

# Simulação numérica do comportamento de vigas e pilares de concreto armado via MEF usando o código CASTEM 2000

Luciana Marques da Costa Jacomassi e Mônica Pinto Barbosa

UNESP, Departamento de Engenharia Civil  
Alameda Bahia, 550, CEP 15385-000  
Ilha Solteira, SP, Brasil  
Tel.: 55 18 3743 1000; Fax: 55 18 3543 1160  
e-mail: luciana.jacomassi@superig.com.br, mbarbosa@dec.feis.unesp.br

André Luís Gamino

UNICAMP, Departamento de Estruturas DES  
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo  
Av. Albert Einstein, 951, Campinas-SP, CEP 13083-852, Brasil  
Tel.: 55 19 3521 2302; Fax: 55 19 3521 2328  
e-mail: andre.gamino@gmail.com

## Resumen

Apresenta-se como objeto desta pesquisa o estudo numérico não-linear do comportamento de vigas e pilares de concreto armado. Toda a análise numérica é efetuada no código de cálculo baseado no método dos elementos finitos CASTEM 2000, que utiliza o modelo reológico elastoplástico perfeito para o aço, o modelo de Drucker-Prager para o concreto e o método de Newton-Raphson para a solução de sistemas não-lineares. O núcleo deste trabalho concentra-se na obtenção de equilíbrio para as vigas e força-deformação para os pilares com a finalidade de averiguar computacionalmente o comportamento desses elementos. A proposta central é o confronto das respostas numéricas obtidas com resultados experimentais fornecidos pela literatura a fim de garantir confiabilidade à análise numérica realizada.

**Palavras-chave:** *análise não-linear, MEF, vigas de concreto armado, pilares de concreto armado.*

## NUMERICAL SIMULATION OF THE BEHAVIOR OF THE BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE BEAMS AND COLUMNS BY FEM CASTEM 2000 PROGRAM

## Summary

The objective of this paper is the numerical study of the behavior of reinforced concrete beams and columns by non-linear numerical simulations. The numerical analysis is based on the finite element method implemented in CASTEM 2000. This program uses the constitutive elastoplastic perfect model for the steel, the Drucker-Prager model for the concrete and the Newton-Raphson for the solution of non-linear systems. This work concentrates on the determination of equilibrium curves to the beams and force-strain curves to the columns. The numeric responses are confronted with experimental results found in the literature in order to check the reliability of the numerical analyses.

**Keywords:** *non-linear analysis, FEM, R/C beams, R/C columns.*

## INTRODUÇÃO

O Brasil vem vivenciando uma crescente demanda pela utilização de Concreto de Alto Desempenho (CAD) na construção civil. Edifícios mais altos, vãos livres maiores, aumento da área útil dos pavimentos, redução do peso próprio das estruturas, utilização de menor quantidade total de material, maior durabilidade, são exemplos de vantagens obtidas com a utilização do CAD. Pilares dos pavimentos inferiores de edifícios altos são os elementos estruturais que mais apresentam ganho utilização de CAD, não só do ponto de vista da área útil, mas também do ponto de vista econômico pela redução do volume de concreto e aço empregados e área de formas.

O edifício e-Tower em São Paulo detém o recorde nacional de resistência do concreto utilizado em estruturas: 128 MPa aos 28 dias. Outros edifícios, como o Suarez Trade Center em Salvador e o complexo Evolution Towers em Curitiba, utilizaram em suas estruturas concreto com resistência na faixa dos 60 MPa. Porém, a Norma Brasileira NBR 6118:2003 – Dimensionamento de estruturas de concreto: procedimentos – aplica-se apenas a concretos convencionais com resistência mecânica de até 50 MPa.

O Concreto de Alto Desempenho tem essa denominação por apresentar maior fluidez, resistência à flexão maior, módulo de elasticidade mais alto, maior durabilidade, menor permeabilidade e, principalmente, maior resistência à compressão.

As vantagens do Concreto de Alto Desempenho em relação aos concretos convencionais não param por aí. O CAD apresenta: menor porosidade, maior durabilidade, melhor resistência ao fogo, melhor resistência a ataques químicos, entre outros. Mais informações e discussões sobre o CAD podem ser vistas em Lorrain, Barbosa, Arnaud e Gamino<sup>9</sup>.

Segundo Mehta e Monteiro<sup>10</sup>, as altas resistências são possíveis pela redução da porosidade, da heterogeneidade e da micro-fissuração na pasta e na zona de transição, o que leva o Concreto de Alto Desempenho a apresentar comportamento diferente do concreto convencional sob vários aspectos.

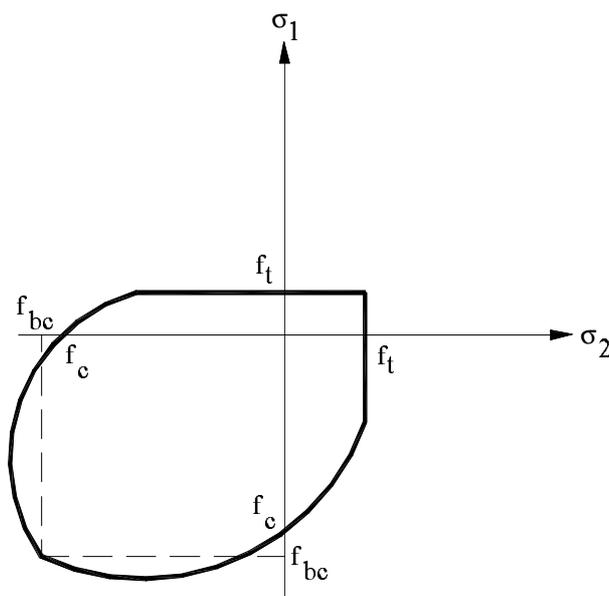
O comportamento mecânico diferenciado do CAD, notadamente a sua ruptura frágil, torna necessário o embasamento do dimensionamento das estruturas em CAD em normas e publicações internacionais como o Código Modelo CEB-FIP, Publicações dos Comitês do ACI e a Norma Norueguesa NS 3743.

O problema da falta de ductilidade em pilares de concreto de alta resistência é tão significativo que muitas técnicas têm sido pesquisadas, como, por exemplo, a da adição de fibras metálicas ao concreto (Lima Júnior<sup>8</sup> e Oliveira<sup>12</sup>). Além disso, o uso do CAD também tem sido aplicado não só como material constituinte do pilar, mas também como uma alternativa para o seu reforço<sup>16</sup>. Pode-se observar que a maioria dos trabalhos investiga as situações de compressão centrada e flexo-compressão reta. No entanto, em termos práticos, a situação mais usual à qual o pilar estará submetido será a da flexo-compressão oblíqua.

Dentro desse contexto o CAD, apesar de apresentar diversas vantagens de ordem técnica, tem sua aplicação limitada pela falta de conhecimento científico na área de ductilização de estruturas, sobretudo de ductilização de pilares.

As técnicas de análise empíricas fornecem indicativos do comportamento estrutural de um determinado elemento, mas são restritas às condições de contorno do ensaio. Vários trabalhos foram desenvolvidos em diversas instituições de pesquisa no mundo sobre o assunto relacionado à ductilidade de pilares em concreto armado com geometria quadrada<sup>14</sup>, pilares submetidos a ações sísmicas<sup>17</sup> ou pilares reforçados com materiais compósitos<sup>11</sup>.

Já a análise numérica é uma ferramenta para a interpretação do comportamento estrutural, sem, no entanto, ter a sua comprovação prática. Entende-se que a união destas duas ferramentas é de grande valia para a geração de novos conhecimentos e a sua generalização, também dentro de certas condições de contorno. Neste ponto, a análise numérica poderia ajudar a definir quais seriam essas condições.



**Figura 1.** Superfície de plastificação segundo o critério de Drucker-Prager

O presente trabalho tem por finalidade investigar, através da análise numérica, os efeitos da conjunção dos materiais aço e concreto na deformação de pilares submetidos a carregamento centrado e de vigas em flexão, com o objetivo de definir quais taxas de armadura conduzem à adequada ductilização desses elementos estruturais.

## ESTRATÉGIA NUMÉRICA DE SOLUÇÃO

O modelo reológico utilizado para o material concreto fora o elastoplástico de Drucker-Prager. Trata-se de um modelo combinado que procura retratar o comportamento do material concreto quando solicitado, definindo dois trechos distintos na curva tensão-deformação, um elástico e outro plástico, ocorrendo portanto deformações elásticas e inelásticas (residuais).

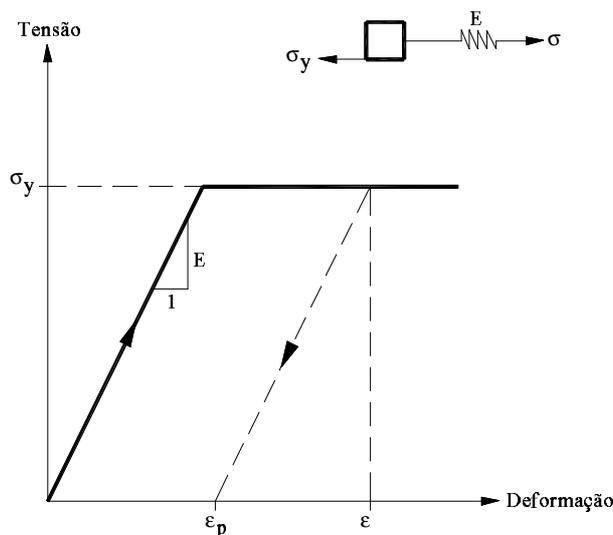
O modelo de Drucker-Prager foi formulado em 1952 e pode ser visto como uma simples modificação do critério de von Mises, incluindo-se a influência da pressão hidrostática, segundo a Equação (1).

$$f(\sigma) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k_{dp} = 0 \quad (1)$$

sendo  $\alpha$  e  $k_{dp}$  as constantes do material,  $I_1$  e  $J_2$  os invariantes que dependem das tensões normais que agem sobre um corpo.

A Figura 1 traz a representação gráfica da superfície de plasticidade no plano  $\sigma_1 - \sigma_2$  onde  $f_t$  é a tensão limite de tração,  $f_c$  é a tensão limite de compressão e  $f_{bc}$  é a tensão limite de bicompressão.

O modelo reológico adotado para o material aço é o elastoplástico perfeito. Tal modelo pode ser representado por um corpo associado em série com uma mola de rigidez igual ao Módulo de Elasticidade longitudinal do material que desliza sobre uma superfície, sendo a força de atrito entre o corpo e a superfície a tensão de escoamento do material conforme ilustra a Figura 2.

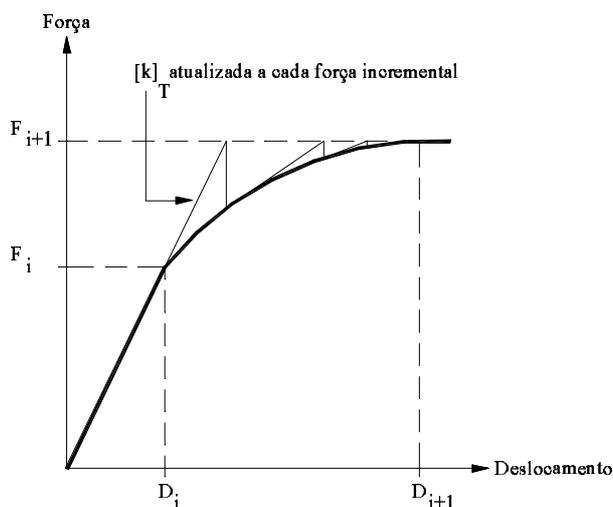


**Figura 2.** Modelo elastoplástico perfeito

O método numérico incremental e iterativo de solução de sistemas não lineares adotado fora o método de Newton-Raphson ilustrado na Figura 3. Neste método uma correção de equilíbrio via matriz tangente é introduzida sobre a força incremental utilizando procedimentos iterativos com fator de tolerância previamente definido.

O método de Newton-Raphson Regular possui uma característica quadrática da convergência, o que significa que o método converge à solução final dentro somente de algumas iterações. Uma desvantagem do método é que a matriz de rigidez tem que ser atualizada a cada iteração e, se um método de resolução direto é usado para resolver o sistema linear de equações, a decomposição da matriz tem que ser executada a cada iteração também.

Além disso, a convergência quadrática é garantida somente se a matriz de rigidez correta está sendo usada e se a predição já está nas vizinhanças da solução final. Se a predição inicial está longe da solução final, o método falha facilmente por conta da divergência. A experiência mostra que este método necessita geralmente de somente algumas iterações, mas cada iteração tem um custo de tempo muito grande até a convergência.



**Figura 3.** Método de Newton-Raphson

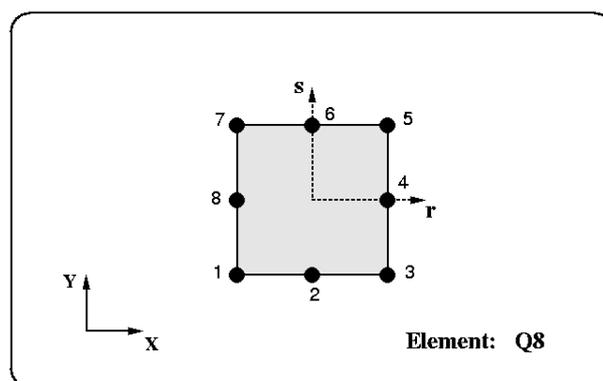


Figura 4. Elemento finito usado nas simulações

O elemento finito usado nas simulações encontra-se disposto na Figura 4 representado em coordenadas naturais. Trata-se de um elemento do tipo Q8 com oito nós, com 3x3 pontos de integração no seu domínio e com 24 graus de liberdade por elemento.

Todos esses critérios numéricos encontram-se no código de cálculo CASTEM 2000, adotado para as simulações, que fora desenvolvido pelo *Département de Mécanique et de Technologie (DMT) du Commissariat Français à l'Energie Atomique (CEA)*. Os principais problemas encontrados no uso do CASTEM 2000 foram sobretudo às dificuldades quanto a uma interface amigável já que o programa possui um pré-processamento muito deficiente, feito exclusivamente via arquivo de dados (.dat). As dificuldades refletem-se não só no lançamento geométrico da estrutura com também na discretização da malha de elementos finitos e lançamento das armaduras de aço.

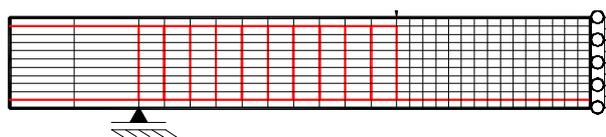
Por fim, apesar das dificuldades mencionadas acima, podem ser citados importantes trabalhos publicados recentemente usando-se o CASTEM 2000: Gamino, Bittencourt<sup>6</sup>, Gamino, Barbosa<sup>5</sup> e Barbosa, Gamino<sup>4</sup>.

## SIMULAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

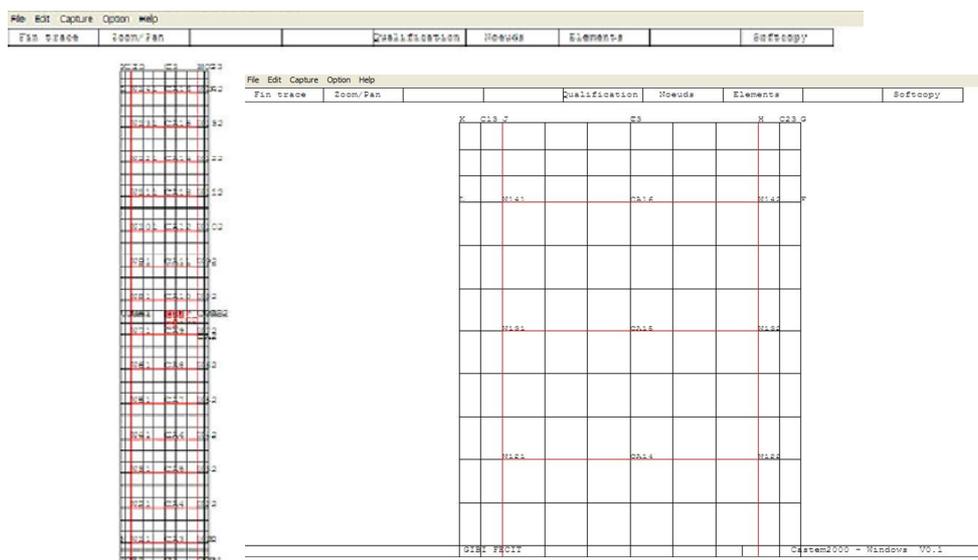
Nessas simulações, utilizou-se o elemento finito quadrangular com oito nós (Figura 4) para a discretização do domínio de concreto e o elemento finito isoparamétrico unifilar dois nós para a discretização das armaduras de aço. O estudo numérico de objetividade de malha foi realizado segundo os dados experimentais obtidos por Barbosa<sup>3</sup> – vigas 1, 2 e 3, e Ribeiro<sup>15</sup> – vigas 4, 5 e 6, para uma viga de concreto armado submetida à flexão em quatro pontos, cujas características físicas mecânicas encontram-se na Tabela I.

Viga	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$A_s$	$A'_s$
1	40	620	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 6
2	75	830	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 6
3	100	830	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 6
4	28,3	560	4 $\phi$ 12,5	2 $\phi$ 8
5	65,5	540	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 8
6	68	540	5 $\phi$ 20	2 $\phi$ 8

Tabela I. Propriedades físicas e mecânicas das vigas ensaiadas por Barbosa<sup>3</sup> e Ribeiro<sup>15</sup>



a) Discretização das vigas



b) Discretização dos pilares

Figura 5. Discretização utilizada nas simulações das vigas de concreto armado

Salienta-se que as vigas ensaiadas por Barbosa<sup>3</sup> possuíam 3,60m de vão, base de 15cm e altura de 28,3cm, com estribos de diâmetro igual a 6mm espaçados em 8cm. As vigas ensaiadas por Ribeiro<sup>15</sup> possuíam 4,50m de vão, base de 15cm e altura de 45cm, com estribos de diâmetro igual a 6,3mm espaçados de 8cm (vigas 4 e 5) e de 10cm (viga 6). Um estudo anterior detectou boa convergência entre as forças de fissuração, plastificação e ruína, bem como dos deslocamentos correntes as discretizações contendo cerca de 700 nós, conforme ilustra a Figura 5.

As Tabelas II e III apresentam os resultados obtidos para as forças de fissuração ( $F_{fiss}$ ), plastificação ( $F_{plas}$ ) e ruína ( $F_{ru}$ ), bem como dos deslocamentos  $\delta_u$  e  $\delta_y$  para as seis vigas. De uma forma geral nota-se uma maior convergência numérica em relação às vigas de Barbosa<sup>3</sup> em detrimento às vigas de Ribeiro<sup>15</sup> devido à própria heterogeneidade do material concreto. Outro fato que acarretou problemas de convergência com relação aos resultados de Ribeiro<sup>15</sup> foi a adoção nas simulações de um módulo de elasticidade longitudinal uma vez que não realizaram-se ensaios experimentais para a determinação desta grandeza.

## SIMULAÇÃO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

Lima<sup>7</sup> trabalhou na sua tese de doutorado a respeito do comportamento mecânico de pilares de Concreto de Alto Desempenho submetido à compressão centrada e excêntrica. Seu estudo teve embasamento numa grande quantidade de resultados experimentais já publicados na literatura internacional sobre o tema e que discutiam taxas de armadura de confinamento para a promoção de um nível de ductilização de pilares de CAD.

<b>Viga</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$F_{fiss}$ (kN)	Exp.	15	25	22
	Num.	18	26	20
	Exp./Num.	0,83	0,96	1,10
$F_{plas}$ (kN)	Exp.	147	224	210
	Num.	148	230	230
	Exp./Num.	0,99	0,97	0,91
$F_{ru}$ (kN)	Exp.	149	248	270
	Num.	149	243	261
	Exp./Num.	1,00	1,02	1,03
$\delta_u$ (mm)	Exp.	29,69	73,53	71,94
	Num.	29,18	70,15	69,23
	Exp./Num.	1,01	1,05	1,04
$\delta_y$ (mm)	Exp.	19,69	26,74	24,07
	Num.	15,63	22,68	22,16
	Exp./Num.	1,26	1,18	1,09

**Tabela II.** Resultados numéricos obtidos para as vigas 1, 2 e 3 ensaiadas por Barbosa<sup>3</sup>

<b>Viga</b>		<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$F_{fiss}$ (kN)	Exp.	31	29	43
	Num.	34	41	89
	Exp./Num.	0,91	0,71	0,48
$F_{plas}$ (kN)	Exp.	136	106	378
	Num.	148	124	454
	Exp./Num.	0,92	0,85	0,83
$F_{ru}$ (kN)	Exp.	160	122	414
	Num.	150	132	461
	Exp./Num.	1,07	0,92	0,90
$\delta_u$ (mm)	Exp.	35,00	81,9	37,5
	Num.	25,08	60,51	24,84
	Exp./Num.	1,39	1,35	1,51
$\delta_y$ (mm)	Exp.	17,04	16,86	24,69
	Num.	14,21	12,47	17,84
	Exp./Num.	1,20	1,35	1,38

**Tabela III.** Resultados numéricos obtidos para as vigas 4, 5 e 6 ensaiadas por Ribeiro<sup>15</sup>

O autor inicia os trabalhos experimentais com a definição de um traço que resulte em um concreto com resistência à compressão em torno de 90 MPa. Os testes com os pilares são organizados em nove ensaios distintos com três repetições cada. Apenas os quatro primeiros são tratados no presente trabalho por serem referentes à compressão centrada.

Os pilares chamados série 1 e 2 apresentavam as dimensões 20 x 20 x 120 cm com taxa de armadura longitudinal 2,46 % e taxa de armadura transversal 1,03 % para o primeiro e 0,51 % para o segundo. Os pilares das séries 3 e 4 eram mais curtos e possuíam seção transversal regular, com as dimensões 15 x 30 x 90 cm. A taxa de armadura longitudinal utilizada foi de 2,26 % e taxa de armadura transversal de 1,01 % para a série 3 e 2,2 % para a série 4. As Figuras 6 e 7 apresentam as características geométricas desses pilares.

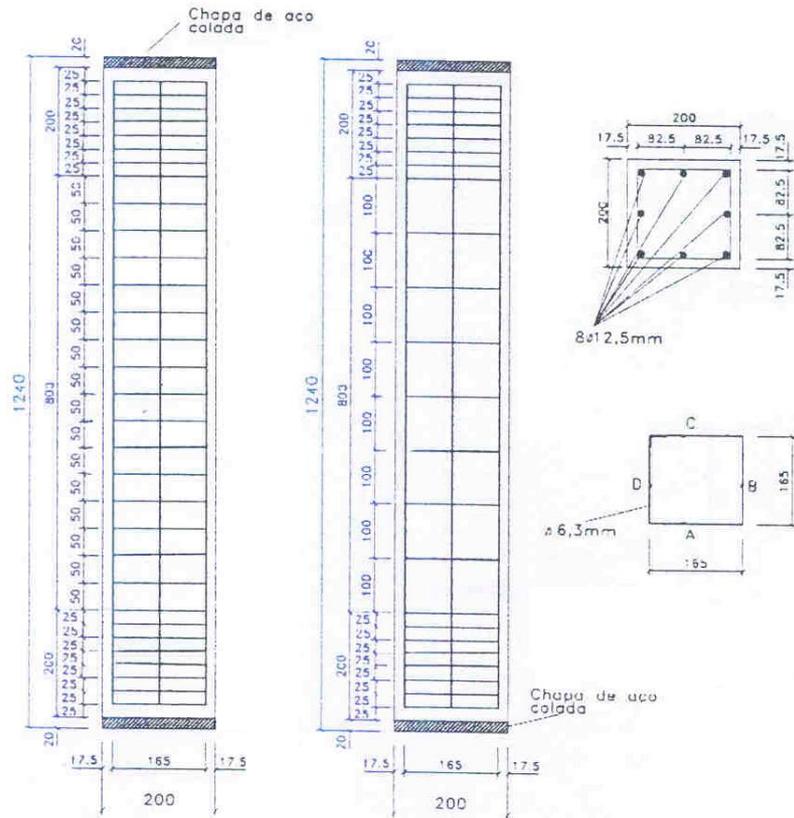


Figura 6. Geometria dos pilares série 1 e série 2 de Lima<sup>7</sup>

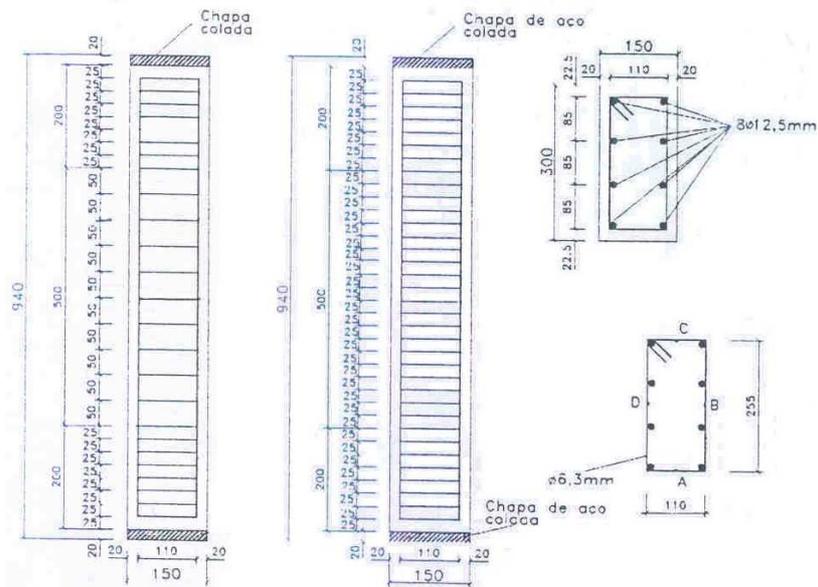
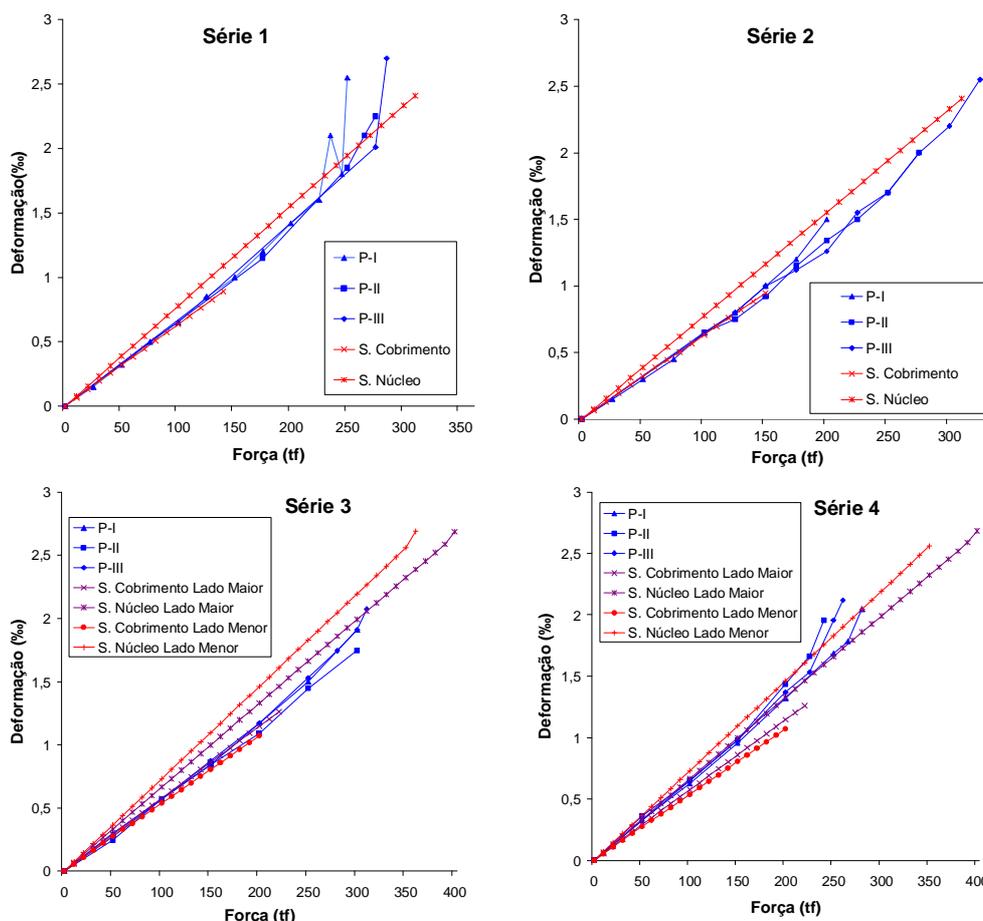


Figura 7. Geometria dos pilares série 3 e série 4 de Lima<sup>7</sup>



**Figura 8.** Resultados experimentais e numéricos para os pilares de Lima<sup>7</sup> submetidos à compressão centrada

As taxas de armadura utilizadas por Lima<sup>7</sup> eram inferiores àquelas sugeridas por trabalhos experimentais anteriores para a ductilização dos pilares. Al-Hussaini *et al*<sup>2</sup>, por exemplo, sugeria a utilização de taxas superiores a 2,5% para a armadura longitudinal e 1,8% para a transversal para pilares de CAD com resistência à compressão por volta de 120 MPa.

Os pilares ensaiados por Lima<sup>7</sup> foram executados com um adensamento da armadura longitudinal nas extremidades, chamada “armadura de fretagem”, com a função de impedir a ruptura precoce dos elementos por concentração de tensões na região de aplicação de carga e apoio. Com o mesmo intuito, também foi utilizado um “encamisamento” dessas regiões com chapas de aço. A Figura 8 apresenta os resultados experimentais e numéricos obtidos para os pilares de Lima<sup>7</sup>.

As simulações para os pilares das séries 3 e 4 seguiram os procedimentos adotados na análise numérica dos pilares de seção retangular de Paiva<sup>13</sup> com a modelagem segundo os lados maior e menor da peça com relação à seção transversal. As simulações para os pilares de Lima<sup>7</sup> apresentaram deformação muito próxima da obtida experimentalmente, inclusive para qualquer das direções de simulação dos pilares com seção retangular. A carga de ruptura das simulações se apresentou sempre maior que dos resultados experimentais, com exceção de P-II da série 2.

A Tabela IV apresenta algumas características resistentes e as cargas de ruptura experimental, numérica e teórica para os pilares das Séries 1 a 4 de Lima<sup>7</sup>.

PILAR	$A_l$ (cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (MPa)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$F_{exp}$ (tf)	$k_{mod}$	$F_{teo}$ (tf)	$F_{num\ pilar}$ (tf)	$F_{num\ cob}$ (tf)	$\frac{F_{exp}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{teo}}$	$\frac{F_{num}}{F_{exp}}$	$\frac{F_{num\ cob}}{F_{num\ pilar}}$
Série 1	10,2	543,3	400	83,8	272,2	0,6200	263,0	310	140	1,03	1,18	1,14	0,45
Série 2	10,2	543,3	400	89,7	308,0	0,6177	276,8	310	150	1,11	1,12	1,01	0,48
Série 3	10,2	543,3	450	94,9	346,5	0,6053	313,7	400	220	1,10	1,28	1,15	0,55
Série 4	10,2	543,3	450	80,5	275,3	0,6254	281,8	400	220	0,98	1,42	1,45	0,55

**Tabela IV.** Características resistentes dos pilares de Lima (1997), forças de ruptura e correlações

As cargas de ruptura dos pilares experimentais se mostraram muito próximas das teóricas e as cargas numéricas um pouco superestimadas. As simulações apresentaram carga de ruptura tanto maior que a experimental ou teórica, quanto menor o espaçamento entre estribos, mostrando uma tendência do modelo em ser mais susceptível às alterações geométricas no plano da seção longitudinal em virtude da análise bidimensional empregada.

Não foi percebida diferença no comportamento das simulações entre os pilares das séries 1 e 2 ou entre as séries 3 e 4. A variação da taxa de armadura de 1,03 % para 0,51 % no primeiro caso e de 1,01 % para 2,2 % no segundo não resultou em variação significativa da carga de ruptura ou da máxima deformação dos pilares.

As simulações apresentaram carga de ruptura do cobrimento de cerca de 50 % da capacidade resistente do pilar. Esse fato pode ser explicado pelo pequeno espaçamento da armadura nas extremidades dos pilares, o que levou à contenção da deformação do concreto nessas regiões de concentração de tensões.

Lima<sup>7</sup> notou certo nível de desagregação do cobrimento apenas em cargas muito próximas da ruptura dos pilares, sem caracterização, portanto, de confinamento eficiente do núcleo de concreto.

Por fim a Tabela V apresenta os resultados de análise obtidos na simulação não-linear das estruturas de concreto simuladas neste trabalho.

Estrutura	Número de Elementos Finitos	Tempo de Processamento (s)	Tolerância	Algoritmo de Análise	Critério de Convergência
Barbosa <sup>3</sup>	150	150	0.0035	NRR	Controle de Força
Ribeiro <sup>15</sup>	250	270	0.0040	NRR	Controle de Força
Lima <sup>7</sup>	200	192	0.0035	NRR	Controle de Força

**Tabela V.** Parâmetros de análise não-linear para as estruturas modeladas. Observação: NRM representa o método de Newton-Raphson regular

## CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos nas simulações numéricas, as seguintes conclusões podem ser enumeradas:

- De uma forma geral nota-se uma maior convergência numérica em relação às vigas de Barbosa<sup>3</sup> em detrimento às vigas de Ribeiro<sup>15</sup> devido à própria heterogeneidade do material concreto;

- Houve problemas de convergência com relação aos resultados de Ribeiro<sup>15</sup> pois adotou-se nas simulações um valor de módulo de elasticidade longitudinal uma vez que não realizaram-se ensaios experimentais para a determinação desta grandeza;
- As cargas de ruptura dos pilares experimentais se mostraram muito próximas das teóricas e as cargas numéricas um pouco superestimadas;
- As simulações apresentaram carga de ruptura tanto maior que a experimental ou teórica, quanto menor o espaçamento entre estribos, mostrando uma tendência do modelo em ser mais susceptível às alterações geométricas no plano da seção longitudinal em virtude da análise bidimensional empregada;
- A partir da proximidade das respostas numéricas com relação às experimentais pode-se concluir que o programa CASTEM é capaz de prever com certa precisão o comportamento de estruturas de concreto armado, neste trabalho analisadas para vigas e pilares;

## REFERÊNCIAS

- 1 L.R.S. Agostini, “Pilares de Concreto de Alta Resistência”, São Paulo, Tese (Doutorado em Engenharia), Universidade de São Paulo, (1992).
- 2 A. Al-Hussaini, P.E. Regan, H.Y. Xue, K.E. Ramdane, “The behavior of HSC columns under axial load”, In: *International Symposium on Utilization of High-Strength Concrete*, Vol. **3**, Proceedings, Norway, (1993).
- 3 M.P. Barbosa, “Uma Contribuição Experimental e Numérica sobre Estruturas de Concreto Armado de Elevado Desempenho: Estudo da Aderência-Ancoragem e do Comportamento de Vigas Fletidas”, Tese de Livre Docência, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista, FEIS, Unesp, (1998).
- 4 M.P. Barbosa, A.L. Gamino, “Numerical Analysis of Ductility in Reinforced Concrete Beams in the CASTEM 2000”, In: *The Sixth International Conference on Computational Structures Technology*, Praga, (2002).
- 5 A.L. Gamino, M.P. Barbosa, “Análise Numérica da Ductilidade de Vigas de Concreto Armado Convencional e de Alto Desempenho”, *Revista IBRACON*, Vol. **V**, N° XI, pp. 19-40, (2003).
- 6 A.L. Gamino, T.N. Bittencourt, “Numerical Evaluation of Plastic Rotation Capacity in Reinforced-Concrete Beams”, In: *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures - FraMCoS 6*, Catani, (2007).
- 7 F.B. Lima, “Pilares de Concreto de Alto Desempenho: Fundamentos e Experimentação”, , 110p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo, São Carlos, (1997).
- 8 H.C. Lima Júnior, “Avaliação da ductilidade de pilares de concreto armado, submetidos a flexo-compressão reta com e sem adição de fibras metálicas”, 222p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo, São Carlos, (2003).
- 9 M. Lorrain, M.P. Barbosa, M. Arnaud, A.L. Gamino, “Alto Desempenho: O Concreto Armado do Século XXI?”, *Rev. Internac. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.*, Vol. **23**, pp. 251-264, (2007).
- 10 P.K. Mehta, P.J.M. Monteiro, “*Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais*”, 1ª Ed., Ed. Pini, São Paulo, (1994).
- 11 A. Mirmiran, M. Shahavy, “Behavior of Concrete Columns Confined by Fiber Composites”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. **123**, N° 5, pp. 583-590, (1997).

- 12 W.L.A. Oliveira, “Análise teórica e experimental de pilares de concreto armado sob ação de Força Centrada com Resistência Média à Compressão do Concreto de 40 MPa”, Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, (2004).
- 13 N.M.B. Paiva, “Pilares de Concreto de Alta Resistência com Seção Transversal Retangular Solicitados à Compressão Simples”, Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, (1994).
- 14 R. Park, M.J.N. Priestley, W.D. Gill, “Ductility of Square-Confined Concrete Columns”, *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. **108**, N° 4, pp. 929-950, (1982).
- 15 P.T.P. Ribeiro, “Influência da Taxa de Armadura na Ductilidade de Vigas de Concreto de Alta Resistência”, Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, (1996).
- 16 A.D. Takeuti, “Comportamento resistente imediato e ao longo do tempo de pilares reforçados por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho”, Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade São Paulo, São Carlos, (2003).
- 17 S. Watson, R. Park, “Simulated Seismic Load Tests on Reinforced Concrete Columns”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. **120**, N° 6, pp. 1825-1849, (1994).