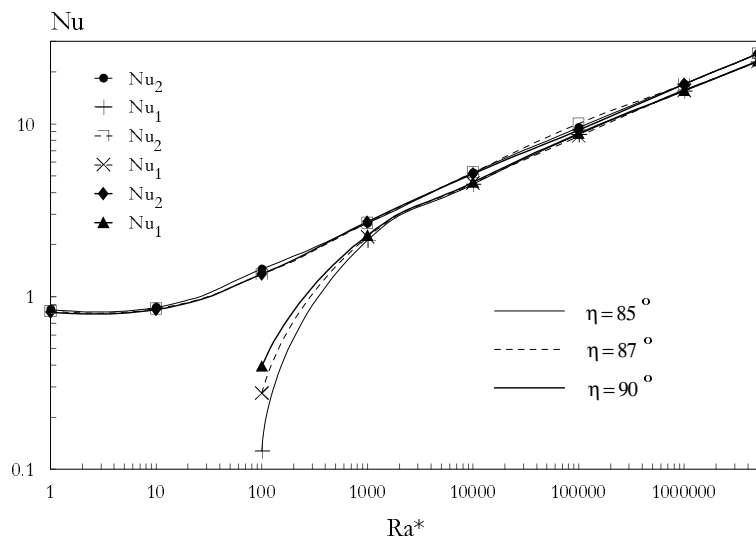


Figura 6. Números de Nusselt en el muro y en el cristal (Figura 2) para $b/L = 0,1$, $h/b = 0,5$, $e_2/b = 1$ y $\Lambda = 2$, en función de Ra^* y de η

En las Figuras 5 y 6 se han representado los números de Nusselt en cristal y muro Nu_1 y Nu_2 en función de Ra^* para una relación de aspecto $b/L = 0,1$. En la Figura 7 se ha representado el flujo másico adimensionalizado

$$G = \frac{\dot{m}}{\rho\nu(Gr)} \quad (17)$$

siendo $\dot{m}$ el flujo másico por unidad de longitud en dirección y (perpendicular al plano de la Figura 2), en kg/ms.

Puede observarse que para el caso de calentamiento simétrico ($\Lambda = 1$), el número de Nusselt calculado en el cristal es mayor al calculado en el muro (la diferencia máxima es del 5 % para $Ra^* = 5 \times 10^6$); esto puede ser debido al efecto del chorro de fluido entrante (Figura 8b). Cuando Λ aumenta, este efecto se ve compensado por la diferencia de temperaturas de ambas superficies, de modo que $Nu_2 > Nu_1$ (en este caso, la diferencia máxima es del orden del 10 % para $Ra^* = 5 \times 10^6$). Si bien en las Figuras 5 y 6 se han incluido casos correspondientes a bajos números de Rayleigh modificado, puede decirse que el rango de interés para el problema considerado es para $Ra^* > 10^3$; para este rango, la influencia del ángulo de inclinación η no sobrepasa el 3 % en los números de Nusselt medios. Téngase en cuenta que únicamente se han calculado casos con η entre 85° y 90° . Estos valores son los utilizados habitualmente en la arquitectura bioclimática. Una mayor inclinación del cristal (que aumentaría la radiación solar recibida) llevaría a problemas constructivos. Los valores que no han sido representados para Ra^* suficientemente bajos y $\Lambda > 1$, se corresponden con valores negativos de Nu_1 ; esto puede explicarse porque el fluido se ha calentado a una temperatura mayor que T_{p1} , como consecuencia de que $T_{p2} > T_{p1}$, de modo que el flujo de calor es inverso: el fluido cede calor al cristal. Por tanto, el funcionamiento del sistema “Trombe” debe tener lugar para Ra^* mayores para los que el efecto comentado puede producirse.

El flujo másico $\dot{m}$ resulta creciente con Ra^* , pero decreciente de modo adimensional, como aparece en la Figura 7. Puede observarse en esta figura que Λ prácticamente no tiene influencia en G (lo mismo ocurre con η , aunque no se ha representado).

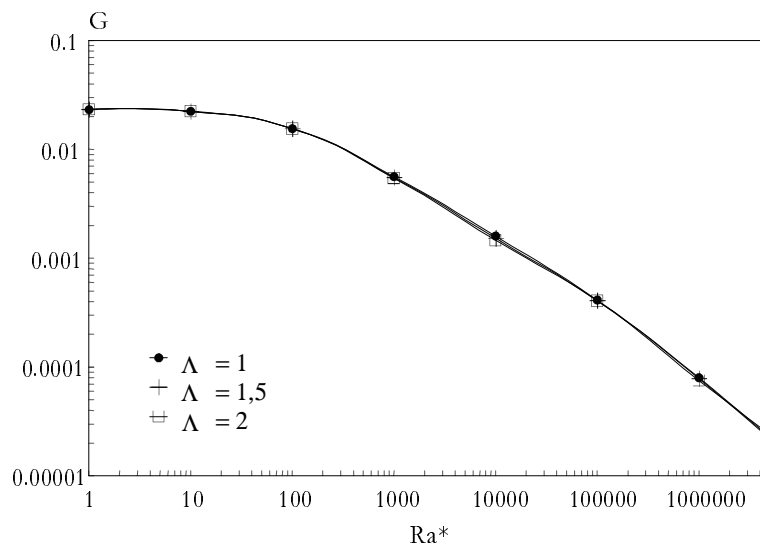


Figura 7. Gasto másico adimensionalizado a través del canal formado por muro y cristal (Figura 2) para $b/L = 0,1$, $h/b = 0,5$, $e_2/b = 1$ y $\eta = 85^\circ$, en función de Ra^* y de Λ

Se han obtenido las distribuciones de las propiedades fluidas, tales como la distribución de líneas de corriente de la Figura 8a (para $Ra^* = 10^6$), en la que se observan las recirculaciones que aparecen en la entrada (como consecuencia del chorro de fluido entrante que impacta contra la base del cristal), y en la zona de la salida (como consecuencia del cambio brusco de dirección al que se ve obligado el fluido, Figura 8c). La zona de recirculación en la entrada ha aparecido incluso para valores de Ra^* pequeños, mientras que las distintas zonas de recirculación en la salida y el flujo reverso en el centro del canal se desarrolla a medida que Ra^* aumenta.

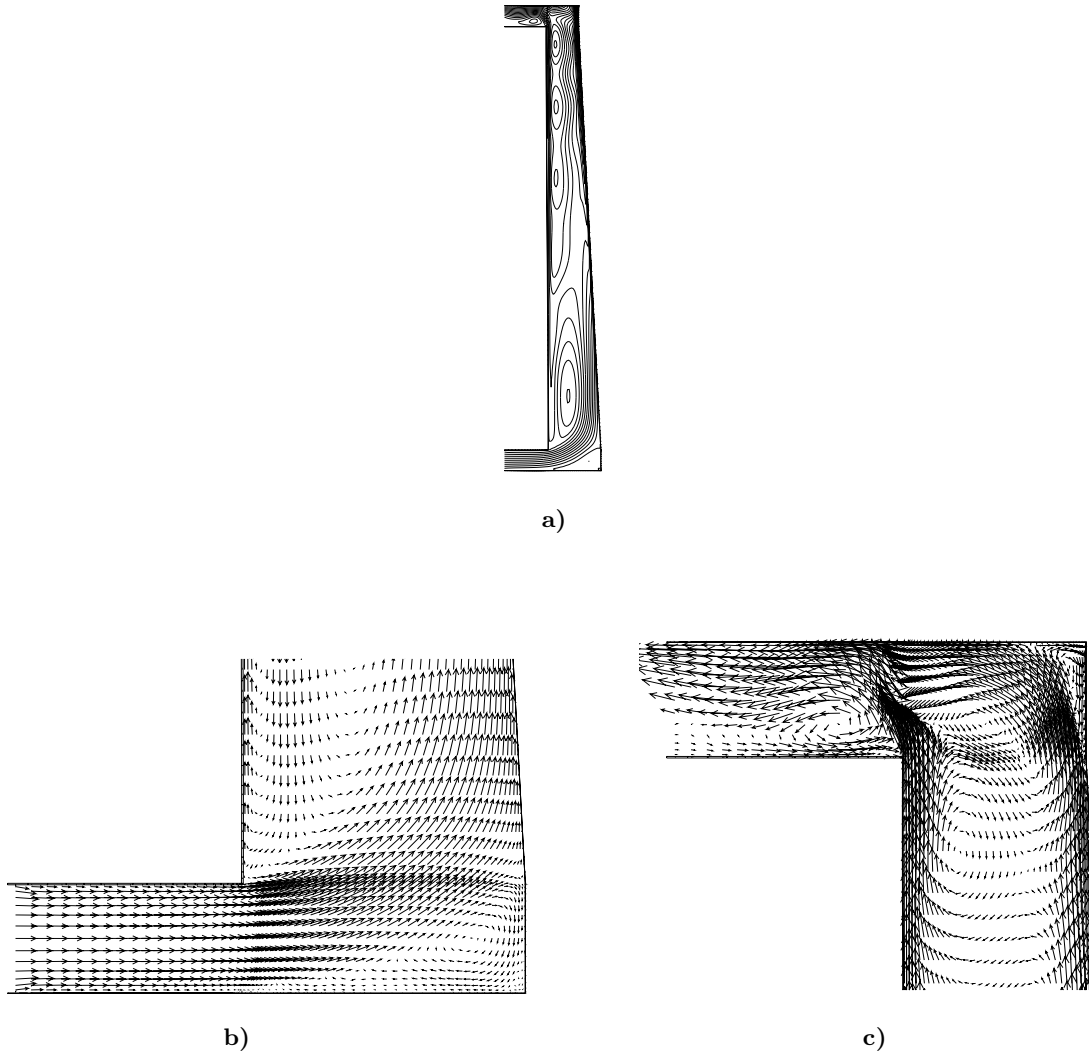


Figura 8. Líneas de corriente (a) para el sistema 'Trombe' de la Figura 2, y detalle de los vectores de velocidad en la entrada (b) y en la salida (c). $Ra^* = 10^6$, $b/L = 0,1$, $h/b = 0,5$, $e_2/b = 1$, $\eta = 87^\circ$ y $\Lambda = 1,5$

Los resultados obtenidos para los números de Nusselt medios se han ajustado mediante un procedimiento de mínimos cuadrados a una correlación del tipo

$$Nu = C(Ra^*)^m \quad (18)$$

para valores de Ra^* superiores a 10^4 , apropiada para régimen de capa límite. Los valores de C y de m se muestran en la Tabla I. La desviación máxima de la correlación propuesta respecto de los resultados numéricos es del 4 %. Se ha comprobado que la correlación propuesta por Zamora²⁵ para el caso de un canal simple vertical con calentamiento simétrico, ecuación (7) constituye un límite superior para (18); esto mismo ocurre con otras correlaciones de capa límite³.

Λ	Nu_1		Nu_2	
	C	m	C	m
1	0,5399	0,2506	0,4194	0,2616
1,5	0,4766	0,2557	0,4566	0,2591
2	0,4280	0,2598	0,4744	0,2584

Tabla I. Valores de C y m en función de Λ para la ecuación (18). Sistema “Trombe”

Resultados obtenidos para el sistema habitación–pared “Trombe”

El modelo numérico desarrollado se ha aplicado a una habitación con un sistema “Trombe” como el de la Figura 1. Además de las dimensiones geométricas expuestas hasta el momento, interviene la distancia H , que fija la anchura de la sala. Para simular numéricamente el problema en “Phoenix”, ha sido preciso sustituir las condiciones de contorno de entrada y de salida por una fuente másica emplazada en el nodo central del dominio de cálculo; se mantuvo el mismo número de celdas en dirección perpendicular al suelo, 120, aumentando a 140 el número de celdas en la dirección del mismo, aunque en la zona correspondiente al propio sistema “Trombe”, se han mantenido las 60 celdas de la simulación anterior. Se han considerado como paredes frías a T_∞ a todas aquellas que no se suponen a temperaturas T_{p1} , T_{p2} y T'_{p2} .

Con el objeto de validar este modelo ampliado, se han comparado los resultados obtenidos con los de Warrington y Ameel.¹⁷ Estos autores han estudiado experimentalmente el flujo en un recinto cerrado con una geometría “Trombe” similar a la que se presenta en este trabajo; sobre un modelo a escala 1/18 de una habitación de forma rectangular de 8,2 m de anchura y 5,5 m de altura, han presentado correlaciones para los números de Nusselt medios en ambos lados del muro “Trombe” (basando el número de Nusselt en la altura total de la habitación) en función del número de Rayleigh (basado este en la misma altura y en el salto térmico $T_{p2} - T_\infty$) y de la relación de temperaturas entre ambos lados del muro $(T'_{p2} - T_\infty)/(T_{p2} - T_\infty)$. Teniendo en cuenta que la altura total de la habitación es $L + 2h$ en este trabajo, para poder realizar la comparación se ha concretado en casos en los que $\eta = 90^\circ$, $b/L = 0,0845$, $h/b = 0,1693$ y $e_2/b = 2$, de modo que la correlación propuesta por Warrington y Ameel¹⁷ para el número de Nusselt en la cara del muro “Trombe” que mira hacia el cristal, puede ponerse con nuestra nomenclatura del modo

$$Nu_2 = 0,9588(Ra^*)^{0,1761} \left(\frac{T'_{p2} - T_\infty}{T_{p2} - T_\infty} \right)^{-0,3901} \quad (19)$$

de manera que para una condición de calentamiento dada por $(T'_{p2} - T_\infty)/(T_{p2} - T_\infty) = 0,8$, se obtiene de la ecuación anterior un número de Nusselt de 8,433 para un $Ra^* = 1,4 \times 10^5$, que corresponde con un número de Rayleigh definido tal como lo han hecho Warrington y Ameel¹⁷ de $4,4 \times 10^9$. Con el modelo desarrollado en “Phoenix” se ha obtenido en este trabajo un número de Nusselt de 8,13, tan sólo un 3,6 % menor. En la Figura 9 se exponen las

líneas de corriente obtenidas numéricamente y que han sido comparadas satisfactoriamente con las experimentales de Warrington y Ameel¹⁷ (no obstante, se han observado que ciertas recirculaciones obtenidas en el presente trabajo no han sido presentadas por estos autores). En general, la variación máxima entre los números de Nusselt calculados por Warrington y Ameel¹⁷ y los de este trabajo para valores de Ra^* del orden de 10^5 fue del -7% .

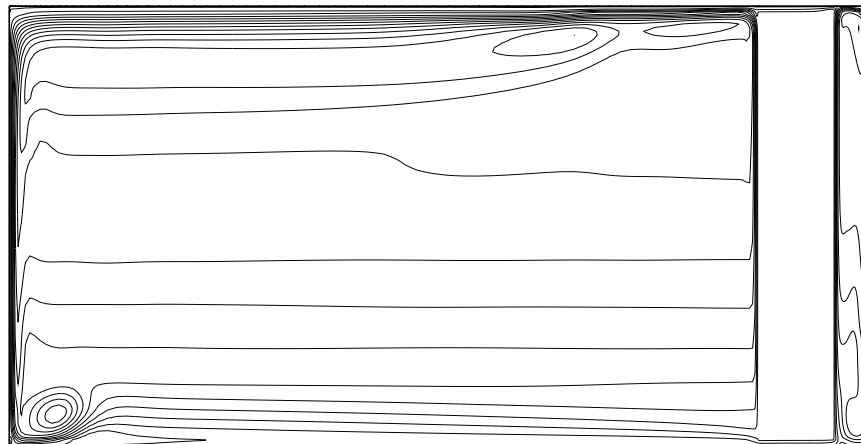


Figura 9. Líneas de corriente para el sistema habitación-pared “Trombe”, $Ra^* = 1,4 \times 10^5$, $b/L = 0,0845$, $h/b = 0,1693$, $e_2/b = 2$, $\eta = 90^\circ$ y $(T_{p2} - T_\infty)/(T_{p2} - T_\infty) = 0,8$

Una vez validado el modelo, para comparar con los resultados obtenidos para el caso de pared “Trombe” (Figura 2), se han simulado casos correspondientes a $H/L = 3/5$, $b/L = 0,075$, $h/b = 1,5$, $e_2/b = 2$ y $\eta = 90^\circ$ para dos condiciones de calentamiento $\Lambda = 1$ y 2. Con los saltos térmicos proporcionados por el programa desarrollado en “Matlab”, los números de Rayleigh modificados resultantes están comprendidos entre 3×10^5 y $6,5 \times 10^5$, y Λ entre 1,6 y 2. Los números de Nusselt calculados en el muro y en el cristal se han ajustado (con una aproximación del 2 %) a una correlación del tipo (18), pudiéndose leer las constantes C y m en la Tabla II para el rango de parámetros considerado.

Λ	Nu_1		Nu_2	
	C	m	C	m
1	0,0347	0,3857	0,0128	0,4490
2	0,3364	0,2206	0,4715	0,2318

Tabla II. Valores de C y m en función de Λ para la ecuación (18). Sistema habitación-pared “Trombe”

La discrepancia entre las correlaciones propuestas para los números de Nusselt para la configuración sistema “Trombe” y para el sistema habitación-pared ‘Trombe’ (por ejemplo, para Ra^* del orden de 10^5 , el número de Nusselt en el muro es del orden del 35 % menor en el dominio de la Figura 1) se debe a la propia definición de Ra^* , que está basado en el salto térmico sobre una temperatura de referencia T_∞ . En el sistema habitación-pared “Trombe”, la propia termocirculación hace que el fluido entrante al canal formado por el muro y el cristal se encuentre a una temperatura por encima de T_∞ ; esto se traduce en que en realidad se están simulando casos con un número de Rayleigh modificado inferior al correspondiente del sistema “Trombe”.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos del balance energético global planteado para un sistema “Trombe” (que ha incluido el cálculo de la intensidad de la radiación solar recibida por el sistema y que ha sido resuelto a través de la aplicación matemática “Matlab”) han permitido simular numéricamente el flujo laminar inducido por convección natural para dos configuraciones: sistema “Trombe” y sistema habitación-pared “Trombe”, utilizando el código de propósito general “Phoenix” (basado en un procedimiento de discretización de volúmenes finitos). Se han presentado correlaciones para los números de Nusselt medios en el muro y en la pared de cristal que forman el sistema “Trombe” para las dos configuraciones anteriores. Para la segunda configuración, el modelo ha sido contrastado satisfactoriamente con los resultados experimentales de Warrington y Ameer.¹⁷ Se deja para futuros trabajos ampliar el modelo presentado para distintas correlaciones geométricas y para simular el flujo turbulento que puede aparecer a altos números de Rayleigh.

REFERENCIAS

- 1 A. Bejan, *Heat Transfer*, Wiley, New York, (1993).
- 2 F.P. Incropera y D.P. De Witt, *Introduction to Heat Transfer*, 2ª edición, Wiley, New York (1990).
- 3 W. Aung, L.S. Fletcher y V. Sernas, “Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. **15**, pp. 2293–2308, (1972).
- 4 E.M. Sparrow y L.F.A. Azevedo, “Vertical-channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. **28**, pp. 1847–1857, (1985).
- 5 L. Martin, G.D. Raithby y M.M. Yovanovich, “On the low Rayleigh number asymptote for natural convection through an isothermal, parallel-plate channel”, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. **113**, pp. 899–905, (1991).
- 6 M.S. Bohn, A.T. Kirkpatrick y D.A. Olson, “Experimental study of three-dimensional natural convection high-Rayleigh number”, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. **106**, pp. 339–345, (1984).
- 7 M. Yang y W.Q. Tao, “Three-dimensional natural convection in an enclosure with an internal isolated vertical plate”, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. **117**, pp. 619–625, (1995).
- 8 X. Yuan, A. Moser y P. Suter, “Wall functions for numerical simulation of turbulent natural convection along vertical plates”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. **36**, pp. 4477–4485, (1993).
- 9 T.A.M. Versteegh y F.T.M. Nieuwstadt, “A direct numerical simulation of natural convection between two infinite vertical differentially heated walls scaling laws and wall functions”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. **42**, pp. 3673–3693, (1999).
- 10 R.A.W.M. Henkes y C.J. Hoogendoorn, “Comparison exercise for computations of turbulent natural convection in enclosures”, *Numerical Heat Transfer*, Vol. **28**, pp. 59–78, (1995).
- 11 G. Gan y S.B. Riffat, “A numerical study of solar chimney for natural ventilation of buildings with heat recovery”, *Applied Thermal Engng.*, Vol. **18**, pp. 1171–1187, (1998).
- 12 S. Kumar, S. Sinha y N. Kumar, “Experimental investigation of solar chimney assisted bioclimatic architecture”, *Energy Convers. Mgmt.*, Vol. **39**, pp. 441–444, (1998).

- 13 J.F. Robert, J.L. Peube y F. Trombe, "Experimental study of passive air-cooled flat-plate solar collectors: characteristics and working balance in the Obeillo Solar Houses", *Energy Conversion in Heating and Cooling and Ventilation Buildings*, Hemisphere, Washington, Vol. **2**, pp. 761–782, (1978).
- 14 H. Akabari y T.R. Borgers, "Free convective laminar flow within the trombe wall", *Solar Energy*, Vol. **22**, pp. 165–174, (1979).
- 15 B.A. Jubran, M.A. Hamdan y W. Manfalouti, "Modelling free convection in a trombe wall", *Renewable Energy*, Vol. **1**, pp. 351–360, (1991).
- 16 N.K. Tarazi, "A model of a Trombe wall", *Renewable Energy*, Vol. **1**, pp. 533–541, (1991).
- 17 R.O. Warrington y T.A. Ameer, "Experimental studies of natural convection in partitioned enclosures with a Trombe wall geometry", *ASME J. Solar Energy Engng.*, Vol. **117**, pp. 16–21, (1995).
- 18 W. Smolec y A. Thomas, "Problems encountered in heat transfer studies of a Trombe wall", *Energy Convers. Mgmt*, Vol. **35**, pp. 483–491, (1994).
- 19 H.B. Awbi, "Design considerations for naturally ventilated buildings", *Renewable Energy*, Vol. **5**, pp. 1081–1090, (1994).
- 20 R. Ben Maad y A. Belghith, "The use of grid-generated turbulence to improve heat transfer in passive solar systems", *Renewable Energy*, Vol. **2**, pp. 333–336, (1992).
- 21 M. Iqbal, "An Introduction to solar radiation", Academic Press, New York, (1969).
- 22 W.C. Swinbank, "Long-wave radiation from clear skies", *Quarterly J. Royal Meteorological Soc.*, Vol. **89**, p. 339, (1963).
- 23 R. Siegel y J.R. Howell, "Thermal radiation heat transfer", McGraw-Hill, New York, (1981).
- 24 W.H. McAdams, "Heat Transmission", 3ª edición, McGraw-Hill, New York, (1954).
- 25 B. Zamora, "Estudio numérico de flujos por convección natural en sistemas de placas verticales paralelas", Tesis Doctoral, UNED, Madrid, (1995).
- 26 J. Hernández, B. Zamora y A. Campo, "On the effect of Prandtl number, shape and aspect ratio upon laminar convection flows in single and multiple vertical channels", *Tenth International Heat Transfer Conference*, Brighton, U.K., Vol. **5**, pp. 483–488, (1994).
- 27 S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere Publishing Co., New York, (1985).
- 28 D.B. Spalding, "A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives", *Int. J. Num. Methods Engng.*, Vol. **4**, p. 551, (1972).
- 29 B.P. Leonard y J.E. Drummond, "Why 'hybrid', 'power-law' or related exponential schemes for convective modelling—there are much better alternatives", *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. **20**, pp. 421–442, (1995).
- 30 D.B. Spalding, "Mathematical model of fluid-mechanics heat-mass transfer and chemical reaction processes: a lecture course", *Imperial College CFDU report HTS/80/1*, (1980).
- 31 S.V. Patankar, "Numerical prediction of three-dimensional flows", *Studies in Convection: Theory, Measurement and Applications*, Ed. B.E. Launder, Vol. **1**, Academic Press, New York, (1975).
- 32 J.W. MacArthur y S.V. Patankar, "Robust semidirect finite difference methods for solving the Navier-Stokes and energy equations", *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. **9**, pp. 325–340, (1989).