

CALCULOS DE CONVECCION NATURAL EN UNA CAVIDAD USANDO EL METODO DE SEGUNDOS MOMENTOS

DARRELL W. PEPPER

*E.I. du Pont de Nemours Co.
Savannah River Laboratory
Aiken, SC 29808, USA*

RESUMEN

Un método numérico cuasi-Lagrangiano usado principalmente para problemas de transporte en el medio ambiente se utiliza aquí para resolver el conjunto de ecuaciones para transporte convectivo de calor en una cavidad calentada en forma diferencial. El método numérico calcula las distribuciones de los momentos cero, primero y segundo de la vorticidad y temperatura en una celda computacional. Un procedimiento Lagrangiano que utiliza las distribuciones de momentos es usado para resolver los términos de advección para poder eliminar los errores por dispersión numérica. Como el modelo mantiene una resolución a nivel sub-malla, distribuciones en una sola célula computacional y áreas de cambios violentos se pueden resolver sin introducir cantidades significativas de amortización computacional. El método de etapas fraccionadas se utiliza para calcular los términos de advección y difusión en forma separada. La técnica es particularmente atractiva para cálculos de simulación de transmisión de calor hasta números de Rayleigh moderadamente altos; sin embargo, se requieren límites pequeños en el número CFL para números de Rayleigh mayores que 10^4 .

SUMMARY

A quasi-Lagrangian numerical method used primarily for environmental transport problems is used to solve the equation set for convective heat transfer within a differentially heated enclosure. The numerical method calculates the zeroth, first, and second moment distributions of vorticity and temperature within a cell. A Lagrangian procedure which uses the moment distributions is used to solve the advection terms in order to eliminate numerical dispersion errors. Since the method maintains subgrid scale resolution, single cell distributions and areas of steep gradients can be resolved without significant computational damping. The method of fractional steps is used to calculate the advection and diffusion terms separately. The technique is particularly attractive for heat transfer calculations and low to moderate Rayleigh number simulations; however, low CFL limits are required for Rayleigh numbers greater than 10^4 .

INTRODUCCION

Convección natural en una cavidad calentada en forma diferencial se ha estudiado durante muchos años. Artículos acerca de investigaciones tanto experimentales como numérica se encuentran con abundancia en la literatura. Técnicas bastante sofisticadas se han desarrollado para obtener soluciones para un intervalo amplio de números de Rayleigh y Prandtl, los efectos obtenidos de la interacción entre las ecuaciones de

Recibido: Octubre 1986

transporte para momento y energía proveen una base confiable para evaluar métodos numéricos.

Una técnica numérica de alta exactitud usada principalmente para calcular transporte de cantidades escalares en áreas del medio ambiente¹⁻⁴ se utiliza aquí para calcular convección natural en un dominio rectangular. El algoritmo numérico utiliza el método de segundos momentos para calcular los términos de advección en las ecuaciones gobernantes, y diferencias centrales standard para los términos de difusión. Esquemas compactos de orden mayor también se pueden aplicar para resolver los términos de difusión. El método de momentos nos asegura la conservación de las distribuciones de momentos cero hasta segundo de las variables dependientes. La combinación de la técnica de segundos momentos con un procedimiento Lagrangiano nos permite resolver los términos de convección en las ecuaciones gobernantes sin introducir dispersión numérica.

El método numérico se basa en el cálculo de las distribuciones de momentos cero, primero y segundo de la vorticidad y temperatura en una célula computacional. Por ejemplo, el momento cero corresponde a la cantidad de vorticidad en una celda, mientras el primer y segundo momentos corresponden al centroide de la distribución de vorticidad y momento de inercia respectivamente. Sumando los momentos sobre el dominio completo, y utilizando un esquema de advección Lagrangiano, el campo de vorticidad se desplaza en una malla Euleriana. Como el método mantiene la apariencia de una resolución a nivel sub-malla, singularidades en las células computacionales y regiones de cambios violentos en los gradientes de vorticidad se pueden calcular sin introducir la cantidad significativa de amortiguación numérica que se atribuye normalmente a métodos más convencionales. Para suponer la complejidad de programación y la ineficiencia computacional, el método de etapas fraccionadas se utiliza para calcular los términos de advección y difusión.

ECUACIONES DE MOVIMIENTO

El conjunto de ecuaciones gobernantes para convección natural en un dominio rectangular se pueden escribir en forma no-dimensional⁵ como

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla w = P_r \nabla^2 w + P_r R_a \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \Theta = \nabla^2 \Theta \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla^2 \Psi = -w \quad (4)$$

donde w es la vorticidad, Θ la diferencia en temperatura, \vec{V} es el vector de velocidad $(u, v)^T$, Ψ es la función de corriente, P_r es el número de Prandtl, y R_a es el número de Rayleigh. El dominio computacional se muestra en la Figura 1 y consiste en una cavidad rectangular con una pared vertical caliente y la otra pared vertical enfriada; las

paredes de arriba y abajo están aisladas. Las condiciones de borde para las ecuaciones (1) y (2) son

$$\begin{aligned}
 u(0,y) &= u(1,y) = v(x,0) = v(x,1) = 0 \\
 \Theta(1,y) &= 1 \\
 \Theta(0,y) &= 0 \\
 \frac{\partial \Theta}{\partial y}(x,0) &= 0 \\
 \frac{\partial \Theta}{\partial y}(x,1) &= 0 \\
 w_w &= 2 \left(\frac{\Psi_{w+1} - \Psi_w}{\Delta \eta^2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

en que el sufijo w indica valor en la pared, y η es la dirección normal a la pared.

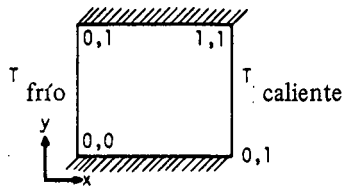


Figura 1. Cavidad rectangular

METODO DE MOMENTOS

Los momentos se escriben en forma integral (en una dimensión para mayor claridad) como

$$\phi_i = \int_{-1/2}^{1/2} \phi(x_i) dx_i \tag{6}$$

$$F_i = \int_{-1/2}^{1/2} \phi(x_i) x_i dx_i / \phi_i \tag{7}$$

$$S_i^2 = 12 \int_{-1/2}^{1/2} \phi(x_i) (x_i - F_i)^2 dx_i / \phi_i \tag{8}$$

donde x_i denota el desplazamiento relativo del centro de la celda de la variable, ϕ_i , en la celda i ; F_i es el primer momento, S_i es el segundo momento; x_i varía de -0.5 a 0.5 que corresponden a los bordes izquierdo y derecho de la celda. Las integrales se evalúan por

medio de cuadraturas para cada elemento de la malla en términos de la distribución de ϕ . Por ejemplo, las relaciones para la vorticidad asociadas con las ecuaciones (6-8) se transforman (suprimiendo en la notación la dependencia funcional (x_i) para simplificar) en

$$w_i^{n+1} = \sum_{i=1}^N w_i^n \quad N \equiv n.^{\circ} \text{ de nodos} \quad (9)$$

$$F_i^{n+1} = \frac{\sum w_i^n F_i^n}{w_i^{n+1}} \quad (10)$$

$$(S_i^{n+1})^2 = \frac{\sum w_i^n (S_i^n)^2}{w_i^{n+1}} + 12 \left[\frac{\sum w_i^n (F_i^n)^2}{w_i^{n+1}} - \left(\frac{\sum w_i^n F_i^n}{w_i^{n+1}} \right)^2 \right] \quad (11)$$

El superíndice $n+1$ denota valores calculados en el nuevo nivel de tiempo. F_i y S_i son los valores de primer y segundo momentos de la distribución cero de vorticidad. Una relación similar para la temperatura se puede escribir simplemente cambiando w por Θ .

La advección de vorticidad y temperatura en la malla se obtiene por medio de un parámetro de distribución P . Estos parámetros desplazan la distribución de celda en celda en un sentido Lagrangiano usando el número de Courant para la celda, y los momentos primero y segundo; esta técnica elimina los efectos problemáticos de dispersión y amortiguación numérica asociados con los métodos Eulerianos más convencionales. Sin embargo, el método es explícito, y puede consumir mucho tiempo de computación. El parámetro de distribución determina la fracción de la función escalar que se transporta a las celdas adyacentes a través de la relación².

$$P_i = (S_i - 1 + 2\sigma_i(F_i + \sigma_i)/|\sigma_i|)/2S_i \quad (12)$$

en que σ_i es el número de Courant ($u\Delta t/\Delta x$) para la celda i . Si $P_i \leq 0$ la variable no se desplaza a la celda $i+1$, si $P_i \geq 1$ toda la cantidad variable se traslada. Si $0 < P_i < 1$, $P_i \phi_i$ se traslada mientras $(1-P_i) \phi_i$ se queda en la celda i . Los parámetros de distribución utilizados en advección bi-dimensional se encuentran en la Figura 2.

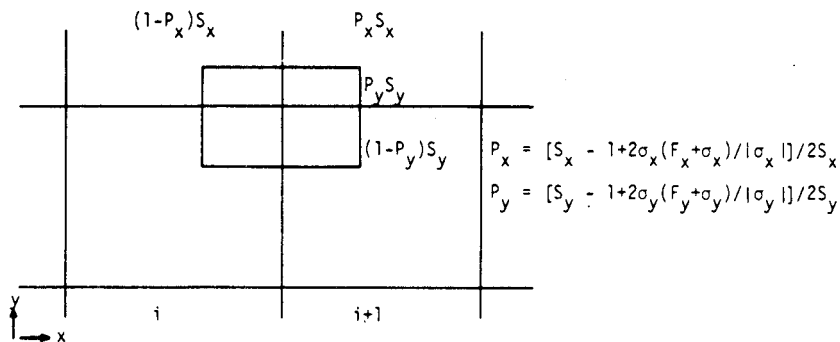


Figura 2. Parámetros de distribución para advección bi-dimensional

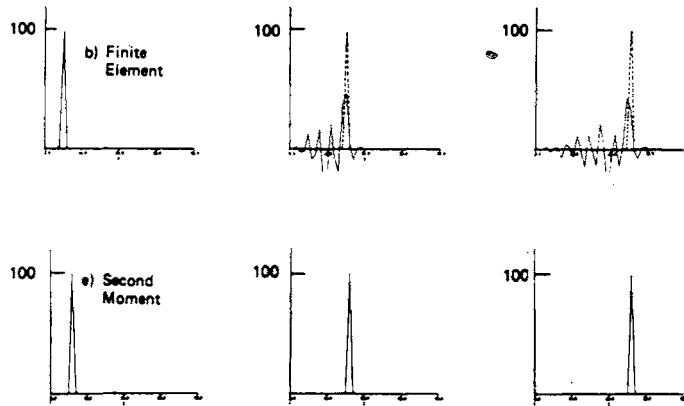


Figura 3. Advección uni-dimensional para una sola célula

Estudios de advección utilizando el método de momentos han sido realizados por varios investigadores⁶⁻¹⁰. En la Figura 3 se muestra advección de una sola célula en una dimensión. El valor máximo es 100 y el número de Courant es 0.5. Para efectos de comparación, un modelo usando elementos finitos lineales se aplicó a la misma distribución. Los resultados utilizando el método de momentos no muestran distorsión alguna de la distribución como función del tiempo y distancia. Los resultados utilizando el método de momentos no muestran distorsión alguna de la distribución como función del tiempo y distancia. Los resultados utilizando elementos finitos lineales muestran una cantidad significativa de dispersión y amortiguación numérica. En ejemplos con distribuciones iniciales más uniformes y suaves los elementos finitos son, en embargo, muy exactos⁸, mientras que el método de momentos requiere algunas modificaciones menores. Una lista del programa para advección de una sola célula en una dimensión se incluye en el apéndice.

Los términos con segundas derivadas en el espacio en las ecuaciones de vorticidad y temperatura se pueden resolver de varias maneras. El método utilizado aquí es el de diferencias centrales. El uso de splines cúbicos y otros esquemas compactos de orden mayor se ha discutido en la referencia³. Como en este estudio el flujo está dominado principalmente por advección, los errores asociados con el uso de diferencias centrales son pequeños; además el método es fácil de formular. También se puede reestructurar la ecuación de advección y difusión en la forma de una ecuación sólo de advección, usando términos de velocidad que representan una pseudo-difusión. Esta técnica ha sido útil para calcular transporte por mareas⁴.

Una vez que se han evaluado los términos de segundo orden, los momentos primero y segundo se reajustan para asegurar conservación de los momentos. Usando la ecuación de vorticidad como ejemplo, los términos de difusión se escriben como

$$w_{i,j}^{n+1} = P_r \left[(1-2\alpha_i - 2\alpha_j) w_{i,j}^n + \alpha_i (w_{i+1,j}^n + w_{i-1,j}^n) + \alpha_j (w_{i,j+1}^n + w_{i,j-1}^n) \right] \quad (13)$$

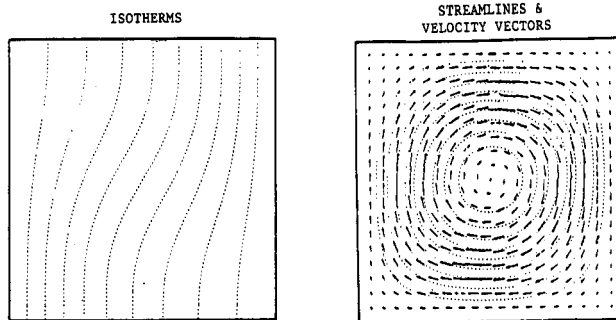
en que i, j denotan la ubicación de la celda, $\alpha_i = \Delta t / \Delta x^2$; y $\alpha_j = \Delta t / \Delta y^2$. El primer y segundo momentos se recalculan mediante la siguiente relación general (escrita para la dirección x , i , y omitiendo el subíndice j)

$$F_i^{n+1} = \left[w_i^n F_i^n (1 - 2\alpha_i) + \alpha_i w_{i+1}^n F_{i+1}^n + \alpha_i w_{i-1}^n F_{i-1}^n \right] / w_i^{n+1} \quad (14)$$

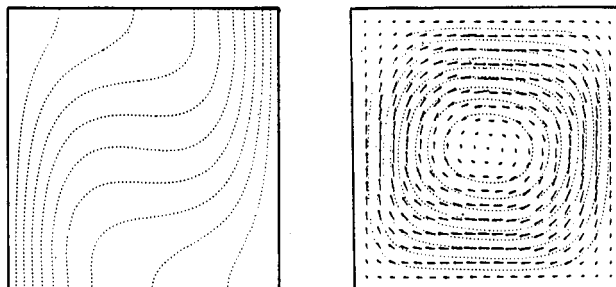
$$\begin{aligned} (S_i^{n+1})^2 = & \left\{ w_i^n \left[(S_i^n)^2 + 12 (F_i^n - F_i^{n+1})^2 \right] (1 - 2\alpha_i) + \right. \\ & + \alpha_i w_{i+1}^n \left[(S_{i+1}^n)^2 + 12 (F_{i+1}^n - F_{i+1}^{n+1})^2 \right] + \\ & \left. + \alpha_i w_{i-1}^n \left[(S_{i-1}^n)^2 + 12 (F_{i-1}^n - F_{i-1}^{n+1})^2 \right] \right\} / w_i^{n+1} \quad (15) \end{aligned}$$

La extensión del procedimiento a dos y tres dimensiones es inmediata. Las relaciones de momentos usadas en este estudio están escritas para una malla rectangular; sin embargo, extensiones de la técnica para acomodar una red triangular, o la formulación en el contexto de una base de Galerkin son posibles.

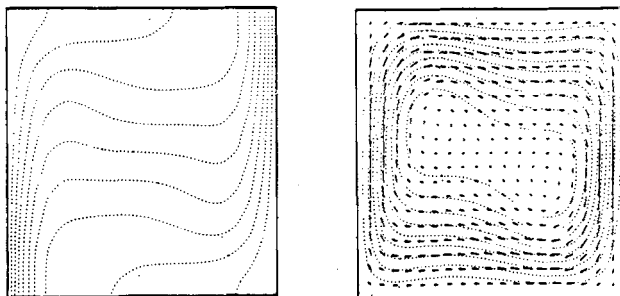
RESULTADOS



a) $R_a = 10^3$



b) $R_a = 10^4$



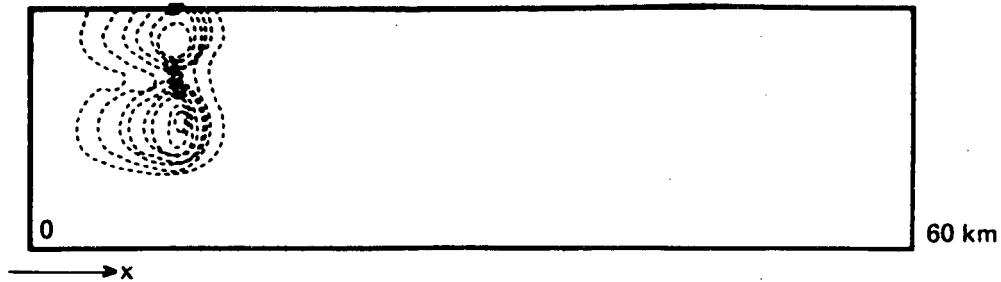
c) $R_a = 10^5$

Figura 4. Convección natural en una cavidad rectangular como función del número de Rayleigh.

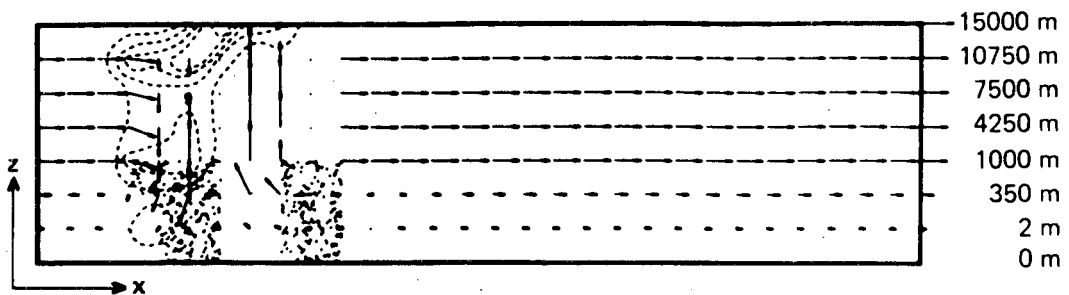
En la Figura 4 se muestran simulaciones de convección natural laminar en estado estacionario para $R_a = 10^3$, 10^4 y 10^5 . El número de Prandtl es igual a uno. Una malla de 21×21 se utilizó para discretizar la cavidad; el intervalo de tiempo se ajustó para mantener el número de Courant menor que uno en la malla. Cada solución se comenzó suponiendo condiciones iniciales homogéneas para la vorticidad y velocidades. Los resultados concuerdan en general con trabajos publicados anteriormente¹¹. Dos celdas de rotación opuesta aparecen en la cavidad cuando $R_a = 10^5$; la aparición de estas celdas de circulación secundaria es típica para $R_a > 10^4$. A medida que el número de Rayleigh aumenta, también aumento la circulación en las celdas. Asimismo, las isothermas se hacen más pronunciadas en la cercanía de las paredes y más constantes en el centro, a medida que la circulación aumenta.

Los requerimientos de memoria para los tres casos fueron 300 Kbytes (sin incluir gráficos) en un computador IBM 3081. Se determinó que la solución había alcanzado un estado estacionario cuando $(w^{n+1} - w^n) / w^{n+1} \leq 10^{-3}$ para $R_a \leq 10^5$. Utilizando elementos finitos con elementos lineales el estado estacionario para $R_a = 10^3$ se obtuvo en 281 intervalos de tiempo, mientras que el método de momentos requirió 321; se utilizaron aproximadamente 2 minutos de CPU. Para $R_a \geq 10^5$ el intervalo de tiempo Δt debe reducirse para asegurar conservación de momentos.

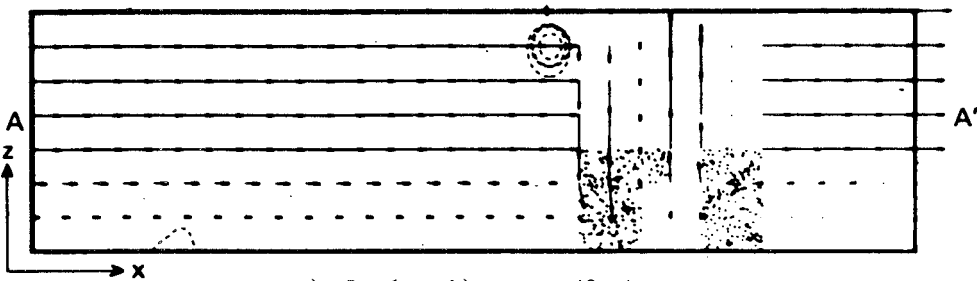
El método de momentos se ha extendido a tres dimensiones principalmente en el área de dispersión en el medio ambiente para la ecuación escalar de transporte³. Una aplicación particular de la técnica se ha efectuado para calcular dispersión en tres dimensiones de partículas radioactivas (diámetro ≤ 10 micrones) en la presencia de una tormenta con carácter de tornado¹²; un vórtice tridimensional se transportó en un campo de vientos. Datos reales para el campo de vientos se utilizaron para las velocidades. Los efectos de la fuerza del viento, zonas de flujo vertical hacia arriba y hacia abajo y lluvia se incluyeron en el modelo. En la Figura 5 se muestran secciones del campo de vientos y distribuciones de dispersión. Los puntos denotan lluvia y las líneas cortadas la concentración de partículas radioactivas en el aire en gm/m^3 . Una película de 16 mm. del proceso de dispersión en el plano medio x - z (Figuras 5 a, b, c) muestra que las partículas eventualmente llegan a la estratósfera. Se requirió aproximadamente 1000 Kbytes de memoria y el cálculo tomó más o menos 30 minutos para simular varias horas de tiempo real.



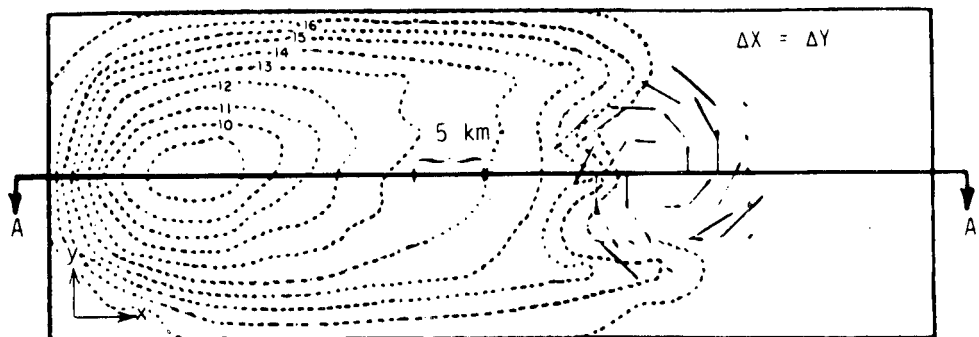
a) Distribución de concentración inicial



b) Concentración en el aire cuando $t = 5$ min, para un plano $x - z$ pasando por el eje del tornado.



c) Igual que b) para $t = 40$ min



d) Concentración en el aire a nivel del suelo en el plano $x - y$ para $t = 40$ minutos (los números representan potencias de -10); los vectores de velocidad representan los vientos del tornado.

Figura 5. Modelado de vientos conteniendo vientos tornádicos.

Líneas cortadas denotan concentraciones (partículas radioactivas); puntos denotan lluvia; las flechas son vectores de velocidad.

CONCLUSION

El método de segundos momentos es un método numérico explícito, quasi-Lagrangiano que calcula advección de una variable sin introducir advección numérica, amortiguación o errores de fase. La técnica es especialmente atractiva para calcular temperaturas y otras ecuaciones de transporte escalar, y ha sido utilizada principalmente para modelos del medio ambiente. La aplicación de la técnica a problemas de convección natural indica que el método puede adaptarse para calcular el transporte de vorticidad para números de Rayleigh bajos o moderados. De hecho, ecuaciones de transporte similares a la ecuación de vorticidad se pueden resolver con esta técnica, siempre y cuando la ecuación se pueda quasi-linealizar. El uso de esta técnica en ecuaciones altamente no-lineales (e.g. shocks) puede ser problemático. En problemas de advección no-lineales, inestabilidades pueden desarrollarse como resultado de la amplificación de los números de onda grandes y la conservación en las relaciones integrales. Como la técnica mantiene información a una escala sub-malla en lo que concierne a la posición y distribución de una cantidad en una celda computacional, mallas menos densas se pueden utilizar en la cercanía de zonas donde se producen cambios violentos. Números de CFL pequeños se necesitan para describir el campo de velocidades cuando $R_a > 10^4$.

REFERENCIAS

1. B. A. Egan and J. R. Mahoney, "Numerical Modeling of Advection and Diffusion of Urban Area Source Pollutants", *J. Appl. Meteor.*, Vol. **11**, pp. 312-322, (1972).
2. L. P. Prahm and L. B. Pedersen, "Comments on Numerical Modeling of Advection and Diffusion of Urban Area Source Pollutants", *J. Appl. Meteor.*, Vol. **17**, pp. 1243-1244, (1982).
3. D. W. Pepper and A. J. Baker, "A High Order Accurate Numerical Algorithm for Three Dimensional Transport Prediction", *Computers and Fluids*, Vol. **8**, pp. 371-390, (1980).
4. R. Walton and B. A. Christensen, "A Solute Transport Model for Tidal Canal Networks", *Proc. National Symp. on Urban Stormwater Management in Coastal Areas*, VPI, Blacksburg, VA., pp. 142-151, (1980).
5. D. W. Pepper and R. E. Cooper, "Numerical Solution of Recirculating Flow by a Simple Finite Element Recursion Relation", *Computers and Fluids*, Vol. **8**, pp. 213-223, (1980).
6. C. L. Kerr and A. F. Blumberg, "An Analysis of a Local Second-Moment Conserving Quasi-Lagrangian Scheme for Solving the Advection Equation", *J. Comp. Physics*, Vol. **32**, pp. 1-9, (1979).
7. B. Martin and M. Stokes, "Comparing Methods for Modeling Dispersion in Flowing Media", *Utilitar Mathematica*, Vol. **15**, pp. 307-322, (1979).
8. O. K. Jensen and B. A. Finlayson, "Oscillation Limits for Weighted Residual Methods Applied to Convective Diffusion Equations", *Int. J. Num. Methods Engr.*, Vol. **15**, pp. 1681-1689, (1980).
9. L. B. Pedersen and L. P. Prahm, "A Method for Numerical Solution of the Advection Equation", *Tellus*, Vol. **26**, pp. 594-602; and Erratum *Tellus*, Vol. **28**, p. 191, (1974).
10. P. E. Long, and D. W. Pepper, "A Comparison of Six Numerical Schemes for Calculating the Advection of Atmospheric Pollution", *3rd. Symp. on Atmospheric Turbulence, Diffusion, and Air Quality*, Raleigh, NC, October, (1976).
11. I. P. Jones, and C. P. Thompson, (editors), "Numerical Solutions for a Comparison Problem on Natural Convection in an Enclosed Cavity, AERE-R. 9955 Harwell, England (1980).
12. D. W. Pepper, "Modeling Pollutant Dispersion within a Tornadic Thunderstorm", *The Science of the Total Environment*, Vol. **23**, pp. 151-162, (1982).

APPENDIX A. PROGRAM LISTING FOR ONE-DIMENSIONAL ADVECTION
OF A CELL

```

C      THIS PROGRAM IS CALLED ADVEC
      DIMENSION C(8,8),F(8,8),R(8,8),P(20)
      KN=1
      KMAX=8
      N=8
      NN=7
      U=.5
      DT=1.00
      DX=1.
      S=U*DT/DX
      A=1.
      IF(S.LT.0.)A=-1.
      DO 4 I=1,N
      C(I,1)=0.
      R(I,1)=1.
      IF(I.EQ.2)C(I,1)=100.
      F(I,1)=0.00
      P(I)=(2.*(F(I,1)+S*A)+R(I,1)-1.)/(2.*R(I,1))
      WRITE(5,100)I,C(I,1),F(I,1),R(I,1),P(I)
4      CONTINUE
2      K=KN+1
      DO 1 I=2,NN
      L=1
      ARP=P(I-L)
      IF(S.LT.0.)L=-1
      IF(P(I).LE.0.)CR=C(I,K-1)
      IF(P(I).LE.0.)FR=F(I,K-1)+ABS(S)
      IF(P(I).LE.0.)RR=R(I,K-1)
      IF(ARP.LE.0.)CA=0.
      IF(ARP.LE.0.)FA=0.
      IF(ARP.LE.0.)RA=0.
      IF(P(I).GE.1.)CR=0.
      IF(P(I).GE.1.)FR=0.
      IF(P(I).GE.1.)RR=0.
      IF(ARP.GE.1.)CA=C(I-L,K-1)
      IF(ARP.GE.1.)FA=F(I-L,K-1)+ABS(S)-1.
      IF(ARP.GE.1.)RA=R(I-L,K-1)
      IF(P(I).GT.0.AND.P(I).LT.1.)CR=(1.-P(I))*C(I,K-1)
      IF(P(I).GT.0.AND.P(I).LT.1.)FR=(1.-R(I,K-1)+P(I)*R(I,K-1))/2
      IF(P(I).GT.0.AND.P(I).LT.1.)RR=(1.-P(I))*R(I,K-1)
      IF(ARP.GT.0.AND.ARP.LT.1.)CA=ARP*C(I-L,K-1)
      IF(ARP.GT.0.AND.ARP.LT.1.)FA=(ARP*R(I-L,K-1)-1.)/2.
      IF(ARP.GT.0.AND.ARP.LT.1.)RA=ARP*R(I-L,K-1)
      C(I,K)=CR+CA
      IF(C(I,K).LE.0.)GO TO 5
      F(I,K)=(CR+FR+CA*FA)/C(I,K)
      CRRR=CR*(RR+RR+12.*(F(I,K)-FR)**2)
      CARA=CA*(RA+RA+12.*(F(I,K)-FA)**2)
      R(I,K)=(CRRR+CARA)/C(I,K)
      R(I,K)=SQRT(R(I,K))
      GO TO 1
5      R(I,K)=1.
      F(I,K)=0.
1      CONTINUE
      WRITE(5,103)KN
      R(8,K)=1.
      F(8,K)=0.
      R(1,K)=1.
      F(1,K)=0.
      DO 3 I=1,N
      P(I)=(2.*(F(I,K)+S*A)+R(I,K)-1.)/(2.*R(I,K))
3      WRITE(5,100)I,C(I,K),F(I,K),R(I,K),P(I)
      READ(5,104)ISTOP
      IF(ISTOP.NE.0)STOP
      KN=KN+1
      IF(KN.LT.KMAX)GO TO 2
100     FORMAT(4X,I4,2X,'C=',F8.3,2X,'F=',F8.3,2X,'R=',F8.3,2X,'P=',F8.3)
103     FORMAT(2X,'KN=',I4)
104     FORMAT(I5)
      STOP
      END

```

APPENDIX B. PROGRAM OUTPUT

x-location	Moments			Portioning Parameter
	Zero	First	Second	
>RUN ADVEC				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 100.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 1				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 50.000	F= 0.250	R= 0.500	P= 1.000
3	C= 50.000	F= -0.250	R= 0.500	P= 0.000
4	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 2				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 100.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 3				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 50.000	F= 0.250	R= 0.500	P= 1.000
4	C= 50.000	F= -0.250	R= 0.500	P= 0.000
5	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 4				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 100.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 5				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 50.000	F= 0.250	R= 0.500	P= 1.000
5	C= 50.000	F= -0.250	R= 0.500	P= 0.000
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 6				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 100.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
6	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
KN= 7				
1	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
2	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
3	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
4	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
5	C= 50.000	F= 0.250	R= 0.500	P= 1.000
6	C= 50.000	F= -0.250	R= 0.500	P= 0.000
7	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500
8	C= 0.000	F= 0.000	R= 1.000	P= 0.500

STOP

