

# Biomecánica de la articulación de la rodilla tras lesiones ligamentosas

Estefanía Peña, Begoña Calvo y Manuel Doblaré

Grupo de Mecánica Estructural y Modelado de Materiales  
Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A)  
Departamento de Ingeniería Mecánica  
Universidad de Zaragoza  
María de Luna, 3, E-50018 Zaragoza, España  
Tel.: 34-976-76 19 12; Fax: 34-976-76 25 78  
e-mail: fany@unizar.es, bcalvo@unizar.es, mdoblaré@unizar.es

## Resumen

La planificación preoperatoria se está consolidando en la actualidad como uno de los campos con mayores perspectivas de futuro en la bioingeniería. Para que el desarrollo de estas herramientas sea eficaz deben emplearse modelos computacionales lo más realistas posibles con el fin de reproducir fielmente el comportamiento de los tejidos involucrados. Estudios computacionales mediante técnicas como, por ejemplo, el método de los elementos finitos pueden ser herramientas útiles tanto para comprender el comportamiento de los tejidos vivos ante situaciones límite como para aportar información para el desarrollo o mejora de técnicas quirúrgicas.

Siguiendo esta línea, en este trabajo empleamos un modelo tridimensional completo de la articulación de la rodilla humana para el estudio de la biomecánica de la articulación tras lesiones ligamentosas. Este modelo incluye los huesos que conforman la articulación (fémur, tibia, peroné y rótula), los meniscos, los cartílagos articulares y los ligamentos más relevantes de la articulación (LCA, LCP, LLI, LLE Y TR). Los huesos fueron modelados como sólidos rígidos, los meniscos y cartílagos articulares como sólidos elásticos lineales, mientras que los ligamentos fueron modelados como sólidos con un comportamiento hiperelástico transversalmente isótropo definido a partir de la orientación de las fibras de colágeno. Además ha sido necesario incorporar a la formulación estándar del modelo hiperelástico la pretensión inicial a la que los ligamentos, como la mayoría de los tejidos biológicos, se encuentran sometidos. Dicho modelo fue validado experimentalmente en un trabajo previo y se emplea en este trabajo para estudiar la biomecánica de la articulación ante un movimiento de flexión. También se ha estudiado la estabilidad de la articulación tras roturas en el LCA y LCP, comprobándose bajo qué circunstancias dichas roturas son críticas para la estabilidad de la articulación y qué otras estructuras actúan en caso de rotura para evitar la inestabilidad.

**Palabras clave:** *biomecánica, rodilla humana, ligamentos, modelo hiperelástico fibrado, pretensión.*

## BIOMECHANICS OF HUMAN KNEE AFTER LIGAMENT INJURIES

### Summary

We present here a three-dimensional FE model of the healthy human knee that includes the main structures of the joint: bones (femur, tibia, fibula and patella), all the relevant ligaments (ACL, PCL, MCL, LCL and PT), menisci and articular cartilages. Bones were considered to be rigid, articular cartilage and menisci linearly elastic, isotropic and homogeneous and ligaments hyperelastic and transversely isotropic. Initial strains on the ligaments and patellar tendon were also considered using a multiplicative decomposition of the deformation gradient tensor. The model was validated using experimental and numerical results in previous papers. The numerical model was used to simulate the main knee movements and anterior-posterior displacement at knee flexion. Three test series were performed (healthy knee joint, ACL disrupted joint and PCL disrupted). In all cases, ligaments injuries caused an important laxity in the knee joint. Injuries in ligaments acting as primary stabilizer caused more laxity than in the case in which they played the role of secondary stabilizer. Our results can help to better understand the role of the ligaments in the knee stability and the effect of the injuries in knee movements.

**Keywords:** *knee biomechanics, transversely isotropic hyperelastic behaviour, human ligaments, initial strain.*

## INTRODUCCIÓN

La rodilla es una estructura articular compleja, ya que debe hacer compatible la transmisión de grandes cargas dentro de un amplio rango de movilidad. Integrada en el eje de carga cadera-rodilla-tobillo, obliga a que tanto su morfología como su función tengan que valorarse dentro de este conjunto dinámico del miembro inferior. Pero es durante ciertos esfuerzos habituales en el trabajo, la carrera o el deporte, cuando las estructuras de la rodilla se ven sometidas a los mayores requerimientos para mantener el equilibrio de las cargas, con velocidades cambiantes y posturas forzadas.

La congruencia y estabilidad de la rodilla la proporcionan diversas componentes como los meniscos, los cartílagos articulares y los ligamentos y músculos, que permiten una respuesta mecánica compleja de la articulación sometida a diferentes tipos de cargas fisiológicas. En particular, y debido a la relativa incongruencia de las superficies auriculares, los ligamentos juegan un papel importante en la estabilidad de la rodilla a lo largo de todo el rango de movimiento. Cada ligamento juega un papel distinto en dicha estabilidad restringiendo el movimiento de la rodilla en más de un grado de flexión ante las cargas externas. De esta forma la estabilidad completa de la articulación depende de la contribución de cada uno de los ligamentos de forma individual y de la interacción de unos con otros. Un mejor conocimiento de las fuerzas, que actúan sobre los ligamentos durante la función normal de la rodilla, contribuye a un mejor conocimiento de los mecanismos de lesión<sup>1</sup>.

Otro componente importante de la rodilla son los meniscos. Éstos son un complejo sistema biomecánico por sí mismos con un papel fundamental en la transmisión de las cargas, absorción de impactos, reducción de las presiones de contacto en la articulación, estabilización pasiva, aumento del área de congruencia y contacto, tope en los extremos de flexión y extensión y propiocepción. Muchas de estas funciones se realizan gracias a la capacidad de los meniscos de transmitir y distribuir las cargas sobre el platillo tibial<sup>2</sup>.

Una correcta comprensión de la biomecánica de la articulación es esencial para la prevención y el tratamiento de diferentes patologías y lesiones asociadas a la misma. A pesar de las numerosas investigaciones desarrolladas el conocimiento exacto de las causas de dichas lesiones aún no está completamente disponible en la actualidad. Ello es debido en parte a la limitación inherente de los ensayos experimentales y su elevado coste en cadáveres. Además existen limitaciones en la obtención de una distribución de tensiones y deformaciones realistas de los componentes de la articulación así como una gran dificultad en reproducir en laboratorio las condiciones naturales de funcionamiento de la articulación. Los modelos de elementos finitos (EF) pueden convertirse en una herramienta útil para el conocimiento de la biomecánica de la articulación y de sus componentes, reduciendo coste y tiempo y proporcionando información, que de otra manera sería difícil de obtener a través de ensayos experimentales. Es importante tener en cuenta, que el desarrollo de modelos realistas depende de una apropiada reconstrucción de la geometría y del uso de modelos matemáticos que describan con suficiente aproximación el comportamiento de los tejidos biológicos y su interacción con el entorno de la articulación, tales como ligamentos, tendones, meniscos y cartílago articular.

La rodilla es probablemente la articulación más estudiada de todas las presentes en el cuerpo humano. Sin embargo, donde nuestro conocimiento alcanza, no existen en la bibliografía modelos computacionales que incluyan meniscos, cartílago articular y los principales ligamentos (ligamento cruzado anterior (LCA), cruzado posterior (LCP), lateral interno (LLI), lateral externo (LLE) y tendón rotuliano (TR)) con un modelo anisótropo fibrado que incorpore la pretensión inicial a la que estos ligamentos se encuentran sometidos. La mayoría de los estudios previos emplean modelos unidimensionales de los ligamentos de la rodilla<sup>3-6</sup>. Estos modelos fueron empleados para predecir satisfactoriamente la cine-

mática de la articulación, pero no son capaces de predecir la distribución no uniforme de tensiones y deformaciones que tiene lugar en los ligamentos. Otros autores han desarrollado modelos tridimensionales de los ligamentos estudiados de forma individual, para el caso del LCA<sup>7-9</sup> o el LLI<sup>10</sup>, y sin tener en cuenta la interacción entre ellos y con las otras estructuras de la articulación. Finalmente, otros autores han presentado modelos computacionales de partes de la rodilla humana con el objetivo de estudiar aspectos concretos de su comportamiento biomecánico. Heegard *et al.*<sup>11</sup> realizaron un modelo tridimensional para analizar la biomecánica de la rótula durante la flexión. Beynnon *et al.*<sup>4</sup> presentaron un modelo analítico del plano sagital de la rodilla para estudiar el papel de las bandas de los ligamentos cruzados en la cinemática de la articulación. Bendjaballah *et al.*<sup>3</sup> construyeron un modelo de elementos finitos tridimensional de la articulación completa de la rodilla para investigar el papel de los meniscos bajo diferentes solicitaciones de la articulación a extensión completa. Además, otros autores estudiaron las áreas y presiones de contacto de los meniscos de la articulación<sup>12,5</sup>. En todos estos modelos los ligamentos fueron modelados como muelles con un comportamiento no lineal. Peña *et al.*<sup>13</sup> desarrollaron un modelo tridimensional de los principales ligamentos de la rodilla. Sin embargo, en este modelo empleado para conocer el efecto que las lesiones meniscales y meniscectomías tienen sobre el cartílago articular, los ligamentos fueron modelados como hiperelásticos isótropos. Más adelante los mismos autores<sup>14</sup> desarrollaron un modelo tridimensional de los ligamentos con un comportamiento hiperelástico transversalmente isótropo para el estudio de los efectos de la pretensión inicial de la plastia en los resultados de la cirugía de reconstrucción del ligamento cruzado anterior. En dicho estudio no se incluyeron los meniscos.

En este artículo empleamos un modelo completo tridimensional de la articulación de la rodilla humana, recientemente desarrollado<sup>35</sup>, que incluye fémur, tibia, peroné y rótula, los principales ligamentos de la articulación, meniscos y cartílago articular. Como paso previo a cualquier estudio biomecánico, el modelo de elementos finitos fue validado usando diferentes resultados tanto experimentales como numéricos obtenidos de la bibliografía<sup>15,16,3,6</sup>. Una vez suficientemente validado nuestro principal objetivo fue analizar el efecto que diferentes lesiones ligamentosas tienen sobre la biomecánica de la articulación.

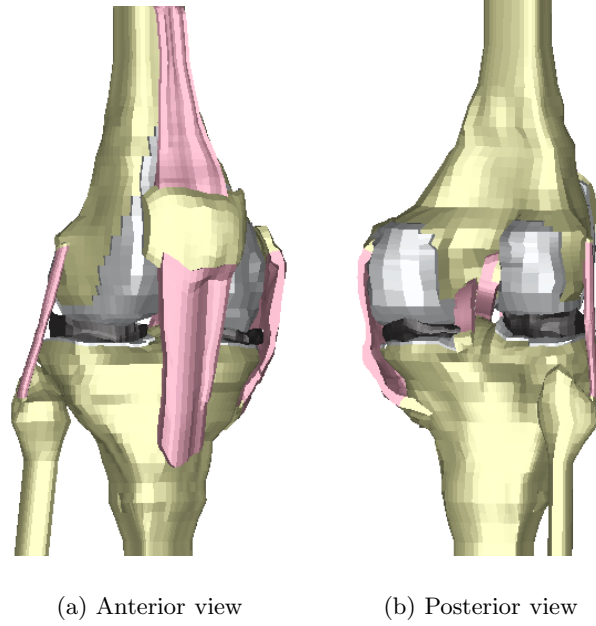
## MODELO DE LA ARTICULACIÓN

### Modelo geométrico de la articulación

Los datos geométricos de la articulación fueron obtenidos de RMN (resonancias magnéticas nucleares) para los tejidos biológicos blandos y TC (tomografías computarizadas) para los huesos, con imágenes separadas cada 1,5 mm en los planos sagital, coronal y axial a extensión completa (0° de flexión). Los contornos del fémur, tibia, peroné, cartílago articular, meniscos y ligamentos fueron digitalizados manualmente. Los contornos obtenidos fueron transferidos al programa comercial I-DEAS v.9, donde se reconstruyó el modelo tridimensional de la articulación (Figura 1).

### Modelado de los tejidos biológicos duros

Como ya ha sido comentado anteriormente, debido a que la rigidez de los huesos es mucho mayor que la de los tejidos biológicos blandos estudiados y que su influencia en este estudio es mínima, los huesos se aproximaron por sólidos rígidos. Cada estructura ósea (fémur, tibia, peroné y rótula) fue representada por una superficie rígida cuya cinemática se asocia a un nodo localizado en el centro de rotación de cada hueso a extensión completa<sup>17</sup>.



**Figura 1.** Modelo de elementos finitos

### Modelado de los tejidos biológicos blandos

Los meniscos y cartílago son tejidos hidratados. Sin embargo, y considerando que el tiempo de carga de interés en este estudio es el del paso de la marcha humana y que el tiempo de relajación viscoelástica del cartílago y meniscos se estima cercano a 1500 segundos<sup>6</sup>, estos tejidos se han considerado como materiales elásticos lineales e isotrópicos<sup>18</sup> con un módulo elástico  $E = 50$  MPa y coeficiente de Poisson  $\nu = 0,45$  para los meniscos y de  $E = 5$  MPa y  $\nu = 0,45$  para el cartílago<sup>19,20</sup>.

Para reproducir fielmente el comportamiento del ligamento se ha empleado un comportamiento hiperelástico transversalmente isotrópico definido por una familia de fibras<sup>21</sup>. La dirección de las fibras se define en la configuración indeformada  $\Omega_0$  mediante un vector unitario  $\mathbf{a}_0(\mathbf{X})$  que se mueve solidario al sólido durante la deformación. La dirección de las fibras en cada instante de tiempo viene fijada por otro vector unitario  $\mathbf{a}(\mathbf{x}, t)$  definido en la configuración deformada  $\Omega_t$ . Su alargamiento  $\lambda$ , definido como la relación entre la longitud de la fibra en la configuración deformada e indeformada, se expresa mediante  $\lambda^2 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_0$  con  $\mathbf{C}$  el tensor de deformación de Cauchy-Green,  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ , y  $\mathbf{F}$  el gradiente de deformación,  $\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$ , con  $\mathbf{x}, \mathbf{X}$  las coordenadas de cada punto en la configuración deformada e indeformada respectivamente<sup>22</sup>.

Es sabido, que la formulación estándar de elementos finitos presenta dificultades para materiales cuasi-incompresibles, debido a la elevada contribución de la dilatación en los términos de la diagonal. Para evitar estos problemas es necesario aplicar la descomposición octaédrica-desviadora del gradiente de deformación y desacoplar ambos efectos; de esta forma, se considera una descomposición multiplicativa de  $\mathbf{F}$  en una parte volumétrica y una parte desviadora<sup>23</sup>,  $\mathbf{F} = J^{\frac{1}{3}} \bar{\mathbf{F}}$ . Suponemos ahora, que la función densidad de energía de deformación  $\Psi = \Psi(\mathbf{C})$  puede descomponerse en una parte volumétrica y una parte desviadora mediante<sup>23</sup>

$$\Psi = \Psi_{vol}(J) + \Psi_{iso}(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0) \quad (1)$$

donde  $\Psi_{vol}(J)$  y  $\Psi_{iso}(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0)$  son funciones escalares dependiente del jacobiano  $J = \det \mathbf{F}$  y el tensor Cauchy-Green modificado  $\bar{\mathbf{C}} = J^{-\frac{2}{3}} \mathbf{C}$ , respectivamente, que describen la respuesta volumétrica y desviadora del ligamento. La parte isocórica  $\Psi_{iso}$  de la función densidad de energía de deformación ha sido dividida en una parte isotrópica asociada a la matriz de colágeno ( $F_1$ ), que corresponde en este caso a un modelo neo hookeano, y otra parte anisótropa dependiente de las fibras de colágeno ( $F_2$ ). La función  $\Psi_{vol}$  considerada fue una estándar para materiales cuasi-incompresibles, que puede interpretarse como una función de penalización del jacobiano <sup>22</sup>

$$\Psi = \frac{1}{2D} \ln(J)^2 + C_1(\bar{I}_1 - 3) + F_2(\lambda) \quad (2)$$

donde  $C_1$  es la constante neo hookeana y  $D$  la inversa del módulo de compresibilidad  $k = \frac{1}{D}$ , el cual fue escogido para todos los ligamentos como  $\frac{k}{C_1} = 1000^{25,22}$ .

Para definir la parte anisótropa de la función densidad de energía empleamos la función inicialmente definida por Weiss *et al.*<sup>25</sup>

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial F_2}{\partial \lambda} &= 0 & \lambda < 1 \\ \lambda \frac{\partial F_2}{\partial \lambda} &= C_3(e^{C_4(\lambda-1)} - 1) & \lambda < \lambda^* \\ \lambda \frac{\partial F_2}{\partial \lambda} &= C_5\lambda + C_6 & \lambda > \lambda^* \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $\bar{I}_1 = tr(\bar{\mathbf{C}})$  es el primer invariante de  $\bar{\mathbf{C}}$ ,  $\lambda^*$  el alargamiento de las fibras de colágeno al final de la reorientación, donde el comportamiento de la curva tensión-deformación pasa a ser de exponencial a lineal,  $C_3$  escala la exponencial,  $C_4$  está relacionado con el desrizado de las fibras y  $C_5$  es el módulo de elasticidad de las fibras de colágeno una vez enderezadas. El segundo tensor de tensiones se obtiene entonces de forma estándar para materiales hiperelásticos como <sup>25,22</sup>

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{S}_{vol} + \mathbf{S}_{iso} = Jp\mathbf{C}^{-1} + J^{-\frac{2}{3}} DEV[\bar{\mathbf{S}}] \quad (4)$$

donde  $DEV$  es el operador desviador en descripción material<sup>26</sup>,  $p$  la presión hidrostática  $p = \frac{d\Psi_{vol}(J)}{dJ}$  y  $\bar{\mathbf{S}}$  el tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff modificado  $\bar{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial \Psi_{iso}(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{m}_0, \mathbf{n}_0)}{\partial \bar{\mathbf{C}}}$ . El tensor de Cauchy es  $1/J$  el empuje de  $\mathbf{S}$  ( $\boldsymbol{\sigma}$ ) =  $J^{-1} \boldsymbol{\chi}_*(\mathbf{S})$  o, expresado en notación indicial,  $\sigma_{ij} = J^{-1} F_{iI} F_{jJ} S_{IJ}$ .

El tensor elástico en su expresión material puede escribirse de la forma

$$\mathbf{C} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{C}_{vol} + \mathbf{C}_{iso} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}_{vol}}{\partial \mathbf{C}} + 2 \frac{\partial \mathbf{S}_{iso}}{\partial \mathbf{C}} \quad (5)$$

donde  $\mathbf{C}_{vol}$  y  $\mathbf{C}_{iso}$  se escriben como<sup>26</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{vol} &= 2\mathbf{C}^{-1} \otimes \left( p \frac{\partial J}{\partial \mathbf{C}} + J \frac{\partial p}{\partial \mathbf{C}} + 2Jp \frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}} \right) \\ &= J\tilde{p}\mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} - 2Jp\mathbf{C}^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{iso} &= -\frac{4}{3} J^{-\frac{4}{3}} \left( \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \otimes \bar{\mathbf{C}}^{-1} + \bar{\mathbf{C}}^{-1} \otimes \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right) + \\ &+ \frac{4}{3} J^{-\frac{4}{3}} \left( \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}}} : \bar{\mathbf{C}} \right) (\mathbb{I}_{\bar{\mathbf{C}}}^{-1} - \frac{1}{3} \bar{\mathbf{C}}^{-1} \otimes \bar{\mathbf{C}}^{-1}) + J^{-\frac{4}{3}} \bar{\mathbf{C}}_{\bar{w}} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{C}}_{\bar{w}} = & 4 \frac{\partial^2 \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}} \partial \bar{\mathbf{C}}} - \frac{4}{3} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}} \partial \bar{\mathbf{C}}} : \bar{\mathbf{C}} \right) \otimes \bar{\mathbf{C}}^{-1} + \bar{\mathbf{C}}^{-1} \otimes \left( \frac{\partial^2 \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}} \partial \bar{\mathbf{C}}} : \bar{\mathbf{C}} \right) \right] \\ & + \frac{4}{9} \left( \bar{\mathbf{C}} : \frac{\partial^2 \Psi_{iso}}{\partial \bar{\mathbf{C}} \partial \bar{\mathbf{C}}} : \bar{\mathbf{C}} \right) \bar{\mathbf{C}}^{-1} \otimes \bar{\mathbf{C}}^{-1}\end{aligned}\quad (8)$$

con  $\mathbb{I}_{C^{-1}} = \frac{\partial \mathbf{C}^{-1}}{\partial \mathbf{C}} = -\mathbf{C}^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1} = -\frac{1}{2} (C_{IK}^{-1} C_{JL}^{-1} + C_{IL}^{-1} C_{JK}^{-1})$ .

El tensor elástico en descripción espacial denotado como  $\mathbf{c}$  se define como  $\frac{1}{J}$  veces el empuje de  $\mathbf{C}$

$$\mathbf{c} = J^{-1} \boldsymbol{\chi}_*(\mathbf{C}) = \mathbf{c}_{vol} + \mathbf{c}_{iso} \quad (9)$$

Para más detalles sobre la obtención del tensor elástico en su versión espacial<sup>25,22</sup>.

En este trabajo empleamos las constantes para el LLI libre de tensiones obtenidas por Gardiner *et al.*<sup>27</sup> a partir de ensayos experimentales. Las constantes del LLE se supusieron idénticas a las del LLI, y las constantes para el LCA, LCP y TR fueron ajustadas a partir de los datos experimentales de Butler<sup>28</sup>. Todas incluidas en la Tabla I.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$\lambda^*$	D
LLI	1,44	0,0	0,57	48,0	467,1	1,063	0,00126
LLE	1,44	0,0	0,57	48,0	467,1	1,063	0,00126
LCA	1,95	0,0	0,0139	116,22	535,039	1,046	0,00683
LCP	3,25	0,0	0,1196	87,178	431,063	1,035	0,0041
TR	2,75	0,0	0,065	115,89	777,56	1,042	0,00484

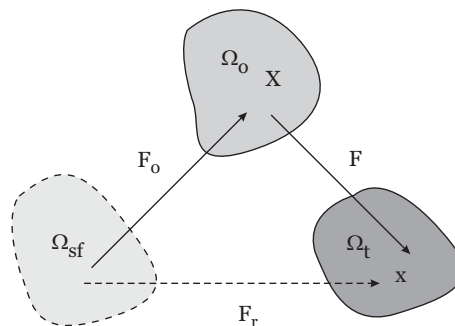
**Tabla I.** Constantes del material para los diferentes ligamentos libres de tensiones iniciales (MPa)

Los ligamentos, como la mayoría de los tejidos biológicos blandos, se encuentran sometidos a tensiones residuales (pretensión) como consecuencia del crecimiento, remodelación, daño y deformaciones viscoelásticas que experimentan a lo largo de la vida. Estas tensiones se ponen de manifiesto, cuando los ligamentos son cortados y separados de sus inserciones experimentando entonces un acortamiento instantáneo y diferido<sup>29</sup>. Para describir la configuración real de la deformación del material, incluyendo los efectos de la deformación debida a las tensiones iniciales, se introducen tres configuraciones: a) la configuración libre de tensiones ( $\Omega_{fs}$ ); b) el estado de referencia (correspondiente al ligamento en su inserción natural) ( $\Omega_0$ ); y c) la configuración actual (tras la deformación producida por el movimiento de la articulación) ( $\Omega$ ). Se supone, que el gradiente de deformación total, que corresponde al estado actual  $\mathbf{F}$ , admite una descomposición multiplicativa  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_r \mathbf{F}_0$ , donde  $\mathbf{F}_0$  representa el gradiente de deformación correspondiente a las deformaciones iniciales y por tanto al estado inicial de equilibrio libre de cargas y  $\mathbf{F}_r$  es el gradiente de deformación resultado de la aplicación de las cargas exteriores sobre la configuración inicial  $\Omega_0$  (Figura 2).

Las tensiones iniciales en el estado de referencia  $\boldsymbol{\sigma}_0$  y las totales  $\boldsymbol{\sigma}$  se definen para materiales hiperelásticos en la forma estándar

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2}{J} \mathbf{F} \left[ \frac{\boldsymbol{\sigma}_{fs}}{2} + \frac{\partial \Psi_{\Omega_0}(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \right] \mathbf{F}^T \quad (10)$$

donde  $\Psi_{\Omega_{fs}}$  es la función densidad de energía definida respecto de la configuración libre de tensiones.



**Figura 2.** Descomposición multiplicativa del gradiente de deformación total

En el caso de ligamentos y tendones Weiss *et al.*<sup>30</sup> proponen una forma sencilla de obtener  $\mathbf{F}_0$  midiendo en diferentes puntos la variación de longitud en la dirección de las fibras del tejido. Con esta información se puede calcular  $\lambda_0$ , el alargamiento de las fibras en la configuración de referencia. Esta información es suficiente para determinar  $\mathbf{F}_0^*$  en un sistema de coordenadas (\*) alineado con la dirección de las fibras  $\mathbf{a}_0$  suponiendo que  $\mathbf{F}_0$  corresponde a un alargamiento longitudinal en la dirección de las fibras  $\mathbf{a}_0$  y que el material es incompresible, caso habitual en tejidos biológicos blandos

$$[\mathbf{F}_0^*] = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Nótese que  $\mathbf{F}_0^*$  debe ser transformada al sistema global de coordenadas aplicando un cambio del sistema de referencia adecuado.

Las tensiones iniciales en nuestro modelo han sido obtenidas de bibliografía<sup>31,5,9</sup> y se muestran en la Tabla II con la siguiente nomenclatura: a - parte anterior del ligamento, p - parte posterior del ligamento, m - parte medial del ligamento.

El modelo constitutivo de los ligamentos ha sido implementado en el código comercial ABAQUS v.6.2<sup>32</sup> a través de una subrutina de usuario UEL en Fortran. El modelo numérico ha sido validado con las soluciones analíticas de diferentes estados de deformación homogéneos<sup>33</sup>.

aLCA	pLCA	aLCP	pLCP	aLLE	mLLE	pLLE	aLLI	mLLI	pLLI
0,06	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,08	0,04	0,04	0,03

**Tabla II.** Deformaciones iniciales de los ligamentos a extensión completa (%)

### Lesiones ligamentosas

Únicamente se han considerado lesiones totales de la articulación en el sentido de que el ligamento no aporta rigidez alguna a la estructura. Para simular dichas lesiones se procedió a eliminar en la malla los elementos del ligamento correspondiente en cada modelo y sus contactos respectivos. Se han simulado dos lesiones ligamentosas: rotura del LCA y del LCP.

## Cargas y condiciones de contorno

Con el fin de reproducir en la medida de lo posible las condiciones de trabajo de los meniscos de la articulación, cada uno de los cuernos de los meniscos (medial y lateral) y la periferia externa del menisco medial, que está adherida al LLI, se supusieron unidos a la tibia. Las inserciones de los ligamentos fueron simuladas mediante la definición de una última línea de elementos en el lado proximal y distal de cada uno con propiedades de hueso<sup>27</sup>.

Debido a que la articulación de la rodilla se encuentra lubricada, se ha empleado contacto sin fricción en la articulación con 16 zonas potenciales de contacto: dos para la zona medial y dos para la lateral (cartílago femoral-meniscos y meniscos-cartílago tibial); cinco para cada uno de los ligamentos (LLI, LLE, LCA, LCP, TR) y el fémur; cinco para cada ligamento y la tibia; una entre los ligamentos cruzados; y por último una entre el cartílago femoral y el cartílago rotuliano.

El movimiento de cada hueso fue controlado por los seis grados de libertad de su nodo de referencia. En todos los análisis la tibia y el peroné permanecieron fijos. La posición de extensión completa fue considerada como la configuración inicial libre de cargas.

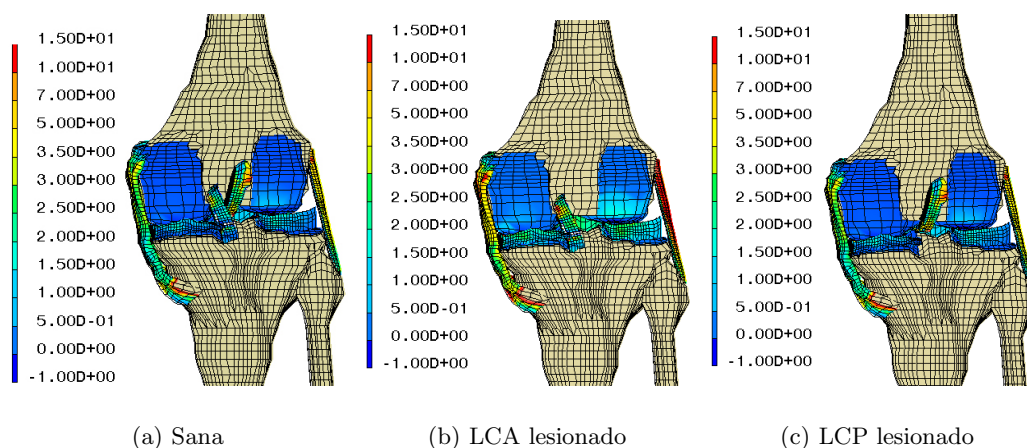
Dos condiciones de carga diferentes fueron simuladas. Para el caso de la articulación sana y lesionada una carga combinada de 1150 N en compresión y 134 N antero-posterior fue aplicada permaneciendo fija la flexión-extensión del fémur. Estas cargas fueron aplicadas con el objetivo de validar el modelo de articulación mediante la comparación con los resultados obtenidos por otros autores. En segundo lugar se ha estudiado el ciclo de la marcha simulándolo mediante la aplicación de los desplazamientos medidos experimentalmente por Lafortune<sup>34</sup>. En dicho estudio se obtuvieron para cada ángulo de flexión los desplazamientos (antero-posterior, latero-medial y distal-proximal) y giros relativos del fémur respecto de la tibia (varo-valgo y rotación interna-externa).

## BIOMECÁNICA DE LA ARTICULACIÓN SANA

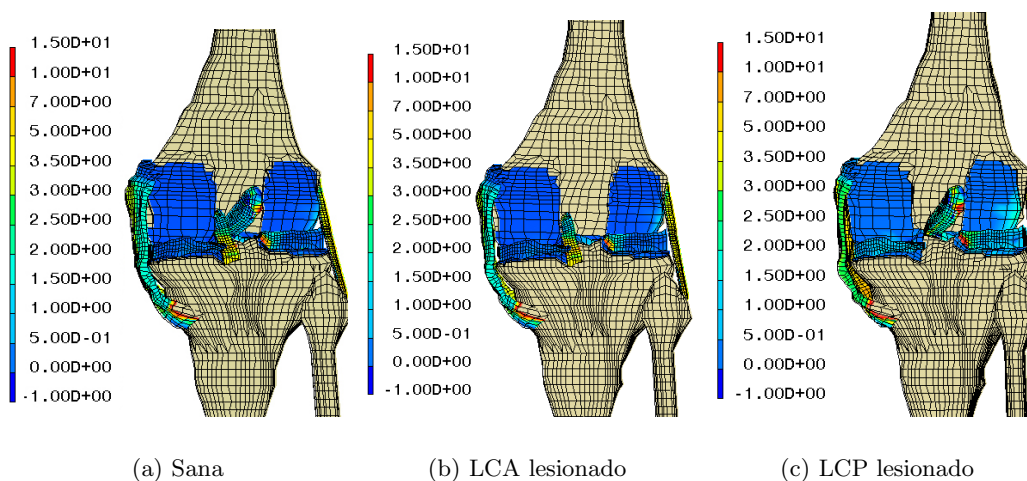
### Desplazamiento antero-posterior del fémur

Bajo las condiciones de carga anterior de 134 N y de compresión de 1150 N (conocido clínicamente como cajón anterior) el LCA soporta en torno al 75 % de la carga anterior, mientras que el LLI, como estabilizador secundario, soporta el 25 % restante<sup>35</sup>. Los desplazamientos resultantes fueron de 4,75 mm en la dirección anterior, 0,56 mm en la medial, 0,76° de valgo y 1,6° de rotación interna (Tabla III). Nuestros resultados muestran que la parte posterior del LCA es la más tensionada, mientras que las tensiones en la parte central son más moderadas (Figura 3a). Song *et al.*<sup>9</sup> obtuvieron 6,9 MPa en la banda postero-lateral del LCA y 24 MPa en su inserción femoral. Resultados similares fueron obtenidos en este trabajo: las tensiones principales máximas tienen lugar en la parte posterior de la inserción femoral del LCA, con un valor medio de 15 MPa, mientras que en la zona central las tensiones alcanzan valores de 6,5 MPa. Para el LLI una carga anterior provoca una distribución de tensiones similar a un problema de cizalla con tracción en la zona anterior-distal y posterior-proximal. De nuevo es posible encontrar resultados similares en la bibliografía. Hull *et al.* midieron una distribución de deformaciones y tensiones similar a la obtenida en este trabajo. En este ejemplo los meniscos transfieren el 62 % de la carga axial total (40 % el menisco medial) principalmente concentrada en la cara lateral. La mayor presión de contacto tiene lugar en la parte posterior del menisco medial con un máximo de 3,15 MPa y en el cuerno anterior del menisco lateral con 3,68 MPa. Las zonas de contacto se corresponden con las obtenidas experimentalmente por Walker<sup>2</sup>.





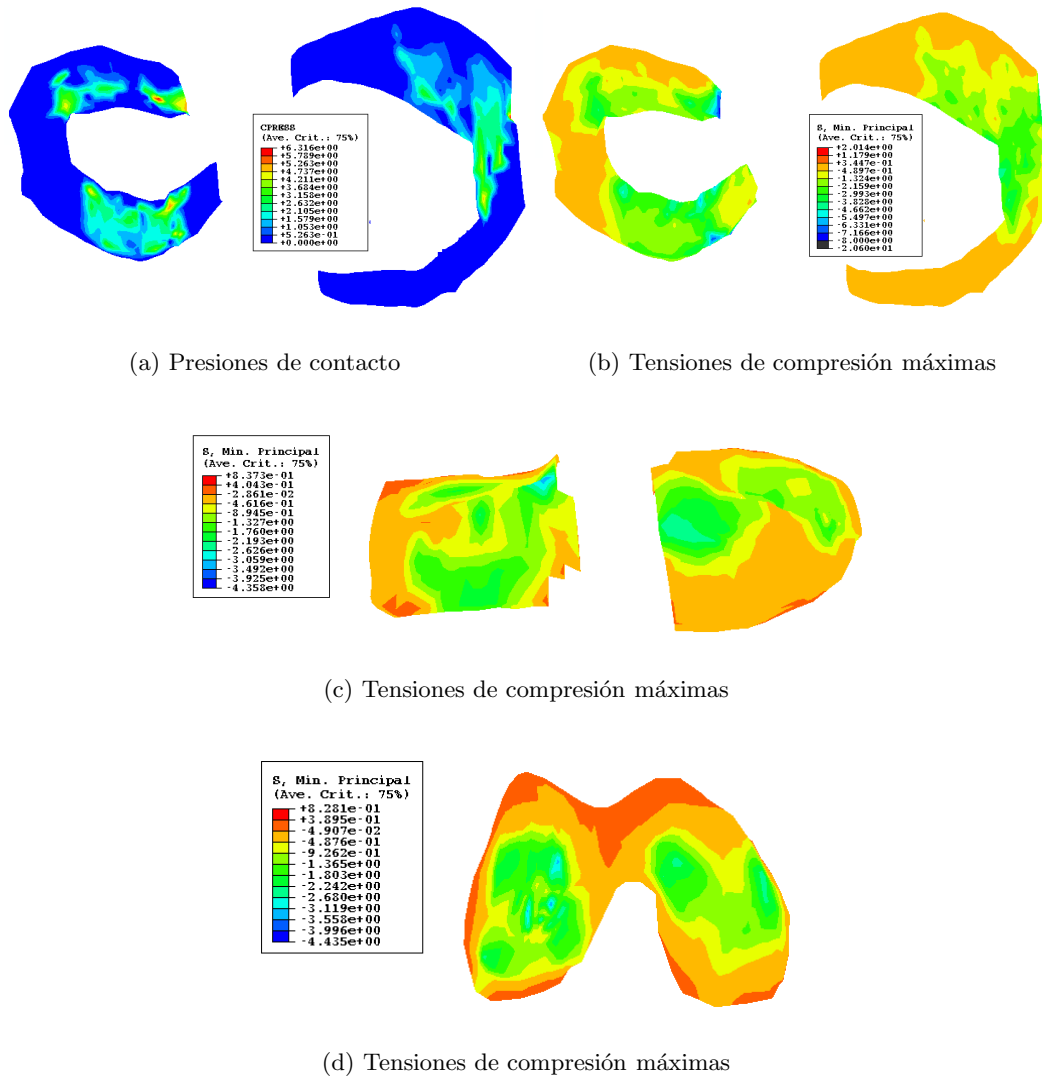
**Figura 3.** Tensiones principales máximas para una carga combinada de 1150 N de compresión y 134 N anterior



**Figura 4.** Tensiones principales máximas para una carga combinada de 1150 N de compresión y 134 N posterior

Por el contrario, bajo las condiciones de carga de 134 N de carga posterior y 1150 N de carga de compresión (conocido como cajón posterior) el LCP absorbe el 79 % de la carga total, mientras que el 21 % restante lo absorbe el LLE como estabilizador secundario de este movimiento. En este caso aparecen elevadas tensiones en la parte posterior y anterior medial del LCP. La máxima tensión principal tiene lugar en la parte posterior de la inserción tibial del LCP con una media de 7 MPa y un máximo de 15 MPa en la inserción tibial. Los resultados obtenidos además muestran, que el LCA se encuentra principalmente relajado; únicamente la inserción femoral se encuentra traccionada con valores de alrededor de 3,7 MPa. El LLE como estabilizador secundario también se encuentra traccionado en su mayor parte con una tensión principal máxima de 4,5 MPa. Una carga posterior provoca una relajación en el LLI<sup>35</sup> exceptuando sus inserciones, donde aparecen tensiones de tracción de 2,57 MPa, Figura 4. En este movimiento los meniscos transfieren alrededor del 55 % de la carga axial total (60 % el menisco medial) principalmente en la parte posterior de los mismos. Las máximas presiones de contacto tienen lugar en la región posterior del

menisco medial con 4,1 MPa y en el cuerno posterior del menisco lateral con un valor máximo de 4,81 MPa. El cartílago femoral se encuentra principalmente a compresión con una tensión principal mínima de -4,5 MPa. Para este movimiento, los autores no han encontrado resultados equivalentes para poder comparar el modelo (Figura 5).

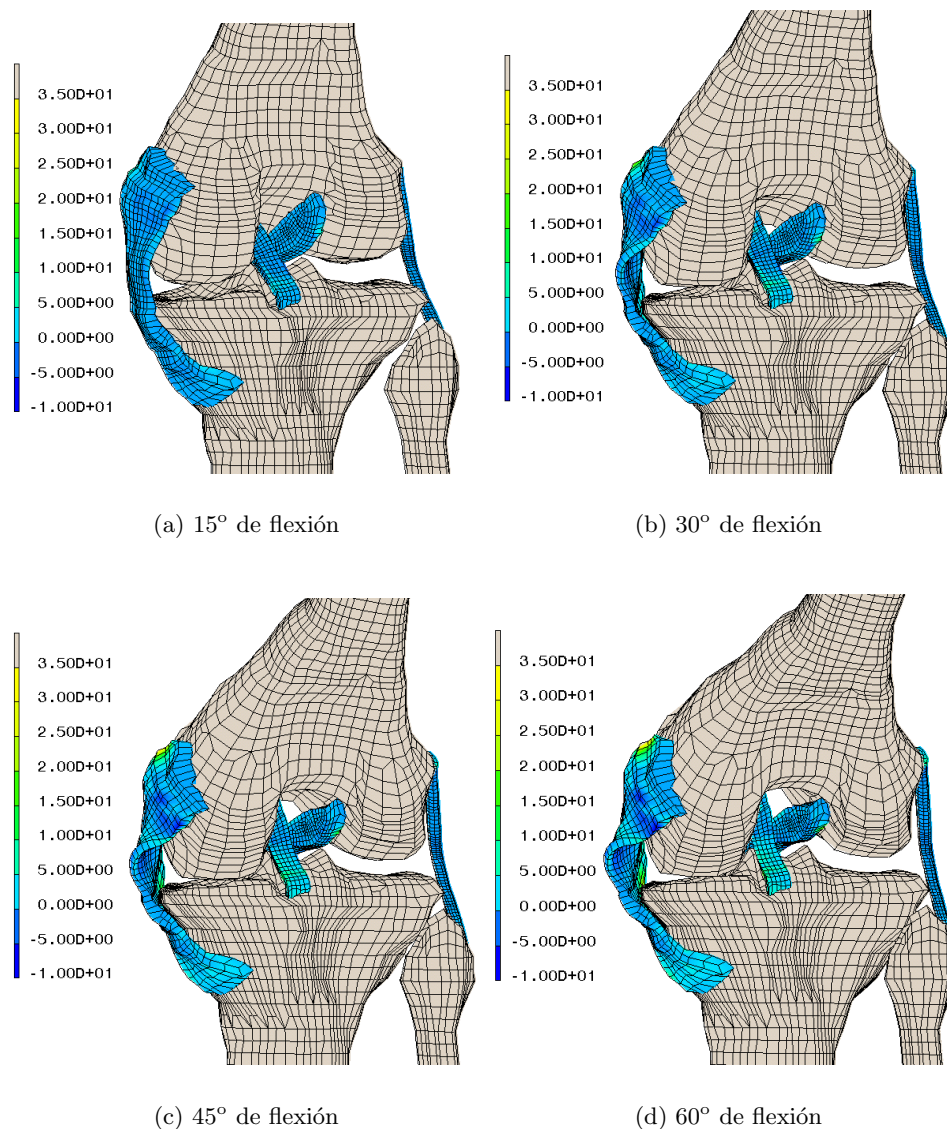


**Figura 5.** Tensiones y presiones de contacto en los meniscos y cartílago articular en respuesta a una carga combinada de 1150 N de compresión y 134 N posterior (MPa)

### Movimiento de flexión-extensión de la articulación

Los resultados obtenidos en nuestro análisis muestran que la tensión durante la flexión no está uniformemente distribuida para todos los ligamentos y en todos los ángulos de flexión. Para el LLI las tensiones máximas tuvieron lugar en la parte interior de la inserción femoral del LLI con una media de 30 MPa (Figura 6). El ligamento con mayores alargamientos de sus fibras fue también el LLI variando éstas entre -5 % y 5 % dependiendo de la región del

ligamento. Conforme se incrementa la flexión, estas deformaciones generalmente decrecen en la parte posterior y central, mientras que crecen en la zona anterior. El ligamento con mayores tensiones de tracción es el TR. Se encuentra uniformemente traccionado con una tensión principal máxima de 17,5 MPa en la zona femoral y 6,25 MPa en la zona tibial.



**Figura 6.** Tensiones principales máximas durante la flexión de la rodilla

Nuestro modelo predice tensiones de tracción significativas en las inserciones del LCA. La tensión principal máxima tiene lugar en la región posterior de la inserción femoral con un valor de 2,45 MPa a 15° de flexión (Figura 6). A 60° de flexión la tensión principal máxima se localiza en la parte antero-medial del LCA con una media de 15 MPa. Conforme la flexión progresa, la banda antero-medial del LCA se encuentra cada vez más traccionada, mientras que la banda postero-medial se relaja.

El LCP se encuentra principalmente relajado. Únicamente su parte anterior y la inserción tibial se encuentran traccionadas con una media de 5 y 10 MPa respectivamente

(Figura 6). Cuando fuerzas de compresión aparecen actuando sobre el ligamento, las fibras de colágeno no aportan rigidez al material, relajándose su pretensión inicial, y la carga de compresión es soportada por la matriz extracelular. Resultados similares se obtienen para el LLE, que resulta principalmente relajado durante la flexión excepto la inserción femoral y la región anterior del mismo (Figura 6).

## BIOMECÁNICA DE LA ARTICULACIÓN LESIONADA

### Rotura del ligamento cruzado anterior

El estabilizador más importante en un cajón anterior es el LCA, por tanto, una lesión en LCA es crítica para la estabilidad de la articulación en esta dirección. Ante una carga de 134 N, el desplazamiento, que se produce en la articulación es de 15,17 mm frente a los 4,75 mm de la articulación sana suponiendo un incremento del desplazamiento 219 % (Tabla III). También se produce un incremento sustancial de los valores en los restantes grados de libertad de la articulación. En la dirección medial, donde el LCA es un estabilizador importante, se producen unos desplazamientos de 2,83 mm, lo cual implica un incremento del 405 %. Como consecuencia de la rotura del ligamento también se produce un incremento sustancial de la rotación interna (505 %) y el valgo (314 %) al desaparecer la palanca estabilizadora, que ejercía el LCA con el LCP. Ante la ausencia del LCA actúan los estabilizadores secundarios, siendo el LLI el que absorbe fundamentalmente la carga. Parecidos resultados fueron obtenidos por Yagi *et al.*<sup>36</sup>, que para una carga de 134 N obtuvo un incremento del desplazamiento anterior del 246 % al igual que Lewis *et al.*<sup>37</sup>, que obtuvieron un incremento del 252 %.

	Anterior (mm)	Medial (mm)	Distal (mm)	Valgo (°)	Rotación interna (°)
Rodilla sana Carga anterior	4,75	0,56	-1,10	0,76	1,6
Carga posterior	-5,035	-0,02	-0,72	0,48	-0,362
Lesión en el LCA Carga ant.	15,17	2,832	-1,85	3,15	9,6
Carga posterior	-6,878	-0,47	-1,38	0,74	-2,43
Lesión en el LCP Carga ant.	5,93	0,88	-1,26	0,94	2,36
Carga posterior	-10,71	-0,84	-1,76	1,31	-1,86

**Tabla III.** Cinemática de la rodilla sana y lesionada en respuesta a una carga combinada de compresión de 1150 N y una carga antero-posterior de 134 N

El estabilizador más importante en un cajón posterior es el LCP, por tanto, una lesión en el LCA no afecta prácticamente a la estabilidad de la articulación ante este movimiento. Para este movimiento sigue siendo el LCP, el que absorbe toda la carga aplicada incrementando apenas la tensión de los restantes ligamentos. El desplazamiento anterior, que se produce, es de -6,878 mm frente a los -5,035 mm, ocasionados en la articulación sana suponiendo un incremento en el desplazamiento del 36 % (Tabla III). Para este movimiento únicamente experimenta un incremento importante la rotación externa, con un valor de -2,43° frente a los -0,362°, que se producen en estado sano. Como ya se ha comentado anteriormente, este incremento sustancial de la rotación del 517 % es debido al efecto estabilizador desarrollado por el LCA, que al romperse desestabiliza el giro de la articulación.

## Rotura del ligamento cruzado posterior

Para el caso de una rotura en el LCP el efecto producido es el contrario. Para un cajón anterior, cuyo estabilizador principal es el LCA, que permanece intacto, una rotura en el LCP no afecta significativamente a la estabilidad de la articulación. El desplazamiento anterior producido es de 5,93 mm, lo cual implica un incremento del 24 %. En este caso el incremento más significativo se produce en la rotación interna con  $2,36^\circ$  (lo cual implica un incremento del 47 %), donde el efecto palanca realizado por el LCP desaparece desestabilizando la articulación.

Para un cajón posterior, donde el LCP es el estabilizador principal, una rotura en el mismo es crítica en la estabilidad de la articulación frente a este movimiento. En este caso se produce un desplazamiento de -10,71 mm frente a los -5,035 mm de una articulación sana, lo que supone un incremento de desplazamiento del 113 %. Para el resto de movimientos de la articulación no se experimenta un incremento significativo de los desplazamientos excepto en el giro valgo con un incremento del 172 % y la rotación externa con un incremento del 413 %.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha empleado un modelo tridimensional completo de la articulación de la rodilla humana para el estudio de la biomecánica de la articulación de la rodilla tras lesiones ligamentosas. Este modelo incluye los huesos, que conforman la articulación (fémur, tibia, peroné y rótula), meniscos, cartílago articular y los ligamentos más relevantes de la articulación (LCA, LCP, LLI, LLE Y TR). Los huesos fueron modelados como sólidos rígidos, meniscos y cartílago articular como sólidos elásticos lineales y los ligamentos con un comportamiento hiperelástico transversalmente isótropo definido a partir de la orientación de las fibras de colágeno. Además ha sido necesario incorporar al modelo hiperelástico la pretensión inicial, a la que los ligamentos se encuentran sometidos. Dicho modelo fue validado experimentalmente en un trabajo previo<sup>35</sup>. En este trabajo se ha estudiado la estabilidad de la articulación tras roturas en el LCA y LCP.

Se ha comprobado, que cada uno de los ligamentos de la articulación tiene un papel específico en la estabilidad de la misma. El LCA aporta su mayor resistencia en un cajón anterior siendo crítica su rotura, cuando la rodilla está sometida a este desplazamiento, mientras que el LCP aporta su mayor resistencia durante el cajón posterior siendo en este caso, cuando la rotura del mismo es crítica. También se ha comprobado, cómo actúan en el caso de la rotura de los ligamentos cruzados los estabilizadores secundarios (LLI y meniscos para un cajón anterior tras rotura del LCA y LLE y meniscos para un cajón posterior tras rotura del LCP), pudiéndose observar el patrón de movimiento y el campo de tensiones y deformaciones ayudando así a una mejor comprensión de la biomecánica de la articulación.

El modelo aquí propuesto posee algunas limitaciones que han de ser tenidas en cuenta a la hora de interpretar los resultados. En primer lugar, los meniscos fueron considerados como elásticos lineales isótropos. Es sabido, que los meniscos tienen mayor rigidez en la dirección circunferencial que en las restantes direcciones, además de tratarse de un sólido bifásico debido a la presencia de líquido intersticial<sup>38</sup>. Segundo, las propiedades de los diferentes tejidos han sido definidas a partir de datos obtenidos en la bibliografía y no corresponden a un mismo sujeto. Finalmente, las propiedades viscoelásticas de los ligamentos y meniscos no han sido consideradas. Aunque este aspecto no parece tener una relevancia importante en nuestros análisis, sería importante tenerlo en cuenta, si se desea estudiar los estados límite de la articulación, donde la velocidad de deformación es crítica para el daño y rotura de estos tejidos. A pesar de estas limitaciones los resultados obtenidos son muy próximos a los equivalentes experimentales obtenidos por otros autores demostrando, que

nuestro modelo de elementos finitos de la articulación de la rodilla puede predecir los campos de desplazamientos, tensiones y deformaciones de cada uno de los tejidos biológicos, que componen la articulación. La reproducción de la biomecánica de la articulación tras lesiones ligamentosas puede ayudar al conocimiento de los patrones de lesión y sus consecuencias, siendo una herramienta útil en la planificación preoperatoria y de rehabilitación.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Dr. Miguel Ángel Martínez del Departamento de Ingeniería Mecánica y al Dr. Daniel Palanca del servicio de Traumatología y Cirugía Ortopédica del Hospital Clínico de la Universidad de Zaragoza su inestimable ayuda. También desean agradecer al Ministerio de Ciencia y Tecnología español la financiación recibida a través del proyecto de investigación DPI2003-09110-C02-01 y al Ministerio de Sanidad español a través de la Red Nacional IM3 (Imagen Médica Molecular y Multimodal, 300+++, 2003-2005).

## REFERENCIAS

- 1 S.L.Y. Woo, R.E. Dedski, J. Zeminski, S.D. Abramowitch, S.S. Chan y J. Fenwick, "Injury and repair of ligaments and tendons", *Annu Rev. Biomed. Engng.*, Vol. **2**, pp. 83–118, (2000).
- 2 P.S. Walker y M.J. Erkman, "The role of the menisci in force transmission across the knee", *Clin. Orthop. Relat.*, Vol. **109**, pp. 184–192, (1975).
- 3 M.Z. Bendjaballah, A. Shirazi-adl y D.J. Zukor, "Biomechanics of the human knee joint in compression: reconstruction, mesh generation and finite element analysis", *Knee*, Vol. **2**, pp. 69–79, (1995).
- 4 B. Beynnon, J. Yu, D. Huston, B. Fleming, R. Johnson, L. Haugh y M. Pope, "A sagittal plane model of the knee and cruciate ligaments with application of a sensitivity analysis," *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **118**, pp. 227–239, (1996).
- 5 G. Li, J. Gil, A. Kanamori y S.L. Woo, "A validated three-dimensional computational model of a human joint," *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **121**, pp. 657–662, (1999).
- 6 T.L.H. Donahue, M.L. Hull, M.M. Rashid y R.C. Jacobs, "A finite element model of the human knee joint for the study of tibio-femoral contact", *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **124**, pp. 273–280, (2002).
- 7 S. Hirokawa y R. Tsuruno, "Three-dimensional deformation and stress distribution in an analytical/computational model of the anterior cruciate ligament", *J. Biomech.*, Vol. **33**, pp. 1069–1077, (2000).
- 8 D. Pioletti, L. Rakotomanana, J.F. Benvenuti y P.F. Leyvraz, "Viscoelastic constitutive law in large deformations: application to human knee ligaments and tendons", *J. Biomech.*, Vol. **31**, pp. 753–757, (1998).
- 9 Y. Song, R. Debski, V. Musahl, M. Thomas y S.L.Y. Woo, "A three-dimensional finite element model of the human anterior cruciate ligament: a computational analysis with experimental validation", *J. Biomech.*, Vol. **37**, pp. 383–390, (2004).
- 10 J. Gardiner, J. Weiss y T. Rosenberg, "Strain in the human medial collateral ligament during valgus loading of the knee", *Clin. Orthop. Relat.*, Vol. **391**, pp. 266–274, (2001).
- 11 J. Heegard, P.F. Leyvraz, A. Curnier, L. Rakotomana y R. Huiskes, "The biomechanics of the human patella during passive knee flexion", *J. Biomech.*, Vol. **28**, pp. 1265–1279, (1995).
- 12 D. Périé y M.C. Hobatho, "In vivo determination of contact areas and pressure of the femorotibial joint using non-linear finite element analysis", *Clin. Biomech.*, Vol. **13**, pp. 394–402, (1998).

- 13 E. Peña, B. Calvo, M. Martínez, D. Palanca y M. Doblaré, “Finite element analysis of the effect of meniscal tears and meniscectomy on human knee biomechanics”, *Clin. Biomech.*, Vol. **20**, pp. 498–507, (2005).
- 14 E. Peña, M. Martínez, B. Calvo, D. Palanca y M. Doblaré, “A finite element simulation of the effect of graft stiffness and graft tensioning in ACL reconstruction”, *Clin. Biomech.*, Vol. **20**, pp. 636–644, (2005).
- 15 R. Fox, C. Harner, M. Sakane, G. Carlin y S.L.Y. Woo, “Determination of the in situ forces in the human posterior cruciate ligament using robotic technology”, *Am. J. Sports Med.*, Vol. **26**, pp. 395–401, (1998).
- 16 A. Ahmed y C. McLean, “In vitro measurement of the restraining role of the anterior cruciate ligament during walking and stair ascent”, *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **124**, pp. 768–779, (2002).
- 17 D. M. Daniels, “*Knee Ligaments: structure, function, injury and repair*”, Raven Press, New York, (1990).
- 18 M. A. LeRoux y L.A. Setton, “Experimental and biphasic FEM determinations of the material properties and hydraulic permeability of the meniscus in tension”, *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **124**, pp. 315–321, (2002).
- 19 G. Li, O. Lopez y H. Rubash, “Variability of a three-dimensional finite element model constructed using magnetic resonance images of a knee for joint contact stress analysis”, *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **123**, pp. 341–346, (2001).
- 20 P. Donzelli, R.S. Spilker, G.A. Ateshian y V.C. Mow, “Contact analysis of biphasic transversely isotropic cartilage layers and correlation with tissue failure”, *J. Biomech.*, Vol. **32**, pp. 1037–1047, (1999).
- 21 J. Weiss y J.C. Gardiner, “Computational modelling of ligament mechanics”, *Crit. Rev. Biomed. Engng.*, Vol. **29**, pp. 1–70, (2001).
- 22 G.A. Holzapfel, “*Nonlinear solid mechanics*”, Wiley, New York, (2000).
- 23 J.C. Simo y R.L. Taylor, “Quasi-incompressible finite elasticity in principal stretches. Continuum basis and numerical algorithms”, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol. **85**, pp. 273–310, (1991).
- 24 J. Weiss, J.C. Gardiner y C. Bonifasi-Lista, “Ligament material behavior is nonlinear, viscoelastic and rate-independent under shear loading”, *J. Biomech.*, Vol. **35**, pp. 943–950, (2002).
- 25 J. Weiss, B. Maker y S. Govindjee, “Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity”, *Comput. Methods. Appl. Mech. Engng.*, Vol. **135**, pp. 107–128, (1996).
- 26 J.C. Simo y T. Hughes, “*Computational Inelasticity*”, Springer-Verlag, New York, (1998).
- 27 J. Gardiner y J. Weiss, “Subject-specific finite element analysis of the human medial collateral ligament during valgus knee loading”, *J. Orthopaed. Res.*, Vol. **21**, pp. 1098–1106, (2003).
- 28 D.L. Butler, M. Sheh, D. Stouffer, V. Samaranyake y M. Levy, “Surface strain variation in human patellar tendon and knee cruciate ligaments”, *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **39**, pp. 38–45, (1990).
- 29 Y.C. Fung, “*Biomechanics. Mechanical properties of living tissues*”, Springer-Verlag, (1993).
- 30 J. Weiss, B. Maker y D. Schauer, “Treatment of initial stress in hyperelastic finite element models of soft tissues”, *ASME Summer Bioengineering Conference*, C. Beaver Creek (Ed.), (1995).
- 31 L. Blankevoort y R. Huiskes, “Ligament-bone interaction in a three-dimensional model of the knee”, *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **113**, pp. 263–269, (1991).

- 32 Abaqus user's guide, v. 6.4, HKS Inc. Pawtucket, RI, USA, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., (2004).
- 33 B. Calvo, M. Martinez y M. Doblaré, "On solving hyperelasticity with the natural element method", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. **62**, pp. 159–185, (2005).
- 34 M.A. Lafortune, P.R. Cavabagh, H.J. Sommer y A. Kalenak, "Three-dimensional kinematics of the human knee during walking", *J. Biomech.*, Vol. **25**, pp. 347–357, (1992).
- 35 E. Peña, B. Calvo, M. Martinez y M. Doblaré, "A three-dimensional finite element analysis of the combined behavior of ligaments and menisci in the healthy human knee joint", *J. Biomech.*, en prensa.
- 36 M. Yagi, E. Wong, A. Kanaromi, R. Debski, F. Fu y S.L.Y. Woo, "Biomechanical analysis of an anatomic anterior cruciate ligament reconstruction", *Am. J. Spors. Med.*, Vol. **30**, pp. 660–666, (2002).
- 37 J.L. Lewis, W.D. Lew, J.A. Hill, P. Hanley, K. Ohland, S. Kirstukas y R.E. Hunter, "Knee joint motion and ligament forces before and after ACL reconstruction", *ASME J. Biomech. Engng.*, Vol. **111**, pp. 97–106, (1989).
- 38 C.S. Proctor, M.B. Schmidt, M.A. Kelly y V.C. Mow, "Material properties of the normal medial bovine meniscus", *J. Orthopaed. Res.*, Vol. **7**, pp. 771–782, (1989).