

Identificación del daño en un modelo aporticado usando datos modales

Francisco Garcés^{1,2}, Carlos Genatios¹, Pedro García¹, Marianela Lafuente¹ y Ahmed Mebarki²

¹ Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME)
Facultad de Ingeniería, Universidad Central (Venezuela)
Apartado Postal 50.361, Caracas 1050-A, Venezuela
e-mail: franciscogarcés@cantv.net; francisco.garcés@ucv.ve

² Laboratoire de Mécanique, Université de Marne la Vallée
5 Bd Descartes, Cité Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, Cedex 2, Francia
Tel.: 331 60 95 77 93; fax: 331 60 95 77 99
e-mail: francisco.garcés@univ-mlv.fr

Resumen

Se presenta la identificación del daño introducido en un modelo aporticado a escalada reducida, usando dos metodologías de evaluación, las cuales requieren de un ensayo experimental dinámico previo y de un modelo teórico inicial. Estas metodologías aprovechan la configuración de los edificios aporticados en la ecuación que rige el sistema. La primera de las metodologías se ocupa de la estimación de la rigidez, para ello se parte del conocimiento previo de los valores de masa de la estructura. La segunda metodología considera que no se conoce la matriz de masa del sistema. A continuación se describe el modelo ensayado, luego se detalla el procedimiento de ensayo dinámico realizado y la identificación que conduce a la obtención de los parámetros dinámicos correspondientes. Finalmente, se estiman los cambios de rigidez en la estructura ensayada, producidos por el daño, mediante la aplicación de las metodologías inicialmente expuestas. Los resultados obtenidos son satisfactorios.

Palabras clave: *análisis Modal, daño, pórticos, ensayos dinámicos.*

STIFFNESS IDENTIFICATION OF FRAMED MODELS USING MODAL DATA

Summary

This article presents the experimental evaluation of a reduced scale framed building model subjected to dynamic tests and controlled damage conditions. In the first part of this article, stiffness identification procedures are developed, and two methodologies are presented: when the mass matrix is known or when it is unknown. In this last case, the mass matrix must be identified before the stiffness matrix is assessed. The identification procedure requires an experimental essay as well as an analytical model to establish the initial undamaged condition of the structure. In the second part of this article, the frame building scale model and the performed experimental tests, leading to the dynamic identification of the structure, are described. Various controlled damage conditions of the structure are considered, and their dynamic properties are evaluated by experimental means. The proposed identification procedures are then applied and the results are discussed. Both methods prove to be suitable to successfully identify the damage location and the stiffness matrix of the structure under various damage conditions.

Keywords: *modal analysis, damage, identification, frame building, dynamic test.*

INTRODUCCIÓN

La rigidez de una estructura puede variar durante su vida útil, estos cambios pueden ser el resultado de procesos de deterioro de la misma o inclusive reparaciones que aumenten su capacidad resistente. Solicitaciones de carácter dinámico, como los sismos, son capaces de causar disminuciones en su rigidez. Es necesario evaluar las propiedades mecánicas de una estructura sometida a solicitaciones severas tales como sismos, con el fin de orientar las decisiones a tomar: reparación o demolición de esa estructura.

En el diagnóstico de la pérdida de rigidez se pueden diferenciar tres tipos de problemas: 1) establecer si hay daño o no, 2) localización de la zona dañada, 3) cuantificación de la magnitud del daño. Resolver cada uno de ellos, conlleva procedimientos de distintos grados de complejidad y formas de abordaje.

La evaluación dinámica experimental y la obtención de las propiedades dinámicas de la estructura, permiten determinar si hay daño o no en la estructura^{1,2}. La evaluación de las frecuencias de vibración modal, así como el estudio de cambios en la curvatura de las formas modales³ y el establecimiento de índices de correlación de estas formas —como el índice MAC⁴, COMAC⁵, entre otros—, nos permiten resolver esta primera etapa⁶. Para la localización del daño en la estructura, se pueden utilizar métodos de correlación entre los parámetros modales experimentales y los obtenidos con modelos teóricos en elementos finitos. Diversas estrategias han sido propuestas, entre ellas, la optimización y uso de variables aleatorias^{7,8}. El refinamiento de los métodos mencionados y el conocimiento de la tipología del sistema permiten, en algunos casos, cuantificar el daño, o, en otros, obtener las matrices de rigidez del sistema^{9,10,11}.

El objetivo de este trabajo es proponer y demostrar la eficacia de una metodología que permite localizar y estimar el daño en estructuras aporticadas, con la utilización de apenas una o dos formas modales y sus correspondientes frecuencias. La metodología aprovecha la configuración que cobran las matrices características de edificios aporticados, con lo que se simplifica el procedimiento de identificación. Se presenta el desarrollo de esta metodología de identificación, que luego es aplicada en la localización de los cambios de rigidez. En el caso que nos concierne de cuatro modelos a escala de edificios aporticados, las estructuras fueron evaluadas mediante procedimientos de vibración libre. Los resultados de la evaluación y de la identificación muestran que el daño fue adecuadamente identificado y localizado con la metodología propuesta, con una cuantificación suficientemente precisa de los cambios de rigidez introducidos en la estructura.

ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ DE ESTRUCTURAS APORTICADAS

A continuación, se describen dos algoritmos para la identificación del cambio de rigidez de estructuras aporticadas, con comportamiento esencialmente a corte. La diferencia entre ambas propuestas radica en que la primera conoce los valores de masas de la estructura, mientras que la segunda no.

Presentación del problema

Considérese un sistema estructural de matrices características K y M . Es requisito previo, realizar un estudio experimental dinámico de la estructura para determinar sus frecuencias propias y respectivas formas modales.

Estimación del cambio de Rigidez de Piso

Para un sistema estructural lineal no amortiguado de NGDL en vibración libre, que cumple con la siguiente ecuación:

$$K\Phi = M\Phi\Lambda \quad (1)$$

siendo K la matriz de rigidez del sistema, M la matriz de masa, Λ la matriz que contiene los valores propios ($\lambda_i = \omega_i^2$), donde ω_i es la frecuencia correspondiente al modo i y Φ la matriz que contiene los vectores propios.

Para el caso de estructuras aporticadas con comportamiento esencialmente a corte, es usual considerar losas infinitamente rígidas en su plano y columnas rígidas axialmente, con masas concentradas en las losas. Con ello se obtienen matrices de rigidez K bandeadas y matrices de masa M , diagonales, tal como se muestra a continuación:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \cdots & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & -k_n \\ 0 & \cdots & \cdots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ & m_2 & \\ \vdots & & \ddots \\ 0 & \cdots & m_{n-1} & m_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

En este caso m_i es la masa concentrada en el piso i y k_i es el término de rigidez del piso i .

Cada piso puede eventualmente sufrir cambios de rigidez. Para representarlo, se propone que su valor inicial de rigidez (teórico o proveniente de una estimación previa) sea multiplicado por un valor α . Con ello, la matriz K quedaría así:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 & -\alpha_2 k_2 & \cdots & \cdots & 0 \\ -\alpha_2 k_2 & \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 & -\alpha_3 k_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & -\alpha_n k_n \\ 0 & \cdots & \cdots & -\alpha_n k_n & \alpha_n k_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

Sustituyendo las matrices K y M de las expresiones (3) y (4) en la expresión (1) para el modo de vibración a se obtiene:

$$\left(\begin{bmatrix} \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 & -\alpha_2 k_2 & \cdots & 0 \\ -\alpha_2 k_2 & \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & -\alpha_n k_n \\ \cdots & \cdots & \alpha_{n-1} k_{n-1} + \alpha_n k_n & \alpha_n k_n \end{bmatrix} - \lambda_a \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ & m_2 & \\ \vdots & & \ddots \\ 0 & \cdots & m_{n-1} & m_n \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_a^1 \\ \phi_a^2 \\ \vdots \\ \phi_a^{n-1} \\ \phi_a^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Desarrollando algebraicamente cada ecuación de (5) se consigue:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2) \phi_a^1 - \alpha_2 k_2 \phi_a^2 - \lambda_a m_1 \phi_a^1 &= 0 \\ -\alpha_2 k_2 \phi_a^1 + (\alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3) \phi_a^2 - \alpha_3 k_3 \phi_a^3 - \lambda_a m_2 \phi_a^2 &= 0 \\ &\vdots \\ -\alpha_{n-1} k_{n-1} \phi_a^{n-2} + (\alpha_{n-1} k_{n-1} + \alpha_n k_n) \phi_a^{n-1} - \alpha_n k_n \phi_a^n - \lambda_a m_{n-1} \phi_a^{n-1} &= 0 \\ -\alpha_n k_n \phi_a^{n-1} + \alpha_n k_n \phi_a^n - \lambda_a m_n \phi_a^n &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

En el sistema anterior, los valores α_i (coeficiente del cambio de rigidez del piso i) son desconocidos. Se puede reescribir el sistema de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} k_1\phi_a^1 & k_2(\phi_a^1 - \phi_a^2) & \cdots & 0 \\ & k_2(\phi_a^2 - \phi_a^1) & k_3(\phi_a^2 - \phi_a^3) & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & k_{n-1}(\phi_a^{n-1} - \phi_a^{n-2}) & k_n(\phi_a^{n-1} - \phi_a^n) \\ & & & k_n(\phi_a^n - \phi_a^{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_a m_1 \phi_a^1 \\ \lambda_a m_2 \phi_a^2 \\ \vdots \\ \lambda_a m_{n-1} \phi_a^{n-1} \\ \lambda_a m_n \phi_a^n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Este sistema puede plantearse de la forma:

$$[A](x) = (c) \quad (8)$$

donde x es el vector que contiene los valores incógnitas α_i . Resolviendo el sistema, se obtendrán los coeficientes que indicarán el cambio de rigidez en la estructura.

Estimación del cambio de rigidez y valor de masa de cada piso

En esta sección se presenta una metodología para estimar la masa (m_i) y el cambio del valor de rigidez de cada piso (α_i) para sistemas estructurales aporricados. Para utilizar esta metodología, es necesario haber realizado previamente un ensayo experimental que permita identificar al menos dos frecuencias modales y sus respectivas formas de vibración. También se requiere conocer los valores iniciales de rigidez, que pueden provenir de una estimación teórica o un ajuste previo. Se considera que la masa de cada piso permanece constante.

Retomando la expresión (5)

$$\left(\begin{bmatrix} \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 & -\alpha_2 k_2 & \cdots & 0 \\ -\alpha_2 k_2 & \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \cdots & \alpha_{n-1} k_{n-1} + \alpha_n k_n & -\alpha_n k_n & \alpha_n k_n \end{bmatrix} - \lambda_a \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ & m_2 & \\ \vdots & & \ddots \\ 0 & \cdots & m_{n-1} & m_n \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \phi_a^1 \\ \phi_a^2 \\ \vdots \\ \phi_a^{n-1} \\ \phi_a^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Si se desarrolla la expresión (6) para los valores modales a y b, es decir par las frecuencias ω_a, ω_b y las formas modales ϕ_a, ϕ_b , se tendrá:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2) \phi_a^1 - \alpha_2 k_2 \phi_a^2 - \lambda_a m_1 \phi_a^1 &= 0 \\ (\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2) \phi_b^1 - \alpha_2 k_2 \phi_b^2 - \lambda_b m_1 \phi_b^1 &= 0 \\ -\alpha_2 k_2 \phi_a^1 + (\alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3) \phi_a^2 - \alpha_3 k_3 \phi_a^3 - \lambda_a m_2 \phi_a^2 &= 0 \\ -\alpha_2 k_2 \phi_b^1 + (\alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3) \phi_b^2 - \alpha_3 k_3 \phi_b^3 - \lambda_b m_2 \phi_b^2 &= 0 \\ &\vdots \\ -\alpha_{n-1} k_{n-1} \phi_a^{n-2} + (\alpha_{n-1} k_{n-1} + \alpha_n k_n) \phi_a^{n-1} - \alpha_n k_n \phi_a^n - \lambda_a m_{n-1} \phi_a^{n-1} &= 0 \\ -\alpha_{n-1} k_{n-1} \phi_b^{n-2} + (\alpha_{n-1} k_{n-1} + \alpha_n k_n) \phi_b^{n-1} - \alpha_n k_n \phi_b^n - \lambda_b m_{n-1} \phi_b^{n-1} &= 0 \\ -\alpha_n k_n \phi_a^{n-1} + \alpha_n k_n \phi_a^n - \lambda_a m_n \phi_a^n &= 0 \\ -\alpha_n k_n \phi_b^{n-1} + \alpha_n k_n \phi_b^n - \lambda_b m_n \phi_b^n &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Con α_i y m_i como incógnitas se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} k_1\phi_a^1 & -\lambda_a\phi_a^1 & k_2(\phi_a^1 - \phi_a^2) & & & & \\ k_1\phi_b^1 & -\lambda_b\phi_b^1 & k_2(\phi_b^1 - \phi_b^2) & & & & \\ 0 & 0 & k_2(\phi_a^2 - \phi_a^1) & -\lambda_a\phi_a^2 & k_3(\phi_a^2 - \phi_a^3) & 0 & \\ 0 & 0 & k_2(\phi_b^2 - \phi_b^1) & -\lambda_b\phi_b^2 & k_3(\phi_b^2 - \phi_b^3) & 0 & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & 0 & 0 & k_n(\phi_a^{n-1} - \phi_a^n) & \lambda_a\phi_a^n & \\ & & 0 & 0 & k_n(\phi_b^{n-1} - \phi_b^n) & \lambda_b\phi_b^n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ m_1 \\ \alpha_2 \\ m_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ m_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

El sistema anterior, de la forma $[A](b)=(0)$, es singular; para solucionarlo, se propone asumir conocida una incógnita, a fin de obtener las demás en función de ésta. Se fijará como valor conocido la masa del piso n, $m_n=1$, con lo que la expresión (8) queda como sigue:

$$\begin{bmatrix} k_1\phi_a^1 & -\lambda_a\phi_a^1 & k_2(\phi_a^1 - \phi_a^2) & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ k_1\phi_b^1 & -\lambda_b\phi_b^1 & k_2(\phi_b^1 - \phi_b^2) & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & k_2(\phi_a^2 - \phi_a^1) & -\lambda_a\phi_a^2 & k_3(\phi_a^2 - \phi_a^3) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & k_2(\phi_b^2 - \phi_b^1) & -\lambda_b\phi_b^2 & k_3(\phi_b^2 - \phi_b^3) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & k_n(\phi_a^{n-1} - \phi_a^{n-2}) & -\lambda_a\phi_a^{n-1} & k_n(\phi_a^{n-1} - \phi_a^n) \\ \vdots & & & & & k_n(\phi_b^{n-1} - \phi_b^{n-2}) & -\lambda_b\phi_b^{n-1} & k_n(\phi_b^{n-1} - \phi_b^n) \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & k_n(\phi_a^{n-1} - \phi_a^n) \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & k_n(\phi_b^{n-1} - \phi_b^n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ m_1 \\ \alpha_2 \\ m_2 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \\ m_{n-1} \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \lambda_a m_n \phi_a^n \end{bmatrix} \quad (12)$$

Despejando el vector de incógnitas de (12), se obtienen los valores de α_i/m_n y m_i/m_n . El procedimiento anterior permite evaluar los cambios de rigidez (α_i) y la masa (m_i) en cada piso i, en función del valor de masa del piso n (m_n).

DESARROLLO EXPERIMENTAL

Modelo en estudio

El modelo ensayado consiste en una estructura de escala reducida, de 3 pisos y un vano, tal como se observa en la Figura 1. Está constituido por 4 columnas de acero de espesor 4 mm, conectadas por losas deacrílico en los entrepisos. Se asume que el comportamiento de la estructura, su deformación lateral, depende de la deformación en flexión de cada una de sus columnas, quienes en conjunto definen la rigidez de cada piso.

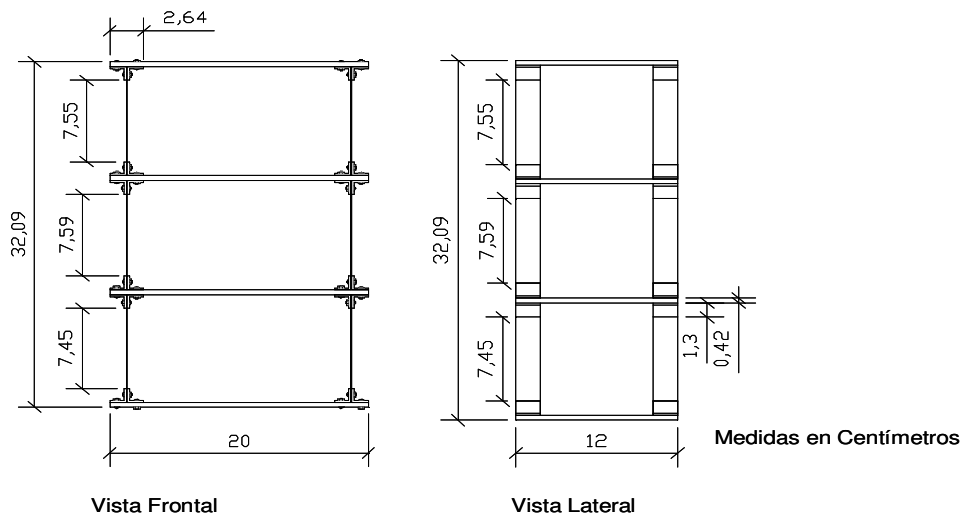


Figura 1. Modelo ensayado

Procedimiento de ensayo y obtención de las propiedades dinámicas

El modelo fue sometido a ensayos de vibración libre mediante el desplazamiento o la aplicación de cargas impulsivas iniciales en alguna de las losas de entrepiso. La vibración de la estructura fue registrada con acelerómetros Kinemetrics FBA-11, y un equipo Kinemetrics Altus K2. Los registros en el tiempo fueron procesados y transformados al dominio de la frecuencia (Figura 2); posteriormente, se determinaron las propiedades dinámicas de la estructura mediante la utilización del Programa SADEX (Figura 3)¹².

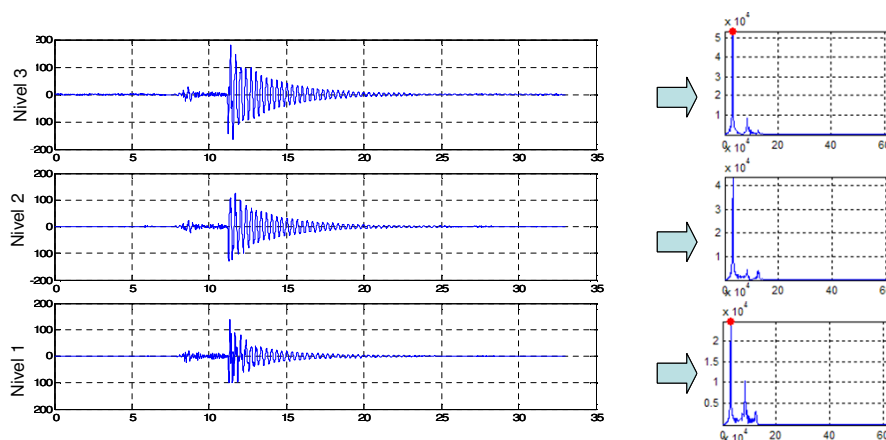


Figura 2. Registros en el tiempo y frecuencia

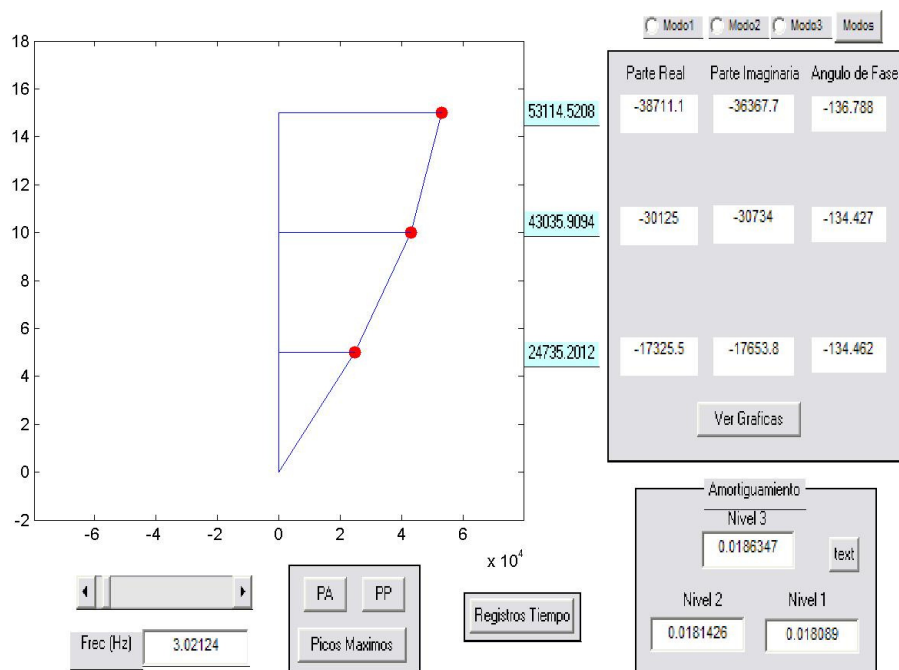


Figura 3. Propiedades dinámicas (resultados programa SADEX)

CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN

Se introdujeron variaciones en la rigidez de la estructura de la Figura 1, con el fin de evaluar la metodología propuesta. Para ello, se cambiaron las láminas o columnas de los pisos y se definieron cuatro casos a estudiar:

Caso a: estructura inicial sin daño (referencia para la evaluación de cambios de rigidez)

Caso b: variación de la rigidez de las columnas del 1er piso en 20 %

Caso c: variación de la rigidez de las columnas del 1er piso en 45 %

Caso d: variación de la rigidez de las columnas del 2do piso en 20 % y del 3er piso en 45 %

Para cada uno de los casos definidos, se efectuaron ensayos de vibración libre con excitación en distintos pisos, a fin de excitar todos los modos de vibración, con distintas participaciones en cada caso de carga, y así obtener los registros correspondientes y escoger los de mayor calidad y riqueza de información. Con ellos se obtuvieron las propiedades dinámicas para cada caso: frecuencias de vibración y respectivas formas modales (Figura 3). Estimada la masa de cada piso, y analizada la información experimental, se aplicaron seguidamente los algoritmos descritos en la sección 2 para evaluar los cambios de rigidez de cada caso con relación a la estructura inicial (caso a).

Para facilitar el análisis de los resultados, en el caso a (tomado como referencia), se consideró una rigidez $K_i=1$, igual para cada piso i . De esta manera, los valores α_i del caso a son los valores iniciales, y los cambios de rigidez en los otros casos son medidos respecto a la evaluación realizada en el caso a.

La Tabla I presenta los resultados de la estimación del daño en los casos b, c, d definidos anteriormente. Los datos de las columnas “valor real” representan la variación de rigidez con respecto al caso de referencia, calculada según las características específicas de las columnas en cada caso: los valores corresponden a la disminución de rigidez en las columnas del 20 % en el primer piso para el caso b; 45 % en el primer piso para el caso c; y 20 % en el segundo

Caso	b		c		d	
Coefficiente de variación de rigidez en cada piso	Valor real	Valor ajustado	Valor real	Valor ajustado	Valor real	Valor ajustado
α_1	0.82	0.75	0.6	0.51	1	0.98
α_2	1	1.01	1	0.98	0.81	0.76
α_3	1	0.98	1	0.97	0.6	0.56

Tabla I. Estimación del cambio de rigidez para cada piso con el método1

piso y 45 % en el tercer piso para el caso d. Los valores de las columnas “valor ajustado” se obtuvieron con la metodología descrita en el punto dos, y pueden compararse con los valores reales. Puede observarse que la metodología permite identificar bastante ajustadamente, en los tres casos estudiados, tanto la localización del piso dañado como la variación de rigidez con respecto a los valores de referencia del caso a.

Caso	b		c		d	
Coefficiente de variación de rigidez en cada piso	Valor real	Valor ajustado	Valor real	Valor ajustado	Valor real	Valor ajustado
α_2	0.82	0.70	0.6	0.48	1	0.98
α_3	1	0.97	1	1.00	0.81	0.62
m1/m3	1	0.98	1	0.97	0.6	0.58
m2/m3	1.03	1.01	1.03	1.04	1.03	1.04

Tabla II. Estimación del cambio de rigidez para cada piso método2

En la Tabla II, se ilustra la aplicación de la metodología descrita en el punto 2.3 en el estudio de los casos b, c, d. Los valores de las columnas “valor real” en esta tabla, son, evidentemente, iguales a los de la Tabla I, y utilizados como referencia para evaluar las bondades del ajuste efectuado. Puede observarse que esta metodología también permite determinar satisfactoriamente la localización y cuantificación del daño en cada caso de estudio. Igualmente, este método arrojó buenos resultados en la estimación de la masa: en la tabla se observan las pequeñas diferencias existentes entre los valores de coeficientes de masa reales y los obtenidos con el método utilizado.

CONCLUSIONES

Se propusieron dos metodologías para la identificación, localización y cuantificación de cambios de la rigidez en estructuras aporticadas de comportamiento esencialmente a corte. La primera permite evaluar adecuadamente cambios en la rigidez de las estructuras, partiendo de valores de masa de piso conocidos y constantes. La segunda conduce a estimar tanto los cambios de rigidez como las relaciones entre las masas de los pisos, en el caso en que éstas se desconozcan.

La primera metodología requiere como dato el conocimiento de una frecuencia de vibración y su respectiva forma modal, así como el valor de la masa de cada piso. Para la segunda metodología, en la que se considera que las masas de piso son incógnitas, es necesario el conocimiento de dos formas modales y frecuencias de vibración.

Las metodologías propuestas en este trabajo fueron aplicadas a una estructura de escala reducida de tres pisos. Se propusieron tres casos, con variaciones de rigidez en uno o dos pisos. En los tres casos, los dos métodos permitieron identificar con buena precisión tanto los cambios de rigidez como su localización.

REFERENCIAS

- 1 C. Genatios, G. Cascante, M. Lafuente, P. Bellan, M. Lorrain, "Evaluation expérimentale des caractéristiques modales et ajustement du modèle dynamique d'un bâtiment de portiques", *Rev. Materials and Structures RILEM Paris*, Vol. **32**, pp. 117-124, (1999).
- 2 Goel, K. Rakesh, Chopra, K. Anil, "Vibration proprieties of buildings determined from record earthquake motions", Earthquake Engineering Research Center, UCB/EERC-97/14, (1997).
- 3 A. Pandey, Biswas, "Experimental verification of flexibility difference method for locating damage in structures", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **184**, N° 2, pp. 311-328, (1995).
- 4 R. Allemang, D. Brown, "A correlation coefficient for modal vector analysis, *Proc. 1st Int. Modal Analysis Conference*, Vol. **1**, pp. 110-116, (1982).
- 5 N. Lieven, D. Ewins, "Spatial correlation of mode shapes coordinate modal assurance criterion (COMAC)", *Proc. 6th Int. Modal Analysis Conference*, Vol. **1**, pp. 690-695, (1988).
- 6 M. Maia, M. Silva, M. Almas, "Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. **17**, N° 3, pp. 489-498, (2003).
- 7 M. Baruch, "Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices U uing vibrations test", *AIAA Journal*, Vol. **16**, N° 11, pp. 1208-1210, (1978).
- 8 L. Papadopoulos, E. García, "Structural damage identification: a probabilistic approach", *AIAA Journal*, Vol. **36**, N° 11, pp. 2137-2145, (1998).
- 9 F. Garcés, C. Genatios, P. Bellan, "Ajuste matricial directo no paramétrico en dinámica experimental de estructuras: Parte 2. Identificación de la matriz de rigidez", *Boletín Técnico del IMME*, UCV Caracas, Vol. **37**, N° 3, (1999).
- 10 A. Kabe, "Stiffness matrix adjustment using mode data", *AIAA Journal*, Vol. **23**, N° 9, pp. 1431-1436, Sep. (1985).
- 11 Li, Hao, Lu and Chen, "A flexibility approach for damage identification of cantilever-type structures with bending and shear deformation", *Computers and Structures*, Vol. **73**, p.p. 565-572, (1999).
- 12 Pedro García, "Simulación, identificación y problema inverso en dinámica experimental de estructuras con aplicación a cuatro modelos a escala 1/6", Tesis de maestría, UCV, (2005).