

Aplicação de um modelo numérico não-linear tridimensional na análise de ondas sobre quebra-mares trapezoidais submersos

Paulo R.F. Teixeira

Universidade Federal do Rio Grande, FURG
Av. Itália, km8, Campus Carreiros, 96201-900, Rio Grande, RS, Brasil
Tel.: 55 53 32336922; Fax: 55 53 32336642
email: pauloteixeira@furg.br

Conceição Juana Fortes

Laboratório Nacional de Engenharia Civil, LNEC; Av. do Brasil, 1700-066, Lisboa, Portugal
Tel.: 3512 1 8443446, Fax: 3512 1 8443019
email: jfortes@lnec.pt

Resumen

Neste artigo, analisa-se o desempenho do modelo não-linear tridimensional de Navier-Stokes, FLUINCO, na simulação da propagação de ondas sobre fundos de profundidade variável. O modelo numérico é baseado na integração direta das equações de Navier-Stokes (Teixeira⁴⁶), as quais são discretizadas no tempo e no espaço através de um esquema de Taylor-Galerkin semi-implícito de dois passos usando um elemento tetraédrico linear. Adota uma formulação arbitrária Lagrangeana-Euleriana que é compatível com o movimento da superfície livre.

Primeiramente, o código é testado para o caso da propagação de uma onda monocromática em um canal, sendo comparados os resultados numéricos (campos de pressão e de velocidades) com as soluções teóricas. Seguidamente, o modelo é sucessivamente aplicado a problemas que envolvem os quebra-mares trapezoidais. São considerados três casos de teste com a mesma inclinação da rampa a montante, 1:20, mas com rampas a jusante de inclinações 1:10 (estudado experimentalmente por Dingemans¹⁰), 45° e 90°. Além dos resultados de elevação da superfície em vários pontos do domínio, são apresentados também os campos de pressão e de velocidades. Enquanto que no primeiro caso, com a rampa a jusante 1:10, o escoamento não apresenta qualquer separação ou formação de vórtices, o mesmo não acontece com os outros dois casos, onde observou-se a presença de vórtices nas proximidades da junção do patamar com a rampa a jusante. Os resultados mostraram a capacidade do modelo em tratar problemas em que a circulação vertical é significativa, incluindo fenómenos como a separação do escoamento e a formação de vórtices.

Palavras-chave: Modelação numérica, propagação não-linear de ondas, quebra-mar submerso, efeitos não-lineares, Método dos elementos finitos, FLUINCO.

APPLICATION OF A TRIDIMENSIONAL NON LINEAR NUMERICAL MODEL TO SEA WAVES OVER SUBMERGED TRAPEZOIDAL BREAKWATERS

Summary

The performance of the three-dimensional non-linear Navier-Stokes model, FLUINCO, in the simulation of wave propagation on variable depth is here analyzed. The numerical model is based on the integration of the Navier-Stokes equations (Teixeira⁴⁶), which are discretized in time and space by two steps semi-implicit Taylor-Galerkin scheme that uses linear tetrahedra. An arbitrary lagrangean eulerian formulation that is compatible with the free surface movement is adopted.

First, the code is tested for the case of a monochromatic wave propagation in a channel and the numerical results (pressure and velocity fields) are compared with the theoretical solutions. Then, the model is successively applied to problems involving the trapezoidal breakwaters. Different breakwater profiles were considered: all have the same slope of 1:20 on the sea side, but the breakwaters have slopes of 1:10 (breakwater profile was studied experimentally by Dingemans¹⁰), 45 degrees and 90 degrees on the lee side. In addition to the free surface elevation values at several points in the domain, pressure and velocity fields are also presented. Whereas in the first case, with downslope of 1:10, the flow shows no separation vortices

formation, the same does not apply to the other two cases, where the presence of vortices near the junction of the platform with the downstream ramp is observed. The results show the ability of the model to deal with problems in which the vertical movement is significant, including phenomena such as flow separation and vortex formation.

Keywords: Numerical modelling, wave propagation, submerged breakwater, non linear effects, finite element method, FLUINCO.

INTRODUÇÃO

Os problemas da interacção das ondas com estruturas e fundos de topografia complexa têm grande importância no âmbito da engenharia costeira. Ao longo das últimas décadas, muitos modelos numéricos têm sido desenvolvidos com a intenção de analisar esses casos (Liu³¹; Wu⁵⁰), uma vez que envolvem fenómenos que combinam reflexão, empolamento (shoaling), refração e difração, onde os efeitos não-lineares implicam a geração de harmónicas com transferências de energia de grande complexidade.

Os modelos baseados na equação de Laplace consideram o escoamento potencial, em que o movimento é irrotacional e o fluido é incompressível. Destacam-se, entre outros, os modelos que usam os métodos de elemento de contorno (Longuet-Higgins e Cokelet³²; Isaacson²⁴; Grilli *et al.*¹⁶) e aqueles que empregam os métodos espectrais (Dommermuth e Yue¹¹; Bateman *et al.*²). Sabe-se que a teoria do escoamento potencial não é a mais adequada para a modelagem de escoamentos que envolvem cisalhamento, separação do escoamento, geração de vórtice e turbulência quando interagem com estruturas.

Outros modelos muito usados para a modelação da propagação de ondas são os chamados modelos integrados na profundidade (*depth-integrated models*). Peregrine⁴⁰ desenvolveu um conjunto de equações do tipo Boussinesq para profundidade variável, admitindo aproximações polinomiais para a distribuição vertical da velocidade e integração na vertical das equações resultantes a uma dada profundidade. As hipóteses simplificativas do modelo de não-linearidade e dispersão suaves, limitam o seu uso a águas pouco profundas. Nas últimas décadas, diversos trabalhos têm procurado estender o domínio de aplicabilidade destas equações a águas cada vez mais profundas e a situações de forte não-linearidade pela inclusão de termos de ordem superior nas equações. Outros fenómenos presentes na propagação de ondas, como a rebentação, o atrito de fundo, run-up, foram também incluídos nas equações estendidas de Boussinesq. Assim, actualmente existem muitas equações estendidas de Boussinesq, como por exemplo Madsen *et al.*^{34,35}, Nwogu³⁸, Wei *et al.*⁴⁹, Gobbi e Kirby¹⁵, Schäffer e Madsen⁴², Agnon *et al.*¹, Kennedy *et al.*²⁷. Recentemente, este tipo de modelo foi melhorado a partir da integração em profundidade das equações de continuidade e movimento, utilizando o conceito de camadas múltiplas (*multi-layer Boussinesq models*) (Lynett e Liu³³; Hsiao *et al.*²²), *i.e.*, a adopção de um perfil de velocidades para cada camada em que é dividida a coluna de água. A precisão do modelo assim desenvolvido depende do número de camadas que se considera, permitindo a sua utilização em águas muito profundas. Embora a precisão destes modelos tenha sido melhorada significativamente, as hipóteses simplificativas relacionadas com o perfil de velocidades e sua integração ao longo da profundidade limitam o uso destes modelos a fundos onde não ocorram variações significativas da profundidade.

Para contornar este facto, nos últimos anos, muitos esforços têm sido realizados para o desenvolvimento dos modelos não-hidrostáticos (Casulli e Stelling⁶; Stansby e Zhou⁴⁴; Zijlema e Stelling⁵³; Mahadevan *et al.*³⁶; Marshall *et al.*³⁷; Hodges e Street¹⁹; Lin e Li²⁹), os quais são capazes de determinar as deformações da superfície livre e o campo de velocidades em casos de topografias complexas. Esses modelos captam o movimento da superfície livre usando uma função do plano horizontal e requerem uma discretização na direção vertical muito menor daqueles que usam os métodos clássicos para descrever a superfície livre. Em

alguns desses modelos, para melhorar a eficiência dos métodos, os campos de pressão e de velocidade são decompostos em hidrostático e não-hidrostático.

Devido a grande escala no espaço horizontal envolvida em muitos problemas da engenharia costeira, a solução numérica das equações de Navier-Stokes de forma completa para determinar os campos tridimensionais de velocidade e de pressão e a posição da superfície livre, torna-se uma tarefa que demandam custos computacionais elevados. No entanto, em casos onde ocorre a separação do escoamento, a formação de vórtices ou o fenómeno da turbulência, esses modelos proporcionam resultados mais próximos a realidade. Nesses casos, entre os métodos usados para descrever os movimentos da superfície de interface água-ar, destacam-se o método arbitrário lagrangeano-euleriano (Hodges e Street¹⁹; Zhou e Stansby⁵⁴), o método *marker and cell* (Harlow e Welch¹⁷), o método do volume de fluido (VOF) (Lin e Liu³⁰; Hieu *et al.*¹⁸) e o método *level-set* (Iafrati *et al.*²³).

O código FLUINCO, utilizado neste trabalho (Teixeira⁴⁶), integra as equações de Navier-Stokes utilizando um método fracionado para simular problemas de escoamentos 3D de fluidos incompressíveis com superfície livre. Emprega o método semi-implícito de Taylor-Galerkin de dois passos para discretizar no tempo e no espaço as equações de Navier-Stokes. Adopta um elemento tetraédrico linear, o qual tem a vantagem de se adaptar aos domínios de geometrias complexas e de ser um elemento de boa eficiência computacional. Uma formulação arbitraria lagrangeana-euleriana é utilizada para permitir a solução de problemas que envolvem grandes movimentos relativos entre corpos e superfícies e movimentos da superfície livre. A distribuição espacial da velocidade da malha é tal que a distorção dos elementos é minimizada pela sua suavização através do uso de funções que ponderam a influência da velocidade de cada nó pertencente às superfícies de contorno.

Neste trabalho, descreve-se a validação do modelo FLUINCO. Mais concretamente, inicia-se pela aplicação do modelo num canal de profundidade constante para análise do comportamento do modelo na simulação do campo de pressões e de velocidades. Estes resultados são comparados com a teoria linear e não-linear. Seguidamente, efectua-se a análise do problema da propagação de ondas sobre quebra-mares submersos. São estudados três tipos de quebra-mares, todos com inclinação de rampa a montante de 1:20, mas com inclinações de rampa a jusante de 1:10, 45° e 90°. O quebra-mar com rampa a jusante de inclinação 1:10 foi estudado experimentalmente por Dingemans¹⁰ e os resultados de elevações de superfície e de distribuição de espectro de energia são comparados com os obtidos pelo modelo FLUINCO. Os quebra-mares de inclinações 45° e 90° causam não-linearidades mais expressivas e apresentam a geração de vórtices. Além dos resultados de elevação da superfície em vários pontos do domínio, são apresentados os resultados dos campos de pressão e de velocidades. Esses casos já foram estudados por Gil *et al.*¹⁴, onde compararam-se os resultados em termos de elevação da superfície livre e espectros obtidos pelo modelo de Boussinesq FUNWAVE (Kirby *et al.*²⁸) e pelo modelo que usa o método de elemento de fronteira denominado de CANAL (Clément⁸).

Note-se que os problemas que tratam de ondas sobre quebra-mares submersos são testes importantes para a validação de modelos de propagação de ondas. Na propagação de ondas sobre quebra-mares, além de ocorrerem a geração de harmónicas (Johnson *et al.*²⁵; Jolas²⁶), podem surgir a formação de vórtices, dependendo da sua geometria (Huang e Dong²⁰). Quando as ondas se propagam em uma região de águas pouco profundas sobre um obstáculo submerso, parte da energia da onda é transferida da componente de onda primária para as suas harmónicas, contribuindo para o aumento da não-linearidade. Os fenómenos de geração de harmónicas que surgem quando as ondas propagam sobre objectos, tais como recifes naturais, foram estudados teoricamente (Peregrine⁴⁰), experimentalmente (Beji e Battjes³; Dingemans¹⁰; Ohyama *et al.*³⁹) e numericamente (Zhou e Stansby⁵⁴; Lin e Li²⁹; Casulli⁵; Yuan e Wu⁵¹; Stelling e Zijlema⁴⁵; Ohyama *et al.*³⁹; Beji e Battjes⁴; Shen *et al.*⁴³). Em algumas situações, a correcta simulação do campo do escoamento só pode

ser realizada se considerar os efeitos da viscosidade. Ting e Kim⁴⁸, por exemplo, investigaram experimentalmente a separação do escoamento e a geração de vórtices induzidos pela propagação de ondas em um quebra-mar retangular submerso. Os referidos autores sugeriram que seria muito difícil determinar os efeitos de separação que ocorrem perto do quebra-mar sem resolver as equações de escoamento considerando a viscosidade (Huang e Dong²¹). Ressalta-se que, em um caso real, esses vórtices poderiam ocasionar erosão nas regiões apontadas.

Huang e Dong²¹, usando um modelo baseado nas equações bidimensionais de Navier-Stokes e as condições de contorno exatas da superfície livre, estudou a interação entre ondas solitárias e quebra-mares retangulares submersos e concluiu que o escoamento ao redor do quebra-mar permanece laminar, sem ocorrer turbulência. São de salientar ainda os trabalhos experimentais de Ting e Kim⁴⁸ e Zhuang e Lee⁵⁵ que não constataram flutuações de velocidade em torno do quebra-mar.

Após este capítulo de introdução, descreve-se o modelo numérico FLUINCO no capítulo 2. No capítulo 3 apresentam-se as simulações numéricas realizadas para os casos de propagação de ondas sobre um fundo de profundidade constante e sobre quebra-mares de diferentes inclinações do talude de jusante. O capítulo 4 é o das conclusões.

O MODELO NUMÉRICO

Equações governantes e discretizações no tempo e no espaço

O algoritmo baseia-se na equação da continuidade escrita da forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

e das equações da quantidade de movimento, expressas na descrição arbitrária lagrangeana-euleriana (ALE) como segue:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = - \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + w_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

sendo ρ a massa específica, p a pressão, $U_i = \rho v_i$, $f_{ij} = v_j (\rho v_i) = v_j U_i$, v_i as componentes de velocidade, w_i as componentes de velocidade do sistema de referência, τ_{ij} o tensor de tensões e c a velocidade do som ($i, j = 1, 2, 3$).

Nessas equações é aplicado o método de Taylor-Galerkin de dois passos para a discretização no tempo e no espaço. No primeiro passo, calculam-se as variáveis de campo no instante de tempo $t + \Delta t/2$ através da seguinte equação (Teixeira e Awruch⁴⁷):

$$U_i^{n+1/2} = U_i^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial U_i^n}{\partial t} = U_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial f_{ij}^n}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} + \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} - w_j^n \frac{\partial U_i^n}{\partial x_j} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3)$$

onde $\Delta p = p^{n+1} - p^n$. Introduzindo a variável que é dada pela eq. (3) sem o termo de variação de pressão, tem-se:

$$\tilde{U}_i^{n+1/2} = U_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial f_{ij}^n}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} + \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - w_j^n \frac{\partial U_i^n}{\partial x_j} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (4)$$

então

$$U_i^{n+1/2} = \tilde{U}_i^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (5)$$

A discretização no tempo da eq. (1) resulta na expressão (Zienkiewicz e Codina⁵²):

$$\Delta\rho = \frac{1}{c^2}\Delta p = -\Delta t \frac{\partial U_i^{n+1/2}}{\partial x_i} = -\Delta t \left[\frac{\partial \tilde{U}_i^{n+1/2}}{\partial x_i} - \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \Delta p}{\partial x_i} \right] \quad (i = 1, 2, 3). \quad (6)$$

No segundo passo, calculam-se as variáveis de campo no instante de tempo $t + \Delta t$ utilizando as variáveis em $t + \Delta t/2$, resultando:

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \Delta t \frac{\partial U_i^{n+1/2}}{\partial t} = U_i^n - \Delta t \left(\frac{\partial f_{ij}^{n+1/2}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{n+1/2}}{\partial x_j} + \frac{\partial p^{n+1/2}}{\partial x_i} - w_j^{n+1/2} \frac{\partial U_i^{n+1/2}}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$(i, j = 1, 2, 3).$

Assim, após uma discretização espacial, o escoamento pode ser analisado pelo seguinte algoritmo: (a) da eq. (4) determina-se $\tilde{U}_i^{n+1/2}$; (b) da eq. (6) determina-se Δp e, por consequência p^{n+1} ; (c) da eq. (5) determina-se $U_i^{n+1/2}$, obtendo-se os valores de U_i em $t + \Delta t/2$; (d) da eq. (7) determina-se U_i^{n+1} , obtendo-se os valores de U_i em $t + \Delta t$.

Para a discretização no espaço é aplicado o método clássico dos resíduos ponderados de Galerkin nas eq. (4) a (7). Utiliza-se uma função de interpolação constante para as variáveis no instante $t + \Delta t/2$, enquanto que em t e $t + \Delta t$ é empregada uma função de interpolação linear.

Condições de contorno

O modelo FLUINCO considera a superfície livre sujeita a uma pressão atmosférica constante (geralmente o valor de referencia é nulo) e impõe a condição de contorno cinemática da superfície livre (CCCSL), usando a formulação ALE que é expressa da forma (Ramaswamy e Kawahara⁴¹):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \left({}^{(s)}v_i - {}^{(s)}w_i \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (8)$$

onde η é a elevação de superfície, ${}^{(s)}v_i$ and ${}^{(s)}w_i$ são as componentes de velocidade do fluido e da malha na superfície livre, respectivamente. O sistema de coordenadas adota as direções x e y no plano horizontal, onde se utiliza uma formulação euleriana, e z na direção vertical, onde a formulação usada é a ALE.

A discretização temporal da CCCSL é realizada como apresentada para as equações de quantidade de movimento. Depois de aplicar a expansão em series de Taylor, as expressões de η em $n+1/2$ (primeiro passo) e $n+1$ (segundo passo) ficam:

$$\eta^{n+1/2} = \eta^n + \frac{\Delta t}{2} \left({}^{(s)}v_3 - {}^{(s)}v_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} - {}^{(s)}v_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} \right)^n, \quad (9)$$

$$\eta^{n+1} = \eta^n + \Delta t \left({}^{(s)}v_3 - {}^{(s)}v_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} - {}^{(s)}v_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} \right)^{n+1/2}. \quad (10)$$

A discretização espacial é desenvolvida adoptando elementos triangulares coincidentes com as faces dos tetraedros da superfície livre e aplicando o método de Galerkin nas eq. (9) e (10). As equações resultantes são solucionadas de uma forma iterativa tal como ocorre para as equações da quantidade de movimento.

No FLUINCO, a superfície de contorno de entrada de uma onda monocromática é reproduzida pelo uso de um gerador de onda do tipo pistão (Galvin¹³). Assim, conhecendo-se

as características da onda a ser gerada dadas pela altura da onda H , número de onda k , freqüência da onda ω e a profundidade local h , é imposta a componente de velocidade normal às paredes do gerador de ondas u , conforme a equação:

$$u = u_o \cos \omega t, \quad (11)$$

sendo u_0 a amplitude da componente velocidade horizontal expresso da forma:

$$u_0 = \frac{S \omega}{2}. \quad (12)$$

onde S é o deslocamento máximo do pistão S obtido por:

$$\frac{H}{S} = \frac{2 (\cosh 2kh - 1)}{\sinh 2kh + 2kh}. \quad (13)$$

Em contornos abertos, o FLUINCO adota a condição de radiação de Flather¹² combinada com a versão unidimensional da equação da continuidade, resultando na seguinte expressão para a velocidade normal ao contorno Γ :

$$u = \eta \sqrt{\frac{g}{h}}. \quad (14)$$

A lei de movimento da malha

As componentes de velocidade da malha w_3 (vertical) no interior do domínio são suavizadas através de funções que ponderam a influência da velocidade da malha de cada nó pertencente às superfícies de contorno, que são a superfície livre, a superfície do fundo e a superfície de corpos imersos, caso existam. A atualização da velocidade da malha, nos pontos i do interior do domínio, está baseada na velocidade da malha nos pontos j , pertencentes às superfícies de contorno da seguinte forma (Teixeira⁴⁶):

$$w_{3i}^{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} a_{ij} w_{3j}^{n+1}}{\sum_{j=1}^{n_s} a_{ij}}, \quad (15)$$

onde w_{3i}^{n+1} e w_{3j}^{n+1} são as componentes verticais das velocidades da malha no interior do domínio e nas superfícies de contorno (superfície livre, do fundo e dos corpos submersos), respectivamente. n_s é o número total de pontos pertencentes às superfícies e a_{ij} são os coeficientes de influência entre os pontos no interior do domínio e os de superfície, dados pela seguinte expressão:

$$a_{ij} = \frac{1}{d_{ij}^4}, \quad (16)$$

sendo d_{ij} a distância entre os pontos i e j . Na realidade, a_{ij} representa o peso que cada ponto j da superfície tem sobre o valor da velocidade da malha nos pontos i do interior do domínio.

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nas secções seguintes, descrevem-se as simulações numéricas do modelo FLUINCO na propagação de ondas ao longo de canal de profundidade constante e sobre quebra-mares trapezoidais com diferentes inclinações na rampa de jusante. No primeiro caso, pretende-se avaliar o desempenho do modelo na simulação dos campos de pressão e de velocidade ao longo do canal de profundidade constante por comparação com as soluções teóricas. No segundo caso, são testadas três inclinações para o perfil de jusante do quebra-mar, de 1:10, 45° e 90°, o que corresponde a situações de crescente nível de aparecimento de efeitos não-lineares. Pretende-se avaliar a capacidade do modelo em simular esses efeitos em termos de elevação da superfície livre e dos campos de pressão e de velocidade.

Onda monocromática em um canal

Este caso de estudo consiste na propagação de uma onda monocromática num canal de profundidade $h=0.4\text{m}$. A onda incidente tem período de $T=2.02\text{s}$, correspondendo a um comprimento de onda pela teoria linear de 3.73m , e altura de $H=0.02\text{m}$. A celeridade da onda é de $C=1.85\text{m/s}$ (correspondente à relação entre o comprimento de 3.73m e o período de 2.02s). O canal tem comprimento útil de 23m , mas no modelo numérico estende-se até 35m , em que o trecho final serve para amenizar os efeitos da reflexão da onda. As características do problema proposto são as mesmas usadas mais tarde nos casos dos quebra-mares, permitindo, assim, observar o comportamento do código devido apenas a passagem da onda no canal, sem a presença dos quebra-mares.

A propagação da onda conduz a $kh=0.674$, onde $k=2\pi/L$ é o número de onda e h é a profundidade. Esse parâmetro mostra que a onda propaga-se em águas intermediárias ($0.314 < kh < 3.142$). A relação $H/h=0.05$ é muito menor que o limite teórico de rebentação, aproximadamente 0.8 ⁹. Os parâmetros $h/T^2=0.098\text{m/s}^2$ e $H/T^2=0.0049\text{m/s}^2$ indicam que as teorias linear (Airy) e de Stokes de 2ª ordem estão no limite da validade (Chakrabarti⁷). O número de Ursell é $U_r = (H/h)^3 / (H/L)^2 = 4.35$ e mostra que os efeitos de não-linearidade podem ter influência na propagação da onda. Devido a este limite de validade das teorias de ondas, os resultados obtidos neste trabalho são comparados com os correspondentes às teorias linear e de Stokes de 2ª ordem.

Após a realização de alguns testes preliminares, concluiu-se que a malha de elementos finitos tetraédricos menos densa que proporcionou resultados satisfatórios é aquela que possui 20 camadas na vertical e espaçamento na horizontal de $dx=0.08\text{m}$ (47 pontos por comprimento de onda), contendo 44000 elementos e 18522 nós. Existe apenas uma camada de elementos na direção transversal ao canal, já que o comportamento do escoamento, nesse caso, é bidimensional.

A condição de entrada do canal é a de um gerador do tipo pistão com um deslocamento $S=0.02981\text{m}$, proporcionando uma imposição de velocidade uniforme na direção do canal de $v_1=0.04636.\cos(3.1105t)$ [m/s]. Na saída é imposta uma condição de radiação conforme foi descrito na secção 2.2. No fundo impôs-se a condição de velocidade nula enquanto que na superfície livre é imposta a condição de contorno cinemática da superfície livre. O passo de tempo utilizado é de $\Delta t=0.001\text{s}$.

Foram determinados o comprimento e a celeridade da onda para as simulações executadas. Os valores calculados foram baseados em quatro pontos de zero ascendente nos instantes $t=18.0\text{s}$ e 20.0s . A gama do comprimento de onda situou-se entre 3.71m e 3.75m enquanto que em relação a celeridade se situou entre 1.85m/s e 1.87m/s . Observa-se que as faixas de valores estão próximas e com pequenas variações em relação aos valores previstos da teoria linear ($L=3.73\text{m}$ e $C=1.85\text{m/s}$).

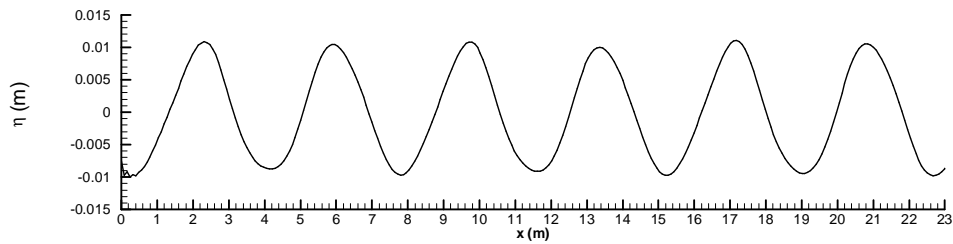


Figura 1. Deformação da elevação da superfície livre ao longo do canal no instante $t = 30s$

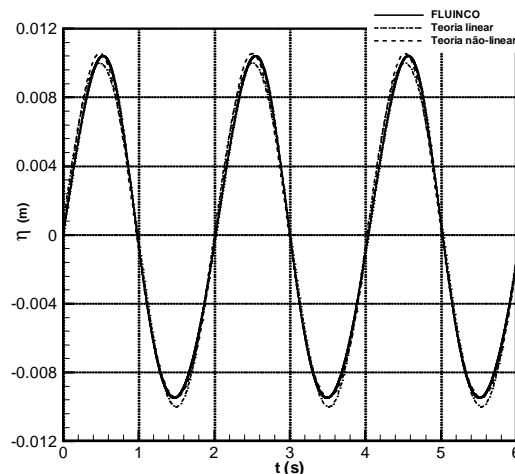


Figura 2. Canal de profundidade constante. Elevação da superfície ao longo do tempo na sonda à $x = 10.5m$

Na Figura 1 apresenta-se a elevação da superfície livre obtida para um instante de tempo de 30s. Observa-se claramente uma regularidade no comportamento da onda ao longo do canal.

Os resultados descritos a seguir foram determinados na posição $x=10.5m$. Na Figura 2, apresentam-se as elevações de superfície ao longo do tempo comparadas com as das teorias linear e não-linear (Stokes de 2^a ordem). Nota-se que os resultados obtidos estão bastante próximos aos previstos por ambas as teorias, com maior concordância com a teoria não-linear.

Os perfis de componentes de velocidades horizontal e vertical nos instantes de zero ascendente ($t=0.0s$), crista ($t=0.505s$), zero descendente ($t=1.01s$), cava ($t=1.515s$) e zero ascendente ($t=2.02s$), são apresentados na Figura 3 e comparados com os perfis previstos segundo a teoria não-linear. Os perfis verticais, em geral, apresentam uma boa regularidade ao longo da profundidade, indicando que o número de camadas verticais utilizado é o adequado. De um modo geral, a concordância entre os perfis teóricos não-lineares e os obtidos numericamente é bastante boa. Observa-se uma pequena perturbação da componente de velocidade horizontal próxima ao fundo, devido à imposição de condição de contorno de não-deslizamento e à pouca discretização usada na região para representar adequadamente a camada limite. Verifica-se também uma pequena sobrestimação dos valores máximos e mínimos para a componente v_1 , mas a diferença entre esses valores são aproximadamente iguais aos previstos pela teoria. No caso da componente v_3 , além de se verificarem diferenças de fase, observa-se que o valor mínimo é menor que o previsto pela teoria.

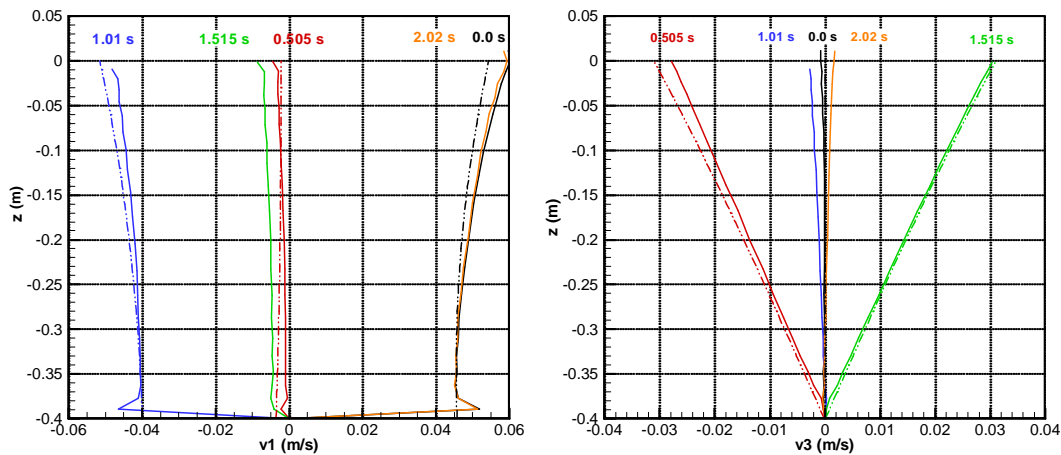


Figura 3. Canal de profundidade constante. Perfis de componentes de velocidade em um ciclo de onda. FLUINCO – linha contínua, teoria não-linear – linha tracejada

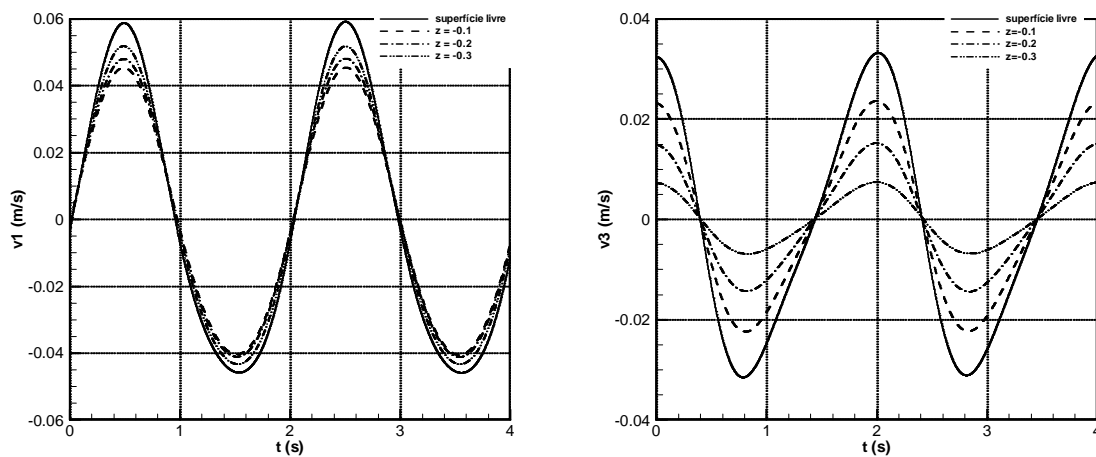


Figura 4. Canal de profundidade constante. Componentes de velocidade horizontal e vertical ao longo do tempo na superfície livre e em profundidades 0.1m, 0.2m e 0.3m

As componentes de velocidade horizontal e vertical ao longo do tempo na superfície livre e em profundidades 0.1m ($h/4$), 0.2m ($h/2$) e 0.3m ($3h/4$) são apresentadas na Figura 4. Observa-se que, a medida que se aproxima do fundo, a magnitude das componentes de velocidade é decrescente, mas mantém-se aproximadamente a forma de variação ao longo do tempo.

Na Figura 5 são apresentadas as comparações das componentes numéricas da velocidade na profundidade média ($z = -0.2$) ao longo do tempo com os correspondentes resultados da teoria não-linear. Observa-se que os resultados numéricos apresentam uma boa concordância com os da teoria não-linear. Há uma ligeira sobrestimação dos valores numéricos mínimos da velocidade, com poucas deformações não notadas nos resultados teóricos. As constatações observadas na Figura 3 são reforçadas ao analisar a Figura 5.

As pressões ao longo do tempo nas profundidades 0.1m ($h/4$), 0.2m ($h/2$), 0.3m ($3h/4$) e 0.4m (h), são mostradas na Figura 6. Os resultados obtidos são comparados com os previstos pela teoria linear. Verifica-se que o andamento dos resultados numéricos e teóricos é muito semelhante, mas os resultados numéricos tendem a sobrestimar ligeiramente os valores máximos e mínimos das pressões.

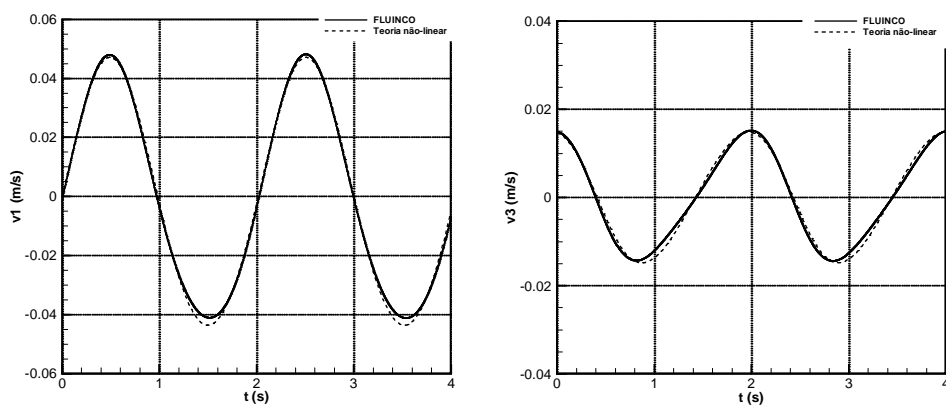


Figura 5. Canal de profundidade constante. Comparações das componentes de velocidade na profundidade média do canal ao longo do tempo com os resultados da teoria não-linear

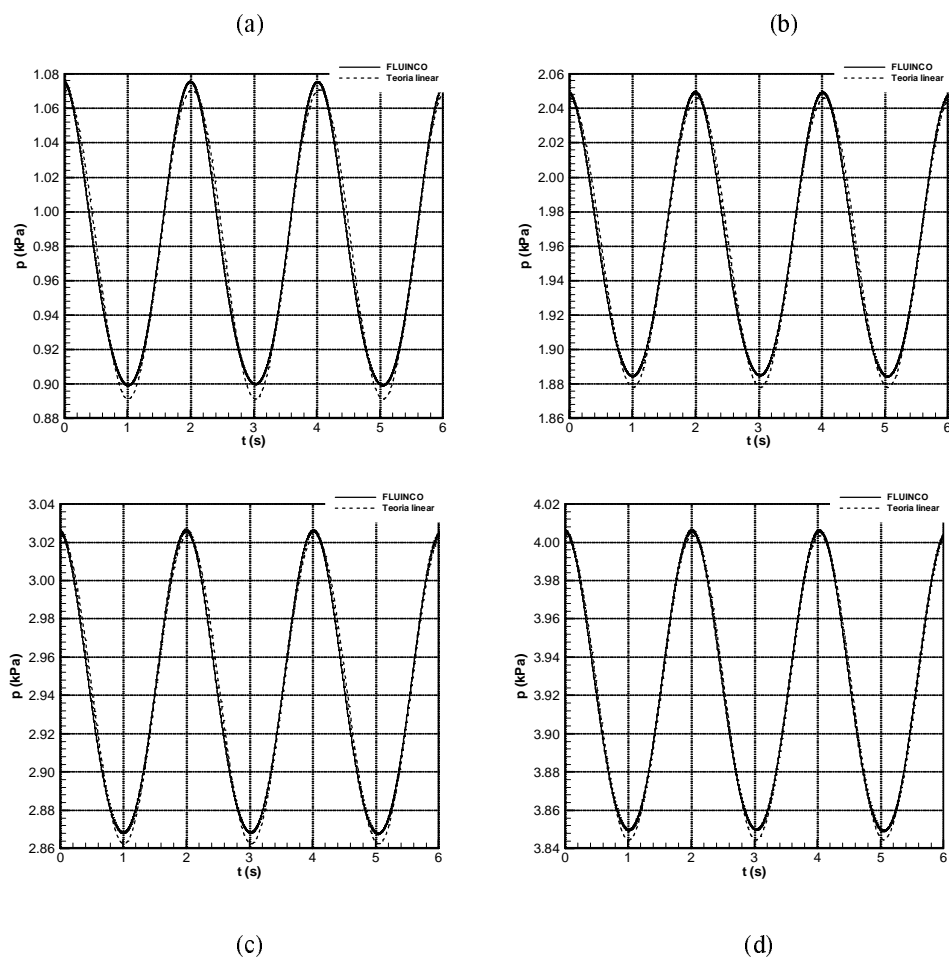


Figura 6. Canal de profundidade constante. Pressões ao longo do tempo nas profundidades (a) 0.1m, (b) 0.2m, (c) 0.3m e (d) 0.4m

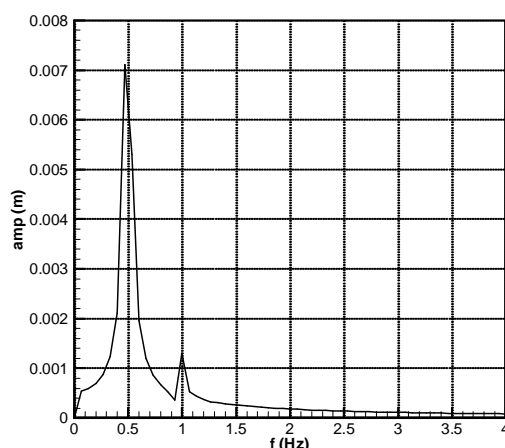


Figura 7. Canal de profundidade constante. Espectro de frequência

O espectro de frequência obtido está apresentado na Figura 7. Observa-se que a energia da onda está essencialmente concentrada na frequência fundamental ($f=0.495\text{Hz}$) e na frequência da segunda harmônica ($f=0.990\text{Hz}$), indicando a presença dos efeitos não-lineares. Obtiveram-se amplitudes de 0.0072m e 0.0012m para as duas frequências, respectivamente. Segundo a teoria de Stokes de 2ª ordem, esperam-se amplitudes de 0.01m e 0.00055m para as duas frequências, respectivamente. Comparando-se os valores das amplitudes, nota-se assim uma subestimação por parte do modelo FLUINCO no que se refere à frequência fundamental e sobrestimação da segunda harmônica, mostrando que o modelo numérico apresenta resultados mais dispersos que os previstos pela teoria não-linear de Stokes de 2º ordem.

Os resultados apresentados para este caso mostram que as condições admitidas na aplicação do fluinco ao canal de profundidade constante foram adequadas na simulação da elevação de superfície livre, dos campos de pressão e de velocidades e espectro de frequência. É de notar que o modelo tem tendência a sobrestimar os valores máximos e mínimos da pressão e da velocidade em relação aos teóricos. Os resultados obtidos permitem ter confiança no desempenho do modelo em simular a onda que é gerada e que se propaga até os quebra-mares a serem analisados na secção seguinte.

Propagação sobre quebra-mares trapezoidais submersos

Neste teste, aplicou-se o modelo FLUINCO na simulação da propagação de ondas sobre três diferentes configurações de quebra-mares trapezoidais para avaliar o comportamento do modelo em situações de nível crescente de aparecimento dos efeitos de não-linearidade. São eles:

- Quebra-mar com declives de 1:20 e de 1:10 a montante e a jusante, respectivamente;
- Quebra-mar com declives 1:20 a montante e 45° a jusante;
- Quebra-mar com declives 1:20 a montante e vertical (90°) a jusante.

Na Figura 8 definem-se as geometrias dos três quebra-mares submersos utilizadas neste estudo, as suas localizações e a posição das sondas colocadas ao longo do canal. O comprimento útil do canal é de 23m e as profundidades máxima e mínima são 0.4m e 0.1m , respectivamente. Na entrada do canal é gerada uma onda monocromática com período de 2.02s e uma amplitude de 0.01m .

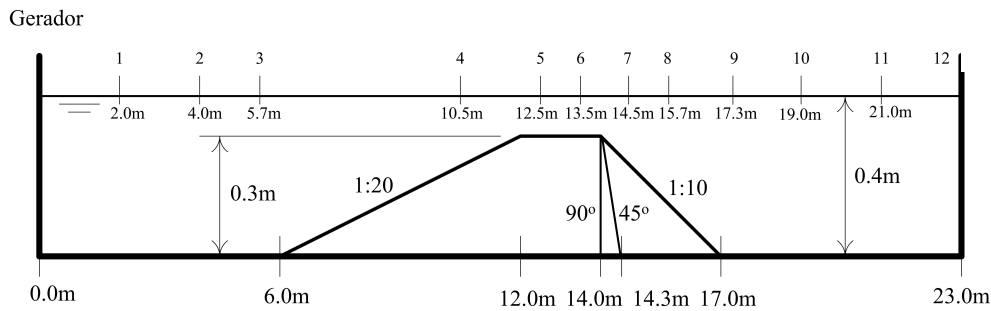


Figura 8. Configuração geométrica do canal para os casos dos quebra-mares

Para o primeiro perfil, avalia-se a precisão do modelo numérico comparando os respectivos resultados (séries da elevação da superfície livre e espectros de energia) com os experimentais de Beji e Battjes³ e Dingemans¹⁰. Nas duas outras situações, em que os efeitos não-lineares se tornam mais significativos, avalia-se o comportamento do modelo quando a propagação se efectua sobre superfícies mais inclinadas a jusante. Os resultados analisados são as séries de elevação da superfície livre, os campos de velocidades e de pressão.

Os parâmetros de onda no canal para os casos estudados têm os mesmos valores do caso da propagação da onda em um canal, mostrado na seção 3.1, que são: $H/h=0.050$, $kh=0.674$ e $Ur=4.35$. Esses parâmetros, calculados nos patamares dos quebra-mares, onde $h=0.1\text{m}$, são: $H/h=0.177$, $kh=0.318$ e $Ur=69.25$. Observa-se que o parâmetro H/h , mesmo no patamar, tem um valor muito pequeno comparado com o limite de rebentação de aproximadamente 0.8⁹. O parâmetro kh passa de águas intermediárias no canal para praticamente águas de pequena profundidade ($kh<0.314$) no patamar. Com relação ao número de Ursell, nota-se que os efeitos não-lineares são mais intensos no patamar, exigindo mais do modelo numérico.

Quebramar com rampa a jusante de inclinação 1:10

Para este caso, a simulação numérica foi realizada sobre um domínio de 35m de comprimento, estendido em relação ao mostrado na Figura 8 na parte final do canal. O número de elementos e de nós foram de 88700 e 37296, respectivamente. Na direcção vertical, foram usadas 20 camadas de elementos, distribuídas de forma que os menores elementos estejam localizados junto à superfície livre e ao fundo. Ao longo do canal, os elementos variam de $dx=0.08\text{m}$ nas extremidades do canal, até $dx=0.025\text{m}$, na região menos profunda.

É imposta a condição de contorno de geração de ondas na entrada do domínio, como explicado no caso da onda sobre o canal de profundidade constante, enquanto que no fim do domínio se considera uma condição de radiação. Da posição $x=29.0\text{m}$ à 35.0m é imposto um aumento linear da viscosidade do fluido para favorecer a absorção da onda. Junto ao fundo as componentes de velocidade são nulas e na superfície livre é imposta a condição de contorno de superfície livre descrita na secção 2.2. Como condição inicial, o campo de velocidades é considerado nulo e o campo de pressões é o hidrostático. Nas paredes laterais é adoptada a condição de simetria, onde a componente de velocidade perpendicular à superfície é nula. O passo de tempo adoptado foi de 0.003s, o qual satisfaz a condição de estabilidade de Courant, para um tempo de simulação de 40s.

A Figura 9 apresenta as elevações de superfície para as sondas correspondentes à zona de início do quebra-mar (sonda 3, $x=5.7\text{m}$), à zona de menor profundidade (sonda 6, $x=13.5\text{m}$), à região central da zona de profundidade crescente (sonda 8, $x=15.7\text{m}$) e à região mais afastada do quebra-mar (sonda 11, $x=23\text{m}$). Os resultados obtidos pelo modelo FLUINCO são comparados com os experimentais apresentados por Dingemans¹⁰. Na

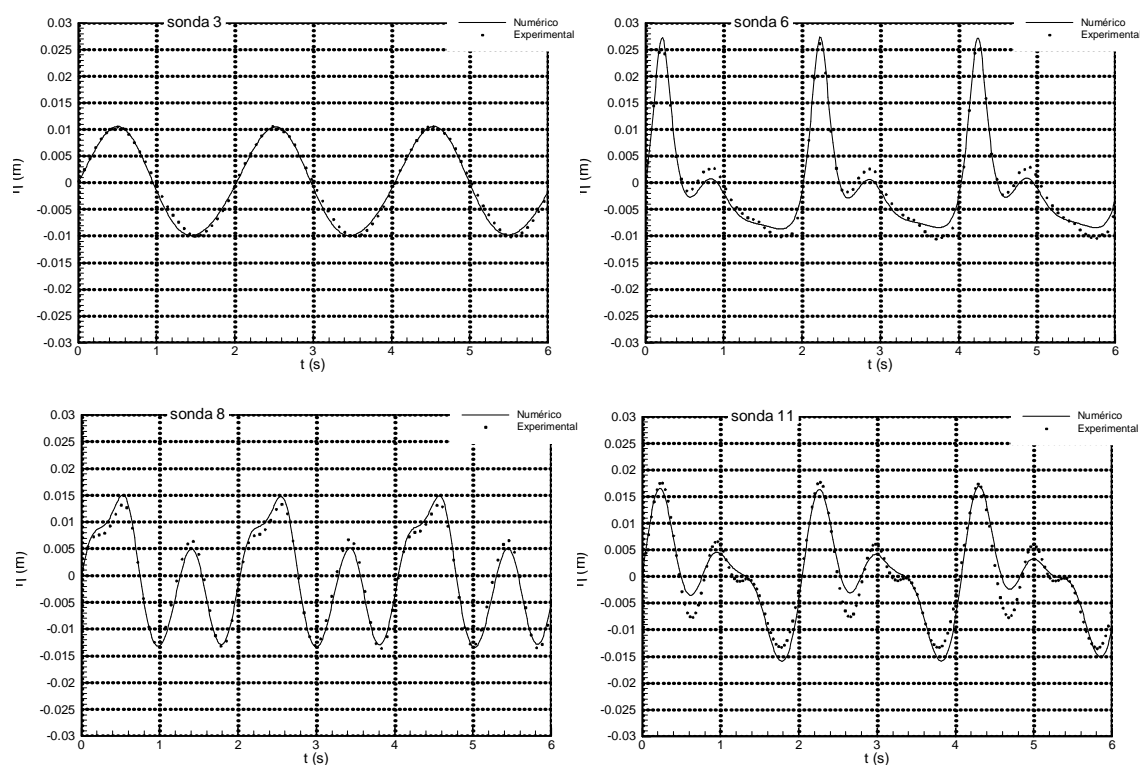


Figura 9. Quebra-mar 1:10. Elevação da superfície livre (numérica e experimental)

Figura 10 representam-se os periodogramas obtidos nos mesmos locais, para uma melhor caracterização das diferenças entre as componentes harmônicas.

De uma forma geral, constata-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais nas sondas 3 e 6, embora haja uma pequena subestimação, por parte do FLUINCO, dos valores máximo e mínimo da deformada da elevação da superfície livre da sonda 6. Nas sondas 8 e 11, que correspondem à zona a jusante do patamar do quebra-mar, as deformadas da elevação da superfície livre apresentam características cada vez mais não-lineares. A subestimação apresentada na sonda 6, ocorre também na sonda 11. Embora os resultados do modelo se aproximem dos experimentais, em algumas regiões, existem dificuldades em representar as deformações referentes às harmônicas mais elevadas, possivelmente pela insuficiência de uma discretização mais adequada para captar os fenômenos não-lineares existentes.

Os periodogramas apresentados na Figura 10 confirmam que o modelo numérico simula convenientemente a posição dos picos da frequência fundamental e das componentes harmônicas geradas ao longo do domínio de cálculo, verificando-se, no entanto, algumas diferenças na amplitude máxima desses picos, principalmente nas sondas 8 e 11 (tal como verificado na elevações da superfície livre).

Na Figura 11 apresentam-se as linhas de corrente na região de encontro do patamar do quebra-mar com a rampa a jusante para instantes de tempo espaçados de 0.2s em 0.2s, completando aproximadamente um período de onda. Observa-se que, devido ao declive suave da rampa a jusante, o escoamento não apresenta qualquer separação ou formação de vórtices, o que seria de esperar.

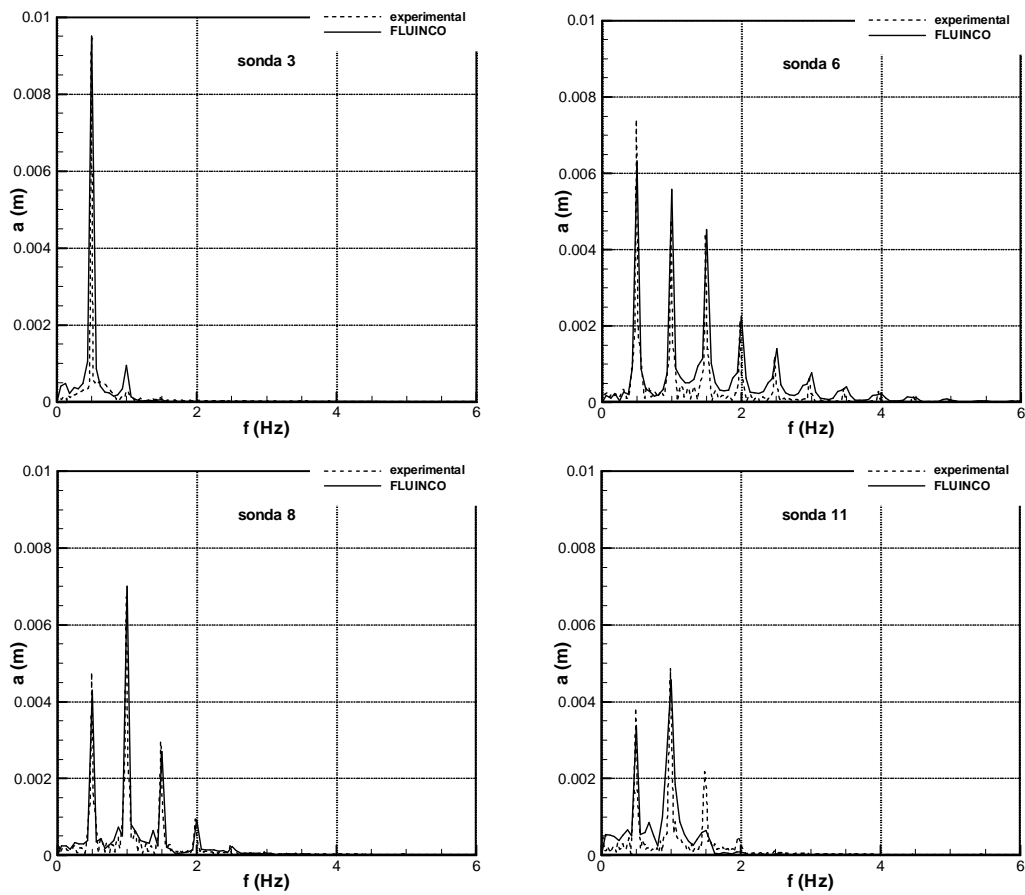


Figura 10. Quebra-mar 1:10. Periodogramas relativos aos sinais das sondas numérica e experimental

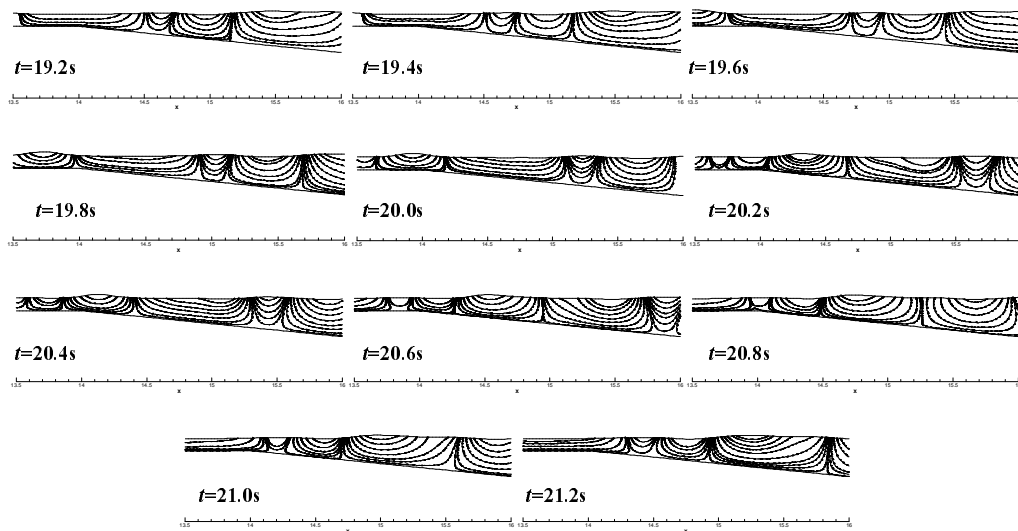


Figura 11. Quebra-mar 1:10. Linhas de corrente

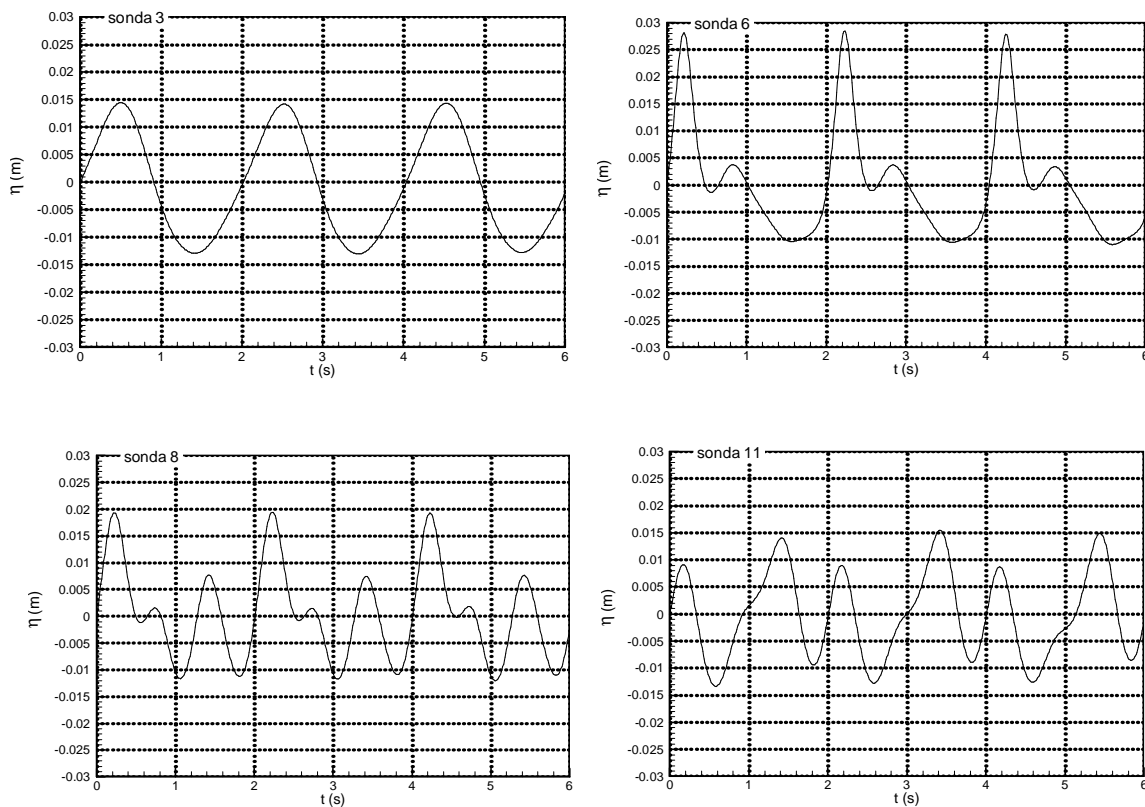


Figura 12. Quebra-mar 45° . Elevação da superfície livre

Quebramar com rampa a jusante de inclinação 45°

Para esta configuração do quebra-mar, as condições de simulação usadas pelo modelo numérico anteriormente no quebra-mar 1:10 foram também aqui adoptadas. A malha utilizada têm 95400 elementos e 40110 nós. O passo de tempo adoptado foi de 0.002s.

Na Figura 12 apresentam-se as deformadas da elevação da superfície obtidas pelo modelo nos locais das sondas 3 (a montante do quebra-mar – $x=5.7\text{m}$), 6 (sobre o topo do quebra-mar – $x=13.5\text{m}$), 8 e 11 (a jusante do quebra-mar – $x=15.7\text{m}$ e $x=21.7\text{m}$, respectivamente). Em termos de elevação de superfície livre, notam-se algumas diferenças entre os resultados do quebra-mar 1:10 e o 45° . Na sonda 3, a amplitude da onda para o quebra-mar 45° é de aproximadamente 0.015m, enquanto que para o quebra-mar 1:10 é de 0.010m (mesmo valor da amplitude de onda incidente). Isso indica existência de reflexão de onda no caso do quebra-mar 45° , o qual não ocorre para o caso 1:10. As elevações de superfície medidas na sonda 6, tanto na forma quanto nos valores, são muito próximas às do caso 1:10. As elevações de superfície nas sondas 8 e 9 obtidas no caso 45° têm formas diferentes daquelas obtidas no quebra-mar 1:10, mas com valores máximo e mínimo semelhantes.

As curvas das componentes de velocidades e de pressão com o tempo na profundidade local média do canal para as sondas 3, 6, 8 e 11 obtidas pelo modelo estão representados na Figura 13. Na sonda 3 observa-se, tanto no campo de velocidades como no de pressão, uma fraca não-linearidade. Os máximos e mínimos de uma componente de velocidade praticamente coincidem com o valor nulo da outra componente e a pressão encontra-se aproximadamente em fase com a componente de velocidade horizontal, como era de se esperar. Já na sonda 6, a não-linearidade é maior e consequentemente os picos das componentes de

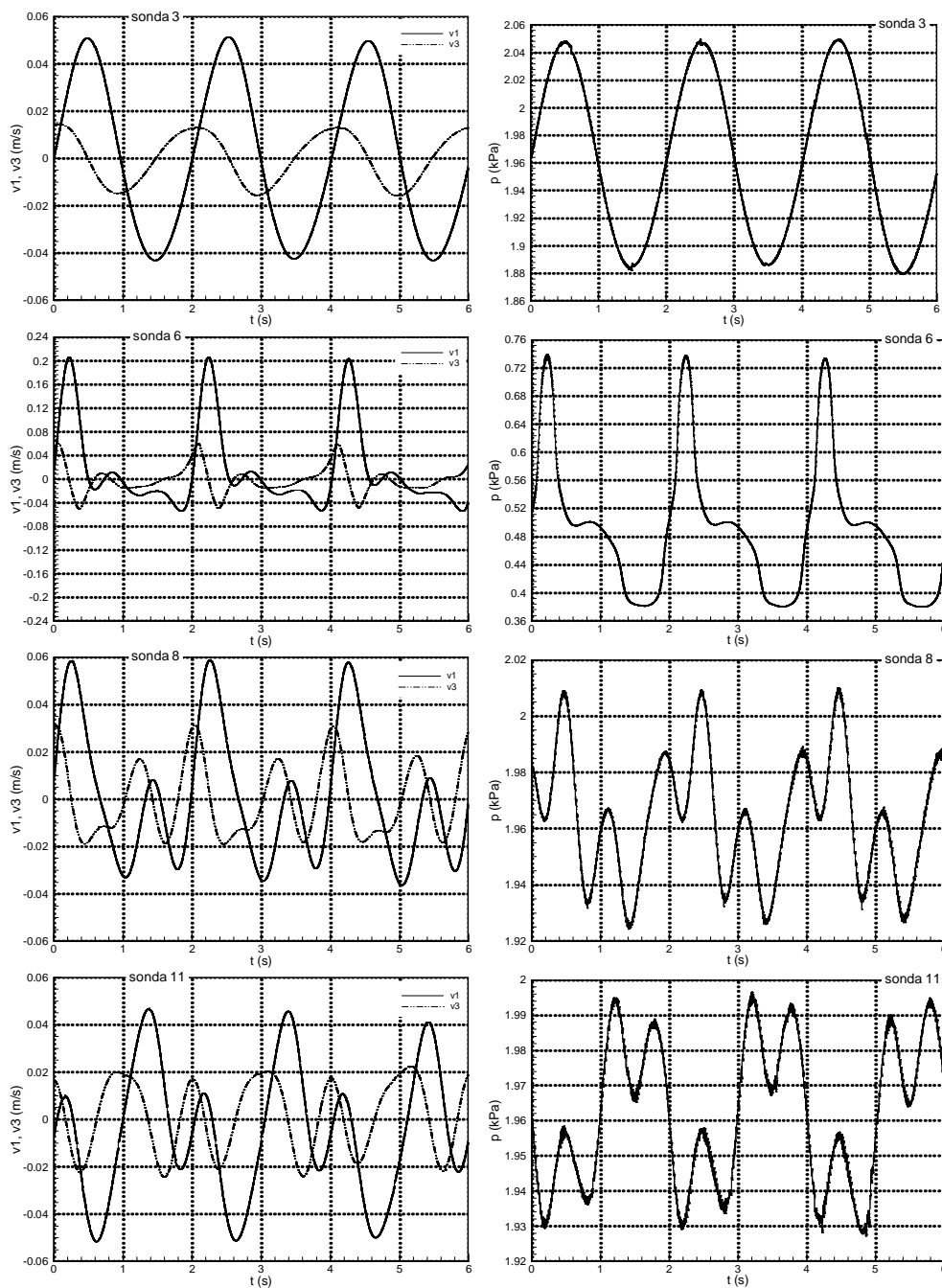


Figura 13. Quebra-mar 45° . Componentes de velocidade horizontal e vertical e pressão ao longo do tempo para as sondas 3, 6, 8 e 11 na profundidade média do canal

velocidade na direcção de propagação da onda são muito maiores que os valores mínimos, devido ao facto da região se encontrar no patamar do quebra-mar com menor profundidade. O comportamento dos campos de velocidade e de pressão mostram a presença de altas frequências de onda, tal como mostra o gráfico das elevações da superfície livre para essa sonda. Nas sondas 8 e 11 a presença de efeitos não-lineares é mais significativa. Além disso, o campo de pressões, nesses casos, apresenta pequenas oscilações numéricas.

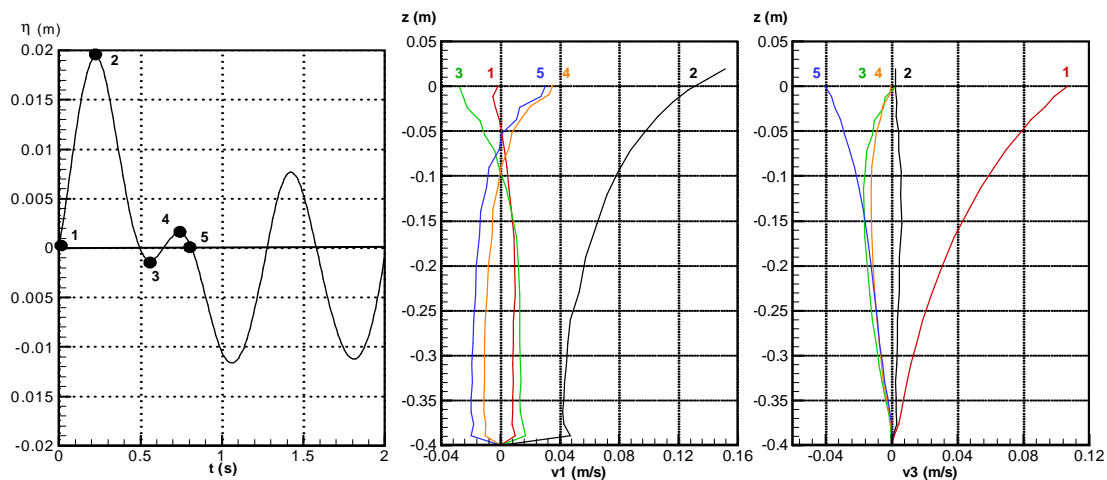


Figura 14. Perfis das componentes de velocidade horizontal e vertical para alguns instantes na sonda 8 para quebra-mar 45°

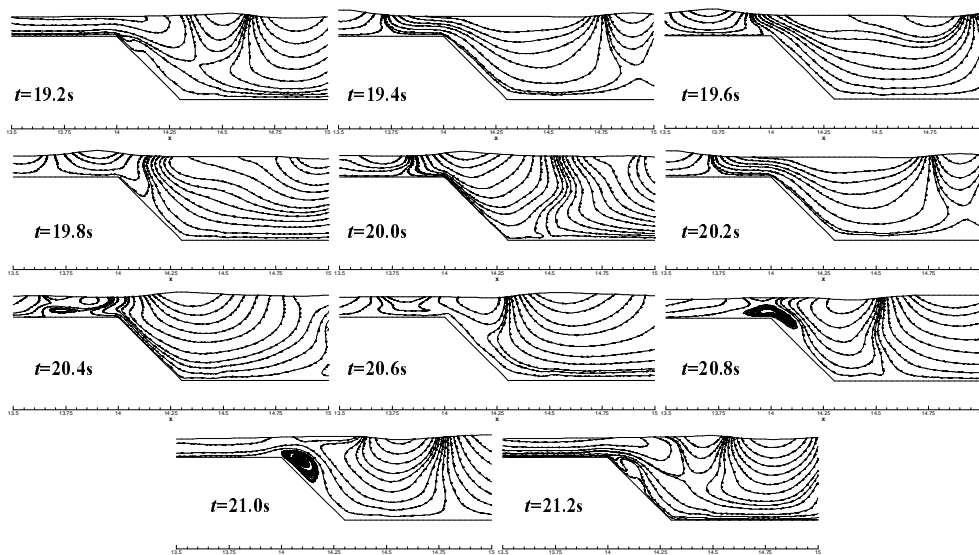


Figura 15. Quebra-mar 45° . Linhas de corrente

Para analisar o comportamento do campo de velocidades ao longo da profundidade, foram escolhidos alguns pontos de zeros ascendente e descendente e cristas e cavas na sonda 8. A Figura 14 apresenta os perfis das componentes de velocidades horizontal e vertical ao longo da profundidade local do canal nessa sonda. Os gráficos mostram que tanto a componente horizontal como a vertical respeitam a condição cinemática do fundo de não-deslizamento. Em função disso, as componentes de velocidade horizontal apresentam uma grande variação próximo ao fundo. Devido à presença significativa dos efeitos não-lineares, os gráficos mostram comportamentos das componentes horizontal e vertical de velocidade diferentes dos previstos pela análise teórica. Nos pontos 3, 4 e 5, por exemplo, observa-se uma reversão de sentido da componente de velocidade horizontal, próximo a profundidades de $z = -0.05\text{m}$ e -0.1m .

A Figura 15 mostra as linhas de corrente durante aproximadamente um período de onda de 0.2s em 0.2s. Observam-se, nos instantes 20.8s e 21.0s, a formação de vórtices próximos à junção do patamar com a rampa a jusante. Este fenómeno é semelhante ao de separação

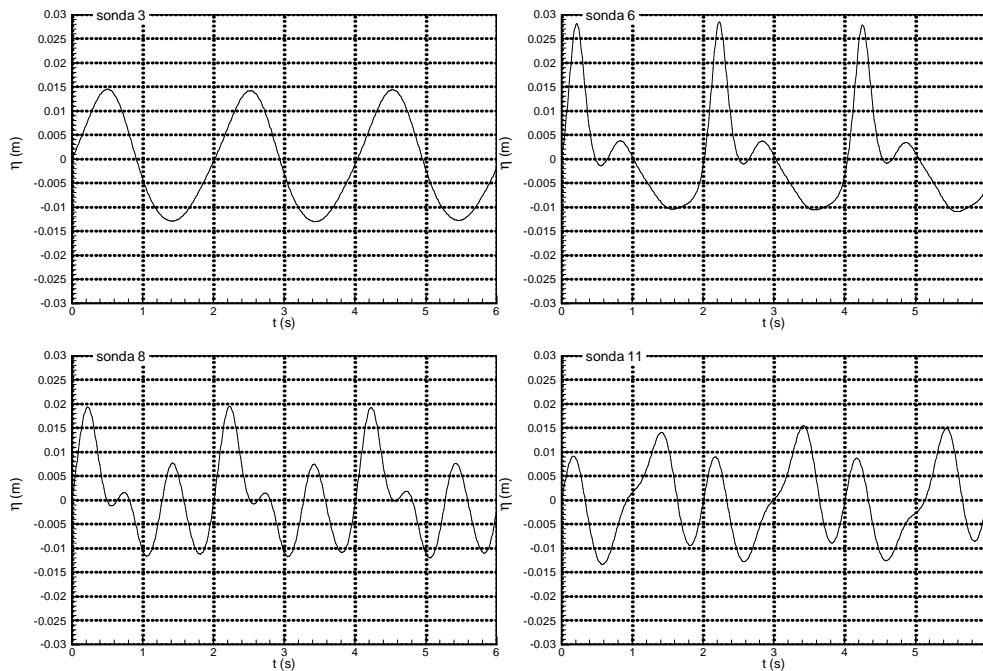


Figura 16. Quebra-mar 90° . Elevação da superfície livre

do escoamento e da formação de vórtices que ocorre quando uma onda propaga sobre um quebra-mar rectangular (Huang e Dong²⁰). Ressalta-se que esses vórtices, os quais não podem ser identificados por modelos bidimensionais, podem causar erosão em fundos reais.

Quebramar com rampa a jusante de inclinação 90°

Neste caso de teste, existe uma parede vertical a jusante (90°), provocando efeitos não-lineares mais acentuados sobre a onda. A malha de elementos finitos usada pelo modelo tem 340390 elementos e 139084 nós. O passo de tempo adoptado foi de 0.0025s. Na Figura 16 apresentam-se as elevações da superfície livre obtidas pelo modelo nos locais das sondas 3, 6, 8 e 11.

Em relação ao andamento da deformada da elevação da superfície livre, observam-se curvas muito semelhantes daquelas obtidas para o quebra-mar de 45° , tanto na forma como nos valores máximos e mínimos. Como era de se esperar, existe uma forte não-linearidade nas sondas 8 e 11, após a passagem da onda sobre o quebra-mar.

As curvas das componentes de velocidades e da pressão ao longo do tempo à profundidade local média para as sondas 3, 8, 6 e 11 obtido pelo modelo estão representadas na Figura 17. Estes gráficos mostram uma distribuição dos campos de velocidade e de pressão muito semelhantes àqueles apresentados no quebra-mar de 45° . Os intensos efeitos não-lineares observados são resultados da variação brusca de inclinação do fundo na união do patamar com a rampa a jusante.

As linhas de corrente ao longo de aproximadamente um período de onda para instantes de 0.2s em 0.2s, estão representadas na Figura 18. Os correspondentes vectores de velocidade nos mesmos instantes estão apresentados na Figura 19. As duas figuras mostram a formação de vórtices não-turbulentos em quase todos os instantes de tempo. Especificamente, nota-se um pequeno vórtice próximo à quina do patamar com a parede vertical e, também, um vórtice de escala maior, da ordem de grandeza da dimensão da parede vertical, ao lado da mesma. Ressalta-se que, em um caso real, esses vórtices poderiam ocasionar erosão nas regiões apontadas. Esse efeito deve ser mais acentuado na quina, uma vez que a magnitude dos vetores de velocidade nessa região são elevados, conforme indica a Figura 19.

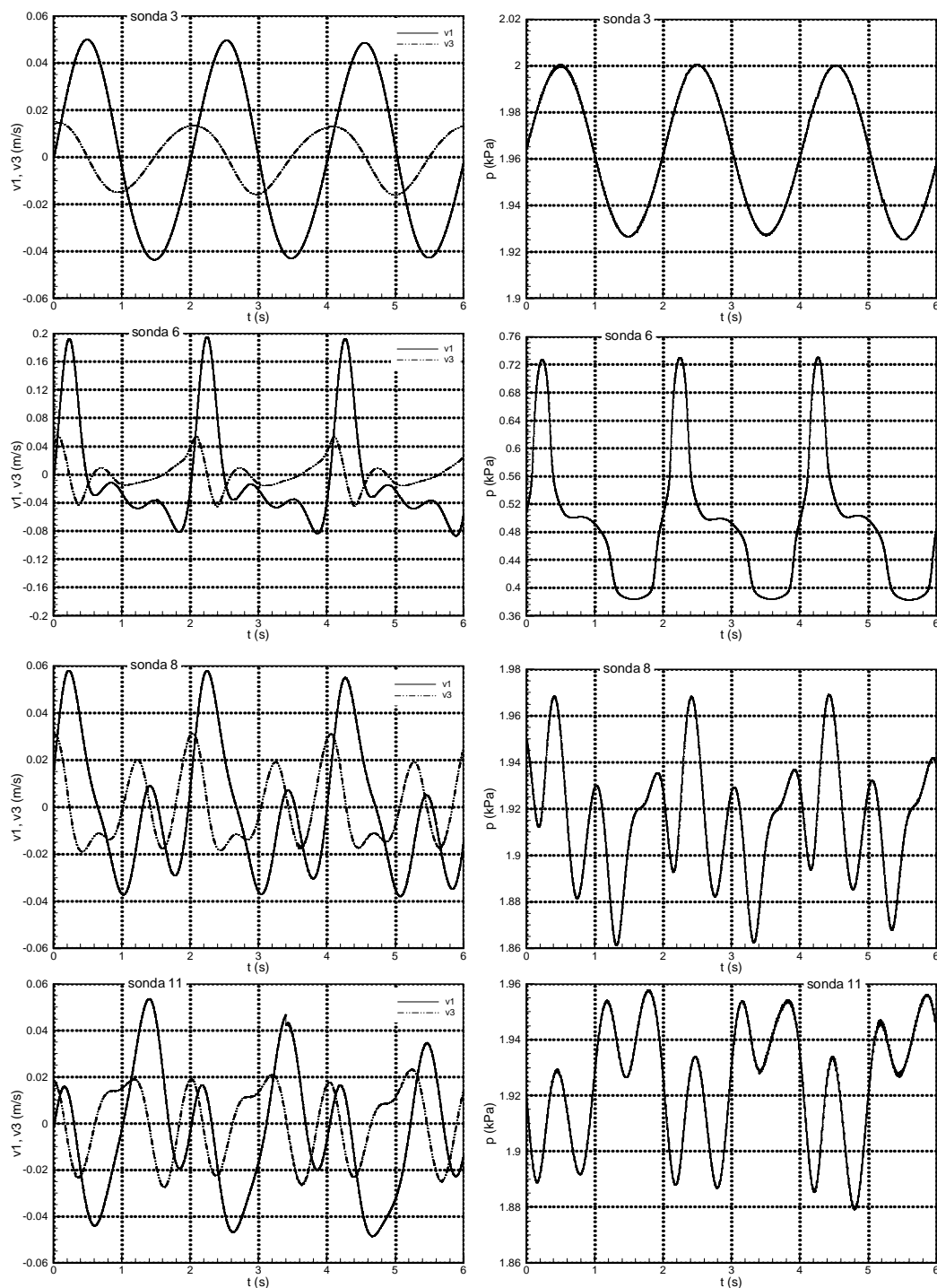


Figura 17. Componentes de velocidade horizontal e vertical ao longo do tempo para as sondas 3, 6, 8 e 11 na profundidade média do canal para o quebra-mar 90°

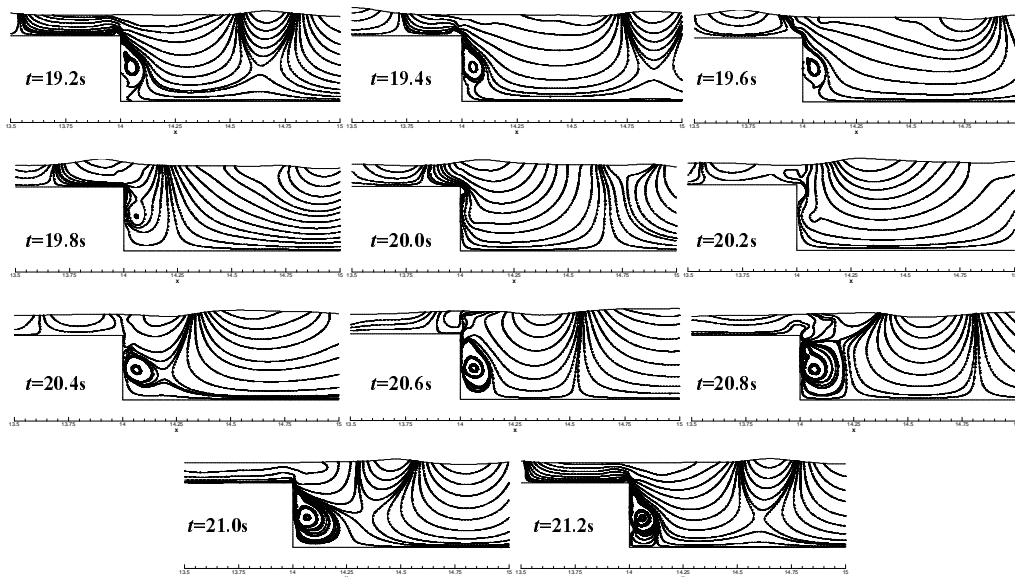


Figura 18. Quebra-mar 90°. Linhas de corrente

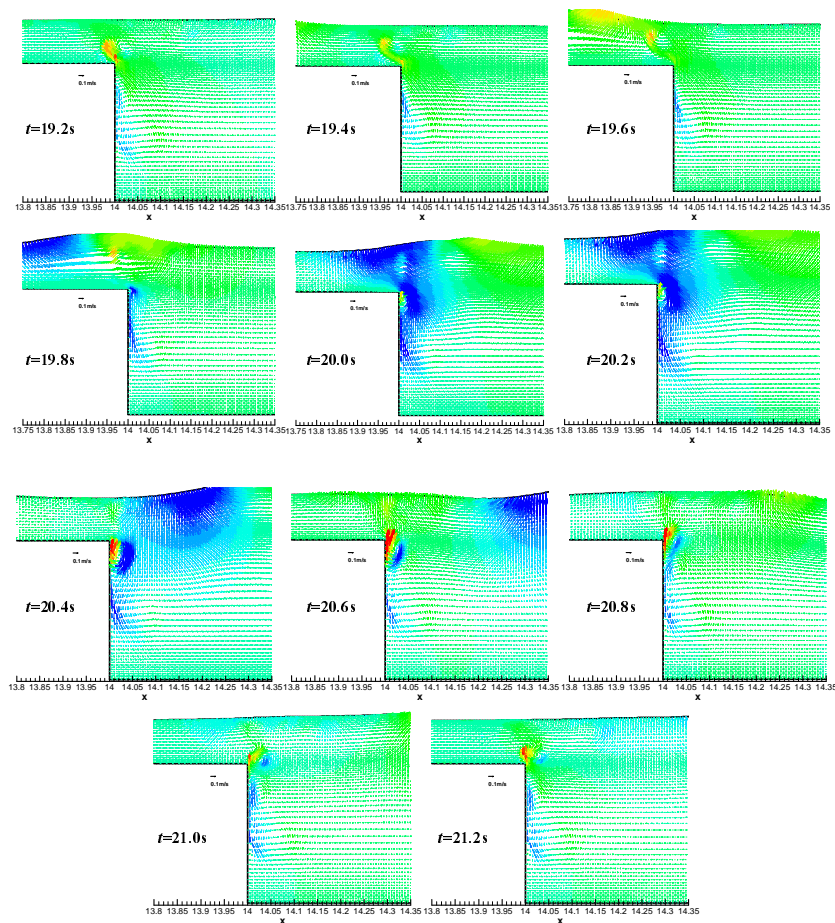


Figura 19. Quebra-mar 90°. Vectors de velocidade

CONCLUSÕES

Nesta comunicação, estudou-se numericamente a propagação de ondas marítimas utilizando o modelo numérico FLUINCO (Teixeira⁴⁶). O modelo utiliza o método explícito de Taylor-Galerkin de dois passos para discretizar no tempo e no espaço as equações de Navier-Stokes. Adopta um elemento tetraédrico linear e uma formulação lagrangeana-euleriana arbitrária para descrever os movimentos da superfície livre.

O modelo foi primeiramente aplicado ao caso da propagação de uma onda monocromática sobre um canal de profundidade constante. Os resultados da elevação da superfície livre, as curvas das componentes de velocidade com a profundidade e com o tempo e os gráficos da pressão com o tempo foram comparados com os analíticos das teorias linear e não-linear, mostrando uma boa concordância.

Uma vez validado o código para as condições do canal, foram simulados os casos de quebra-mares trapezoidais, com diferentes inclinações para a rampa a jusante. Os resultados obtidos pelo modelo para o quebra-mar com rampa a jusante de inclinação 1:10 foram comparados com os dados experimentais de Dingemans¹⁰. A comparação das elevações de superfície e do espectro de energia para algumas sondas ao longo do canal, mostraram que o modelo apresenta bons resultados para este caso. Uma pequena subestimação dos valores máximos e mínimos de elevação de superfície indicaram a necessidade de uma maior discretização espacial do domínio, principalmente nas zonas onde ocorre uma maior não-linearidade de fenômenos. Observou-se que não ocorre a separação do escoamento pela análise das linhas de corrente para um período de onda, tal como esperado.

A análise dos quebra-mares de inclinações 45° e 90° mostraram uma maior influência dos efeitos não-lineares nos resultados de elevação de superfície. Em ambos os casos observou-se a formação de vórtices no escoamento de origem não-turbulenta. Destacam-se os vórtices formados na rampa vertical, que estão presentes em quase todos os instantes de tempo ao longo de uma período da onda.

Este trabalho mostrou que o estudo de quebra-mares com inclinações elevadas através de um modelo numérico que resolve directamente as equações de Navier-Stokes, permite entender os fenômenos do escoamento que surgem ao longo da propagação da onda sobre este tipo de fundos. Puderam ser identificadas as formações de vórtices não-turbulentas nas regiões de variação brusca do fundo, que podem causar efeitos de erosão em fundos reais. As análises apresentadas mostram a capacidade de um modelo tridimensional de analisar a influência da circulação vertical quando essa é importante, o que não seria possível com os modelos integrados na vertical.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho insere-se no âmbito do convénio entre o LNEC e a FURG. Os autores agradecem o financiamento da FCT através dos projectos CAPES EPDE/0857/08-4, PTDC/ECM/67411/2006, PTDC/ECM/73145/2006 e PTDC/AMB/67450/2006.

REFERÊNCIAS

- 1 Y. Agnon, P.A. Madsen, H. Schaffer, "A new approach to high order Boussinesq models", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.399, pp.319–333, (1999).
- 2 W.J.D. Bateman, C. Swan, P.H. Taylor, "On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves", *J. Comput. Phys.*, Vol.174, N° 1, pp. 277–305, (2001).
- 3 S. Beji, J.A. Battjes, "Experimental investigation of wave propagation over a bar", *Coast. Eng.*, Vol 19, pp. 151–162, (1993).

- 4 S. Beji, J.A. Battjes, “Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar”, *Coast. Eng.*, Vol. **23**, pp. 1–16, (1994).
- 5 V. Casulli, “A semi-implicit finite difference method for non-hydrostatic, free-surface flows”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **30**, pp. 425–440, (1999).
- 6 V. Casulli, G.S. Stelling, “Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic, free-surface flows”, *J. Hydr. Eng. ASCE*, Vol. **124**, pp. 678–686, (1998).
- 7 S.K. Chakrabarti, “Hydrodynamics of offshore structures.” Computational Mechanics Publications, (1994).
- 8 Clément, A.H., “Exemples de simulations d’écoulements instationnaires non-linéaires à surface libre par la méthode mixte Euler-Lagrange”, 3^{ième} Journées de l’Hydrodynamique, Grenoble, pp. 69–83, (1991).
- 9 R.J. Dean, R.A. Dalrymple, “*Coastal processes with engineering applications*”, Cambridge University Press, (2002).
- 10 M.W. Dingemans, “Comparison of computations with Boussinesq-like models and laboratory measurements.” Report H-1684.12 Delft Hydraulics, pp. 32, (1994).
- 11 D.G. Dommermuth, D.K.P. Yue, “A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves”, *J. Fluid Mech.*, Vol. **184**, pp. 267–288, (1987).
- 12 R.A. Flather, “A tidal model of the northwest European continental shelf”, *Mem. Soc. R. Liege*, Ser. 6, Vol. **10**, pp. 141–164, (1976).
- 13 C.J. Galvin, “Wave-Height Prediction for Wave Generators in Shallow Water Tech”, *Memo 4, U.S. Army*, Coastal Engineering Research Center, Mar., (1964).
- 14 L.C. Gil, E. Didier, C.J.E.M. Fortes, A.H. Clément, “Simulação da propagação de ondas sobre um quebra-mar submarino”, Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, Espana, (2005).
- 15 M.F. Gobbi, J.T. Kirby, “Wave evolution over submerged sills: Tests of a high-order Boussinesq model”, *Coastal Engineering*, Vol. **37**, pp. 57–96, (1999).
- 16 S.T. Grilli, P. Guyenne, F. Dias, “A fully non-linear model for three-dimensional overturning waves over an arbitrary bottom”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **35**, N° 7, pp. 829–867, (2001).
- 17 F.H. Harlow, J.E. Welch, “Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow”, *Phys. Fluids*, Vol. **8**, pp. 2182–2189, (1965).
- 18 P.D. Hieu, T. Katsutohi, V.T. Ca, “Numerical simulation of breaking waves using a two-phase flow model”, *Appl. Math. Model.*, Vol. **28**, pp. 983–1005, (2004).
- 19 B.R. Hodges, R.L. Street, “On simulation of turbulent nonlinear free-surface flows”, *J. Comput. Phys.*, Vol. **151**, pp. 425–457, (1999).
- 20 C.J. Huang, C.M. Dong, “Wave deformation and vortex generation in water waves propagating over a submerged dike”, *Coastal Engng.* Vol. **37**, pp.123–148, (1999).
- 21 C.J. Huang, C.M. Dong, “On the interaction of a solitary wave and a submerged dike”, *Coastal Engng.*, Vol. **43**, pp. 265–286, (2001).
- 22 S.C. Hsiao, P. Lynett, H.H. Hwung, P.L.F. Liu, “Numerical simulations of nonlinear short waves using a multilayer model”, *ASCE, J. Eng. Mech.*, Vol. **131**, pp. 231–243, (2005).
- 23 A. Iafrazi, A. Di Mascio, E.F. Campana, “A level set technique applied to unsteady free surface flows”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **35**, pp. 281–297, (2001).

- 24 M. Isaacson, “Non-linear wave effects on fixed and floating bodies”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. **120**, pp. 267–281, (1982).
- 25 J.W. Johnson, R.A. Fuchs, J.R. Morison, “The damping action of submerged breakwaters”, *Trans. Am. Geophys. Union*, Vol. **32**, pp. 704–718, (1951).
- 26 P. Jolas, “Passage de la houle sur un seuil”, *Houille Blanche*, Vol. **2**, pp. 148–152, (1960).
- 27 A.B. Kennedy, J.T. Kirby, Q. Chen, R.A. Dalrymple, “Boussinesq-type equations with improved nonlinear behaviour”, *Wave Motion*, Vol. **33**, pp. 225–243, (2001).
- 28 J. Kirby, G. Wei, Q. Chen, A. Kennedy, R.A. Dalrymple, “FUNWAVE 1.0 Fully nonlinear Boussinesq model documentation and user’s manual, Research Report N° CACR-98-06”, *Center for Applied Coastal Research*, Department of Civil Engineering, University of Delaware, Newark, (1998).
- 29 P. Lin, C.W. Li, “A σ -coordinate three-dimensional numerical model for surface wave propagation”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **38**, pp. 1045–1068, (2002).
- 30 P. Lin, P.F.L. Liu, “A numerical study of breaking waves in the surf zone”, *J. Fluid Mech.*, Vol. **359**, pp. 239–264, (1998).
- 31 P.L.F. Liu, “Model equations for wave propagations from deep to shallow water”, *Adv. Coast. Ocean Eng.*, Vol. **1**, pp. 125–158, (1995).
- 32 M.S. Longuet-Higgins, E.D. Cokelet, “The deformation of steep surface waves on water. I”, it A numerical method of computation, *Proc. R. Soc. London A* **95**, pp. 1–26, (1976).
- 33 P. Lynett, P.L.F. Liu, “A two-layer approach to water wave modelling”, *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. **460**, pp. 2637–2669, (2004).
- 34 P.A. Madsen, R. Murray, O.R. Sorensen, “A new form of Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics”, *Coast Engng*, Vol. **15**, pp. 371–388, (1991).
- 35 P.A. Madsen, H.B. Bingham, P.L.F. Liu, “A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water”, *J. Fluid Mech.*, Vol. **462**, pp. 1–30, (2002).
- 36 A. Mahadevan, J. Oliger, R. Street, “A non-hydrostatic mesoscale ocean model. Part 1: Well-posedness and scaling”, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. **26**, pp. 1868–1880, (1996).
- 37 J. Marshall, A. Adcroft, C. Hill, L. Perelman, C. Heisey, “A finite-volume, incompressible Navier-Stokes model for studies of the ocean on parallel computers”, *J. Geophys. Res.*, Vol. **102**, pp. 5753–5766, (1997).
- 38 O. Nwogu, “An alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation”, *J. Waterway, Port, Coastal Engng.*, Vol. **119**, pp. 618–638, (1993).
- 39 T. Ohyama, W. Kioka, A. Tada, “Applicability of numerical models to nonlinear dispersive waves”, *Coastal Engng.*, Vol. **24**, pp. 297–313, (1995).
- 40 D.H. Peregrine, “Long waves on a beach”, *J. Fluid Mech.* Vol. **27**, pp. 815–882, (1967).
- 41 R. Ramaswamy, M. Kawahara, “Arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for unsteady, convective, incompressible viscous free surface fluid flow”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. **7**, pp. 1053–1075, (1987).
- 42 H.A. Schäffer, P.A. Madsen, “Further enhancements of Boussinesq-type equations”, *Coastal Engng.*, Vol. **26**, pp. 1–14, (1995).
- 43 Y.M. Shen, C.O. Ng, Y.H. Zheng, “Simulation of wave propagation over a submerged bar using the VOF method with a two-equation k -epsilon turbulence modeling”, *Ocean Engng.*, Vol. **31**, pp. 87–95, (2004).

- 44 P.K. Stansby, J.G. Zhou, "Shallow-water flow solver with non-hydrostatic pressure: 2D vertical plane problems", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **28**, pp. 514–563, (1998).
- 45 G.S. Stelling, M. Zijlema, "Further experience in computing non-hydrostatic free-surface flow involving with water waves", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **48**, pp. 169–197, (2005).
- 46 P.R.F. Teixeira, "Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o método de elementos finitos", Porto Alegre, Tese de doutorado, PPGEC-UFRGS, (2001).
- 47 P.R.F. Teixeira, A.M. Awruch, "Numerical simulation of three dimensional incompressible flows using the finite element method", ENCIT, N° 8, Porto Alegre, (2000).
- 48 F.C.K. Ting, Y.K. Kim, "Vortex generation in water-waves propagating over a submerged obstacle", *Coast. Engng.*, Vol. **24**, pp.23–49, (1994).
- 49 G. Wei, J.T. Kirby, S.T. Grilli, R. Subramanya, "A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady Wave", *J. Fluid Mech.*, Vol. **294**, pp. 71–92, (1995).
- 50 T.Y. Wu, "A unified theory for modelling water waves", In: E. van der Giessen, T.Y. Wu (Eds.), *Advances Mechanics*, Academic Press, Vol. **37**, pp.1–88, (2001).
- 51 H.L. Yuan, C.H. Wu, "A two-dimensional vertical non-hydrostatic σ model with an implicit method for free-surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. **44**, pp. 811–835, (2004).
- 52 O.C. Zienkiewicz, R.A. Codina, "General algorithm for compressible and incompressible flow. Part I. The split, characteristic-based scheme", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. **20**, pp. 869–885, (1995).
- 53 M. Zijlema, G.S. Stelling, "Efficient computation of surf zone waves using the nonlinear shallow water equations with non-hydrostatic pressure", *Coastal Engng.*, Vol. **55**, pp.780–790, (2008).
- 54 J.G. Zhou, P.K. Stansby, "An arbitrary Lagrangian-Eulerian σ (ALES) model with non-hydrostatic pressure for shallow water flows", *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. **178**, pp. 199–214, (1999).
- 55 F. Zhuang, J.J. Lee, "A viscous rotational model for wave overtopping over marine structure", *Proc. 25th Int. Conf. Coastal Engng. ASCE*, pp. 2178–2191, (1996).