

Análisis sísmico de edificios con dispositivos de aislamiento de base elastoméricos

Omar Salomón

Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería
Módulo C1, Campus Norte, UPC
Cran Capitán, s/n, 08034 Barcelona, España
Tel.: 34-93-401 64 73, Fax: 34-93-401 65 17
E-mail: salomon@cimne.upc.es

Sergio Oller y Alex H. Barbat

Dpto de Resistencia de Materiales y Estructuras
ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Cataluña
Módulo C1, Campus Norte, UPC
Cran Capitán, s/n, 08034 Barcelona, España
Tel.: 34-93-205 70 16, Fax: 34-93-401 65 17

Resumen

Los sistemas de aislamiento sísmico de base desacoplan parcialmente una estructura de los movimientos del terreno por medio de dispositivos colocados entre la estructura y su cimentación. De los diversos tipos de dispositivos desarrollados, los más utilizados son los de elastómero laminado que están constituidos por capas alternadas de elastómero y acero. Este artículo es una contribución al tratamiento numérico conjunto de las estructuras con sus dispositivos de aislamiento de base de elastómeros laminados. La no linealidad en la respuesta material no está limitada a la componente elastomérica del sistema, puesto que el comportamiento de la estructura de hormigón armado se representa mediante modelos constitutivos elasto-plásticos y de daño. Como ejemplo se analiza la respuesta sísmica de una estructura de seis plantas con aislamiento de base y se compara con la de una estructura similar de base fija.

SEISMIC ANALYSIS OF BUILDINGS WITH ELASTOMETRIC BASE ISOLATION DEVICES

Summary

Base isolation systems partially uncouple a structure from the seismic ground motion by means of specially designed devices inserted between the structure and its foundation. Among the different types of devices developed, the elastomeric bearings are probably the most used in present times. The laminated rubber bearings are composed of layers of rubber and steel with the rubber being vulcanised to the steel layers. This paper is a contribution to the numerical treatment of these systems. It develops an analytical model and a solution algorithm for nonlinear dynamic analysis of base isolated building with elastomeric isolation systems. Nonlinear behaviour is not restricted to the base isolation system: the reinforced concrete superstructure is modeled using mixing theory with a plastic-damage constitutive model for the concrete and a elasto-plastic model for the steel bars. As an example, the seismic performance of a six-story base-isolated reinforced concrete frame is analyzed and compared with the similar but fix-base structure.

INTRODUCCIÓN

La solución convencional al diseño sismo-resistente de edificios consiste en proyectar estructuras con suficiente resistencia, deformabilidad y capacidad de disipación de energía para soportar las fuerzas generadas por los terremotos. Se acepta que el movimiento del terreno transmita energía al edificio, energía que debe ser en parte disipada a fin de evitar aceleraciones excesivas y corrimientos entre los pisos que los pilares no pudieran resistir. Esta disipación se consigue mediante la plastificación de algunos elementos de la estructura, lo que le causa daños mas o menos importantes. Asimismo, en el diseño sismo-resistente convencional, el daño en componentes no estructurales es muy difícil de evitar, ya que las fuerzas dinámicas superan a las de diseño, que se calculan utilizando las normativas. Por otra parte, al vincular rígidamente el edificio al terreno, las aceleraciones que se producen en la estructura son normalmente mayores que las del terreno y pueden afectar a los equipos contenidos en el edificio.

Una alternativa para evitar, o al menos reducir, estos inconvenientes es el aislamiento sísmico. A diferencia del enfoque clásico, los sistemas de aislamiento limitan los efectos del ataque sísmico sobre la estructura, al ser éstos mecanismos con gran flexibilidad horizontal, que sufren durante un sismo la mayor parte de las deformaciones, aislando en lo posible la estructura de los movimientos del terreno. Las fuerzas dinámicas son reducidas por la modificación de las características dinámicas de la estructura mediante un corrimiento del período fundamental de vibración del edificio, alejándolo del período predominante de los terremotos esperados en la zona.

Teniendo en cuenta las ventajas señaladas del aislamiento sísmico de base en comparación con el diseño convencional de estructuras sismorresistentes y considerando la escasa cantidad de modelos numéricos que permitan una simulación por ordenador de estructuras junto con sus dispositivos de aislamiento, el objetivo de este artículo es desarrollar un modelo numérico aplicando el método de los elementos finitos para analizar edificios con aislamiento sísmico de base, discretizando el conjunto estructura-dispositivo de aislamiento. Se pretende, de esta manera, estimar con mayor precisión la respuesta de tales estructuras y, con ello, facilitar la tarea de diseño y verificación de las mismas.

De los diversos tipos de dispositivos desarrollados para el aislamiento sísmico de base los más utilizados en Estados Unidos, Japón y Nueva Zelanda son los de *elastómero laminado*. Estos dispositivos están constituidos por capas alternadas de elastómero y acero. Las capas de elastómero proporcionan una gran flexibilidad horizontal al sistema, mientras que las capas de acero aseguran su rigidez vertical. Un análisis detallado de las características mecánicas de estos dispositivos puede consultarse en Salomón¹. Salomón *et al.*¹⁻⁴ han propuesto un modelo hiperelástico generalizado para el análisis de elastómeros multi-fase con aplicación directa a la simulación numérica de dispositivos de elastómero laminado. Aquí se utilizará la formulación propuesta, por lo que se remite al lector a las referencias indicadas.

En este artículo se desarrolla la modelización de la estructura con aislamiento. Se proponen modelos constitutivos elastoplásticos con degradación y/o viscosidad en pequeñas deformaciones, para ser aplicados a materiales friccionales, tales como el hormigón y para materiales metálicos elastoplásticos como el acero. Se supone que las estructuras apoyadas sobre los dispositivos de aislamiento antisísmico están formadas por pórticos de hormigón armado y éstos se modelan utilizando elementos de barra de Timoshenko. La sección transversal de estas barras se discretiza en capas, estando las capas internas compuestas por un único material, hormigón, y las capas externas por dos materiales, hormigón y acero. Para modelizar adecuadamente estas últimas se utiliza teoría de mezclas, lo que permite el trabajo en conjunto de los modelos constitutivos destinados a materiales friccionales con aquellos destinados al acero.

MODELOS CONSTITUTIVOS DE DEGRADACIÓN-PLASTICIDAD-VISCO-SIDAD

En esta sección se presentan las bases de un modelo constitutivo que trata de una manera unificada los fenómenos de plasticidad, degradación y viscosidad elástica, que ocurren a la vez en un punto del sólido. Dicho modelo es apropiado para describir el comportamiento de geomateriales y metales en pequeñas deformaciones.

La ecuación constitutiva y la disipación se obtienen en forma estándar⁵⁻⁷, verificando el cumplimiento de la desigualdad de Clausius-Duhem para problemas térmicamente estables. Es decir, que dada una forma de la energía libre de Helmholtz $\psi(\boldsymbol{\epsilon}^e, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e, \alpha^n, \beta^r)$ y su variación $\delta\psi = \partial_{\epsilon^e} \psi \delta\boldsymbol{\epsilon}^e + \partial_{\dot{\epsilon}^e} \psi \delta\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \partial_{\alpha^n} \psi \delta\alpha^n + \partial_{\beta^r} \psi \delta\beta^r$, resulta la ley constitutiva y la expresión explícita de dicha disipación para problemas plásticos y/o degradación y/o viscoelásticos

$$\boldsymbol{\sigma} = m \frac{\partial\psi(\boldsymbol{\epsilon}^e, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e, \alpha^n, \beta^r)}{\partial\boldsymbol{\epsilon}^e} \quad (1)$$

$$\delta\Xi_m = \delta\Xi_m^p + \delta\Xi_m^{np} = \underbrace{\frac{\boldsymbol{\sigma}}{m} \delta\boldsymbol{\epsilon}^p - \frac{\partial\psi}{\partial\alpha^n} \delta\alpha^n - \frac{\partial\psi}{\partial\beta^r} \delta\beta^r}_{\delta\Xi_m^d} - \underbrace{\frac{\partial\psi}{\partial\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e} \delta\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e}_{\delta\Xi_m^{vi} \equiv \delta\Xi_m^{dt}} \geq 0 \quad (2)$$

En esta última ecuación $(\cdot)^p$, $(\cdot)^d$, $(\cdot)^{np}$, $(\cdot)^{vi}$, $(\cdot)^{it}$ y $(\cdot)^{dt}$ representan las contribuciones plásticas, de daño, no plásticas, viscosas, independiente del tiempo y dependiente del tiempo, respectivamente, de la disipación mecánica $\delta\Xi_m$; ψ la energía libre de Helmholtz, $\boldsymbol{\epsilon}^e$ la deformación elástica adoptada como variable libre del problema, $\boldsymbol{\sigma}$ el tensor de tensiones de Cauchy, α^n es el grupo de n variables internas plásticas, β^r el grupo de r variables internas no plásticas (degradación) y m es la densidad del material.

Energía libre y deformación

Para el caso particular que aquí se presenta, se escribe la energía libre como la suma de una parte correspondiente al fenómeno elástico más otra independiente, correspondiente al fenómeno plástico, lo que se denomina *elasticidad desacoplada*

$$\psi(\boldsymbol{\epsilon}^e, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e, \alpha^n, \beta^r) = \overbrace{\frac{1}{2m} \boldsymbol{\epsilon}^e : \mathbb{C}^s(\beta^r) : \boldsymbol{\epsilon}^e + \frac{\tau}{m} \boldsymbol{\epsilon}^e : \mathbb{C}^s(\beta^r) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e}_{\psi^e(\boldsymbol{\epsilon}^e, \beta^r)} + \psi^p(\alpha^n) \quad (3)$$

donde $\boldsymbol{\epsilon}^e$ y $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ son el tensor de deformaciones elástico y su velocidad, respectivamente. Sus relaciones con la deformación total y con su variación temporal vienen dadas por la clásica forma aditiva: $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^p$ y $\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$, respectivamente y \mathbb{C}^s el tensor constitutivo secante que depende de la variable interna no plástica, denominada variable de degradación, de la siguiente manera

$$\mathbb{C}^s \equiv \mathbb{C}^s(\beta^r) = f(\beta^r) \mathbb{C}^o \quad (4)$$

donde \mathbb{C}^o es la rigidez constitutiva inicial de un material no degradado y $f(\beta^r)$ una función de transformación entre el espacio real degradado y el ficticio no degradado⁸. La expresión más simple para la función $f(\beta^r)$ coincide con la forma de degradación isótropa propuesta por Kachanov⁹ como $f(\beta^r) = (1 - d)_{r=1}$ y en este caso $d \equiv \{\beta^r\}$. Nótese que en adelante el superíndice s representará las variables en la configuración degradada.

Función de fluencia, potencial y variables internas para el problema puramente plástico

Las funciones de fluencia y potencial se expresan como funciones homogéneas de primer grado en tensiones

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n) &= f^s(\boldsymbol{\sigma}, \phi) - c(\kappa^p) = 0 \\ \mathcal{G}^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n) &= g^s(\boldsymbol{\sigma}, \phi) = \mathcal{K}\end{aligned}\quad (5)$$

donde c y ϕ representan la cohesión y la fricción interna si se trata de un geomaterial, respectivamente. Si se trata de metales, c es la resistencia a tensiones tangenciales, en tanto que la fricción interna es nula. Ejemplos de estas funciones son las de Tresca o de Von Mises para metales y de Mohr-Coulomb o Drucker-Prager para geomateriales.

La definición de la ley de evolución de las variables internas plásticas se obtiene a partir de una extensión conceptual de la definición de la regla de evolución de la deformación plástica

$$\begin{aligned}\delta \boldsymbol{\epsilon}^p &= \delta \lambda \mathbf{R}^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n) = \delta \lambda \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ \delta \alpha_i^n &= \delta \lambda H_i^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n) = \delta \lambda [\mathbf{h}_i^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n) : \mathbf{R}^s(\boldsymbol{\sigma}, \alpha^n)]\end{aligned}\quad (6)$$

donde la variación del factor de consistencia plástica $\delta \lambda$ resulta de la propia condición de consistencia y el tensor \mathbf{h}_i^s debe ser definido para cada variable interna que se quiera introducir al modelo.

Función límite de degradación y ley de evolución de las variables internas para el problema puramente de degradación

Se define una función límite escalar para activar la degradación^{10,11} en la siguiente forma

$$\bar{\sigma} - \bar{\sigma}^r(\beta^r) = 0 \quad \text{o} \quad \mathcal{G}^D(\bar{\sigma}, \beta^r) = g(\bar{\sigma}) - g(\beta^r) = 0 \quad (7)$$

donde $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}^o)$ es una función de tensión equivalente, $\boldsymbol{\sigma}^o = \mathbb{C}^o : \boldsymbol{\epsilon}$ es el predictor de tensiones no degradadas, $g(\cdot)$ es una función escalar positiva con derivada positiva a definir. En este caso particular $g(\bar{\sigma})$ define la función de degradación y $g(\beta^r) \equiv g(\bar{\sigma}^r(\beta^r))$ define el umbral de degradación en función de la resistencia uniaxial $\bar{\sigma}^r(\beta^r)$ que puede interpretarse como función de endurecimiento de degradación.

La ley de evolución para las variables internas de degradación se define de la siguiente forma

$$\delta \beta^r = \delta \mu \left(\frac{\partial \mathcal{G}^D}{\partial \bar{\sigma}} \right)_r = \underbrace{\left\langle \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^o} : \mathbb{C}^o : \delta \boldsymbol{\epsilon} \right\rangle}_{\langle \delta \bar{\sigma} \rangle} \left(\frac{\partial \mathcal{G}^D}{\partial \bar{\sigma}} \right)_r \quad (8)$$

donde $\delta \mu$ resulta de la condición de consistencia de degradación $\delta \mathcal{G}^D = 0$. Más detalles pueden encontrarse en las referencias Simó y Ju¹⁰, Oliver *et al.*¹¹, Luccioni⁷ y Hanganu *et al.*¹².

Definición de la variable viscosa del material

El amortiguamiento proporcional a la rigidez de la estructura puede incorporarse a la formulación que simula el comportamiento de una estructura mediante el concepto de amortiguamiento viscoso de Kelvin (Figura 1), tratado a nivel de un punto material del sólido.

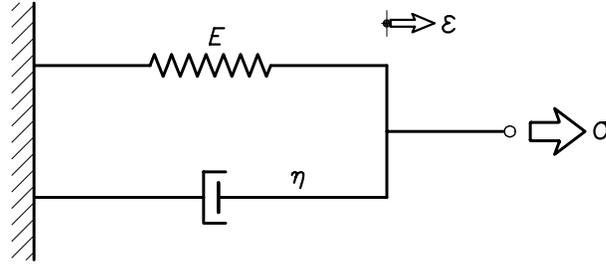


Figura 1. Presentación esquemática del modelo de Kelvin para materiales elasto-plásticos

En este modelo, el estado tensional puede descomponerse aditivamente $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{it} + \boldsymbol{\sigma}^{dt}$ como lo muestra la ecuación (19) y, por lo tanto, se inserta dentro del tratamiento mecánico que se está realizando. Todas las características del modelo independiente en el tiempo $(\cdot)^{it}$ han sido puntualizadas en subapartados anteriores, quedando ahora por definir las correspondientes al modelo dependiente del tiempo $(\cdot)^{dt}$. Para este propósito se hace una analogía con el comportamiento uniaxial viscoso del material y se admite, en este caso particular, un amortiguamiento proporcional a la rigidez del material

$$\tau = \frac{\eta}{E^o} \quad (9)$$

En problemas de *elasticidad retardada* donde la variable libre es la tensión (o su equivalente deformación elástica), τ es el *tiempo de retardo*, es decir, el tiempo que tarda el punto del sólido en alcanzar una configuración estable. Por el contrario, en problemas donde la variable libre es la deformación, τ es el *tiempo de relajación*, es decir, el tiempo que tarda el punto del sólido en relajar el estado tensional impuesto. Por otro lado η es la viscosidad del material y E^o el modulo de Young al iniciar el proceso de carga.

Ecuación constitutiva secante y tangente para el problema acoplado

Sustituyendo la energía libre de la ecuación (3) en la ecuación (1), se deduce la siguiente ecuación constitutiva secante^{5,7}

$$\boldsymbol{\sigma} = m \frac{\partial \psi(\boldsymbol{\epsilon}^e, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e, \alpha^n, \beta^r)}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^e} = \underbrace{\mathbb{C}^s(\beta^r) : \boldsymbol{\epsilon}^e}_{\boldsymbol{\sigma}^{it}} + \underbrace{\tau \mathbb{C}^s(\beta^r) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e}_{\boldsymbol{\sigma}^{dt}} = f(\beta^r) \mathbb{C}^o : [\boldsymbol{\epsilon}^e + \tau \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e] \quad (10)$$

La forma tangente de la ecuación (10) resulta de tomar la variación de la tensión total secante. Operando algebraicamente y sustituyendo en esta última la ecuación de la variación de la función de degradación que resulta de la ecuación (8)

$$\delta f(\beta^r) = \sum_r \frac{\partial f(\beta^r)}{\partial \beta^r} \delta \beta^r = \left[\sum_r \frac{\partial f(\beta^r)}{\partial \beta^r} \left(\frac{\partial \mathcal{G}^D}{\partial \bar{\sigma}} \right)_r \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma^o} : \mathbb{C}^o \right] : \delta \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{T} : \delta \boldsymbol{\epsilon}$$

queda la siguiente expresión para la forma tangente

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\sigma} &= \frac{\mathbf{T} : \delta \boldsymbol{\epsilon}}{f(\beta^r)} \boldsymbol{\sigma} + \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \boldsymbol{\epsilon} - \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \boldsymbol{\epsilon}^p + \tau \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \tau \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \\ &= \underbrace{\left[\frac{\boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{T}}{f(\beta^r)} + \mathbb{C}^s(\beta^r) \right]}_{\mathbb{C}^s(\beta^r)} : \delta \boldsymbol{\epsilon} - \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \boldsymbol{\epsilon}^p + \tau \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \tau \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \\ \delta \boldsymbol{\sigma} &= [\mathbb{C}^e(\beta^r) : \delta \boldsymbol{\epsilon} - \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \boldsymbol{\epsilon}^p] + \tau [\mathbb{C}^s(\beta^r) \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbb{C}^s(\beta^r) : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p] \end{aligned} \quad (11)$$

donde $\mathbb{C}^e(\beta^r)$ es un tensor de cuarto orden que contiene los cambios que producen la degradación de rigidez. Además, cuando no hay daño el tensor \mathbf{T} es idénticamente nulo y resulta $\mathbb{C}^e \equiv \mathbb{C}^s$.

Usando la condición de consistencia plástica y de consistencia de degradación, se obtiene la siguiente expresión para la ley constitutiva tangente

$$\delta\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbb{C}}^{ep}(\beta^r) : \delta\boldsymbol{\epsilon} + \tau\mathbb{C}^{ep}(\beta^r) : \delta\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (12)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbb{C}}^{ep}(\beta^r) &= \mathbb{C}^e - \frac{\left[\mathbb{C}^s : \left\{ \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right] \otimes \left[\mathbb{C}^e : \left\{ \frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right]}{-\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \alpha^n} \mathbf{h}_n \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) + \left[\left\{ \frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} : \mathbb{C}^s : \left\{ \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right]} \\ \mathbb{C}^{ep}(\beta^r) &= \mathbb{C}^s - \frac{\left[\mathbb{C}^s : \left\{ \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right] \otimes \left[\mathbb{C}^s : \left\{ \frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right]}{-\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \alpha^n} \mathbf{h}_n \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) + \left[\left\{ \frac{\partial \mathcal{F}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} : \mathbb{C}^s : \left\{ \frac{\partial \mathcal{G}^s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \right]} \end{aligned} \quad (13)$$

Cuando no hay daño $\tilde{\mathbb{C}}^{ep} \equiv \mathbb{C}^{ep}$.

TEORÍA DE MEZCLAS

Como se mencionó anteriormente, se supone que las estructuras apoyadas sobre dispositivos de aislamiento están formadas por pórticos de hormigón armado y estos se modelizan utilizando elementos de barra. La sección transversal de estas barras se discretiza con capas¹³, siendo las capas internas compuestas por un único material, hormigón, y las capas externas compuestas por dos materiales, hormigón y acero. Para modelizar estas últimas se presenta a continuación una teoría de mezclas.

Esta teoría está basada en el principio de interacción de las sustancias componentes y se dan por válidas las siguientes condiciones: a) cada volumen infinitesimal del compuesto es ocupado por un número finito de sustancias componentes; b) cada componente participa en el comportamiento del compuesto en forma proporcional a su volumen; c) todos las componentes están sometidas a las mismas deformaciones (ecuación de restricción) y d) el volumen ocupado por cada componente es mucho menor que el volumen total del compuesto. Las condiciones (b) y (c) implican una distribución homogénea de todas las componentes en una región del compuesto. La interacción entre las diferentes componentes, cada una definida por una ley constitutiva apropiada, conduce a un comportamiento constitutivo global del compuesto en términos del volumen porcentual ocupado por cada componente.

Aquí la teoría de mezclas es utilizada para simular numéricamente un modelo constitutivo no lineal para materiales compuestos multifase. Cada fase puede tener un comportamiento general anisótropo definido por medio de un modelo isótropo equivalente^{14,15}. Por simplicidad solo fases isótropas son consideradas en este artículo. Se asume que el comportamiento de cada sustancia del compuesto responde al modelo elastoplástico con daño descrito previamente, adecuado para el análisis de metales y geomateriales. Pero, obviamente, otras combinaciones son posibles.

La ecuación de restricción elegida está basada en asumir total compatibilidad inter-componentes, por lo tanto la siguiente compatibilidad en deformaciones es satisfecha

$$(\epsilon_{ij})_1 = (\epsilon_{ij})_2 = \dots = (\epsilon_{ij})_c = \dots = (\epsilon_{ij})_n \equiv \epsilon_{ij} \quad (14)$$

La ecuación constitutiva secante para el material compuesto se escribe como

$$\sigma_{ij} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c = \sum_{c=1}^n k_c (\mathcal{C}_{ijkl}^S(\beta_s, \theta))_c (\epsilon_{kl}^e)_c = \mathcal{C}_{ijkl}^S(\beta_s, \theta) \epsilon_{kl}^e \quad (15)$$

ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DINÁMICO

Considerando las leyes fundamentales de la termodinámica¹⁶⁻¹⁹, del *primer principio* puede obtenerse el *balance de potencia* tal que para problemas isotérmicos la *potencia calórica* se hace nula $\mathcal{Q} = 0$, quedando el cambio temporal de *energía total interna* igual a la *potencia mecánica introducida*, tal que de su variación temporal resulta la ecuación de Cauchy

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V m \pi dV &= \int_V \left[\dot{\mathbf{u}} \cdot m \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{x}} \right] dV \\ &= \int_V \dot{\mathbf{u}} \cdot m \cdot \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} dV = \oint_S \mathbf{t} \cdot \dot{\mathbf{u}} dS + \int_V m \mathbf{b} \cdot \dot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\pi = k + w$ es la *densidad de energía total*, compuesta por la densidad de energía específica cinética $k = 1/2 \dot{\mathbf{u}} \cdot \dot{\mathbf{u}}$ más la densidad de energía específica interna w . La ecuación (16) es una forma particular de escribir en forma integral la primera ley de la termodinámica o ecuación de conservación para el caso en que la potencia calórica sea nula. Considerando la discretización por capas¹³, $\mathbf{u} = \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{u}}$, donde \mathbf{S} representa un operador que transforma los desplazamientos en el plano, en desplazamientos generalizados para la viga de Timoshenko

$$\int_V (\mathbf{S} \cdot \dot{\mathbf{u}} \cdot m \cdot \mathbf{S} \cdot \ddot{\mathbf{u}}) dV + \int_V (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{S} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}}) dV = \oint_S (\mathbf{t} \cdot \mathbf{S} \cdot \dot{\mathbf{u}}) dS + \int_V (m \mathbf{b} \cdot \mathbf{S} \cdot \dot{\mathbf{u}}) dV$$

Si se define una función polinomial de soporte local $\mathbf{N}(x)$ en el dominio $0 \leq x \leq \ell$ para aproximar el campo de desplazamientos discreto generalizado $\hat{\mathbf{U}}$ en la forma $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{U}}$; $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{U}}$; $\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \hat{\mathbf{L}} \cdot \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{U}}$, se obtiene la siguiente expresión de potencias para el sólido discretizado

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} \cdot \left[\int_{\ell} \mathbf{N} \hat{\mathbf{m}} \mathbf{N} d\ell \right] \cdot \hat{\mathbf{U}} + \left[\int_{\ell} \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\mathbf{B}} d\ell \right] \cdot \hat{\mathbf{U}} &= \left[\int_{\ell} \hat{\mathbf{t}} \mathbf{N} d\ell + \int_{\ell} m \hat{\mathbf{b}} \mathbf{N} d\ell \right] \cdot \hat{\mathbf{U}} \\ \hat{\mathbf{M}} \cdot \hat{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{f}}_{int} &= \hat{\mathbf{f}}_{ext} \quad \forall t \end{aligned} \quad (17)$$

donde $\hat{\mathbf{m}} = \int_A \mathbf{S} \cdot m \cdot \mathbf{S} dA$, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \int_A \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{S} dA$, $\hat{\mathbf{L}}$ y $\hat{\mathbf{B}}$ son el operador y la matriz de compatibilidad cinemática para la viga de Timoshenko, respectivamente; $\hat{\mathbf{M}}$ es la matriz de masa y $\hat{\mathbf{f}}_{int}$ y $\hat{\mathbf{f}}_{ext}$ las fuerzas internas y externas respectivamente. Como se puede ver en (17), la ecuación de equilibrio dinámico no contiene explícitamente el término de amortiguamiento, sino que este está contenido dentro de la fuerzas internas y, por lo tanto, debe ser tratado a nivel constitutivo. De esta forma, es posible incluir en la formulación el fenómeno de disipación provocado por la acción de la fricción interna y que puede simularse mediante la plasticidad y/o un fenómeno de pérdida de rigidez mediante una teoría de

degradación y fractura, más otro fenómeno de disipación que produce amortiguamiento dependiente de la velocidad y del término de viscosidad. De esta manera queda diseñada una herramienta de cálculo muy potente, que cubre los principales fenómenos que caracterizan el comportamiento dinámico del hormigón.

El proceso de cálculo no lineal consiste en la evaluación de las tensiones σ mediante un modelo constitutivo apropiado. Conocida la tensión verdadera en cada punto que se encuentra sobre una sección transversal de la viga, se recompone la tensión en coordenadas generalizadas $\hat{\sigma}$, es decir, esfuerzos seccionales, para un punto sobre el eje de la viga, mediante la expresión $\int_{\mathcal{A}} \sigma \cdot \mathbf{S} dA$. De esta manera se puede exigir ahora el cumplimiento de la ecuación de fuerza residual nula $\hat{\mathbf{R}} = 0 = \hat{\mathbf{M}} \cdot \hat{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{f}}_{\text{int}} - \hat{\mathbf{f}}_{\text{ext}}$, mediante algoritmos estándar.

Análisis de las fuerzas internas

La no linealidad constitutiva está incluida en el término de *fuerza interna* $\hat{\mathbf{f}}_{\text{int}}$ de la ecuación (17). En él pueden estar contenidos todos los fenómenos constitutivos que aproximen la modelización numérica al comportamiento real del material. Dicho término puede ser formulado de modo tal que el material sea o no sensible a problemas dependientes del tiempo. El límite de las posibilidades que brinda este concepto sólo está en contradicción con el grado de complejidad y dificultad de su implementación. En forma general se puede presentar una ecuación constitutiva afectada por fenómenos independientes y dependientes del tiempo a la vez. Esto es

$$\hat{\mathbf{f}}_{\text{int}} = \int_{\ell} \left(\int_{\mathcal{A}} \sigma \cdot \mathbf{S} dA \right) : \hat{\mathbf{B}} d\ell = \int_{\ell} \hat{\sigma} : \hat{\mathbf{B}} d\ell \quad (18)$$

tal que la tensión en un punto del sólido σ , así como también su generalización a problemas de barra de Timoshenko $\hat{\sigma}$, puede escribirse como

$$\sigma = \sigma^{it} + \sigma^{dt} \quad \implies \quad \hat{\sigma} = \hat{\sigma}^{it} + \hat{\sigma}^{dt} \quad (19)$$

donde $\hat{\sigma}^{it}$ y $\hat{\sigma}^{dt}$ representan los estados de tensión generalizada que se desarrollan por fenómenos *independientes* y *dependientes del tiempo*, respectivamente

$$\hat{\sigma}^{it} = \hat{\mathbf{C}}^s : \hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{U}} \quad ; \quad \hat{\sigma}^{dt} = \hat{\boldsymbol{\eta}} : \hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{U}} \quad (20)$$

donde $\hat{\mathbf{C}}^s = \int_{\mathcal{A}} \mathbf{S} \cdot \mathbf{C}^s \cdot \mathbf{S} dA$ es el tensor constitutivo secante integrado para la teoría de barras, \mathbf{C}^s el tensor constitutivo secante para un punto del sólido, $\hat{\boldsymbol{\eta}} = \int_{\mathcal{A}} \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{S} dA$ representa el tensor de viscosidad integrado para la sección y $\boldsymbol{\eta}$ es el tensor de viscosidad en un punto del sólido, tal que una de sus formas –denominada amortiguamiento proporcional a la rigidez del material– coincide con $\boldsymbol{\eta} = \tau \mathbf{C}^s$, donde τ es el denominado *tiempo de retardo* o *tiempo de relajación*, según se trate de una formulación viscoelástica escrita en el campo de las tensiones o de las deformaciones respectivamente. Sustituyendo las expresiones de la tensión –ecuaciones (19) y (20)– en la ecuación de la *fuerza interna* (18), resulta

$$\hat{\mathbf{f}}_{\text{int}} = \underbrace{\left[\int_{\ell} \hat{\mathbf{B}} : \overbrace{\int_{\mathcal{A}} \mathbf{S} \mathbf{C}^s \mathbf{S} dA}^{\hat{\mathbf{C}}^s} : \hat{\mathbf{B}} d\ell \right]}_{\hat{\mathbf{K}}} \cdot \hat{\mathbf{U}} + \underbrace{\left[\int_{\ell} \hat{\mathbf{B}} : \overbrace{\int_{\mathcal{A}} \mathbf{S} \boldsymbol{\eta} \mathbf{S} dA}^{\hat{\boldsymbol{\eta}}} : \hat{\mathbf{B}} d\ell \right]}_{\hat{\mathbf{D}}} \cdot \hat{\mathbf{U}} \quad (21)$$

donde $\hat{\mathbf{K}}$ y $\hat{\mathbf{D}}$ representan las matrices de rigidez y amortiguamiento, respectivamente. Sustituyendo la ecuación (21) en la ecuación de equilibrio dinámico (17), resulta la expresión

clásica, pero con la ventaja de que esta proviene de una formulación adecuada a las características constitutivas del material. Esto es

$$\hat{\mathbf{M}} \cdot \dot{\hat{\mathbf{U}}} + \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{f}}_{ext} \quad \forall t \quad (22)$$

Haciendo una discretización temporal, dicha ecuación puede integrarse numéricamente, obteniéndose la respuesta para cada instante ²⁰.

ÍNDICE DE DAÑO ESTRUCTURAL

El daño que puede sufrir un edificio a causa de una acción sísmica puede ser de dos tipos: *estructural*, que se produce en elementos que forman parte del sistema resistente y *no estructural*, que ocurre en los elementos que no forman parte del sistema resistente principal, incluyendo el daño arquitectónico o en los sistemas mecánicos, eléctricos, sanitarios así como en su contenido. El daño estructural depende del comportamiento de los elementos del esquema resistente, vigas, columnas, muros de corte, sistemas de piso, etc. y puede cuantificarse mediante un índice de daño global, asociado a estos elementos o a toda la estructura en conjunto, a partir de las contribuciones de índices de daño local en los distintos puntos de la estructura.

El daño local se expresa mediante un *índice* que mide en forma objetiva la degradación de rigidez que sufre un punto material de un sólido sometido a acciones externas. Este índice deriva directamente del concepto de disipación, se trata de una normalización de la definición de la disipación para materiales que solamente sufren degradación de rigidez. A efecto de establecer una medida escalar del deterioro, se entiende por *índice de daño local* a una medida normalizada y objetiva de la disipación total, producida por la plasticidad más la degradación de rigidez.

El *índice de daño global* $0 \leq \mathcal{D} \leq 1$, resulta de hacer una extensión conceptual del problema del daño local, mediante una integración sobre toda la estructura de la disipación de energía local

$$\mathcal{D} = \frac{E_{dis}}{E_{dis}^{max}} \quad (23)$$

donde E_{dis} es la energía total disipada para un instante cualquiera del proceso en el dominio ocupado por el volumen dañado V^d

$$E_{dis} = \int_{V^d} \left[\int_0^{\Xi_m^{it}} \delta \Xi_m^{it} \right] dV = \int_{V^d} \Xi_m^{it} dV \quad (24)$$

donde Ξ_m^{it} es la disipación mecánica de un punto¹³ y $0 \leq [E_{dis}^{max} = \int_{V^d} \alpha(\mathbf{x}) g^*(\boldsymbol{\sigma}) dV] \leq E_{dis}^{max}$, es la máxima energía que puede disipar la estructura, para un determinado volumen de puntos dañados, E_{dis}^{max} es la energía que disiparía la estructura si todos sus puntos alcanzaran el daño máximo local. El *índice de peligrosidad* $0 \leq \alpha(\mathbf{x}) \leq 1$ depende de la posición del punto y se define mediante un estudio no determinista.

Sustituyendo E_{dis} y E_{dis}^{max} por sus valores, la ecuación (23) queda expresada como

$$\mathcal{D} = \frac{E_{dis}}{E_{dis}^{max}} = \frac{\int_{V^d} d g^*(\boldsymbol{\sigma}) dV}{\int_{V^d} \alpha(\mathbf{x}) g^*(\boldsymbol{\sigma}) dV} \quad (25)$$

de donde se deduce que se trata de una extensión a toda la estructura, del concepto de *índice local*. Este índice mantiene el carácter objetivo que tiene el índice de daño local, variando entre cero y uno según la estructura se encuentre en estado no dañado o totalmente dañado, respectivamente.

En este artículo se utiliza una forma alternativa de medir el índice global, basado en el concepto de la *norma de la fuerza interna*. Este indicador representa el nivel de resistencia que posee la estructura en cualquier instante del proceso termodinámico, respecto a un estado idealmente elástico

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= 1 - \frac{\|\hat{\mathbf{f}}_{int}\|}{\|\hat{\mathbf{f}}_{int}^e\|} = 1 - \frac{\|\int_{\ell} \left(\int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{S} \, d\mathcal{A} \right) : \hat{\mathbf{B}} \, d\ell\|}{\|\int_{\ell} \left(\int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{\sigma}^e \cdot \mathbf{S} \, d\mathcal{A} \right) : \hat{\mathbf{B}} \, d\ell\|} = \\ &= 1 - \frac{\|\int_{\ell} \left(\int_{\mathcal{A}} \{f(\beta^r) \mathbf{C}^o : [\boldsymbol{\epsilon}^e + \tau \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e]\} \cdot \mathbf{S} \, d\mathcal{A} \right) : \hat{\mathbf{B}} \, d\ell\|}{\|\int_{\ell} \left(\int_{\mathcal{A}} \{\mathbf{C}^o : \boldsymbol{\epsilon}\} \cdot \mathbf{S} \, d\mathcal{A} \right) : \hat{\mathbf{B}} \, d\ell\|} \end{aligned} \quad (26)$$

Otras formas de definir el índice de daño global pueden consultarse en Hanganu²¹.

ELEMENTO DE CONEXIÓN

Para conseguir la simulación numérica del conjunto estructura-sistema de aislamiento de base y considerando que en la discretización de la estructura se utilizan elementos de barra y en la discretización de la base elementos planos, es necesario un elemento de conexión que permita el trabajo conjunto de ambos. En esta sección se analiza el elemento de conexión utilizado.

Se trata de permitir el trabajo conjunto de los elementos planos (trabajando en estado plano de deformación) con los elementos de barra (trabajando a flexión), parece entonces natural que el elemento de conexión este formado por una combinación de ambos, tal como la indicada en la Figura 2.

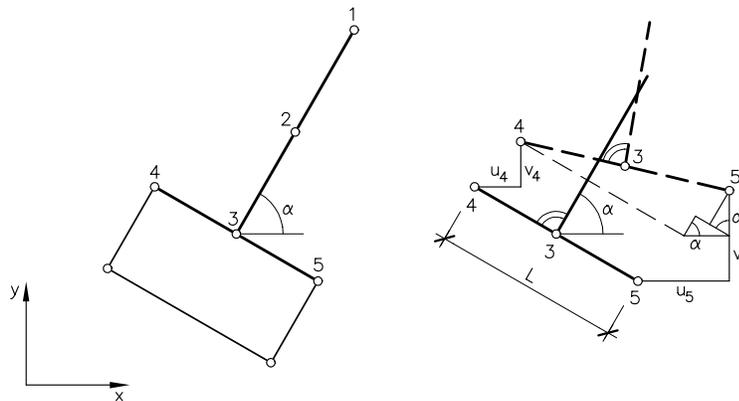


Figura 2. Elemento de conexión utilizando elementos de barra de tres nodos y plano de cuatro nodos

El elemento barra se conecta al punto medio del lado de un elemento plano de cuatro nodos, por lo que, si se desea utilizar un elemento estándar, deben establecerse relaciones entre los tres grados de libertad del extremo de la barra con los grados de libertad de los nodos extremos del lado del elemento plano. Considerando que en el punto de conexión los

desplazamientos deberán ser los mismos y que la variación de desplazamientos a lo largo de un lado del elemento plano de cuatro nodos es lineal, las relaciones establecidas consisten en considerar que los desplazamientos (u, v) del extremo de la barra pueden obtenerse por interpolación lineal de los desplazamientos (u, v) de los nodos extremos del lado. La relación entre el giro del extremo de la barra y los desplazamiento de los nodos del elemento plano viene dada al aceptar que la barra se encuentra conectada en forma rígida con el elemento plano, por lo tanto, el giro del extremo de la barra es el mismo que experimenta el lado del elemento al cual se conecta^{22,23}.

$$\begin{aligned} u_3 &= (u_4 + u_5)/2 & v_3 &= (v_4 + v_5)/2 \\ \theta_3 &= [(u_5 - u_4) \cos \alpha + (v_5 - v_4) \sin \alpha]/L \end{aligned} \quad (27)$$

Expresando estas relaciones en forma matricial en función de los dos grados de libertad de los nodos 4 y 5, se obtiene

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0,5 \\ -\cos \alpha/L & -\sin \alpha/L & \cos \alpha/L & \sin \alpha/L \end{bmatrix}}_{\mathbf{m}} \cdot \begin{bmatrix} u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \end{bmatrix} \quad (28)$$

De esta manera, la relación entre los campos de desplazamientos del elemento barra y del elemento de conexión viene dada por

$$\mathbf{u}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix}_{(9 \times 1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(6 \times 6)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{(3 \times 4)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{(9 \times 10)}} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \end{bmatrix}_{(10 \times 1)} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}_{\text{conex}} \quad (29)$$

Los esfuerzos en el extremo de la barra pueden relacionarse con los esfuerzos en los nodos 4 y 5 de manera análoga a la relación entre desplazamientos

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -\cos \alpha/L \\ 0 & 0,5 & -\sin \alpha/L \\ 0,5 & 0 & \cos \alpha/L \\ 0 & 0,5 & \sin \alpha/L \end{bmatrix}}_{\mathbf{m}^T} \cdot \begin{bmatrix} H_3 \\ V_3 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_4 \\ V_4 \\ H_5 \\ V_5 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Llamando $\mathbf{F}_{\text{barra}}$ al vector de fuerzas del elemento barra estándar y $\mathbf{F}_{\text{conex}}$ al del elemento de conexión, la relación entre ambos es $\mathbf{T}^T \mathbf{F}_{\text{barra}} = \mathbf{F}_{\text{conex}}$. Relacionando fuerzas y desplazamientos a través de la matriz de rigidez, se tiene

$$\mathbf{K}_{\text{barra}(9 \times 9)} \cdot \mathbf{u}_{\text{barra}} = \mathbf{F}_{\text{barra}} \quad \underbrace{\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{K}_{\text{barra}} \cdot \mathbf{T}}_{\mathbf{K}_{\text{conex}(10 \times 10)}} \cdot \mathbf{u}_{\text{conex}} = \mathbf{F}_{\text{conex}} \quad (31)$$

siendo $\mathbf{K}_{\text{conex}}$ la matriz de rigidez del elemento de conexión.

ANÁLISIS SÍSMICO DE EDIFICIOS

En esta sección se comparan las respuestas de un edificio de seis niveles con y sin aislamiento sísmico. En el caso del edificio de base fija, éste se encuentra empotrado directamente en el terreno (Figura 3). Se analiza la respuesta de esta estructura frente al terremoto de El Centro (California) de 1940, que es frecuentemente utilizado como referencia en un análisis sísmico.

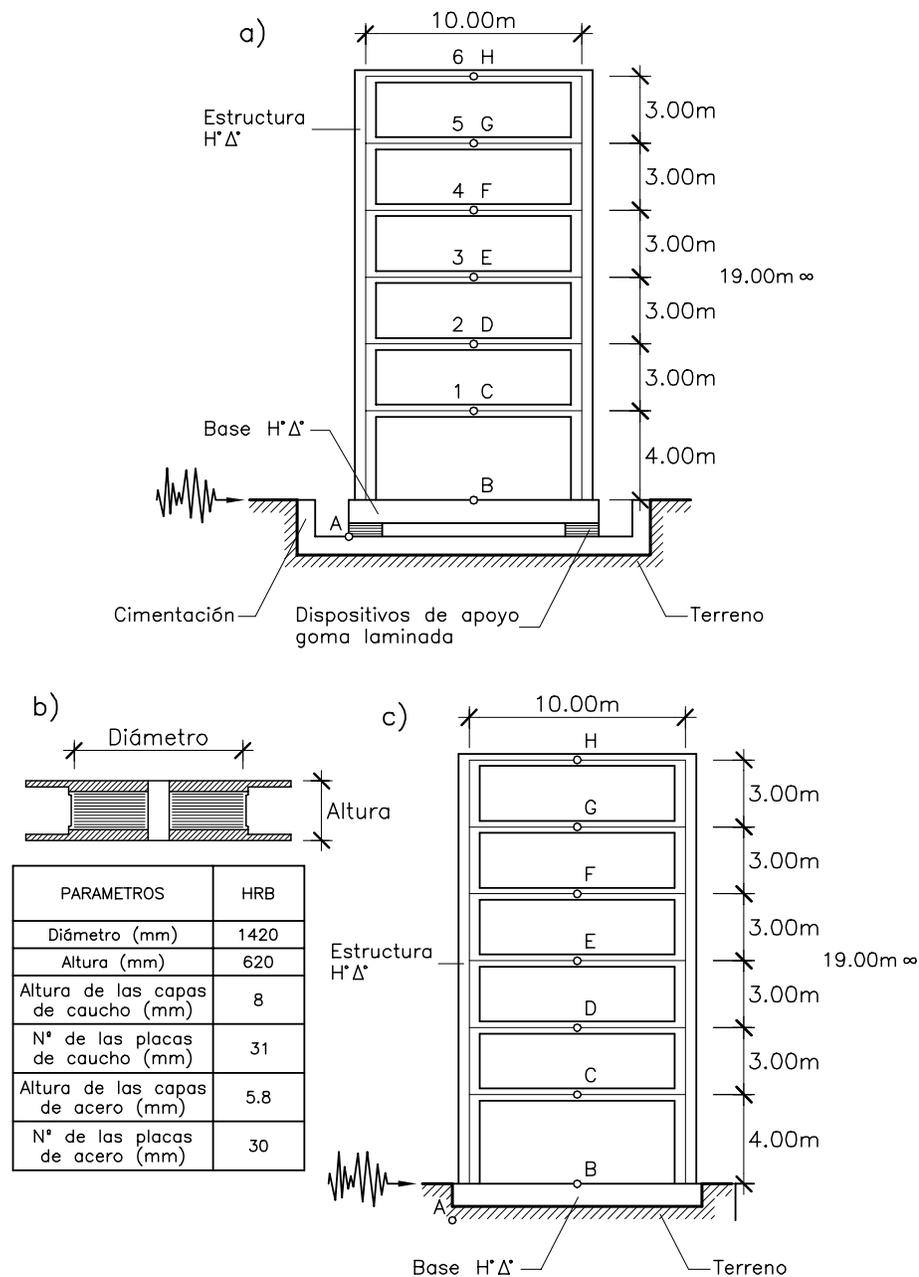


Figura 3. Esquema de la estructura analizada: a) Estructura con aislamiento de base; b) Dispositivo de aislamiento; c) Estructura de base fija

Como parámetros para evaluar la eficacia del sistema aislador se consideran:

- *Los desplazamientos de la base respecto a la cimentación* (desplazamiento del punto B respecto al punto A, Figura 3). Estos desplazamientos relativos son nulos en el caso de la estructura de base fija al considerarse que la cimentación no desliza con respecto al terreno.
- *Los desplazamientos del punto más alto de la estructura respecto a la cimentación* (desplazamiento del punto H respecto al punto A, Figura 3) *y a la base* (desplazamiento del punto H respecto al punto B, Figura 3). En el caso de la estructura de base fija, al ser nulos los desplazamientos relativos entre los puntos A y B, los desplazamientos respecto a la cimentación y a la base son los mismos.
- *Los desplazamientos relativos máximos entre pisos* (desplazamientos relativos entre los puntos B, C, D, E, F, G y H);
- *Las aceleraciones absolutas del punto más alto de la estructura* (punto H, Figura 3);
- *Los índices globales de daño de la estructura.*

El desplazamiento de la base respecto a la cimentación es un parámetro básico para el diseño de las instalaciones que unen el edificio con el terreno. El desplazamiento del punto más alto de la estructura respecto a la base y el desplazamiento relativo máximo entre pisos son parámetros proporcionales a la tensión que soportan los pilares del edificio. Las aceleraciones absolutas determinan el nivel de confort para las personas dentro del edificio y son causa de daño en equipos contenidos en el edificio. Los índices globales de daño permiten apreciar en que magnitud las estructuras se han alejado del comportamiento elástico.

Descripción del modelo estructural

Se analiza una estructura tipo pórtico de seis niveles de hormigón armado (Figura 3a-c). Todos los niveles tienen una altura de 3 m, excepto el primero, que tiene una altura de 4 m. De esta forma, la altura total de la estructura es de 19 m. Se considera un ancho de la estructura constante igual a 10 m.

Las dimensiones asignadas a pilares y vigas se escogen de tal manera que el período fundamental de vibración sea próximo al dado en la Normativa Española Sismoresistente NCSE-94 para entramados de hormigón armado: $T(s) = 0,09H/\sqrt{L} = 0,09 \cdot 19/\sqrt{10} = 0,54075$ s.

Las características geométricas y mecánicas del dispositivo aislador a utilizar se toman de la referencia SMiRT11²⁴ correspondientes a al tipo HRB (high damping rubber bearing)

Diámetro: 1420 mm

Altura: 620 mm

Láminas de caucho: espesor = 8 mm, número = 31

Láminas de acero: espesor = 5,8 mm, número = 30

Carga vertical: $P_0 = 500$ t

Frecuencia natural, horizontal: 0,5 Hz

Discretización por elementos finitos

Dada la simetría de la estructura sólo se discretiza la mitad de la misma. Los pilares y vigas de la estructura se modelan mediante elementos finitos de barra 2D de Timoshenko discretizados por capas. Se utilizan elementos finitos cuadráticos de tres nodos (tres grados de libertad por nodo) con dos puntos de integración de Gauss y seis capas de igual altura e

igual ancho. La base y el dispositivo aislador se discretizan mediante elementos finitos planos de 4 nodos en estado plano de deformación. El elemento de conexión esta formado por un elemento plano de la base (elemento 2 de la Figura 4) y el elemento de barra del pilar de planta baja.

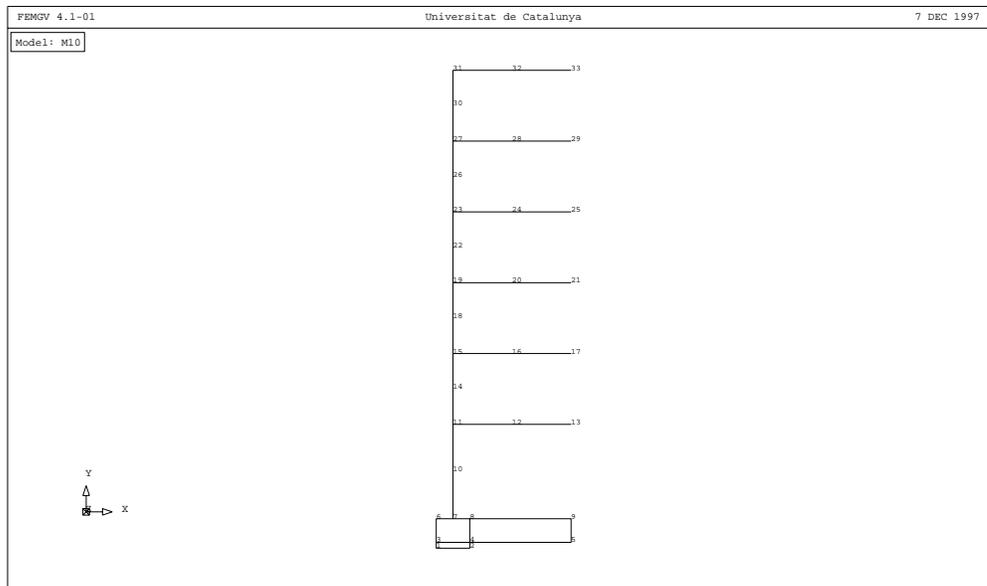


Figura 4. Discretización por elementos finitos de la estructura analizada

En cuanto al dispositivo de apoyo, considerando las características geométricas especificadas, la sección transversal de este dispositivo es $\pi \cdot \Phi^2/4 = 1,5837 \text{ m}^2$. Dicha sección se modela en estado plano de deformación, con un ancho igual al diámetro del dispositivo, es decir, 142 cm y un espesor de 111,53 cm, con lo que se consigue una sección transversal equivalente. La altura del dispositivo aislador que se considera en el modelo es la correspondiente a la suma de todas las láminas de caucho, $31 \times 0,8 = 24,8 \text{ cm}$.

A efectos de utilizar la misma discretización en el análisis de la estructura de base fija, en este caso se impide el desplazamiento horizontal de los nodos 5 y 9 de la base y se cambian las características mecánicas del material asignado al elemento de apoyo para lograr un elemento rígido.

Tipo de cargas y aplicación de las mismas

Se asigna a la estructura una masa total tal que la carga vertical sobre el dispositivo de apoyo sea igual a la carga máxima que se especifica para este tipo de dispositivo (500 T). Se considera que esta masa total se encuentra distribuida de manera uniforme en todos los niveles de la estructura y que la base tiene una masa equivalente a un nivel. Los pilares y el dispositivo de apoyo se consideran con masa nula.

Las cargas dinámicas se obtienen a partir de la aplicación del acelerograma con vectores de participación 1,0 en dirección horizontal y 0,0 en dirección vertical sobre todas las masas del sistema.

Datos de los materiales

Se considera que la estructura es de hormigón armado. A efectos de simular la armadura en los elementos de barra, cuya sección transversal se discretiza en seis capas de igual altura

e igual ancho, se modelan las capas externas (1/3 de la sección transversal) como material compuesto de dos componentes—hormigón 85 % y acero 15 %—, con lo cual se obtiene una cuantía de acero del 4,5 %. Las capas internas se modelan con un único material, hormigón (100 %). Los modelos materiales utilizados tienen las siguientes características^{21,25}:

Acero: Módulo de elasticidad: $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, tensión inicial de plasticidad: $\sigma^0 = 4200 \text{ kg/cm}^2$, criterio de fluencia: Von Mises.

Hormigón: Módulo de elasticidad: $E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2$, coeficiente de Piosson: $\nu = 0,17$, tensión inicial de plasticidad: $\sigma^0 = 300 \text{ kg/cm}^2$, criterio de fluencia: Mohr-Coulomb, modelo de daño: Kachanov, umbral de inicio de daño: $\sigma_{\text{damage}}^0 = 300 \text{ kg/cm}^2$, relación de resistencias iniciales a compresión y tracción: $\sigma_C^0/\sigma_T^0 = 10$.

El modelo material utilizado para modelizar el dispositivo aislador es el detallado en Salomón et al.¹⁻³ y se utiliza aquí con los parámetros correspondientes a caucho de alto amortiguamiento.

Para realizar el análisis de la estructura de base fija utilizando la misma discretización de elementos finitos se reemplaza este material (caucho de alto amortiguamiento) por otro muy rígido con las características mecánicas del acero.

Vibración libre

Considerando las características geométricas y mecánicas especificadas, se ensaya el modelo de base fija sometándolo a dos estados de carga, desplazamiento horizontal impuesto de 1,0 cm en su punto más alto y vibración libre. La respuesta en desplazamientos se presenta en la Figura 5. En ésta se observa un período fundamental de 0,54 s.

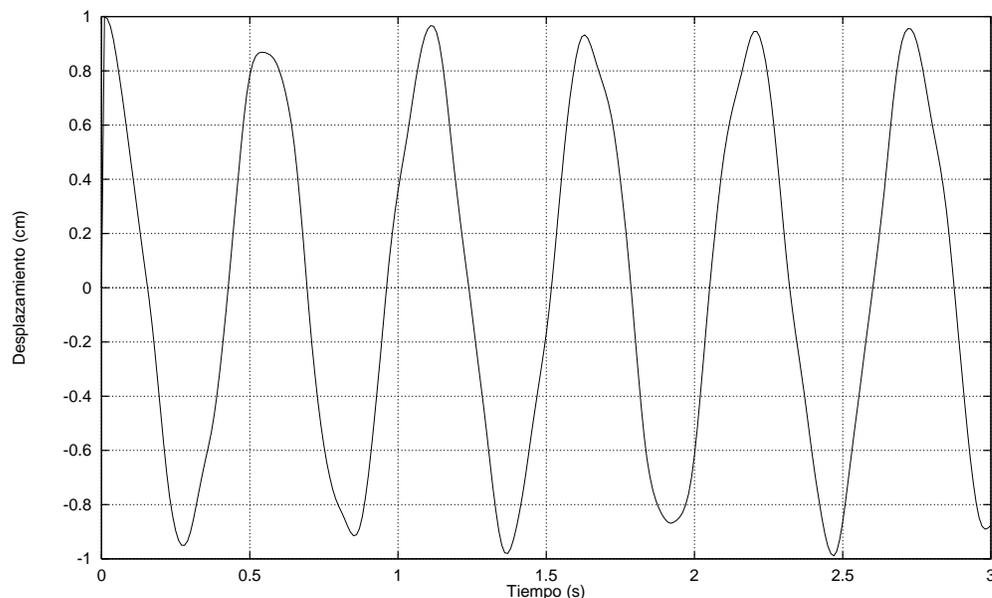


Figura 5. Estructura de base fija en vibración libre

Se realiza un ensayo similar con el modelo de base aislada, en este caso el desplazamiento impuesto es de 10,0 cm, alcanzado en 10 pasos de carga de 1,0 cm. La aplicación de este desplazamiento en distintos pasos de carga se debe a estar trabajando en grandes deformaciones con comportamiento no lineal en todos los materiales. La respuesta en desplazamientos de la base y del punto más alto de la estructura (piso 6) se puede ver

en la Figura 6. Se observa que el período fundamental varía entre 1,9 s y 1,8 s. Se debe remarcar que el amortiguamiento que puede verse en la Figura 6 se debe enteramente a los modelos constitutivos correspondientes a los materiales utilizados, pues se consideran coeficientes de amortiguamiento estructural (Rayleigh) nulos. La causa principal de este amortiguamiento es el modelo visco-elástico del dispositivo aislador y en segundo término y mucho menos significativo, los modelos de daño utilizado para el hormigón y elasto-plástico utilizado para el acero, ya que se observa que la estructura se desplaza aproximadamente como un sólido rígido.

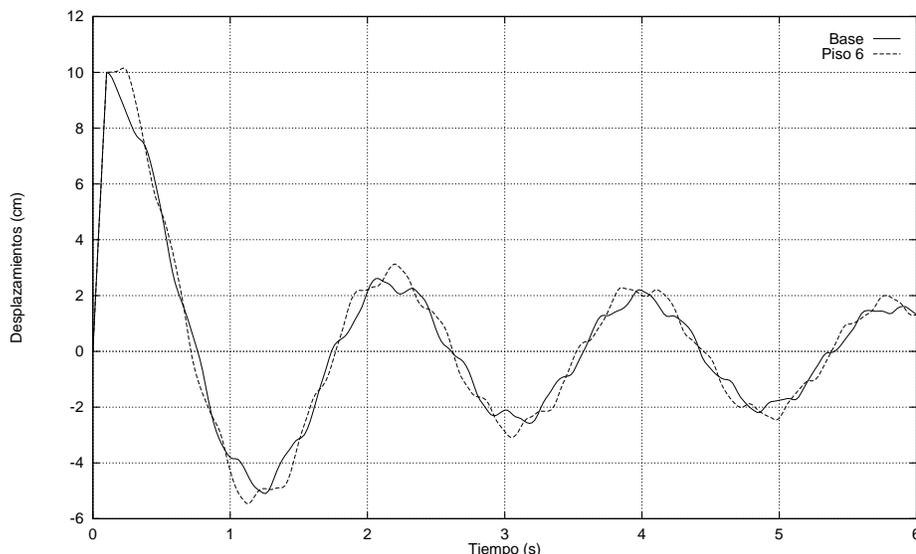


Figura 6. Estructura con aislamiento de base en vibración libre. Desplazamientos de la base (punto B) y del dintel del último piso (punto H)

Análisis sísmico

Como terremoto de cálculo se consideró el de El Centro de 1940. El acelerograma se discretiza con un período de muestreo de 0,02 s y tiene una duración superior a los 50 s, pero, considerando que las máximas amplitudes se producen durante los primeros 6 s y para reducir el tiempo de cálculo, se analizan los modelos durante los primeros 12 s del terremoto, al 100 % de su aceleración.

Para la solución de la ecuación de movimiento se utiliza una solución numérica paso a paso, concretamente el método de Newmark, con coeficientes $\gamma = 0,5$ y $\beta = 0,25$ ²⁶. El paso de tiempo (Δt) se toma igual a 0,02 s para así captar sin truncamiento la señal impuesta.

El número de iteraciones necesario para conseguir la convergencia en cada paso de carga varía entre un mínimo de 4 y un máximo de 12 para la estructura con aislamiento de base y entre un mínimo de 4 y un máximo de 20 para la estructura de base fija.

Los tiempos medios de ejecución por paso de carga solucionando el problema en un ordenador Silicon Graphics con procesador MIPS R10000 varían entre 0,63 s y 0,70 s, para la estructura de base fija y con aislamiento de base respectivamente. Téngase en cuenta que en ambas estructuras los elementos de barra se discretizan por capas, siendo las capas externas de material compuesto, hormigón y acero, y que para cada material se aplica una no linealidad constitutiva diferente. En el caso de la estructura con aislamiento de base se tiene el problema adicional debido a las grandes deformaciones en el dispositivo de apoyo con un modelo constitutivo hiperelástico de respuesta fuertemente no lineal con componentes plástica y viscoelástica.

A efectos de tener una idea global de las respuestas de las estructuras con aislamiento y de base fija frente al terremoto de El Centro, se presentan las deformadas de ambas estructuras. En la Figura 7 se grafica la deformada de la estructura de base fija en el momento en que se produce el máximo desplazamiento en el último piso de la estructura. Este desplazamiento es igual a 16,2 cm y se produce a los 2,64 s. En la Figura 8 se presenta la deformada de la estructura con aislamiento de base en el momento de producirse el máximo desplazamiento de la base. Este desplazamiento es de 16,81 cm, se produce a los 5,66 s y es muy próximo al máximo desplazamiento en el último piso de la estructura que es de 15,49 cm y que se produce un instante de tiempo antes, es decir a los 5,64 s.

Estos valores indican que el desplazamiento de la estructura con aislamiento de base es muy próximo al de un sólido rígido (Figura 8), por lo que los desplazamientos relativos entre pisos son muy reducidos en comparación con los de la estructura de base fija (Figura 7) y, por consiguiente, también son reducidos los esfuerzos en los elementos estructurales. Obsérvese que la reducción de esfuerzos seccionales no implica un desplazamiento excesivo de la base. Este desplazamiento, que es de 16,81 cm, es prácticamente el mismo que se produce en el punto mas alto de la estructura de base fija (16,20 cm), con la diferencia de que en este caso (base fija) los desplazamientos deben ser absorbidos por los elementos estructurales en forma de deformaciones-solicitaciones, mientras que en el caso de la estructura con aislamiento de base, los desplazamientos son canalizados a través del dispositivo de apoyo.

Los máximos esfuerzos se producen, para ambas estructuras, en el pilar de la primera planta. El beneficio del sistema de aislamiento sobre estos esfuerzos se pone de manifiesto con una reducción de un 83,66 % de los momentos flectores máximos. Esta reducción es de un 86,43 % para los esfuerzos cortantes y de un 80,66 % para los esfuerzos axiales. Los porcentajes de reducción de esfuerzos seccionales señalados se refieren a los esfuerzos generados por la acción sísmica (cargas dinámicas horizontales). Los esfuerzos producidos por cargas gravitacionales (no incluidas en el análisis) no sufrirían variación alguna por la utilización del sistema de aislamiento.

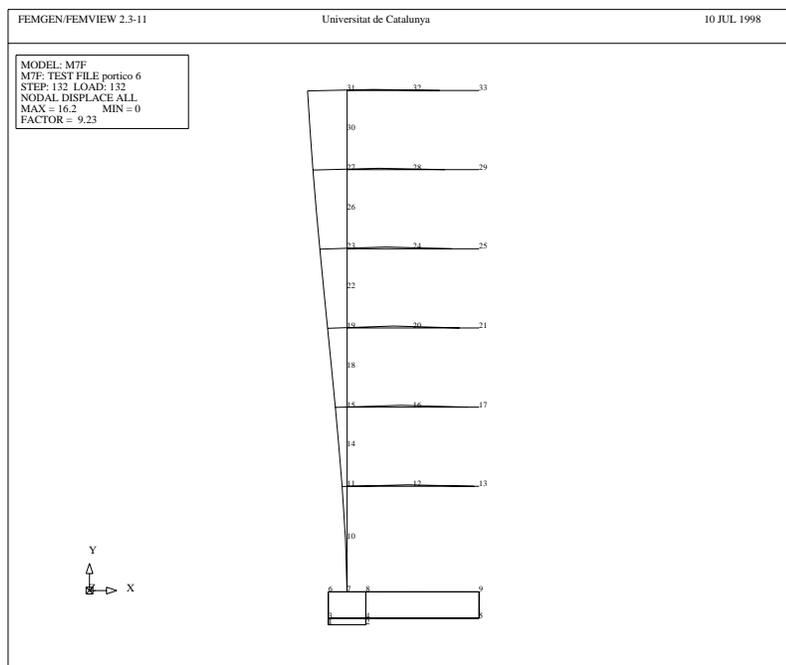


Figura 7. Deformada de la estructura de base fija

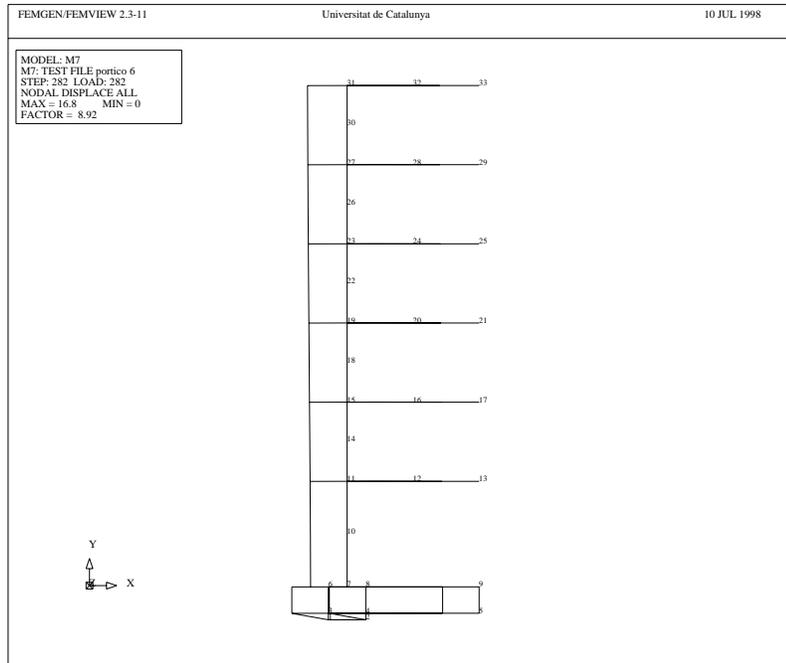


Figura 8. Deformada de la estructura con aislamiento de base

A continuación se describe la respuesta en el tiempo en desplazamientos, totales y relativos, y aceleraciones para diversos puntos (Figura 3) de ambas estructuras, de base fija y con aislamiento de base. En la Figura 9 se puede observar la respuesta en desplazamientos del piso 6 de la estructura de base fija (punto H en Figura 3). El desplazamiento máximo alcanza los 16,2 cm a los 2,64 s y, al ser nulos los desplazamientos de base, este valor es también el desplazamiento relativo total de la estructura.

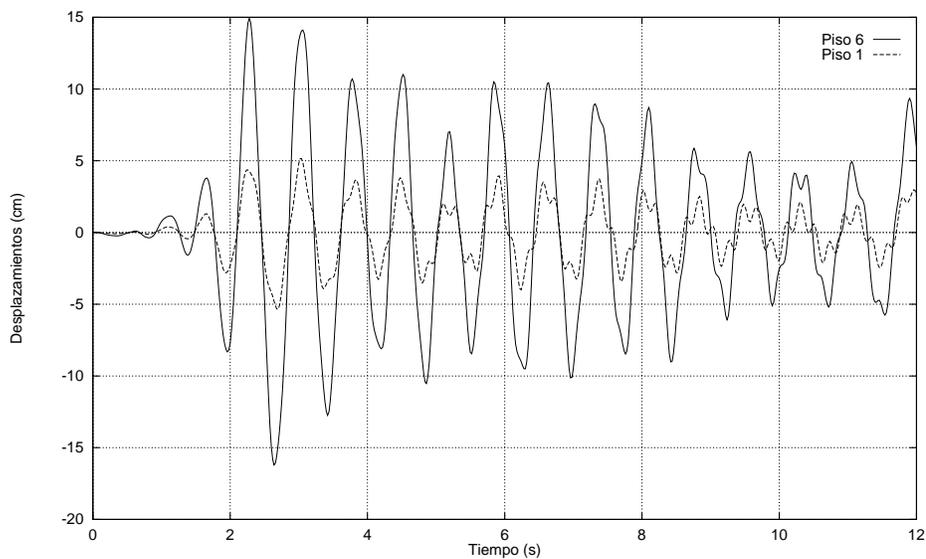


Figura 9. Estructura de base fija. Respuesta en desplazamientos del primer (punto C) y último pisos (punto H)

En la Figura 10 se presenta la evolución de desplazamientos para el caso de la estructura aislada. Se grafican conjuntamente los desplazamientos de la base (punto B en Figura 3) y del piso 6 (punto H en Figura 3); lo que permite apreciar que la estructura se comporta aproximadamente como un sólido rígido. El desplazamiento máximo de la base es de 16,81 cm a los 5,66 s, mientras que el desplazamiento máximo del piso 6 es de 15,49 cm a los 5,64 s. Los desplazamientos de los pisos intermedios se encuentran entre estas dos curvas.

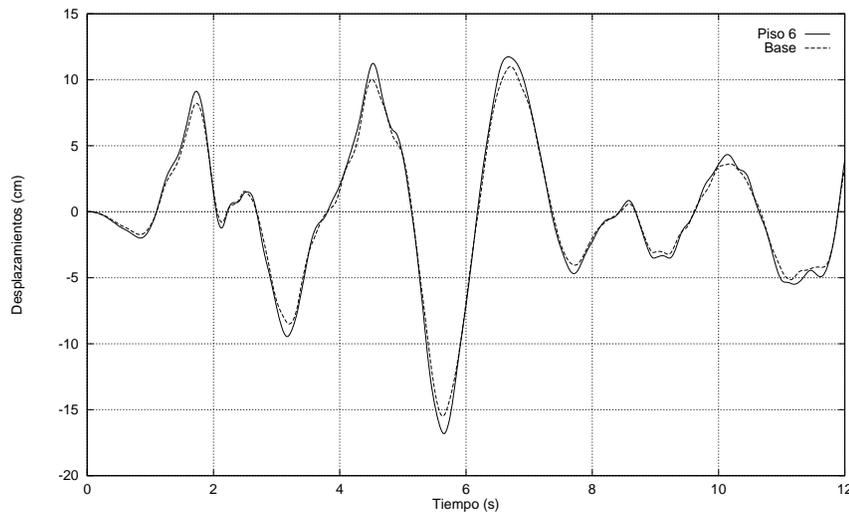


Figura 10. Estructura de base aislada. Respuesta en desplazamientos de la base (punto B) y dintel del último piso (punto H)

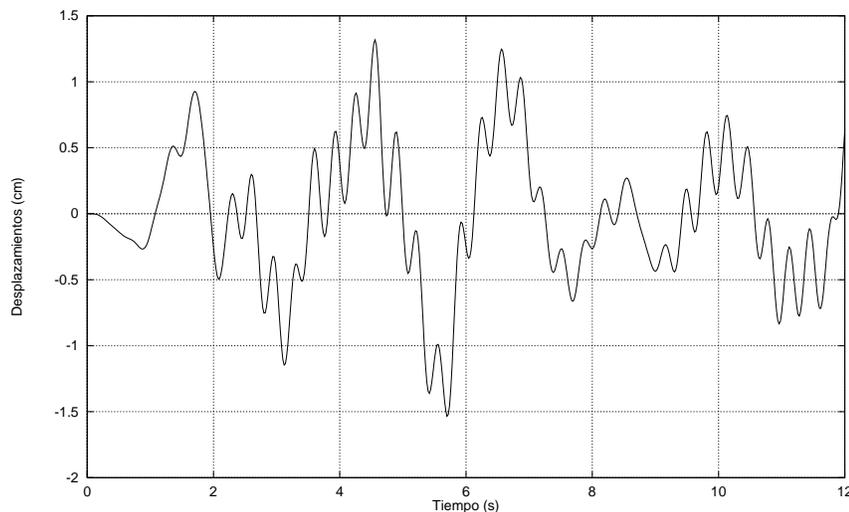


Figura 11. Desplazamiento relativo total entre el piso 6 (punto H) y la base (punto B) en la estructura de base aislada

La diferencia entre los desplazamientos de la base y del piso 6 (estructura de base aislada) se grafica en la Figura 11. Estos son los desplazamientos relativos que causarían daño estructural. Comparando estos valores con los desplazamientos en el caso de la estructura de base fija de la Figura 9, se observa que en este último (base fija) el desplazamiento máximo alcanza los 16,2 cm, mientras que cuando la estructura se encuentra aislada este desplazamiento máximo se reduce a 1,53 cm a los 5,7 s. La reducción en desplazamiento estructural máximo es de un 90,56 %.

En la Figura 12 se presentan los desplazamientos relativos máximos entre pisos. El valor máximo alcanza los 0,24 cm a los 5,7 s para la estructura de base aislada, mientras que para la estructura de base fija tenemos un máximo relativo de 3,27 cm. La reducción en este caso es de un 92,66 %.

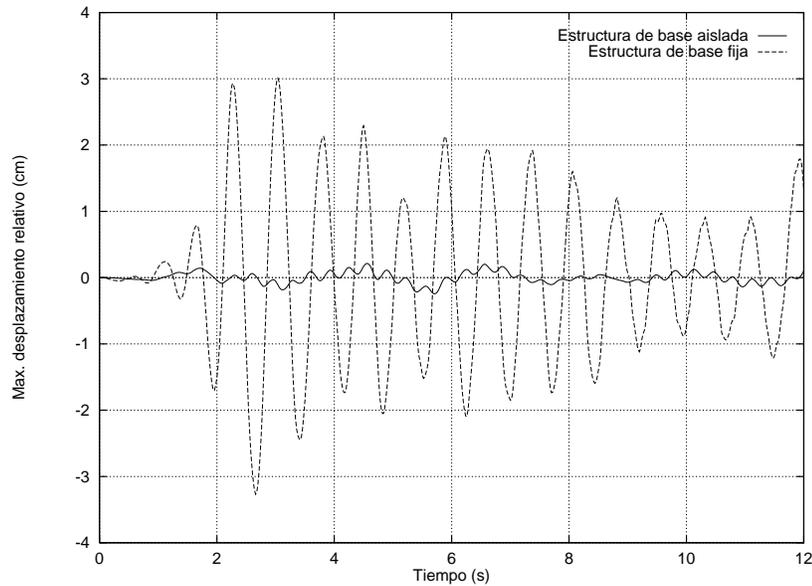


Figura 12. Desplazamientos relativos máximos entre pisos

En la Figura 13 se puede apreciar las respuestas en aceleraciones del último piso (punto H en Figura 3) en el caso de las estructuras de base aislada y fija. Al igual que en el caso de la respuesta en desplazamientos, la diferencia entre ambos resulta significativa. Los valores máximos obtenidos son $380,8 \text{ cm/s}^2$ a los 2,14 s para la estructura aislada y de $1831,6 \text{ cm/s}^2$ a los 6,96 s para la estructura de base fija. La reducción de aceleraciones máximas es igual al 79,2 %.

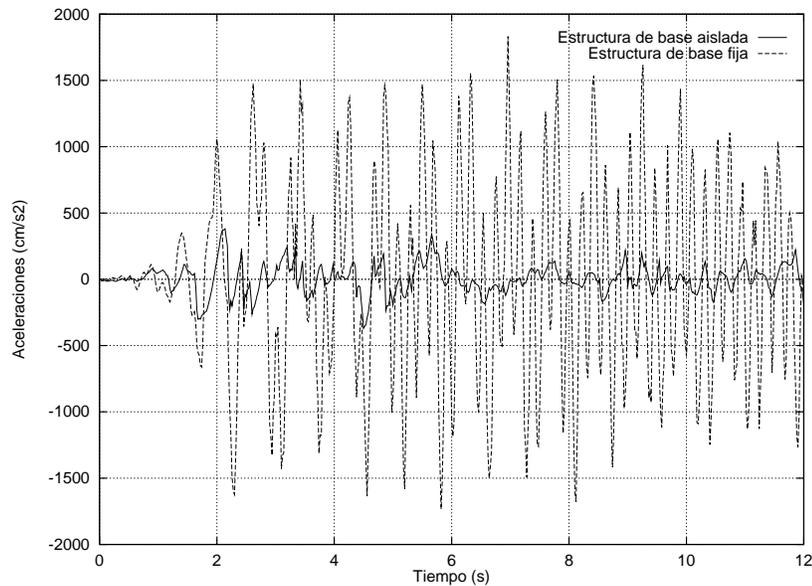


Figura 13. Aceleraciones máximas en las estructuras de base aislada y fija, piso 6 (punto H)

La historia de tensiones tangenciales en el dispositivo de apoyo (estructura con aislamiento), producida por los desplazamientos de la base durante el terremoto, se grafica en la Figura 14. Estas tensiones corresponden al tercer punto de Gauss del elemento 1 y los desplazamientos son los correspondientes al nodo 4 (Figura 4). El desplazamiento máximo de la base, que es de 16,81 cm, corresponde a una deformación por cortante del 67,78 %, muy inferior a las deformaciones admitidas por este tipo de dispositivos. Por consiguiente, las tensiones tangenciales también son bajas y muy inferiores a las tensiones de rotura.

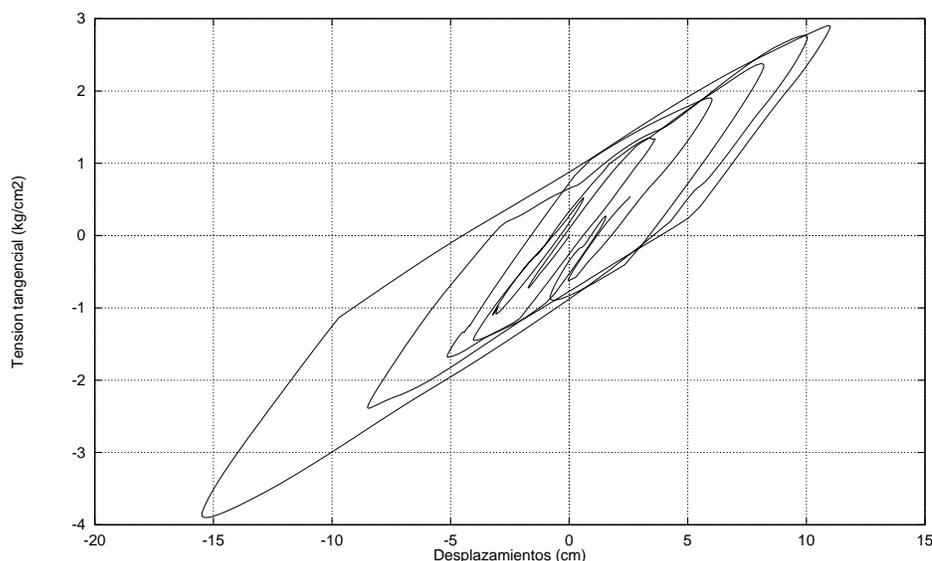


Figura 14. Tensiones tangenciales en el dispositivo de apoyo

Índices de daño global de la estructura

Para evaluar numéricamente el estado de una estructura después de una acción extraordinaria, estática o dinámica, pueden utilizarse índices de daño global. En el caso de estructuras de barras, estos índices permiten evaluar el daño a partir de magnitudes como esfuerzos seccionales, ductilidad o energía potencial de los elementos estructurales o describir el daño según el estado del material en diversos puntos de la estructura²¹.

El índice de daño puede ser local, si se refiere a un punto, o global si expresa el estado de una sección, de un elemento estructural o de toda la estructura. En este trabajo se denomina índice de daño local a aquel producido en un punto del material. Dicho índice puede variar entre 0 y 1. Cuando el estado tensional del material de este punto se encuentra dentro del límite elástico, dicho índice será igual a cero (no existe daño); cuando se supera dicho límite elástico, se considera el punto dañado¹³. El índice de daño será igual a 1 cuando en el punto en consideración el material se encuentre totalmente degradado, sin resistencia.

En la Figura 15 puede apreciarse la evolución del índice global de daño para las estructuras de base fija y de base aislada, respectivamente, cuando éstas son sometidas al terremoto de El Centro. Obsérvese que en el caso de la estructura de base fija el índice de daño global alcanza valores próximos al 60 %, indicando que la estructura se encuentra seriamente dañada y en consecuencia fuera de servicio. En este caso, una posible reparación de la estructura puede resultar económicamente inviable y podría ser necesaria su demolición.

Por otro lado, la estructura con aislamiento de base presenta un índice de daño global inferior al 3 %. Un índice de daño global tan bajo como este indica que la estructura no sólo continúa en servicio después de producirse el terremoto, sino que los daños son mínimos y serían difícilmente detectados en una inspección visual.

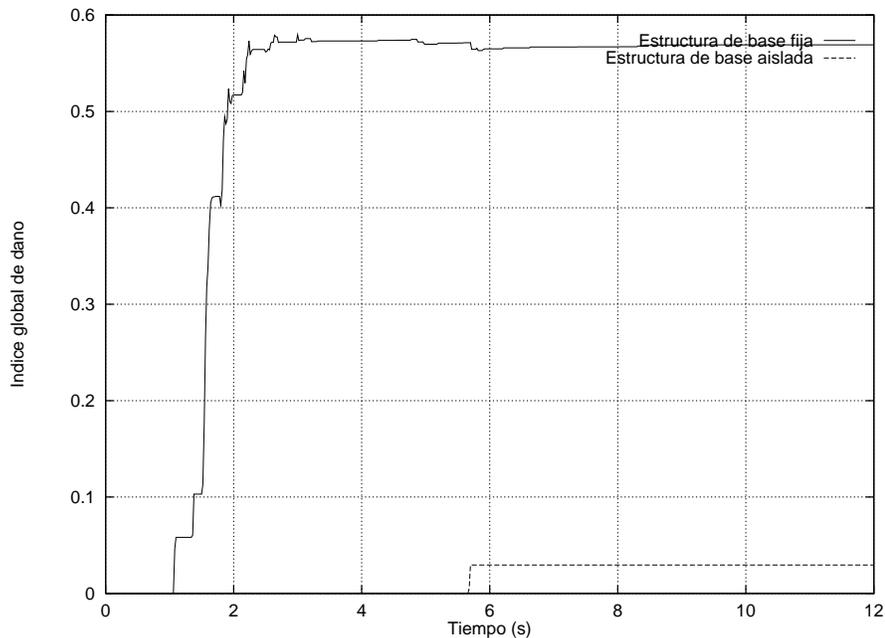


Figura 15. Evolución de los índices globales de daño en las estructuras de base fija y de base aislada

Una diferencia tan significativa en los daños producidos en una y otra estructura se comprende fácilmente al comparar los máximos desplazamientos estructurales totales, esto es los desplazamientos relativos entre la base y el piso 6, que son de 16,2 cm en la estructura de base fija y de 1,53 cm en la estructura con aislamiento de base (Figuras 9 y 11), y los máximos desplazamientos relativos entre pisos, de 3,27 cm en la estructura de base fija y de 0,24 cm en la estructura con aislamiento de base (Figura 12).

Observando los índices de daño global (Figura 15) se puede afirmar que un aislamiento de base, como el aquí analizado, permite que la estructura supere un movimiento sísmico de la magnitud del terremoto de El Centro con daños insignificantes, mientras que la misma estructura sin aislamiento de base sería totalmente dañada.

CONCLUSIONES

Este artículo tiene por objetivo el desarrollo de un modelo numérico para analizar edificios con aislamiento sísmico de base, aplicando el método de los elementos finitos y discretizando el conjunto estructura-dispositivos de aislamiento. Se ha supuesto que la estructura está formada por pórticos de hormigón armado y los dispositivos son de elastómero laminado.

En la modelización de la estructura se han utilizado modelos constitutivos apropiados para la simulación numérica de los materiales estructurales, esto es, modelos de degradación para el hormigón y modelos elasto-plásticos para el acero. En la discretización espacial de los pórticos se han utilizado elementos de barra de Timoshenko. La sección transversal de estas barras se discretizó en capas, siendo las capas internas de un único material, hormigón, y las capas externas de dos materiales, hormigón y acero. Para modelizar adecuadamente las capas externas se utilizó teoría de mezclas, que permite el trabajo en conjunto de los modelos constitutivos destinados a materiales friccionales con aquellos destinados al acero. Con base en este modelo se evaluó un índice global de daño que mide la degradación de rigidez que sufre la estructura en su conjunto durante un movimiento sísmico.

Mediante la incorporación de un elemento de conexión se logra el trabajo conjunto de elementos de barra de Timoshenko con elementos en estado plano de deformación. Dicho elemento permite realizar el análisis completo estructura-dispositivos de aislamiento.

En el análisis sísmico de edificios con aislamiento de base se pone de manifiesto el correcto funcionamiento de los distintos modelos constitutivos en un código general de cálculo dinámico de estructuras por el método de elementos finitos. En la simulación numérica del sistema estructura-dispositivo de aislamiento se utilizaron simultáneamente modelos constitutivos para elastómeros en elementos finitos de estado plano, junto con modelos para hormigón y acero en elementos finitos de barra a flexión discretizados por capas.

REFERENCIAS

- 1 O. Salomón, “Un modelo numérico para el análisis de estructuras con aislamiento sísmico”, Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, (1998).
- 2 O. Salomón, S. Oller y A.H. Barbat, “Modelling of laminated elastomeric passive-control bearing for seismic analysis”, *Fourth World Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, Argentina, (1998).
- 3 O. Salomón, S. Oller y A.H. Barbat, “Finite element analysis of base isolated buildings subjected to earthquake loads”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. **46**, pp. 1741–1761, (1999).
- 4 O. Salomón, S. Oller y A.H. Barbat, “Simulación numérica de elastómeros multi-fase en estiramientos principales”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **16**, N° 1, pp. 115–144, (2000).
- 5 S. Oller, “Nuevos materiales estructurales, cerámicos en ingeniería”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, España, (1989).
- 6 J. Lubliner, “*Plasticity Theory*”, New York: Macmillan, (1990).
- 7 B. Luccioni, “Formulación de un modelo constitutivo para materiales ortótropos”, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, (1993).
- 8 S. Oller, E. Oñate, J. Oliver y J. Lubliner, “Finite element non-linear analysis of concrete structures using a plastic-damage model,” *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. **35**, N° 1/2/3, pp. 219–231, (1990).
- 9 L. Kachanov, “Time of rupture process under creep conditions,” *Otd. Tech. Nauk*, Vol. **8**, pp. 26–31, (1958).
- 10 J. Simó y J. Ju, “Strain and stress - based continuum damage models 1. Formulation,” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **23**, N° 7, pp. 821–840, (1987).
- 11 J. Oliver, M. Cervera, S. Oller y J. Lubliner, “Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete,” *SCI-C 1990, Second Int. Conf. on Computer Aided Design of Concrete Structure*, pp. 945–957, Zell am See, Austria, (1990).
- 12 A. Hanganu, A. Barbat, S. Oller y E. Oñate, “*Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, España, (1994).

- 13 S. Oller, B. Luccioni y A.H. Barbat, “Un método de evaluación del daño sísmico en estructuras de hormigón armado”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **12**, N° 2, pp. 215–238, (1996).
- 14 S. Oller, E. Oñate, J. Miquel y S. Botello, “A plastic damage constitutive model for composite materials”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **33**, N° 17, pp. 2501–2518, (1996).
- 15 S. Oller y E. Oñate, “A hygro-thermo-mechanical constitutive model for multiphase composite materials”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **33**, N° 20-22, pp. 3179–3186, (1996).
- 16 C. Trusdell y W. Noll, “*The Nonlinear Field Theories of Mechanics*”, Handbuch der Physik III/3, Springer, Berlin, (1965).
- 17 L.E. Malvern, “*Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*”, Prentice-Hall Inc., New Jersey, (1969).
- 18 M. E. Gurtin, “*An Introduction to Continuum Mechanics*”, Academic Press, (1981).
- 19 J. E. Marsden y T.J.R. Hughes, “*Mathematical Foundations of Elasticity*”, Prentice-Hall Inc., New Jersey, (1983).
- 20 A. Barbat, A. Hanganu, E. Oñate y S. Oller, “Evaluation of the damage degree in buildings structures subjected to earthquakes”, *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Méc. Appl.*, Vol. **39**, N°1, pp. 23–36, (1994).
- 21 D. A. Hanganu, “Análisis no lineal estático y dinámico de estructuras de hormigón armado mediante modelos de daño”, Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, (1997).
- 22 E. Oñate, “*Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, (1992).
- 23 O. Salomón, “Estructuras con sistema de aislamiento sísmico. Análisis por elementos finitos”, Tesis Master, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, (1995).
- 24 SMiRT11, “*Seismic Isolation and Response Control for Nuclear and Non-Nuclear Structures*”, Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT11, Tokyo, (1991).
- 25 S. Oller, “*Modelización Numérica de Materiales Friccionales*”, Monografía **3**, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, (1991).
- 26 A. H. Barbat y J. Miquel-Canet, “*Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, (1994).