

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM ESCOAMENTO PULSANTE LAMINAR ATRAVÉS DE UMA PLACA DE ORIFÍCIO

RAMON MOLINA VALLE*
e
CLOVIS RAIMUNDO MALISKA**

* *Depto. de Engenharia Mecânica da UFMG
31270-901 Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

** *Depto. de Engenharia Mecânica da UFSC
88040-900 Florianópolis, Santa Catarina, Brasil*

SUMÁRIO

Um escoamento a baixo número de Reynolds, através de uma placa de orifício concêntrico é analisado em regime transiente. Uma flutuação de vazão em torno de um escoamento médio é produzida experimentalmente pelo movimento harmônico de um êmbolo. A variação de pressão experimental no orifício é obtida através de transdutores de pressão diferencial acoplados a um sistema de aquisição dinâmica de dados. A variação de pressão numérica é obtida através da solução das equações de Navier Stokes. Para a obtenção dos resultados numéricos, a técnica dos volumes finitos em coordenadas generalizadas é utilizada. Testes para várias frequências e vazões médias são realizados. Aproximações muito boas dos resultados numéricos com os valores experimentais validam totalmente a metodologia numérica.

SUMMARY

The present paper analysis numerically and experimentally the laminar pulsating flow of oil in a circular tube with an orifice meter where a senoidal pulse is generated in the entrance. The numerical model solves the Navier Stokes equatios in order to get the pressure gradients at the orifice meter. The pulse is generated in the experimental apparatus through a piston device driven by an electric motor with controlled angular velocity. Comparisons between numerical and experimental results are realized for several flow conditions.

Recibido: Enero 1995

INTRODUÇÃO

Escoamentos pulsantes são encontrados em muitas aplicações da engenharia, principalmente em sistemas hidráulicos. A necessidade de medição de vazões transientes para determinação de características dinâmicas de servomecanismos nestes sistemas, ligado à utilização de medidores mais simples e de menor custo, levaram inicialmente à realização do presente trabalho.

Na tentativa de se aproximar mais das condições reais do escoamento, o modelo numérico envolve também os efeitos de compressibilidade do sistema e a perfeita reprodução da geometria do orifício. A utilização de malhas generalizadas, geradas por equações elípticas, reproduzem a geometria do orifício sem necessidade de interpolações. Desta forma, o programa computacional desenvolvido permite analisar o escoamento de qualquer sistema de medição de vazão do tipo pressão diferencial (bocais de fluxo, venturis e placas de orifício), utilizando-se qualquer tipo de fluido (gases ou líquidos), bastando para isto apenas entrar com as propriedades do fluido a ser utilizado e a geometria da restrição.

O problema transiente em processos hidrodinâmicos tem sido tratado por vários autores, fornecendo informações cada vez mais precisas à medida que as técnicas computacionais têm se desenvolvido. Os trabalhos realizados por Trengrouse¹, Yokota e Nakano² e Pedrosa³, merecem especial atenção.

METODOLOGIA NUMÉRICA

A Figura 1 representa esquematicamente a geometria geral do problema físico a ser resolvido numericamente, com os principais parâmetros geométricos que influenciam o escoamento.

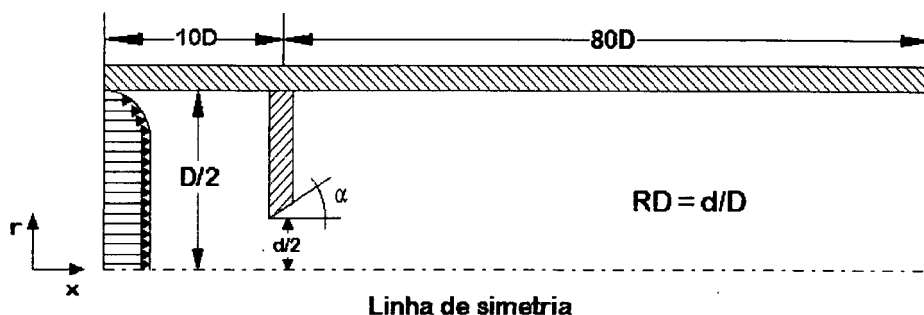


Figura 1. Domínio de solução utilizado na metodologia numérica

Geração da malha

Basicamente a solução numérica das equações de transporte utilizando coordenadas generalizadas envolve dois algoritmos principais; um para a geração do sistema de coordenadas (geração da malha) e outro para a solução do problema físico propriamente dito. Estes algoritmos podem ser completamente independentes um do outro.

O desenvolvimento dos sistemas não ortogonais para geração de coordenadas é devido principalmente a Thompson e colaboradores^{4,5}. Eles utilizam duas equações do tipo Poisson com condições de contorno tipo Dirichlet para a geração do sistema coordenado.

A tarefa de obtenção do novo sistema coordenado, (ξ, η) , a partir do sistema coordenado cilíndrico conhecido, (x, r) , consiste em determinar as transformações $\xi = \xi(x, r)$ e $\eta = \eta(x, r)$.

O processo de geração de malha através de um sistema de equações elípticas envolve a solução do seguinte sistema

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \quad (1)$$

$$\nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta) \quad (2)$$

aqui, $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ são funções de controle que regulam a densidade de linhas e pontos coordenados (ξ, η) , conforme desejado, para determinadas regiões do domínio.

Do Jacobiano da transformação $x = x(\xi, \eta)$ e $y = y(\xi, \eta)$ e depois de alguns algebrismos, obtém-se as equações de geração da malha

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + (J^{-1})^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = 0 \quad (3)$$

$$\alpha r_{\xi\xi} - 2\beta r_{\xi\eta} + \gamma r_{\eta\eta} + (J^{-1})^2(Pr_{\xi} + Qr_{\eta}) = 0 \quad (4)$$

onde os sub-índices ξ e η indicam as primeiras e segundas derivadas e os coeficientes de acoplamento entre as equações são as componentes do tensor métrico, dados por

$$\alpha = r_{\eta}^2 + x_{\eta}^2 \quad (5)$$

$$\gamma = x_{\xi}^2 + r_{\xi}^2 \quad (6)$$

$$\beta = x_{\xi}x_{\eta} + r_{\xi}r_{\eta} \quad (7)$$

O conjunto de equações (3) e (4) é resolvido numericamente em um processo iterativo.

Ao final deste processo, todas as coordenadas (x, r) , bem como as derivadas $x_{\xi}, x_{\eta}, r_{\xi}$ e r_{η} , os coeficientes α, β, γ e o Jacobiano J de cada interseção (ξ, η) e de cada posição de armazenamento de velocidades e pressões são conhecidas.

A malha utilizada, obtida pela metodologia descrita, é mostrada na Figura 2.

Detalhes da obtenção das equações de geração da malha são encontrados em Maliska⁶ e Valle⁷.

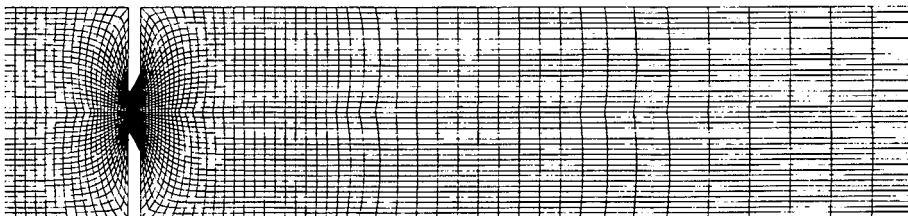


Figura 2. Malha 220 x 20 utilizada para a placa

Equações Governantes e Condições de Contorno

As equações governantes descritas em coordenadas cilíndricas ou cartesianas podem ser englobadas em apenas uma equação geral, envolvendo uma propriedade geral, ϕ , da forma

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v\phi)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + S^\phi \quad (8)$$

As expressões do termo fonte, S^ϕ , e da difusividade, Γ^ϕ , são definidas por Valle⁷.

Aplicando-se a transformação geral $\xi = \xi(x, r)$ e $\eta = \eta(x, r)$ à equação genérica em coordenadas cilíndricas, equação (8), obtém-se a equação geral para um sistema curvilíneo generalizado

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho U\phi)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho V\phi)}{\partial \eta} = \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\alpha r J \Gamma^\phi) \frac{\partial\phi}{\partial \xi} - (\beta r J \Gamma^\phi) \frac{\partial\phi}{\partial \eta} \right) + \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\gamma r J \Gamma^\phi) \frac{\partial\phi}{\partial \eta} - (\beta r J \Gamma^\phi) \frac{\partial\phi}{\partial \xi} \right) - \frac{P^\phi}{J} + \frac{S^\phi}{J} \end{aligned} \quad (9)$$

onde as velocidades contravariantes, U e V , são dadas por

$$U = r_\eta u - x_\eta v \quad (10)$$

$$V = x_\xi v - r_\xi u \quad (11)$$

As expressões para os termos fontes e difusividades são dados por Valle⁷. Detalhes da transformação da equação geral e dos termos fontes são encontrados em Maliska⁶ e Valle⁷.

Para a obtenção das equações aproximadas, adota-se uma formulação implícita, onde todos os termos são avaliados no instante $t + \Delta t$ com derivadas para trás para avaliar a derivada temporal. Desta forma, a integração da equação (9) para um perímetro $2\pi r$ sobre o volume elementar resulta

$$\begin{aligned}
& \frac{(M_p \phi_p)^{n+1} - (M_p \phi_p)^n}{\Delta t} + \dot{M}_e \phi_e - \dot{M}_w \phi_w + \dot{M}_n \phi_n - \dot{M}_s \phi_s = \\
& \left(D_1 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + D_2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_e - \left(D_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + D_2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_w + \\
& \left(D_3 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + D_4 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_n - \left(D_3 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + D_4 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_s + \frac{\hat{S} \phi}{\Delta t} - \frac{\hat{P} \phi}{\Delta t}
\end{aligned} \quad (12)$$

Para a obtenção das equações aproximadas dos termos fontes utiliza-se a mesma metodologia empregada na equação geral. A transformação da equação geral e dos termos fontes pode ser vista em Maliska⁶ e Valle⁷.

Por se tratar de vazões dinâmicas, fazer-se-á uso da formulação compressível-incompressível, da forma descrita por Silva⁸ e Silva e Maliska⁹. O método SIMPLEC é usado para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade.

As condições de contorno do problema são de velocidade prescrita na entrada e nula nas paredes. Na fronteira de saída considera-se o escoamento localmente parabólico e condições de contorno de derivada nula na fronteira de simetria.

METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A metodologia experimental desenvolvida tem a finalidade de corroborar os resultados obtidos a partir da metodologia numérica. A Figura 3 mostra o esquema geral do sistema dinâmico utilizado. Aqui, a flutuação de vazão é produzida pelo movimento harmônico de um pistão, acionado por um motor elétrico com frequência angular controlada. O movimento harmônico do pistão é obtido através de um mecanismo tipo garfo escocês (scotch youke), o qual gera ondas senoidais de vazão em torno do escoamento médio Q_0 . A vazão média, Q_0 , é gerada por uma bomba tipo palhetas e medida através do sistema de medição de vazão constante. Devido ao efeito elíptico da flutuação de pressão, um amortecedor foi colocado para impedir que a flutuação se propague na direção vertical.

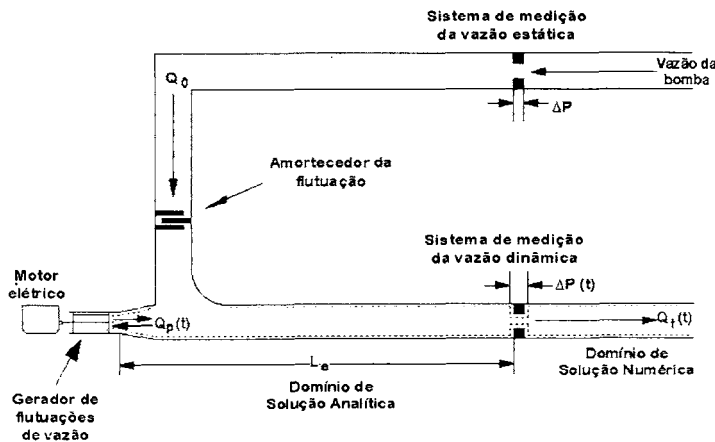


Figura 3. Esquema geral do sistema dinâmico utilizado na bancada experimental

Para a obtenção dos dados experimentais utiliza-se uma série de sistemas de medição e uma ampla cadeia de processamento de sinais. A cadeia de medição utilizada é mostrada na Figura 4.

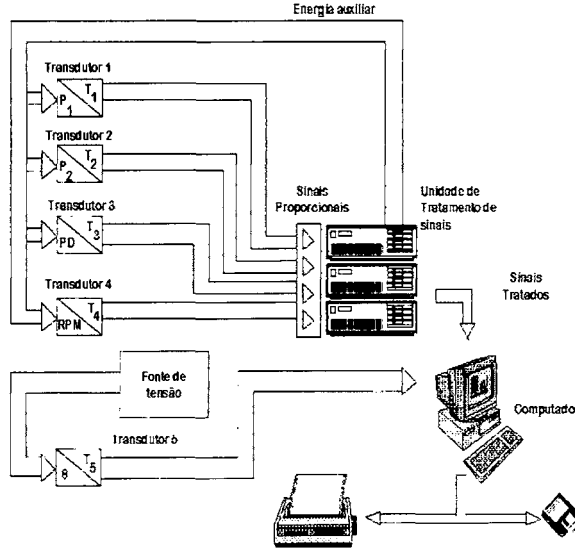


Figura 4. Cadeia de processamento dos sinais

A vazão total medida no sistema de medição de vazão dinâmica é dada por

$$Q_t(t) = A_0 k [\Delta P(t)]^b \quad (13)$$

onde

A_0 = área da seção do orifício (m^2),

k = constante obtida da calibração da placa,

b = constante obtida da calibração da placa,

$\Delta P(t)$ = gradiente de pressão dinâmica medido no orifício (Pa).

A razão de amplitude entre a vazão medida experimentalmente na placa e a obtida teoricamente (ganho), em cada instante de tempo, é dada por

$$R_a(t) = \frac{Q_t(t)}{Q_p(t) - Q_z(t)} \quad (14)$$

onde

$Q_p(t)$ = flutuação de vazão sem amortecimento (m^3/s),

$Q_z(t)$ = vazamento através da folga pistão-cilindro (m^3/s).

A utilização de um mecanismo do tipo garfo escocês (scotch youke) para acionamento do mecanismo pistão cilindro, garante a geração do movimento senoidal do pistão. Com este mecanismo, o pistão desloca-se segundo a equação

$$x(t) = r[1 - \cos(wt)] \quad (15)$$

com velocidade

$$\dot{x}(t) = rw \sin(wt) \quad (16)$$

e vazão

$$Q_p(t) = A_c rw \sin(wt) \quad (17)$$

onde

A_c = área da seção do cilindro do gerador de pulsos (m^2),

r = raio do excêntrico da manivela (m),

w = frequência angular (rad/s),

wt = ângulo da manivela (rad).

A vazão instantânea através da folga pistão/cilindro, $Q_z(t)$, é dada por Valle⁷

$$Q_z(t) = \bar{V}_z \pi R^2 (1 - k^2) \quad (18)$$

onde

$\bar{V}_z$ = velocidade média instantânea do vazamento (m/s),

R = raio do cilindro (m),

k = relação entre o raio do pistão e o raio do cilindro.

A defasagem entre a flutuação medida na placa e a produzida pelo pistão é obtida experimentalmente por

$$\Theta = -2\pi f \Delta t \quad (19)$$

onde

f = frequência cíclica medida pela rotação do motor de acionamento (1/s),

Δt = intervalo de tempo correspondente à defasagem entre as vazões (s).

Acrescentando a vazão que vaza através da folga pistão-cilindro, $Q_z(t)$, a equação de calibração dinâmica fica

$$Q_t(t) = A_0 k [\Delta P(t)]^b = A_c Ra rw \sin(wt - \Theta) - Q_z(t) \quad (20)$$

onde

Ra = razão de amortecimento da flutuação de vazão,

Θ = ângulo de defasagem da flutuação de vazão (rad).

Os parâmetro Ra e Θ caracterizam a dissipação da flutuação de vazão e representam o comportamento dinâmico do sistema. Estes parâmetro são determinados experimentalmente através das equações 14 e 19, respectivamente.

RESULTADOS

Utilizando-se as vazões experimentais como dados de entrada do programa computacional, obtém-se os gradientes de pressão numéricos, através da solução das equações de Navier Stokes. Com as vazões obtidas a partir destes gradientes, determinam-se os demais parâmetros dinâmicos do sistema de medição de vazão, tais como a relações de amplitude dos sinais (ganho) e coeficientes de vazão.

O ganho instantâneo, obtido pelas 2 metodologias, é mostrado na Figura 5 para uma das frequências de trabalho. Aqui, o sinal de saída representa a vazão obtida pela equação 20, enquanto que o sinal de entrada representa a vazão deslocada pelo pistão do gerador de pulsos, dada pela equação 17. O ganho instantâneo é simplesmente a relação instantânea entre o sinal de saída e o sinal de entrada obtido em cada metodologia. O valor do ganho igual a 1 significa o pistão na posição de velocidade nula (pontos mortos). Valores do ganho menores que 1 representam deslocamentos positivos do pistão (compressão), enquanto que valores maiores que a unidade representam deslocamentos negativos do mesmo (descompressão). Os mínimos e máximos representam os pontos de velocidade máxima do pistão.

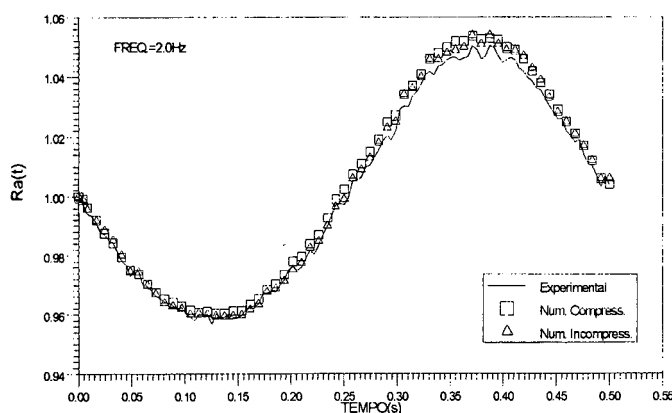


Figura 5. Razão de amplitude entre o sinal de saída e o sinal de entrada para uma frequência de 2 Hz

A Figura 6 mostra os respectivos gradientes de pressão utilizados para o cálculo das vazões dinâmicas. Esta figura mostra que os valores obtidos com o modelo numérico incompressível aproximam-se melhor dos resultados experimentais para esta frequência. Ao mesmo tempo, nota-se que para a mesma frequência, o maior afastamento entre os valores numéricos e experimentais ocorre para as velocidades negativas do pistão, principalmente no ponto de velocidade máxima.

Para a mesma frequência de trabalho, a Figura 7 mostra o comportamento do coeficiente de vazão dinâmica. Esta figura mostra que os coeficientes de vazão experimentais são reproduzidos pela metodologia numérica incompressível, apresentando um pequeno afastamento apenas para velocidades negativas do pistão, principalmente nas proximidades dos pontos de velocidade máxima. Por outro lado,

os coeficientes de vazão obtidos para o escoamento compressível são sempre maiores do que os valores experimentais e, conseqüentemente, maiores que os valores obtidos pelo programa incompressível. Isto é facilmente explicado pelo fato dos coeficientes de vazão terem sido calculados a partir da equação de Bernoulli. A equação de Bernoulli é desenvolvida admitindo-se a incompressibilidade do escoamento, o que permite simplificar as equações e obter facilmente os coeficientes de vazão como função dos gradientes de pressão e das dimensões do orifício.

Para o escoamento compressível deve-se introduzir um coeficiente que leve em conta a compressibilidade do sistema. Na prática, para se encontrar este coeficiente é necessário recorrer à equação da energia. O desenvolvimento completo para a obtenção dos coeficientes de expansão isentrópicos para escoamentos compressíveis pode ser visto em Delmee¹⁰. No presente trabalho estes valores podem ser obtidos diretamente através da relação dos coeficientes de vazão.

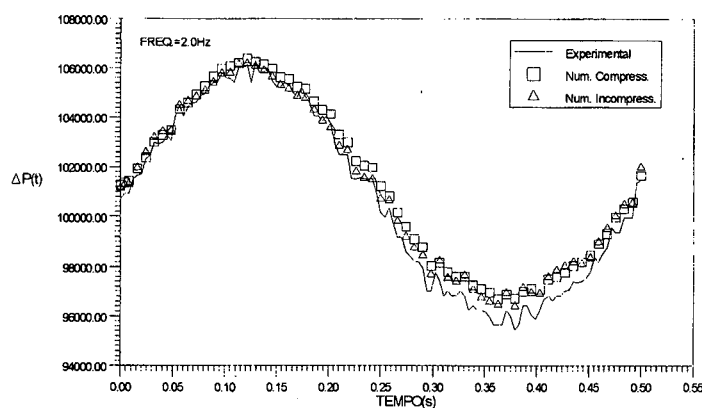


Figura 6. Gradientes de pressão na placa - frequência 2.0 Hz

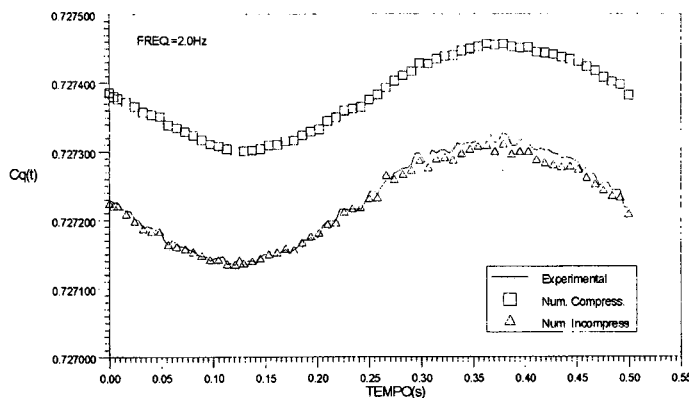


Figura 7. Coeficientes dinâmicos de vazão- frequência 2.0 Hz

A dificuldade de convergência do modelo numérico incompressível com o aumento da frequência, ligado ao fato da diferença obtida nos coeficientes de vazão quando comparadas às metodologias compressível-incompressível, torna evidente que o escoamento dinâmico produzido a baixas frequências é ainda incompressível. No entanto à medida que as frequências aumentam, este escoamento torna-se compressível, sendo esta compressibilidade a responsável pela discrepância nos coeficientes de vazão.

As Figuras 8 e 9 mostram o amortecimento da flutuação de vazão obtido nas duas metodologias utilizadas. Note-se que praticamente não há diferença entre as vazões numéricas e as experimentais, mesmo que pequenas variações nos coeficientes de vazão ocorram. Aqui a vazão teórica refere-se ao sinal de entrada do sistema, ou seja, à vazão deslocada pelo pistão do gerador de pulsos de vazão, dada pela equação 17. Por outro lado, as demais vazões, com exceção da vazão média, referem-se ao sinal de saída, calculado pelas duas metodologias, através da equação 20.

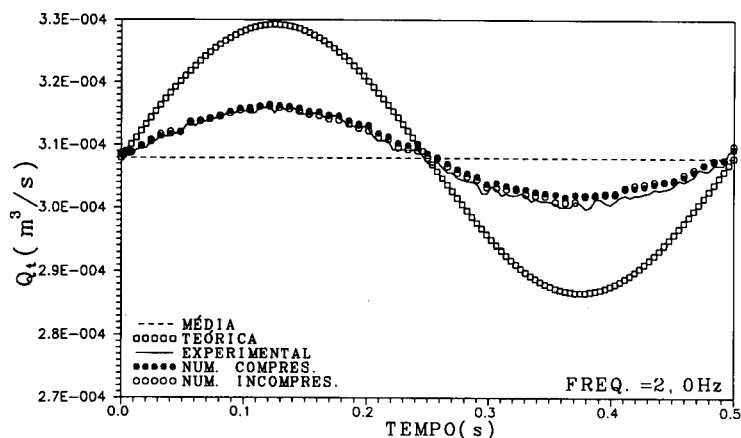


Figura 8. Flutuação de vazão gerada para uma frequência de 2.0 Hz

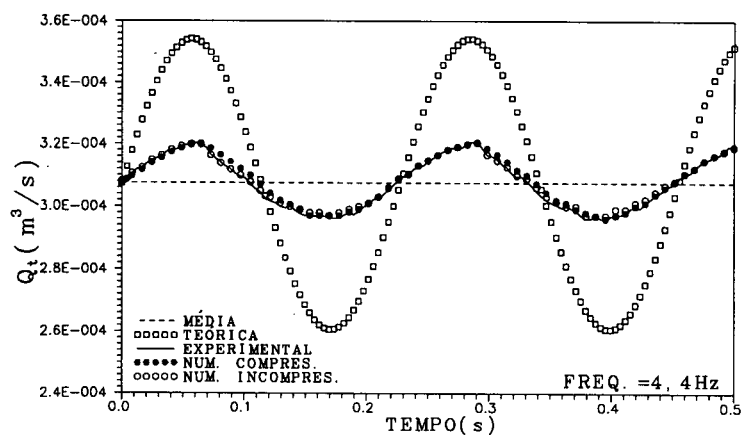


Figura 9. Flutuação de vazão gerada para uma frequência de 4.4 Hz

Os resultados apresentados no presente trabalho mostram que a metodologia numérica é capaz de reproduzir todos os parâmetro característico de um sistema de medição de vazão dinâmica.

CONCLUSÕES

Pode-se afirmar que de um modo geral a metodologia numérica reproduz adequadamente os resultados experimentais, dentro da incerteza de medição obtida na metodologia experimental.

Na obtenção dos resultados numéricos para o regime transiente, observa-se que a metodologia incompressível aproximou-se melhor dos resultados experimentais para frequências de pulsação mais baixas. No entanto, à medida que as frequências aumentam, a convergência do programa torna-se cada vez mais difícil, para a mesma malha e intervalos de tempo utilizados. Por outro lado, a metodologia compressível é sempre mais estável em termos de convergência, embora os resultados mostram discrepâncias um pouco maiores, mas sempre dentro da incerteza de medição obtida experimentalmente (Valle⁷).

Como mostram os resultados, mesmo que o óleo seja considerado um fluido incompressível do ponto de vista da mecânica dos fluidos, os escoamentos dinâmicos do mesmo devem ser considerados como escoamentos compressíveis. Desta forma, a utilização de medidores de vazão do tipo pressão diferencial em sistemas hidráulicos, deve sempre considerar a compressibilidade do sistema. (Valle⁷).

Para a faixa de frequências mostrada, a fase é muito pequena comparada com o ganho obtido no sistema. A partir de frequências mais elevadas (acima de 7 Hz), a fase começa a crescer mais acentuadamente até atingir valores próximos de $\pi/2$. Ver Valle¹⁰.

O pulso é praticamente amortecido quando se atingem frequências perto dos 14.0 Hz. Nestas condições, o ganho tende a zero enquanto que a fase tende a $\pi/2$. (Valle⁷).

REFERÊNCIAS

1. G.H. Trengrouse, B.W. Imrie e D.H. Male, "Comparison of Unsteady Flow Discharge Coefficients for Sharp-Edged Orifices With Steady Flow Values", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 8, 3, (1966).
2. S. Yokota e K. Nakano, "On Extending the Intelligent Potential of a Cylindrical Choke Type Instantaneous Flowmeter", *2nd International Conference on Flow Measurement* paper A3, London, (1988).
3. J. L. Pedroso, "Estudo Experimental da Atenuação de Ondas Orientado aos Transitórios Ocasionados pela Reação Explosiva Sódio-Água em Reatores Rápidos", *6- Simpósio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão*, trabalho n° 18, pp. 303-321, Rio de Janeiro, (1990).
4. J.F. Thomson, Z.A. Wassi e C.W. Mastin, "Numerical Grid generation - Foundations and Applications", Elsevier Science Publishing Co. Inc., (1985).
5. J. F. Thomson, "Grid Generations Techniques in Computational Fluid dynamics", *A.I.A.A. Journal*, Vol. 22, 11, pp. 1505-1523, (1984).

6. C.R. Maliska, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional em Coordenadas Generalizadas", Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, (1992).
7. R.M. Valle, "Análise Numérica e Experimental de Escoamentos Transientes em Placas de Orifício", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, (1994).
8. A.F.C. Silva, "Um Procedimento em Volumes Finitos para Solução de Escoamentos de Qualquer Velocidade", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, (1991).
9. A.F.C. Silva e C.R. Maliska, "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas", *I Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Águas de Lindóia*, (1988).
10. G.J. Delmée, , Manual de Medição de Vazão, Edgard Blücher Ltda, (1983).