

**Evaluación del Daño en  
Edificios y Desempeño Sísmico  
Programa de Ordenador  
CEINCI3**

R. Aguiar Falconí

**Monografías de Ingeniería Sísmica**

Editor A. H. Barbat

**Evaluación del Daño en  
Edificios y Desempeño Sísmico  
Programa de Ordenador  
CEINCI3**

R. Aguiar Falconí  
Centro de Investigaciones Científicas  
Escuela Politécnica del Ejército  
Valle de los Chillos- Ecuador

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA  
Edificio C1, Campus Norte UPC  
Gran Capitán s/n  
08034 Barcelona, Spain

**MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA**

Editor A. H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**EVALUACIÓN DEL DAÑO EN EDIFICIOS Y DESEMPEÑO SÍSMICO  
PROGRAMA DE ORDENADOR CEINCI3**

Monografía CIMNE IS45

© El autor

ISBN: 84-89925-87-9

Depósito legal: B-48206-2001

## INDICE GENERAL

	<b>Página</b>
1. INTRODUCCIÓN .....	1
2. SISMOS DE ANÁLISIS .....	2
3. COMPORTAMIENTO ESPERADO .....	2
4. DESEMPEÑO ESPERADO .....	3
5. ESTADO DEL ARTE Y ALCANCE DEL <b>CEINCI3</b> .....	3
6. PROGRAMA <b>CEINCI3</b> .....	4
7. PROGRAMAS <b>CIENCI1</b> Y <b>CIENCI2</b> .....	7
8. APLICACIONES DEL PROGRAMA <b>CEINCI3</b> .....	7
REFERENCIAS .....	8
<b>CAPITULO 1</b>	
<b>ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL Y EL SUBPROGRAMA CAPACIDAD .....</b>	<b>9</b>
1.1. CAPACIDAD RESISTENTE .....	9
1.2. MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO .....	10
1.3. MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN .....	11
1.4. RELACIONES MOMENTO CURVATURA .....	13
1.4.1. Esquema del Cálculo .....	14
1.4.2. Método de Dovelas .....	16
1.4.3. Rigidez a Flexión .....	17

1.4.4.	Subprograma Capacidad .....	18
1.4.5.	Modelaje de los Elementos .....	19
1.4.6.	Matriz de Flexibilidad .....	20
1.4.7.	Elemento Viga .....	21
1.4.8.	Elemento Columna .....	22
1.4.9.	Elemento Muro de Corte .....	22
1.5.	LA TÉCNICA DEL PUSHOVER .....	22
1.6.	ANÁLISIS CON SUBPROGRAMA <b>CAPACIDAD</b> .....	23
1.7.	CAPACIDAD RESISTENTE DE LOS ELEMENTOS .....	24
1.8.	ANÁLISIS INICIAL .....	25
1.9.	SEGUNDO INCREMENTO DE CARGA LATERAL .....	27
1.10.	PROPIEDADES DINÁMICAS .....	28
1.11.	ARCHIVOS QUE GENERA EL SUBPROGRAMA <b>CAPACIDAD</b> .....	29
1.12.	ENTRADA DE DATOS PARA EL SUBPROGRAMA <b>CAPACIDAD</b> .....	30
1.13.	ARCHIVO DE DATOS .....	36
1.14.	ESPECTROS DE CAPACIDAD .....	37
	REFERENCIAS .....	38

## CAPÍTULO 2

	<b>MODELO BILINEAL PARA SISTEMA MDOF Y SUBPROGRAMA MBCAP ....</b>	41
2.1.	INTRODUCCIÓN .....	41
2.2.	PUNTO DE FLUENCIA DE UNA ESTRUCTURA .....	42
2.2.1.	Criterio de la Rigidez Tangente Horizontal .....	42
2.2.2.	Criterio de la Rigideces Tangentes .....	43
2.2.3.	Criterio de las Áreas Iguales .....	43
2.2.4.	Ajuste por Mínimos Cuadrados .....	44
2.3.	EJEMPLOS DE ANÁLISIS .....	44
2.4.	DETERMINACIÓN DEL ERROR .....	45
2.5.	SUBPROGRAMA <b>MBCAP</b> .....	45
2.6.	USO DE SUBPROGRAMA <b>MBCAP</b> .....	46
2.7.	COMENTARIOS .....	48
	REFERENCIAS .....	48

**CAPÍTULO 3**

<b>SISTEMA SIMPLIFICADO DE REFERENCIA Y SUBPROGRAMA SDOF .....</b>	<b>49</b>
3.1. INTRODUCCIÓN .....	49
3.2. TEORÍA BÁSICA .....	50
3.3. MODELOS SDOF .....	52
3.3.1. Modelo 1 .....	53
3.3.2. Modelo 2 .....	53
3.3.3. Modelo 3 .....	54
3.4. EJEMPLO NUMÉRICO .....	55
3.5. SUBPROGRAMA <b>SDOF</b> .....	60
REFERENCIAS .....	62

**CAPÍTULO 4**

<b>ANÁLISIS LINEAL, NO LINEAL Y ESPECTROS INELÁSTICOS. ....</b>	
<b>SUBPROGRAMAS NOLIN Y NLSPEC EN SISTEMA SDOF .....</b>	<b>63</b>
4.1. INTRODUCCIÓN .....	64
4.2. ANÁLISIS LINEAL .....	64
4.2.1. Procedimiento de cálculo .....	66
4.2.2. Ejemplos de Análisis Lineal .....	66
4.3. ANÁLISIS NO LINEAL .....	68
4.3.1. Procedimiento de cálculo .....	69
4.3.2. Modelo elasto plasto .....	70
4.3.3. Puntos de Ajuste .....	71
4.3.4. Ejemplo numérico de análisis no lineal .....	74
4.4. MODELO BILINEAL .....	74
4.5. EXCITACIÓN SÍSMICA .....	75
4.5.1. Ejemplo numérico con excitación sísmica .....	75
4.5.2. Uso del Subprograma <b>NOLIN</b> .....	76
4.6. ESPECTROS INELÁSTICOS .....	77
4.6.1. Espectros de Resistencia Sísmica constante .....	78
4.6.2. Espectros de demanda de ductilidad .....	80
4.6.3. Uso de Subprograma <b>NLSPEC</b> .....	81
4.7. CONCLUSIONES .....	

**CAPÍTULO 5**

<b>ANÁLISIS SÍSMICO EN SISTEMAS SDOF Y MDOF Y</b>	
<b>SUBPROGRAMA MBCAP</b>	
5.1. MAXIMAS DISTORSIONES DE PISO .....	83
5.2. ESPECTROS LINEAL Y NO LINEAL .....	84
5.2.1. Registros SCT-85 .....	85

5.2.2.	Espectro Lineal .....	85
5.2.3.	Espectro no Lineal .....	86
5.3.	ANÁLISIS SÍSMICO TRADICIONAL .....	87
5.4.	DISTORSIONES DE PISO Y GLOBAL .....	87
5.5.	CÁLCULO A PARTIR DEL SISTEMA SDOF .....	87
5.6.	CÁLCULO EN SISTEMA MDOF .....	88
5.7.	EJEMPLO NUMÉRICO 1 .....	89
5.8.	COMENTARIOS DEL CÁLCULO DE $\Psi_{0j}$ .....	90
5.9.	INCERTIDUMBRE ASOCIADAS A LA RESPUESTA MDOF .....	90
5.10.	CÁLCULO DE $\alpha_s$ .....	91
5.11.	EJEMPLO NUMÉRICO 2 .....	92
5.12.	USO DE SUBPROGRAMA <b>DRIFT</b> .....	93
	REFERENCIAS .....	94
		94
<b>CAPÍTULO 6</b>		
<b>FUNCIONES DE VULNERABILIDAD EN CONSTRUCCIONES INFORMALES</b>		
		95
	RESUMEN .....	95
	ABSTRACT .....	96
6.1.	INTRODUCCIÓN .....	96
6.2.	VULNERABILIDAD SÍSMICA .....	96
6.3.	INDICE DE DAÑO .....	97
6.4.	ALTERNATIVA DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO .....	97
6.4.1.	Análisis Estático no Lineal .....	98
6.4.2.	Modelo Bilineal .....	99
6.4.3.	Sistema Simplificado de Referencia .....	100
6.5.	ÍNDICE DE VULNERABILIDAD .....	101
6.6.	FUNCIONES DE VULNERABILIDAD .....	102
6.6.1.	Relación entre el Índice Vulnerabilidad e Índice de Daño .....	102
6.6.2.	Relación entre el Índice de Daño y el Desplazamiento Lateral ..	103
6.6.3.	Relación entre el Índice de Daño y el Período .....	104
6.7.	CONCLUSIONES .....	105
	REFERENCIAS .....	106

# PRESENTACIÓN

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Las normas que están vigentes en la mayoría de los códigos y normativas sísmicas, tienen un objetivo principal, cual es que la estructura tenga un buen comportamiento inelástico ante un sismo severo, el mismo que se define mediante estudios de peligrosidad sísmica, considerando una vida útil de la estructura de 50 años y con un 10% de probabilidad de excedencia. Este sismo tiene un período de retorno que está alrededor de los 475 años. Para este evento, que tiene muy poca probabilidad de registrarse durante la vida útil de la estructura, se desea que la edificación disipe la mayor cantidad de energía y no colapse. *De tal forma que el objetivo principal de la mayor parte de los códigos es salvar vidas para el sismo severo.*

El objetivo indicado en el párrafo anterior, se ha venido cumpliendo en la práctica, en estructuras bien diseñadas pero cuando se han registrado sismos de menor magnitud, con aceleraciones menores a las esperadas en el sismo severo se ha visto que el daño estructural y no estructural es demasiado grande de tal manera que las pérdidas registradas han sido cuantiosas, inaceptables para la sociedad y sus gobiernos. Esto se lo ha comprobado en distintos países como México, USA, entre otros.

En efecto, en ciudad de México han visto la baja eficacia de las normas sísmicas ante sismos de intensidad baja y moderada, registrados entre los dos eventos destructivos de 1957 y 1985. Baja eficacia reflejada en el gran daño en comparación con la magnitud de los eventos<sup>(1)</sup>. En USA, tenían con razón igual preocupación luego del sismo de Loma Prieta de 1989.

Todo esto motivo a que en 1992, la Asociación de Ingenieros Estructurales de California **SEAOC**, establezca el **COMITÉ VISION 2000**, con la misión de *“mirar al futuro y desarrollar un marco de referencia para procedimientos que condujesen a estructuras de desempeño sísmico predecible”*. Concretamente, saber cual es el desempeño que se espera de una estructura ante un determinado evento sísmico, desempeño que es función del uso que tenga la edificación.

El resultado del trabajo realizado por el Comité VISION 2000, fue publicado por la Sociedad de Ingenieros Estructurales de California SEAOC, en dos Volúmenes<sup>(2,3)</sup>. En el Volumen I, se definen los sismos de análisis, niveles de desempeño expresados en términos cualitativos para la estructura, para los elementos no estructurales y para los diferentes sistemas de instalaciones que conforman la edificación. Se define además el marco conceptual para el diseño por desempeño. En el Volumen II se presentó un informe preliminar del sismo de Northridge de 1994, que no hacía más que ratificar la necesidad de contar a futuro con procedimientos de análisis sísmico por performance.



## 2. SISMOS DE ANÁLISIS

El Comité VISION 2000, definió cuatro sismos de análisis, los mismos que se presentan en la tabla 1. Desde un punto de vista riguroso lo que se estableció son los parámetros para definir los estudios de peligrosidad sísmica tendientes a obtener 4 eventos, denominados sismos: frecuente, ocasional, raro y muy raro.

**Tabla 1** Parámetros de los sismos de análisis establecidos por el Comité Vision 2000.

SISMO	VIDA ÚTIL	PROBABILIDAD DE EXCEDENCIA	PERÍODO DE RETORNO
Frecuente	30 años	50%	43 años
Ocasional	50 años	50%	72 años
Raro	50 años	10%	475 años
Muy Raro	100 años	10%	970 años

Al observar el período de retorno del *sismo frecuente*, se aprecia que este evento si se va a registrar durante la vida útil de una edificación que por lo regular es de 50 años. La nueva visión es que se tome en cuenta este sismo en el diseño y no únicamente el *sismo raro*, que se tome en cuenta y que se verifique el desempeño que va a tener la edificación acorde a lo indicado en las tablas 2 y 3. Lo propio se puede indicar para el *sismo ocasional*, que tiene una alta probabilidad de registrarse durante la vida útil de la estructura. Finalmente se ha añadido un nuevo evento denominado *sismo muy raro*, con una baja probabilidad de ocurrencia.

## 3. COMPORTAMIENTO ESPERADO

En la tabla 2, se indica una descripción muy resumida de las definiciones utilizadas por el Comité 2000 para los diferentes niveles de desempeño, expresado en términos de los efectos que un sismo puede dejar en las edificaciones.

**Tabla 2** Definiciones del desempeño estructural según las publicaciones NEHRP y VISION 2000.

GUIA NEHRP	VISION 2000	DESCRIPCIÓN
Operacional	Completamente Operacional	La edificación permanece en condiciones aptas para su uso normal, se esperan daños mínimos. Todos los sistemas de abastecimiento y líneas vitales deben estar en funcionamiento, de tal manera que el edificio entra en funcionamiento inmediatamente.
Inmediatamente Ocupacional	Ocupacional	No hay daño significativo a la estructura la misma que se mantiene muy cerca de la resistencia y rigidez que tenía antes del sismo. Los componentes estructurales son seguros y mantienen su función. El edificio puede ser utilizado luego de pequeños arreglos.
Seguridad de Vida	Seguridad de Vida	Daño significativo a los elementos estructurales con reducción sustancial en la rigidez pero tienen un margen de seguridad antes del colapso. Elementos no estructurales seguros pero con daño. La edificación podrá funcionar luego de ser reparada y reforzada.
Prevención de Colapso	Cerca de Colapso	Daño sustantivo estructural y no estructural. Existe una gran degradación de resistencia y rigidez de la estructura, solo queda un pequeño margen para llegar al colapso.

En el Volumen I, se indica en varias paginas el desempeño y por su redacción se aprecia que está dirigido al público en general y más no exclusivamente a los proyectistas estructurales.

#### 4. DESEMPEÑO ESPERADO

De acuerdo al uso que va a tener una estructura, el Comité Vision 2000, ha presentado un nivel mínimo de desempeño, el mismo que se indica en la Tabla 3, para tres tipos de edificaciones: básica, esencial o de seguridad crítica.

**Tabla 3** Sismos de análisis y desempeño esperado en las edificaciones .

Sismo de Análisis	OPERACIONAL	INMEDIATAMENTE OCUPACIONAL	SEGURIDAD DE VIDA	PREVENCIÓN DE COLAPSO
Frecuente	◆			
Ocasional	•	◆		
Raro	❖	•	◆	
Muy Raro		❖	•	◆

- ◆ Edificaciones básicas, como residencias y oficinas.
- Edificaciones esenciales como hospitales, destacamentos militares, bomberos, etc.
- ❖ Edificaciones de seguridad crítica.

La visión a futuro de diseño sísmico de estructuras, consiste en verificar el comportamiento que va a tener la edificación para cada uno de los sismos indicados en la tabla 3, de acuerdo al uso de la misma. Esta verificación se la realiza sobre la base de las distorsiones máximas permitidas y en base al grado de daño local y global de la estructura. El costo del diseño es una variable importante que no se debe descuidar en las decisiones que se adopten.

La forma en que se realiza el análisis sísmico actualmente, tiene un cierto grado de incertidumbre como se verá en los capítulos posteriores de esta publicación. Esto se pretende cubrir con la incorporación de las estadísticas y probabilidades en el análisis, tarea difícil que está siendo llevada a cabo en los principales centros de investigación científica del mundo.

#### 5. ESTADO DEL ARTE Y ALCANCE DE CEINCI3

Si bien es cierto en las publicaciones realizadas por el Comité VISION 2000, se presenta el marco conceptual sobre el análisis sísmico por performance, no es menos cierto que todavía no se indica en forma detallada, como se debe proceder para verificar el desempeño de una edificación ante diferentes acciones sísmicas. No se lo indica por que todavía no se tiene definido un procedimiento que sea sencillo y que cumpla con los objetivos de verificar el desempeño estructural.

Por este motivo, es que este tema es actualmente, una de las principales líneas de investigación de la ingeniería sismo resistente a nivel mundial. Se han realizado importantes avances al respecto y la mayor parte trabaja con las mismas ideas, las mismas que se sintetizan a continuación:

- Construir un modelo que refleje en forma sencilla el comportamiento sísmico de un edificio que tiene  $n$  grados de libertad. Este modelo se denomina en el presente texto *Curva de Capacidad Resistente*, que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo, la misma que se obtiene mediante un análisis estático no lineal.
- Encontrar un modelo bilineal de la curva de capacidad resistente en el modelo de  $n$  grados de libertad. En el que se defina el desplazamiento y cortante de fluencia de la estructura, así como la rigidez post fluencia del sistema.
- Determinar un sistema simplificado de referencia de un grado de libertad que más se ajuste al modelo de  $n$  grados de libertad.
- Calcular la respuesta lineal y no lineal en el sistema simplificado de referencia, para un sismo determinado ya sea trabajando con un espectro o un acelerograma. Para el análisis no lineal se encontrará la respuesta para un modelo bilineal cuya rigidez post fluencia sea la misma del sistema de  $n$  grados de libertad.
- Encontrar la distorsión de piso y evaluar el daño en el sistema simplificado de referencia.
- Retornar al sistema de  $n$  grados de libertad el desplazamiento, distorsión y daño, evaluados en el sistema simplificado de referencia y determinar los parámetros indicados en cada uno de los pisos. Utilizar para el efecto factores de ajuste y de corrección que tomen en cuenta las incertidumbres del procedimiento adoptado como la incertidumbre de la acción sísmica. Con las respuestas obtenidas en el sistema de  $n$  grados de libertad se controla el desempeño que se espera en la edificación para el sismo de análisis.

Se ha presentado en forma muy rápida, el estado del arte del análisis sísmico basada en desempeño. No se ha indicado la forma como se están encontrando los factores de ajuste y los factores de corrección de las incertidumbres sísmicas, para no alargar la exposición y por que todavía son motivo de investigación. Lo único cierto es que las estadísticas y las probabilidades son importantes herramientas matemáticas que se están manejando para cubrir las incertidumbres<sup>(1,4,5)</sup>.

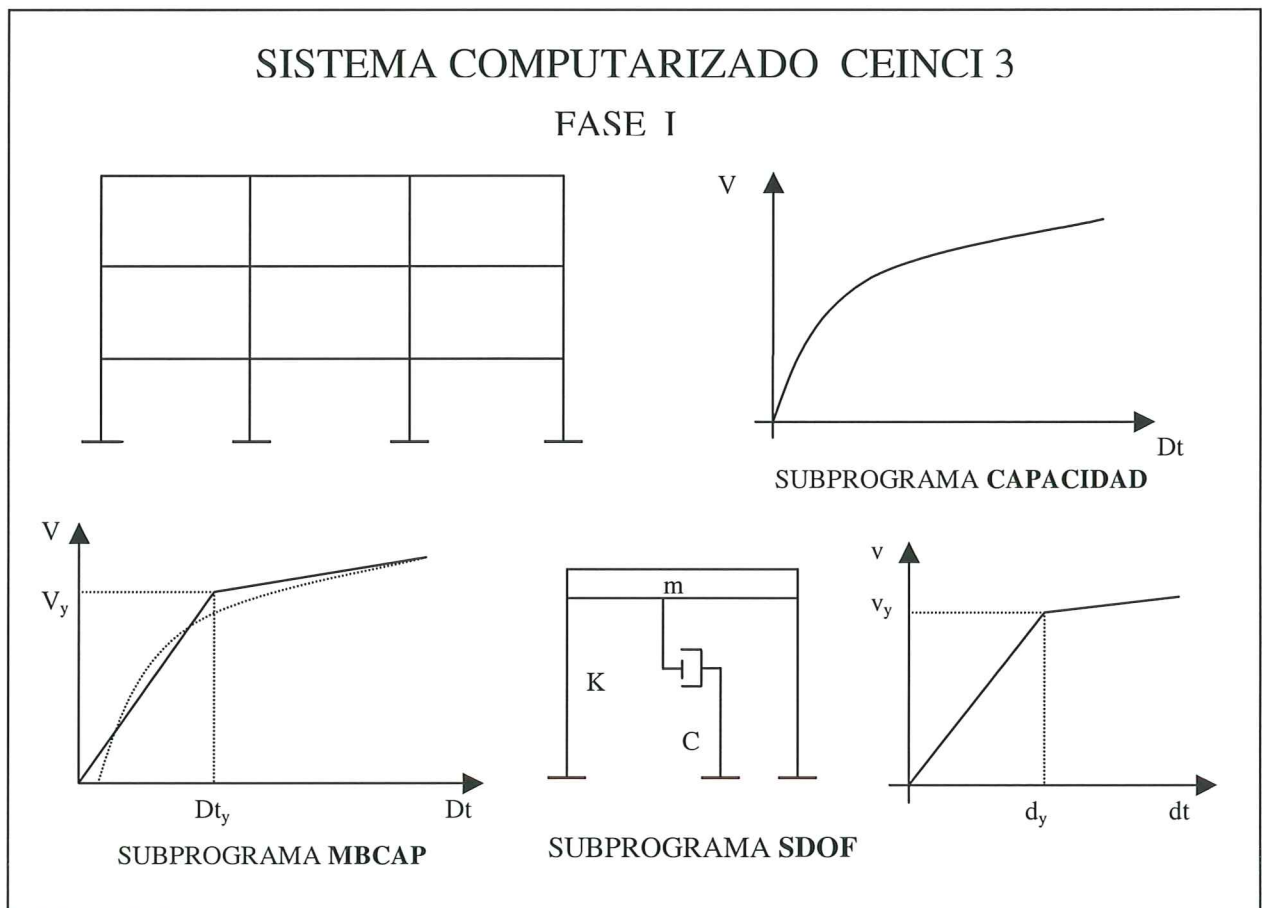
## 6. PROGRAMA CEINCI3

Con el objeto de realizar el análisis sísmico basado en el desempeño que va a tener una estructura ante un sismo determinado, se ha desarrollado en el **Centro de Investigaciones Científicas** de la Escuela Politécnica del Ejército de Ecuador, el software denominado **CEINCI3**, el mismo que está compuesto por varios subprogramas, algunos de ellos trabajan en forma concatenada y otros no, de tal manera que el usuario en un momento determinado puede salirse de la secuencia de cálculo e introducir otros datos y continuar con el uso de los restantes programas.

En las figuras 1 y 2, se describe en forma gráfica cada uno de los subprogramas del sistema de computación **CEINCI3**. La secuencia de cálculo está de acuerdo al estado del arte descrito en el apartado anterior. El orden y forma de ejecución de los subprogramas es el siguiente:

- 1) La armadura en el nudo inicial, centro de luz y nudo final de cada uno de los elementos estructurales, al igual que la calidad de los materiales utilizados es suministrada al subprograma **CAPACIDAD**, mediante la creación de un archivo de datos. En el capítulo 1, se indica la forma de la entrada de los datos y toda la información que el subprograma genera para el control sísmico de una estructura. En forma breve se puede decir que este subprograma obtiene la curva de *capacidad resistente*, indicada en el apartado anterior.

- 2) Se ejecuta el subprograma **MBCAP**, que determina el modelo bilineal indicado en la figura 1. El subprograma determina cuando la estructura ingresa al rango no lineal. El marco teórico se presenta en el capítulo 2. Se destaca que no se debe indicar ningún dato al subprograma, únicamente se debe ejecutar **MBCAP**. La única condición es que antes ya se debió haber utilizado el subprograma **CAPACIDAD**.
- 3) Mediante el subprograma **SDOF**, se determina el sistema simplificado de referencia de un grado de libertad de acuerdo al marco teórico indicado en el capítulo 3. Nuevamente el usuario todo lo que debe hacer es ejecutar este subprograma y verificar si anteriormente ya ejecutó los subprogramas **CAPACIDAD** y **MBCAP**.
- 4) El usuario tiene la opción de encontrar la respuesta lineal o no lineal en el sistema simplificado de referencia empleando un acelerograma, un espectro inelástico que no ha sido publicado para un sismo determinado o utilizar un espectro inelástico que ha sido publicado. Para el primer caso en que desea conocer la respuesta lineal o no lineal para un sismo determinado puede utilizar el subprograma **NOLIN**, indicado en la figura 2. Por otra parte, para encontrar el espectro inelástico puede utilizar el subprograma **NLSPEC**, que obtiene dos tipos de espectros para una resistencia sísmica constante o para una demanda de ductilidad constante. El marco teórico de estos dos subprogramas se indica en el capítulo 4. El usuario del programa **CEINCI3**, puede trabajar con espectros publicados en ese caso deberá suministrar el desplazamiento lateral máximo en el sistema de un grado de libertad, en el subprograma **DRIFT**.



**Figura 1.** Subprogramas del software **CEINCI3**, correspondientes a la fase I.

- 5) Se determina la distorsión global en el sistema simplificado de referencia y la distorsión de piso en el sistema de  $n$  grados de libertad, con el subprograma **DRIFT**. Con las distorsiones de piso obtenidas se procede a controlar el desempeño que va a tener la

edificación de acuerdo a los valores máximos permitidos por el Comité VISION 2000 y que están indicados en el capítulo 5.

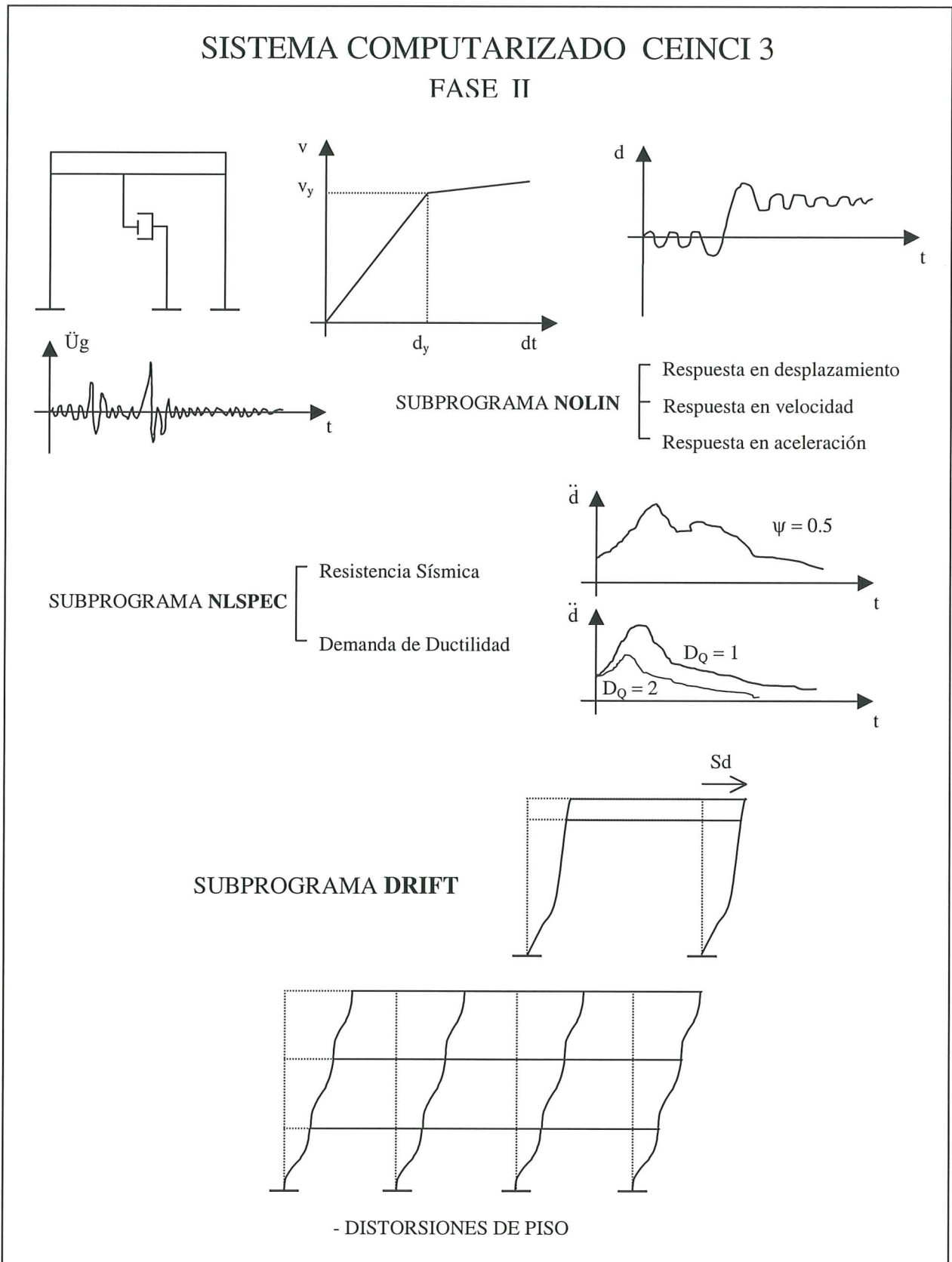


Figura 2. Subprogramas del software CEINCI3, correspondientes a la fase II.

## 7. PROGRAMAS CEINCI1 Y CEINCI2

El programa **CEINCI3**, ha sido elaborado sobre la base de otros programas denominados **CEINCI1** y **CEINCI2.**, que han sido publicados anteriormente por ese motivo se indica en el presente apartado una síntesis de los mismos.

El programa **CEINCI1**<sup>(6,7)</sup>, fue publicado en 1996 y sirve para encontrar la curva momento curvatura en los siguientes elementos de hormigón armado:

- Viga rectangular y viga T.
- Columna rectangular
- Columna circular
- Muros de corte con y sin cabezales.

El programa permite encontrar toda la curva y en pantalla muestra los valores de momento y curvatura para el punto **A**, de agrietamiento del hormigón; punto **Y**, de fluencia del acero y punto **U**, de deformación máxima útil del hormigón. El programa trabaja con el modelo trilineal para el acero y con el modelo de Kent y Park, para el hormigón.

El programa **CEINCI1** fue incorporado al programa **CEINCI2**, que determina la curva de capacidad resistente en estructuras compuestas únicamente por vigas y columnas. El programa **CEINCI2** fue publicado en 1998<sup>(8,9)</sup> y determina la curva que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo.

***CEINCI2**, fue desarrollado para ayudar a verificar el probable comportamiento que va a tener una estructura ya diseñada ante sismos, por ese motivo reporta ductilidades, reserva de energía sísmica, evalúa el daño, etc.*

A la versión inicial del **CEINCI2**, se incorporó el elemento muro de corte. Por otra parte, se crearon una serie de archivos todos ellos orientados al análisis sísmico basado en el desempeño de una estructura ante un sismo y pasó a convertirse en el programa **CAPACIDAD**, que forma parte del nuevo software **CEINCI3**, que está en desarrollo.

## 8. APLICACIONES DEL PROGRAMA CEINCI3

En el capítulo 6, se indica una de las aplicaciones el programa **CEINCI3**, en la evaluación de los Índices de Daño sísmico de edificaciones del Estado Vargas en Venezuela, las mismas que sirven en primer lugar para determinar funciones de vulnerabilidad y posteriormente mapas de vulnerabilidad sísmica. Por lo Tanto, el programa **CEINCI3**, *puede ser utilizado en estudios de Vulnerabilidad Sísmica.*

En el reforzamiento de estructuras, es necesario determinar la capacidad resistente de la estructura sin y con reforzamiento. Esto también se lo puede hacer con el programa **CEINCI3**. En el Ecuador se lo ha utilizado para reforzar los hospitales: Miguel H. Alcívar de Bahía de Caráquez, José María Velasco Ibarra del Tena y el Hospital Regional de Santo Domingo de los Colorados.

Pero lo fundamental el programa **CEINCI3**, fue realizado para verificar el desempeño sísmico que van a tener las edificaciones de acuerdo a los lineamientos generales establecidos por el Comité VISION 2000.

## REFERENCIAS

1. L. Esteva, "Diseño sísmico basado en desempeño: Tendencias y retos", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 28 p, Morelia, México, 1999.
2. SEAOC, "Visión 2000 Report on performance based seismic engineering of buildings", *Structural Engineers Association of California, Volume I*, Sacramento, 1995.
3. ATC 33-03, "Guidelines for Seismic Rehabilitation of Buildings", *75% Submittal, Third Draft, 3 Vol*, Redwood City, 1995.
4. R. Bertero, "Metodología óptima para la aplicación del diseño sísmico basado en la Performance", *5 Encuentro de Investigadores y Profesionales Argentinos de la Construcción*, 150-166, Mendoza, Argentina, 2000.
5. R. Aguiar, "Desempeño estructural y acciones sísmicas de diseño", *5 Encuentro de Investigadores y Profesionales Argentinos de la Construcción*, 120-141, Mendoza, Argentina, 2000.
6. R. Aguiar, "Comportamiento sísmico del hormigón armado", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, CEINCI-04-96*, 55 p, Valle de los Chillos, Ecuador, 1996.
7. R. Aguiar y A. Barbat, "Daño sísmico en estructuras de hormigón armado", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, 238 p, Valle de los Chillos, Ecuador, 1997.
8. R. Aguiar, "Capacidad resistente de estructuras sometidas a cargas laterales: Programa CEINCI2", *Cuarto Encuentro de Investigadores y Profesionales Argentinos de la Construcción*, 84-90, Mendoza, Argentina, 1999.
9. R. Aguiar, "Acciones para el diseño sísmico de edificios", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército. XI Curso Nacional de Estructuras*, 109 p, Valle de los Chillos, Ecuador, 1998.

# CAPITULO 1

---

## ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL Y EL SUBPROGRAMA CAPACIDAD

Se presenta la teoría básica para el Análisis Estático No Lineal, orientada al uso del subprograma **CAPACIDAD**, para ello se indican los modelos constitutivos del acero y del hormigón que se han empleado. Se ha considerado el modelo trilineal para el acero debido a que considera el incremento de los esfuerzos en la zona de endurecimiento. Para el hormigón se considera el modelo de Kent y Park para tener en cuenta el confinamiento que producen el refuerzo transversal.

Posteriormente, se indica como se obtienen las relaciones momento curvatura y las aplicaciones de las mismas tanto para ver el comportamiento sísmico de una sección como para determinar la rigidez a flexión de un elemento que ha ingresado al rango no lineal.

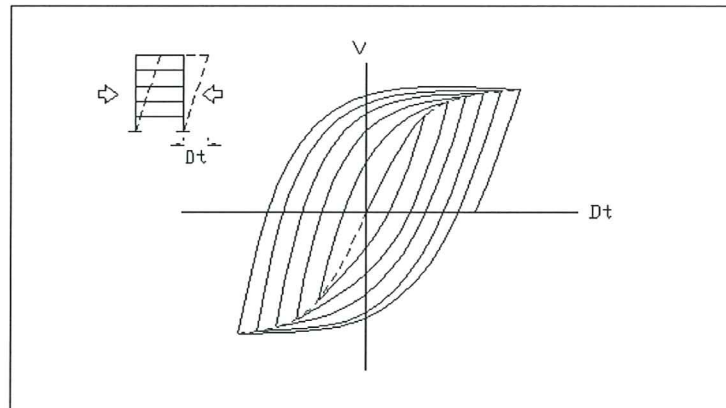
Finalmente, mediante la solución de un pórtico muy elemental de un vano y un piso, se ilustra el procedimiento de cálculo y finalmente se presenta la entrada de datos para usar el subprograma **CAPACIDAD**, el mismo que puede analizar estructuras conformadas por vigas, columnas circulares o rectangulares, muros de corte con y sin cabezales. Se indica además los cinco modelos de plasticidad con los cuales trabaja el programa.

### 1.1 CAPACIDAD RESISTENTE

En la figura 1.1, se presenta el comportamiento no lineal, obtenido mediante uno de los métodos de paso a paso, del análisis dinámico. Se trata de una estructura bien diseñada ante la acción de cargas cíclicas, en la cual se nota que los lazos son estables y no existe degradación de resistencia. *La envolvente de esta curva que une los puntos máximos y en la figura se presenta en líneas entrecortadas, es muy semejante a la curva de **Capacidad Resistente** que se obtiene mediante la técnica del pushover.* En estructuras mal diseñadas existe degradación de resistencia y la curva de capacidad resistente tiende a decaer una vez que alcanza su resistencia máxima.



La curva de capacidad resistente relaciona el cortante basal  $V$ , con el desplazamiento lateral máximo de la estructura  $D_t$ . Esta curva es la base para el Análisis Sísmico por Performance y la forma más sencilla de encontrarla es mediante la técnica del pushover; también conocido con el nombre de Análisis No Lineal Estático.



**Figura 1.1** Comportamiento de una estructura bien diseñada sometida a cargas cíclicas.

Para determinar la curva de Capacidad Resistente, se necesita tener completamente definida la estructura, tanto en su geometría como en su armado, conocer la calidad de los materiales, para el caso de edificaciones de hormigón armado, se requiere conocer las curvas constitutivas del hormigón y del acero.

Por otra parte, en el Análisis No Lineal Estático, existen dos formas de encontrar la curva de capacidad resistente, en la una se aplican cargas incrementales monotónicas en una dirección hasta que la estructura alcance el colapso y en la segunda se la somete a un acelerograma el mismo que se va incrementando paulatinamente hasta que la estructura colapse.

## 1.2 MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO

Existen varios modelos para definir el comportamiento del acero, entre los que se destacan el Elasto Plasto, el Modelo Trilineal y la Curva Completa<sup>(1-3)</sup>. El primero es muy utilizado en el diseño, por su sencillez y porque está por el lado de la seguridad pero no es adecuado para el análisis ya que ignora la resistencia del acero para deformaciones mayores al nivel de fluencia.

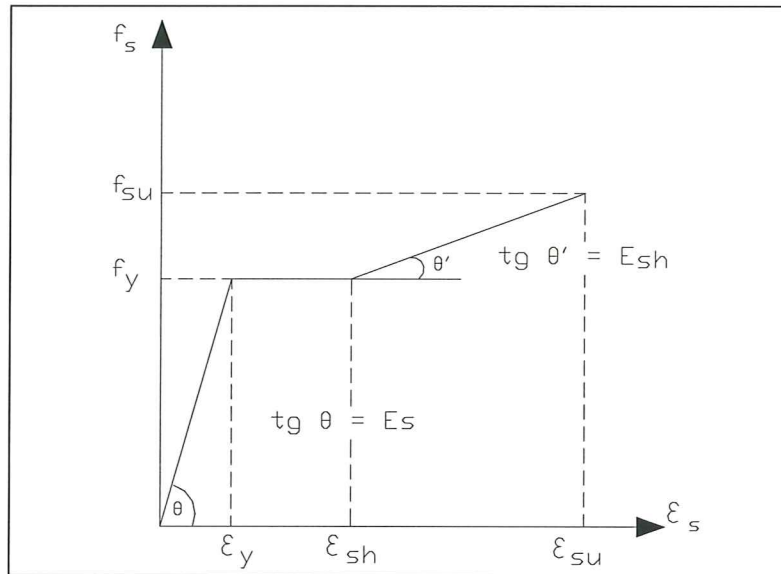
El Modelo Trilineal, es una idealización más exacta y sirve para cuando un elemento está sujeto a deformaciones mayores al nivel de fluencia; el modelo elasto-plasto subestima el esfuerzo del acero a deformaciones elevadas lo que no ocurre con el modelo trilineal. Finalmente si se desea mayor precisión se puede trabajar con la curva completa<sup>(4-6)</sup>.

Los puntos más notables que definen el modelo trilineal y que se indican en la figura 1.2, son los siguientes:

- $E_s$ , es el módulo de elasticidad en el rango elástico.
- $\epsilon_y$ , es la deformación del material a nivel de fluencia.
- $\epsilon_{sh}$ , es la deformación al inicio de la zona de endurecimiento o al final de la plataforma de fluencia.
- $f_y$ , es el esfuerzo del acero en el límite de fluencia.

- $f_{su}$ , es el esfuerzo del acero a nivel de rotura.
- $\epsilon_{su}$ , es la deformación en la rotura del acero.
- $E_{sh}$ , es el módulo del material al inicio de la zona de endurecimiento, definido por ( 1.1)

$$E_{sh} = \frac{f_{su} - f_y}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \quad (1.1)$$



**Figura 1.2** Modelo Trilineal para el comportamiento del acero de una estructura.

### 1.3 MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN

Las características de la curva esfuerzo deformación para el hormigón son más complicadas que las del acero, debido a que no tienen una forma definida, dependen de la duración de la carga y de la calidad de los materiales.

Existe una gran cantidad de modelos para el Hormigón no confinado<sup>(1-3)</sup>, entre los que se destacan el de Whitney o bloque rectangular del ACI, el de Jensen, el de Hognestad, etc. Estos modelos son muy utilizados para el diseño, especialmente el primero de los nombrados.

Para análisis es conveniente trabajar con un modelo que contemple el confinamiento del hormigón. En este contexto, la lista también es extensa en cuanto a modelos se refiere, entre ellos se tienen el de Kent y Park<sup>(7)</sup>, Roy y Sozen<sup>(8)</sup>, Sargin<sup>(9)</sup>, entre otros.

Si bien es cierto, el modelo de Kent y Park fue presentado hace algunas décadas no es menos cierto que es muy utilizado actualmente ya que define bastante bien el comportamiento del hormigón confinado. En la figura 1.3, se presenta este modelo, en ella se aprecia las curvas correspondientes al hormigón sin confinar y confinado. Las ecuaciones que definen las diferentes ramas del modelo, son:

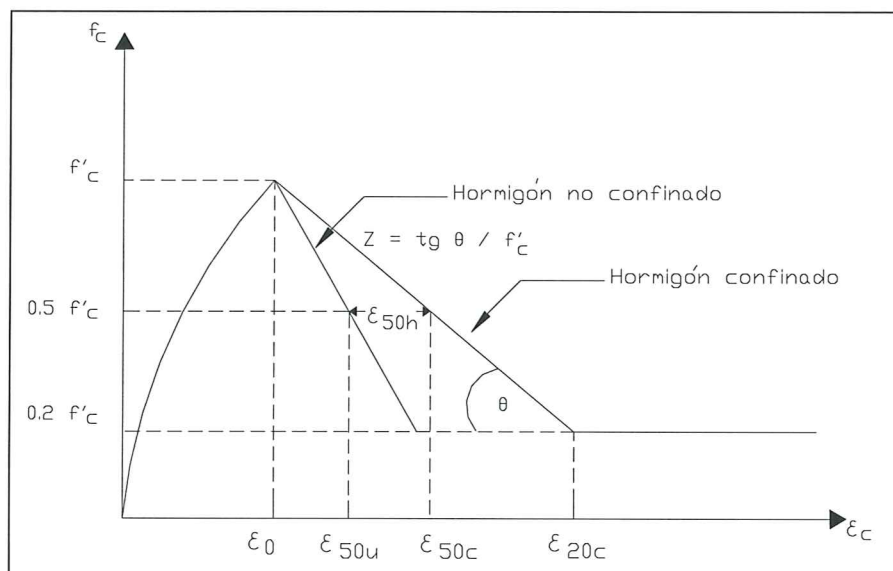
$$f_c = f_c' \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad \varepsilon_c < \varepsilon_o \quad (1.2)$$

$$f_c = f_c' [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_o)] \quad \varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} \quad (1.3)$$

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - \varepsilon_o} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + \varepsilon_o f_c'}{f_c' - 1000} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s}} \quad (1.6)$$



**Figura 1.3** Modelo de Kent y Park, para el comportamiento del Hormigón Confinado.

En la ecuación ( 1.5 )  $f_c'$  debe expresarse en psi. Por otra parte,  $b''$ , es el ancho del núcleo confinado medido al exterior de los estribos. Nótese que la ecuación ( 1.2 ) supone que el refuerzo de confinamiento no afecta la curva hasta el valor de la resistencia máxima  $f_c'$ , aunque hay evidencias de que el refuerzo transversal incrementa la resistencia<sup>(9,10)</sup> sin embargo este aumento puede ser muy pequeño, para ser conservadores es preferible suponer que no existe incremento de  $f_c'$ . En consecuencia, el confinamiento del hormigón actúa únicamente en la parte descendente de la curva.

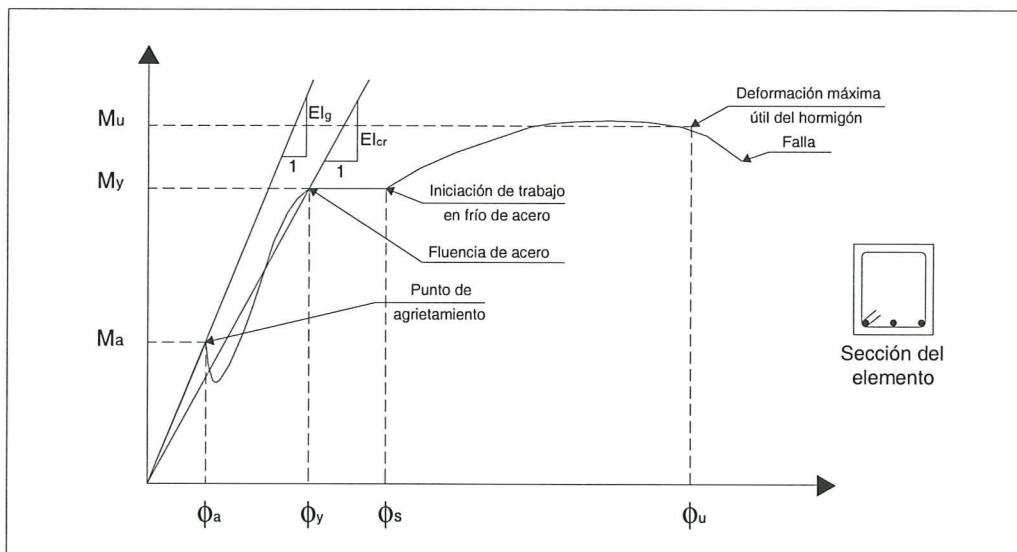
La variable  $Z$ , define la pendiente de la rama descendente. Por otro lado,  $\varepsilon_{50h}$  reporta la ductilidad adicional debido al refuerzo adicional<sup>(8,10)</sup>. En resumen, el modelo de Kent y Park, contempla un incremento de la resistencia y de la deformación del hormigón, debido al confinamiento, exclusivamente en la rama descendente.

Algunas investigaciones<sup>(11)</sup> consideran  $Z = 250$  para hormigón no confinado y  $Z = 80$  para hormigón confinado en el núcleo.

## 1.4 RELACIONES MOMENTO CURVATURA

Las relaciones Momento Curvatura al igual que las relaciones Corte Deformación, es la base para el análisis no lineal, toda vez que representan el comportamiento de una sección ante cargas monotónicas crecientes. A manera de ejemplo en la figura 1.4, se indica una curva típica de la relación momento curvatura, para una viga. En la gráfica se aprecia que son cinco los puntos de interés. A saber:

- El punto **A**, que se alcanza cuando el hormigón llega a su máximo esfuerzo a tracción. Para hormigones con resistencia a la compresión menor a 240 Kg/cm<sup>2</sup>, se puede considerar que la resistencia a la tracción  $f_t = 0.1f_c'$ .
- El punto **Y**, que se alcanza cuando el acero a tracción llega al esfuerzo de fluencia  $f_y$ , que es lo mismo que la decir a que la deformación del acero sea  $\epsilon_y$ .
- El punto **S**, se determina cuando el acero a tracción alcanza la deformación  $\epsilon_{sh}$ , es decir al final de la plataforma de fluencia del acero.
- El punto **U**, está definido cuando el hormigón a compresión llega a la deformación máxima útil  $\epsilon_u$ .
- El punto **F**, corresponde al colapso de la sección.



**Figura 1.4** Forma característica de la relación momento curvatura de una viga de hormigón armado.

De estos cinco puntos, normalmente se consideran tres para definir la no linealidad del material. Los puntos que se consideran son : **A**, **Y**, y **U**. En consecuencia, el diagrama se lo puede ver como formado por tres zonas: la primera antes de que se presente el agrietamiento del hormigón por tracción, zona a la izquierda del punto **A**; la segunda antes del punto de fluencia del acero de refuerzo colocado en la zona de tracción y la tercera zona en que se presenta un comportamiento dúctil desde el punto **Y** hasta el punto de máxima deformación del hormigón **U**.

De los diagramas momento curvatura, se puede obtener la rigidez a flexión  $EI$  del elemento, la ductilidad por curvatura, la rigidez agrietada que los códigos la definen  $EI_{cr}$ , como se aprecia en la figura 1.4. Se puede obtener los diagramas de interacción momento-carga axial para secciones sujetas a carga axial y momento flector. En fin, es muy valiosa la información que reporta la relación momento curvatura.

En la figura 1.4, se aprecia que la rigidez a flexión elástica inicial  $EI_g$ , es la pendiente de la curva que se encuentra antes del punto **A**. En consecuencia es la relación entre el momento  $M_a$ , con relación a la curvatura  $\phi_a$ .

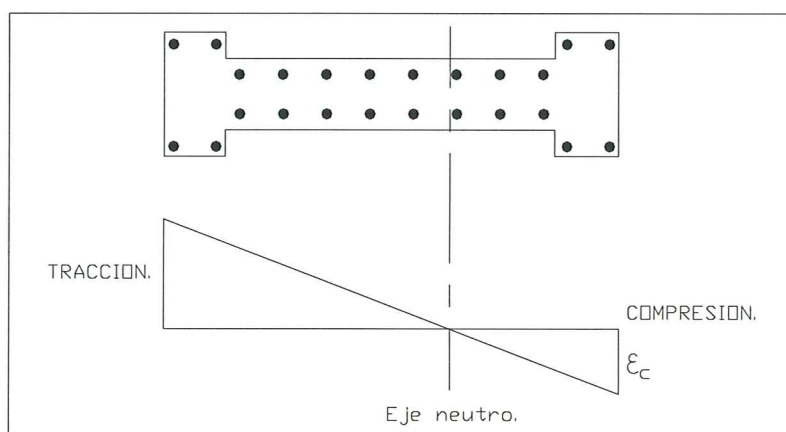
### 1.4.1 Esquema de Cálculo

Hay algunas formas de calcular el diagrama momento curvatura pero todas ellas están basadas en los mismos principios que son:

- Equilibrio de Fuerzas.
- Equilibrio de Momentos.
- Compatibilidad de deformaciones.

El procedimiento de cálculo orientado a la elaboración de un programa de computación, es el siguiente:

- 1) Seleccionar un valor de deformación máxima del hormigón,  $\epsilon_c$ , para obtener un punto del diagrama momento curvatura.
- 2) Imponerse una ubicación del eje neutro, y en base a esta ubicación trazar el perfil de deformación a lo largo de la profundidad de la sección. Se considera que la deformación varía linealmente. En la figura 1.5.1, se presenta lo anotado, para el caso de un muro con cabezales.

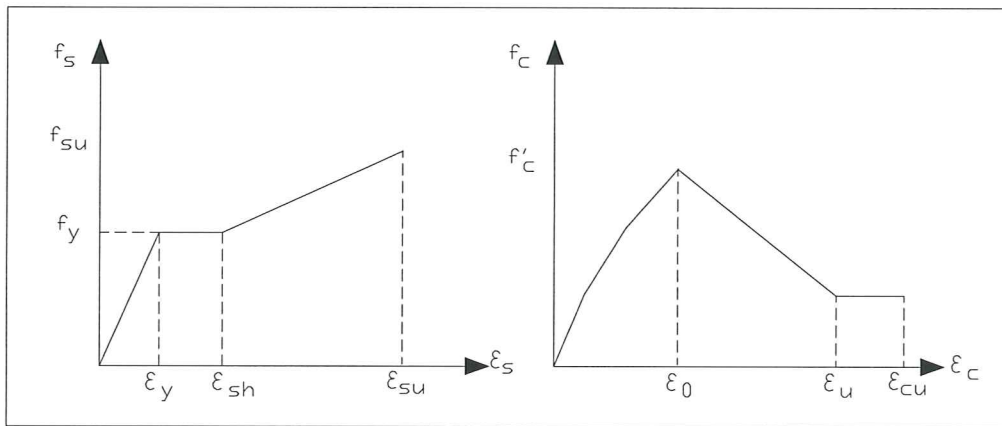


**Figura 1.5.1** Diagrama de Deformaciones para un muro de corte con cabezales.

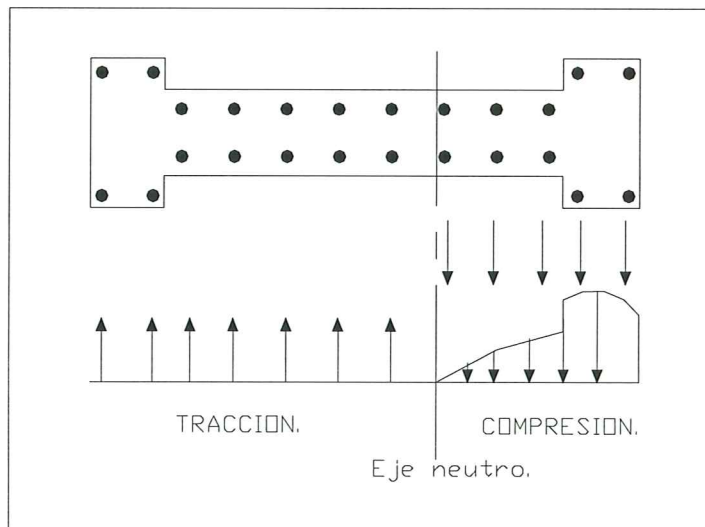
- 3) Por medio de compatibilidad de las deformaciones se determina la deformación en cada fila de acero  $\epsilon_s$  y en cualquier punto del hormigón.
- 4) Con las deformaciones encontradas se obtienen los correspondientes esfuerzos del acero y del hormigón en base a las curvas constitutivas indicadas en la figura 1.5.2.

- 5) En función de los esfuerzos, se calculan las fuerzas que actúan sobre la sección de acero y hormigón multiplicando cada esfuerzo por su respectiva área. En la figura 1.5.3, se indican las fuerzas para la sección que se está analizando; las fuerzas de tracción están a la izquierda y las de compresión a la derecha. No se ha considerado las fuerzas de tracción en el hormigón.
- 6) La suma vectorial de las fuerzas representa la carga axial neta que gravita sobre la sección. En este punto se verifica el equilibrio de fuerzas considerando la carga axial dada. Si no hay equilibrio se repite desde el paso 2 aumentando o disminuyendo la profundidad del eje neutro, según cual sea el caso...*El cálculo es iterativo hasta tener equilibrio de fuerzas...*
- 7) Por último, se obtiene el momento flector interno que corresponde a la última posición del eje neutro, multiplicando cada fuerza por su brazo respectivo, medido desde el eje de referencia al centroide plástico de la sección.
- 8) La curvatura se calcula como la relación entre la deformación del hormigón  $\epsilon_c$  con respecto a la distancia al eje neutro.

De esta manera se obtiene un punto del diagrama envolvente momento curvatura. Para encontrar otro punto se impone un nuevo valor de  $\epsilon_c$  y se repite el proceso indicado.



**Figura 1.5.2** Modelo Trilineal para el acero y de Kent y Park para el Hormigón confinado.

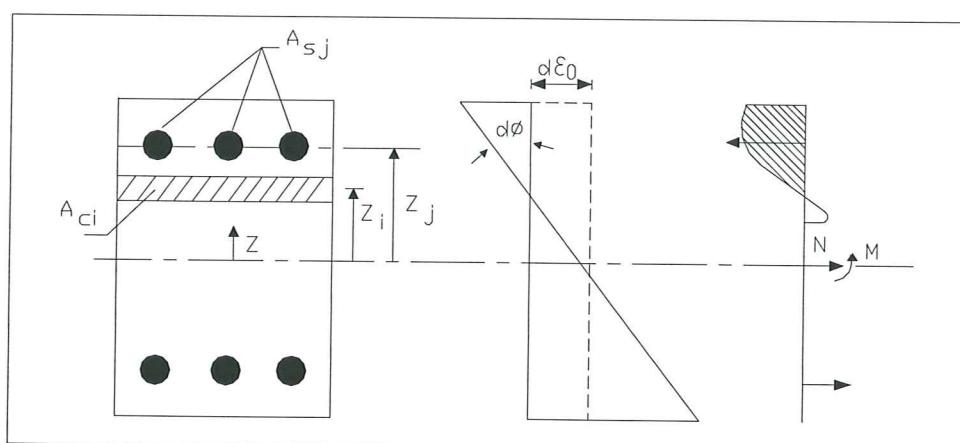


**Figura 1.5.3** Fuerzas que actúan en el muro de corte con cabezales.

### 1.4.2 Método de Dovelas

En el método de las dovelas o método de las fibras<sup>(12,13)</sup>, un punto del diagrama, corresponde a una curvatura dada y en este caso lo que se va incrementando es la curvatura para hallar los restantes puntos a diferencia con lo indicado en el párrafo anterior en que se incrementaba la deformación del hormigón a compresión.

Las ideas generales del método fueron propuestas por Mander<sup>(14)</sup> y consiste en dividir la sección del hormigón en un número finito de elementos y las filas de refuerzo de acero deben estar completamente definidas.



**Figura 1.6** Detalle del modelo de las fibras, en una sección para encontrar la relación momento curvatura.

La deformación en una sección cualquiera, situada a una distancia  $z$ , viene dada por la siguiente ecuación:

$$\epsilon(z) = d\epsilon_o + z d\phi \quad (1.7)$$

donde  $d\epsilon_o$  es la deformación en el centroide de la sección,  $z$  es la distancia medida desde el eje de referencia, si va al centro de una dovela de hormigón se notará  $z_i$  y si va hasta una fila de acero se llamará  $z_j$  y  $d\phi$ , es la curvatura de la sección para la que se está evaluando. La resultante de la carga axial  $N$  y del momento  $M$  viene dadas por las ecuaciones ( 1.8 ) y ( 1.9 ).

$$N = \int E d\epsilon dA \quad (1.8)$$

$$M = \int z E d\epsilon dA \quad (1.9)$$

donde  $E$ , es el respectivo módulo de elasticidad, si es del hormigón o del acero, de acuerdo a la fibra,  $d\epsilon$  es la deformación de la fibra y  $dA$  es el área de la dovela de hormigón o el área de la fila de aceros. Al reemplazar ( 1.7 ) en ( 1.8 ) y sustituyendo la integral por una sumatoria, se obtiene:

$$\Delta N = \left( \sum_{i=1}^{Nd} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{Ns} f_{sj} A_{sj} \right) d\epsilon_o + \left( \sum_{i=1}^{Nd} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{Ns} f_{sj} A_{sj} z_j \right) d\phi \quad (1.10)$$

siendo  $Nd$ , el número de dovelas en que se ha dividido la sección transversal de hormigón y  $Ns$ , es el número de filas de acero que se consideran en la sección. Por otra parte,  $f_{ci}$ ,  $f_{sj}$ , son los esfuerzos en el hormigón y en el acero.

El procedimiento de cálculo para encontrar la curva momento curvatura por el método de las dovelas es el siguiente:

- 1) Para un nuevo incremento de curvatura, se tiene:

$$d\phi_{i+1} = d\phi_i + \Delta\phi \quad (1.11)$$

- 2) El cambio en el centroide de deformación para equilibrio de fuerzas se determina mediante la ecuación ( 1.10 ). En el primer paso se considera  $\Delta N^* = P_o$ . Donde  $\Delta N^*$ , es igual a la carga axial  $P_o$  que actúa en la sección. En los subsiguientes pasos  $\Delta N^* = P_o - \Delta N$ . El cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$\Delta\varepsilon_o = \frac{(\Delta N^* - E_x \Delta\phi)}{E_a} \quad (1.12)$$

$$E_a = \sum_{i=1}^{Nd} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{Ns} f_{sj} A_{sj} \quad (1.13)$$

$$E_x = \sum_{i=1}^{Nd} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{Ns} f_{sj} A_{sj} z_j \quad (1.14)$$

- 3) El incremento en la deformación centroidal calculado es sumado a la deformación  $d\varepsilon_o$ , y se obtiene las deformaciones en cada dovela y fila de acero con la ecuación ( 1.7 ).

$$\begin{aligned} d\varepsilon_o &= d\varepsilon_o + \Delta\varepsilon_o \\ \varepsilon(z) &= d\varepsilon_o + z d\phi \end{aligned} \quad (1.15)$$

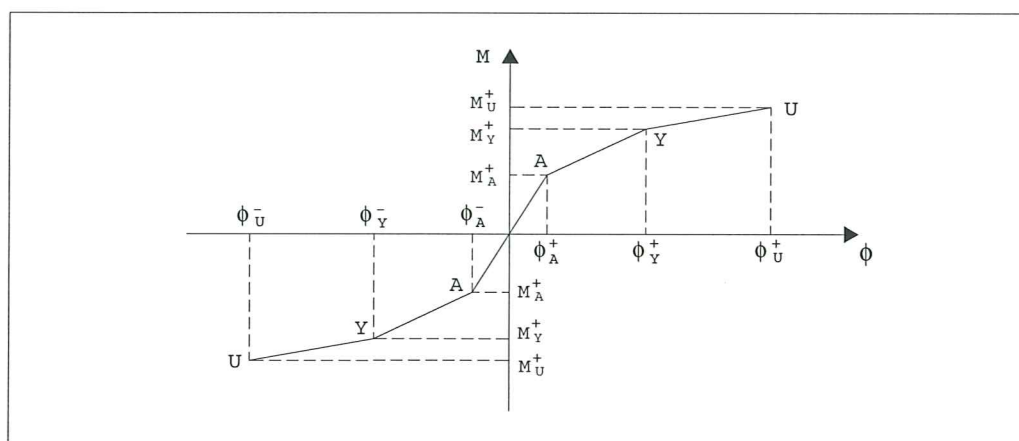
- 4) Se obtiene la nueva carga axial y momento utilizando las ecuaciones ( 1.8 ) y ( 1.9 ) pero trabajando en forma discreta, primero con el hormigón y luego se suma la contribución del acero. Si la carga axial calculada  $N$  es aproximadamente igual (con un margen de tolerancia) a la carga  $P_o$ , se continúa con el cálculo, caso contrario se repite el proceso desde el paso 2), considerando  $\Delta\phi = 0$ .

El procedimiento iterativo con el método de las dovelas converge rápidamente.

### 1.4.3 Rigidez A Flexión

En la figura 1.4, se presentó la curva momento curvatura para una viga simplemente armada y para el caso de que la carga actúe en un solo sentido. Se indicó además los puntos notables de la misma haciendo énfasis en que en la práctica<sup>(15,16)</sup>, se acostumbra trabajar con un modelo trilineal definido por los puntos **A**, **Y**, y **U**., como lo ilustra la figura 1.7. La curva del primer cuadrante corresponde al caso de que la carga actúe en un sentido y la curva del tercer cuadrante para cuando la carga actúe en sentido contrario. Es importante tener en cuenta el doble signo del diagrama, esto se debe a la forma como está trabajando el elemento en el sentido de que si es cóncava o convexo.





**Figura 1.7** Modelo numérico adoptado para la curva momento curvatura.

Para el modelo de cálculo adoptado se tienen tres rigideces a flexión, para cada una de las ramas del modelo, que son:

$$(EI)_o = \frac{M_a}{\phi_a} = \frac{E b h^3}{12} \quad (1.16)$$

$$(EI)_1 = \frac{M_y - M_a}{\phi_y - \phi_a} \quad (1.17)$$

$$(EI)_2 = \frac{M_u - M_y}{\phi_u - \phi_y} \quad (1.18)$$

Se ha omitido el signo  $\pm$  para darle el carácter general. Para la primera rama que corresponde al rango elástico  $(EI)_o$  se tiene que la rigidez se calcula con la Inercia gruesa. En consecuencia, en la ecuación ( 1.16 ) se tiene que  $b$ , es la base y  $h$ , es la altura de la sección transversal.

Cuando se inicia el proceso de carga, la sección analizada tiene una rigidez  $(EI)_o$  y se mantiene con esta rigidez hasta cuando el momento actuante supera el valor de  $M_a$ , en que disminuye la rigidez a flexión al valor de  $(EI)_1$ , con este valor permanece hasta que el momento actuante sea mayor a  $M_y$  en que la rigidez disminuye notablemente al valor de  $(EI)_2$ .

#### 1.4.4 Subprograma Capacidad

Varios son los reportes del subprograma **CAPACIDAD**, uno de ellos es el que permite encontrar la curva de capacidad resistente que relaciona el Cortante Basal  $V$ , con el desplazamiento lateral máximo  $D_l$  empleando la técnica del pushover.

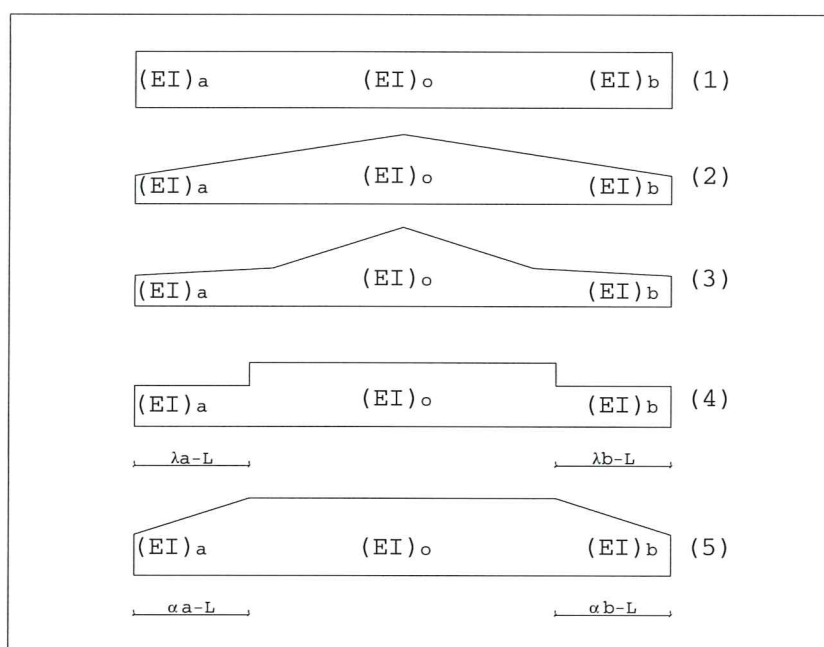
En este programa se han utilizado los subíndices indicados en las ecuaciones (1.16) a (1.18) pero también hay un subíndice 3, para el caso en que el momento sea mayor a  $M_u$ , cuando esto sucede el programa considera que la rigidez es nula. Como se verá posteriormente el usuario

puede observar la inercia a flexión y el subíndice en el cual se encuentra una determinada sección y va a notar que empieza en cero y va cambiando hasta 3. Es importante que se conozca que significa cada uno de los subíndices.

### 1.4.5 Modelaje de los Elementos

Ante acciones sísmicas, son los extremos del elemento los que están sujetos a mayores esfuerzos. En consecuencia, es muy probable que esas secciones ingresen al rango no lineal. Su rigidez a flexión va a disminuir. Existen varios modelos de cálculo los mismos que se indican en la figura 1.8 y han sido considerados en el subprograma **CAPACIDAD**.

Sea  $(EI)_a$ ,  $(EI)_o$ ,  $(EI)_b$ , las rigideces a flexión de un elemento de sección constante en el nudo inicial, centro de luz y nudo final. Cuando se encuentra en el rango elástico el modelo de cálculo es el indicado en la figura 1.8, con el número (1).



**Figura 1.8** Modelos numéricos empleados para el análisis lineal y no lineal que considera el subprograma **CAPACIDAD**

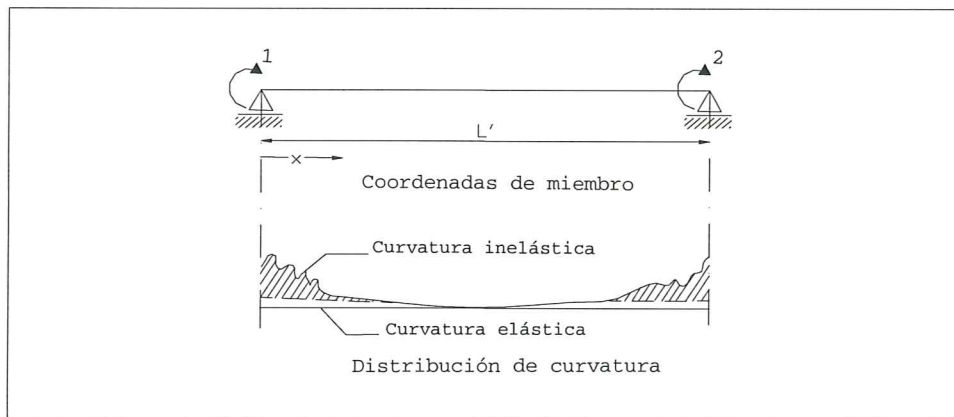
- El modelo (2), de la figura 1.8, es utilizado en el programa IDARC: *Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete, Version 1.0*<sup>(13)</sup>. Este modelo considera que la variación de rigidez es lineal en el elemento. Los términos de la matriz de flexibilidad son deducidos para cuando existe punto de inflexión y para cuando no lo hay.
- En el modelo (3), la variación de rigidez a flexión no se considera lineal y es utilizada en el programa IDARC Version 3.0<sup>(12)</sup>. Los elementos de la matriz de flexibilidad se obtienen por integración numérica. Tanto en el modelo (2) como en el modelo (3) no se considera la longitud de la zona del elemento que ingresa al rango no lineal.
- El modelo (4), es utilizado en el programa SARCF: *Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames*, implementado por Chung et al<sup>(15)</sup>. En este modelo se determina la longitud de la zona que ingresa al rango no lineal  $\lambda_a L$ , para el nudo inicial y  $\lambda_b L$ , para el nudo final, en función de los momentos actuantes y considerando que ante acciones sísmicas el diagrama de momentos es triangular.

- El modelo (5), considera la longitud de las zonas que ingresan al rango no lineal y permite que el centro de luz pueda ingresar al rango no lineal. Este modelo es utilizado en el programa IDARC Versión 4.0 y fue desarrollado por Valles et al<sup>(16)</sup>. Los términos de la matriz de flexibilidad fueron deducidos por Lobo<sup>(17)</sup> e incluyen el efecto del corte.

Inicialmente el subprograma **CAPACIDAD**, trabaja con el modelo (1), cuando la estructura se encuentra en el rango elástico. Luego para el rango no lineal, el programa trabajará con uno de los modelos que el usuario ha seleccionado, e indicados del (2) al (4) en la figura 1.8.

### 1.4.6 Matriz de Flexibilidad

En la figura 1.9, se indica el sistema base a partir del cual se genera la matriz de rigidez de un elemento en coordenadas locales y globales. Nótese que los giros se consideran positivos si van en sentido horario. En referencias ( 2 ) y ( 3 ), se indican las matrices de flexibilidad para cada uno de los modelos de plasticidad indicados en la figura 1.8. Aquí únicamente se presentan de los dos primeros modelos, el primero corresponde al rango elástico y el segundo al de la versión original del programa IDARC.



**Figura 1.9** Sistema base de coordenadas de un elemento y distribución de curvatura.

La forma de la matriz de flexibilidad, para el sistema de coordenadas indicada en la figura 1.9 es la siguiente:

$$f = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Al invertir la matriz de flexibilidad descrita en ( 1.19 ), se obtiene la matriz de rigidez para el sistema de coordenadas de la figura 1.9 y luego por medio de las matrices de transformación de coordenadas, se encuentra en primer lugar la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales y luego en globales<sup>(18)</sup>.

#### ➤ Modelo ( 1 )

Para el rango elástico, los elementos de la matriz de flexibilidad son:

$$f_{11} = f_{22} = \frac{L'}{3(EI)_o} (1 + \varphi) \quad (1.20)$$

$$f_{12} = f_{21} = -\frac{L'}{6(EI)_o} (1 - 2\varphi) \quad (1.21)$$

donde  $L'$ , es la luz libre del elemento. Para el caso de una viga  $L'$ , es la luz, medida a los bordes de la columna.  $\varphi$  es un factor adimensional que mide el efecto de corte<sup>(14)</sup>.

$$\varphi = \frac{3\beta (EI)_o}{G A (L')^2} \quad (1.22)$$

### ➤ Modelo ( 2 )

Se consideran dos casos, de acuerdo a la ubicación del punto de inflexión. El primero cuando el punto de inflexión se encuentra dentro de la longitud del elemento, en este caso se tiene doble curvatura y el segundo caso cuando el punto de inflexión se encuentra fuera del elemento, caso de simple curvatura.

Para el caso de doble curvatura, los elementos de la matriz de flexibilidad, son:

$$f_{11} = \frac{L'}{12(EI)_a} (6\alpha - 4\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{L'}{12(EI)_b} (1 - 3\alpha + 3\alpha^2 - \alpha^3) + \frac{L'}{12(EI)_o} (3 - 3\alpha + \alpha^2) \quad (1.23)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{L'}{12(EI)_a} (-2\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{L'}{12(EI)_b} (-1 + \alpha + \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{L'}{12(EI)_o} (-1 - \alpha + \alpha^2) \quad (1.24)$$

$$f_{22} = \frac{L'}{12(EI)_a} \alpha^3 + \frac{L'}{12(EI)_b} (3 - \alpha - \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{L'}{12(EI)_o} (1 + \alpha + \alpha^2) \quad (1.25)$$

$$\alpha = \frac{\Delta M_a}{\Delta M_a + \Delta M_b} \quad (1.26)$$

donde  $\Delta M_a$  y  $\Delta M_b$  son los incrementos de momento en el nudo inicial y final respectivamente. Por otra parte, para el caso de simple curvatura, se tiene:

$$f_{11} = \frac{L'}{4(EI)_a} + \frac{L'}{12(EI)_b} \quad (1.27)$$

$$\Delta M_a = \Delta M_b = 0 \quad f_{12} = f_{21} = -\frac{L'}{12(EI)_a} - \frac{L'}{12(EI)_b} \quad (1.28)$$

$$f_{22} = \frac{L'}{12(EI)_a} + \frac{L'}{4(EI)_b} \quad (1.29)$$

Los restantes modelos de plasticidad indicados en la figura 1.8 y que han sido considerados en el subprograma **CAPACIDAD**, se encuentran detallados en referencias ( 2 ) y ( 3 ).

### 1.4.7 Elemento Viga

En la figura 1.10, se presenta un elemento viga, como ha sido considerada en el subprograma **CAPACIDAD**. Se destaca que todos los elementos se han programado con dos sectores de rigidez infinita de longitudes  $c_1$ , para el nudo inicial y  $c_2$  para el nudo final. Por otra parte el elemento viga se considera axialmente rígido, por este motivo se tienen 4 grados de libertad. En todos los casos se tiene que:

$$L = L' + c_1 + c_2 \quad (1.30)$$

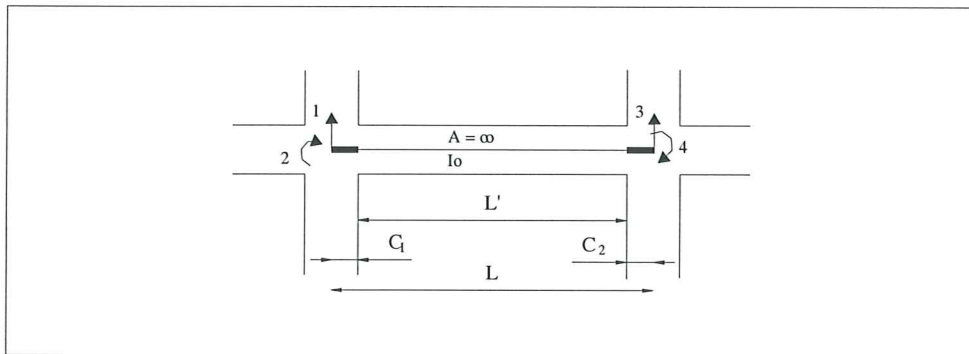


Figura 1.10 Coordenadas Locales de un elemento viga .

### 1.4.8 Elemento Columna

Para el elemento columna, al igual que para el elemento muro de corte se ha considerado que es totalmente flexible en la luz libre de longitud  $L'$ , y tiene dos sectores de rigidez infinita en los extremos, como lo muestra la figura 1.11. En consecuencia se tienen 6 grados de libertad.

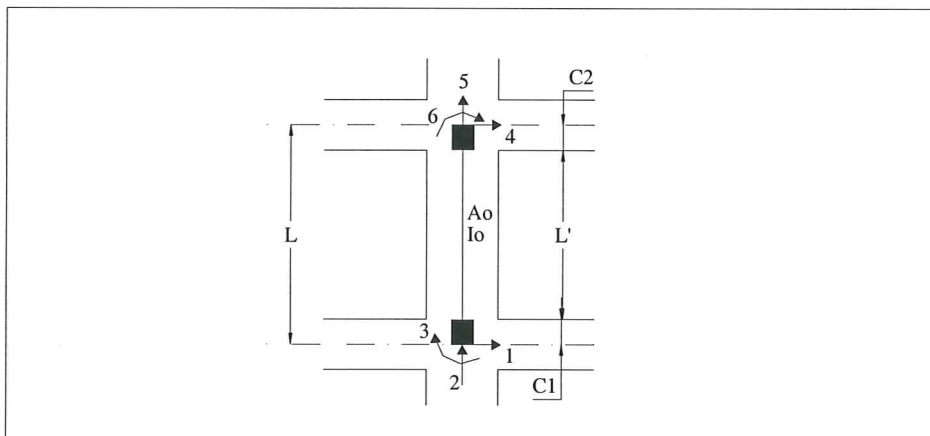


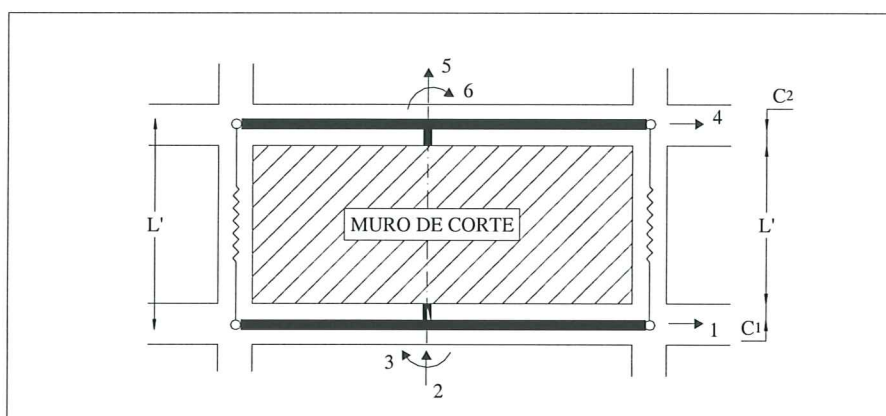
Figura 1.11 Coordenadas Globales de un elemento columna .

### 1.4.9 Elemento Muro de Corte

En la figura 1.12, se presenta el sistema de coordenadas globales para un elemento columna, con cabezales en sus extremos. El subprograma **CAPACIDAD** permite analizar estructuras con muros de corte con y sin cabezales. Los cabezales trabajan axialmente y le confieren una mayor resistencia sísmica a los muros.

## 1.5 LA TÉCNICA DEL PUSHOVER

La Técnica del Pushover consiste en aplicar cargas laterales incrementales a una estructura ya diseñada en la cual se conoce la armadura de sus elementos. Las cargas se aplican en forma monótonica en una sola dirección hasta llevarle a la estructura al colapso. En lugar de cargas incrementales se puede aplicar un acelerograma que vaya creciendo en el tiempo.



**Figura 1.12** Coordenadas Globales de un elemento muro de corte con cabezales .

Las cargas se aplican en cada uno de los pisos de la estructura. La forma de variación de la carga es arbitraria. Se puede trabajar con cargas uniformes, con cargas triangulares, con cargas que estén de acuerdo al primer modo de vibración de la estructura. Lo importante es que las cargas que se apliquen sean muy pequeñas. Se destaca que la respuesta de la estructura si es función de la forma de aplicación de las cargas; por este motivo, se está trabajando ahora en lo que se denomina *pushover controlado*, en el cual se aplican las cargas de acuerdo a la deformación de la estructura<sup>(19)</sup>.

Las cargas laterales se aplican en un solo sentido hasta alcanzar el colapso. Al respecto debe indicarse que hay varios criterios para definir el punto de fallo o de colapso de una estructura. Para Roufaiel y Meyer<sup>(20)</sup>, el colapso de la estructura se alcanza cuando el desplazamiento lateral máximo es igual al 6% de la altura total del edificio  $H$ . Es decir  $D_i = 0.06 H$ . Para otros investigadores como Stephens y Yao<sup>(21)</sup> el colapso se presenta cuando  $D_i = 0.10 H$ . En fin existen varios criterios de colapso en función de un porcentaje de la altura máxima del edificio. Pero esto es un criterio, hay otras formas de definir el colapso, una de ellas es cuando en un determinado piso todas las columnas en cabeza y pie han alcanzado el momento  $M_u$ . Otro criterio, es cuando todos los elementos que llegan a un determinado nudo han alcanzado el momento  $M_u$ .

Lo mejor es que el usuario al ver los reportes del subprograma **CAPACIDAD**, defina el colapso observando los códigos de los elementos que se indicó en el apartado 1.5, que en definitiva viene a ser observando el daño de los elementos. Es importante destacar que antes de que se presente el colapso la estructura ante un pequeño incremento de carga lateral, la estructura experimenta un gran corrimiento lateral.

El subprograma **CAPACIDAD**, considera el colapso cuando el desplazamiento lateral  $D_i = 0.05 H$ , este valor puede ser adecuado para estructuras conformadas por vigas y columnas exclusivamente. Para estructuras con muros de corte el valor indicado es muy alto. De todas formas se destaca una vez más que *el usuario es quien define el colapso, el programa le facilita mediante el reporte de una serie de información para que tome la decisión.*

## 1.6 ANÁLISIS CON SUBPROGRAMA CAPACIDAD

Para explicar la técnica del pushover y sobre todo para explicar que hace el subprograma **CAPACIDAD**, se analiza la estructura de la figura 1.13. Conformada por dos columnas de 30/30 y una viga de la misma dimensión. En la parte central, se indica la numeración de los nudos y de los elementos y a la derecha de la figura 1.13, se indica el número de los elementos tipo.

En la figura 1.14, se aprecia que la columna está conformada por 8 hierros de 16 mm y tiene un estribo doble de 10 mm de diámetro espaciado a 10 cm., en los extremos y a 20 cm., en el centro;

el recubrimiento es de 4 cm. Se indica además el armado de la viga; en este caso se usan estribos simples de 10 mm espaciados a 10 y 20 cm. El hormigón utilizado es de 210 kg/cm<sup>2</sup> y el acero tiene un límite de fluencia de 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

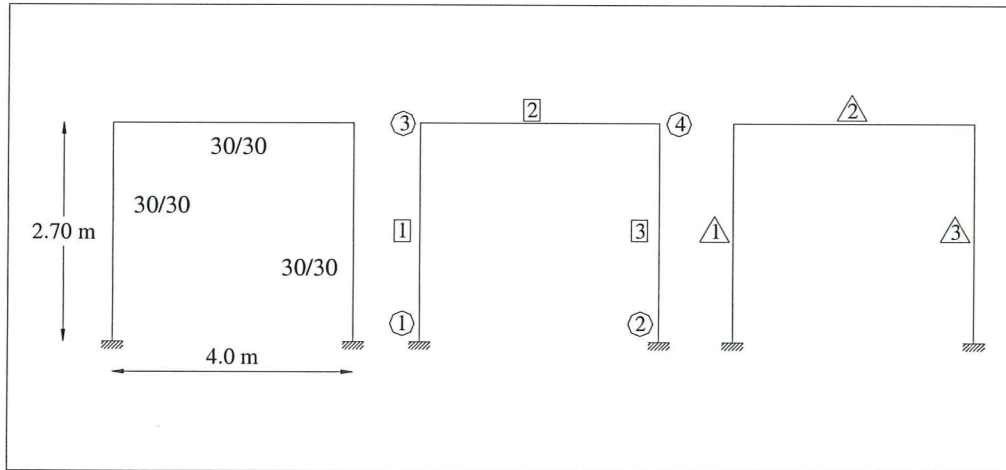


Figura 1.13 Geometría de una estructura de un piso. Numeración de nudos, elementos y elementos tipo.

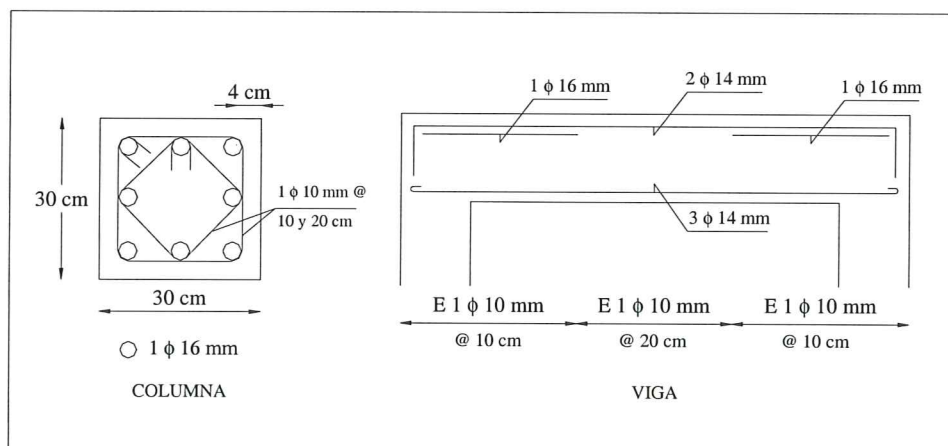


Figura 1.14 Armadura de columnas y vigas de la estructura de figura 1.13.

## 1.7 CAPACIDAD RESISTENTE DE LOS ELEMENTOS

El subprograma **CAPACIDAD** determina las relaciones momento curvatura en cada incremento de carga lateral. Esto es debido a que en las columnas la carga axial va cambiando y la curva momento curvatura es función de la carga axial. Como en las vigas no sucede esto las relaciones momento curvatura inicial se mantienen constante. El programa genera un archivo denominado **MC.OUT**, que contiene los momentos y curvaturas en cada ciclo de carga.

En la Tabla 1.1, se indica el momento en el punto **A**, **Y**, y **U**, denominados  $M_a$ ,  $M_y$ ,  $M_u$ , para la viga en el nudo inicial (a), en el centro de luz (o) y en el nudo final (b). Tanto para valores positivos como negativos. La convención de signos con la cual se está trabajando es horario positivo. También se indica la *capacidad de ductilidad por curvatura*  $\mu_\phi$ .

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (1.31)$$

La capacidad de ductilidad por curvatura, en cada incremento de carga va disminuyendo en ese contexto se estará hablando de *reserva de ductilidad por curvatura*. Es importante controlar esta variable para saber como se encuentra una estructura.

**Tabla 1.1** Capacidad resistente de la viga

Sección	$M_a$	$M_y$	$M_u$	$\mu_{\phi}$
	T m	T m	T m	
Nudo Inicial	1.215	4.483	7.471	30.44
	-1.215	-4.938	-8.174	27.30
Centro Luz	1.215	3.064	5.039	31.47
	-1.215	-4.493	-7.316	29.27
Nudo Final	1.215	4.938	8.174	27.30
	-1.215	-4.483	-7.471	30.44

En la columna, la armadura es igual en toda la longitud del elemento. En consecuencia, la capacidad resistente es igual en el nudo inicial, final y centro de luz. En la Tabla 1.2, se indican los valores iniciales correspondientes a una carga axial nula.

**Tabla 1.2** Capacidad resistente inicial de la columna.

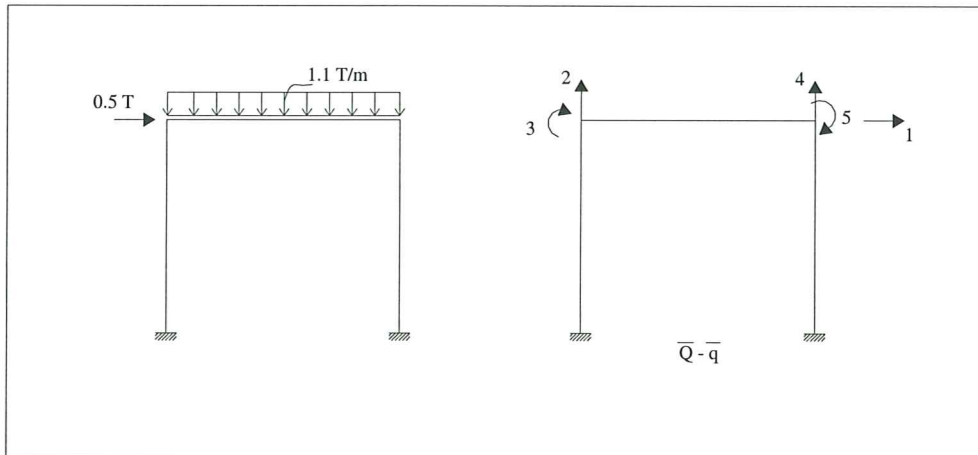
$M_a$	$M_y$	$M_u$	$\mu_{\phi}$
T m	T m	T m	
1.344	7.714	12.690	20.02

## 1.8 ANÁLISIS INICIAL

Se ha decidido que los incrementos de carga lateral sean de 0.5 T. Con este antecedente, en la figura 1.15 se indica el primer ciclo de carga para la estructura, en la cual actúa la carga vertical que se ha considerado igual a 1.1 T/m. *El subprograma CAPACIDAD, considera siempre en el primer ciclo de carga, la vertical y a partir del segundo ciclo hasta que se alcance el colapso únicamente actuará la fuerza lateral, de 0.5 T para el presente ejemplo.*

A la derecha de la figura 1.15 se indican los grados de libertad que contempla el programa. En general, se considera un corrimiento lateral por piso el mismo que empieza a numerarse desde el piso inferior hasta el último piso y luego se considera un desplazamiento vertical y una rotación en cada uno de los nudos.



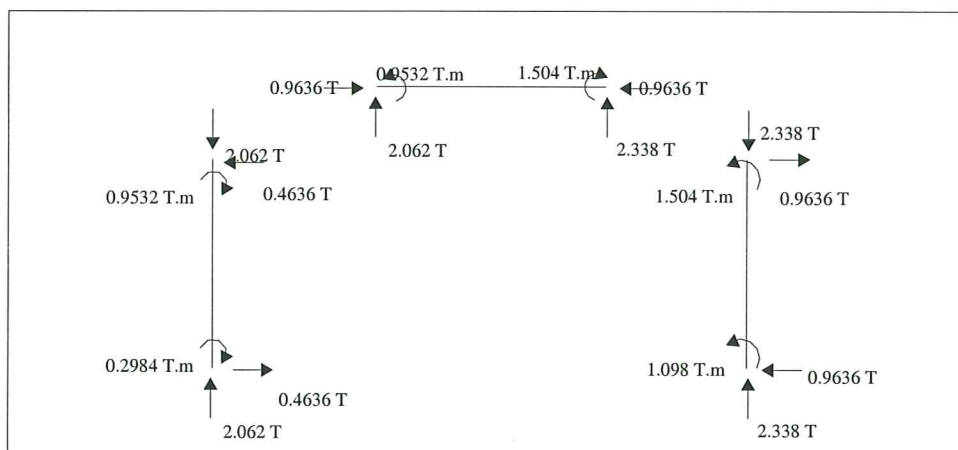


**Figura 1.15** Carga vertical y primer incremento de carga lateral. A la derecha se indican los grados de libertad que considera el subprograma **CAPACIDAD**.

El vector de coordenadas generalizadas  $q$ , que se obtiene para el ciclo de carga indicado en la figura 1.15, es el siguiente, en metros para los desplazamientos y radianes para los giros.

$$q = \begin{bmatrix} 0.354535 \times 10^{-3} \\ -0.261885 \times 10^{-4} \\ 0.554317 \times 10^{-3} \\ -0.296845 \times 10^{-4} \\ -0.343710 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Las fuerzas y momentos en cada uno de los elementos correspondiente al estado de carga indicado en la figura 1.15, se indica en la figura 1.16. Para este primer ciclo de carga todos los elementos de la estructura están en el rango elástico. Los momentos son menores al valor de  $M_a$ , en todos los elementos.



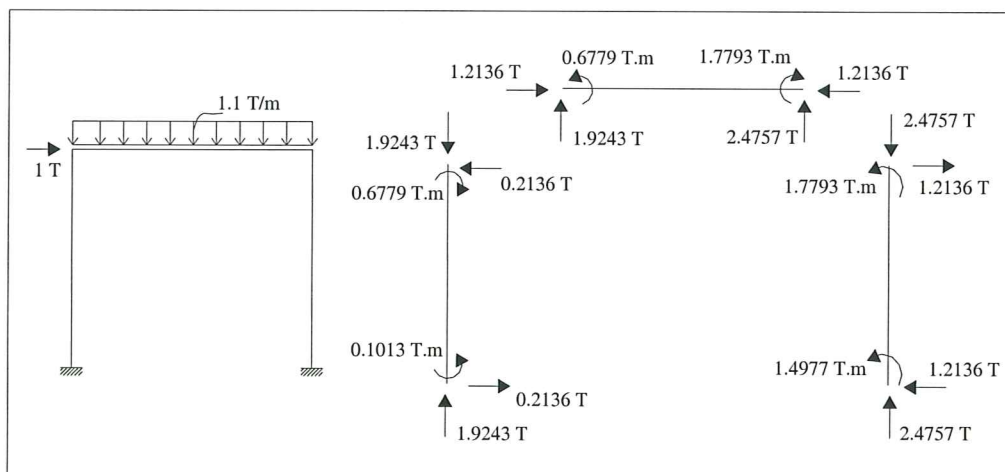
**Figura 1.16** Acciones en los elementos correspondientes al ciclo de carga inicial.

Del estado de carga inicial, descrito en la figura 1.15, se ha encontrado un punto de la curva de capacidad resistente de la estructura y está definido por un cortante basal igual a  $V = 0.5 T$  y un desplazamiento lateral máximo  $D_i = 0.0354535 \text{ cm}$ .

## 1.9 SEGUNDO INCREMENTO DE CARGA LATERAL

Como se indicó únicamente actúa una carga lateral de  $0.5 T$ ., que sumado a la fuerza inicial de  $0.5 T$ ., se tiene una fuerza total actuante de  $1.0 T$ . En la figura 1.17, se indica el nuevo ciclo de cargas y las acciones en los elementos. El nuevo vector de coordenadas  $q$ , resulta:

$$q = \begin{bmatrix} 0.702273 \times 10^{-3} \\ -0.244346 \times 10^{-4} \\ 0.655917 \times 10^{-3} \\ -0.314384 \times 10^{-4} \\ -0.23790 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$



**Figura 1.17** Cargas totales y acciones resultantes en los elementos.

Al observar los resultados se aprecia, que el momento en el nudo final de la viga es de  $1.7793 \text{ Tm}$  que es mayor al momento de agrietamiento  $M_a$ . De igual forma el momento en el nudo final de la columna derecha tiene el mismo valor y también ha superado el momento  $M_a$  de la columna. Por lo tanto, esta sección desde un punto de vista riguroso se puede decir que ingresó al rango no lineal. El subprograma **CAPACIDAD**, modifica la rigidez a flexión de la sección en ese punto. En la tabla 1.3, se indican las inercias y los códigos de las secciones que tienen actualmente.

Los valores indicados en la tabla 1.3, se encuentran en el archivo **RIG.OUT**, que genera el subprograma **CAPACIDAD**. Para el tercer ciclo de carga la matriz de rigidez de la estructura se obtendrá con las inercias indicadas en la tabla 1.3. En este ejercicio se ha seleccionado el modelo de plasticidad ( 2 ) indicado en la figura 1.8.

El nuevo punto de la curva de capacidad resistente de la estructura tiene un cortante basal de  $1 T$ ., y un desplazamiento lateral de  $0.0702273 \text{ cm}$ .

**Tabla 1.3** Inercias y códigos de identificación al final del segundo ciclo.

Elemento	Nudo Inicial	Centro de Luz	Nudo Final
1	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)
2	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.142938 \times 10^{-3}$ (1)
3	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.675 \times 10^{-3}$ (0)	$0.2300444 \times 10^{-3}$ (1)

El subprograma **CAPACIDAD**, genera también un archivo denominado **ROTULAS.OUT**, en el cual se va indicando la secuencia de cómo las secciones ingresan al rango no lineal. Pero en este archivo se considera que una sección ingresa al rango no lineal cuando el momento actuante es mayor que el momento de fluencia  $M_y$ .

Para los restantes ciclos de carga se va incrementando la carga lateral en 0.5 T., se controla los momentos en cada una de las secciones con relación a los de la curva momento curvatura y se modifican las rigideces a flexión, si es del caso. Algo similar se realiza con las rigideces al corte.

## 1.10 PROPIEDADES DINÁMICAS

El subprograma **CAPACIDAD**, determina las propiedades dinámicas de la estructura aplicando el *Método de la Búsqueda del Determinante*, descrito en referencia ( 22 ), que permite encontrar un número determinado de modos de vibración.

Se puede decir que las coordenadas principales, son los desplazamientos laterales, uno por cada piso y que las coordenadas secundarias son los desplazamientos y giros de cada uno de los nudos. Por ejemplo, con relación a los grados de libertad indicados en la figura 1.15, la coordenada principal es la número 1 y las secundarias las cuatro restantes.

El análisis sísmico de estructuras se las realiza normalmente en coordenadas principales, por ese motivo se acostumbra utilizar la condensación estática de la matriz de rigidez, para lograr este objetivo pero para evaluar el estado en que se encuentra cada uno de los elementos ante cargas laterales se necesita trabajar con todos los grados de libertad y es así como lo hace el subprograma **CAPACIDAD**. Pero para el cálculo de los modos de vibración se tiene un problema y es el siguiente que la matriz de rigidez es de orden (ngl X ngl) y la matriz de masa es de orden (np X np). Donde ngl es el número total de grados de libertad y np es el número de coordenadas laterales de piso. Para la estructura de la figura 1.15 se tiene una matriz de rigidez de (5 X 5) y una matriz de masa de (1 X 1) puesto que toda la masa se concentra a nivel de piso. En consecuencia, directamente no se puede resolver el problema de valores y vectores propios, lo que se debería realizar es lo siguiente:

- 1) Encontrar la matriz de rigidez condensada a la coordenada lateral,  $K^*$

$$K^* = K_{AA} - K_{AB} K_{BB}^{-1} K_{BA} \quad ( 1.32 )$$

Las submatrices indicadas en la ecuación ( 1.32 ) se obtienen de la matriz de rigidez con todos los grados de libertad.

- 2) La matriz de rigidez condensada y la matriz de masas son ahora del mismo orden de  $(np \times np)$ . Por lo tanto, se puede emplear cualquiera de los métodos conocidos para resolver el problema de valores y vectores propios y obtener los modos de vibración en coordenadas principales.
- 3) Sea  $\phi_a$ , los modos de vibración asociado a las coordenadas principales y  $\phi_b$ , los modos de vibración en coordenadas secundarias que se puede calcular con la ecuación ( 1.33 ).

$$\phi_b = -K_{BB}^{-1} K_{BA} \phi_a \quad (1.33)$$

El procedimiento descrito demanda una gran cantidad de operaciones, por lo que es más óptimo utilizar el Método de la Búsqueda del determinante que permite encontrar un número determinado de modos de vibración para lo cual se plantea el polinomio característico correspondiente.

Con relación a la estructura de la figura 1.15, en la cual la masa total es  $0.45 \frac{T s^2}{m}$ , la frecuencia natural del sistema es  $55.9777 \frac{1}{s}$ , y el período de vibración es  $T = 0.112244 s$ . El modo de vibración es:

El subprograma **CAPACIDAD**, genera el archivo **NOMBRE.OUT**, el nombre lo da el usuario. En este archivo para el primer ciclo de carga se determinan los  $np$  primeros modos de vibración y las respectivas propiedades dinámicas. En el archivo **ROTULAS.OUT**, para cada ciclo de carga se presenta el período de vibración asociado al primer modo. Como se verá posteriormente, el usuario tiene la opción de que el programa calcule o no los modos de vibración.

$$\phi = \begin{bmatrix} 1.491 \\ 0.735 \times 10^{-2} \\ 0.4428 \\ -0.735 \times 10^{-2} \\ 0.4428 \end{bmatrix}$$

## 1.11 ARCHIVOS QUE GENERA EL SUBPROGRAMA CAPACIDAD

Los principales archivos que reporta el subprograma **CAPACIDAD**, son los siguientes:

- ◆ **...ROTULAS.OUT...** en el que se indica la secuencia con que las diferentes secciones de los elementos superan el momento de fluencia  $M_y$ , en cada uno de los elementos de la estructura. Para cada instante de incremento de carga lateral, se presenta el cortante basal, el desplazamiento lateral máximo y el período fundamental de la estructura.
- ◆ **ENERGIA.OUT...** este archivo presenta la tenacidad de la estructura, índice de daño, coeficiente sísmico y deriva de piso, para cada incremento de carga lateral. Por otra parte, reporta información para tres estados importantes de la estructura que son: cuando la primera de las secciones ha sobrepasado el momento de fluencia la edificación, para el estado límite de diseño y para el colapso de la estructura. Para cada uno de los estados indicados reporta el desplazamiento lateral máximo, cortante basal, período dominante, coeficiente sísmico y deriva máxima.

Adicionalmente, para el estado límite de diseño presenta la ductilidad global, sobrerresistencia y los índices de daño sísmico global de acuerdo a los modelos numéricos de Roufaiel y Meyer, Hasselman, Aguiar y Ayala.

Finalmente, para el estado de colapso además de la información ya indicada, el programa reporta la sobrerresistencia y la reserva de energía sísmica.

- ◆ **DUCTI.OUT**...presenta la ductilidad local que tienen los elementos en el nudo inicial, centro de luz y nudo final; tanto para curvatura positiva como para curvatura negativa. El cálculo de la ductilidad local se realiza para cuando no actúan cargas en la estructura, es decir la carga axial en todos los elementos se considera nula. El programa encuentra un promedio de la ductilidad de todos los elementos y divide para tres, ese es el valor que reporta en el archivo anterior como ductilidad global de la estructura, el mismo que se controla sea menor que seis.
- ◆ **DERIVA.OUT**... este archivo para cada incremento de carga lateral presenta el desplazamiento lateral y deriva de piso en cada una de las plantas de la estructura, de esta forma se puede saber en que planta se produce la máxima deriva de piso. Reporta además la máxima deriva de piso.
- ◆ **NOMBRE.OUT**... el nombre corresponde a la identificación que se dio al archivo de datos. Este archivo contiene todos los datos de la estructura, que sirve para control del usuario; los valores y vectores propios; los desplazamientos de todos los nudos y las acciones en cada uno de los elementos para cada incremento de carga.

*...El programa genera varios archivos más que son utilizados por otros programas que se describen en los siguientes capítulos...*

## 1.12 ENTRADA DE DATOS PARA EL SUBPROGRAMA CAPACIDAD

Antes de utilizar el subprograma **CAPACIDAD**, el usuario debe preparar un archivo de datos con la información de la geometría de la estructura, el armado de cada uno de los elementos estructurales, la calidad de los materiales que se van a utilizar, la masa concentrada que gravita en cada uno de los pisos, la carga vertical que actúa en las vigas, etc. En el presente apartado se indica el formato con el cual se ingresa la información indicada.

El archivo de datos para utilizar el subprograma **CAPACIDAD**, que está escrito en lenguaje fortran, contiene la siguiente información:

- **Título del problema**

Se dispone de 80 caracteres alfanuméricos para identificar el problema.

- **Datos Generales**, formato libre

libre NN = Número de nudos.

libre NE = Número de elementos.

libre NP = Número de pisos.

libre NAN = Código para identificar el modelo numérico que se adopta para el comportamiento de los elementos, varía de 1 a 5 de acuerdo a lo indicado en la figura 1.8

NAN = 1 Análisis estático.

NAN = 2 Variación de inercia lineal.

NAN = 3 Variación de inercia no lineal

NAN = 4 Considera longitud de secciones que ingresan al rango no lineal e inercia constante.

NAN = 5 Considera longitud de secciones que ingresan al rango no lineal e inercia lineal.

libre NVAN = Número de vanos.

libre NDEL = Código para considerar efecto  $P - \Delta$

NDEL = 1 Si se considera el efecto  $P - \Delta$

NDEL = 0 No se considera el efecto  $P - \Delta$

libre IJCARGA = Número de incrementos de carga que se van a considerar. Las fuerzas laterales actuantes en cada piso, que se indicarán posteriormente, se divide para IJCARGA y se obtienen las fuerzas que se van a aplicar en cada incremento de carga, hasta que la estructura llegue al colapso. El colapso se alcanza cuando el desplazamiento lateral máximo de la estructura es 0.05 la altura total del edificio.

- **Datos del Hormigón**, formato libre

Se emplea el modelo de hormigón confinado propuesto por Kent y Park, el mismo que se indica en la figura 1.3. El usuario puede calcular el valor de la pendiente  $Z$  de la rama descendente del hormigón o en su defecto dejar que el programa **CAPACIDAD** lo calcula para el efecto deberá colocar cero en esta variable. De igual forma, el usuario tiene la posibilidad de asignar el valor de la deformación máxima útil  $\varepsilon_u$  el valor de cero. En este caso el programa lo obtiene de la siguiente manera:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_o + \frac{0.8}{Z} \quad (1.34)$$

libre EC2 = Módulo de Elasticidad del hormigón. (T/M2)

libre GC= Módulo de corte del hormigón. (T/M2)

libre FC2 = Resistencia  $f'_c$  del hormigón.(T/M2).

libre EPS0 = Deformación unitaria  $\varepsilon_o$  del hormigón, asociada a  $f'_c$

libre EPSU = Deformación máxima útil del hormigón  $\varepsilon_u$

libre Z = Pendiente de la zona descendente del hormigón confinado. Si el usuario coloca  $\varepsilon_u = 0$  y  $Z = 0$  el programa calcula estas variables.

- **Datos del Acero**, formato libre

libre EA = Módulo de Elasticidad del acero. (T/M2)

libre FY = Límite de Fluencia del acero,  $f_y$  (T/M2)

libre FSU2 = Máxima resistencia a la rotura del acero,  $f_{su}$  (T/M2)

libre ESH2 = Módulo de Elasticidad del acero al inicio de la zona de endurecimiento  $E_{sh}$  (T/M2)

libre EPSH2 = Deformación del acero correspondiente al inicio de la zona de endurecimiento,  $\varepsilon_{sh}$

- **Coordenadas de cada nudo**, formato (i5,5x,2f10.0,6i5)

1-5 J = Número de nudo.

11-20 XJ = Coordenada X del nudo J. (m).

21-30 YJ = Coordenada Y del nudo J. (m).

31-35 NIQ = Número de nudo inicial para generación en sentido X.

36-40 NJQ = Número de nudo final para generación en sentido X.

41-45 IJQ = Incremento de la numeración para la generación en sentido X.

46-50 NKQ = Número de nudo final-inicial para generación en sentido Y.

51-55 NLQ = Número de nudo final para generación en sentido Y.

56-60 IKQ = Incremento de numeración para la generación en sentido Y.

- **Línea en blanco de separación**

- **Secciones Tipo**, formato libre

libre N<sub>MAT</sub> = Número total de secciones tipo.

- **Geometría e identificación de cada sección**, formato (2i5)

1-5 J = Número de sección tipo.

6-10 IRCO = Código para identificar el elemento

IRCO = 1 Para columnas rectangulares.

IRCO = 2 Para columnas circulares.

IRCO = 3 Para vigas rectangulares.

IRCO = 4 Para muros de corte.

- **Información para columnas circulares**, formato (10x,5f10.0)

11-20 D = Diámetro de la columna circular. (m).

21-30 DST = Distancia mayor en el refuerzo longitudinal. (m)

31-40 C1 = Longitud del nudo rígido inicial. (m).

41-50 C2 = Longitud del nudo rígido final. (m).

51-60 CVR = Recubrimiento de columna circular. (m).

- **Armadura, sección inicial del elemento**, formato (10x,i10,4f10.0)

20 NBARS = Número de varillas longitudinales, columna 20.

21-30 DBAR = Diámetro de la varilla longitudinal. (cm).

31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).

41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).

51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.

- **Armadura, sección central del elemento**, formato (10x,i10,4f10.0)

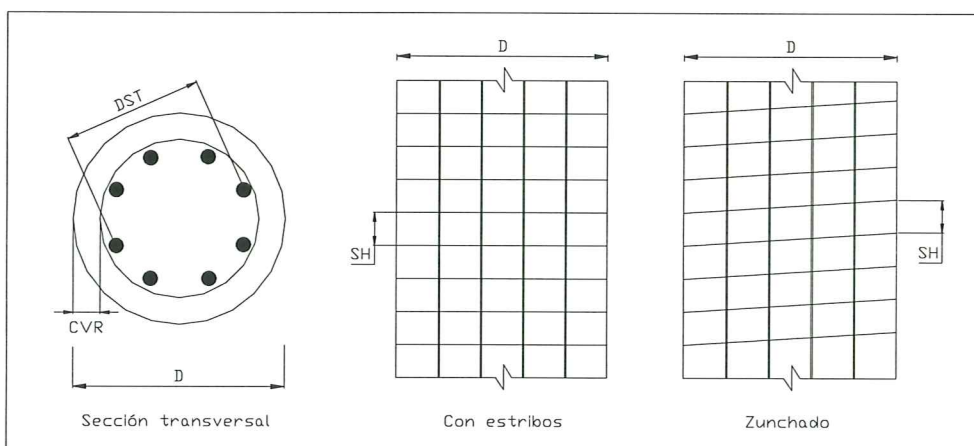
20 NBARS = Número de varillas longitudinales, columna 20.

21-30 DBAR = Diámetro de la varilla longitudinal. (cm).

31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).

41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).

51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.

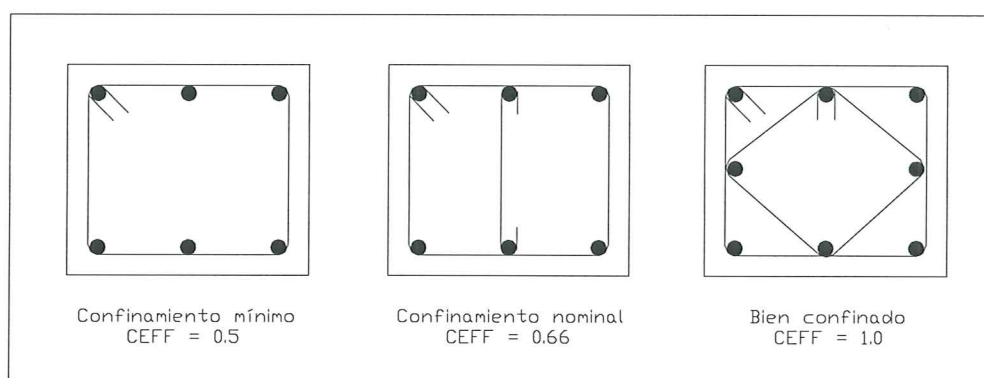


**Figura 1.18** Nomenclatura utilizada para columnas circulares

- Armadura, sección final del elemento, formato (10x,i10,4f10.0)

20 NBARS = Número de varillas longitudinales, columna 20.  
 21-30 DBAR = Diámetro de la varilla longitudinal. (cm).  
 31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).  
 41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).  
 51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.

El número de varillas longitudinales puede escribirse en la columna 20 como un número entero o en el campo de las columnas 11-20 como un número real con un decimal igual a cero. Normalmente el valor de CEFF para las columnas circulares es 0.5 cuando existe un solo zuncho o estribo. Si además existen ganchos como se indica en la figura 1.19, este valor aumenta.



**Figura 1.19** Diferentes formas de confinamiento de una columna circular.

- Información para vigas y columnas, formato (10x,5f10.0)

11-20 BAS = Base de la sección transversal del tipo de elemento. (m).  
 21-30 ALT = Altura de la sección transversal del tipo de elemento. (m).  
 31-40 C1 = Longitud del nudo rígido inicial. (m).  
 41-50 C2 = Longitud del nudo rígido final. (m).  
 51-60 DC = Longitud del recubrimiento. (m).

- Armadura de la sección inicial del elemento, formato (10x,5f10.0)

11-20 AT1 = Armadura inferior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 21-30 AT2 = Armadura superior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).  
 41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).  
 51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.

- Armadura de la sección central del elemento, formato (10x,5f10.0)

11-20 AT1 = Armadura inferior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 21-30 AT2 = Armadura superior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).  
 41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).  
 51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.

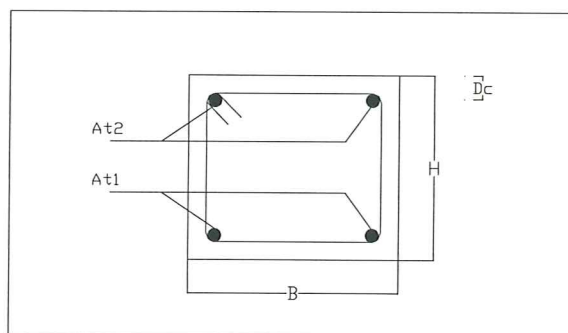
- Armadura de la sección final del elemento, formato (10x,5f10.0)

11-20 AT1 = Armadura inferior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 21-30 AT2 = Armadura superior de la sección. (cm<sup>2</sup>).  
 31-40 DH = Diámetro del refuerzo transversal, estribo. (cm).  
 41-50 SH = Espaciamiento del refuerzo transversal. (cm).  
 51-60 CEFF = Confinamiento efectivo de los estribos.



Para cada sección tipo de vigas o columnas, se indicarán cinco filas de datos, la primera contiene el número de la sección tipo y la identificación, la segunda la geometría de la sección y las tres restantes con información de la armadura en el nudo inicial, centro de luz y nudo final respectivamente. En la figura 1.19 se indica la nomenclatura utilizada para el refuerzo transversal de una columna rectangular.

Para el caso de columnas rectangulares se tiene que  $AT1 = AT2$  y es igual a la mitad de la armadura longitudinal total. Para el caso de vigas, la nomenclatura utilizada se indica en la figura 1.20



**Figura 1.20** Nomenclatura utilizada para el caso de una viga rectangular

□ Información para muros de corte, formato (i5,5x,3f10.0)

5 NSEC = Número de secciones del muro de corte.

11-20 C1 = Longitud del nudo rígido inicial. (m).

21-30 C2 = Longitud del nudo rígido final. (m).

31-40 DC = Longitud del recubrimiento. (m).

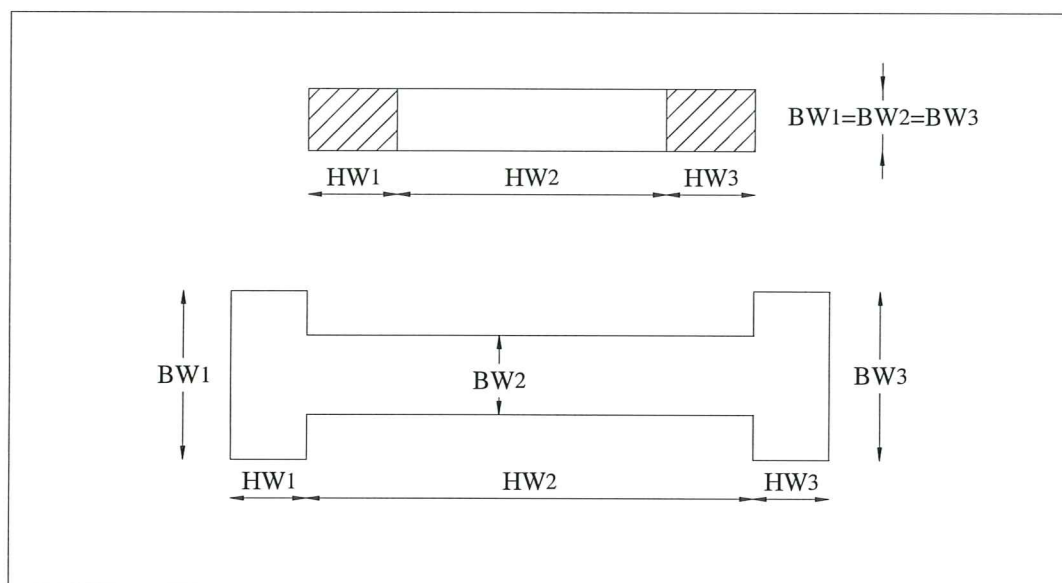
▪ Información de cada una de las secciones del muro de corte (10x, 3f10.0)

11-20 HW = Altura de la sección del muro de corte (m).

21-30 BW = Base de la sección del muro de corte (m).

31-40 PT = Cuantía de acero, relación entre el área de acero al área del hormigón.

Se tendrá tantas filas de datos como número de secciones se consideren en el muro de corte. Lo usual es trabajar con muros de corte con cabezales como lo indica la figura 1.21. El muro que se encuentra en la parte superior de la figura 1.21, es de sección constante pero la armadura longitudinal no se encuentra uniformemente distribuida si no que tiene mayor cuantía en los extremos, por esa razón se lo considera como muro de corte con cabezales. *La cuantía de acero que se indica para cada una de las secciones no es en porcentaje.*



**Figura 1.21** Muros de corte con cabezales.

- **Información de los elementos**, formato (9i5,f10.2)

- 1-5 I = Número del elemento.
- 6-10 IA = Nudo inicial del elemento.
- 11-15 IB = Nudo final del elemento.
- 16-20 IMAT = Tipo de sección del elemento estructural
- 21-25 NIG = Número de elementos iguales a generarse.
- 26-30 II = Incremento de numeración para los elementos, en la generación.
- 31-35 INA = Incremento en la numeración para el nudo inicial del elemento.
- 36-40 INB = Incremento en la numeración para el nudo final del elemento.
- 41-45 IRCO= Código para identificar el elemento, ya definido.
- 46-55 CARGA= Carga vertical que gravita en los elementos.

- **Línea en blanco de separación**

- **Restricciones de nudos**, formato (6i5)

- 1-5 K = Número de nudo restringido.
- 6-10 LRN1 = Restricción de movimiento horizontal o número del nudo al cual se encadena. (Tiene el mismo grado de libertad).
- 11-15 LRN2 = Restricción de movimiento vertical o número del nudo al cual se encadena. (Tiene el mismo grado de libertad).
- 16-20 LRN3 = Restricción de rotación o número del nudo al cual se encadena. (Tiene el mismo grado de libertad).
- 21-25 J = Número de nudo final con restricciones iguales para generación.
- 26-30 L = Incremento de numeración de nudo que debe seguir para generación.

- **Línea en blanco de separación**

- **Masas, Fuerzas actuantes a nivel de piso**, formato (i5,5x,3f10.0,i5)

- 1-5 J = Número de piso.
- 11-20 XPISO = Masa del piso. (T S2/M).
- 21-30 CAMO = Coeficiente de amortiguamiento para los modos principales.
- 31-40 FUE = Fuerza Horizontal total actuante a nivel de piso.
- 41-45 NPISO = Número de un nudo del piso.



Se han presentado los aspectos principales del subprograma **CAPACIDAD**, orientado al Análisis Sísmico por Performance. Al observar los reportes que genera el programa, se aprecian algunos temas que no han sido tratados en este capítulo para no alargar la exposición, alguno de los cuales se analizarán en capítulos posteriores.

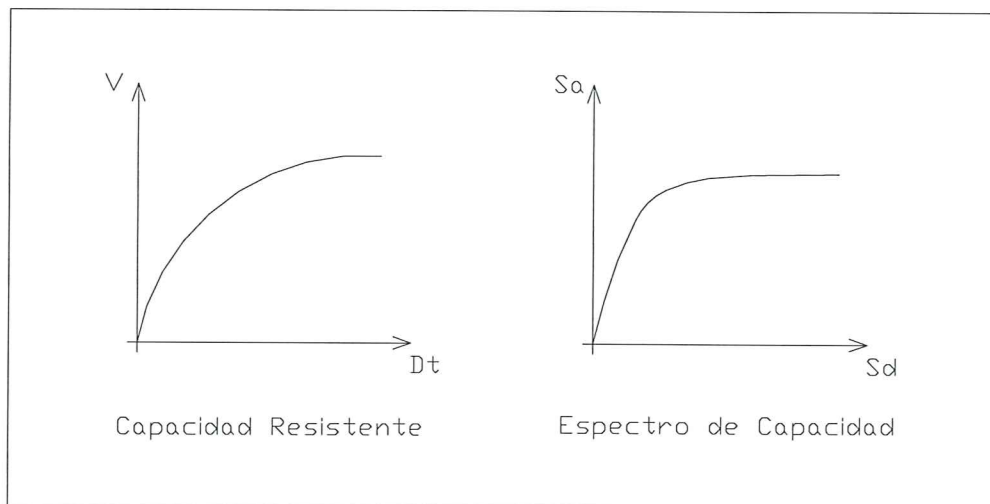
## 1.14 ESPECTROS DE CAPACIDAD

En la curva 1.22, se presenta a la izquierda, la *curva de capacidad* resistente sísmica de una estructura, en función del Cortante Basal  $V$  y del Desplazamiento en el tope  $D_t$ . A la derecha se indica el *espectro de capacidad*, que relaciona el desplazamiento espectral  $S_d$ , con la aceleración espectral  $S_a$ .

El espectro de capacidad, es la base para estudios de desempeño estructural, que ha desarrollado el ATC 40<sup>(23)</sup> y se lo determina a partir de la curva de capacidad resistente y del análisis estático no lineal, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$S_{di} = \frac{D_{ti}}{\gamma_i \phi_{t1}} \quad (1.35)$$

$$S_{ai} = \frac{V_i / W}{\alpha_1} \quad (1.36)$$



**Figura 1.22** Curva de capacidad resistente y espectro de capacidad

El subíndice  $i$ , corresponde a los puntos del diagrama que se consideran. Es importante destacar que para cada punto  $i$ , existe un desplazamiento máximo en el tope que se ha denominado  $D_{ti}$  y un vector de desplazamientos laterales de cada uno de los pisos a partir del cual se obtiene el vector  $\phi$  que se habla en los capítulos posteriores, sobre la base de la cual se determina  $\phi_{t1}$  que es la amplitud en el tope de la estructura asociado al primer modo;  $\gamma_i$ , es el factor de participación dinámica para el primer modo, cuya forma de cálculo se indica en capítulos posteriores;  $\alpha_1$ , es el

peso modal del primer modo;  $W$ , es el peso total de la estructura. Finalmente,  $V_i$ , es el cortante basal asociado al punto  $D_{ii}$ .

El contar con un programa que determina la curva de capacidad resistente sísmica de una estructura, es de gran utilidad por la serie de aplicaciones que se obtienen del mismo. En este apartado se ha indicado una de ellas, para determinar el espectro de capacidad y en los próximos capítulos se indica la forma en que se obtienen las variables involucradas.

Pero existen más aplicaciones una de ellas es en el **reforzamiento de estructuras**. En efecto, para reforzar una edificación es necesario conocer cual es la capacidad resistente de la misma sin reforzamiento y una vez que se ha reforzado saber el incremento de la resistencia sísmica que se la ha conferido. Todo esto se encuentra con el subprograma **CAPACIDAD**. Evidentemente, que en el reforzamiento de una estructura se tienen que tomar en cuenta otros aspectos básicos de estructuras, como el conocimiento de la ubicación de los centros de masa y rigidez, las nuevas propiedades dinámicas de la estructura, etc.

El conocimiento de la curva de capacidad sirve también para estructuras que se están diseñando ya que se puede conocer la ductilidad del sistema y la sobrerresistencia de la misma, temas que han sido tratados con amplitud en referencias (2,3).

## REFERENCIAS

1. R. Aguiar y A. Barbat "Daño sísmico en estructuras de Hormigón Armado", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, ISBN 9978-97-057-9, 238 p, Valle de los Chillos, Ecuador, 1997.
2. R. Aguiar, "Acciones para el diseño sísmico de estructuras", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. ISBN 84-89925-27-5, CIMNE IS-30*, 122p, Barcelona, España, 1998.
3. R. Aguiar, "CEINCI2: Un programa para determinar la Capacidad Resistente de las Estructuras de Hormigón Armado", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército. Publicación Especial para ser miembro de la Sociedad Ecuatoriana de Ciencias Exactas y Naturales*, 97 p, Quito, Ecuador, 1998.
4. H. Ahmad and S. Shah, "Structural Properties of High Strength Concrete and its Implications for Precast Prestressed Concrete", *Journal Prestressed Concrete Institute*, **30 (6)**, 92-119, 1985.
5. S. Gregory and S. Ahmad, "Flexural rigity of circular reinforced concrete sections", *Structural Journal of the American Concrete Institute*, **87 (5)**, 548-556, 1990.
6. P. Wang, S. Shah and A. Naaman, "High-strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **107(87)**, 1761-1773, 1978.
7. D. Kent and R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Jornal of Structural Engineering ASCE*, **97 ST7**, 1969-1990, 1971.
8. H. Roy and M. Sozen, "Ductility of Concrete", *Proccedings of the International Symposium on flexural Mechanics of Reinforced Concrete ASCE\_ACI*, 213-224, 1964.
9. M. Sargin, S. K. Ghosh and V. Handa, " Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete", *Maganize of Concrete Research*, **23 (75-76)**, 99-110, 1971.

10. V. Bertero and C. Felippa, " Discussion of Ductility of Concrete", by H. Roy and M. Sozen, *Proceeding of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete ASCE-ACI*, 227-234, 1964.
11. M. Al-Haddad, " Curvature Ductility of Reinforced Concrete Beams under low and high strain rates", *Structural Journal of the American Concrete Institute ACI*, **92 (5)**, 526-534, 1995.
12. S. Kunnath, A. Reinhorn and R. Lobo " IDARC Version 3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures", *National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York*, Technical Report **NCEER-92-0022**, 1992.
13. Y. Park, A. Reinhorn and S. Kunnath " IDARC: Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York*, Technical Report **NCEER-87-0008**, 1987.
14. J. Mander " Seismic Design of Bridge Piers", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering. University of Canterbury*, New Zealand, 1984.
15. Y. S. Chung, M. Shinozuka and C. Meyer " SARCF User's Guide: Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames", *National Center for Earthquake Engineering Research*, Technical Report **NCEER-88-0044**, State University of New York at Buffalo, 1988.
16. R. E. Valles, A. Reinhorn, S. Kunnath, C. Li and A. Madan, " IDARC2D Version 4.0: A computer Program for the Inelastic Damage Analysis of Buildings", *National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York*, Technical Report **NCEER-96-0010**, 1996.
17. R. F. Lobo, " IDARC: Inelastic Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures in Three Dimension", *Ph.D. Dissertation Department of Civil Engineering. State University of New York at Buffalo*, New York, 1994.
18. R. Aguiar, " Análisis Matricial de Estructuras", *Escuela Politécnica del Ejército, Segunda Edición, 613 p, Editorial ESPE, Valle de los Chillos, Ecuador*, 1995.
19. M. Calvi, " Seminario Internacional de Diseño Sismorresistente y Rehabilitación de Edificios y Puente", *Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Cuyo, 119 p, Mendoza, Argentina*, 2000.
20. M. Roufaiel and C. Meyer, " Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 ( 3 )**, 429-444, 1987.
21. J. E. Stephens and J. T. P. Yao, " Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 ( 4 )**, 787-801, 1987.
22. A. Barbat y J. Canet, " Estructuras sometidas a acciones sísmicas. Cálculo por ordenador", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Segunda Edición, 821 p, Barcelona España*, 1994.
23. ATC 40, " Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", *Applied Technology Council, Vol 1, 2*, 1996.



## CAPITULO 2

---

### MODELO BILINEAL PARA SISTEMA MDOF Y SUBPROGRAMA MBCAP

Se presentan cuatro criterios y un programa de ordenador, para la determinación de un modelo simplificado bilineal, de la curva de capacidad resistente, que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo en el tope de la estructura.

El modelo bilineal es la base para el análisis sísmico por performance, de ahí la importancia de contar con un programa que reporte el desplazamiento y cortante basal, a nivel de fluencia, de un edificio, así como las ecuaciones de las dos rectas que definen el modelo bilineal. Todo lo indicado reporta el subprograma **MBCAP**.

#### 2.1 INTRODUCCIÓN

Para verificar el desempeño o performance de una edificación, ante varias acciones sísmicas, se debe determinar en primer lugar la curva de **Capacidad Resistente CR**, que relaciona el Cortante Basal  $V$  con el Desplazamiento Lateral máximo en el tope de la estructura  $D_t$ .

En la curva de capacidad resistente, se debe definir el punto de fluencia, que está asociado al cortante basal  $V_y$  y al desplazamiento lateral máximo  $D_{ty}$ . En base a este punto se determina un modelo bilineal para la relación  $V - D_t$ .

Posteriormente en base al punto de fluencia, se obtiene un sistema simplificado de referencia, de un grado de libertad, **SDOF**, tema que se considera en el próximo capítulo, Este sistema contiene las propiedades dinámicas de la estructura con múltiples grados de libertad, **MDOF**, y proporciona parámetros de respuesta muy similares a la estructura inicial.



...Por lo tanto, la determinación del punto de fluencia de coordenadas  $V_y - D_{ty}$ , es fundamental para el análisis sísmico por performance...Existen varios criterios para determinar el punto de fluencia, cuatro de los cuales se indican en los siguientes apartados<sup>(1,2)</sup>.

## 2.2 PUNTO DE FLUENCIA DE UNA ESTRUCTURA

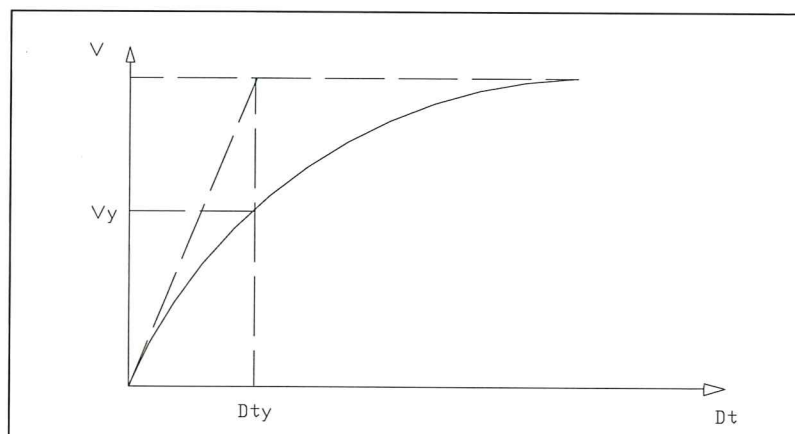
En forma muy conservadora se puede indicar que el punto de fluencia de la estructura se alcanza cuando alguna sección de la misma ingresa al rango no lineal, para el efecto basta que en el análisis con el pushover se determine cuando alguna sección alcanzó el punto de fluencia. En realidad esto sería una cota inferior de  $V_y$ .

Los cuatro criterios que se describen en el presente apartado, para la determinación del punto de fluencia en una estructura, son los siguientes:

- Criterio de la Rigidez Tangente Horizontal.
- Criterio de las Rigideces Tangentes.
- Criterio de las Áreas Iguales.
- Ajuste por Mínimos Cuadrados.

### 2.2.1 Criterio de la Rigidez Tangente Horizontal

En este criterio se traza la tangente a la curva de capacidad resistente, en el rango elástico, luego se traza una horizontal en el punto de Cortante Basal  $V_u$ , como lo indica la figura 2.1; la intersección de éstas dos rectas definen el punto  $D_{ty}$ .



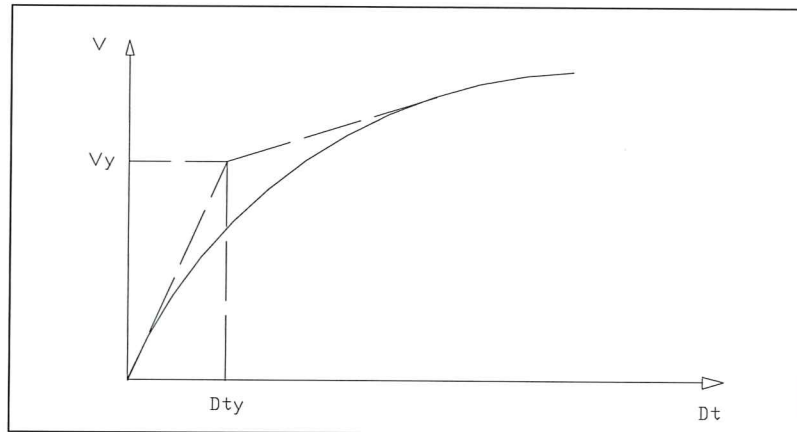
**Figura 2.1** Criterio 1.- Rigidez Tangente Horizontal, para determinar el punto de fluencia de una estructura.

Finalmente al ingresar con el valor de  $D_{ty}$  a la curva de capacidad resistente se determina el punto  $V_y$ . A este criterio se denominará Criterio 1.

Existen estructuras cuya *curva de capacidad resistente es irregular*, en las cuales se tienen dos valores de  $V_u$ . Aquí es recomendable obtener un promedio de los dos valores de  $V_u$  y trabajar con el promedio.

### 2.2.2 Criterio de la Rigideces Tangentes

El Criterio 2, corresponde al caso en que se trazan dos tangentes a la curva de capacidad resistente, una en el rango elástico y otra en el punto de cortante  $V_u$ , como lo ilustra la figura 2.2, el punto de intersección de las dos tangentes determina el punto de fluencia de la estructura.



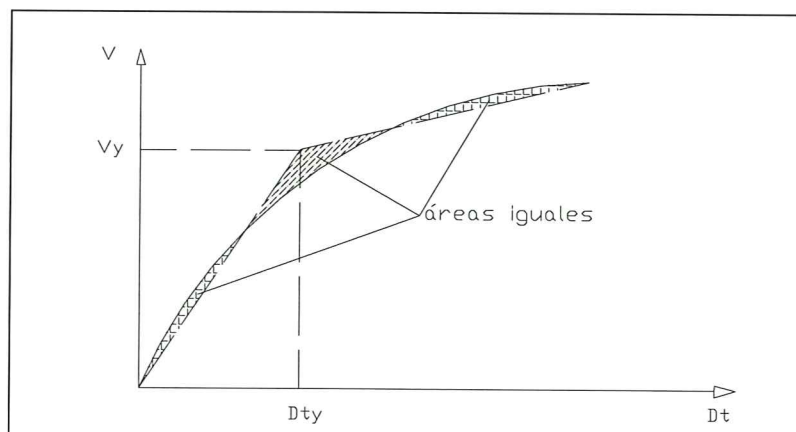
**Figura 2.2** Criterio 2.- Rigideces Tangentes, para determinar el punto de fluencia de una estructura.

En estructuras cuya curva de capacidad resistente es irregular se deben trazar dos o más pendientes en el rango inelástico y trabajar con la pendiente más dominante que más se ajusta a la curva de capacidad resistente o trabajar con una pendiente promedio.

### 2.2.3 Criterio de las Áreas Iguales

El tercer criterio, corresponde al que se obtiene al igualar las áreas externa e interna de la curva de capacidad resistente.

Este criterio es más elaborado, con relación a los anteriores en el sentido de que se debe realizar más operaciones. El punto de fluencia se determina en forma iterativa hasta que el área exterior se considere aproximadamente igual al área interior.



**Figura 2.3** Criterio 3.- Iguales Áreas, para determinar el punto de fluencia de una estructura.

### 2.2.4 Ajuste por Mínimos Cuadrados

La ecuación de la recta que une el origen de coordenadas con el punto de fluencia viene definido por la ecuación (2.1) y la ecuación de la recta para el rango no lineal es la indicada en la ecuación (2.2).

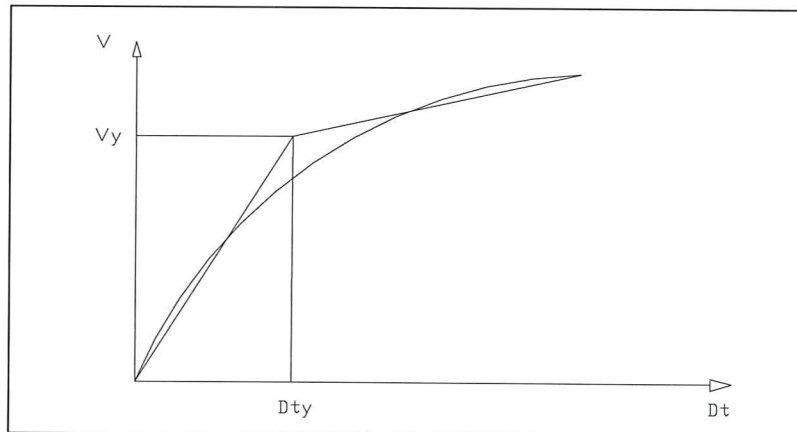
$$V = b_1 D_t \quad (2.1)$$

$$V = a_2 + b_2 D_t \quad (2.2)$$

$$D_{ty} = \frac{a_2}{b_1 - b_2} \quad (2.3)$$

Los valores  $b_1, b_2, a_2$ , se obtienen del ajuste por el método de los mínimos cuadrados. El punto de fluencia  $D_{ty}$  satisface las ecuaciones (2.1) y (2.2) ya que es punto común de las dos rectas. Por lo tanto al igualar estas ecuaciones se determina  $D_{ty}$ , con la ecuación (2.3).

El cálculo se realiza en forma iterativa, hay que imponerse el punto  $D_{ty}$ , de tal manera que los puntos de la curva de capacidad resistente se dividen en dos partes, los que se encuentran bajo  $D_{ty}$  y los que están sobre este valor. Con los datos del primer grupo se determina la pendiente  $b_1$  y con los datos del segundo grupo se obtienen  $a_2, b_2$ . Posteriormente, con la ecuación (2.3) se recalcula el valor  $D_{ty}$  y se continúa con el cálculo hasta que el valor impuesto del desplazamiento de fluencia sea aproximadamente igual al valor calculado.



**Figura 2.4** Criterio 4.- Ajuste con mínimos cuadrados, para determinar el punto de fluencia de una estructura.

## 2.3 EJEMPLOS DE ANÁLISIS

En la figura 2.5, se indica con línea continua la curva de capacidad resistente de un pórtico plano de cinco pisos y en líneas entrecortadas los diferentes modelos bilineales que se han obtenido con cada uno de los criterios anotados. Se destaca que el cortante de fluencia varía desde 107.443 T., que se obtiene para el criterio 1 hasta 142.62 T., que se encuentra con el criterio 3.

Por otra parte, los desplazamientos de fluencia se encuentran comprendidos entre 3.864 cm, que corresponde al valor encontrado con el criterio 2 y 8.389 cm, que se obtiene con el criterio 3. Tanto para los desplazamientos como para los cortantes el criterio 4 reporta valores intermedios, con relación a los otros criterios.

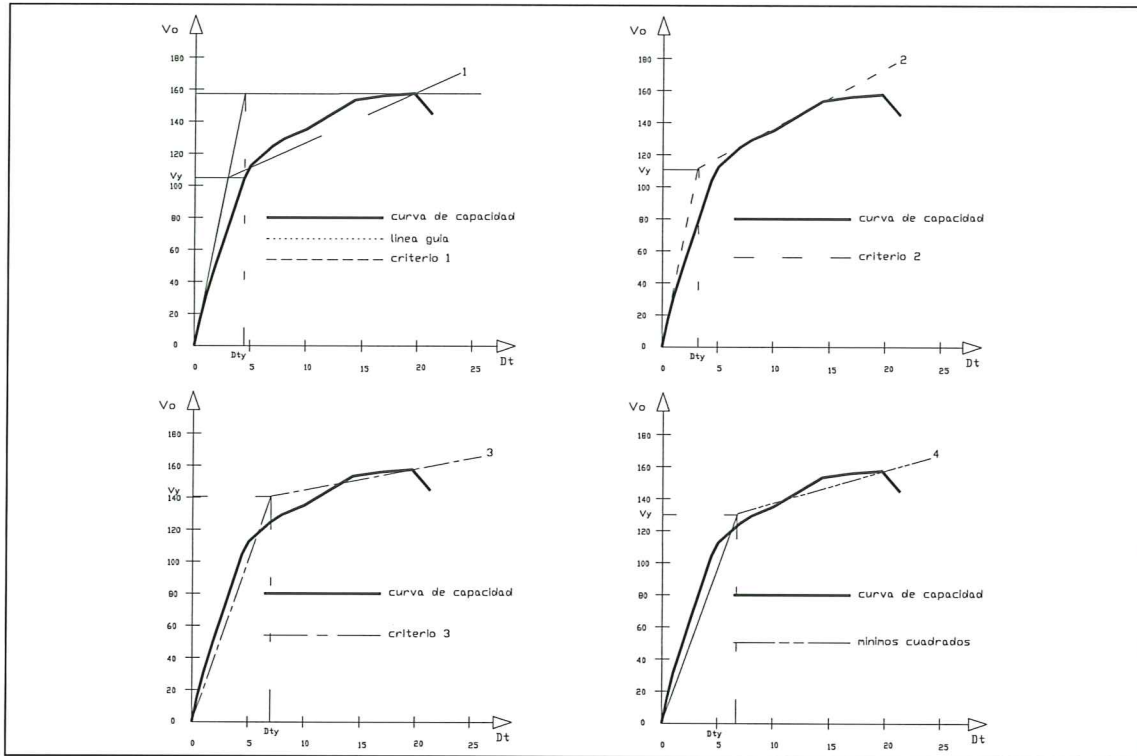


Figura 2.5 Curva de capacidad resistente y modelos bilineales con cada uno de los cuatro criterios.

## 2.4 DETERMINACIÓN DEL ERROR

Sean  $V^*$  y  $D_t^*$ , los valores de la curva de capacidad resistente que se obtienen del análisis con la técnica del pushover y  $V$ , el cortante basal que se obtiene al aplicar cada uno de los diferentes criterios de cálculo. Se define el error como la sumatoria de  $(V - V^*)^2$ .

El cálculo del error se realiza por separado, en cada una de las dos rectas del modelo bilineal, luego se suma.

Con relación a los modelos bilineales presentados en la figura 2.5, se debe manifestar que el menor error se obtuvo con el criterio 4. Con relación a este criterio, el error encontrado con el criterio 1 es 1.56 mayor que el reportado con el criterio 4. Con el criterio 2 se tiene 2.54 y con el criterio 3, el valor es de 2.38, veces más que el criterio 4.

## 2.5 SUBPROGRAMA MBCAP

El subprograma **MBCAP** determina el modelo bilineal de un sistema MDOF. Antes de utilizar este programa se debe correr el subprograma **CAPACIDAD**, descrito en el capítulo 1. El usuario no debe suministrar ningún dato, únicamente debe ejecutar el programa.

Cuando se ejecuta el subprograma **CAPACIDAD**, se generan algunos archivos que van a ser utilizados por otros programas, uno de ellos es el **MBCAP**. Concretamente para este programa se necesitan los valores de cortante basal y desplazamiento lateral máximo para cada incremento de carga lateral y estos valores se encuentran en el archivo **modelo.out**, que se obtiene con el subprograma **CAPACIDAD**.

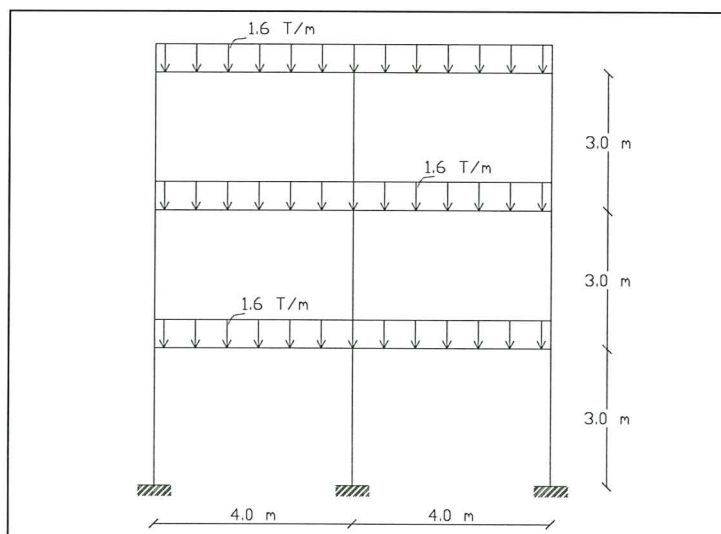
El programa utiliza el criterio 4, de los mínimos cuadrados para encontrar el modelo bilineal, en la forma descrita en el apartado 2.2.4. Es importante destacar que para valores menores al punto de fluencia  $D_{ty}$ , el programa determina el coeficiente  $a_1$ , que no se presentó en la ecuación ( 2.1 ). Este valor debe ser cero, para lograrlo se incrementan puntos cuyo cortante basal y desplazamiento en el tope es cero, tantos como sean necesarios. El programa, reporta por pantalla:

- ◆ El desplazamiento a nivel de fluencia del sistema MDOF  $D_{ty}$ .
- ◆ El cortante a nivel de fluencia del sistema MDOF  $V_y$ .
- ◆ La pendiente de la primera recta  $b_1$ .
- ◆ La pendiente de la segunda recta  $b_2$ .
- ◆ El valor  $a_2$  de la segunda recta.

Estos valores se almacenan en el archivo **BILINEAL.OUT** y serán utilizados en el subprograma **SDOF**, que se indica en el próximo capítulo.

## 2.6 USO DE SUBPROGRAMA MBCAP

En la figura 2.6, se indica se indica una estructura de dos vanos y tres pisos, compuesta por columnas de 40/40 y vigas de 30/30. Posteriormente, se indica el archivo de datos para el subprograma **CAPACIDAD**, que describe el armado y materiales de la estructura. Los resultados, se presentan en la figura 2.7.



**Figura 2.6** Geometría de la estructura que se analiza con los subprogramas CAPACIDAD y MBCAP.

❖ Archivo de datos para subprograma CAPACIDAD, correspondiente a la estructura de la figura 2.6

```

PORTICO DE DOS VANOS Y TRES PISOS
  12  15  3  2  2  0  30
  2100000.      840000.  2100.  0.002  0.000
  19966998.5  28000.0  41023.9  444635.7  0.01512
  1      0.0      0.0
  3      8.0      0.0
  10     0.0      9.0
  12     8.0      9.0      1  3  1  10  12  3

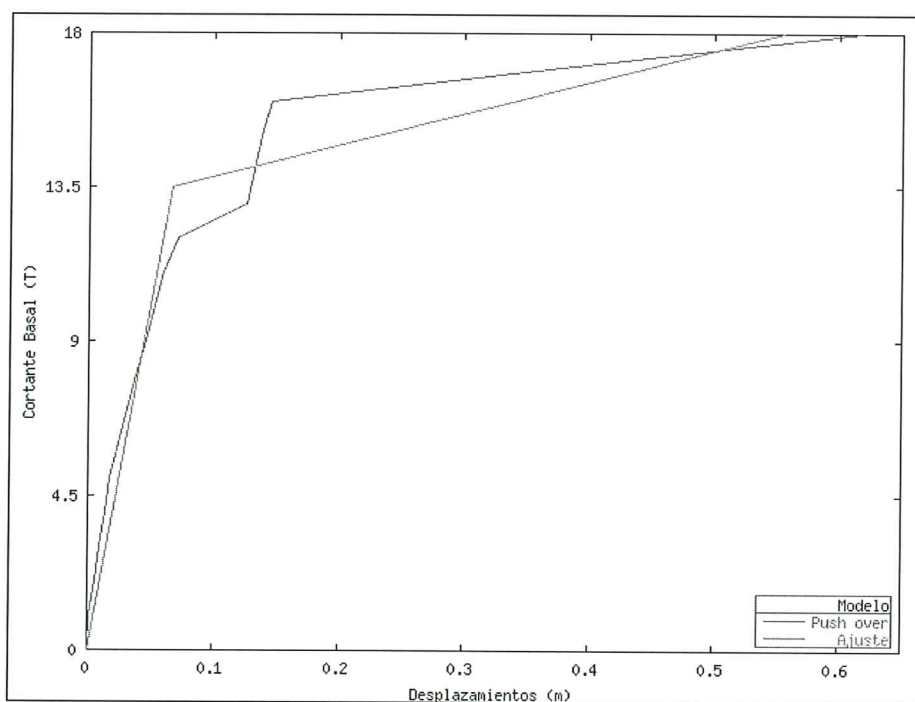
  2
  1  1
      0.40      0.40      0.15      0.15      0.04
      8.00      8.00      1.0      10.0      1.0
      8.00      8.00      1.0      20.0      1.0
      8.00      8.00      1.0      10.0      1.0
  2  3
      0.30      0.30      0.20      0.20      0.04
      6.00      6.00      1.0      10.0      0.5
      6.00      6.00      1.0      20.0      0.5
      6.00      6.00      1.0      10.0      0.5
  1  1  4  1  2  1  1  1  1
  4  4  7  1  2  1  1  1  1
  7  7  10  1  2  1  1  1  1
  10  4  5  2  2  2  3  3  3  1.6
  11  5  6  2  2  2  3  3  3  1.6

  1  1  1  1  3  1
  5  4  0  0  6  1
  8  7  0  0  9  1
  11  10  0  0  12  1

  1      1.306      0.05      5.0      6
  2      1.306      0.05      10.0      9
  3      1.306      0.05      15.0      12
  1  0  1
  0  0
    
```

❖ Subprograma **MBCAP**, reporta por pantalla.

- Desplazamiento a nivel de fluencia del sistema MDOF,  $D_{ly} = 0.0668$  m.
- Cortante a nivel de fluencia del sistema MDOF,  $V_y = 13.5003$  T.
- Pendiente de la recta 1 del sistema MDOF 201.9986
- Pendiente de la recta 2 del sistema MDOF 9.2194
- Valor  $a_2$  de la segunda recta del sistema MDOF 12.8841



**Figura 2.7** Curva de Capacidad Resistente encontrada con subprograma **CAPACIDAD** y modelo bilineal que reporta el subprograma **MBCAP**.

## 2.7 COMENTARIOS

Se han presentado cuatro criterios para determinar el modelo bilineal a partir de la curva de capacidad resistente, que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral máximo de la estructura.

Para facilitar el cálculo se ha elaborado el subprograma **MBCAP**, que determina el modelo bilineal, en base al cual se realizará el análisis sísmico lineal o no lineal, en los capítulos posteriores.

## REFERENCIAS

1. R. Aguiar, "Acciones para el diseño sísmico de estructuras", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, ISBN 84-89925-27-5, CIMNE IS-30*, 122 p, Barcelona, 1998.
2. L. Esteva, O. Díaz, J. García, G. Sierra y E. Ismael, "Criterios y procedimientos para diseño sísmico basado en metas de confiabilidad y desempeño", *Informe del Proyecto 31181 U. CONACYT*, 68 p, México, 2001.

## CAPITULO 3

---

### SISTEMA SIMPLIFICADO DE REFERENCIA DE UN GRADO DE LIBERTAD Y SUBPROGRAMA SDOF

Se presentan tres modelos, para determinar las características de la estructura de un grado de libertad (SDOF), que represente de la mejor manera posible a la estructura completa con múltiples grados de libertad (MDOF). Dos de los cuales fueron propuestos por el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, estos modelos se obtienen a partir de la curva de capacidad resistente de la estructura, la misma que se obtiene aplicando la técnica del pushover y sirven para el análisis sísmico por performance.

Los modelos que se estudian se obtienen igualando las propiedades dinámicas de los sistemas MDOF y SDOF. Por otra parte, uno de los modelos también iguala los cortantes basales, de esta forma se trabaja también con la respuesta del sistema.

Finalmente, se presenta el uso del subprograma **SDOF**, que obtiene el modelo simplificado utilizando el modelo 3, previo al uso de este programa se debe haber utilizado los subprogramas **CAPACIDAD** y **MBCAP**.

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

En la forma tradicional del análisis sísmico de estructuras se considera un espectro de diseño inelástico y se analiza con teoría de dinámica lineal. Concretamente, es muy común el empleo del método de superposición modal, en la solución dinámica con un espectro reducido por comportamiento no lineal, que implica daño en la estructura.

Se espera daño en la estructura ante un sismo severo, por lo que se emplea un espectro inelástico. Sin embargo se utiliza en el análisis sísmico teoría lineal. Esta incongruencia ha sido criticada por varios investigadores, a pesar de ello se lo ha venido utilizando por que ante un sismo severo proporciona resultados aceptables.

*...En el análisis sísmico por performance, es necesario realizar un análisis no lineal en la estructura completa..., para verificar el desempeño de la edificación ante diferentes acciones sísmicas. Esto implica una gran cantidad de trabajo y no solo eso sino que se debe definir con la mayor precisión posible*



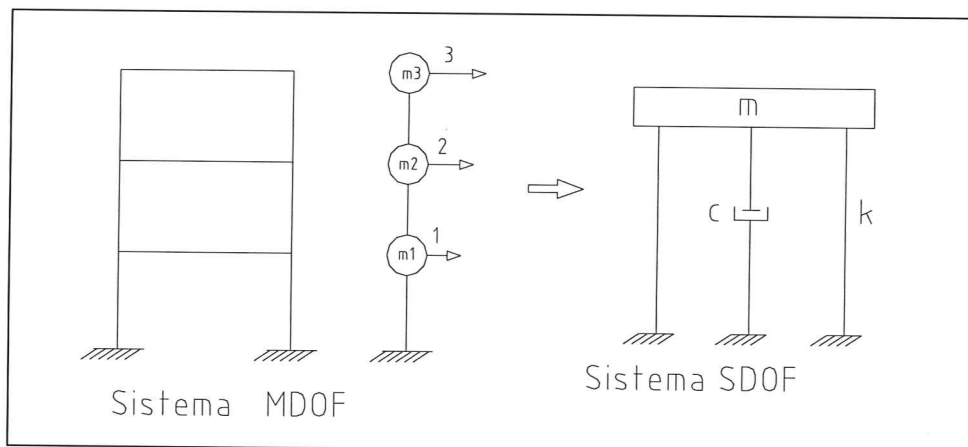
las curvas constitutivas que definen la no linealidad del material, tarea un tanto compleja habida cuenta que existe una gran cantidad de modelos constitutivos. Por citar algo, en la referencia (1) se presentan 18 modelos histeréticos.

El modelo constitutivo que se utilice debe contemplar deterioro de rigidez, efecto de cierre de grietas y deterioro de resistencia<sup>(2)</sup>. Se puede trabajar con uno o con varios modelos histeréticos en el análisis no lineal dependiendo del comportamiento sísmico que se espera en la estructura.

Si bien es cierto existen grandes avances en el análisis no lineal acompañados con un gran desarrollo informático, que hacen pensar que a futuro su uso será mayor. Sin embargo de ello el trabajo es inmenso debido a que se tienen sistemas con múltiples grados de libertad.

Por otra parte, en la selección de la estructura óptima, se necesita realizar una serie de simulaciones en las estructuras diseñadas para ver el performance que van a tener las mismas, ante varias acciones sísmicas. Simulaciones utilizando programas de análisis no lineal.

Por este motivo, en el análisis sísmico por performance se acostumbra encontrar un sistema equivalente, muy sencillo de un grado de libertad **SDOF** (Single Degree Of Freedom) y en este sistema se realiza el análisis no lineal. Posteriormente mediante la aplicación de factores empíricos la respuesta obtenida en el SDOF se transforma al sistema **MDOF** (Multi Degree Of Freedom). En la figura 3.1, a la izquierda se indica el sistema MDOF, para una estructura de pisos, se indican los grados de libertad numerados desde abajo hacia arriba y a la derecha se indica el sistema SDOF, de un grado de libertad.



**Figura 3.1** Modelos de análisis de una estructura MDOF y SDOF.

El procedimiento indicado en el párrafo anterior tiene incertidumbres pero se los corrige mediante factores de ajuste que son inciertos, que tienen un fundamento probabilístico, tema que no es abordado en el presente capítulo. Lo que interesa, por ahora, es saber definir el SDOF.

### 3.2 TEORÍA BÁSICA

Varios son los modelos de análisis que se han desarrollado para pasar de un sistema MDOF a un sistema SDOF. Algunos de ellos tienen un fundamento en común, basado en la dinámica de estructuras, cuya teoría se indica a continuación.

El sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan los problemas dinámicos en sistemas MDOF, está definido por la ecuación (3.1).

$$M \ddot{D} + C \dot{D} + KD = Q \quad (3.1)$$

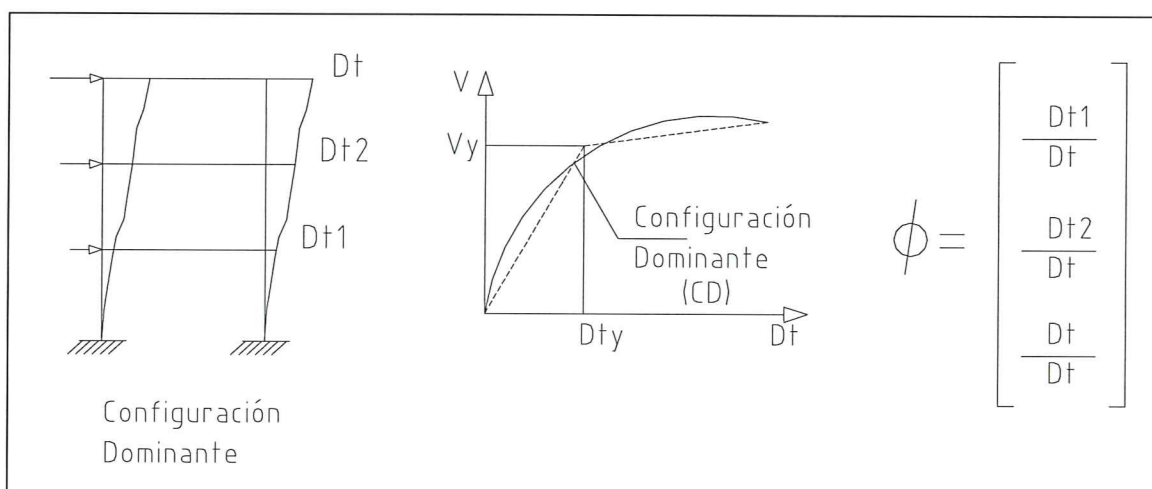
donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{K}$ , son las matrices de masa, amortiguamiento y de rigidez;  $\mathbf{D}$ ,  $\dot{\mathbf{D}}$  y  $\ddot{\mathbf{D}}$  son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración;  $\mathbf{Q}$ , es el vector de cargas generalizadas. Para el análisis sísmico con una sola componente de movimiento del suelo el vector  $\mathbf{Q}$ , es igual a:

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{M} \mathbf{J} \ddot{U} g(t) \quad (3.2)$$

siendo,  $\ddot{U} g(t)$  la aceleración del suelo definida por un acelerograma. Por otra parte, para el análisis sísmico plano con un grado de libertad por piso, el vector  $\mathbf{J}$  es unitario.

Se define el vector  $\phi$ , como el vector dominante que se obtiene del análisis estático no lineal, normalizado a la unidad en el último piso, para ello los desplazamientos laterales se dividen para el desplazamiento máximo en el tope  $D_t$ . En la figura 3.2, se indica lo anotado.

En realidad el vector  $\phi$ , corresponde al primer modo de vibración de la estructura. En el análisis estático no lineal se considera que la estructura responde en el primer modo.



**Figura 3.2** Esquema de la determinación del vector  $\phi$  en la configuración dominante.

Por otro lado la ecuación del movimiento en la configuración dominante, en el sistema SDOF, viene dada por la ecuación (3.3).

$$m_1 \ddot{d} + c_1 \dot{d} + k_1 G(d, \dot{d}) = -Q_1 \quad (3.3)$$

donde  $G(d, \dot{d})$ , es una función de respuesta que contempla el comportamiento no lineal.  $d$ ,  $\dot{d}$  y  $\ddot{d}$ , son el desplazamiento, velocidad y aceleración.

La ecuación (3.1) corresponde a un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas<sup>(6)</sup>, para la solución numérica se acostumbra desacoplar el sistema, para ello se efectúa una transformación de coordenadas de la forma:

$$\mathbf{D} = \Phi \boldsymbol{\eta}$$

donde  $\Phi$ , es la matriz modal, cuyas columnas son los modos de vibración de la estructura. En efecto, la primera columna corresponde al primer modo, la segunda columna al segundo modo y así sucesivamente.

Si en el desacoplamiento, se trabaja únicamente con el primer modo de vibración, la ecuación diferencial del movimiento resulta:

$$m_1 \ddot{\eta}_1 + c_1 \dot{\eta}_1 + k_1 \eta_1 = Q_1^*$$

$$\ddot{\eta}_1 + 2\xi \omega_n \dot{\eta}_1 + \frac{k_1}{m_1} \eta_1 = \frac{\phi^t M J U g''(t)}{m_1}$$

Donde,  $\xi$ , es el coeficiente de amortiguamiento con respecto al crítico;  $\omega_n$ , es la frecuencia natural de vibración; todo esto referido al primer modo. Para no desviar la atención, se describen solamente las variables que interesan para la obtención de los diferentes modelos de un grado de libertad. De la dinámica de estructuras se conoce<sup>(6)</sup> que:

$$k_1 = \phi^t K \phi \quad (3.4)$$

$$m_1 = \phi^t M \phi \quad (3.5)$$

$$\gamma = \frac{\phi^t M J}{m_1} \quad (3.6)$$

donde  $\gamma$ , es el factor de participación dinámica. Lo importante es resaltar que en la ecuación diferencial del movimiento para el sistema MDOF, se está trabajando con un solo modo de vibración y que el mismo se obtiene del análisis estático no lineal para un punto que se encuentra a la izquierda del desplazamiento de fluencia  $D_{ty}$  y muy cercano a este punto, como lo indica la figura 3.2

Por otro lado, la relación entre el desplazamiento en el tope del edificio  $D_t$ , en el sistema MDOF y el desplazamiento  $d$ , en el sistema SDOF, viene dada por:

$$D_t = \gamma d \quad (3.7)$$

Las ecuaciones indicadas en el presente apartado, son la base para la formulación de algunos modelos SDOF. En este capítulo únicamente se analizan tres modelos, que son:

- Modelo 1.- Propuesto por Instituto de Ingeniería de la UNAM, en 1994.
- Modelo 2.- Propuesto por Peter Fajfar y Peter Gaspersic en 1996.
- Modelo 3.- Propuesto por Instituto de Ingeniería de la UNAM, en 1999.

### 3.3 MODELOS SDOF

Sean  $m$ ,  $k$  y  $\omega$ , la masa, rigidez y frecuencia natural del sistema SDOF, que se desean encontrar para el sistema simplificado de referencia. La ecuación diferencial del movimiento, para este caso es la siguiente:

$$m \ddot{d} + 2\xi \omega m \dot{d} + k g(d, \dot{d}) = -m \ddot{u}_g(t)$$

Para el rango elástico, que es el caso que consideran la mayor parte de modelos la ecuación queda:

$$m \ddot{d} + 2\xi \omega m \dot{d} + k d = -m \ddot{u}_g(t) \quad (3.8)$$

### 3.3.1 Modelo 1

En realidad los modelos propuestos por el Instituto de Ingeniería de la UNAM en 1994<sup>(3)</sup> y en 1999<sup>(5)</sup> son muy parecidos. El modelo 1, se obtiene al igualar la frecuencia natural de vibración,  $\omega_n$  del sistema MDOF para la configuración dominante, con la frecuencia natural  $\omega$  del sistema SDOF.

Para el **rango elástico**, se tiene que la fuerza restauradora en la configuración dominante del MDOF, en función de  $\omega_n$ , puede escribirse de la forma:

$$\frac{k_1}{m_1} = \omega_n^2 D_t \quad (3.9)$$

Por otra parte, para el sistema SDOF, se tiene:

$$\frac{k}{m} = \omega^2 d \quad (3.10)$$

Al reemplazar (3.7) en (3.9) e igualar las frecuencias de vibración, se obtiene:

$$\frac{k_1}{\gamma m_1} = \frac{k}{m} \quad (3.11)$$

De donde, la rigidez  $k$ , y la masa  $m$ , del sistema simplificado SDOF, valen:

$$k = k_1 \quad (3.12.1)$$

$$m = \gamma m_1 \quad (3.12.2)$$

### 3.3.2 Modelo 2

Fajfar y Gaspersic<sup>(4)</sup>, dan un significado más amplio a la forma de la ecuación (3.7), que permite pasar los desplazamientos del sistema SDOF al sistema MDOF. Dan un significado más amplio en el sentido de que por medio del factor  $\gamma$  se puede obtener una fuerza, un cortante y una energía, en el sistema MDOF a partir del SDOF. En efecto, definen:

$$R = \gamma R^* \quad (3.13)$$

donde  $R^*$ , puede ser un desplazamiento que se ha denominado  $d$ , en el presente capítulo, puede ser una fuerza o un cortante, todo esto en el sistema SDOF y  $R$  es su equivalente en el sistema MDOF.

Sean  $V_y$  y  $D_{ty}$ , el cortante basal y desplazamiento en el tope de un edificio a nivel de fluencia, en el sistema MDOF y sean  $v_y$  y  $d_y$ , lo propio pero en el sistema SDOF. De acuerdo a la ecuación (3.13), se tiene:

$$D_{ty} = \gamma d_y \quad (3.14)$$

$$V_y = \gamma v_y \quad (3.15)$$

Por otra parte en el sistema SDOF para el rango elástico se sabe que la rigidez  $k$  es igual al cortante  $v_y$  dividido para el desplazamiento  $d_y$ . Al utilizar las ecuaciones (3.14) y (3.15), se tiene:

$$k = \frac{V_y}{D_{ty}} \quad (3.16.1)$$

Por otra parte, Fajfar y Gaspersic<sup>(4)</sup> determinan la masa del sistema SDOF con la ecuación (3.16.2). En la cual  $m_i$  es la masa del piso  $i$ , y  $\phi_i$ , es la forma modal en el piso  $i$ .

$$m = \sum m_i \phi_i \quad (3.16.2)$$

La ecuación (3.16.2), es la misma que la ecuación (3.12.2) pero escrita de otra forma. En efecto si en (3.12.2) se reemplaza el valor de  $\gamma$ , y se considera que el vector  $\mathbf{J}$  es unitario para el caso plano, se obtiene la ecuación (3.16.2).

### 3.3.3 Modelo 3

En este modelo se igualan los cortantes en la base de los sistemas MDOF y SDOF y la frecuencia de vibración de los dos sistemas.

Al igualar los cortantes  $V$ , del sistema MDOF, que se ha obtenido al considerar un solo modo de vibración en la configuración dominante y  $v$  del sistema SDOF, se tiene:

$$V = J' K \phi D_t = \phi' K J D_t = r k_1 D_t \quad (3.17)$$

$$r = \frac{\phi' K J}{k_1} \quad (3.18)$$

$$v = k d \quad (3.19)$$

$$r k_1 D_t = k d \quad (3.20)$$

La ecuación (3.17) se obtiene escribiendo de otra manera que el cortante basal  $V$ , es igual a la suma de las fuerzas laterales que actúan a nivel de piso.

Al reemplazar (3.7) en (3.20) y luego de simplificar el desplazamiento  $d$ , se obtiene:

$$k = r \gamma k_1 \quad (3.21.1)$$

Por otra parte, al igualar las frecuencias de vibración se encuentra:

$$\frac{k_1}{m_1} = \frac{k}{m} = \frac{r \gamma k_1}{m}$$

$$m = r \gamma m_1 \quad (3.21.2)$$

**Tabla 3.1** Ecuaciones que definen los modelos del sistema SDOF

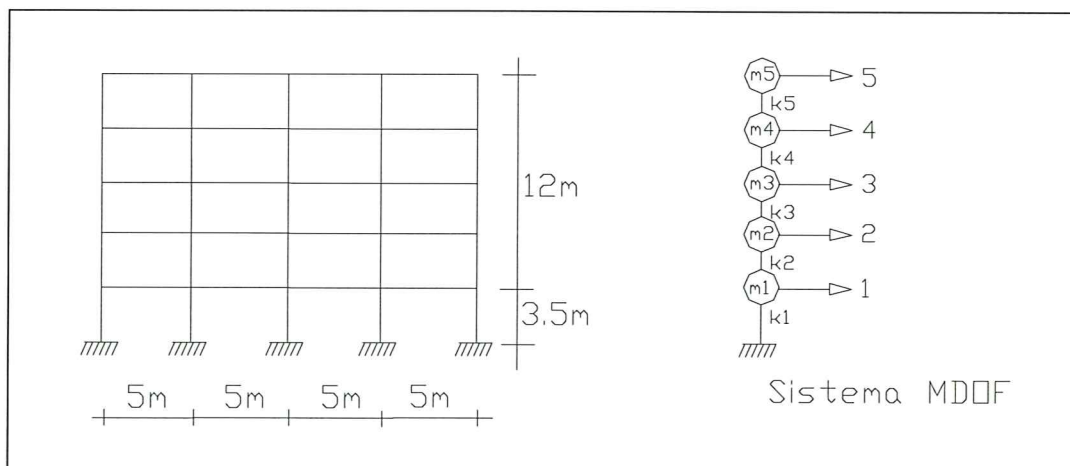
Parámetro	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Masa $m$	$m = \gamma m_1$	$m = \sum m_i \phi_i$	$m = r \gamma m_1$
Rigidez $k$	$k = k_1$	$k = \frac{v_y}{D_{ty}}$	$k = r \gamma k_1$

### 3.4 EJEMPLO NUMÉRICO

Se desea encontrar el modelo simplificado SDOF, de la estructura indicada en la figura 3.3, para cada uno de los tres modelos indicados en el párrafo anterior, si del análisis del pushover se determinó que  $V_y = 136.983 T$  y  $D_{ty} = 7.11 cm$ .

Por otra parte, el vector  $\phi$ , para la configuración dominante que se seleccionó del pushover, es:

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.29102 \\ 0.55141 \\ 0.78423 \\ 0.92141 \\ 1.00000 \end{bmatrix}$$



**Figura 3.3** Descripción de la estructura de análisis y numeración de las coordenadas laterales de piso.

En la tabla 3.2, se indica la rigidez de piso y la masa de cada una de las plantas de la estructura de la figura 3.2

**Tabla 3.2** Masa y rigidez de piso, de la estructura de la figura 3.3

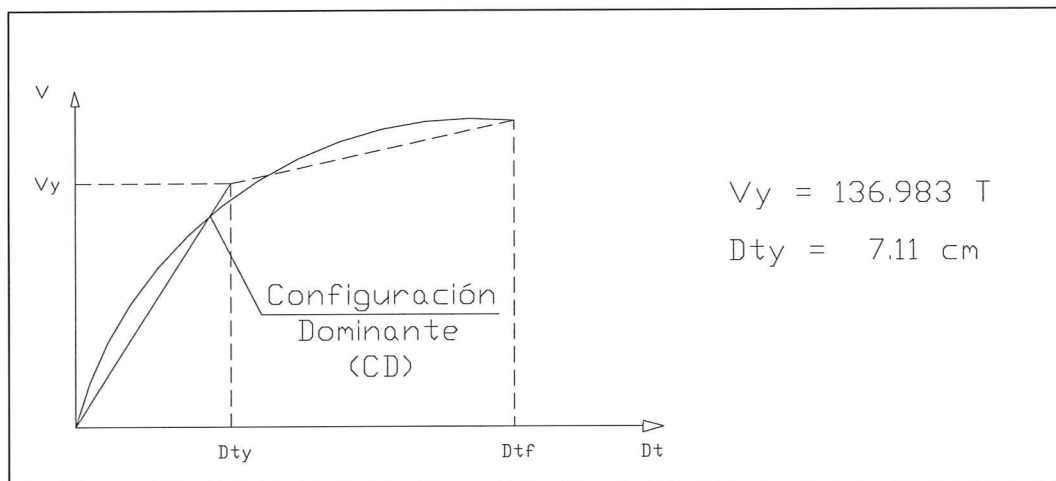
Piso	Masa	Rigidez
	T m / s <sup>2</sup>	T / m
1	7.3449	4325.750
2	6.8582	4276.235
3	6.8922	3746.893
4	5.9745	2666.730
5	5.6161	1611.497

• **SOLUCIÓN**

En la figura 3.4, se presenta la curva de capacidad resistente del ejemplo y en ella se indica el punto de configuración dominante seleccionado, denominado CD, el mismo que se encuentra a la izquierda del desplazamiento de fluencia de la estructura  $D_{ty}$ .

Desde un punto de vista riguroso, la estructura ingresa al rango no lineal cuando alguna de sus secciones alcanzó a la resistencia máxima del concreto a tracción. En ese instante la matriz de rigidez de la estructura ya no es la del rango elástico, es ligeramente menor. Por este motivo en la figura 3.4, se observa que la curva que va desde el origen de coordenadas hasta el punto de fluencia, no es una recta, tiende a una recta pero no lo es.

Por lo tanto, la matriz de rigidez  $K$ , que se debe seleccionar para el análisis es aquella que está asociada a la configuración dominante seleccionada. Como aproximación se puede trabajar con la matriz de rigidez del rango elástico.



**Figura 3.4** Curva de capacidad resistente y selección del punto de configuración dominante.

Por otra parte, se debe trabajar con la matriz de rigidez lateral, asociada a las coordenadas laterales indicada en la figura 3.3, la misma que se obtiene por condensación estática de la matriz de rigidez completa.

En este ejercicio, el cálculo de la matriz de rigidez de la estructura  $K$ , se le determina como si se tratara de un *edificio de corte*, que es una aproximación que viene bastante bien con el procedimiento simplificado que se está encontrando. Para los grados de libertad de la figura 3.3, la matriz de rigidez es la siguiente:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 \end{bmatrix}$$

donde  $k_i$ , es la rigidez del piso  $i$ . Al reemplazar los valores de la tabla 3.2, se obtiene:

$$K = \begin{bmatrix} 8601.985 & -4276.2356 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -4276.2356 & 8023.1280 & -3746.893 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -3746.893 & 6413.623 & -2666.73 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -2667.73 & 4728.227 & -1611.497 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1611.497 & 1611.497 \end{bmatrix}$$

La matriz de Masas de la estructura de la figura 3.3, resulta:

$$M = \begin{bmatrix} 7.3449 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.8582 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.8922 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.9745 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.611 \end{bmatrix}$$

- Cálculo de  $k_1 = \phi^t K \phi$

$$k_1 = \begin{bmatrix} 0.29102 & 0.55141 & 0.78423 & 0.92141 & 1.00000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8601.985 & -4276.2356 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -4276.2356 & 8023.1280 & -3746.893 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -3746.893 & 6413.623 & -2666.73 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -2667.73 & 4728.227 & -1611.497 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1611.497 & 1611.497 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.29102 \\ 0.55141 \\ 0.78423 \\ 0.92141 \\ 1.00000 \end{bmatrix} = 919.53815$$



- Cálculo de  $m_1 = \phi^t M \phi$

$$m_1 = [0.29102 \quad 0.55141 \quad 0.78423 \quad 0.92141 \quad 1.00000]$$

$$\begin{bmatrix} 7.3449 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.8582 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.8922 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.9745 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.611 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.29102 \\ 0.55141 \\ 0.78423 \\ 0.92141 \\ 1.00000 \end{bmatrix} = 17.6346$$

- Cálculo de  $\gamma = \frac{\phi^t M J}{m_1}$

$$\gamma = \frac{[0.29 \quad 0.55 \quad 0.78 \quad 0.92 \quad 1] \begin{bmatrix} 7.34 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.85 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.89 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.61 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{17.6346} = 1.2728$$

- SDOF con Modelo 1

$$m = \gamma m_1 = 1.2728 \times 17.6346 = 22.44453 \frac{T s^2}{m}$$

$$k = k_1 = 919.5385 \frac{T}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 6.4006 \frac{1}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.9816 s$$

$$d_y = \frac{D_{ty}}{\gamma} = \frac{7.11}{1.2728} = 5.586 cm$$

$$v_y = k d_y = 919.5385 \times 0.05586 = 51.3654 T$$

- SDOF con Modelo 2

$$m = \sum m_i \phi_i = 7.3449 \times 0.29102 + 6.8582 \times 0.55141$$

$$+ 6.8922 \times 0.78423 + 5.9745 \times 0.92141 + 5.611 \times 1$$

$$m = 22.4453 \frac{T s^2}{m}$$

$$k = \frac{V_y}{D_{ty}} = \frac{136.983}{0.0711} = 1926.6244 \frac{T}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 9.2648 \frac{1}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.6782 s$$

$$d_y = \frac{D_{ty}}{\gamma} = \frac{7.11}{1.2728} = 5.586 cm$$

$$v_y = k d_y = 1926.6244 \times 0.05586 = 107.6212 T$$

- SDOF con Modelo 3

$$r = \frac{\phi^t K J}{k_1} = 1.36903$$

$$m = r \gamma m_1 = 1.36903 \times 1.2728 \times 17.6346 = 30.7284 \frac{T s^2}{m}$$

$$k = r \gamma k_1 = 1.36903 \times 1.2728 \times 919.5385 = 1602.3066 \frac{T}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 7.2211 \frac{1}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.8701 s$$

$$d_y = \frac{D_{ty}}{\gamma} = \frac{7.11}{1.2728} = 5.586 cm$$

$$v_y = k d_y = 1602.3066 \times 0.05586 = 89.5048 T$$

Se destaca que en el modelo 3, se igualan los cortantes del sistema MDOF, trabajando con un solo modo de vibración y para una configuración dominante que se encuentra en la zona elástica. Se igualan los cortantes con el del sistema simplificado de referencia pero esto no necesariamente implica que  $V_y = v_y$ .

En la tabla 3.3, se indican los resultados obtenidos, con los diferentes modelos, en forma resumida.

**Tabla 3.3** Resumen de los valores obtenidos con los diferentes modelos del ejemplo resuelto.

Parámetro	Variable	Unidad	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Masa	$m$	$\frac{T s^2}{m}$	22.4453	22.4453	30.7284
Rigidez	$k$	$\frac{T}{m}$	919.5385	1926.6244	1602.3066
Frecuencia	$\omega$	$\frac{1}{s}$	6.4006	9.2648	7.2211
Período	$T$	$s$	0.9816	0.6782	0.8701
Desplazamiento	$d_y$	$cm$	5.586	5.586	5.586
Cortante	$v_y$	$T$	51.3654	107.6212	89.5048

Se han presentado tres formas de obtener los sistemas simplificados de un grado de libertad SDOF, dos de ellos fueron propuestos por el Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de México por lo que son muy parecidos en su formulación y el tercero tiene como variante fundamental, el hecho de que obtiene la rigidez del sistema simplificado a partir del cortante y desplazamiento de fluencia.

Se han presentado únicamente tres modelos pero se destaca que existe una gran cantidad de modelos para obtener el sistema simplificado de referencia SDOF, uno de ellos es el propuesto por el FEMA 273, descrito en referencia ( 7 ), en el que se trabaja con la rigidez secante, la misma que se obtiene en la curva de capacidad resistente, para un cortante basal igual a  $0.6 V_y$ . La masa del sistema de referencia SDOF, se determina a partir del período  $T_e$ .

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (3.22)$$

donde,  $K_i$  y  $T_i$ , son la rigidez y período del sistema elástico y  $K_e$ , es la rigidez secante. Una vez determinado el período para el sistema SDOF se halla la masa equivalente.

### 3.5 SUBPROGRAMA SDOF

El subprograma **SDOF**, determina el modelo simplificado de referencia de un grado de libertad, utilizando el modelo 3. El subprograma reporta por pantalla, lo siguiente:

- ◆ Factor de participación dinámica  $\gamma$ .
- ◆ Factor  $r$ , que se define en el modelo 3.

- ◆ Masa del sistema simplificado de referencia,  $m$ .
- ◆ Rigidez del sistema simplificado de referencia,  $k$ .
- ◆ Frecuencia natural de vibración del sistema simplificado de referencia,  $\omega$ .
- ◆ Período del sistema simplificado de referencia,  $T$ .
- ◆ Desplazamiento de fluencia del sistema simplificado de referencia,  $d_y$ .
- ◆ Cortante de fluencia del sistema simplificado de referencia,  $v_y$ .
- ◆ Pendiente post fluencia del sistema simplificado de referencia.

En el subprograma **CAPACIDAD**, se selecciona la configuración dominante del sistema,  $\phi$ , la misma que debe estar en el rango elástico y que esté muy próxima al desplazamiento de fluencia  $D_{ly}$ . Este vector se transfiere al subprograma **SDOF**.

Por otra parte, también se transfieren la matriz de Masas  $M$ , y la matriz de rigidez de la estructura  $K$ , en el rango elástico, considerando nudos rígidos. En el subprograma **CAPACIDAD**, se trabaja con todos los grados de libertad de la estructura; para el efecto, se han numerado primero los desplazamientos laterales de cada uno de los pisos empezando desde el primero hasta el último y después se numeran los desplazamientos verticales y rotaciones de cada uno de los nudos. En el subprograma **SDOF**, se determina la matriz de rigidez asociada a las coordenadas laterales de piso, empleando la condensación estática de la matriz de rigidez.

Con relación a la estructura indicada en la figura 2.6, que se está utilizando para mostrar el uso de los subprogramas **CAPACIDAD**, **MBCAP**, indicados en el capítulo 2 y del subprograma **SDOF**. Se tiene lo siguiente:

$$M = \begin{bmatrix} 1.306 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.306 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.306 \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.21049 \\ 0.61164 \\ 1.00000 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 12607.6803 & -7259.1083 & 1720.9990 \\ -7259.1083 & 8890.4149 & -3922.1006 \\ 1720.9990 & -3922.1006 & 2580.0206 \end{bmatrix}$$

❖ El subprograma **SDOF**, reporta:

▪ Factor de participación dinámica	1.2846
▪ Factor r	0.8924
▪ Masa del sistema SDOF	2.1235 $\frac{T s^2}{m}$
▪ Rigidez del sistema SDOF	598.5063 $\frac{T}{m}$

▪ Frecuencia del sistema SDOF	16.7882	$\frac{1}{s}$
▪ Período del sistema SDOF	0.3743	$s$
▪ Desplazamiento de fluencia del sistema SDOF $d_y$	0.052	$m$
▪ Cortante de fluencia del sistema SDOF $v_y$	31.1376	$T$
▪ Pendiente post fluencia del sistema SDOF	9.2194	

Los valores que reporta el programa no se ha guardado en un archivo para que el usuario tenga la libertad de encontrar la respuesta lineal o no lineal empleando los subprogramas **NOLIN** o **NLSPEC**, que se indican en el próximo capítulo. Si desea puede encontrar la respuesta dinámica empleando espectros ya publicados. Para que tenga esta libertad, es que se ha desencadenado el uso de los programas.

## REFERENCIAS

1. Y. Park, A. Reinhorn and S. Kunnath, "IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete frame shear-wall structures", *National Center for Earthquake Engineering Research*, Technical Report **NCEER-87-0008**, State University of New York at Buffalo, 1987.
2. R. Aguiar, " Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE*, ISBN 84-87867-43-X, **CIMNE IS-30**, 99 p, Barcelona, 1996.
3. M. Rodriguez, " A Measure of the capacity of earthquake ground motions to damage structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **Vol 23**, 627-643, 1994.
4. P. Fajfar y P. Gaspersic, " The N2 Method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **Vol 25**, 31-46, 1996.
5. L. Esteva, " Diseño sísmico basado en desempeño: tendencias y retos", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 28p, Morelia, México, 1999.
6. R Aguiar, " Análisis Dinámico Espacial", *Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, 270 p, Quito, Ecuador, 1989.
7. FEMA 273 y 274 NEHRP, " Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", *Federal Emergency Management Agency*, 1996

## **CAPITULO 4**

---

### **ANÁLISIS LINEAL, NO LINEAL Y ESPECTROS INELÁSTICOS. SUBPROGRAMAS NOLIN Y NLSPEC**

Se presenta el marco teórico, con ejemplos resueltos para el análisis lineal y no lineal de sistemas de un grado de libertad SDOF, empleando el método de aceleración lineal. Evidentemente la respuesta en el tiempo debe encontrarse utilizando un programa de computación, lo deseable es que el lector elabore su propio programa, por este motivo se presenta en las tablas 4.1 y 4.2 los resultados que se esperan de dos ejemplos que se han realizado, el primero empleando análisis lineal y el segundo con análisis no lineal utilizando un modelo constitutivo elasto plasto, que es el más elemental que existe.

Posteriormente, se describe con detalle como se debe elaborar un programa para análisis no lineal en un sistema SDOF. Es importante contar con dos subrutinas la una para definir en que rama del modelo constitutivo se encuentra el sistema y la otra para determinar los puntos de ingreso a cada una de las ramas del modelo.

Luego, se presenta la teoría orientada a la obtención de espectros inelásticos. Con el formulario desarrollado es factible obtener diferentes tipos de espectros, únicamente se obtienen para resistencia sísmica constante y para una demanda de ductilidad constante. Estos últimos son muy utilizados en la Ingeniería Sismo Resistente.

Finalmente, se indica el uso del subprograma **NOLIN**, que sirve para el análisis lineal y no lineal de un sistema SDOF. Se indica además el uso del subprograma **NLSPEC**, que sirve para encontrar espectros inelásticos para una *resistencia sísmica constante* o para una *demanda de ductilidad constante*. En los dos programas se considera un modelo constitutivo bilineal con deterioro de rigidez post fluencia. Los programas han sido elaborados en Fortran.

## 4.1 INTRODUCCION

En el Análisis Sísmico por Performance, se necesita encontrar la respuesta lineal o no lineal, de un sistema de un grado de libertad SDOF, ante una excitación sísmica, empleando alguno de los métodos denominados de paso a paso.

En las publicaciones de Dinámica de Estructuras, se encuentra bastante bien documentado el análisis lineal para sistemas SDOF pero no lo está para el análisis no lineal, tema que interesa ilustrar su cálculo. Para lograr este objetivo es necesario primero presentar la teoría de análisis lineal pero en forma incremental, para poder extender los resultados al análisis no lineal.

## 4.2 ANÁLISIS LINEAL

Se presenta el *Método de la Aceleración Lineal*, para encontrar la respuesta dinámica. Es un método muy sencillo, que reporta resultados satisfactorios y por ello es muy utilizado en la práctica. El método considera, que en la respuesta del sistema la aceleración entre dos instantes de tiempo varía en forma lineal, como lo ilustra la figura 4.1, en su parte superior.

Sea  $d_i$ ,  $\dot{d}_i$  y  $\ddot{d}_i$ , el desplazamiento, velocidad y aceleración en el tiempo discreto  $t_i$  y sea  $d_{i+1}$ ,  $\dot{d}_{i+1}$  y  $\ddot{d}_{i+1}$ , lo propio pero en el tiempo discreto  $t_{i+1}$ . Al considerar variación lineal de la respuesta de aceleración se tiene para el intervalo  $t$  comprendido entre  $t_i$  y  $t_{i+1}$ .

$$\ddot{d}(t) = \ddot{d}_i + \frac{\Delta \ddot{d}}{\Delta t} (t - t_i) \quad (4.1)$$

$$\Delta \ddot{d} = \ddot{d}_{i+1} - \ddot{d}_i \quad (4.2)$$

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (4.3)$$

Al integrar una vez la ecuación (4.1) se encuentra la velocidad en función de una constante de integración, la misma que se obtiene al reemplazar las condiciones de borde para  $t_i$ . De igual forma se procede para encontrar la ecuación que define el desplazamiento. Estas ecuaciones están indicadas en la figura 4.1 y son:

$$\dot{d}(t) = \dot{d}_i + \ddot{d}_i (t - t_i) + \frac{\Delta \ddot{d}}{2\Delta t} (t - t_i)^2 \quad (4.4)$$

$$d(t) = d_i + \dot{d}_i (t - t_i) + \frac{\ddot{d}_i}{2} (t - t_i)^2 + \frac{\Delta \ddot{d}}{6\Delta t} (t - t_i)^3 \quad (4.5)$$

Al reemplazar  $t = t_{i+1}$  en las ecuaciones (4.4) y (4.5) se obtienen las expresiones para el cálculo de la velocidad y desplazamiento en el tiempo discreto  $t_{i+1}$ . Estas son:

$$\dot{d}_{i+1} = \dot{d}_i + \ddot{d}_i \Delta t + \frac{\Delta \ddot{d}}{2} \Delta t \quad (4.6)$$

$$d_{i+1} = d_i + \dot{d}_i \Delta t + \frac{\ddot{d}_i}{2} \Delta t^2 + \frac{\Delta \ddot{d}}{6} \Delta t^2 \quad (4.7)$$

Por otro lado, las ecuaciones del movimiento para los tiempos discretos  $t_i$  y  $t_{i+1}$ , son:

$$m \ddot{d}_i + c \dot{d}_i + k d_i = Q_i \quad (4.8)$$

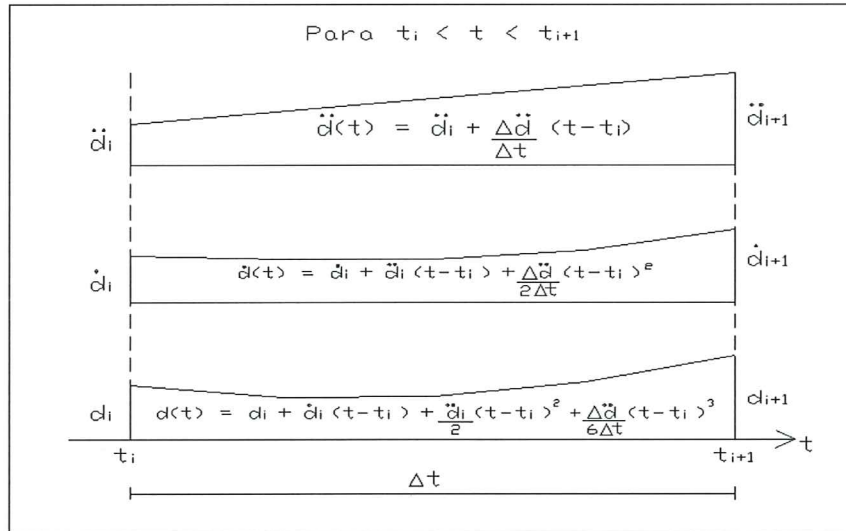
$$m \ddot{d}_{i+1} + c \dot{d}_{i+1} + k d_{i+1} = Q_{i+1} \quad (4.9)$$

donde  $Q_i$  y  $Q_{i+1}$  son las cargas que actúan en el instante  $t_i$  y  $t_{i+1}$ . Por otra parte,  $m$ ,  $c$  y  $k$ , son la masa, amortiguamiento y rigidez en el sistema SDOF. Al restar las ecuaciones (4.9) y (4.8) se obtiene:

$$m \Delta \ddot{d} + c \Delta \dot{d} + k \Delta d = \Delta Q \quad (4.10)$$

$$\Delta \dot{d} = \dot{d}_{i+1} - \dot{d}_i \quad (4.11)$$

$$\Delta d = d_{i+1} - d_i \quad (4.12)$$



**Figura 4.1.-** Respuesta del sistema en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento para un intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

Al reemplazar (4.6) y (4.7) en (4.11) y (4.12) se obtienen los incrementos de velocidad y desplazamiento.

$$\Delta \dot{d} = \ddot{d}_i \Delta t + \frac{\Delta \ddot{d}}{2} \Delta t \quad (4.13)$$

$$\Delta d = \dot{d}_i \Delta t + \frac{\ddot{d}_i}{2} \Delta t^2 + \frac{\Delta \ddot{d}}{6} \Delta t^2 \quad (4.14)$$

Al sustituir (4.13) y (4.14) en (4.10), se obtiene:

$$M^* \Delta \ddot{d} = \Delta Q_i^* \quad (4.15)$$

$$M^* = m + \frac{c \Delta t}{2} + \frac{k \Delta t^2}{6} \quad (4.16)$$

$$\Delta Q_i^* = \Delta Q - \ddot{d}_i \left( c \Delta t + \frac{k}{2} \Delta t^2 \right) - \dot{d}_i k \Delta t \quad (4.17)$$



#### 4.2.1 Procedimiento de Cálculo

El procedimiento de cálculo para encontrar la respuesta lineal de un sistema SDOF, aplicando el método de aceleración lineal, es el siguiente:

- 1) Sobre la base de las condiciones de borde se determina  $d_i$ ,  $\dot{d}_i$  y  $\ddot{d}_i$ . Normalmente  $d_i$  y  $\dot{d}_i$  son cero pero si en  $t = 0$  existe carga  $Q_i$ , se debe encontrar la aceleración mediante la ecuación diferencial del movimiento.
- 2) Se determina la masa equivalente del sistema  $M^*$  mediante la ecuación (4.16).
- 3) Para cada instante de tiempo se determina:
  - 3.1) El incremento de carga  $\Delta Q_i^*$ , con la ecuación (4.17).
  - 3.2) El incremento de aceleración  $\Delta \ddot{d}$ , con la ecuación (4.15).

$$\Delta \ddot{d} = \frac{\Delta Q_i^*}{M^*}$$

- 3.3) Los incrementos de velocidad  $\Delta \dot{d}$  y de desplazamientos  $\Delta d$ , con las ecuaciones (4.13) y (4.14).
- 3.4) El desplazamiento, velocidad y aceleración en el tiempo discreto  $t_{i+1}$ .

$$d_{i+1} = d_i + \Delta d$$

$$\dot{d}_{i+1} = \dot{d}_i + \Delta \dot{d}$$

$$\ddot{d}_{i+1} = \ddot{d}_i + \Delta \ddot{d}$$

- 3.4) Los valores obtenidos en el tiempo  $t_{i+1}$  se asignan a  $t_i$ .

$$d_i = d_{i+1}$$

$$\dot{d}_i = \dot{d}_{i+1}$$

$$\ddot{d}_i = \ddot{d}_{i+1}$$

Para un nuevo incremento de tiempo se repite desde el paso tres.

Es importante destacar que en el Análisis Lineal, la masa equivalente  $M^*$  se determina una sola vez, por este motivo se lo calculo en el paso dos. En Análisis No Lineal se debe determinar en cada instante de tiempo debido a que la rigidez va cambiando de acuerdo al grado de daño que experimenta.

#### 4.2.2 Ejemplo de Análisis Lineal

Se desea encontrar la respuesta lineal de la estructura indicada en la figura 4.2, a la izquierda. Ante la fuerza  $Q(t)$ , indicada a la derecha. Los datos del sistema SDOF, son:  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $s^2/cm$ ,  $c = 20 \text{ kg s/cm}$ ,  $k = 1000 \text{ kg/cm}$ . Calcular con  $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ .

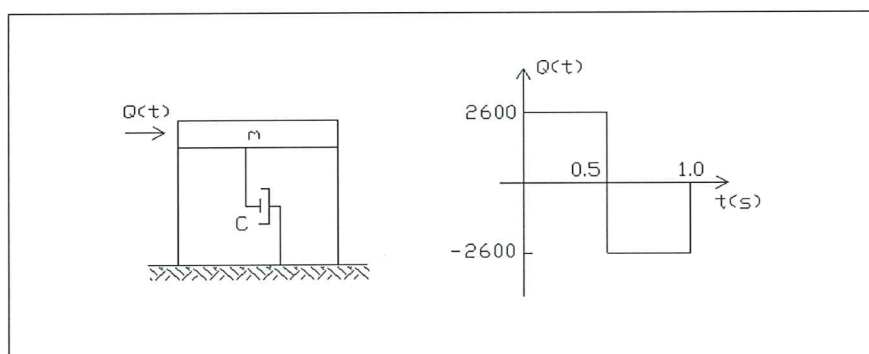
Figura 4.2.- Descripción del sistema SDOF y la carga  $Q(t)$  para ejemplo de análisis lineal.

Tabla 4.1.- Resultados del análisis lineal del ejemplo descrito en figura 4.2

t s	$\Delta Q^*$ Kg	$\Delta \ddot{d}$ cm/s <sup>2</sup>	$\ddot{d}$ cm/s <sup>2</sup>	$\Delta \dot{d}$ cm/s	$\dot{d}$ cm/s	$\Delta d$ cm	d cm
0 00			260 000		0 000		0 000
0 05	-585 000	-53 588	206 412	11 660	11 660	0 303	0 303
0 10	1047 443	-95 949	110 463	7 922	19 582	0 801	1 104
0 15	-1227 652	-112 457	-1 993	2 712	22 294	1 070	2 174
0 20	-1110 212	-101 699	103 692	2 642	19 652	1 070	3 244
0 25	-749 282	-68 637	-172 329	-6 901	12 751	0 824	4 068
0 30	-249 824	-22 885	-195 213	-9 189	3 563	0 413	4 481
0 35	261 094	23 917	171 296	-9 163	-5 600	-0 056	4 425
0 40	665 418	60 954	-110 342	-7 041	-12 641	-0 469	3 956
0 45	880 319	80 640	-29 702	-3 501	-18 142	-0 736	3 220
0 50-	873 934	80 055	50 353	0 516	-15 626	-0 811	2 409
0 50+	-4532 003	-520 000	-469 647	0 000	-15 626	0 000	2 409
0 55	1837 997	168 366	-301 281	-19 273	-34 899	-1 298	1 111
0 60	2422 833	221 939	-79 342	-9 516	-44 415	-2 029	-918
0 65	2399 249	219 779	140 437	1 527	-42 887	-2 228	-3 147
0 70	1828 380	167 485	307 922	11 209	-31 678	-1 899	-5 046
0 75	891 090	81 627	389 548	17 437	-14 242	-1 165	-6 211
0 80	-164 407	-15 060	374 488	19 101	4 859	-231	-6 442
0 85	-1085 567	-99 441	275 047	16 238	21 098	0 670	-5 772
0 90	-1673 743	-153 320	121 727	9 919	31 017	1 335	-4 438
0 95	-1824 740	-167 152	-45 425	1 908	32 925	1 633	-2 804
1 00-	-1544 026	-141 437	-186 862	-5 807	27 117	1 531	-1 274
1 00+	1664 567	260 000	73 138	000	27 117	000	-1 274
1 05	-1520 433	-139 276	-66 139	175	27 292	1 389	116
1 10	-1215 810	-111 372	-177 511	-6 091	21 201	1 236	1 351
1 15	-660 661	-60 519	-238 029	-10 388	10 813	813	2 164
1 20	-5 070	-464	-238 494	-11 913	-1 100	243	2 407
1 25	591 628	54 195	-184 299	-10 570	-11 670	-331	2 076
1 30	998 180	91 436	-92 862	-6 929	-18 599	-776	1 301
1 35	1138 899	104 327	11 464	-2 035	-20 634	-1 003	298
1 40	1005 912	92 145	103 609	2 877	-17 757	-979	-681
1 45	654 745	59 977	163 586	6 680	-11 077	-733	-1 414
1 50	185 804	17 020	180 606	8 605	-2 473	-342	-1 757
1 55	-282 731	-25 899	154 707	8 383	5 910	091	-1 665
1 60	-643 599	-58 956	95 751	6 261	12 172	464	-1 201
1 65	-824 021	-75 483	20 268	2 900	15 072	697	504
1 70	-799 209	-73 210	-52 942	-817	14 255	748	244
1 75	-593 645	-54 380	-107 321	-4 007	10 249	624	868
1 80	-270 962	-24 821	-132 142	-5 987	4 262	368	1 236
1 85	84 215	7 714	124 128	6 414	2 152	051	1 287
1 90	387 570	35 503	88 925	5 374	7 486	248	1 039
1 95	574 381	52 615	-36 310	3 111	10 617	164	575
2 00	612 542	56 111	19 800	413	11 030	553	023

En la tabla 4.1, se indican los resultados obtenidos. Es importante destacar que en  $t = 0.5$  s existe un cambio fuerte de la carga de 2600 Kg a -2600 Kg. Por este motivo para ese instante de tiempo se obtienen dos respuestas del sistema una en  $t = 0.5^-$  que corresponde al instante en que actúa la carga positiva y otra en  $t = 0.5^+$  en que actúa la carga negativa; evidentemente que en el análisis se considerará para este intervalo  $\Delta t = 0$ . Por otra parte, el incremento de carga en la discontinuidad es absorbido directamente por la masa, para ese instante se tiene:

$$m\Delta \ddot{d} = \Delta Q \Rightarrow 10\Delta \ddot{d} = (-2600 - (2600)) \Rightarrow \Delta \ddot{d} = -520$$

De igual manera se procede para  $T = 1.0$  s en que deja de actuar la carga.

### 4.3 ANÁLISIS NO LINEAL

En el análisis no lineal nada es total todo es incremental. En cambio los sistemas lineales se rigen por teorías totales, sin embargo de ello es factible resolver un problema lineal en forma incremental como se ha realizado en el apartado 4.2. Lo que no es factible es resolver un problema no lineal con teorías totales.

La forma más general de la ecuación diferencial del movimiento para un sistema SDOF, es la siguiente:

$$m\ddot{d} + F + R = Q \quad (4.18)$$

donde  $F$ , es la fuerza del sistema de amortiguamiento y  $R$ , es la fuerza del sistema estructural que es función de la rigidez del sistema que ahora va cambiando de acuerdo al deterioro del mismo. Al aplicar (4.18) para los instantes de tiempo  $t_i$  y  $t_{i+1}$  y luego restar estas ecuaciones, como se realizó anteriormente, se obtiene:

$$m\Delta \ddot{d} + \Delta F_i + \Delta R_i = \Delta Q_i \quad (4.19)$$

Al trabajar con un  $\Delta t$  muy pequeño, se puede considerar como hipótesis que en los intervalos de tiempo *los incrementos son lineales*. Por consiguiente se tiene:

$$\Delta F_i = c_i \Delta \dot{d}_i \quad (4.20)$$

$$\Delta R_i = k_i \Delta d_i \quad (4.21)$$

siendo  $c_i$  y  $k_i$  el amortiguamiento y la rigidez del sistema SDOF que es función del tiempo. Al proceder en forma similar al sistema lineal se obtiene:

$$M^* \Delta \ddot{d} = \Delta Q_i^* \quad (4.22)$$

$$M^* = m + \frac{c_i \Delta t}{2} + \frac{k_i \Delta t^2}{6} \quad (4.23)$$

$$\Delta Q_i^* = \Delta Q - \ddot{d}_i \left( c_i \Delta t + \frac{k_i}{2} \Delta t^2 \right) - \dot{d}_i k_i \Delta t \quad (4.24)$$

### 4.3.1 Procedimiento de cálculo

Para iniciar el estudio del análisis no lineal en un sistema SDOF, es una buena aproximación considerar que el amortiguamiento es constante en el tiempo, es decir  $c_i = c$ . Por otra parte, el modelo constitutivo más elemental que existe es el elasto plástico. En este modelo se considera que cuando el cortante basal del sistema alcanza el valor de fluencia  $v_y$ , la rigidez del sistema es nula; básicamente se trabaja con dos rigideces que son la rigidez elástica inicial  $k$  y la rigidez post fluencia que se considera nula.

Con las hipótesis indicadas el procedimiento a seguir para el análisis no lineal, es el siguiente:

- 1) Sobre la base de las condiciones de borde se determina  $d_i$ ,  $\dot{d}_i$  y  $\ddot{d}_i$ .
- 2) Para cada instante de tiempo se determina:

2.1) La masa equivalente del sistema  $M^*$

$$M^* = m + \frac{c\Delta t}{2} + \frac{k_i\Delta t^2}{6} \quad (4.25)$$

2.2) El incremento de carga  $\Delta Q_i^*$

$$\Delta Q_i^* = \Delta Q - \ddot{d} \left( c\Delta t + \frac{k_i}{2} \Delta t^2 \right) - \dot{d}_i k_i \Delta t \quad (4.26)$$

2.3) El incremento de aceleración,  $\Delta \ddot{d}$ .

$$\Delta \ddot{d} = \frac{\Delta Q_i^*}{M^*} \quad (4.27)$$

2.4) El incremento de velocidad,  $\Delta \dot{d}$

$$\Delta \dot{d} = \dot{d}_i \Delta t + \frac{\Delta \ddot{d}}{2} \Delta t^2 \quad (4.28)$$

2.5) El incremento de desplazamiento,  $\Delta d$ .

$$\Delta d = \dot{d}_i \Delta t + \frac{\ddot{d}}{2} \Delta t^2 + \frac{\Delta \ddot{d}}{6} \Delta t^3 \quad (4.29)$$

2.6) El incremento de la fuerza de corte basal  $\Delta v$

$$\Delta v = k_i \Delta d \quad (4.30)$$

2.7) Los nuevos valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y cortante basal  $v_{i+1}$  para el instante de tiempo  $t_{i+1}$ .

$$d_{i+1} = d_i + \Delta d$$

$$\dot{d}_{i+1} = \dot{d}_i + \Delta \dot{d}$$

$$\ddot{d}_{i+1} = \ddot{d}_i + \Delta \ddot{d}$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta v$$

2.8) En base al cortante basal  $v_{i+1}$  se determina la rigidez del sistema  $k_i$ . Si es menor que  $v_y$  la rigidez es la elástica inicial y si es mayor es nula. En los apartados (4.3.2) y (4.3.3) se detalla el procedimiento de cálculo.

2.9) Si el valor de  $k_i$  encontrado en el paso 2.8) es igual a la rigidez con la que se empezó el cálculo en el numeral 2.1) se pasa a un nuevo incremento de tiempo, caso contrario se repite el procedimiento desde el numeral 2.1).

2.10) Los valores obtenidos en el tiempo  $t_{i+1}$  se asignan al  $t_i$ .

$$d_i = d_{i+1}$$

$$\dot{d}_i = \dot{d}_{i+1}$$

$$\ddot{d}_i = \ddot{d}_{i+1}$$

$$v_i = v_{i+1}$$

Para un nuevo incremento de tiempo se repite desde el paso dos.

### 4.3.2 Modelo elasto plasto

En la figura 4.3, se indican las ramas del modelo elasto plasto, se observa que existen cinco ramas, que corresponden a diferentes estados en los cuales trabaja la estructura.

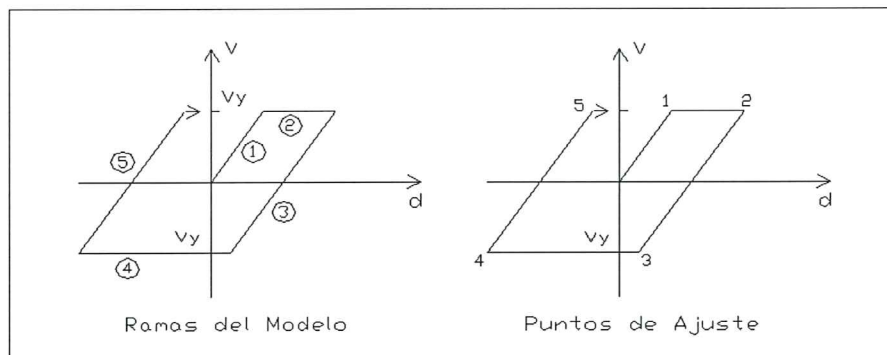
- El sistema inicialmente trabaja en el rango elástico o lineal, en la rama 1, que en la figura 4.3, se ha indicado en sentido positivo, se pudo haber dibujado en sentido contrario. En la rama 1, la rigidez del sistema  $k$  es la rigidez elástica.  
Cuando el cortante basal  $v_{i+1}$  es igual al cortante de fluencia  $v_y$ , se pasa a la rama 2, en la cual la rigidez del sistema es nula  $k = 0$ .
- En la rama 2, al igual que en la rama 4, la rigidez  $k = 0$ . En este instante la estructura ya empezó a trabajar en el rango inelástico o no lineal, la estructura sufre daño.
- Se pasa de la rama 2 a la rama 3, cuando la velocidad del sistema es cero. Lo propio sucede para pasar de la rama 4 a la rama 5. En las ramas 3 y 5 la rigidez del sistema es la rigidez inicial elástica.
- Las ramas 3 y 5, corresponden a la descarga del sistema en los dos sentidos. Como se indicó en estas ramas la rigidez del sistema es la elástica inicial. *Esta consideración significa que no se considera deterioro de rigidez en la descarga.*

Una vez que el sistema ingresa al rango no lineal, se trabaja en las ramas 2, 3, 4 y 5. Es decir nunca más ingresará a la rama 1.

El programa debe contemplar la posibilidad de regresar de la rama 3 a la rama 2. Esto sucede cuando el sistema está trabajando en la rama 3 y de pronto por las cargas regresa a la rama 2. Para la rama 5 se debe también considerar la posibilidad de retorno a la rama 4.

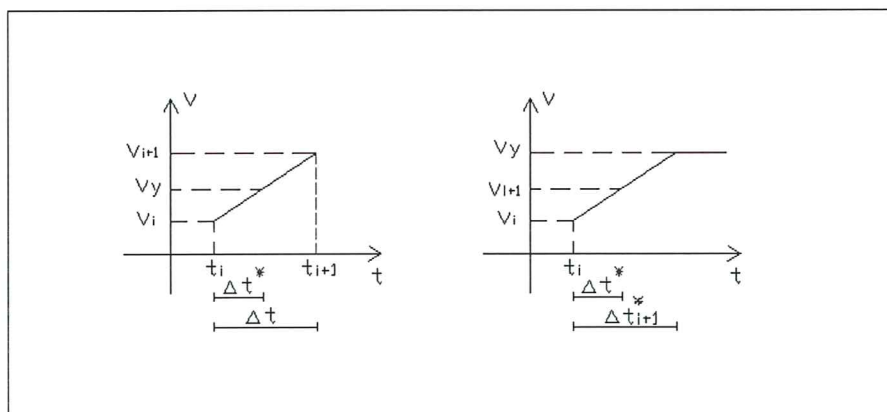
### 4.3.3 Puntos de Ajuste

En el apartado anterior se indicaba que se pasa de la rama 1 a la rama 2, cuando el cortante  $v_{i+1}$  es igual al cortante de fluencia  $v_y$ . Estrictamente es muy difícil que se tenga una coincidencia de valores, lo normal es que  $v_{i+1} > v_y$  cuando ésto sucede se debe encontrar el punto de ajuste 1, indicado a la derecha de la figura 4.3.



**Figura 4.3.-** Descripción del modelo elasto plasto y puntos de ajuste.

En la figura 4.4, se indican los dos casos que se deben considerar para determinar el punto 1. En ambos casos el valor del cortante basal  $v_i$  es fijo, lo que va a cambiar es el valor de  $v_{i+1}$ , que debe llegar a ser lo suficientemente cercano a  $v_y$ . Para ello se debe determinar un nuevo incremento de tiempo  $\Delta t^*$  que es menor a  $\Delta t$  con el cual se aspira llegar a  $v_y$ .



**Figura 4.4.-** Casos que se deben considerar para determinar el punto de ajuste 1.

Por medio de triángulos semejantes, se determinan las dos ecuaciones de ajuste para el punto 1. Para el caso de la izquierda que se presenta primero debido a que  $v_{i+1} > v_y$ , el nuevo incremento  $\Delta t^*$ , se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\Delta t^* = \frac{v_y - v_i}{v_{i+1} - v_i} \Delta t \quad (4.31)$$

... La determinación de cada uno de los puntos de ajuste se hace en forma interactiva dentro del intervalo  $\Delta t$ ...

Es muy probable que luego de encontrar la respuesta del sistema para el intervalo  $\Delta t^*$ , el valor de  $v_{i+1}$  sea menor a  $v_y$  como se observa a la derecha de la figura 4.4. En este caso se debe encontrar un nuevo incremento de tiempo que se lo va a denominar  $\Delta t_{i+1}^*$ , con el cual se aspira llegar a  $v_y$ .

$$\Delta t_{i+1}^* = \frac{v_y - v_i}{v_{i+1} - v_i} \Delta t^* \quad (4.32)$$

Estas dos condiciones deben considerarse para alcanzar el punto 1 y son las mismas con las que se alcanza el punto 3 y 5. Se recomienda tener en cuenta los signos para el punto 3.

Para los tiempos  $t_i$  y  $t_{i+1}$  las cargas que actúan en el sistema son  $Q_i$  y  $Q_{i+1}$  para los nuevos intervalos de tiempo  $\Delta t^*$  o  $\Delta t_{i+1}^*$  se debe encontrar el incremento de carga  $\Delta F^*$ , con la siguiente ecuación:

$$\Delta F^* = Q_i + \frac{\Delta t^*}{\Delta t} (Q_{i+1} - Q_i) \quad (4.33)$$

Para cuando se tenga  $\Delta t_{i+1}^*$  se debe sustituir este valor en (4.33) en lugar de  $\Delta t^*$ .

Una vez que se ha alcanzado el punto de ajuste 1, se cambia la rigidez como se indicó en el apartado anterior y se continua el cálculo con el  $\Delta t$  inicial en la rama 2.

Para ajustar el punto 2, se procede en forma similar a la del punto 1 pero esta vez se trabaja con las velocidades. Las dos ecuaciones que se deben considerar, son:

$$\Delta t^* = \frac{\dot{d}_i}{\dot{d}_i - \dot{d}_{i+1}} \Delta t \quad (4.34)$$

$$\Delta t_{i+1}^* = \frac{\dot{d}_i}{\dot{d}_i - \dot{d}_{i+1}} \Delta t^* \quad (4.35)$$

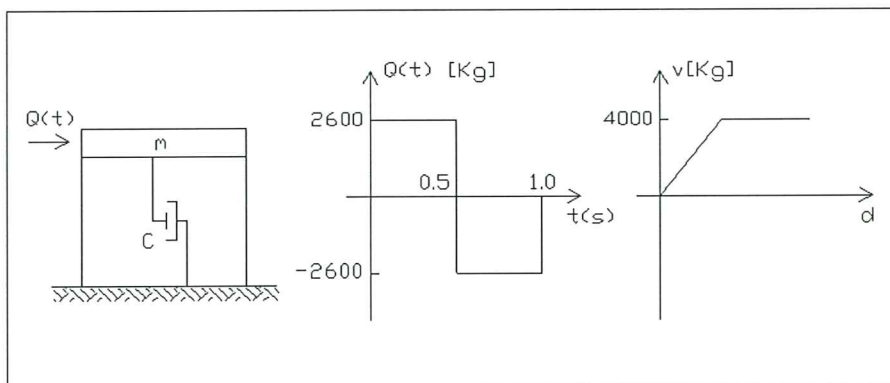


Figura 4.5.- Descripción del sistema SDOF, al cual se le va a realizar un análisis no lineal.

Tabla 4.2.- Resultados del análisis no lineal del ejemplo descrito en figura 4.5

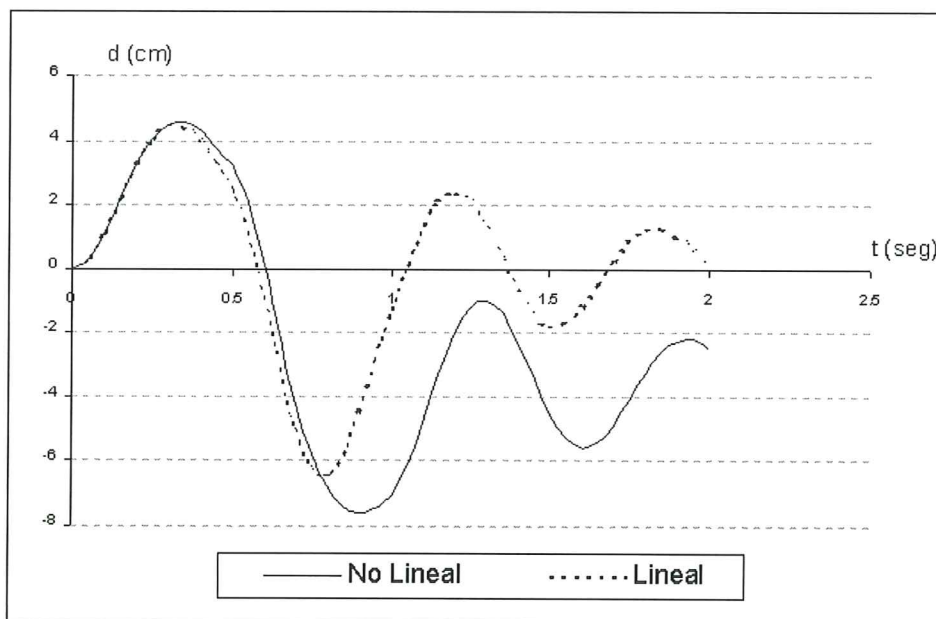
t s	$\Delta Q^*$ Kg	$\Delta \ddot{d}$ cm/s <sup>2</sup>	$\ddot{d}$ cm/s <sup>2</sup>	$\Delta \dot{d}$ cm /s	$\dot{d}$ cm /s	$\Delta d$ cm	d cm	$\Delta v$ T	v T
0 000			260 000		0 000		0 000		0 000
0 050	-585 000	-53 588	206 412	11 660	11 660	303	303	302 672	302 672
0 100	-1047 443	-95 949	110 463	7 922	19 582	801	1 104	801 052	1103 724
0 150	-1227 652	-112 457	-1 993	2 712	22 294	1 070	2 174	1070 332	2174 055
0 200	-1110 212	-101 699	-103 692	-2 642	19 652	1 070	3 244	1069 831	3243 886
0 245	-684 356	-63 459	-167 151	-6 077	13 575	756	4 000	756 117	4000 003
0 250	17 146	1 706	-165 445	- 853	12 722	067	4 067	000	4000 003
0 300	165 445	15 757	-149 688	-7 878	4 844	436	4 503	000	4000 003
0 333	100 172	9 693	-139 995	-4 846	- 002	080	4 583	000	4000 003
0 350	65 498	6 414	-133 581	-2 262	-2 265	- 019	4 565	-18 896	3981 107
0 400	413 800	37 905	-95 676	-5 731	-7 996	- 264	4 300	-264 425	3716 681
0 450	615 084	56 344	-39 332	-3 375	-11 371	-496	3 804	-495 932	3220 750
0 500-	657 070	60 190	20 858	- 462	-11 833	- 593	3 211	-592 659	2628 090
0 500+	-4655 283	-520 000	-499 142	000	-11 833	000	3 211	000	2628 090
0 550	1714 737	157 075	-342 067	-21 030	-32 864	-1 150	2 061	-1150 146	1477 944
0 600	2412 830	221 023	-121 045	-11 578	-44 441	-1 979	083	-1978 670	-500 726
0 650	2494 419	228 496	107 452	- 340	-44 781	-2 278	-2 195	-2278 167	-2778 893
0 679	1175 024	112 743	220 194	4 684	-40 097	-1 221	-3 417	-1221 108	-4000 001
0 700	-94 278	-9 230	210 964	4 615	-35 482	- 809	-4 225	000	-4000 001
0 750	-210 964	-20 092	190 872	10 046	-25 436	-1 519	-5 744	000	-4000 001
0 800	-190 872	-18 178	172 694	9 089	-16 347	-1 041	-6 785	000	-4000 001
0 850	-172 694	-16 447	156 247	8 224	-8 123	- 608	-7 393	000	-4000 001
0 900	-156 247	-14 881	141 366	7 440	- 683	- 217	-7 610	000	-4000 001
0 905	-13 732	-1 367	140 000	683	000	- 002	-7 612	000	-4000 001
0 950	-269 061	-24 934	115 066	5 757	5 757	134	-7 478	134 191	-3865 809
1 000-	-546 769	-50 086	64 980	4 501	10 259	411	-7 067	410 833	-3454 976
1 000+	1940 866	260 000	324 980	000	10 259	000	-7 067	000	-3454 976
1 050	-1244 134	-113 966	211 014	13 400	23 658	872	-6 195	871 668	-2583 308
1 100	-1657 703	-151 851	59 163	6 754	30 413	1 383	-4 812	1383 418	-1199 891
1 150	-1653 760	-151 490	-92 326	- 829	29 584	1 531	-3 280	1531 476	331 586
1 200	-1271 456	-116 469	-208 795	-7 528	22 056	1 315	-1 965	1315 253	1646 838
1 250	-632 998	-57 985	-266 780	-11 889	10 166	818	-1 147	817 633	2464 472
1 300	91 936	8 422	-258 358	-13 128	-2 962	178	- 969	178 353	2642 824
1 350	729 410	66 816	-191 542	-11 248	-14 210	-443	-1 412	-443 212	2199 612
1 400	1141 449	104 560	-86 982	-6 963	-21 173	- 906	-2 319	-906 340	1293 272
1 450	1254 343	114 902	27 920	-1 477	-22 649	-1 119	-3 438	-1119 486	173 786
1 500	1069 642	97 982	125 902	3 846	-18 804	-1 057	-4 495	-1056 736	-882 950
1 550	656 904	60 174	186 077	7 799	-11 004	- 758	-5 253	-757 733	-1640 683
1 600	131 537	12 049	198 126	9 605	-1 399	- 313	-5 565	-312 594	-1953 277
1 650	-375 827	-34 427	163 699	9 046	7 646	163	-5 402	163 356	-1789 921
1 700	-750 648	68 762	94 937	6 466	14 112	558	-4 843	558 298	-1231 623
1 750	-919 230	-84 204	10 733	2 642	16 754	789	-4 054	789 207	-442 416
1 800	-861 859	-78 949	68 216	-1 437	15 317	818	3 236	818 230	375 814
1 850	-612 371	-56 095	-124 311	-4 813	10 504	657	-2 579	657 213	1033 027
1 900	-245 499	-22 488	146 799	-6 778	3 726	360	-2 218	360 439	1393 467
1 950	143 987	13 190	133 609	-7 010	-3 284	008	-2 210	8 308	1401 774
2 000	464 821	42 579	91 030	-5 616	-8 900	- 313	-2 524	-313 470	1088 304



#### 4.3.4 Ejemplo numérico de análisis no lineal

Se desea realizar un análisis no lineal de la estructura indicada en la figura 4.5, con los datos del sistema SDOF descritos en el ejemplo anterior.

Los resultados que se obtienen del análisis no lineal se indican en la tabla 4.2.



**Figura 4.6.-** Desplazamientos del sistema lineal y no lineal, con modelo elasto plasto, del ejemplo analizado.

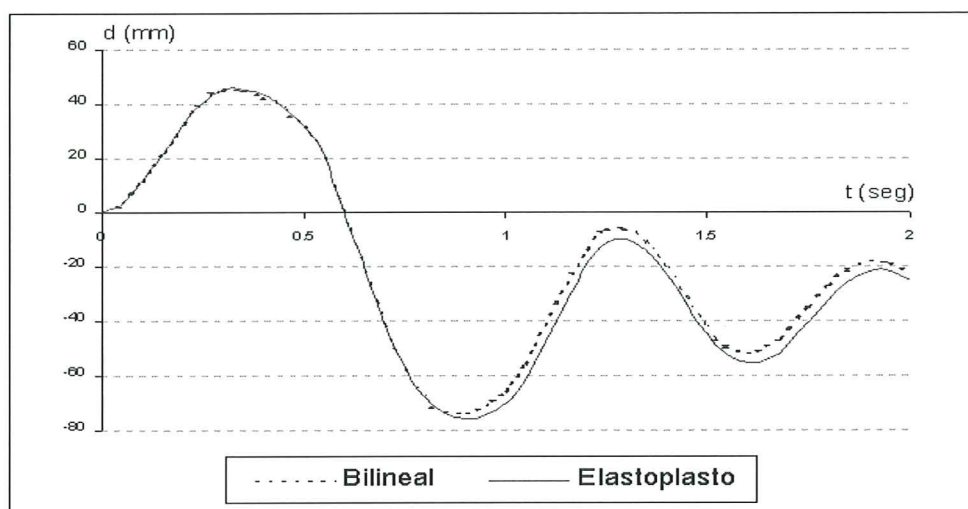
En la figura 4.6, se presentan los desplazamientos en función del tiempo de los ejemplos realizados mediante un análisis lineal y un análisis no lineal. Nótese que en el análisis no lineal, el sistema SDOF vibra con respecto a un eje que está desfasado.

#### 4.4 MODELO BILINEAL

El modelo elasto plasto, contempla que cuando el sistema SDOF alcanza el cortante de fluencia y la estructura ingresa al rango no lineal, la rigidez del sistema es nula, lo cual no es cierto. Si bien la rigidez es muy baja a nivel post fluencia pero no es cero.

El modelo bilineal, considera a nivel post fluencia que la rigidez del sistema SDOF es un porcentaje de la rigidez elástica inicial, define de mejor manera el comportamiento no lineal del material.

En la figura 4.7, se observa la respuesta en el tiempo a nivel de desplazamientos del sistema SDOF que se ha analizado en el presente artículo, empleando un modelo elasto plasto y empleando un modelo bilineal con rigidez post fluencia igual al 5% de la rigidez elástica inicial. Como era de esperarse con el último modelo los desplazamientos son menores.



**Figura 4.7.-** Desplazamientos no lineales, con modelo elasto plasto y bilineal considerando 5% de rigidez a nivel post fluencia, del ejemplo analizado.

## 4.5 EXCITACIÓN SÍSMICA

Para el caso en que la excitación sísmica viene definida por un acelerograma, la carga  $Q_i$  es igual a menos la masa  $m$  por la aceleración del suelo  $\ddot{U}_{gi}$  en el instante  $i$ .

$$Q_i = -m\ddot{U}_{gi} \quad (4.36)$$

### 4.5.1. Ejemplo numérico con excitación sísmica

Se desea encontrar la respuesta lineal y no lineal de un sistema SDOF, que tiene una masa  $m = 30.7284 \frac{T s^2}{m}$ , una frecuencia natural  $w = 7.2211 \frac{1}{s}$  y para un  $\xi = 0.05$ . El cortante a nivel de fluencia es  $v_y = 89.5048T$ . Considerar 5% de la rigidez elástica inicial, como la rigidez post fluencia.

Se desea hallar la respuesta en términos de desplazamientos para el sismo de Tokachi, registrado en Japón en 1968, e indicado en la figura 4.8.

El archivo del sismo de Tokachi se encuentra digitalizado cada 0.02 s. Por lo tanto, se considera este valor como incremento de tiempo debido a que es muy pequeño y no es necesario interpolar la aceleración para otro  $\Delta t$ .

En la figura 4.9 se encuentra la respuesta en el tiempo en términos de desplazamiento. La línea continua corresponde a la respuesta elástica y la discontinua a la respuesta inelástica, considerando el modelo bilineal sin deterioro de rigidez, resistencia y efecto de cierre de grieta.

Para el análisis sísmico interesa las respuestas máximas en valor absoluto. Estas, son:

- Para análisis lineal el desplazamiento máximo es 11.70 cm.
- Para análisis no lineal el desplazamiento máximo es 10.82 cm.

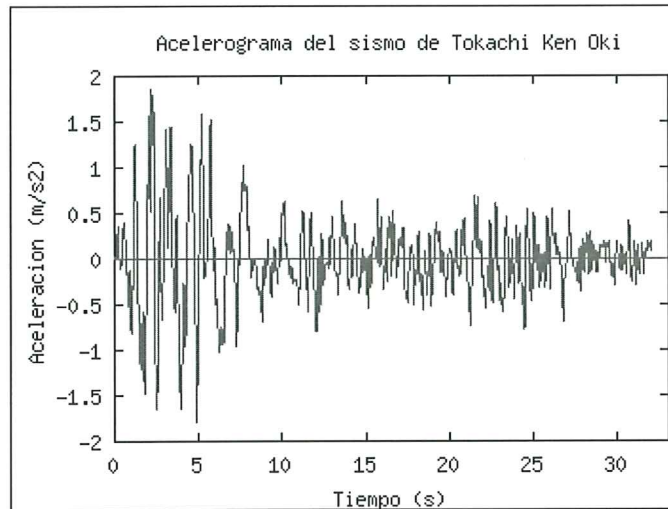


Figura 4.8.- Registro del sismo de Tokachi-Ken-Oki.

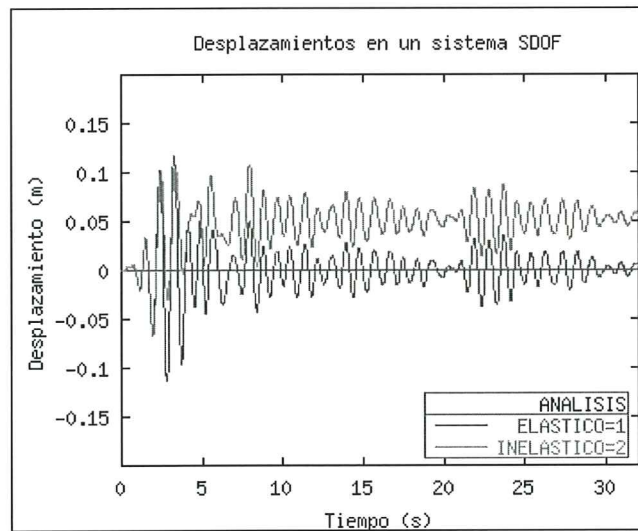


Figura 4.9 Desplazamientos elástico e inelástico en un sistema SDOF.

#### 4.5.2 Uso del Subprograma NOLIN

El subprograma **NOLIN** sirve para el análisis lineal y no lineal de un sistema SDOF, considerando un acelerograma como excitación sísmica. Para el análisis no lineal se considera un modelo bilineal. El archivo de datos debe contener la siguiente información:

- Primera Línea de datos (6f10.4,i5)
  - 1-10 Masa  $m$ , del SDOF
  - 11-20 Frecuencia Natural  $\omega$ , del SDOF.

21-30 Valor  $\xi$ , relación del amortiguamiento del sistema con respecto al amortiguamiento crítico.

31-40 Incremento de tiempo  $\Delta t$ , para encontrar la respuesta en el tiempo.

41-50 Cortante de fluencia del sistema  $v_y$ .

51-60 Porcentaje de la rigidez elástica para la rigidez post fluencia.

61-65 Número de puntos del acelerograma.

- Segunda Línea de datos y siguientes (f12.8)

Acelerograma, un dato en cada línea.

El programa reporta los siguientes archivos de resultados:

- **DESPLA.OUT** Respuesta en Desplazamientos, la primera columna corresponde al tiempo y la segunda al desplazamiento.
- **VELOCI.OUT** Respuesta en Velocidad.
- **ACELERA.OUT** Respuesta en Aceleración.
- **CORTE.OUT** Respuesta del desplazamiento y el cortante basal.
- **CALCULO.OUT** Archivo que presenta la respuesta en el tiempo del sistema, en el formato indicado en la tabla 4.2

El último valor de este archivo corresponde al desplazamiento máximo del sistema.

Cuando se realiza un análisis lineal, basta colocar un valor muy alto al cortante de fluencia  $v_y$ . De igual forma cuando se desee realizar un análisis no lineal considerando un modelo elasto plasto, el porcentaje de rigidez post fluencia se colocará cero.

## 4.6 ESPECTROS INELÁSTICOS

La ecuación diferencial del movimiento para sistemas SDOF indicada en la ecuación (4.8), se puede escribir en la forma indicada en la ecuación (4.37) al dividir para la masa  $m$ .

$$\ddot{d}_i + 2\xi\omega \dot{d}_i + \frac{k_i}{m} d_i = -\ddot{U}_{gi} \quad (4.37)$$

En análisis lineal el término  $k_i/m$ , es igual a la frecuencia natural  $\omega$  pero en análisis no lineal la rigidez del sistema es variable, razón por la que queda en la forma indicada en (4.37).

En el rango elástico la rigidez del sistema  $k$  permanece constante y es igual a la relación entre el cortante de fluencia  $v_y$  para el desplazamiento de fluencia  $d_y$ , de manera que:

$$v_y = kd_y$$

Al dividir la ecuación ( 4.37 ) para el desplazamiento de fluencia  $d_y$  se obtiene:

$$\frac{\ddot{d}_i}{d_y} + 2\xi\omega \frac{\dot{d}_i}{d_y} + \frac{k_i}{m} \frac{d_i}{d_y} = -\frac{\ddot{U}_{gi}}{d_y} \quad (4.38)$$

Los dos últimos términos pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{k_i}{m} = \frac{kk_i}{mk} = \omega^2 \frac{k_i}{k}$$

$$\frac{\ddot{U}_{gi}}{d_y} = \frac{km\ddot{U}_{gi}}{kmd_y} = \omega^2 \frac{m\ddot{U}_{gi}}{kd_y} = \omega^2 \frac{m\ddot{U}_{gi}}{v_y}$$

de donde:

$$\frac{\ddot{d}_i}{d_y} + 2\xi\omega \frac{\dot{d}_i}{d_y} + \frac{\omega^2 k_i}{k} \frac{d_i}{d_y} = -\omega^2 \frac{m\ddot{U}_{gi}}{v_y} \quad (4.39)$$

Sea  $\ddot{U}_{max}$ , la aceleración máxima del acelerograma y sea  $\psi$ , el coeficiente de resistencia sísmico, definido de la siguiente manera:

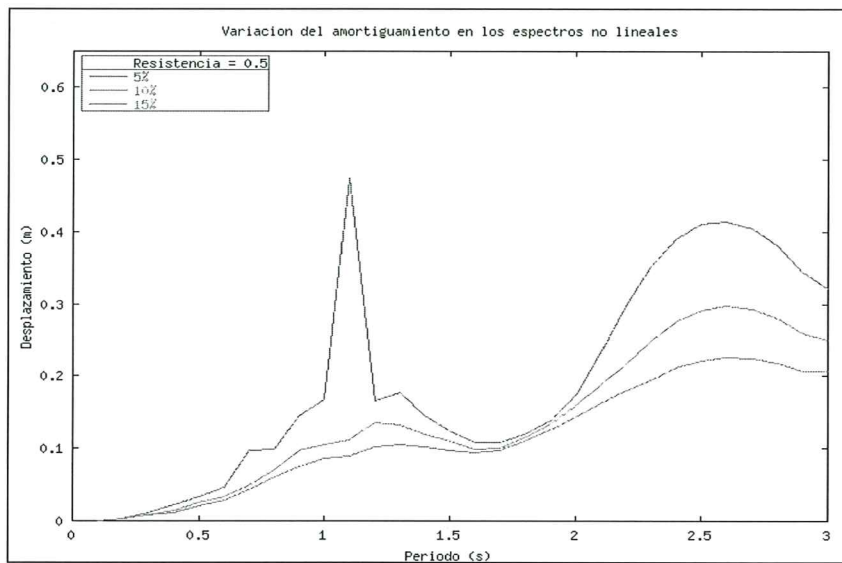
$$\psi = \frac{v_y}{m\ddot{U}_{max}} \quad (4.40)$$

De tal forma que la ecuación ( 4.39 ), se transforma en:

$$\frac{\ddot{d}_i}{d_y} + 2\xi\omega \frac{\dot{d}_i}{d_y} + \frac{\omega^2 k_i}{k} \frac{d_i}{d_y} = -\omega^2 \frac{\ddot{U}_{gi}}{\psi \ddot{U}_{max}} \quad (4.41)$$

#### 4.6.1 Espectros de Resistencia Sísmica constante

Se puede encontrar los espectros inelásticos de desplazamiento, velocidad y aceleración para un valor de  $\psi$ , constante. Los datos que se requieren son el valor de  $\xi$ , la aceleración máxima del registro  $\ddot{U}_{max}$ , el acelerograma y el intervalo  $\Delta t$ , con que se realiza el análisis. Además del valor  $\psi$ . Se recuerda que los espectros reportan las respuestas máximas en valor absoluto de un conjunto de osciladores SDOF.

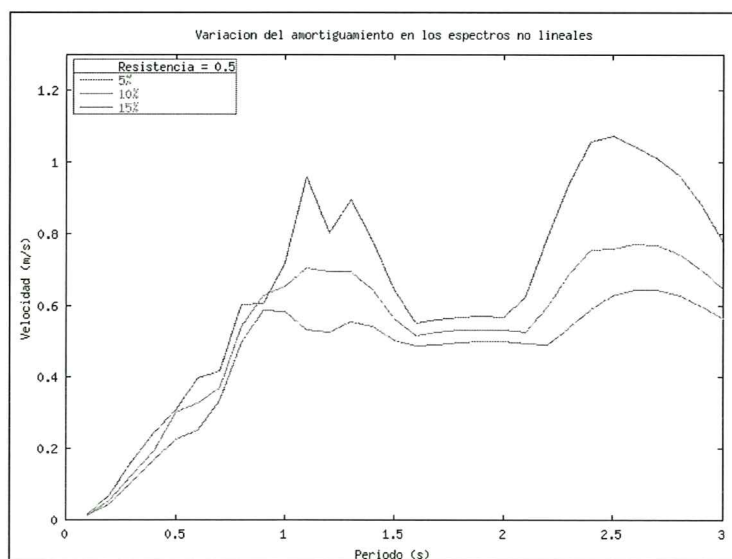


**Figura 4.10** Espectros no lineales de desplazamientos para una resistencia sísmica de 0.5. Sismo de Tokachi Ken Oki.

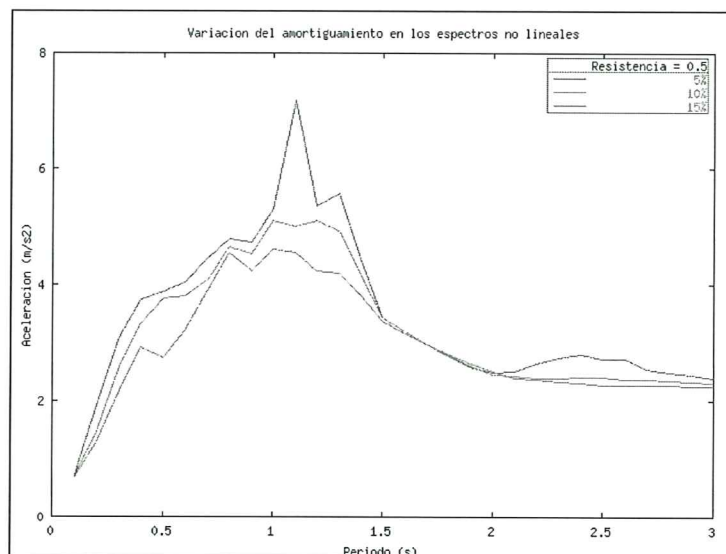
Para el modelo elastoplasto, se tiene que la rigidez  $k_i = k$ , en el rango elástico por lo que se simplifican estos valores en la ecuación (4.41) y es cero para el rango no lineal. Para el modelo bilineal con rigidez post fluencia en lugar de ser cero la rigidez en el rango no lineal será la especificada.

Se desea encontrar los espectros inelásticos de desplazamiento, velocidad y aceleración para un sistema SDOF definido por un  $\psi = 0.5$ , para el sismo de Tokachi Ken Oki de 1968, cuya aceleración máxima es 1.855884 m/s<sup>2</sup>. Considerar  $\Delta t = 0.02$  s. Obtener los espectros para  $\xi$  igual a 0.05, 0.10 y 0.15.

En las figuras 4.10, 4.11 y 4.12, se indican los respectivos espectros inelásticos, para la resistencia sísmica indicada. Se consideró el modelo elastoplasto.



**Figura 4.11** Espectros no lineales de velocidad para una resistencia sísmica de 0.5. Sismo de Tokachi Ken Oki. Modelo Elastoplasto.

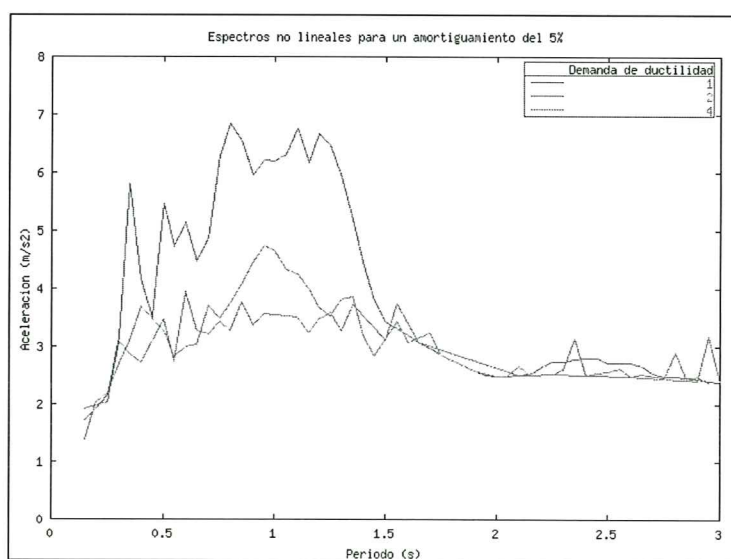


**Figura 4.12** Espectros no lineales de aceleración para una resistencia sísmica de 0.5. Sismo de Tokachi Ken Oki. Modelo Elastoplasto.

#### 4.6.2 Espectros de demanda de ductilidad

Se define la demanda de ductilidad  $DQ$ , como la relación entre el desplazamiento  $d_{max}$  máximo, en valor absoluto, con relación al desplazamiento de fluencia  $d_y$ .

$$DQ = \frac{d_{max}}{d_y} \quad (4.42)$$



**Figura 4.13** Espectros no lineales para el sismo de Tokachi Ken Oki, para diferentes valores de demanda de ductilidad. Modelo Elasto Plasto.

Para encontrar los espectros para una demanda de ductilidad constante, en un programa de ordenador, lo que debe encontrar es la resistencia sísmica  $\psi$ , que satisface la demanda de ductilidad. Esto es muy sencillo encontrarlo para ello se va incrementado el valor de  $\psi$ , y para cada incremento se evalúa  $DQ$  hasta llegar a la requerida. En el programa NLESPEC, que se indica a continuación, el valor  $\psi$  se incrementa en 0.01 en cada ciclo.

En la figura 4.13, se indican los espectros de aceleración para Demandas de Ductilidad de 1, 2 y 4. Para el sismo de Tokachi Ken Oki. Asociado a cada punto del espectro se tiene un valor específico de  $\psi$ .

#### 4.6.3 Uso de Subprograma NLSPEC

Con el programa **NLSPEC**, se puede encontrar los espectros para una resistencia sísmica  $\psi$ , constante o para una demanda de ductilidad  $DQ$ , constante. En el primer caso el código es igual a 1 y en el segundo caso, el código es 2. En realidad se pueden formular una gran cantidad de tipos de espectros inelásticos pero los indicados son los más utilizados. El archivo de datos contiene la siguiente información:

- Primera Línea de datos (i 5)
  - 1 – 5 Código. 1 para  $\psi$  constante y 2 para  $DQ$  constante.
- Segunda Línea de datos (2f10.4, 2f10.6, f10.4, i 5)
  - 1 – 10 Coeficiente de amortiguamiento  $\xi$ .
  - 11 – 20 Incremento de tiempo  $\Delta t$ .
  - 21 – 30 Resistencia sísmica  $\psi$ , para código igual a 1. O el valor de demanda de ductilidad  $DQ$  para código igual a 2.
  - 31 – 40  $\ddot{U}_{max}$  Aceleración máxima del registro.
  - 41 – 50 Porcentaje de rigidez elástica para la rigidez pos fluencia.
  - 51 – 55 Número de puntos del acelerograma.
- Tercera Línea de datos y siguientes (f12.8)
  - Acelerograma, un dato en cada línea.

El programa reporta los siguientes archivos de resultados:

  - **SPECACEL.OUT** Espectro Inelásticos de Aceleraciones.
  - **SPECVELO.OUT** Espectro Inelástico de Velocidades.
  - **SPECDESPLA.OUT** Espectro Inelástico de Desplazamientos.

Para encontrar un espectro elástico con el programa **NLESPEC**, se debe utilizar Código igual a 1 y especificar un valor muy alto de  $\psi$ . Por ejemplo 100.



## 4.7 CONCLUSIONES

Se aspira haber presentado en forma sencilla el marco teórico y la forma de programación, para el análisis lineal y no lineal de un sistema SDOF. De igual manera los programas que se han desarrollado son de gran utilidad para el análisis sísmico por performance, en particular y para la Ingeniería Sismo Resistente en general.

## AGRADECIMIENTO

Este capítulo fue elaborado utilizando las notas de clase, de la materia de *Dinámica de Estructuras*, del Postgrado en Ingeniería Sismo Resistente de 1981, de la Universidad Central de Venezuela, dictadas en forma magistral por el profesor Simón Lamar Ph.D.

## **CAPITULO 5**

---

### **ANÁLISIS SÍSMICO EN SISTEMAS SDOF Y MDOF Y SUBPROGRAMA DRIFT**

La distorsión de piso es uno de los parámetros, con los cuales se puede evaluar el Índice de daño en las estructuras y por ende verificar la performance que se espera de la misma durante un sismo. Por este motivo, en el presente capítulo se determina la distorsión global y a nivel de piso, en los sistemas SDOF y MDOF, por medio del subprograma **DRIFT**

El análisis sísmico se realiza utilizando un espectro de respuesta lineal y un espectro de respuesta no lineal para un modelo bilineal. También se puede hacer el análisis para un determinado acelerograma, en este caso se debe encontrar la respuesta lineal y no lineal, con alguno de los métodos denominados paso a paso. Todo esto trabajando con el sistema simplificado SDOF.

Posteriormente, las respuestas obtenidas en el sistema SDOF se pasan al sistema MDOF por medio del factor de participación  $\gamma$ , y por medio de factores de ajuste que tienen su fundamento estadístico, debido a la gran incertidumbre que presenta la excitación sísmica y la respuesta de la misma en las estructuras.

#### **5.1 MÁXIMAS DISTORSIONES DE PISO**

La distorsión de piso es un parámetro con el cual se puede, determinar en forma general el daño esperado en una edificación. Se define la distorsión de piso, como el desplazamiento lateral relativo dividido para la altura del piso. En la tabla 5.1, se indican los valores máximos de distorsión de piso, recomendados por el Comité VISION 2000, en función del desempeño esperado de la estructura<sup>(7)</sup>. Es importante destacar que son valores referenciales de control.

En el capítulo 1, se determinó la curva de capacidad resistente de la estructura, mediante el subprograma **CAPACIDAD**, en el 2, se encontró el modelo bilineal equivalente mediante el subprograma **MBCAP**, en el capítulo 3, se obtuvo el modelo simplificado de referencia de un grado de libertad con el subprograma **SDOF**. La respuesta no lineal en el sistema simplificado de referencia se encuentra mediante el subprograma **NOLIN**, si se desea trabajar con un sismo determinado o con el subprograma **NLSPEC**, si se desea encontrar el espectro no lineal. Lo importante es destacar que se ha obtenido hasta el presente capítulo el desplazamiento lateral  $S_d$ , en el sistema simplificado de referencia. Ahora en el presente capítulo interesa ilustrar como se obtienen las distorsiones de piso, para controlar sus valores con los indicados en la Tabla 5.1, a partir del desplazamiento lateral  $S_d$ . Para ello se debe encontrar la distorsión en el sistema simplificado de referencia y luego en la estructura de n grados de libertad.

**Tabla 5.1** Distorsiones de Piso máximas referenciales, recomendadas por el Comité VISION 2000

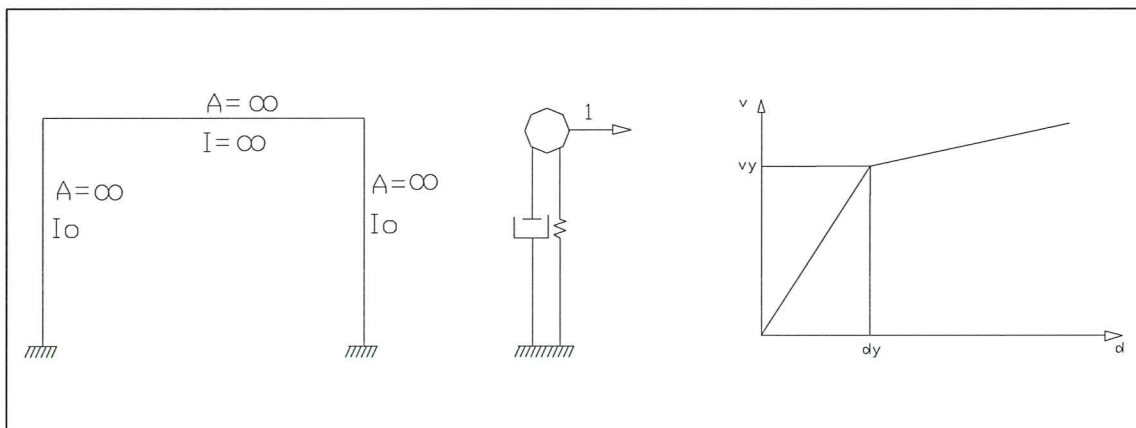
Completamente Operacional	Operacional	Seguridad de Vida	Cerca del Colapso	Colapso
< 0.2% +/-	< 0.5% +/-	< 1.5% +/-	< 2.5% +/-	> 2.5% +/-

Con el propósito de no encadenar al lector al uso secuencial de los subprogramas del software **CEINCI3**, en este capítulo se encuentra la respuesta máxima del sistema SDOF, en función del espectro del sismo de México de 1985, que ha sido ampliamente difundido por el efecto de las condiciones locales del suelo.

## 5.2 ESPECTROS LINEAL Y NO LINEAL

Una vez que se ha definido el sistema simplificado de un grado de libertad SDOF, se realiza el análisis sísmico no lineal, considerando para el efecto un acelerograma o un espectro.

Se puede considerar el sistema SDOF, como el de un pórtico de un piso y un vano, en el cual la viga se considera totalmente rígida y la columna axialmente rígida, de tal forma que la resistencia y rigidez del sistema viene gobernada exclusivamente por el comportamiento de las columnas. En la figura 5.1, se ilustra el modelo indicado, se presenta además el modelo bilineal que define la no linealidad del material.



**Figura 5.1** Sistema simplificado SDOF y modelo bilineal.

Por otra parte, como se estudió en el capítulo anterior, se tienen varios tipos de espectros pero a groso modo se pueden diferenciar los espectros lineales ( $DQ = 1$ ) y los espectros no lineales en los cuales la demanda de ductilidad  $DQ$  es diferente de uno. Como se indicó, en el presente capítulo se encontrará la respuesta dinámica, trabajando con espectros.

### 5.1.1 Registro SCT-85

Uno de los registros que se utilizan para el análisis sísmico de estructuras en México, es el registro de la componente E-W, obtenido en el patio de la Secretaría de Comunicaciones y Transporte, el 19 de septiembre de 1985, **SCT-85**.

Este registro se encuentra sobre un suelo compresible y algunas de las características más importantes, de este evento, son las siguientes<sup>(1)</sup>:

- En los acelerogramas de las componentes E-W y N-S se observó que la máxima aceleración de la componente E-W fue un 70% mayor que la componente N-S.
- En el registro E-W se observó que por aproximadamente 22 s., la aceleración máxima del suelo fue mayor al 10% de la aceleración de la gravedad (0.1 g).
- La aceleración máxima de la componente E-W fue de 168 gals.
- La duración del registro fue de 1 minuto.

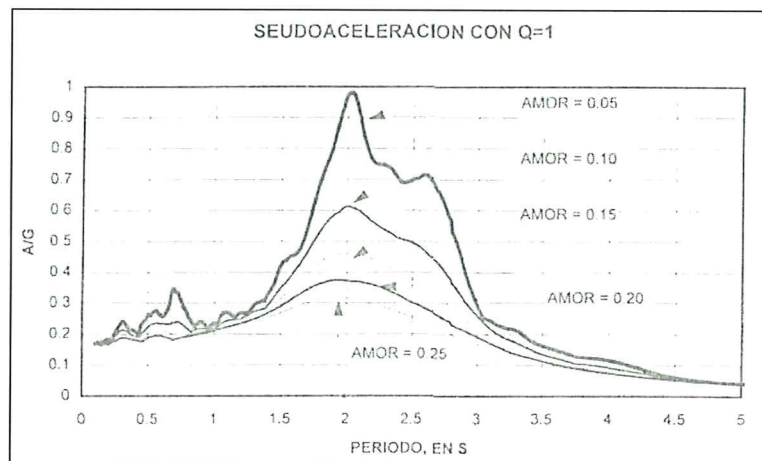
### 5.1.2 Espectro Lineal

En la figura 5.2, se indica el seudo espectro lineal o elástico, de la componente E-W del SCT-85, para 5, 10, 15, 20 y 25% de amortiguamiento crítico. Se destaca que el máximo pico del espectro está asociado a un período de 2 s.

Se denomina  $S_{alin}$ , a la aceleración espectral que se obtiene del espectro lineal, el mismo que se encuentra para un valor determinado del período de la estructura  $T$ , del sistema SDOF.

Por otro lado, se denomina  $S_{din}$ , al desplazamiento espectral que se obtiene del espectro lineal, para un determinado valor del período de la estructura del sistema SDOF. En forma aproximada, se puede encontrar el valor  $S_{din}$ , utilizando la ecuación (5.1).

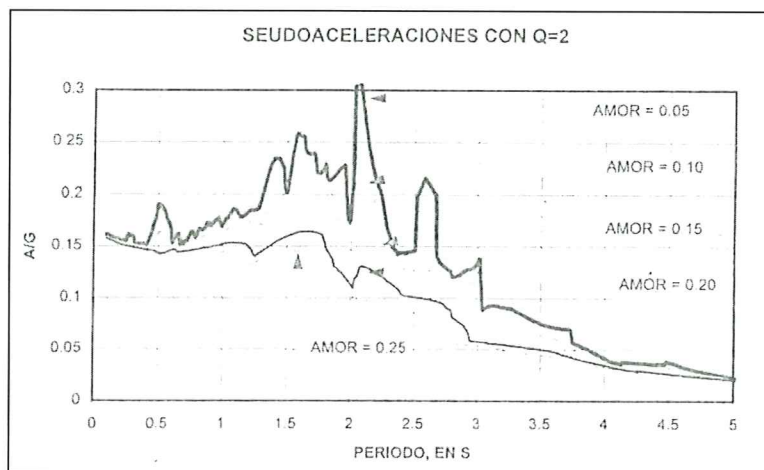
$$S_{din} = \frac{S_{alin}}{\omega^2} \quad (5.1)$$



**Figura 5.2** Seudoespectro lineal de la componente E-W del SCT-85 para diferentes valores de amortiguamiento. Tomado de referencia 2.

### 5.1.3 Espectro no Lineal

En los capítulos anteriores se consideró un modelo bilineal tanto para el sistema MDOF como para el sistema SDOF. En este modelo el punto de fluencia separa la zona lineal o elástica de la zona no lineal o inelástica. Interesa por lo tanto, encontrar espectros inelásticos para un modelo bilineal, de las características del modelo SDOF.



**Figura 5.3** Seudoespectro no lineal de la componente E-W del SCT-85 para diferentes valores de amortiguamiento. Tomado de referencia 2.

En la figura 5.3, se presenta el espectro no lineal en términos de aceleraciones, para la componente E-W del SCT-85, para una ductilidad de dos  $\mu = 2$ , considerando un modelo bilineal, con una rigidez post fluencia del 3% de la rigidez inicial, para amortiguamientos críticos que varían del 5 al 20%.

Sean  $S_a$  y  $S_d$ , las ordenadas de los espectros no lineales, de aceleración y desplazamientos, que se obtienen de un modelo bilineal, para un período  $T$  del sistema SDOF. Nuevamente en forma aproximada se tiene:

$$S_d = \frac{S_a}{\omega^2} \mu \quad (5.2)$$

### 5.3 ANÁLISIS SÍSMICO TRADICIONAL

Antes de proceder a calcular la respuesta en el sistema MDOF, a partir del sistema SDOF, conviene recordar como se obtienen los desplazamientos  $D$ , cuando se aplica el método de superposición modal<sup>(3)</sup>.

$$D^{(i)} = \gamma^{(i)} S_{dlin}^{(i)} \phi^{(i)} \quad (5.3)$$

donde el índice (i), representa el modo de vibración i. La ecuación (5.3), corresponde al caso en que se trabaja con un espectro elástico. Si se trabaja con un espectro inelástico en lugar de  $S_{dlin}$  se tendrá  $S_d$ . Si se trata de un análisis sísmico plano con un grado de libertad por piso, el vector de desplazamientos  $D$ , está compuesto por los desplazamientos laterales de cada piso.

Ahora, en la forma en que se ha venido trabajando en los capítulos anteriores no se encuentra en forma directa los desplazamientos laterales en cada uno de los pisos sino únicamente el desplazamiento lateral en el tope del edificio. Por otra parte, solo se considera el primer modo de vibración. En efecto, al utilizar la ecuación (3.7) y un espectro elástico, el desplazamiento en el tope se obtiene con la ecuación (5.4).

$$D_t = \gamma S_{dlin} \quad (5.4)$$

Si se considera un espectro inelástico, en lugar de  $S_{dlin}$ , se tendrá  $S_d$ . El cálculo de los desplazamientos en cada uno de los pisos se hará, posteriormente, en función de la configuración dominante que se seleccionó para determinar el sistema simplificado SDOF.

Al observar las ecuaciones (5.3) y (5.4) se concluye que al encontrar la respuesta en el sistema SDOF y luego pasar al sistema MDOF, mediante el factor de participación dinámica  $\gamma$ , se comete un error ya que se está considerando únicamente el primer modo de vibración en la respuesta.

Por lo tanto, es necesario incluir en la ecuación (5.4) un factor de corrección que tome en cuenta la contribución de los modos significativos de vibración. En referencia (4) se denomina  $\varepsilon$ , a este factor, de tal manera que la ecuación (5.4) se convierte en:

$$D_t = \varepsilon \gamma S_{dlin} \quad (5.5)$$

El cálculo de  $\varepsilon$ , no se aborda en el presente capítulo pero lo importante es reconocer que existe esta variable.

### 5.4 DISTORSIONES DE PISO Y GLOBAL

Una de las variables más utilizadas en el análisis sísmico de estructuras es la distorsión de piso. En efecto, todas las normativas o códigos señalan valores máximos permisibles para el sismo raro que tiene un período de retorno de 475 años. Para los restantes sismos del análisis por performance, en la tabla 5.1, se indican los valores máximos referenciales de control.

Lo importante, por ahora, en el contexto que se está estudiando es presentar la nomenclatura que se utilizará para determinar la distorsión en el sistema MDOF a partir del sistema SDOF. Se va a trabajar con la notación de referencia (5).

### 5.5 CÁLCULO A PARTIR DEL SISTEMA SDOF

Sea  $\psi_o$ , la *distorsión global* máxima a partir del sistema SDOF, la misma que se obtiene dividiendo el desplazamiento lateral máximo para la altura total  $H$  del edificio. El desplazamiento lateral máximo puede obtenerse de un análisis no lineal o empleando un espectro lineal o no lineal. Para el último

caso el desplazamiento en el tope será  $\gamma S_d$ , donde la ordenada espectral  $S_d$  es función de la demanda de ductilidad.

$$\psi_o = \frac{\gamma S_d}{H} \quad (5.6)$$

De igual manera, se define  $\psi_{oi}$ , como la distorsión en el piso  $i$ , encontrada a partir del sistema SDOF.

## 5.6 CÁLCULO EN SISTEMA MDOF

Sea  $\psi$ , la distorsión global máxima que se obtiene en el sistema MDOF, empleando uno de los métodos denominados de paso a paso, para encontrar el desplazamiento lateral máximo en el tope del edificio. Al dividir este desplazamiento para la altura total se obtiene  $\psi$ .

Evidentemente los dos valores que se han hallado para la distorsión global  $\psi_o$  y  $\psi$  son diferentes, por lo indicado en el apartado 5.3.  $\psi_o$ , se obtuvo a partir del sistema SDOF y  $\psi$  aplicando un método paso a paso en el sistema MDOF. La relación que existe entre estos dos valores viene dada por la ecuación (5.7), donde  $\rho$  es un factor de corrección<sup>(5)</sup>.

$$\psi = \rho \psi_o \quad (5.7)$$

Por otra parte, sea  $\psi_i$ , el máximo valor de la distorsión local en el entrepiso  $i$ , obtenida por un método paso a paso en el sistema MDOF. La distorsión local  $\psi_i$  está relacionada con la distorsión global  $\psi$ , mediante la siguiente ecuación<sup>(5)</sup>:

$$\psi_i = \rho_i \alpha_i \psi \quad (5.8)$$

donde  $\alpha_i$ , es el factor de proporcionalidad para la configuración dominante, la misma que se obtiene de un análisis no lineal elástico. Por otro lado,  $\rho_i$ , es la relación entre la distorsión del piso  $i$ , de un análisis paso a paso, con relación a la distorsión obtenida a partir del análisis simplificado SDOF.

**Tabla 5.2** Datos del sistema simplificado SDOF, de estructura de 5 pisos

Dato	Variable	Valor	Unidad
Masa	$m$	30.7284	$\frac{T s^2}{m}$
Rigidez	$k$	1602.3066	$\frac{T}{m}$
Frecuencia	$\omega$	7.2211	$\frac{1}{s}$
Período	$T$	0.87	$s$
Desplazamiento	$d_y$	5.586	$cm$
Corte	$v_y$	89.50048	$T$

## 5.7 EJEMPLO NUMÉRICO 1

Con relación a la estructura de 5 pisos, indicada en la figura 3.3, cuyo sistema SDOF, está definido en la tabla 5.2 Se desea encontrar las distorsiones de piso  $\psi_{oi}$ , para la componente inelástica E-W del SCT-85, con  $\xi = 0.05$ , indicada en la figura 5.3. La altura de la primera planta es 3.50 m. y de las restantes 3.0 m, cada una. En consecuencia  $H = 15.50 m$

El valor de  $\gamma = 1.2728$  y el vector  $\phi$  para la configuración dominante es:

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.29102 \\ 0.55141 \\ 0.78423 \\ 0.92141 \\ 1.00000 \end{bmatrix}$$

- **Solución**

Para  $T = 0.87 s$ . y  $\xi = 0.05$ , del espectro inelástico indicado en la figura 5.3, que es para  $\mu = 2$ , se obtiene:  $S_a = 0.17 g$ . Luego:

$$S_d = \frac{S_a}{\omega^2} \mu = \frac{0.17 \times 980}{7.2211^2} \times 2 = 6.39 \text{ cm}$$

- Distorsión global  $\psi_o$

$$\psi_o = \frac{\gamma S_d}{H} = \frac{1.2728 \times 6.39}{1.550} = 0.005247$$

- Cálculo de  $\alpha_i$

Sea  $D_t$ , el desplazamiento lateral máximo en el tope, con el cual se obtuvo la configuración dominante  $\phi$ . Si se divide este valor para  $H = 1550 \text{ cm}$  se tiene la distorsión global. Por otra parte, al multiplicar el vector  $\phi$  por  $D_t$  se tienen los desplazamientos laterales en cada piso.

**Tabla 5.3** Cálculo de  $\alpha_i$  para la configuración dominante

Piso	$\phi$	Desplazamiento Lateral	Distorsión	$\alpha_i$
5	1.000	$D_t$	$\frac{D_t - 0.921D_t}{300} = 0.000263D_t$	0.40765
4	0.921	$0.921 D_t$	$\frac{0.912D_t - 0.784D_t}{300} = 0.000427D_t$	0.66185
3	0.784	$0.784 D_t$	$\frac{0.784D_t - 0.551D_t}{300} = 0.000777D_t$	1.20435
2	0.551	$0.551 D_t$	$\frac{0.551D_t - 0.291D_t}{300} = 0.000867D_t$	1.34385
1	0.291	$0.291 D_t$	$\frac{0.291D_t}{350} = 0.000831D_t$	1.288005



El valor de  $\alpha_i$  se obtiene dividiendo la distorsión local de piso, que está indicada en la columna 4, de la tabla 5.3, para la distorsión global que vale  $\frac{D_t}{H}$ . Todo referido a la configuración dominante. En la columna 5 de la tabla 5.3, se tiene el valor de  $\alpha_i$ .

- Cálculo de  $\psi_{oi}$

$$\psi_{oi} = \alpha_i \psi_o \quad (5.9)$$

**Tabla 5.3** Distorsiones de piso  $\psi_{oi}$

Piso	$\psi_{oi}$
5	0.002139
4	0.003473
3	0.006319
2	0.007052
1	0.006758

Los valores indicados en la tabla 5.3, se controlarán con los valores máximos recomendados por el Comité VISION 2000 y que están indicados en la tabla 5.1.

## 5.8 COMENTARIOS DEL CÁLCULO DE $\psi_{oi}$

Al examinar la ecuación (5.9) se observa que *las distorsiones locales de piso  $\psi_{oi}$ , son proporcionales a las distorsiones locales de piso para la configuración dominante*. Siendo el factor de proporcionalidad la relación entre la distorsión global para una excitación sísmica dada con relación a la distorsión global para la configuración dominante. Esto para el rango no lineal no es cierto.

Por este motivo para pasar de las distorsiones locales  $\psi_{oi}$ , obtenidas del análisis en el sistema SDOF, a las distorsiones locales  $\psi_i$ , que se encuentran del análisis paso a paso, se lo realiza por medio de un factor de corrección  $\rho_i$ . De tal manera que<sup>(4,5)</sup>:

$$\psi_i = \rho_i \psi_{oi} \quad (5.10)$$

## 5.9 INCERTIDUMBRES ASOCIADAS A LA RESPUESTA MDOF

Las incertidumbres que se indican a continuación no son solo para el análisis sísmico por performance, **si no que son las incertidumbres que se tienen actualmente en el análisis sísmico de edificaciones**, las mismas que se indican a continuación:

- 1) Incertidumbre en los estudios de peligrosidad sísmica, su principal fuente es las leyes de atenuación para los movimientos del suelo.

- 2) Incertidumbre en la determinación de la excitación sísmica, ya sea en la determinación de los acelerogramas de análisis o del espectro de análisis.
- 3) Incertidumbre en la definición de los modelos constitutivos utilizados para definir la no linealidad del material. Un cambio en el modelo constitutivo o un cambio en la excitación sísmica implica un cambio en la respuesta del sistema MDOF.

Los tres puntos indicados constituyen la principal fuente de incertidumbre que actualmente se tiene. A más de ello existe la incertidumbre del paso del sistema SDOF al sistema MDOF, que fue comentado brevemente en el apartado 5.3. Por todo lo indicado, el problema se debe tratar en forma probabilística.

Al considerar las incertidumbres, Esteva<sup>(5)</sup> modifica la ecuación (5.6) con la que se determina la distorsión global en el sistema SDOF por la ecuación (5.11) en la que se incluye  $\bar{S}_d$  que es el valor esperado de la ordenada del espectro no lineal de desplazamientos  $S_d$ .

$$\psi_o = \frac{\alpha_s \gamma \bar{S}_d}{H} \quad (5.11)$$

$$\alpha_s = \frac{S_d}{\bar{S}_d} \quad (5.12)$$

La ecuación (5.11) resulta de multiplicar y dividir la ecuación (5.6) por  $\bar{S}_d$ , pero implica cambios sustanciales como es el trabajar con sus valores medios y sus desviaciones estándar<sup>(4)</sup>.

## 5.10 CÁLCULO DE $\alpha_s$

Dados varios espectros elásticos e inelásticos, como los indicados en las figuras 5.2 y 5.3, se puede encontrar el valor de  $\alpha_s$  para un sistema simplificado SDOF, caracterizado por un período  $T$  y un desplazamiento de fluencia  $d_y$ , de la siguiente manera<sup>(6)</sup>:

- 1) Con el período  $T$ , del sistema SDOF, y para un valor determinado del amortiguamiento  $\zeta$ , se obtiene del espectro elástico de desplazamientos, el valor  $S_{dlin}$  y del espectro inelástico el valor  $S_d$ . Si se trabaja con acelerogramas, se debe determinar las máximas respuestas lineal y no lineal,  $S_{dlin}$  y  $S_d$  empleando alguno de los métodos paso a paso, para el sistema SDOF considerado.
- 2) Se determina las demandas de ductilidad, elástica  $Q$  e inelástica  $\mu$

$$Q = \frac{S_{dlin}}{d_y} \quad (5.13)$$

$$\mu = \frac{S_d}{d_y} \quad (5.14)$$

- 3) Los valores obtenidos en el paso anterior representan un punto en el diagrama que relaciona, en abscisa, la demanda de ductilidad lineal  $Q$ , con la demanda de ductilidad no lineal  $\mu$ , en ordenadas.

El procedimiento se repite para los restantes espectros o acelerogramas con que se está trabajando.

- 4) Se obtiene la ductilidad media esperada  $\bar{\mu}$ , mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

Hay varias ecuaciones con las cuales se puede realizar el ajuste<sup>(5)</sup>, una de ellas es la indicada en la ecuación (5.15), recomendada en referencia (6).

$$\bar{\mu} = 1 + a(Q - 1) + b(1 - e^{-c(Q-1)}) \quad (5.15)$$

La ecuación (5.15) es válida para  $Q \geq 1$ , ya que para valores de  $Q < 1$  se tiene que  $\bar{\mu} = 1$ . La ecuación (5.15) debe cumplir con dos condiciones<sup>(6)</sup>, a saber:

- Para  $Q = 1$ , se tiene que  $\bar{\mu} = 1$
- Para  $Q = 1$ , debe cumplir que  $\frac{d\bar{\mu}}{dQ} = 1$

La derivada  $\frac{d\bar{\mu}}{dQ}$ , resulta

$$\frac{d\bar{\mu}}{dQ} = a + b c e^{-c(Q-1)} \quad (5.16)$$

La primera condición satisface plenamente y para que se cumpla la segunda condición debe cumplirse que:

$$1 = a + b c \quad \Rightarrow \quad a = 1 - b c \quad (5.17)$$

Es importante destacar que el desarrollo matemático que se está indicando se encuentra descrito con mayor detalle en referencia (6). Lo importante es que la deducción ayuda a entender la forma de como se debe efectuar el ajuste.

Al reemplazar (5.17) en (5.15) se obtiene:

$$\bar{\mu} = Q + b c(1 - Q) + b(1 - e^{c(1-Q)}) \quad (5.18)$$

5) Se determina  $\alpha_s$  con la ecuación (5.19), la misma que se obtiene de la ecuación (5.12)

$$\alpha_s = \frac{\mu}{\bar{\mu}} \quad (5.19)$$

Al calcular  $\alpha_s$  con la ecuación (5.19), la ecuación (5.11) cambia a:

$$\psi_o = \frac{\alpha_s \gamma \bar{\mu} d_y}{H} \quad (5.20)$$

## 5.11 EJEMPLO NUMÉRICO 2

En un edificio de 20 pisos<sup>(8)</sup>, el sistema simplificado SDOF, está definido por los valores indicados en la tabla 5.5. Por otra parte, la ductilidad media esperada  $\bar{\mu}$  es la siguiente:

$$\bar{\mu} = Q - 6.6125(1 - Q) + 1322.5(1 - e^{-0.005(1-Q)}) \quad (5.21)$$

Se desea encontrar la distorsión global en el sistema SDOF, empleando la ecuación (5.20) y los espectros indicados en las figuras 5.2 y 5.3. La altura total del edificio es 61.0 m. Considerar  $\zeta = 0.05$ .

**Tabla 5.5** Datos del sistema simplificado SDOF, del ejemplo número 2.

Dato	Valor
Frecuencia $w$	3.926 1/s.
Período $T$	1.60 s
Desplazamiento $d_y$	7.4367 cm.
Factor $\gamma$	1.4025

• **Solución**

Para  $T = 1.60$  s y  $\zeta = 0.05$ , del espectro elástico indicado en la figura 5.2, se obtiene:  $S_{alin} = 0.44$  g y del espectro inelástico indicado en la figura 5.3, se halla  $S_a = 0.25$  g. Luego:

$$S_{din} = \frac{S_{alin}}{w^2} = \frac{0.44 * 980}{3.926^2} = 27.976 \text{ cm}$$

$$S_d = \frac{S_a}{w^2} \mu = \frac{0.25 * 980}{3.926^2} = 31.79 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{S_{din}}{d_y} = \frac{27.976}{7.4367} = 3.762$$

$$\mu = \frac{S_d}{d_y} = \frac{31.79}{7.4367} = 4.274$$

$$\bar{\mu} = 3.762 - 6.6125(1 - 3.762) + 1322.5(1 - e^{-0.005(1-3.762)}) = 3.6353$$

$$\alpha_s = \frac{\mu}{\bar{\mu}} = \frac{4.274}{3.6353} = 1.1756$$

$$\psi_o = \frac{\alpha_s \gamma \bar{\mu} d_y}{H} = \frac{1.1756 * 1.4025 * 3.6353 * 7.4367}{6100} = 0.0073$$

### 5.13 USO DE SUBPROGRAMA DRIFT

Una vez que el usuario ha calculado el desplazamiento lateral en el sistema simplificado de referencia, ya sea utilizando los subprogramas **NOLIN**, **NLSPEC**, o en función de algún espectro inelástico que ha sido publicado. Este valor debe suministrarle al subprograma **DRIFT** para que él programe determine la distorsión global del edificio y la distorsión en cada uno de los pisos, como se lo realiza en el ejemplo número 1.

Antes de utilizar el subprograma **DRIFT**, se deben haber empleado los subprogramas **CAPACIDAD**, **MBCAP** y **SDOF**. Es opcional el empleo de los subprogramas **NOLIN** y **NLSPEC**.

## REFERENCIAS

1. E. Mena, R. Quaas, J. Prince, D. Alzamora, P. Pérez, C. Carmona, M. Torres, R. Delgado, G. Chávez, L. Alcántara y M. A. Oñate, "Acelerograma en el centro SCOP de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Sismo del 19 de septiembre de 1985", *Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México*, Informe **IPS-10B**, México, 1985.
2. L. Limón y S. Ruiz, "Un ejemplo sobre dos alternativas de refuerzo: disipadores de energía o contravientos", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Editores: A. Barbat y R. Aguiar, **2 (1)**, 75-91, 1997.
3. R. Aguiar, "Análisis Dinámico Espacial", *Escuela Politécnica del Ejército*, 270 p, Quito, 1989.
4. L. Esteva, O. Díaz, J. García, G. Sierra y E. Ismael, "Criterios y procedimientos para diseño sísmico basado en metas de confiabilidad y desempeño", *Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México*, Proyecto 31181 U, 62 p, México 2001.
5. L. Esteva, "Análisis de la Incertidumbre asociada a la respuesta sísmica de sistemas no lineales de múltiples grados de libertad", *Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México*, Nota CD.01/0320, 4p, México, 2001.
6. L. Esteva, "Expresiones para ajustar a  $\mu_{(Q)}$ ", *Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México*, Nota CD.01/0321, 2p, México, 2001.
7. Comité VISION 2000, "Performance Based Seismic Engineering of Buildings", *Structural Engineers Association of California*, **Volume I**, 1995.
8. Instituto de Ingeniería, "Ductilidad media para edificio de 5 pisos", *Trabajo entregado a R. Fonte*, México, 2001.

## **CAPITULO 6**

---

### **FUNCIONES DE VULNERABILIDAD EN CONSTRUCCIONES INFORMALES DEL ESTADO VARGAS**

#### **RESUMEN**

Se presentan Funciones de Vulnerabilidad Sísmica, para las construcciones informales del Estado Vargas, las mismas que relacionan el Índice de Daño con el Índice de Vulnerabilidad, por una parte y el Índice de Daño con el Desplazamiento Lateral máximo o el Período fundamental de vibración, por otra parte.

**Se presenta además una metodología para calcular el Índice de Daño**, basado en un análisis no lineal estático en la estructura, considerando múltiples grados de libertad (MDOF) y en la obtención de un sistema simplificado de referencia de un grado de libertad (SDOF), en el cual se halla la respuesta, ante un espectro de diseño de la norma COVENIN 1756-98 (Rev. 2001). Finalmente se determina el desplazamiento lateral máximo esperado en la estructura y el Índice de Daño Global, normalizado entre cero y la unidad.

La evaluación del Índice de Daño, se la realiza utilizando algunos de los subprogramas del software **CEINCI3**, desarrollado en el **Centro de Investigaciones Científicas**, de la Escuela Politécnica del Ejército de Ecuador.

## ABSTRACT

The Seismic Vulnerability Functions for informal constructions in Vargas State are presented. They correlate the Damage Index with the Vulnerability Index, and the Damage Index with the Maximum Lateral Displacement or the Fundamental Period of Vibration.

**On the other hand, a methodology to calculate the Damage Index is presented**, based on a non linear structural static analysis, considering multiple degrees of freedom (MDOF) and the obtention of a single degree of freedom (SDOF) simplified reference system. In the SDOF, a response under a design spectrum provided by the COVENIN 1756-98 (Rev. 2001) code is found. Finally the maximum expected lateral displacement in the structure is determined, and the Global Damage Index is normalized between zero and one.

The evaluation for the Damage Index, is realized using some of the subprograms from the software **CEINCI3**, created in the **Centro de Investigaciones Científicas**, of the Escuela Politécnica del Ejército of Ecuador.

## 6.1 INTRODUCCIÓN

La noche del 15 al 16 de Diciembre de 1999, se produjo en el Litoral Central de Venezuela, una de las mayores tragedias que se recuerden en América Latina, por efecto de las fuertes lluvias que ocasionaron el deslave de grandes masas de suelo, rocas, árboles y toda clase de materiales que prácticamente arrasaron con todo lo que se encontraba a su paso<sup>(15,16)</sup>.

Esta gran masa de lodo sepultó a un gran número de edificaciones, a otras las destruyeron completamente y otras sufrieron daño en su estructura o en su mampostería. Todo esto en el Estado Vargas, que fue el más afectado por las lluvias torrenciales de Diciembre de 1999.

Por otra parte, más del 80% de las edificaciones que se encuentran comprendidas entre Catia La Mar y los Caracas, son *Construcciones Informales*, que han sido levantadas sin el asesoramiento y supervisión de un profesional de la construcción y que carecen de planos arquitectónicos, estructurales y de instalaciones.

Las Construcciones Informales del Estado Vargas, que se analizan en el presente artículo tienen por lo general, columnas cuadradas que varían de 15 cm., de lado hasta los 25 o en el caso excepcional hasta los 30 cm., de lado y que tienen un piso hasta cuatro pisos de altura. Por otro lado, los entresijos están conformados por *tabelones*, que tienen un espesor comprendido entre los 12 y 16 cm.

## 6.2 VULNERABILIDAD SÍSMICA

La Vulnerabilidad Sísmica de una estructura se define, como el grado de daño que resulta de la ocurrencia de un sismo de una intensidad dada<sup>(8)</sup>. Es una característica intrínseca de la estructura que depende de la forma en que ha sido diseñada, construida y del mantenimiento de la misma. Depende también del sitio en el cual se encuentra emplazada la edificación; en efecto, será más vulnerable si se encuentra en un suelo que tiene un potencial alto de licuefacción o en un suelo cuyo período de vibración es similar al período de la estructura. Realmente, es bastante complejo, por la gran cantidad de variables que intervienen, el tratar de predecir cual va a ser el probable comportamiento de una edificación ante un determinado evento sísmico<sup>(12,18)</sup>.

En forma general, se puede indicar que existen dos corrientes para evaluar la vulnerabilidad sísmica, que son los *métodos analíticos* y los *métodos subjetivos*. Cada uno de ellos tienen sus ventajas y desventajas como se lo verá posteriormente<sup>(7,9)</sup>.

Para la determinación de las funciones de vulnerabilidad del Estado Vargas, se va a trabajar con los dos métodos. En efecto con el primero de ellos se va a determinar el Índice de Daño Global de la estructura  $I_D$ , y con el segundo método se va a determinar el Índice de Vulnerabilidad  $I_V$ .

### 6.3 ÍNDICE DE DAÑO

Para evaluar el Índice de Daño  $I_D$ , en una edificación es necesario saber definir el modelo numérico de cálculo para el análisis no lineal; en base al armado de cada uno de los elementos y de los nudos fundamentalmente. También influye la calidad de los materiales utilizados. Luego de ello se encuentra la respuesta inelástica para un conjunto de sismos, que pueden afectar a la estructura durante su vida útil.

Aspecto complejo es la determinación del modelo o modelos histeréticos que se van a utilizar para definir la no linealidad del material. Este modelo o modelos deben contemplar deterioro de rigidez post cedencia, deterioro de rigidez en la descarga, deterioro de resistencia en cada ciclo de carga y deterioro de rigidez por efecto de cierre de grietas<sup>(2-4)</sup>.

Por otra parte, para la determinación de los sismos de análisis, se debe tener en cuenta las probables fuentes sismogénicas, la ley o leyes de atenuación de movimiento del suelo, el perfil del basamento rocoso sobre el que se halla la edificación, la estratigrafía del perfil de suelo. En fin, se requiere una gran base de información con la cual se puedan generar simular sismos<sup>(14,17)</sup>.

Una vez que se ha definido el modelo numérico de cálculo y los sismos de análisis, se encuentra la respuesta no lineal, por los métodos denominados de paso a paso<sup>(21)</sup>. Finalmente, se selecciona un modelo para evaluar el daño a nivel local de elementos, a nivel de piso o a nivel global de la estructura<sup>(2,5)</sup>.

Normalmente se trabaja con modelos de daño normalizados entre cero y la unidad. El valor de cero significa que el elemento, piso o estructura no sufre daño y por el contrario el valor de uno es para determinar el colapso o fallo. En este rango de valores es importante saber interpretar en la estructura, que significa un determinado valor de daño, depende del modelo que se está utilizando en la evaluación<sup>(19)</sup>.

### 6.4 ALTERNATIVA DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO

Una alternativa para encontrar el Índice de Daño de una estructura, sin tener que realizar un análisis no lineal paso a paso para un acelerograma dado, se presenta a continuación, la misma que está basada en un análisis estático no lineal en la estructura real que tiene  $n$  grados de libertad. De este análisis se obtiene la curva de capacidad resistente que relaciona el desplazamiento lateral máximo  $D_r$ , con el cortante basal  $V$ .

Una vez que se obtiene la curva de capacidad resistente se determina un modelo bilineal equivalente, en el que se determina el desplazamiento lateral con el cual la estructura ingresa al rango no lineal  $D_{ry}$  y las ecuaciones de las rectas correspondientes al rango elástico y al rango inelástico.

Posteriormente, se encuentra un sistema simplificado de referencia de un grado de libertad que tenga la misma frecuencia de vibración y cortante basal del sistema de  $n$  grados de libertad<sup>(1)</sup>.

El análisis sísmico se realiza en el sistema simplificado de referencia pudiendo utilizar un acelerograma o un espectro. En el caso de que se desee trabajar con espectro, si se cuenta con suficiente información se puede encontrar un espectro en función de la distancia a la falla, el tipo de suelo, el período fundamental del depósito y la máxima aceleración del suelo<sup>(20)</sup>.



Del análisis sísmico en el sistema simplificado de referencia se determina el desplazamiento lateral máximo que se espera en el sistema de un grado de libertad  $S_d$ . El desplazamiento lateral en el sistema de  $n$  grados de libertad  $D_t$  se obtiene con la siguiente ecuación.

$$D_t = \gamma S_d \quad (6.1)$$

siendo  $\gamma$ , el factor de participación dinámica. Se destaca que en la determinación del sistema simplificado de referencia, en el sistema de  $n$  grados de libertad se considera una configuración dominante  $\phi$ , normalizado a la unidad<sup>(10)</sup>.

Por otra parte, en la curva de capacidad resistente, que se obtiene del análisis estático no lineal, se encuentra el desplazamiento lateral asociado al fallo o colapso de la estructura  $D_{tf}$ .

Finalmente, se determina el Índice de Daño global de la estructura en función de los desplazamientos laterales máximos.

$$I_D = \frac{D_t - D_{ty}}{D_{tf} - D_{ty}} \quad (6.2)$$

#### 6.4.1 Análisis Estático no Lineal

La curva de capacidad resistente, se obtiene mediante la aplicación de cargas laterales monotónicas, incrementales, que se aplican en cada uno de los pisos de la estructura hasta llevar al colapso a la estructura. La forma de aplicación de las cargas laterales es arbitraria, se puede trabajar con cargas uniformes, con cargas triangulares, con cargas que sean proporcionales al primer modo de vibración, etc. Lo fundamental es que las cargas sean lo suficientemente pequeñas de tal forma que los momentos y cortantes en los elementos no cambien bruscamente, para que la rigidez a flexión  $EI$ , y al corte  $GA$ , pasen por las diferentes ramas de los diagramas momento curvatura y corte deformación<sup>(1)</sup>.

A la técnica de aplicar cargas laterales en forma incremental se la conoce también con el nombre de Pushover. Es importante destacar que si influye en la curva de capacidad resistente, la forma de aplicación de las cargas laterales, es así como se está trabajando en lo que se denomina *Pushover Controlado*, en que las cargas se aplican de acuerdo a la forma como se va deformando la estructura.

En lugar de aplicar cargas laterales se puede trabajar con una aceleración en la base la misma que va creciendo lentamente, la ventaja que se consigue con esto es que la forma del vector de fuerzas de inercia no se mantiene constante al crecer el desplazamiento relativo del extremo superior<sup>(10)</sup>.

Para el análisis con el pushover se necesita conocer como está armado cada uno de los elementos de la estructura en el nudo inicial, centro de luz y nudo final. De igual forma es necesario definir un modelo para el concreto que considere el confinamiento que produce el refuerzo transversal y un modelo para el acero en el que se tome en cuenta el incremento del esfuerzo en la zona de endurecimiento.

A más de la curva de capacidad resistente, del análisis no lineal estático, se obtiene con el subprograma **CAPACIDAD**<sup>(1)</sup>, la secuencia como las diferentes secciones de una estructura van ingresando al rango no lineal, la reserva de ductilidad por curvatura de los elementos para cada incremento de carga, de tal forma que se puede determinar un índice de daño a nivel local de los elementos. Se determina también la distorsión de cada uno de los pisos para cada incremento de carga lateral.

Con toda esta información se puede definir el *punto de fallo de la estructura*. Para el efecto, no existe un criterio único. Existen varios criterios que se deben ir analizando uno de ellos y tal vez el más

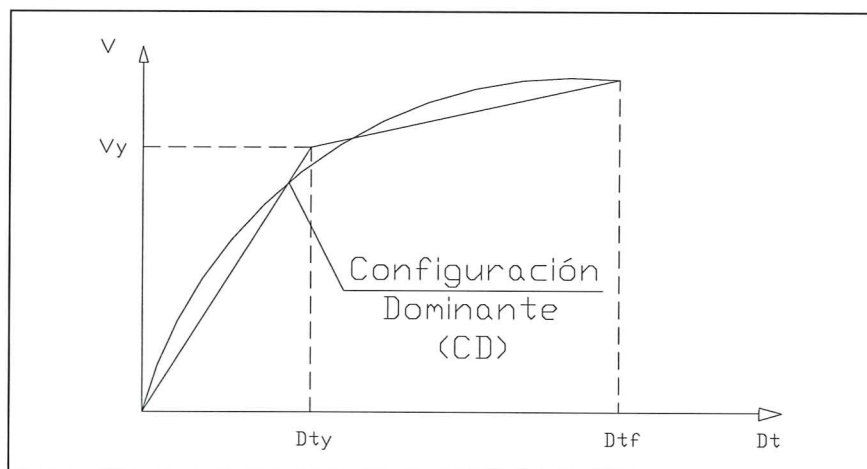
peligroso es el denominado *mecanismo de traslación de columna*, que degenera en la aparición de un piso blando en el que se puede concentrar toda la demanda de ductilidad de la estructura. Este mecanismo ocasiona el daño progresivo y violento de una parte o toda la estructura.

Roufaiel y Meyer<sup>(22)</sup> definen el colapso, cuando el desplazamiento lateral máximo  $D_l$ , es igual al 6% de la altura total del edificio  $H$ . Pero esta cantidad no es única, en efecto Stephens y Yao<sup>(23)</sup> proponen que el colapso se alcanza cuando  $D_l = 0.10 H$ . Evidentemente que todo depende de la capacidad de disipación de energía que tiene la estructura.

La capacidad de disipación de energía de las construcciones informales del Estado Vargas, es muy baja por lo que no se puede pensar en los porcentajes propuestos por Roufaiel y Meyer o peor aún en el recomendado por Stephens y Yao. Del estudio de los resultados que se fueron encontrando se determinó que el colapso se presenta cuando el desplazamiento lateral máximo es del orden del 2% de la altura total del edificio.

#### 6.4.2 Modelo Bilineal

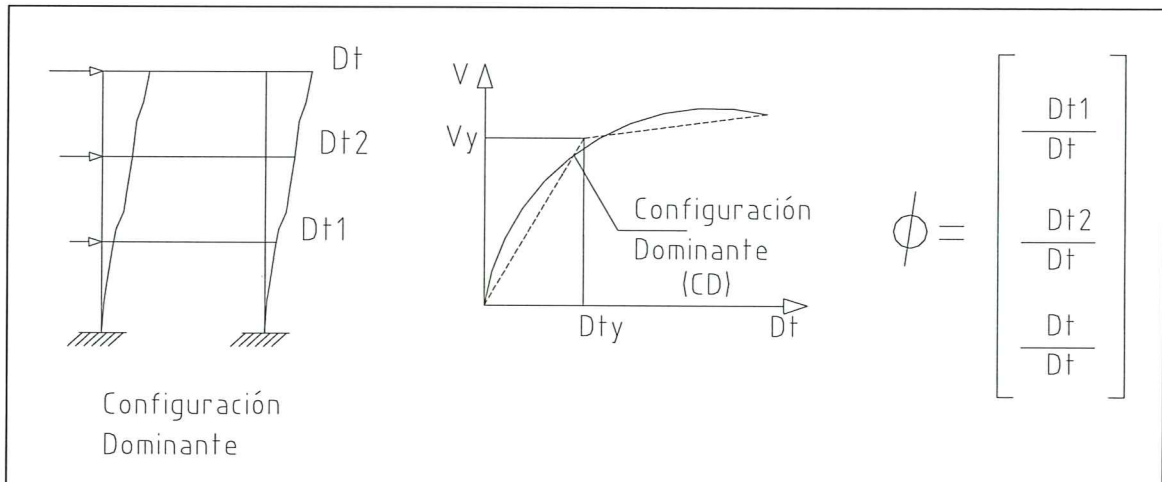
Existen varios criterios para determinar el modelo bilineal de la curva de capacidad resistente, entre los que se destacan los siguientes: de la rigidez tangente horizontal; de las rigideces tangentes; de las áreas iguales y mediante un ajuste por mínimos cuadrados. El subprograma **MBCAP**<sup>(1)</sup>, utiliza este último criterio para la determinación del punto de cedencia.



**Figura 6.1** Curva de capacidad resistente y modelo bilineal.

En la figura 6.1, se presenta la curva de capacidad resistente de una estructura y el modelo bilineal. Para efectos de cálculo de la vulnerabilidad sísmica interesa determinar el desplazamiento a nivel de cedencia  $D_{ty}$ , de este gráfico.

Para la obtención del sistema simplificado de referencia, en la curva de capacidad resistente se debe determinar un punto de configuración dominante, el mismo que se encuentre lo más cercano posible al desplazamiento de cedencia. En la figura 6.2, se indica a manera de ejemplo los desplazamientos laterales asociados al punto de configuración dominante y la forma como se obtiene el vector  $\phi$ .



**Figura 6.2** Determinación de Vector de configuración dominante.

En el análisis no lineal estático se obtienen para cada incremento de carga una configuración de desplazamientos, los mismos que se mantienen proporcionales en el rango elástico y que varían en función del desplazamiento máximo en el tope para el rango no lineal.

### 6.4.3 Sistema simplificado de referencia

El sistema simplificado de referencia de un grado de libertad, se obtiene al desacoplar el sistema de  $n$  grados de libertad, considerando el primer modo de vibración, por una parte y por otra al igualar las frecuencias de vibración y los cortantes basales, del sistema MDOF con las del sistema SDOF. En referencias (1,11) se indica en detalle el desarrollo matemático que conduce a las siguientes ecuaciones con las que se determina la masa  $m$ , y rigidez  $k$ , del sistema simplificado.

$$m = r \gamma m_1 \quad (6.3)$$

$$k = r \gamma k_1 \quad (6.4)$$

$$\gamma = \frac{\phi^t M J}{m_1} \quad (6.5)$$

$$m_1 = \phi^t M \phi \quad (6.6)$$

$$k_1 = \phi^t K \phi \quad (6.7)$$

$$r = \frac{\phi^t K J}{k_1} \quad (6.8)$$

Siendo  $M$  y  $K$ , las matrices de masas y rigidez asociados al sistema de coordenadas laterales, indicadas por ejemplo en la figura 6.3.  $J$ , un vector unitario para el análisis en el plano. El significado de las restantes variables ya se ha indicado. Es importante destacar que en el análisis estático no lineal se acostumbra considerar un grado de libertad por piso, el desplazamiento horizontal y dos grados de libertad por nudo, el desplazamiento vertical y la rotación. En consecuencia para encontrar la matriz de rigidez  $K$ , se debe aplicar la condensación estática de la matriz de rigidez.

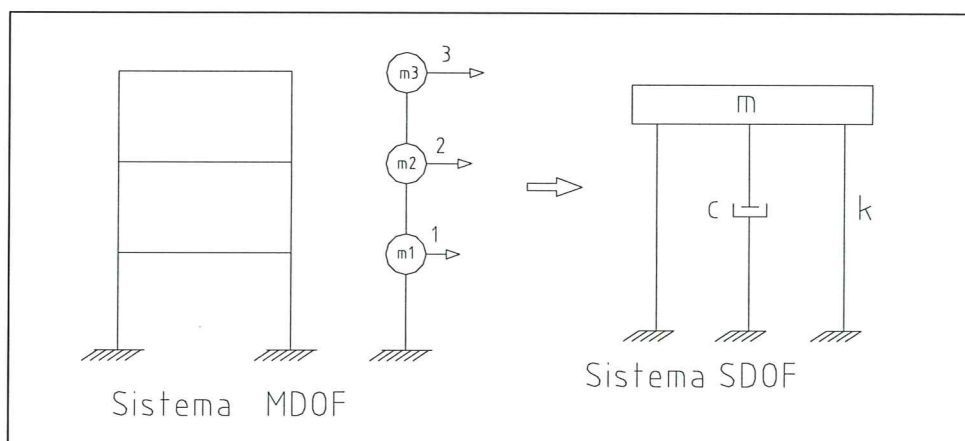


Figura 6.3 Sistema simplificado de referencia SDOF.

Para la evaluación del Índice de Daño en las edificaciones del Estado Vargas se consideró como excitación sísmica, el espectro elástico de la Norma<sup>(13)</sup> COVENIN 1756-98 (Rev. 2001).

## 6.5 ÍNDICE DE VULNERABILIDAD

Si bien es cierto la evaluación del Índice de Daño, es lo más adecuado para encontrar la vulnerabilidad sísmica de zonas urbanas, no es menos cierto que demanda una gran cantidad de tiempo y en algunas ocasiones no se pueden incluir algunos factores como por ejemplo, la cercanía de la construcción a un talud que tiene una pendiente alta. No se puede incluir en el análisis el riesgo que tendría la construcción por efecto de un deslave.

En este contexto, es adecuado complementar los estudios con la determinación del Índice de Vulnerabilidad, los mismos que permiten en forma rápida dar una idea de carácter general del probable comportamiento que tendrá una edificación durante un sismo.

Para la evaluación del Índice de Vulnerabilidad se trabajó con la Metodología Italiana<sup>(6)</sup> **pero adaptadas a las condiciones de las construcciones informales del Estado Vargas**. En la ecuación (6.9) se indica la ecuación de cálculo.

$$I_V = \sum_{i=1}^n k_{vi} \omega_i \quad (6.9)$$

donde  $n$  es el número de parámetros que se consideran en la evaluación,  $k_{vi}$ , es la valoración del parámetro de acuerdo a lo indicado en la Tabla 6.1 y  $\omega_i$ , es la importancia que se le asigna al parámetro. La categoría D, se le asigna a la condición más vulnerable y la categoría A, a la condición más segura. Por ejemplo, si la edificación es de 1 piso, construida después del año 2000, tiene muy buen mantenimiento, todas las paredes están frisadas y se encuentra en un terreno plano. Para los cinco primeros parámetros la evaluación es A.

De acuerdo a la ecuación (6.9) y a la tabla 6.1, el Índice de Vulnerabilidad, varía entre 0 para el caso más seguro y 500 para el caso más vulnerable.

En el parámetro denominado *Columnas o Machones* se evalúa la relación entre capacidad resistente al corte de la edificación y el corte actuante debido al sismo. El parámetro denominado *Cubierta*, es muy importante toda vez que en una buena parte de las construcciones del Estado Vargas, la cubierta utilizada es muy liviana pero está prácticamente apoyada en las paredes.

**Tabla 6.1** Cuantificación del Índice de Vulnerabilidad en edificaciones Informales.

Parámetro de Calificación	$k_{vi} = D$	$k_{vi} = C$	$k_{vi} = B$	$k_{vi} = A$	$\omega_i$
Número de pisos	40	20	10	0	1.5
Año de construcción	40	20	10	0	0.75
Mantenimiento edificación	40	30	10	0	1.0
Paredes frizadas	40	20	10	0	0.25
Pendiente del suelo	40	30	10	0	1.0
Columnas o Machones	40	30	20	0	1.5
Vigas o Vigas de coronación	40	20	10	0	0.5
Aberturas en paredes	40	20	10	0	0.5
Cubierta	40	30	20	0	1.5
Regularidad en planta	40	20	10	0	0.5
Regularidad en elevación	40	20	10	0	1.0
Ampliaciones	40	30	20	0	1.5
Ubicación en la manzana	40	20	10	0	1.0

## 6.6 FUNCIONES DE VULNERABILIDAD

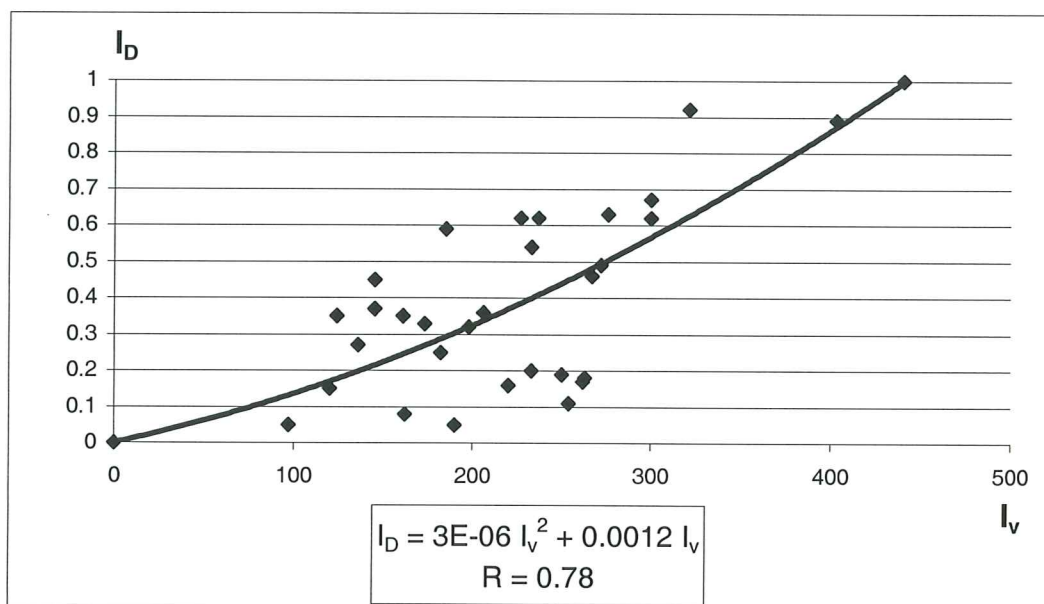
Una *Función de Vulnerabilidad* es una expresión matemática que expresa en forma continua dos o más variables involucradas en la evaluación de la vulnerabilidad sísmica, las mismas que se obtienen mediante un análisis de regresión estadística de los datos que se analizan.

### 6.6.1 Relación entre el Índice de Vulnerabilidad e Índice de Daño.

En la figura 6.4, se presentan las funciones de vulnerabilidad obtenidas para las Construcciones Informales del Estado Vargas, que relacionan el Índice de Vulnerabilidad  $I_V$ , con el Índice de Daño  $I_D$ , las mismas que fueron obtenidas del análisis de más de 30 viviendas situadas en Catia La Mar, Maiquetía, Caraballeda, Naiguatá, Macuto, Camuri Grande y Los Caracas. La gran mayoría de las edificaciones analizadas eran de uno y dos pisos pero hubieron también unas pocas construcciones de tres y cuatro pisos.

Asociado al índice de daño se tiene un desplazamiento lateral máximo y al observar, en el análisis no lineal, el estado en que se encuentra la estructura para ese desplazamiento lateral se observó lo siguiente:

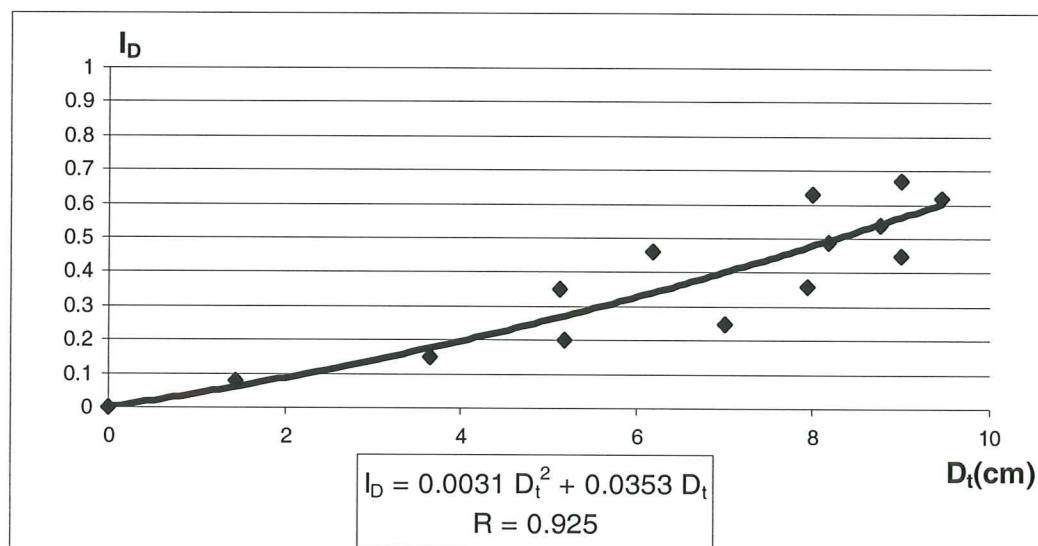
- Un Índice de Daño mayor a 0.5, significa un severo daño en la estructura. La mayoría de elementos, especialmente los horizontales superaron el momento  $M_u$ , que está asociado a la deformación máxima útil del concreto. En términos del Índice de Vulnerabilidad se presentaría un severo daño cuando  $I_V > 280$ .
- Un Índice de Daño entre 0.3 y 0.5 implica un daño considerable en la estructura pero es factible reforzarle y repararle. Esto se presenta cuando el Índice de Vulnerabilidad está entre 190 y 280.
- Entre 0.1 y 0.3 de Índice de Daño se tiene un daño moderado en la estructura. De la figura 4, se aprecia que para este caso el Índice de Vulnerabilidad se halla entre 80 y 190.
- Finalmente, un Índice de Daño menor a 0.1, significa daños menores en la estructura. En este caso el Índice de Vulnerabilidad es menor a 80.



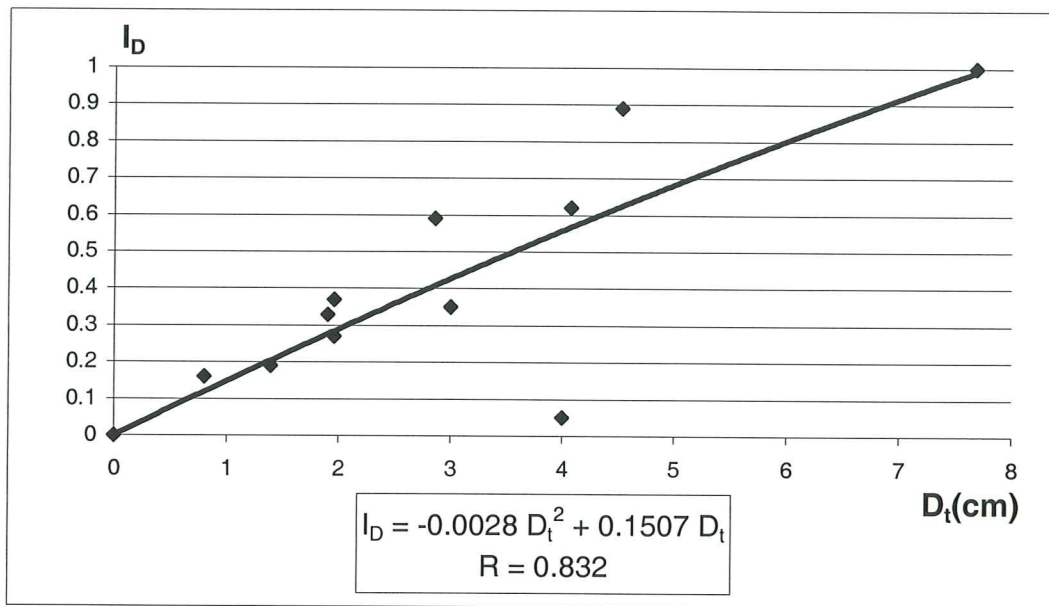
**Figura 6.4** Relación entre el Índice de Vulnerabilidad y el Índice de Daño para las construcciones informales del Estado Vargas.

### 6.6.2 Relación entre el Índice de Daño y el Desplazamiento Lateral

En las figuras 6.5 y 6.6 se presentan las relaciones que existen entre el Desplazamiento Lateral máximo en el tope  $D_t$ , debido a la acción sísmica y el Índice de Daño, en estructuras informales de 2 y 1 piso, respectivamente.



**Figura 6.5** Relación entre el Desplazamiento lateral máximo y el Índice de Daño en edificaciones de dos pisos.



**Figura 6.6** Relación entre el Desplazamiento lateral máximo y el Índice de Daño en edificaciones de un piso.

De las figuras 6.4, 6.5 y 6.6 se aprecia que existe una mejor correlación entre el desplazamiento lateral y el índice de daño, en comparación con la correlación que existe entre el índice de vulnerabilidad e índice de daño. Esto se debe a que la relación es más directa entre las variables de las figuras 6.5 y 6.6 en comparación con las variables de la figura 6.4.

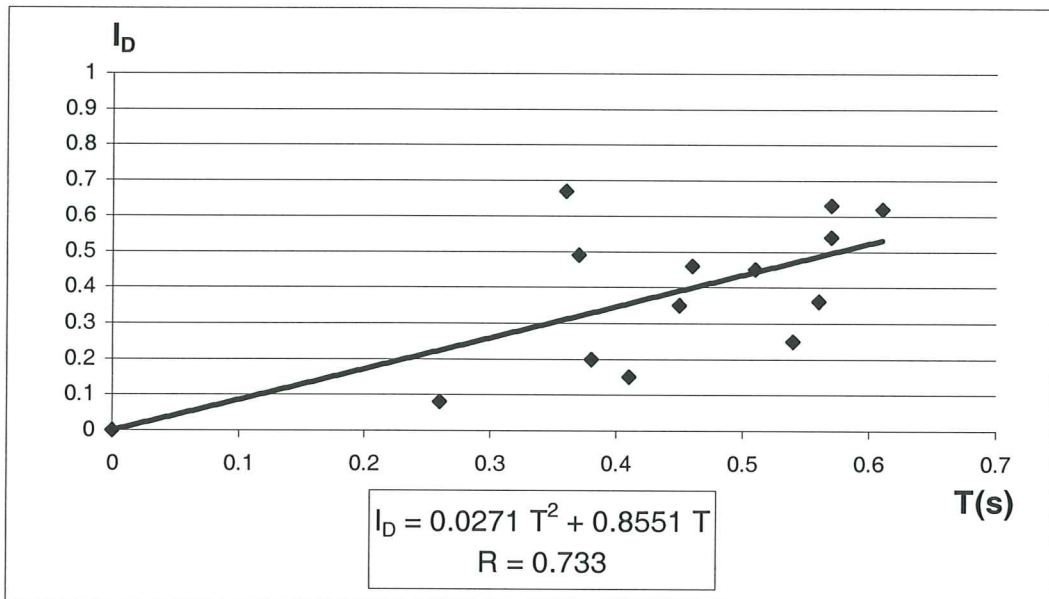
### 6.6.3 Relación entre el Índice de Daño y el Período

En forma general, los suelos sobre los que se asientan las construcciones del Estado Vargas, varían desde arenas gruesas hasta peñones de grandes dimensiones. Pero también existen suelos con arenas finas densas y arcillas o limos plásticos, generalmente en la faja costera, donde también se aprecia suelos orgánicos blandos.

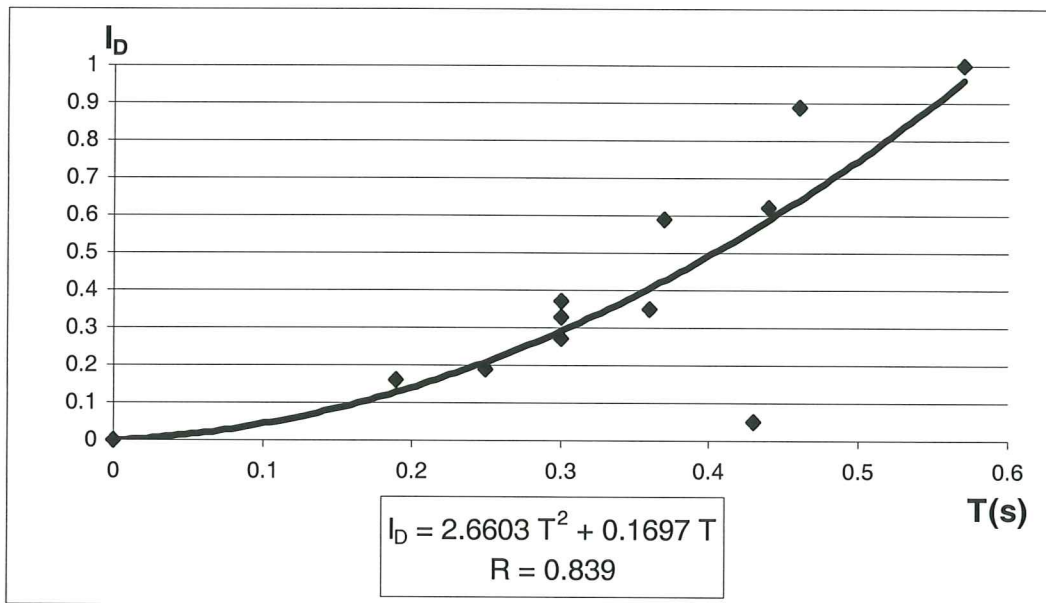
La profundidad del suelo a la cual se halla la roca o un suelo que tiene una velocidad de la onda de corte mayor a 750 m/s, es variable, en algunas partes se encuentra a los 50 m., de profundidad en otras está profundidad es ligeramente menor o mayor. En la medida que se sube hacia el Avila, la profundidad es menor.

Lo importante de todo esto es reconocer que por la topografía del lecho rocoso y las características de los suelos, las *condiciones locales*, tienen un papel fundamental en la respuesta sísmica de las estructuras, la misma ya quedó de manifiesto en el sismo de 1967 en Caraballeda, cuando varias edificaciones colapsaron al igual que edificios de altura como la Mansión Charaima.

En este contexto, es importante destacar que las construcciones informales del Estado Vargas, son estructuras bastante flexibles, en las que puede haber una amplificación de la respuesta por efecto de una posible resonancia.



**Figura 6.7** Relación entre el Período y el Índice de Daño en edificaciones de dos pisos.



**Figura 6.8** Relación entre el período y el Índice de Daño en edificaciones de un piso.

En las figuras 6.7 y 6.8 se presentan curvas que relacionan el período fundamental de la estructura con el Índice de Daño, la figura 6.7, es para edificaciones de 2 pisos y la segunda para edificaciones de 1 piso. En la cuantificación del período no se ha considerado la interacción suelo estructura, sin embargo de ello llama la atención el tener períodos demasiado altos, especialmente en edificaciones con machones de 15 cm., de lado y tableros que se encuentran a más de 3.0 m., de altura.

## 6.7 CONCLUSIONES

Se han presentado funciones de vulnerabilidad para las construcciones informales del Estado Vargas, las mismas que pueden ser utilizadas en la evaluación de la vulnerabilidad sísmica. Es conveniente



en los estudios trabajar con los dos índices, el de vulnerabilidad y el de daño, para poder estimar con mayor precisión el probable desempeño sísmico de las edificaciones.

Por otra parte, se ha presentado una metodología para determinar el índice de daño, a partir de un análisis no lineal estático y mediante la determinación de un sistema simplificado de referencia de un grado de libertad. De igual manera se ha indicado el significado del valor de un índice de daño con la metodología propuesta.

## 6.8 REFERENCIAS

1. Aguiar Roberto, 2001, "Introducción al análisis sísmico basado en el desempeño estructural", *Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales*, 89 p, Caracas.
2. Aguiar Roberto, 1997 "Daño sísmico global en edificios con muros de cortante", *Centro Internacional de Métodos Numéricos, CIMNE IS-23*, 101 p, Barcelona.
3. Aguiar Roberto, Barbat Alex y Canas José, 1997, "Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de hormigón armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos, CIMNE IS-22*, 173 p, Barcelona.
4. Aguiar Roberto, 1996, "Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos, CIMNE IS-17*, 99 p, Barcelona.
5. Banon H., and Veneziano D., 1982, "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10 (1)**, 179-193.
6. Benedetti D., y Patrini V, 1984, "Sulla vulnerabilità sismica di edifici in muratura i proposte di un metodo di valutazione", *L'industria delle Costruzioni*, **149**, 66-74.
7. Boissonnade A. C., Shah H. C., 1985, "A review of probabilistic and heuristic methods used for safety and damage estimation of structures under seismic loads", *Proceedings of the Fourth International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR-85, Vol 2*, Kobe.
8. Caicedo César, Barbat Alex, Canas José y Aguiar Roberto, 1994, "Vulnerabilidad sísmica de edificios", *Centro Internacional de Métodos Numéricos, CIMNE IS-6*, 100 p, Barcelona.
9. Corsanego A., 1985, "A review of methodologies for seismic vulnerability assessment", *Proceedings of the International Conference on Reconstruction, Restoration and Urban Planning of Towns and Regions in Seismic Prone Areas*, Skopje.
10. Esteva L., Díaz O., García J., Sierra G., y Ismael E., 2001, "Criterios y procedimientos para diseño sísmico basado en metas de confiabilidad y desempeño", *Informe del Proyecto 31181 U. CONACYT*, 68 p, México.
11. Esteva L., 1999, "Diseño sísmico basado en desempeño: tendencias y retos", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 28 p, Morelia.
12. Freeman S. A., 1988, "Overview of published documents for the evaluation of existing building", *Proceedings of the Seventh ASCE Structures and Pacific Rim Engineering Congress*, 537-545, San Francisco.
13. FUNVISIS, 2001, "Norma COVENIN 1756-98 (Rev. 2001). Edificaciones Sismorresistentes", *Fundación Venezolana de Investigaciones Sismológicas*, Caracas.

14. Hurtado Jorge, 1999, "Modelación estocástica de la acción sísmica", *Centro Internacional de Métodos Numéricos, CIMNE IS-33*, 93 p, Barcelona.
15. López José Luis, Bello María Elena, Gonzalez Noemí, Toyo Antonio y Alcalá Olegario, 2000, "Consideraciones sobre el desastre de Carmen de Uria", *Los Aludes Torrenciales de Diciembre de 1999 en Venezuela. Seminario Internacional*, Caracas.
16. Marcucci Ettore, 2000, "La formación de deltas como resultado de los flujos de detritos ocurridos en diciembre de 1999 en Carmen de Uria y en los Corales, Litoral Central de Venezuela", *Los Aludes Torrenciales de Diciembre de 1999 en Venezuela. Seminario Internacional*, Caracas.
17. Nigan N. C. Y Narayanan S., 1994, "Applications of random vibrations", *Springer Verlag-Narosa Publishing House*, Delhi.
18. Otani S., 1988, "The state of the art in evaluating seismic vulnerability of existing reinforced concrete buildings in Japan", *Proceedings of the Seventh ASCE Structures and Pacific Rim Engineering Congress*, San Francisco.
19. Park Y., and Ang A., 1985, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE*, **111**, 722-739.
20. Pérez Daniel, 1995, "Evaluación de la vulnerabilidad sísmica de edificaciones en la zona de Caraballeda", *Trabajo Especial de Grado. Facultad e Ingeniería. Universidad Metropolitana*, Caracas.
21. Valles R. E., Reinhorn A. M., Kunnath S. K., Li C., and Madan A., 1996, "IDARC2D Version 4.0: A computer program for the inelastic damage analysis of building", *Technical Report NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research*, State University of New York at Buffalo, Buffalo.
22. Roufaiel M. And Meyer C., 1987, "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 (3)**, 429-444.
23. Stephens J. E. And Yao T. P., 1987, "Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 (4)**, 787-801.