

OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS, ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS Y EL MÉTODO DE BALUJA

JOSEFA ESTUPIÑÁN*
EUGENIO OÑATE**

y
BENJAMÍN SUÁREZ**

* *Carlos Mauricio Blandy, 46, 3B
35011 Las Palmas de Gran Canaria, España
Tel: + 34-607-578 503, E-mail: jpadron@cistia.es*

** *Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Módulo C1, Campus Norte, Universidad Politécnica de Cataluña
Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, España
Tel: + 34-93-205 7016, Fax + 34-93-401 6517, E-mail: cimne@etseccpb.upc.es*

RESUMEN

El trabajo presenta la aplicación de varios métodos evolutivos al campo de la optimización topológica de estructuras. El trabajo desarrollado se basa en la búsqueda de una distribución de material dentro de un dominio específico y bajo unas condiciones de contorno concretas. Los algoritmos evolutivos obedecen a las leyes de supervivencia del mejor dotado de Darwin y a su base genético molecular: mutación y recombinación del material genético. Los métodos evolutivos (ME) que se presentan son: algoritmos genéticos (AG), estrategias evolutivas (ES) y el método de Baluja (Population-Based Incremental Learning (PBIL)).

La validación de los métodos se ha realizado considerando tipos de problemas entre los que destacan los siguientes casos: estructura sometida a una sola carga puntual, estructura sometida a varias cargas puntuales, estructura sometida a cargas distribuidas y deslizantes y el caso particular de una subestructura sin apoyos. Se incluye un estudio comparativo de las diferentes metodologías desarrolladas.

TOPOLOGICAL OPTIMIZATION USING GENETIC ALGORITHMS, EVOLUTION STRATEGIES AND POPULATION-BASED INCREMENTAL LEARNING

SUMMARY

The paper presents the application of several evolution methods applied to topology optimization of structures. This investigation is based on the search of a distribution of material within a specific domain and under given boundary conditions. The algorithms follows Darwin laws of hierachic survival based on their genetic molecular composition: mutation and random

Recibido: Enero 1998

crossover of genetic material. Three evolution methods (EM) are considered in this paper: genetic algorithm (GA), evolution strategies (ES) and population-based incremental learning (PBIL). The optimization operator is a structure subjected to point loads and distributed loads. A comparative study of the methodology considered is also provided.

Keywords:

Genetic Algorithms/Evolution Strategies/Topology Optimization/Population-Based Incremental Learning

INTRODUCCIÓN

Durante más de tres décadas, científicos de diferentes ramas de la ciencia y la tecnología han investigado y desarrollado procedimientos de cálculo y optimización basados en el proceso de evolución natural de las especies, con el objetivo de obtener la mejor solución para un problema dado bajo ciertas restricciones. Esta imitación del proceso natural es una simplificación de la realidad biológica. En la naturaleza el proceso se realiza considerando una cantidad infinita de parámetros, cosa imposible de simular con los medios de los que se dispone en la actualidad.

Entre estos científicos destacan Rechenberg y Schwefel¹⁷ (estrategias evolutivas simples) en 1964, Holland¹³ (algoritmos genéticos (AG)) en 1975, Goldberg¹¹ (AG) en 1989 y Baluja^{2,3} (Population-Based Incremental Learning) en 1994. Todos ellos han demostrado que los métodos evolutivos pueden ser una herramienta muy poderosa y robusta como método de optimización.

En la aplicación de los algoritmos evolutivos a la optimización topológica de estructuras hay que destacar los trabajos desarrollados por Chapman *et al.*⁷ y Schoenauer¹⁶. Chapman *et al.* han empleado dos mallados diferentes para su trabajo de optimización topológica mediante algoritmos genéticos; empleando un mallado con elementos cuadrados por el análisis por AG, y un segundo mallado de elementos triangulares para el análisis estructural por el método de los elementos finitos (MEF)¹⁵. Schoenauer introdujo nuevas representaciones del cromosoma, entre las que destaca la representación bidimensional y la Voronoi.

En este trabajo se han desarrollado un conjunto de alternativas para la optimización topológica mediante métodos evolutivos, entre los que destacan:

- AG-MEF que combina el método de los algoritmos genéticos con el método de los elementos finitos
- ES-MEF que combina las estrategias evolutivas con el método de los elementos finitos
- APBIL-MEF que combina el método de Baluja con el método de los elementos finitos

Los programas desarrollados en cada caso, han permitido cubrir el objetivo último de este trabajo, que consiste en obtener formas de estructuras con un buen comportamiento bajo cargas externas y con la distribución de material precisa.

IDEAS BÁSICAS SOBRE LOS MÉTODOS EVOLUTIVOS

Los métodos evolutivos se basan en el proceso de aprendizaje colectivo dentro de una población de individuos. En este trabajo la población será un conjunto de estructuras resistentes. Cada individuo representa un punto de búsqueda en el espacio de posibles soluciones del problema. Inicialmente, se obtiene un conjunto de posibles soluciones de forma aleatoria y mediante los procesos de selección, cruce y mutación se obtiene un nuevo conjunto de posibles soluciones con una mejor adaptación a las condiciones establecidas.

Los métodos evolutivos poseen una serie de aspectos comunes, entre los que destacan: la codificación de cromosomas, los operadores genéticos y la función mérito. Seguidamente presentaremos de forma breve dichos conceptos.

Codificación del cromosoma

La codificación del cromosoma permite representar un elemento estructural o posible solución, como el cromosoma de un individuo. La codificación seleccionada en este trabajo consiste en dividir el dominio a optimizar en elementos rectangulares. Se considera que los posibles valores del gen pueden ser (1,0), donde "1" representa la existencia de material resistente y "0" la ausencia del mismo. La ausencia de material es físicamente representada por un material de baja resistencia¹⁰.

La etapa de análisis se ha desarrollado considerando un solo mallado de elementos finitos cuadrados de cuatro nodos, que también puede ser empleado para la representación del cromosoma. Al depender la matriz de rigidez del elemento utilizado sólo de las características del material, la etapa de cálculo de la matriz de rigidez global se reduce a la etapa de ensamblaje.

Operadores genéticos

Los operadores genéticos permiten obtener una nueva población a partir de un grupo de individuos y de su función de mérito. En este trabajo se han considerado tres operadores genéticos: la selección, el cruce y la mutación.

El operador de selección elige al conjunto de la población con posibilidades de transmitir su información genética a la población siguiente. El método estocástico⁵ de selección se ha elegido debido a que permite mantener la diversidad de la población. Este tipo de selección escoge todos los individuos de mayor mérito, sin eliminar la posibilidad de seleccionar algunos miembros de bajo mérito.

El operador de cruce permite obtener un conjunto de cromosomas como combinación de otro conjunto de cromosomas y de sus funciones de mérito.

El operador de cruce empleado en este trabajo es el de dos puntos de cruce⁹. Se ha seleccionado este operador por su simplicidad y la diversidad que introduce en la población. Dicho operador de cruce consiste en dividir al azar cada cromosoma en tres partes y generar los nuevos cromosomas como combinación de los anteriores.

La mutación consiste en cambiar al azar el valor de un gen en el cromosoma. El operador de mutación empleado es el propuesto por Calloway⁶, donde la probabilidad de mutación varía con la diversidad de la población.

Función de mérito

La determinación del nivel de adaptación de un individuo (elemento estructural) a las condiciones medio ambientales (estado de carga y restricciones) define la función de mérito.

La selección de dicha función se ha escogido con la idea de minimizar conjuntamente el peso (P) y la energía de deformación (U). Los datos necesarios para el cálculo de la energía interna de deformación se obtienen con el método de los elementos finitos (MEF¹⁵). La expresión de la función de mérito es la siguiente

$$\text{Mérito} = \frac{1}{PU} \quad (1)$$

ALGORITMOS GENÉTICOS

El esquema general de un AG dentro del contexto del análisis estructural con el MEF consiste en la creación, de forma aleatoria, de un grupo de estructuras con propiedades geométricas diferentes, que constituyen la población inicial.

La población inicial es analizada estructuralmente mediante el MEF¹⁵, con lo que se obtiene la función de mérito de cada individuo de la población. El mérito indica el grado de adaptación de un individuo a las condiciones preestablecidas.

Con el mérito y los operadores genéticos se obtiene una nueva población con distribuciones diferentes de material resistente y no resistente. El análisis por el MEF de estas nuevas estructuras permite obtener su mérito. El proceso se repite hasta que se satisfagan las condiciones prescritas para la función de mérito, o el ciclo se realice un número determinado de veces.

Para una información más amplia sobre el método de los algoritmos genéticos se recomienda consultar las referencias 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 16.

ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS

Rechenberg propuso la primera estrategia evolutiva múltiple, denominada $(\mu + 1)$ ES, donde $\mu (> 1)$ individuos se combinan para generar un descendiente que sustituirá al peor individuo de la población. De esta estrategia surgió la idea básica de las estrategias evolutivas múltiples tal como $(\mu + \lambda)$ -ES y (μ, λ) -ES, introducidas por Schwefel¹⁷. La notación $(\mu + \lambda)$ -ES indica que μ padres producen λ descendientes y que la nueva población es una selección de los mejores individuos de ambos grupos. La versión (μ, λ) -ES indica, que la nueva generación es una selección de los λ mejores descendientes.

Se puede encontrar mayor información sobre el método de las estrategias evolutivas en las referencias 1,10,12,14 y 17.

MÉTODO DE BALUJA (PBIL)

El método PBIL fue propuesto originalmente por Baluja^{2,3}. Este método es una combinación del método de los algoritmos genéticos y el de escalado. El método de escalado consiste en introducir un cambio aleatorio en la solución del problema y comparar la nueva solución con la antigua. Si la nueva solución es mejor que la antigua, se acepta aquella como base para un nuevo cambio aleatorio. En caso contrario, la antigua solución queda como base para la próxima iteración. El proceso se repite un número determinado de veces.

El método PBIL de Baluja genera un vector real de probabilidad que se actualiza en cada generación y con el que se pretende dirigir a la población cerca de los individuos mejor dotados y alejarla de los peor dotados. Cada componente del vector de probabilidad es analizado independientemente. Este método no trata de representar toda la población por medio de un vector, pero más bien introduce un escrutador basado en el individuo mejor.

Los cuatro parámetros que requiere el método de Baluja son: el tamaño de la población, la relación de aprendizaje (LR), la probabilidad de mutación y la relación de cambio (efecto de la mutación en el vector de la probabilidad).

EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS

El estudio comparativo de los métodos evolutivos presentados ha sido desarrollado considerando los parámetros de tal forma que el número de análisis por el MEF sea el mismo en cada método. Los ejemplos considerados para la validación y comparación de los distintos métodos son los siguientes:

- Caso 1. Una placa sometida a una carga puntual. El mismo ejemplo ha sido analizado por Duda⁸ y Schoenauer¹⁶
- Caso 2. Una viga de gran canto sometida a varias cargas puntuales. Los ejemplos por este caso son denominados CE4, CE12 y CE20
- Caso 3. La misma viga del ejemplo anterior sometida a cargas fijas y cargas deslizantes. PU10
- Caso 4. Una sub-estructura cargada sin apoyos

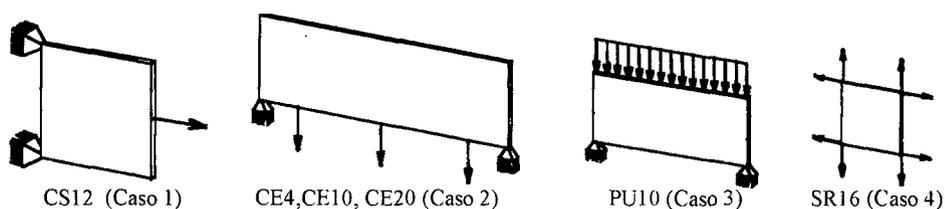


Figura 1. Caso de problema estudiado

El número asociado a cada ejemplo indica el tipo del mallado. Los mallados CS12, CE4, CE12, CE20, PU10 y SR16 poseen 12×12 , 4×12 , 12×36 , 20×60 , 10×20 y 16×16 elementos, respectivamente.

Se ha considerado que todas las estructuras están compuestas por el mismo material cuyas características son las siguientes

$$E = 2,5 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2 \quad \nu = 0,3 \quad \varepsilon = 1,95 \cdot 10^{-3} \quad (2)$$

donde E es el módulo de Young, ν es el coeficiente de Poisson y ε es la deformación máxima unitaria. La deformación máxima unitaria se emplea para establecer los valores límites del desplazamiento.

Los resultados finales presentados son una muestra de 20 resultados obtenidos para el mismo problema cambiando sólo el número aleatorio inicial. Este número es empleado para la generación de números aleatorios. En este trabajo se ha considerado como valor máximo aceptable una desviación de la función de mérito de un 5 %.

Caso CS

La estructura final obtenida para el caso CS12 se muestra en la Figura 2 donde como en todos los casos, sólo se representan los elementos que contienen material resistente. En esta figura presentamos la solución obtenida con los programas: AG-MEF (a), ES-MEF (b) y PBIL-MEF (c). Los parámetros seleccionados en este ejemplo son: 150 generaciones, 100 individuos en la población, una probabilidad de cruce de 0,95, una probabilidad de mutación máxima de 0,006, una probabilidad mínima de mutación de 0,004, el número de padres es de 50, el número de hijos es de 100, LR es 0,05 y neg. LR es 0,08.

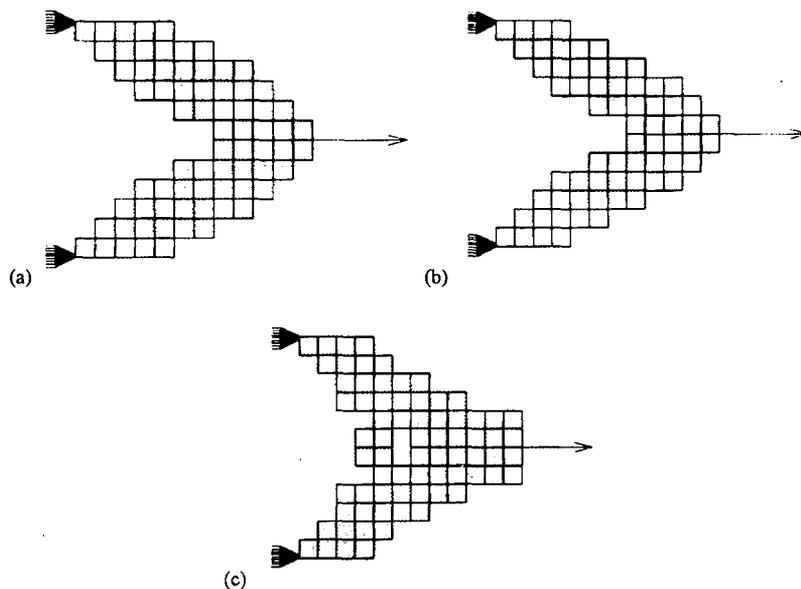


Figura 2. Estructuras obtenidas para el caso CS12 con GA-MEF (a), ES-MEF (b) y PBIL-MEF (c)

La gráfica de Figura 3 muestra la evolución del mérito para los tres métodos analizados. En la gráfica se puede observar que los mejores resultados se obtienen con los algoritmos genéticos (AG) y las estrategias evolutivas (ES), mientras que los peores resultados se obtienen con el método PBIL.

Se han obtenido resultados similares para otros ejemplos de este tipo.

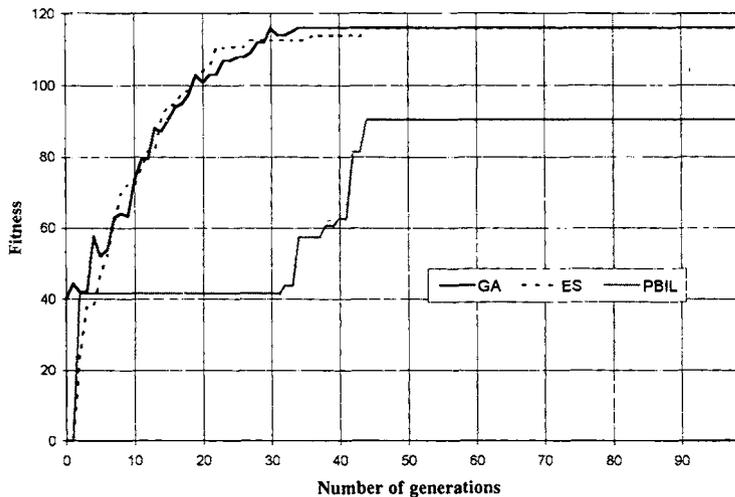


Figura 3. Evolución del mérito para AG-MEF(GA), ES-MEF y PBIL-MEF (caso CS12)

Casos CE

Los resultados obtenidos con ES-MEF tienen una desviación del mérito elevada. Con el método de Baluja se obtienen buenos resultados, cuando el mallado es poco refinado.

El AG-MEF fue el método con el que se obtuvieron los mejores resultados. En la Figura 4 se presentan las estructuras obtenidas con el método AG-MEF para los ejemplos CE10 (a) y CE20 (b) y con el PBIL-MEF para CE2 (c). Los mallados para los ejemplos CE10, CE20 y CE4 poseen 432, 1200 y 48 elementos, respectivamente.

Los parámetros aplicados en este ejemplo son: número de generaciones de 150, una población de 100 individuos, una probabilidad de cruce de 0,95, una probabilidad máxima de mutación de 0,006 y una probabilidad mínima de mutación de 0,004.

Ejemplo PU

Para el ejemplo PU10 se presentan dos posibilidades: en el primer caso se consideran cargas fijas (Figura 5a) y en el segundo cargas deslizantes (Figura 5b). Los parámetros empleados son: el número de generación de 200, una población de 150 individuos, una probabilidad de cruce de 0,95, una probabilidad de mutación máxima de 0,006 y una probabilidad mínima de mutación de 0,004.

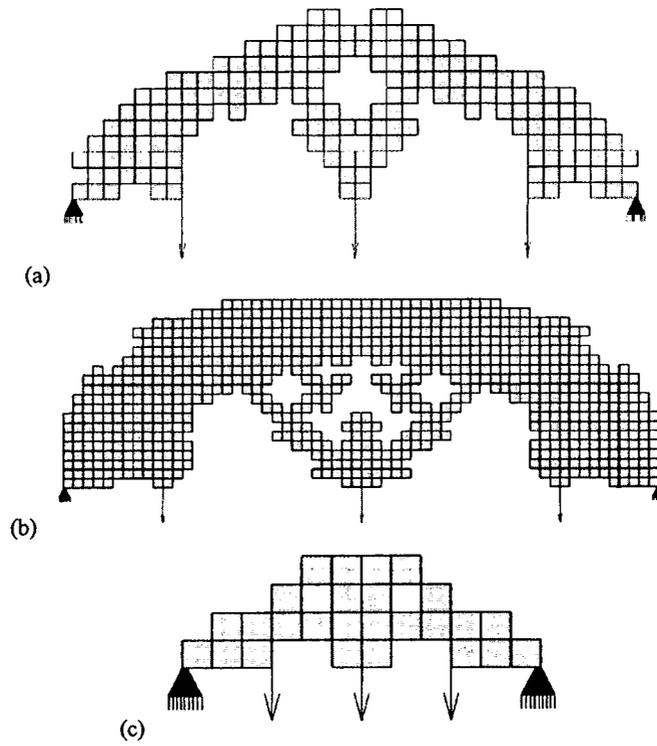


Figura 4. Estructuras obtenidas con AG-MEF para el caso CE10 (a), CE20 (b) y con PBIL-MEF para CE4 (c)

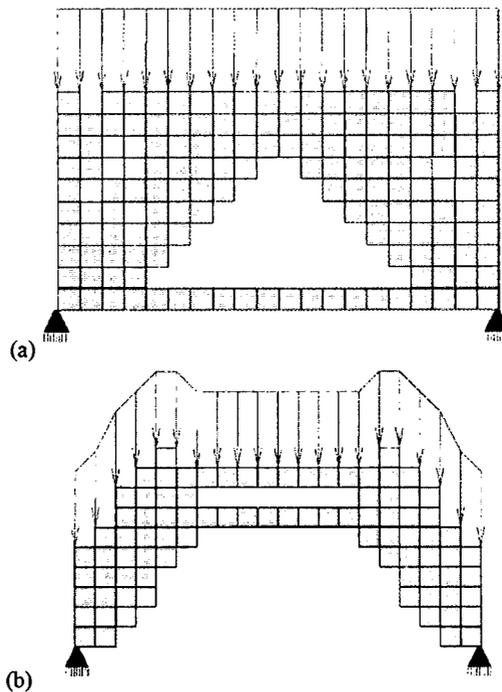


Figura 5. Estructuras obtenidas considerando cargas fijas (a) y cargas deslizantes (b) (caso PU10)

Caso SR

Las desviaciones típicas del mérito obtenidas para el ejemplo SR con los métodos ES-MEF y PBIL-MEF están cercanas al 5 %. Con AG-MEF, este valor es un 3,5 % del valor máximo. La forma final obtenida se muestra en la Figura 6.

Los parámetros aplicados en este ejemplo son: un número de generación de 500, una población de 200 individuos, la probabilidad de cruce de 0,95, una probabilidad máxima de mutación de 0,006 y una probabilidad mínima de mutación de 0,004.

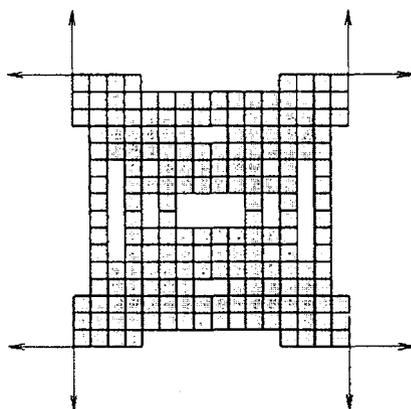


Figura 6. Caso SR16

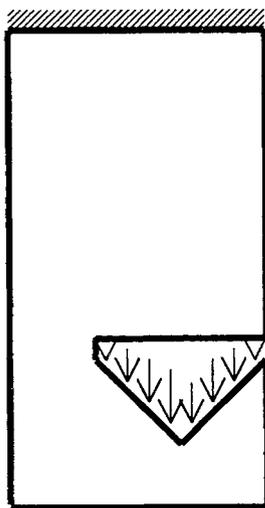


Figura 7. Estructura inicial del gancho

Análisis de un gancho

Como aplicación práctica de los métodos evolutivos se ha estudiado la optimización de la estructura de un gancho. El dominio de partida es el que se muestra en la Figura 7, el estudio se ha realizado para dos mallados diferentes (con 9×14 y 11×20 elementos).

En la Figura 8 se muestran los resultados para el mallado de 9×14 elementos y en la Figura 9 para el mallado de 11×20 elementos. En ambas figuras se puede comprobar que la forma obtenida con los dos mallados es similar y reproduce la forma típica de un gancho.

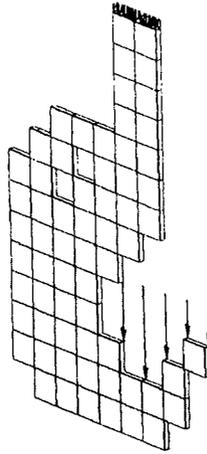


Figura 8. Estructura obtenida para el gancho partiendo de un mallado de 9×14 elementos

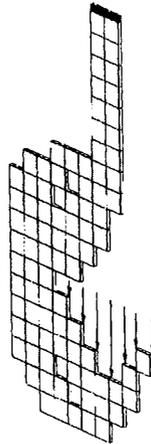


Figura 9. Estructura obtenida para el gancho partiendo de un mallado de 11×20 elementos

CONCLUSIONES

El trabajo es una aplicación de los métodos evolutivos a la optimización topológica de estructuras. El proceso de optimización requiere todavía bastante tiempo de cálculo para resolver problemas reales de optimización. Es de esperar que los avances en hardware y software permitan reducir dicho tiempo, de manera que el método se convierta en una herramienta útil.

La mutación es el operador principal de las estrategias evolutivas y del método de Baluja, mientras el operador de cruce es un operador secundario. En los algoritmos genéticos ocurre lo contrario, el operador de cruce es el principal operador genético y la mutación es el operador secundario.

Los algoritmos genéticos y las estrategias evolutivas son bastante insensibles al tamaño del mallado. Con diferentes mallados se obtuvieron resultados equivalentes. Este no es el caso del método de Baluja donde es frecuente obtener soluciones diferentes con mallados diferentes.

Una de las posibles líneas futuras de investigación, sería ser la de ir cambiando el mallado inicial a medida que evoluciona el proceso. Se comenzaría con una malla rectangular y después de un determinado número de generaciones o cuando se satura la población, se refinaría la parte del mallado que posea material resistente en la estructura media de la población, mientras que el resto del mallado se eliminaría. De esta forma se evitaría el cálculo de zonas sin material resistente y el contorno del dominio quedaría mejor definido.

Otra posibilidad interesante sería desarrollar un nuevo método evolutivo que combine las mejores propiedades de alguno de los métodos analizados. Botello *et al.*⁴ ha desarrollado un método que combina el método de los algoritmos genéticos y el recocido simulado. Las primeras aplicaciones de este método a los ejemplos estudiados en este trabajo no mejoraron sensiblemente los resultados obtenidos con el método AG.

AGRADECIMIENTOS

J. Estupiñán agradece el apoyo de la Comisión Interministerial y Tecnología (CICYT) del Ministerio de Educación y Ciencia de España para la realización de este trabajo y a Marc Schoenauer por su apoyo durante una estancia en la École Polytechnique de Palaiseau.

REFERENCIAS

1. T. Bäck y H.P. Schwefel, "Evolution Strategies I: Variants and their Computational Implementation", *Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science*, John While & Sons, pp. 111-126, (1995).
2. S. Baluja, *An Empirical Comparison of Seven Iteratives and Evolutionary Function Optimization Heuristics*, Technical Report, CMU-CS-95-193, Carnegie Mellon University, September, (1995).

3. S. Baluja, *Population-Based Incremental Learning: A Method for Integration Genetic Search Based Function Optimization and Competitive Learning*, Technical Report, CMU-CS-94-163, Carnegie Mellon University, June, (1975).
4. S. Botello, J.L. Marroquín y E. Oñate, "Un algoritmo general de búsqueda estocástica aplicado a la optimización de estructuras de acero", *III Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. SEMNI*, pp. 697–706, (1996).
5. T. Blicke y L. Thiele, *A Comparison of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms*, Computer Engineering and Communication Networks Lab, TK-Report, N° 11, (1995).
6. I. Calloway, "Using a Genetic Algorithm to Design Binary Phase-Only Filters for Pattern Recognition", R.K. Belew and L.K. Booker Editors, *ICGA91 Morgan Kaufmann*, pp. 422–429, (1991).
7. C.D. Chapman, K. Saitou y M.J. Jakiela, "Genetic Algorithm as an Approach to Configuration and Topology Design", *ASME Design Automation Conference*, Albuquerque, New Mexico, September, (1993).
8. J. Duda, "Genetic Algorithm Based Topolgy and Shape Optimization for Single and Bi-Material Structures", *Design Optimization an Automation*, Mayo, (1995).
9. J. Estupiñán, E Oñate y B. Suárez, "Una primera aproximación a la optimización de placas mediante algoritmos genéticos", *III Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. SEMNI*, pp. 648–657, España, (1996).
10. J. Estupiñán, "Métodos evolutivos en la optimización topológica", Tesis Doctoral realizada en la Universidad Politécnica de Cataluña, Diciembre, (1997).
11. D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company Inc., (1989).
12. Hoffmeister y T. Bäck, *Genetic Algorithms and Evolutionary Strategies: Simulation and Differences*, Technical Report, N° SYS-1/92, (1992).
13. J.H. Holland, "Schemata and Intrinsically Parallel Adaptation", *Proceeding of the NSF Workshop of Learning System Theory and its Applications*, University of Florida, pp. 43–46, (1973).
14. Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Vol. 24, Springer-Verlag, (1992).
15. E. Oñate, *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos*, CIMNE, Barcelona, (1992).
16. M. Schoenauer, "Shape Representations for Evolutionary Optimization and Identification in Structural Mechanics", *EUROGEN'95*, pp. 443–463, (1995).
17. H.P. Schwefel y T. Bäck, "Evolution Strategies II: Theoretical Aspects, Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science," *EUROGEN'95*, pp. 127–140, (1995).