

# Resistencia de radiación de altavoces planos

Eva Escuder, Jesús Alba y Jaime Ramis

Departamento de Física Aplicada, Escuela Politécnica Superior de Gandia  
Universitat Politècnica de València  
Natzaret Oliva s/n, 46730 Grau de Gandia, España  
Tel.: 34-962-84 93 00; Fax: 34-962-84 93 09  
e-mail: evescude@fis.upv.es, jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es

## Resumen

En estos últimos meses se ha incorporado de forma natural a los sistemas de reproducción sonora los altavoces planos de modos distribuidos, que generan el campo acústico mediante la vibración de una superficie rectangular. La manera de colocar estos elementos es diversa: pueden colocarse como altavoces de techo, únicamente apoyados sobre los montantes, pueden colocarse verticalmente, apoyados en la pared como un cuadro o fijados sobre un marco de sujeción. Como se puede observar, las condiciones de fijación son diferentes. En este trabajo se pretende estudiar el comportamiento de un parámetro importante de los altavoces, la impedancia mecánica de radiación, que, como se ha mostrado en anteriores trabajos<sup>1,2</sup> es de gran interés para conocer su comportamiento acústico, ya que está directamente relacionada con el rendimiento del sistema. En este trabajo se determina dicha resistencia de radiación, parte real de la impedancia, de un altavoz de modos distribuidos (DML: Distributed Modes Loudspeaker)<sup>3,4</sup> abordando, además diferentes condiciones de contorno.

Para ello, las velocidades en la superficie del panel, obtenidas mediante la técnica holografía acústica de campo cercano (NAH)<sup>5</sup>, se utilizan como valores de entrada con el objeto de determinar por integración numérica la resistencia de radiación del altavoz para diferentes condiciones de contorno. Se implementan dos métodos diferentes para realizar la predicción, el modelo de pistón plano y la matriz de resistencia de radiación acústica, comparando los resultados con medidas experimentales.

**Palabras clave:** impedancia de radiación, DML, NAH, pistón.

## RADIATION RESISTANCE OF FLAT LOUDSPEAKERS

### Summary

In these last months flat loudspeakers of distributed ways have been incorporated to the systems of sonorous reproduction naturally. They generate the acoustic field by means of the vibration of a rectangular surface. The way to place these elements is diverse: they can be placed like ceiling loudspeakers, supported solely on the posts, can be placed vertically, supported in the wall as a picture or fixed on a subjection frame. As it is possible to be observed, the conditions of fixation are diverse. In this work it is tried to study the behavior of an important parameter of the loudspeakers, the mechanical impedance of radiation. It is of great interest to know his behavior acoustic since directly it is related to the yield of the system, since it has been demonstrated in previous works<sup>1,2</sup>. In this work it is determined this radiation resistance, real part of the impedance, of a loudspeaker of distributed ways (DML: Distributed Modes Loudspeaker)<sup>3,4</sup> approaching in addition different conditions of contour.

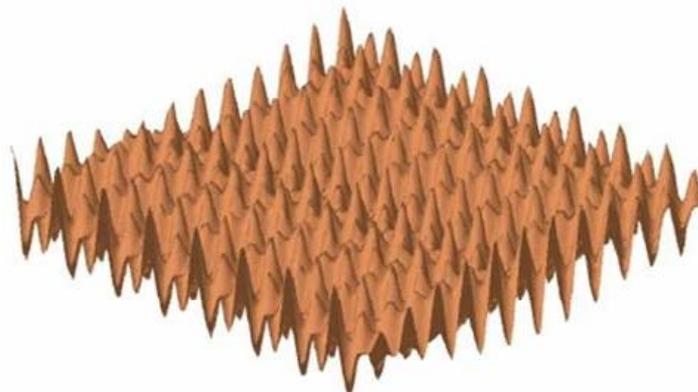
The speeds on the surface of the panel, obtained by means of NAH (Nearfield Acoustical Holography)<sup>5</sup> technique, are used like input values for determining by numerical integration the radiation resistance of the loudspeaker for different conditions of contour. Two methods different are used to make the prediction, the model of flat piston and the matrix of acoustic radiation resistance. The results are compared with experimental measures.

**Keywords:** radiation impedance, DML, NAH, piston.

## INTRODUCCIÓN

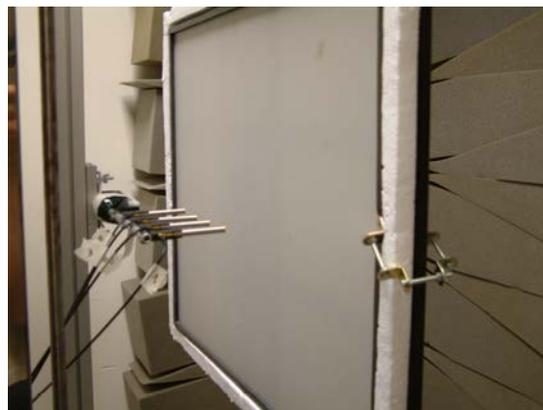
La importancia que están adquiriendo los nuevos sistemas de altavoces basados en modos distribuidos justifica un estudio detallado del comportamiento en diferentes condiciones de uso: en el techo, pegado o colgado en la pared, colocado sobre un marco rígido o elástico, que son varias de las formas de montaje que se utilizan.

La base de la tecnología NXTc se encuentra en el principio de modos distribuidos (Figura 1). Consiste en excitar el diafragma de forma que se presente el máximo número de modos de flexión posible. Se considera que el panel está formado por pequeñas celdas unidad; cada celda radia de forma individual, sin correlación, sumándose para generar en conjunto un campo difuso. La energía total es como si proviniera de una sola fuente constituida por múltiples fuentes.



**Figura 1.** Principio de modos distribuidos

La radiación del altavoz DML dependerá de las condiciones de contorno a las que se someta (Figura 2).



**Figura 2.** Altavoz DML con una sujeción

Se pretende predecir la resistencia de radiación acústica de un altavoz DML mediante dos métodos diferentes, el modelo de radiación de pistón plano y rectangular y el de la matriz de resistencia de radiación acústica. Para realizar una predicción objetiva se utilizan datos de entrada de velocidad en diferentes puntos del panel obtenidos mediante NAH. Paralelamente se realizan medidas experimentales de potencia sonora en cámara reverberante siguiendo el procedimiento de la norma UNE-EN ISO 3741<sup>6</sup> con el objetivo de calcular la resistencia de radiación indirectamente.

## FORMALISMO GENERAL

El concepto de impedancia mecánica de radiación está asociado a la fuerza de reacción  $F_R$  que ejerce el aire sobre el panel del altavoz oponiéndose al movimiento de este

$$Z_{MR} = \frac{F_R}{u} \quad (1)$$

La parte real de la impedancia mecánica de radiación es la resistencia de radiación, que se define como el cociente entre la potencia acústica radiada promedio por una de las caras del panel  $\Pi$  y el promedio espacial y temporal del cuadrado de la velocidad en su superficie  $\langle |u|^2 \rangle^7$ , es decir

$$R_{\text{rad}} = \frac{\Pi}{\langle |u|^2 \rangle} \quad (2)$$

### Impedancia mecánica de radiación en una superficie rectangular

El modelo de pistón plano parte de la hipótesis de que en general la radiación producida por la vibración de una superficie extendida, tal como un pistón, se puede obtener como la suma de presiones que producirían una asociación de fuentes simples. Se supone que la velocidad de vibración es perpendicular a la superficie y que es constante en todos sus puntos. La presión total radiada por una superficie rectangular con velocidad de vibración armónica  $u_0(x, y)$  resulta según la expresión (3) (Figura 3).

$$p = -j\rho_0 f e^{-j\omega t} \int_{x=-Lx/2}^{x=Lx/2} \int_{y=-Ly/2}^{y=Ly/2} \frac{u_0(x, y) e^{jk\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}}}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}} dx dy \quad (3)$$

Sustituyendo en (3) la velocidad de vibración de la superficie, se puede obtener la presión radiada en un punto del espacio, lo que permite predecir el campo de presiones generado por la placa.

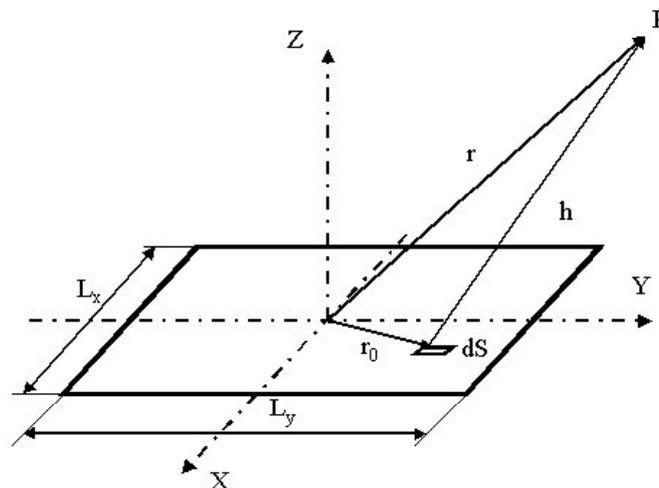


Figura 3. Pistón rectangular vibrante

La fuerza de reacción depende de la presión que se ejerce sobre la superficie de la membrana.

$$F_R = - \iint_S p \, dS' \quad (4)$$

Se sustituye la expresión de la presión radiada por una superficie rectangular (3) en la fuerza de reacción, integrando sobre todos los elementos de superficie y sustituyendo en (4), se obtiene

$$Z_{MR} = \frac{1}{u_0} j \rho_0 f \int_{x'=-Lx/2}^{x'=Lx/2} dx' \int_{y'=-Ly/2}^{y'=Ly/2} dy' \int_{x=-Lx/2}^{x=Lx/2} \int_{y=-Ly/2}^{y=Ly/2} \frac{u_0(x, y) e^{jk \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}}}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}} dx dy \quad (5)$$

### Matriz de resistencia de radiación acústica

La matriz de resistencia de radiación acústica,  $R_{ik}$ , se define como la función de transferencia que relaciona las velocidades normales de una estructura vibrante con las presiones sonoras en su superficie<sup>8</sup>. Esta cantidad depende sólo de la geometría de la estructura. La dimensión de  $R_{ik}$  viene definida por el número de subdivisiones virtuales de la estructura. Se puede definir la impedancia de radiación específica local en una superficie  $S$  como el cociente complejo entre la amplitud de presión sonora  $p_i$  en el punto  $i$ , debido a la fuente puntual localizada en el punto  $k$  y la velocidad  $V_{nk}$  (Figura 4).

$$Z_{S_{ik}} = \frac{p_i}{V_{nk}} \quad (6)$$

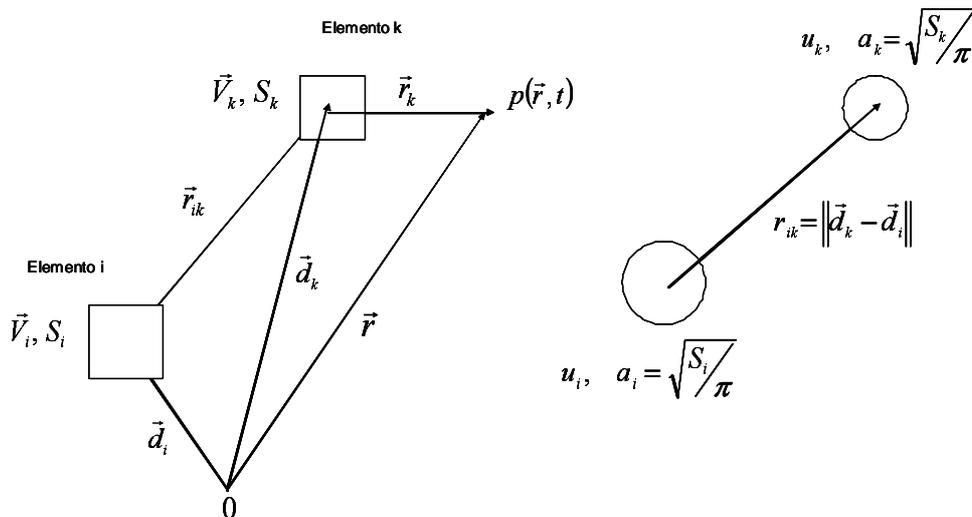


Figura 4. Geometría del sistema de pistones circulares

Asumiendo que la longitud característica de los elementos de superficie es pequeña comparada con la longitud de onda acústica típica, entonces la presión y la velocidad pueden considerarse constantes sobre cada elemento, y puede representarse mediante un valor promedio. La impedancia acústica es

$$Z_{ik} = \frac{p_i}{u_k} \quad (7)$$

y la matriz de resistencia de radiación acústica,  $R_{ik}$ , se obtiene tomando la parte real de  $Z_{ik}$ .

La potencia sonora radiada de una estructura vibrante se define como el cociente de promedio temporal en el que la energía sonora fluye a través de una superficie completa alrededor de la estructura. Si se considera que la estructura se divide en  $N$  elementos pequeños, la potencia radiada es

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N Z_{ik} u_i u_k^* + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N Z_{ik}^* u_i^* u_k \quad (8)$$

intercambiando los índices, ordenando los sumatorios y aplicando el principio de reciprocidad  $Z_{ik} = Z_{ki}$ , se obtiene

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N R_{ik} u_i u_k^* = \frac{1}{2} u^H \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (9)$$

donde  $\mathbf{u}$  es el vector de velocidad volumétrica complejo,  $H$  denota el Hermítico y  $\mathbf{R}$  es la matriz de resistencia real  $N \times N$ . Si los elementos de  $\mathbf{u}$  se expresan tal que  $u_i = |u_i| e^{j\phi_i}$ , entonces

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N R_{ii} |u_i|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N R_{ik} |u_i| |u_k| \cos(\phi_k - \phi_i) \quad (10)$$

donde la primera parte de la ecuación (10) corresponde a la resistencia propia y la segunda, a la resistencia cruzada, que da una medida del acople acústico entre los elementos de superficie  $i$ -ésimo y  $k$ -ésimo. La matriz de resistencia se evalúa numéricamente mediante el método de Hashimoto denominado *discrete calculation method*, en el cual el panel se divide en elementos virtuales pequeños. Cada elemento rectangular se trata como un pistón circular, con un área igual a la del elemento correspondiente. Con esta aproximación, la resistencia propia y la cruzada, resultan respectivamente

$$R_{ii} = \rho_0 c S_i \left[ 1 - \frac{J_1(2ka_i)}{ka_i} \right] \quad (11)$$

$$R_{ik} = \frac{2\rho_0 c k^2 S_i S_k}{\pi} \left[ \frac{J_1(2ka_i)}{ka_i} \frac{J_1(2ka_k)}{ka_k} \right] \frac{\sin kr_{ik}}{kr_{ik}} \quad (12)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $S_i$  y  $S_k$  las superficies de los pistones equivalentes,  $a_i = \sqrt{S_i/\pi}$  y  $a_k = \sqrt{S_k/\pi}$  los radios de los pistones y  $J_1$  la función de Bessel de primer orden.

## NAH

La técnica NAH (Nearfield Acoustical Holography) se utiliza para reconstruir el campo sonoro y la velocidad de vibración de un objeto o fuente sonora a partir de presiones medidas con un *array* de micrófonos en un plano paralelo y cercano a la fuente<sup>9</sup> (Figura 5). Esta técnica comprende la grabación de la amplitud y la fase de la presión sonora con un array plano de micrófonos, para calcular mediante técnicas de reconstrucción digital la estructura de la fuente de sonido objeto.

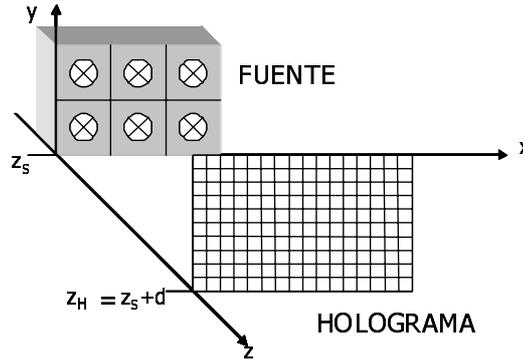


Figura 5. Geometría de NAH

La presión en el espacio real en cualquier plano (holograma  $z_h$ ) situado a una distancia  $d$  cercana de la fuente puede calcularse, si se conoce la presión en la superficie de la fuente situada en  $z_s$ , según la ecuación (13), donde  $G$  es el propagador de un plano a otro.

$$p_h(x, y, z_h) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_s(x', y', z_s) G(x - x', y - y', d) dx' dy' \quad (13)$$

Según el teorema de convolución esta expresión se convierte

$$p_h(x, y, z_h) = p_s(x, y, z_s) ** G_d(x, y) \quad (14)$$

donde  $**$  denota el producto de convolución. Si tomamos la transformada de Fourier en dos dimensiones (FFT2D) de la ecuación (14), se consigue la expresión de la presión en el holograma como un producto simple de la presión en la fuente y un propagador que depende de la distancia entre los dos planos, resultando

$$P_h(k_x, k_y, z_h) = P_s(k_x, k_y, z_s) G_d(k_x, k_y) \quad (15)$$

Una vez determinada la presión, se puede determinar la velocidad a partir de la ley de Newton para fluidos

$$\nabla p = i\omega\rho v \quad (16)$$

La velocidad resulta

$$V_s(k_x, k_y, d) = \left( \frac{1}{\omega\rho} \right) (k_x \hat{i} + k_y \hat{j} + k_z \hat{k}) P_s(k_x, k_y, d) \quad (17)$$

donde  $k$  es el número de onda del sonido,  $k = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$  y  $k_z$  la componente espacial en la dirección  $z$ .  $k_z$  puede ser real o imaginaria (18). En el caso (18a), como las velocidades en los ejes  $x$  e  $y$  superan la velocidad del sonido las ondas superficiales pueden relacionarse con las ondas sonoras y propagarse normalmente a distancias lejanas. En el caso (18b) una

de las velocidades en el eje  $x$  o  $y$  no supera la velocidad del sonido y las ondas superficiales no pueden propagarse normalmente con las ondas sonoras; a estas ondas se las denomina ondas evanescentes, porque decaen exponencialmente con la distancia.

$$k_z = \begin{cases} \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} & \text{para } k_x^2 + k_y^2 \leq k^2; c_x, c_y > c; k_z \text{ real} \\ \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} & \text{para } k_x^2 + k_y^2 > k^2; c_x \text{ o } c_y < c; k_z \text{ imaginario} \end{cases} \quad (18)$$

Cualquier distribución de presión puede expresarse únicamente y completamente mediante una suma de ondas planas y evanescentes. La transformada de Fourier representa una descomposición del campo sonoro en ondas planas y ondas evanescentes con direcciones dadas por  $k_x$  y  $k_y$ .

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se analizaron dos altavoces DML, uno de  $60 \times 60 \text{ cm}^2$  y otro de  $59 \times 57 \text{ cm}^2$ . Se montan en un marco de corcho; el panel puede quedar empotrado libremente, que será el caso considerado sin sujeciones, y posteriormente se le anaden las sujeciones puntuales, una por cada lado en el centro del lateral. El altavoz se situó en un ambiente anecoico para realizar las medidas con NAH.

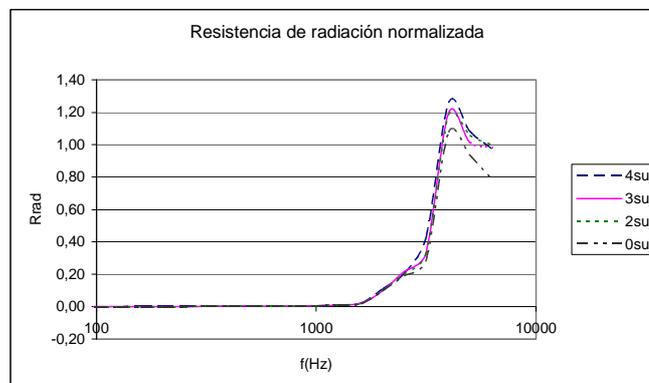
Se utilizó un sistema de posicionamiento con un *array* lineal de micrófonos de  $1/4''$  de alimentación por lazo de corriente, una tarjeta de sonido profesional y un amplificador de 16 canales. La toma de medidas se realizó en un plano paralelo a 6 cm del altavoz. Se tomaron medidas cada 5 cm de separación en el eje  $x$  y en el  $y$ . La señal emitida para el estudio fue ruido blanco a una frecuencia de muestreo de 44 100 Hz.

Se realizaron medidas de potencia acústica del DML en cámara reverberante y de aceleración con un acelerómetro miniatura para obtener por integración la velocidad en la superficie del panel.

La expresión (5) de la impedancia mecánica de radiación obtenida por el método del pistón plano se calcula aplicando el método de Romberg 10 de integración numérica.

## RESULTADOS

Potencia acústica y aceleración A partir de las medidas experimentales de potencia acústica y aceleración se calculó la resistencia de radiación usando la ecuación (2). Los resultados se presentan en la Figura 6, donde se observa que hay un aumento de la resistencia de radiación con la frecuencia y alcanza un máximo en 4 kHz; en esta zona al disminuir el número de sujeciones la resistencia de radiación disminuye ligeramente.



**Figura 6.** Resistencia de radiación del panel de  $45 \times 60 \text{ cm}^2$  con 4 sujeciones a partir de medidas experimentales

NAH

En las Figuras 7a y 7b se puede observar como cambia el nivel de presión del altavoz plano en función de diferentes condiciones de sujeción. Para 1 kHz, al aumentar el número de sujeciones, el nivel de presión es menos uniforme. Al aumentar la frecuencia de 1 kHz a 4 kHz, se observa menos cambio en el nivel de presión entre las sujeciones.

En la Figura 8 se representa la velocidad normal para las diferentes sujeciones. Se observa el mismo comportamiento comentado en las figuras del nivel de presión. En la Figura 9 se ha representado  $V_z$  promedio del panel vs. nº sujeciones para 1 kHz y 4 kHz. Se observa que para cada frecuencia la  $V_z$  se mantiene en un intervalo constante. Al aumentar la frecuencia disminuye la velocidad normal.

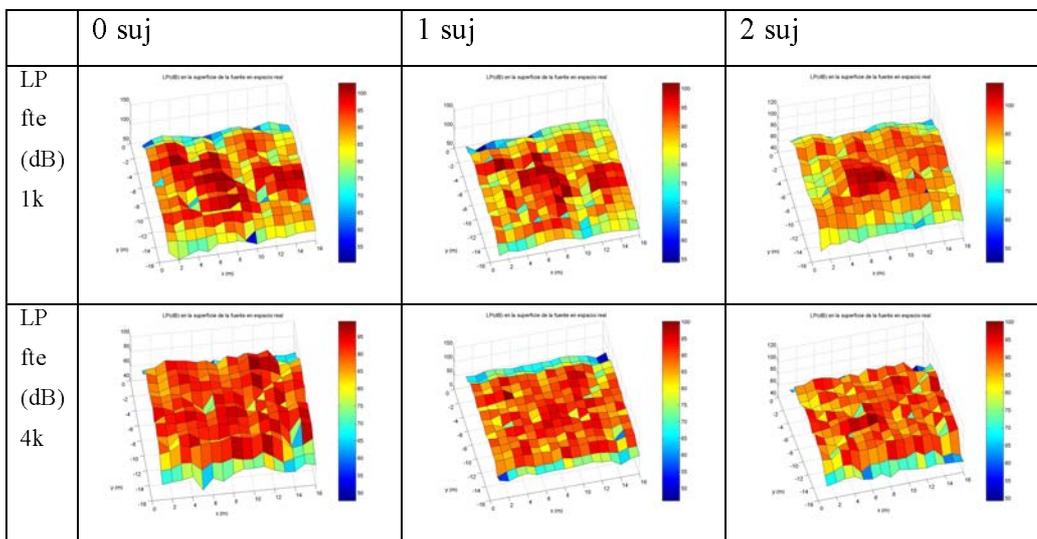


Figura 7a. Niveles de presión (dB) del panel en la fuente a 1 kHz y 4 kHz para las distintas sujeciones

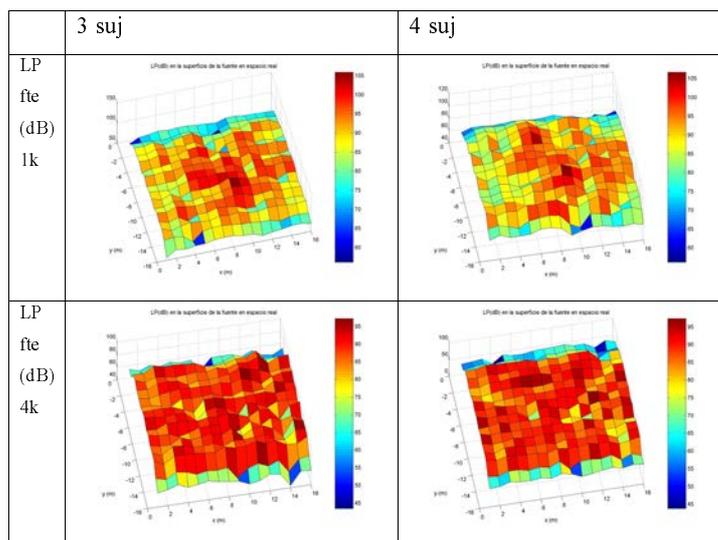
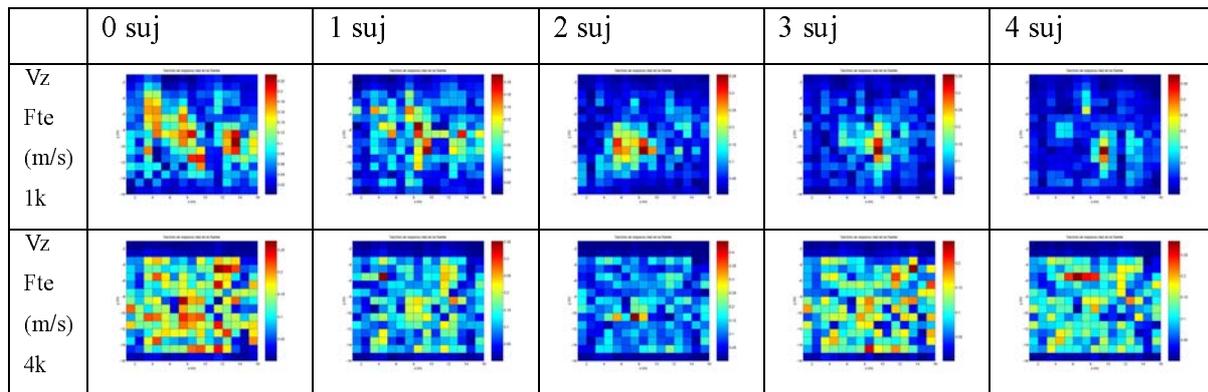
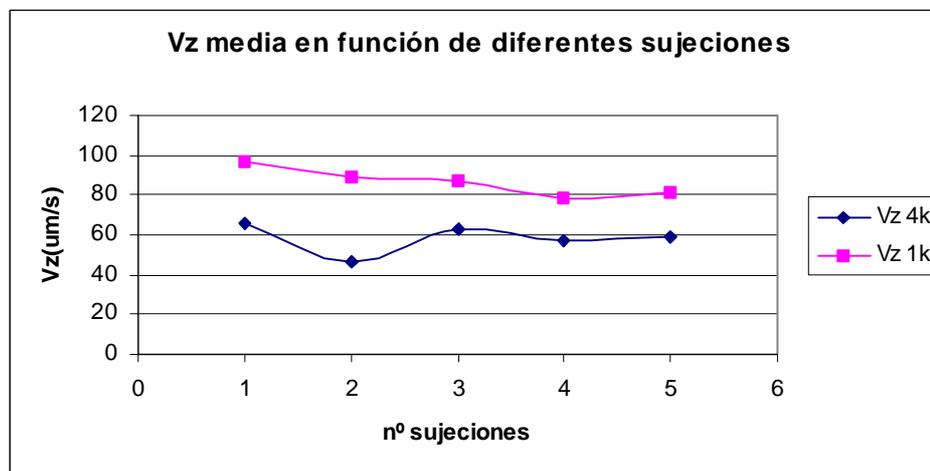


Figura 7b. Niveles de presión (dB) del panel en la fuente a 1 kHz y 4 kHz para las distintas sujeciones



**Figura 8.** Velocidades normales del panel en la fuente a 1 kHz y 4 kHz para las distintas sujeciones



**Figura 9.** Velocidad media del panel en la fuente a 1 kHz y 4 kHz para las distintas sujeciones

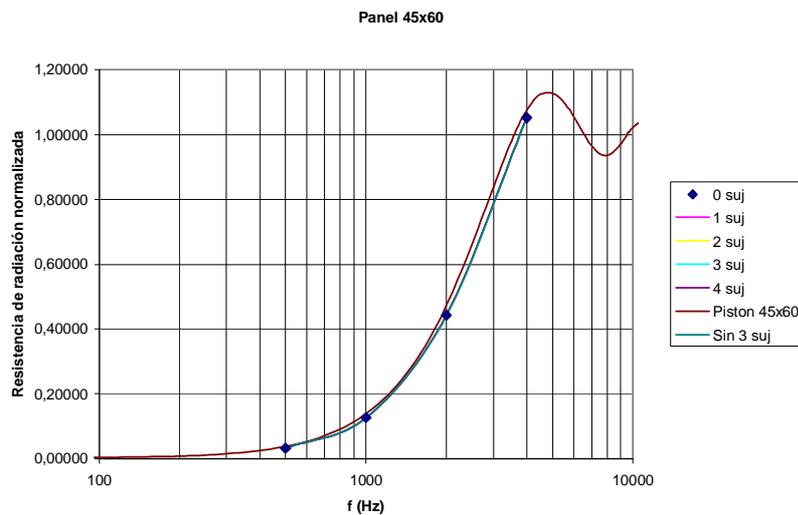
### Pistón plano y matriz de resistencia

En la Figura 10 se muestra la predicción de los valores de resistencia de radiación normalizada utilizando el modelo de pistón rectangular y el método de la matriz de resistencia, suponiendo una velocidad promedio constante calculada a partir de las medidas con holografía para un altavoz DML de  $60 \times 60 \text{ cm}^2$ . Se observa que la predicción de los dos modelos es similar.

En la Figura 11 se representa la predicción del comportamiento de la resistencia de radiación con el método de la matriz de resistencia de radiación usando los valores de entrada de las componentes normales de la velocidad en el panel calculadas mediante holografía, en función de las distintas condiciones de sujeción, para un altavoz DML de  $45 \times 60 \text{ cm}^2$ . Se observa que desde 100 Hz hasta 4 kHz la resistencia de radiación crece de forma exponencial; en 4 kHz se presenta el máximo de resistencia y a partir de esta frecuencia se mantiene alrededor de un valor constante.



**Figura 10.** Resistencia de radiación normalizada,  $R_{\text{rad}}$ : modelo pistón rectangular, MEDIDA: método matriz  $R$ , para un altavoz DML de  $60 \times 60$  cm<sup>2</sup>



**Figura 11.** Resistencia de radiación normalizada para diferentes sujeciones: 0, 1, 2, 3 y 4 sujeciones usando el método de la matriz  $R$

## CONCLUSIONES

La resistencia de radiación acústica para el caso de un altavoz DML parece no depender del número de sujeciones a las que se le somete. Crece exponencialmente con la frecuencia hasta 4 kHz, donde alcanza su máximo, y a partir de esa frecuencia se comporta con un valor aproximadamente constante.

Al variar el número de sujeciones se modifica el nivel de presión en la superficie del altavoz.

El método de pistón plano y el de la matriz de resistencia ofrecen un resultado similar en la predicción de la resistencia de radiación acústica de un altavoz DML.

Debido a que el panel contiene un gran número de ondas de flexión, su densidad modal es alta, y por tanto, la resistencia de radiación con sujeciones es aproximadamente igual a la resistencia de radiación de un panel apoyado simplemente<sup>11</sup>.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología (MAT2003-04068) y por la Conselleria d'Empresa, Universitat y Ciencia (GV04A378).

## REFERENCIAS

- 1 J. Alba Fernández, J. Ramis Soriano, V. Espinosa Roselló y V. Sánchez Morcillo, “Radiación acústica por superficies planas: aplicación a altavoces”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **19**, N° 1, pp. 65–74, ISSN: 0213-1315, (2003).
- 2 J. Alba Fernández y J. Ramis Soriano, “Efecto de la modificación del perfil en el rendimiento de altavoces dinámicos de radiación directa”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **18**, N° 2, pp. 243–254, (2002).
- 3 <http://www.vxm.com/NXT.htm>.
- 4 <http://www.nxtsound.com/technology/FAQs.php?MODE=SURF>.
- 5 J.D. Maynard, E.G. Williams e Y. Lee, “Nearfield acoustic holography: Theory of generalized holography and the development of NAH”, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. **78**, N° 4, pp. 1395–1413, octubre (1985).
- 6 UNE-EN ISO 3741: Determinación de los niveles de potencia acústica de las fuentes de ruido a partir de la presión acústica. Métodos de precisión en cámaras reverberantes, (2000).
- 7 C.E. Wallace, “Radiation resistance of a rectangular panel”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. **51**, N° 3, pp. 946–952, (1972).
- 8 J.P. Arenas y M.J. Crocker, “Sound radiation efficiency of a baffled rectangular plate”, *International Journal of Acoustics and Vibration*, Vol. **7**, N° 4, (2002).
- 9 E. Escuder, J. Ramis, J. Alba, F. Hernández, M. Ardid, R. Picó y J. Redondo, “Análisis de la influencia de las condiciones de fijación en la radiación de una superficie de policarbonato”, *Tecniacústica 2003*, 34° Congreso Nacional de acústica. Encuentro ibérico de acústica, EAA SYMPOSIUM, (2003).
- 10 W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, “*Numerical recipes in C*”, 2ª edición, Cambridge University Press, (1992).
- 11 K. Renji, “On the effect of boundaries on radiation resistance of plates”, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. **110**, N° 3, (2001).