Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 13,**1**, 33–55(1997)

LÓGICA BORROSA "NAÏVE". APLICACIONES A PROBLEMAS ESTRUCTURALES

ARTURO J. BIGNOLI

Academia Nacional de Ingeniería
Av. Quintana 583, 1129 Buenos Aires, Argentina
Tel./Fax: + 54-1-783 5369 E-mail: bignoli@spi.cis.com

RESUMEN

Se obtiene una *medida borrosa* de la posibilidad de producción de un acontecimiento en función de las *influencias sobre la misma de varias circunstancias.*

Las influencias se califican con *números borrosos*, con los que se obtiene dicha posibilidad mediante un algoritmo que emplea solamente las operaciones básicas de la Teoría de los Conjuntos Borrosos (intersección, unión y complemento). Un "software" de uso muy simple permite lograr los resultados, aun sin conocer la Teoría de los Conjuntos Borrosos ni la Aritmética Borrosa.

Se incluyen dos ejemplos referidos a temas estructurales. El primero es un pronóstico y el segundo un diagnóstico. El mismo "software" puede ser aplicado a problemas relativos a cualquier disciplina.

"NAÏVE" FUZZY LOGIC. APPLICATIONS TO STRUCTURAL PROBLEMS

SUMMARY

A fuzzy measure of the possibility of production of an event is obtained with *the influences on it of a number of circunstances.*

The influences are qualified with Fuzzy Numbers with which a fuzzy algorithm gives the value of that possibility. The algorithm employs only the basic operations of Theory of Fuzzy Sets (intersection, union and complement). A software of very easy use applies the algorithm and gives the result. The software may be used without knowing Theory of Fuzzy Sets or Fuzzy Arithmetics. Two examples, referred to structural problems are included. The first is a pronostic and the second a diagnostic.

With the same software problems of any other disciplines can be solved.

Recibido: Septiembre 1996

 ISSN 0213–1315

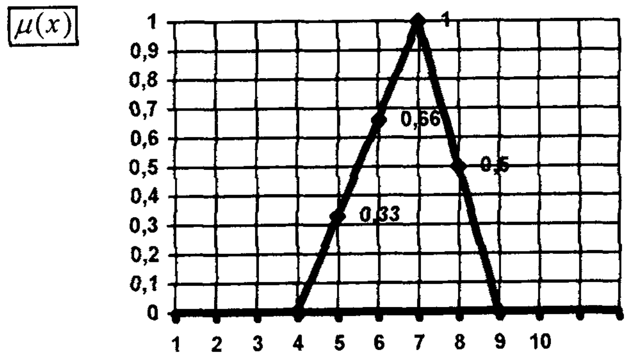

Figura 1

El $A(x) = [7;4;9]$ se ha obtenido uniendo con dos rectas el extremo de $\mu(x^*) = 1$ con los puntos $x = 4 = x(\min)$ y $x = 9 = x(\max)$, por ello decimos que es un **número borroso triangular**. Además de la moda $x^* = 7$ y los semirangos inferior y superior (4;7) y (7;9) respectivamente da los sustentos de todos los valores comprendidos en el rango y puede escribirse (Figura 2)

$$A(x) = 0/4 + 0,33/5 + 0,66/6 + 1/7 + 0,50/8 + 0/9$$

La expresión general es $A(x) = \sum_i \mu(x_i)/x_i$ en que para cada sustento $\mu(x_i)$ se indica, después de una barra separadora, el valor x_i correspondiente. Los signos + indican unión.

El N.B. $A(x)$ expresa por lo tanto que la calificación borrosa es "4 con sustento 0" ó "5 con sustento 0,33" y así sucesivamente hasta 9.

También puede escribirse (Figura 2)

$$A(x) = 0[4;9] + 0,25[4,76;8,50] + 0,5[5,48;8] + 0,75[6,02;7,50] + 1[7]$$

En esta forma se expresa el intervalo $(x_i; x_s)$ j correspondiente a cada valor particular de $\mu(x) = \alpha_j (j = 0;\ 0,25;\ 0,50;\ 0,75;\ 1)$.

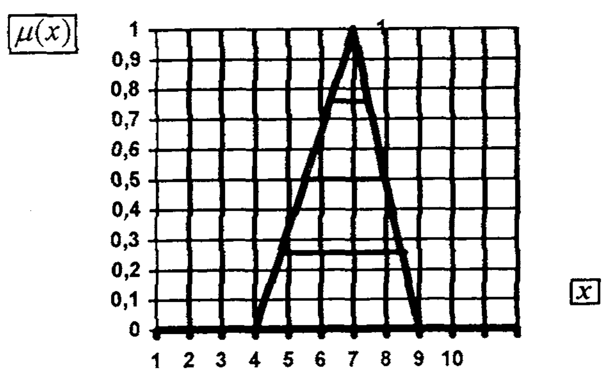

Figura 2

Si en vez de unir $\mu(x^*) = 1$ con $x(\min)$ y $x(\max)$ con dos rectas se utilizan funciones cualesquiera, se expresa la misma $A(x)$ con leves diferencias como se ha indicado[8]. Por razones prácticas es preferible usar rectas.

Es suficiente también tomar solamente $\alpha_j = 0; 0,5$ y 1 sin perder precisión. Quedaría

$$A(x) = 0[4; 9] + 0,5[5,48; 8] + 1[7]$$

Un C.B. es un N.B. en el que $\mu(x^*) \neq 1$ (no es normal necesariamente) y además para algunos α_j puede haber más de un intervalo (se dice que no son convexos en ese caso). Por ejemplo en la Figura 3 se representa

$$B(x) = 0/2 + 0,25/3 + 0,5/4 + 0,25/5 + 0,66/6 + 0,75/7 + 0,5/8 + 0,25/9 + 0,5/10$$

Esta es la forma habitual de expresar un C.B. numéricamente.

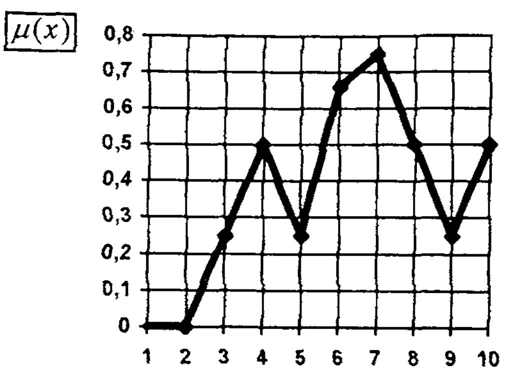

Figura 3

También puede utilizarse la forma de la Figura 2, pero para algunos α_j $(0,25; 0,50)$ hay respectivamente 2 y 3 intervalos. Por ejemplo, para $\alpha_j = 0,25$ se tiene $0,25\{[3;5] \cup [5;9]\}$. Es difícil justificar la adopción de un dato polimodal (con más de un "**valor preferido**"), pero puede resultar de alguna operación.

Si, en cambio, los datos son N.B. (C.B. normales y convexos), el resultado de las operaciones propias de la Aritmética Borrosa da por resultado un N.B. como demuestra Kaufmann[4]. No ocurre lo mismo con operaciones propias de la T.C.B. cuyos resultados pueden no ser N.B., aunque los datos lo sean.

En este trabajo los datos siempre son N.B., pero las operaciones las propias de la T.C.B. Por ello pueden haber resultados que no sean N.B. No obstante, nunca deberá interpretarse un C.B. como el de la Figura 3 por la forma en que se ha ordenado el algoritmo.

LAS OPERACIONES DE LA T.C.B. NECESARIAS PARA FORMULAR EL ALGORITMO

Intersección

$$A(x) \cap B(x) \sum_i \wedge[\mu A(x_i);\ \mu B(x_i)]/x_i$$

Equivale a *y*, por lo que se toma para cada x_i el **menor** de los μ (x_i) que le corresponden en $A(x)$ o $B(x)$ (Figura 4)

$$A(x) = [5; 2; 7] = 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0,33/3 + 0,66/4 + 1/5 + 0,5/6 + 0/7 = \\ = 0[2; 7] + 0,5[3,5; 6] + 1[5]$$

$$B(x) = [8; 3; 10] = 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0/3 + 0,2/4 + 0,4/5 + 0,6/6 + 0,8/7+ \\ + 1/8 + 0,5/9 + 0/10 = 0[3; 10] + 0,5[5,5; 9] + 1[8]$$

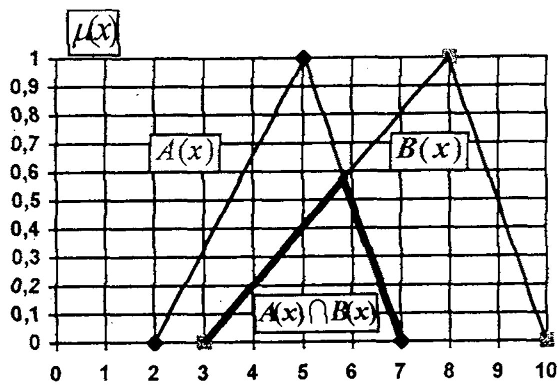

Figura 4

$$A(x) \cap B(x) = 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0/3 + 0,2/4 + 0,4/5 + 0,5/6 + 0/7 + 0/8 + 0/9 + 0/10$$

Unión

$$A(x) \cup B(x) = \sum_i \vee[\mu A(x_i);\ \mu B(x_i)]/x_i$$

Equivale a **o**, por lo que se toma para cada x_i el **mayor** de los $\mu(x_i)$ que le corresponden en $A(x)$ o $B(x)$ (Figura 5).

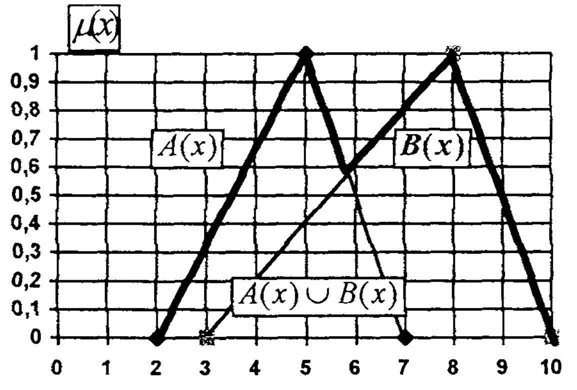

Figura 5

Complemento

Equivale a **no** (Figura 6)

$$\text{no} \qquad A(x) = \urcorner A(x) = \sum_i [1 - \mu A(x_i)]/x_i$$

$$\urcorner A(x) = 1/0 + 1/1 + 1/2 + 0,66/3 + 0,33/4 + 0/5 + 0,5/6 + 1/7 + 1/8 + 1/9 + 1/10$$

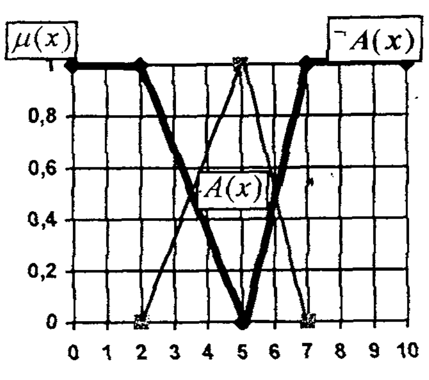

Figura 6

INCERTIDUMBRE

E la Figura 7 vemos que

$$A(x) \cap \urcorner A(x) \neq \oslash(x)$$

Luego si $A(x)$ es una calificación y $\urcorner A(x)$ su negación, resulta que el ente u objeto al que se está calificando con $A(x)$ puede a la vez ser $A(x)$ y no $A(x)$. Es decir que $A(x)$ es **incierto**.

En efecto

$$A(x) \cap \urcorner A(x) = 0/0+0/1+0/2+0,33/3+0,33/4+0/5+05/6+0/7+0/8+0/9+0/10$$

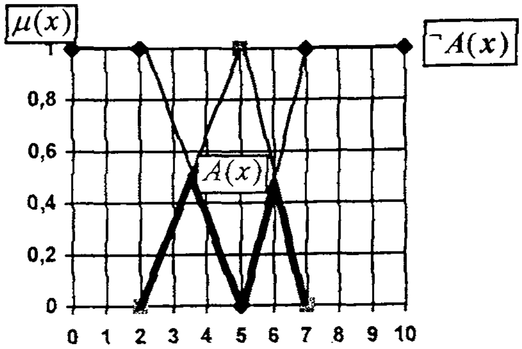

Figura 7

Del mismo modo (Figura 8)

$$A(x) \cup \urcorner A(x) = 1/0+1/1+1/2+0,66/3+0,66/4+1/5+0,5/6+1/7+1/8+1/9+1/10$$

Es decir que $A(x) \cup \urcorner A(x) \neq U(x)$.

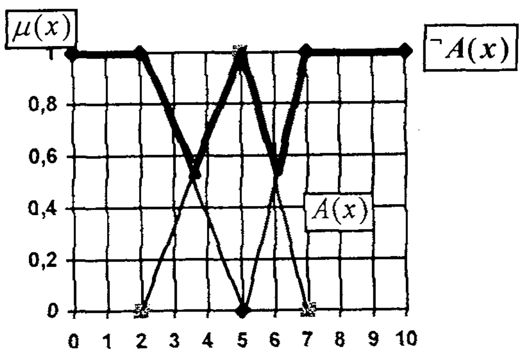

Figura 8

Observando las Figuras 7 y 8 resulta de inmediato que:

- Un ente puede ser $A(x)$ y no $A(x)$ a la vez (Figura 7). Luego el "**principio de no contradicción**" de la Lógica biunívoca o clásica no se cumple, si se usan valores inciertos, expresados con N.B.
- No puede decirse como en la Lógica biunívoca que lo que es $A(x)$ y lo que es no $A(x)$ completan el universo $U(x)$ (Figura 8), pues lo que es $A(x)$ y no $A(x)$ a la vez resulta ser lo que dicha lógica clásica excluye y llama "tercero excluido" y no vale el principio correspondiente.

Similitud entre $A(x)$ y $B(x)$

Si llamamos cardinalidad de $A(x)$ a card $[A(x)] = |A(x)| = \sum_i \mu(x_i)$, podemos definir la SIMILITUD entre dos C.B. o N.B. mediante la expresión

$$\text{sim} \quad [A(x);\ B(x)] = |A(x) \cap B(x)|/|A(x) \cup B(x)|$$

$$\begin{array}{lll} \text{si fuera} & A(x) \equiv B(x) & \text{sim } [A(x);\ A(x)] = 1 \\ \text{si fuera} & A(x) \cap B(x) = \oslash(x) & \text{sim } [A(x);\ B(x)] = 0 \end{array}$$

Es decir que la similitud entre dos N.B. $A(x)$ y $B(x)$ es el cociente entre las cardinalidades de su intersección y de su unión.

Las Figuras 9a y 9b aclaran lo expuesto:

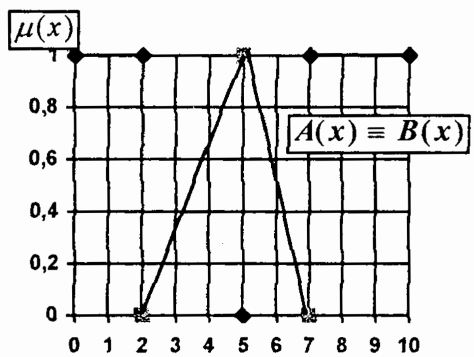

Figura 9a

sim = $|A(x) \cap A(x)|/|A(x) \cup A(x)| = 1$
pues $A(x) \cap A(x) = A(x) \cup A(x) = A(x)$

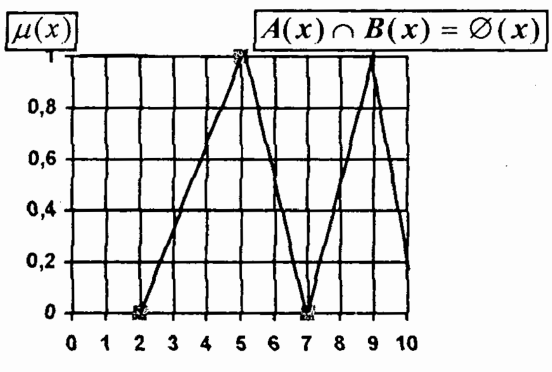

Figura 9b

$$\begin{aligned} \text{sim} &= [A(x) \cap B(x)]/|A(x) \cup B(x)| = 0 \\ &= 0/|A(x)| + |B(x)| = 0 \end{aligned}$$

Incertidumbre

Expresamos la **incertidumbre** de $A(x)$ como la similitud de $A(x)$ con su negación, o sea

$$\text{inc } A(x) = \text{sim } [A(x);\ \rceil A(x)] = |A(x) \cap \rceil A(x)| / |A(x) \cup \rceil A(x)|$$

como se cumplen

$$|A(x) \cap \rceil A(x)| = |U(x)| - |A(x) \cup \rceil A(x)|$$

$$|A(x) \cup \rceil A(x)| = |U(x)| - |A(x) \cap \rceil A(x)|$$

puede expresarse

$$\text{inc } A(x) = \frac{|U(x)| - |A(x) \cup \rceil A(x)|}{|A(x) \cup \rceil A(x)|} = \frac{|U(x)|}{|A(x) \cup \rceil A(x)|} - 1$$

$$\text{inc } A(x) = \frac{|A(x) \cap \rceil A(x)|}{|U(x)| - |A(x) - \rceil A(x)|} = \frac{1}{(|U(x)|/|A(x) - \rceil A(x)|) - 1}$$

Podemos definir la **certidumbre** como

$$\text{cert } A(x) = 1 - \text{inc } A(x)$$

Enfocar un N.B.

Podemos enfocar un N.B. calculando el x_0 (coordenada del baricentro de los $\mu(x)$). Por ejemplo

$$x_0 = \left(\sum_i \mu(x_i).x_i \right) / \sum_i \mu(x_i)$$

$$A(x) = 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0,33/3 + 0,66/4 + 1/5 + 0,5/6 + 0/7$$

$$x_0 = [(0,33.3) + (0,66.4) + (5) + (0,5.6)]/[0,33 + 0,66 + 1 + 0,50] = 11,64/2,49 = 4,675$$

Este valor x_0 es **nítido**, pero aproximado, pues resulta de una operación sobre los $\mu(x)$.

En el caso tomado como ejemplo es $x_0 < x^*$, es decir que es menor que la moda o valor preferido, porque los $x_i < x^*$ tienen mayores sustentos que los $x_i > x^*$.

Con la operación "**aumenta/disminuye**"[9] es posible, sin modificar la moda ni el rango, desplazar x_0 hacia valores mayores (aumenta) o hacia valores menores (disminuye). No utilizamos este recurso en el algoritmo que será descrito más adelante.

Filtros y filtrado

Los filtros son N.B. particulares como los siguientes:

$$
\begin{aligned}
F(x > x^*) &= 0/0{+}0/1{+}0/2{+}0/3{+}0,25/4{+}0,75/5{+}1/6{+}1/7{+}1/8{+}1/9{+}1/10 \\
& x^* = 6 \\
F(x < x^*) &= 1/0{+}1/1{+}1/2{+}1/3{+}0,50/4{+}0,25/5{+}0/6{+}0/7{+}0/8{+}0/9{+}0/10 \\
& x^* = 3 \\
F(x \cong x^*) &= 0/0{+}0/1{+}0/2{+}0,5/3{+}0,75/4{+}1/5{+}0,50/6{+}0/7{+}0/8{+}0/9{+}0/10 \\
& x^* = 5
\end{aligned}
$$

$F(x > x^*)$ expresa que acepta plenamente $\mu(x) = 1$, los valores de $x > x^*$ y con $\mu(x) < 1$ valores menores que x^* hasta alcanzar $\mu(x) = 0 \quad x(\text{min})$.
$F(x < x^*)$ expresa aceptación plena de valores $x < x^*$ y con $\mu(x) < 1$ valores $x > x^*$ hasta alcanzar $x(\text{max})$ a la que corresponde $\mu(x) = 0$.
$F(x \cong x^*)$ expresa aceptación plena de $x = x^*$ y otros valores entre $x(\text{min})$ y $x(\text{max})$ con $\mu(x)$ menores.

Cuanto mayor es x^* en un filtro $F(x > x^*)$ decimos que el filtro es más severo. Algo similar ocurre con los otros dos tipos de filtro.

De cualquiera de los tres tipos en el algoritmo aparecerán cinco formas diferentes: **muy laxo**, **laxo**, **medio**, **severo**, **muy severo**.

La operación de **filtrado** de un N.B. $A(x)$ con $F(x < x^*)$ permite calcular la aceptabilidad de $A(x)$. La forma general es:

$|A(x) \cap F(x > x^*)|/|A(x)| = a(A(x))$

Veamos un ejemplo:

$$A(x) = 0/0 + 0,5/1 + 0,75/2 + 1/3 + 0,75/4 + 0,25/5 + 0/6$$

$$
\begin{aligned}
F(x < 2) = 1/0 + 1/1 + 1/2 + 0,75/3 + 0,25/4 + 0/5+ \\
x^* = 2 \quad x(\text{max}) = 5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& A(x) \cap F(x < 2) = 0/0 + 0,5/1 + 0,75/2 + 0,75/3 + 0,25/4 + 0/5 \\
& |A(x)| = 3,25 \qquad |A(x) \cap F(x < 2)| = 1,75 \\
& a\,(A(x)) = 1,75/3,25 = 0,538
\end{aligned}
$$

La Figura 10 da una idea geométrica clara de la operación del ejemplo, donde se destaca la intersección con el filtro.

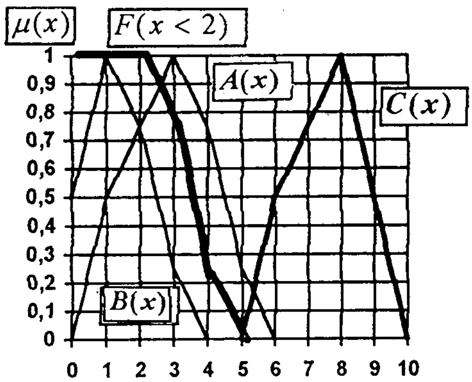

Figura 10

Un N.B. que pasa totalmente por el filtro (como $B(x)$ en la Figura 10) da un valor $a\,(B(x)) = 1$.

Un N.B. que tiene intersección nula con el filtro (como $C(x)$ en la Figura 10) da un valor $a(C(x)) = 0$.

Notas sobre filtros y filtrado

Un filtro expresa el **grado de exigencia** del que estudia el problema. Así, si para un filtro $F(x > x^*)$ es $x^* = 4$ y $x(\min) = 1$, puede aumentar la exigencia aumentando el valor x^* y disminuyendo el $x(\min)$ (Figura 11).

$$
\begin{aligned}
F(x>4) &= 0/1 + 0,33/2 + 0,66/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \\
&\quad x^* = 4 \qquad x(\min) = 1 \\
F'(x>4) &= 0/2 + 0,5/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \\
&\quad x^* = 4 \qquad x(\min) = 2 \\
F''(x<6) &= 0/0 + 0/1 + 0/3 + 0,25/4 + 0,75/5 + 1/6 + 1/7 + \\
&\quad x^* = 6 \qquad x(\min) = 3
\end{aligned}
$$

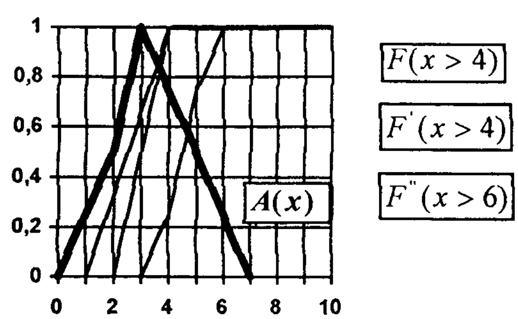

Figura 11

$$A(x) = 0/0 + 0,25/1 + 0,50/2 + 1/3 + 0,75/4 + 0,50/5 + 0,25/6 + 0/7 + \dots$$
$$|A(x)| = 3,25; \ |A(x) \cap F(x)| = 2,49; \ |A(x) \cap F'(x)| = 1,50; \ |A(x) \cap F''(x)| = 1$$

$$\begin{array}{lll} \text{con filtro} & F(x) & a\,(A(x)) = 0,766 \\ \text{con filtro} & F'(x) & a\,(A(x)) = 0,461 \\ \text{con filtro} & F''(x) & a\,(A(x)) = 0,307 \end{array}$$

El mismo valor borroso $A(x)$ da lugar a aceptabilidades decrecientes a medida que se resuelva calificarlo con filtros más exigentes. Luego el filtro es una calificación de la exigencia de quien lo usa.

La aceptabilidad puede tener márgenes de **calificación**. Por ejemplo

$$\begin{array}{rl} 0,80 < a \leq 1 & \textbf{Exelente} \\ 0,60 < a \leq 0,80 & \textbf{Bueno} \\ 0,40 < a \leq 0,60 & \textbf{Regular} \\ 0,20 < a \leq 0,40 & \textbf{Malo} \\ 0 \leq a \leq 0,20 & \textbf{Pésimo} \end{array}$$

Filtrando con $\rceil F(x)$ puede obtenerse la **inaceptabilidad** de $A(x)$

$$A(x) = 0/0 + 0,25/1 + 0,50/2 + 1/3 + 0,75/4 + 0,50/5 + 0,25/6 + 0/7$$
$$\rceil F(x > 4) = 1/0 + 1/1 + 0,66/2 + 0,33/3 + 0/4 + 0/5 + \dots$$

$$A(x) \cap \rceil F(x > 4) = 0/0 + 0,25/1 + 0,50/2 + 0,33/3 + 0/4 + 0/5 + \dots$$
$$|A(x)| = 3,25; \ |A(x) \cap \rceil F(x > 4)| = 1,08$$
$$\mathrm{inac}\,(A(x)) = 1,08/3,25 = 0,33 = i\,(A(x))$$

Tomando en cuenta $a\,(A(x))$ e $i\,(A(x))$ puede obtenerse, normalizando, un **grado de aceptación** $ga\,(A(x)) = [a\,(A(x)) - i\,(A(x)) + 1]/2$

En el ejemplo anterior $ga(A(x)) = (0,766 - 0,333 + 1)/2 = 0,7165$

Cada filtro tiene sus propios límites

Si

$$\begin{array}{rl} A = F \quad a(\max) = & |F \cap F|/|F| = 1 \\ i(\mathrm{corr}) = & |F \cap \rceil F|/|F| \\ ga(\max) = & [1 - (|F \cap \rceil F|/|F|) + 1]/2 \end{array}$$

Si

$$A = \rceil F \quad i(\max) = |\rceil F \cap \rceil F| / |\rceil F| = 1$$
$$a(\text{corr}) = |\rceil F \cap F| / |\rceil F|$$
$$ga(\min) = [\{|\rceil F \cap F| / |\rceil F|\} - 1 + 1]/2 = (|\rceil F \cap F| / |\rceil F|)/2$$

$$\Delta ga = ga(\max) - ga(\min)$$
$$ga(\text{norm}) = (ga - ga(\min))/\Delta\ ga$$

En el ejemplo anterior

$$|F \cap \rceil F| = 0,66; \ |F| = 8; \ |\rceil F| = 3$$

$$a(\max) = 1 \qquad i(\text{corr}) = 0,0825$$
$$a(\text{corr}) = 0,222 \qquad i(\max) = 1$$

$$ga(\max) = 0,9588$$
$$ga(\min) = 0,1111$$
$$\Delta\ ga = 0,8478$$
$$ga(\text{norm}) = (0,7165 - 0,1111)/0,8478 = 0,7144$$

La cardinalidad calculada como $\sum_i \mu(x_i)$ da lugar en general a errores sin importancia práctica. Es preferible calcularla por áreas, lo cual resulta muy fácil utilizando N.B. triangulares. Así se hace en el algoritmo que se explicará.

LAS MEDIDAS BORROSAS

Los N.B. y los C.B. en general son, como ya se dijo, adjetivos, modificados o no por adverbios.

El objetivo que perseguimos es un ente expresado con un **sustantivo** (nombre) que podemos definir por la **aceptabilidad** de sus cualidades o propiedades.

Si decimos que Y es un ente que depende de $X_i(i = 1 \dots n)$ cualidades, podemos escribir

$$Y = f(X_1;\ X_2; \dots; X_N)$$

Si podemos calificar borrosamente $X_1(x_1)$; $X_2(x_2); \dots; X_n(x_n)$ y fijar los filtros $F(x_i)(i = 1 \dots n)$, obtenemos las $a(X_i)(i \dots n)$.

Llamamos **medida borrosa** de la posibilidad de que el ente que tiene las propiedades sea Y a la que expresamos como

$$X_i(x_i)(i = 1 \dots n)$$

$$PS(Y) = \sum_{i=1}^{n} a(X_i) / \sum_{i=1}^{n} a(\max)(X_i)$$

Como $a(\max) = 1$, la anterior queda

$$PS(Y) = \sum_{i=1}^{n} a(X_i)/n$$

Veamos un ejemplo muy simple

Queremos saber si un polvo es Y = **azúcar**, sobre la base de evaluar:

$$\begin{aligned} X_1(x_1) &= \text{dulzura} \\ X_2(x_2) &= \text{aspereza} \\ X_3(x_3) &= \text{blancura} \\ X_4(x_4) &= \text{disolubilidad en agua} \end{aligned}$$

Calificamos:

$$\begin{aligned} X_1(x_1) &= [8; 6; 10] \\ X_2(x_2) &= [6; 4; 9] \\ X_3(x_3) &= [8; 4, 10] \\ X_4(x_4) &= [10; 8; 0] \end{aligned}$$

Adoptamos $F(X > 8)x(\min) = 4$ Filtrando obtenemos

$$\begin{aligned} a\left(X_1(x_1)\right) &= 1 \\ a\left(X_2(x_2)\right) &= 0,696 \\ a\left(X_3(x_3)\right) &= 0,583 \\ a\left(X_4(x_4)\right) &= 1 \end{aligned}$$

$$PS(Y) = [1 + 0,696 + 0,583 + 1]/4 = 0,819$$

La posibilidad que el polvo analizado sea azúcar es 0,819.

Si tenemos que decidir entre varios entes Y_1; Y_2; Y_3 cuál es Y, en la forma indicada calculamos $PS(Y_1)$; $PS(Y_2)$; $PS(Y_3)$. La mayor $PS(Y_j)$ indica cuál es el Y_j que más merece la denominación de Y.

EL ALGORITMO BORROSO

Planteamiento de un problema en forma genérica

Dadas unas **circunstancias** $C_i(i = 1 \dots n)$ que **tienen influencias** $X_i(x_i)(i = 1 \dots n)$ sobre la producción de los **acontecimientos** $Y_j(y_j)(j = 1 \dots n)$. Se trata de saber cuál es el que tiene la **mayor posibilidad** de producirse, o sea **el más propenso** a producirse.

Calificación de las influencias

Las influencias $X_i(x_i)(i = 1 \ldots n)$ pueden calificarse con valores **nítidos** (determinísticos), aleatorios (con **histogramas**) o **inciertos** (con N.B.).

Todos los valores citados pueden reducirse a N.B. en una escala endecadaria de 0 a 10.

a) **Los nítidos** dejándolos como tales y atribuyéndoles $\mu(x) = 1$ al valor nítido que se toma como moda x^* y $\mu(x) = 0$ a todos los demás.

Se escribe como N.B. triangular

$$X_1(x_1) = [x_1^*;\ 0;\ 0]$$

Si se duda de su veracidad, se lo puede borronear atribuyéndole subjetivamente un rango superior y uno inferior a x_1^*, con lo que quedaría

$$X_1(x_1) = [x_1^*;\ x_1(\min);\ x_1(\max)]$$

Se dice que se lo ha "borroneado".

b) **Los aleatorios** estarán expresados por histogramas obtenidos estadísticamente o subjetivamente y reducidos subjetivamente a la escala endecadaria adoptada. Se los transforma en N.B. triangulares:
   - Normalizándolos, es decir, tomando el sustento de la moda $\mu(x_i^*) = 1$, $\mu(x_i^*) = f(x_i^*)/f(x_i^*)$ y dividiendo todos los demás valores por $f(x_i^*)$.
   - Se calcula $x_i(\min) = x_i(0,05)$, es decir, igual a la x_i correspondiente al percentil 5 % u otro que se considere apropiado. De igual manera $x_i(\max) = x_i(0,95)$.

c) **Los inciertos** se expresan directamente con N.B.: $X_i(x_i) = [x_i^*;\ x_i(\min);\ x_i(\max)]$.

Todas las influencias $X_i(x_i)$ quedan por lo tanto expresadas con N.B. triangulares.

Filtros

Se adoptan filtros de acuerdo con la exigencia de quien analiza el problema considerando la **importancia** de cada influencia $X_i(x_i)(i = 1 \ldots n)$ sobre las $Y_j(y_j)$. Lo natural es elegir el mismo filtro $F(x_i)$ correspondiente a cada $X_i(x_i)$ para todas las $Y_j(y_j)$ de modo que la comparación de las **propensiones** o **posibilidades** $PS(Y_j)(j = 1 \ldots n)$ sea equitativa.

Los filtros pueden ser de los tres tipos indicados en lo que precede, es decir

$$F(x > x^*) \qquad F(x < x^*) \qquad F(x \cong x^*)$$

Según la **influencia** de cada $X_i(x_i)$ sobre $Y_j(y_j)$, sea **mayor cuanto mayor** sea $X_i(x_i)$ o **mayor cuanto menor** sea $X_i(x_i)$ o **mayor cuanto más próximo** esté $X_i(x_i)$ de un valor preestablecido.

Filtrado

Realizado el **filtrado** de los $X_i(x_i)$ para cada $Y_j(y_j)$ en la forma antes indicada, se obtendrán los valores de las aceptabilidades

$$[a\,(X_i(x_i))\,(i = 1 \ldots n)]_{j=1}^{j=n}$$

Obtención de la solución

Con ellas se calcula

$$\left\{ PS(Y_j) = \left[\sum_{i=1}^{n} a\,(X_i(x_i)) \right] /n \right\}_{j=1}^{j=n}$$

El resultado es que el acontecimiento más propenso a producirse es el que tenga la **mayor** $[PS(Y_j)]_{j=1}^{j=n}$.

Los valores $a\,(X_i(x_i))$ para la $Y(j)$ hallada pueden interesar para determinar la mayor influencia, o la menor, en la producción de $Y(j)$.

EL "SOFTWARE" QUE REALIZA EL ALGORITMO

Todas las operaciones descritas en el párrafo anterior las realiza un "software".

Datos

* Establecer los **acontecimientos** $Y_j(j = 1 \ldots n)$
* Elegir las **circunstancias cuyas influencias** $X_i(x_i)(i = 1 \ldots n)$ pueden provocar cualquiera de los $Y_j(j = 1 \ldots n)$.
* Adoptar un sistema de filtros $F(x)$ apropiados para cada $X_i(x_i)$ y común para todos los $Y_j(y_j)$.
* Calificar las $[X_i(x_i)(i = 1 \ldots n)]_{j=1}^{j=n}$ con N.B. triangulares.

Resultados

El "software" indicará:

* Los **acontecimientos** Y_j en orden **decreciente** de sus $PS(Y_j)$ dando el valor de las mismas, que es un número real $0 \leq PS(Y_j) \leq 1$.
* Los valores $a\,(X_i(x_i))\,(i = 1 \ldots n)$ para el acontecimiento más posible.

Observaciones y conclusiones

* La adjudicación de valores a las **influencias** $X_i(x_i)(i = 1 \ldots n)$ y la elección de los filtros $F(x)$ es muy simple y resulta natural aun para **quien no conozca la teoría** que sustenta al Algoritmo.
* Los resultados son de interpretación directa, facilitando así la decisión de determinadas acciones.

* Realizando sucesivas aplicaciones del "software", tomando como datos para las siguientes los resultados de las anteriores, previamente "borroneados" si se lo considera necesario, puede irse aproximando el análisis a un resultado más cercano a las necesidades, aun a las no previstas en las aplicaciones precedentes.

* La utilización de un algoritmo borroso hace innecesaria la formulación de hipótesis muy afinadas, si la calificación de las $X_i(x_i)$ y los $F(x_i)$ es realizada con la sensatez propia de un experto en el tema que se analiza.

Por ejemplo, en los problemas de seguridad de las construcciones ya no habrá que considerar como problemas diferentes a los de grandes o pequeñas deformaciones de resistencia o de estabilidad, de materiales frágiles o dúctiles etc., pero es indispensable saber que existen no como "**compartimentos estancos**" del saber, sino como fenómenos físicos reales cuyo conocimiento es necesario para la elección de las $X_i(x_i)$ y las $Y_j(y_j)$. Él que tenga estos conocimientos es el verdadero **experto**. El **experto** puede además incluir entre las $X_i(x_i)$ y las $Y_j(y_j)$ las circunstancias y acontecimientos propios del "factor humano", imposibles de considerar en los "**compartimentos estancos**"antes mencionados, que se manejan con recursos matemáticos clásicos determinísticos.

EJEMPLOS

Exponemos dos ejemplos de uso del "software". Uno se refiere a la **calificación de un proyecto estructural en cuanto a la seguridad** de la construcción que con él se realizará. Podemos decir que se trata de hacer un **pronóstico**.

El otro se refiere a establecer cuál es **la causa más posible, entre varias, de un colapso estructural ya ocurrido**. Podemos decir que se trata de hacer un **diagnóstico**.

A. Clasificación de un proyecto en cuanto a la seguridad de la construcción que con él se realizará

En este caso hay un solo acontecimiento cuya **probabilidad de ocurrencia** interesa evaluar y es la obtención de una **suficiente seguridad** de la estructura proyectada, interpretada como su **propensión a no fallar**. En lo que sigue la designamos $PS(Y)$.

Las **circunstancias** que influyen sobre $PS(Y)$ son las siguientes que designamos $X_i(x_i)$ como a sus influencias, pues esto no crea dificultades de interpretación. Se trata de una estructura de hormigón armado.

BÁSICAS

$X_1(x_1)$	Interpretación del programa de necesidades
$X_2(x_2)$	Elección del tipo estructural
$X_3(x_3)$	Experiencia en el uso de $X_2(x_2)$
$X_4(x_4)$	Evaluación de las acciones

$X_5(x_5)$	Evaluación del reglamento a emplear
$X_6(x_6)$	Adopción de coeficientes de seguridad
$X_7(x_7)$	Aspecto estético

RELATIVAS A MATERIALES

$X_8(x_8)$	Calidad especificada para el hormigón
$X_9(x_9)$	Calidad especificada para el acero
$X_{10}(x_{10})$	Estudios de suelos
$X_{11}(x_{11})$	Conocimiento de las características del medio ambiente

ANÁLISIS Y CÁLCULOS

$X_{12}(x_{12})$	Capacidad y experiencia del calculista
$X_{13}(x_{13})$	Precisión requerida del Análisis Estructural
$X_{14}(x_{14})$	Empleo de "softwares" aceptados y probados
$X_{15}(x_{15})$	Dimensionado de secciones resistentes
$X_{16}(x_{16})$	Margen de seguridad previsto para acciones accidentales no especificadas en los reglamentos. Estudio de los detalles constructivos
$X_{17}(x_{17})$	Consideracón de la economía. Interacción de costes de materiales y de mano de obra

PLANOS Y ESPECIFICACIONES

$X_{18}(x_{18})$	Planos generales: facilidad de interpretación
$X_{19}(x_{19})$	Planos de detalle: facilidad de interpretación. Referencia a los generales
$X_{20}(x_{20})$	Revisiones internas y de un revisor externo
$X_{21}(x_{21})$	Especificaciones generales y particulares
$X_{22}(x_{22})$	Especificaciones técnicas. Relación con los planos generales y de detalle

Los filtros son todos del tipo $F(x > x^*)$, es decir que se calificarán las $X_i(x_i)$ con valores mayores cuanto mayor sea su influencia sobre la **propensión a no fallar** de la estructura.

Como cada una de las 22 circunstancias adoptadas es una **tarea de proyecto**, se califican con valores más altos las mejor realizadas.

Puede adoptarse un filtro único para todas las $X_i(x_i)$, o bien si se considera que algunas de ellas son más importantes que otras, puede tomarse para las más importantes un filtro más rígido (más severo).

Con el "software" se obtiene la calificación de $0 \leq PS(Y) \leq 1$ y los valores de las aceptabilidades $a\left(X_i(x_i)\right)$ $(i = 1 \ldots 22)$, teniendo así posibilidad de efectuar observaciones a temas individuales.

Se indican también los resultados de analizar cada uno de los grupos por separado, obteniendo $[PS(Y_j)]_{j=1}^{j=4}$ con lo que pueden conocerse las calificaciones de cada uno de ellos y formular observaciones a los equipos que han realizado las tareas correspondientes.

Por fin con los $[PS(Y_j)]_{j=1}^{j=4}$ tomados como datos puede correrse una vez más el "software" obteniendo una $PS(Z)$; medida de la calidad del proyecto que es una medida de la seguridad de la estructura proyectada. Para realizar esta última evaluación, deben previamente "borronearse" en forma subjetiva los valores $[PS(Y_j)]_{j=1}^{j=4}$.

B. Investigación de la causa más posible de un colapso estructural

Un esqueleto de hormigón armado convencional ha sufrido un colapso localizado. Es posible apreciar algunos **efectos** del colapso que hacen pensar en dos causas posibles:

- cedimiento de una base de fundación Y_1,
- aplastamiento de una columna Y_2.

Las circunstancias son los efectos observables que se calificarán por sus influencias sobre Y_1 y sobre Y_2.

En la forma antes descrita se obtienen $PS(Y_1)$ y $PS(Y_2)$. La mayor de las dos indica cuál es la causa más posible.

Las circunstancias que se consideran son:

PROYECTO Y CÁLCULO

$X_1(x_1)$	Estudios del suelo y presión admisible adoptada
$X_2(x_2)$	Dimensionado de la base y sus armaduras de acero
$X_3(x_3)$	Análisis de carga sobre la columna
$X_4(x_4)$	Dimensionado de la columna. Sección de hormigón y de acero
$X_5(x_5)$	Especificación de resistencia de los materiales empleados

OBSERVACIÓN DE DAÑOS

$X_6(x_6)$	Falla gradual en el tiempo
$X_7(x_7)$	Falla repentina
$X_8(x_8)$	Coincidencia de dimensiones de hormigón y acero de la columna con lo proyectado
$X_9(x_9)$	Idem de la base de fundación
$X_{10}(x_{10})$	Análisis de las cargas reales en el momento anterior al colapso
$X_{11}(x_{11})$	Calidad de los materiales de la estructura dañada
$X_{12}(x_{12})$	Infiltraciones de agua bajo la base de fundación
$X_{13}(x_{13})$	Existencia de una sección aplastada en la columna con barras pandeadas
$X_{14}(x_{14})$	Daños en elementos circunstantes a la zona de colapso que indiquen un descenso del apoyo antes de la producción del mismo
$X_{15}(x_{15})$	Evidencia de mal uso o **atentado**

Los FILTROS son de diferentes tipos.

Se filtran con $F(x > x^*)$ las circunstancias

$$X_1\ X_2\ X_3\ X_4\ X_5\ X_6\ X_7\ X_8\ X_9\ X_{10}\ X_{11}\ X_{13}$$

Se filtran con $F(x < x^*)$ las circunstancias

$$X_1\ X_{12}\ X_{14}\ X_{15}$$

Las calificaciones de las $X_i(x_i)$ tendrán carácter absoluto con los filtros indicados y serán las mismas para Y_1 o Y_2.

Puede procederse de otro modo, fijando un filtro único del tipo $F(x > x^*)$ y realizar dos calificaciones de todas las $X_i(x_i)$.

Una será para Y_1 y otra para Y_2.

Se calificará así cada X_i observado por su influencia sobre Y_1 y por otro lado sobre Y_2.

Se pueden expresar estas calificaciones como $\{[X_i(x_i)/Y_j(y_j)]_{i=1}^{i=15}\}_{j=1}^{j=2}$.

La causa más posible es la de $V[PS(Y_j)]_{j=}^{i=}$.

FIGURAS DEL "SOFTWARE" UTILIZADO

Se presentan a continuación algunas figuras correspondientes a pantallas del "software" utilizado.

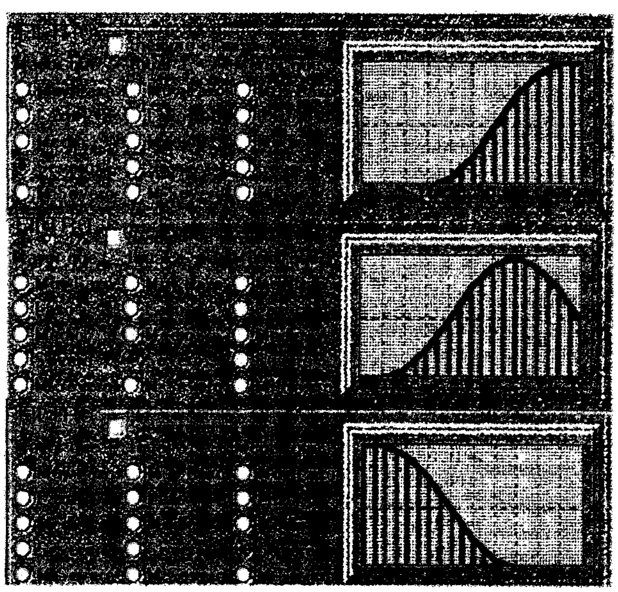

Figura 12. Los tres tipos de filtros disponibles

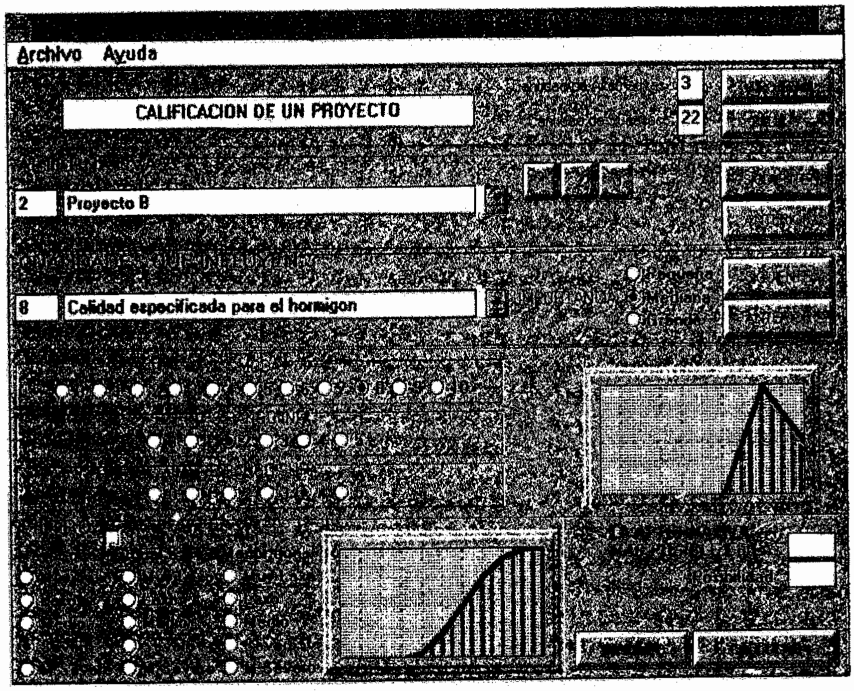

Figura 13. Entrada de datos (Ejemplo A)

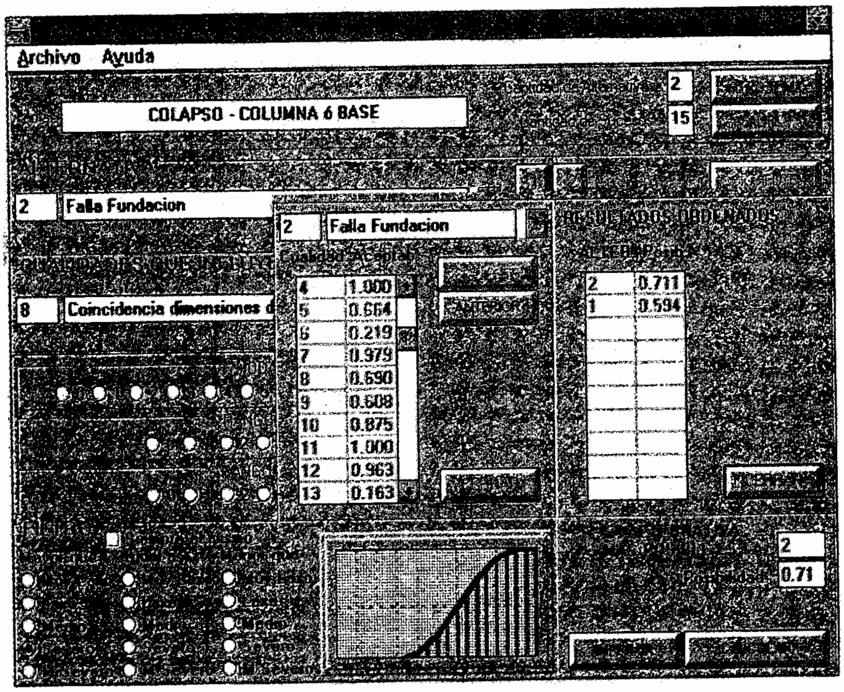

Figura 14. Resultados (Ejemplo B)

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece al ingeniero Javier R. Fazio la elaboración del programa *Posfil* que lleva a cabo el algoritmo que se explica en el trabajo y a Santiago T. Hellers que realizó la composición del texto.

REFERENCIAS

1. A.J. Bignoli, "Las manifestaciones de la incertidumbre y su evaluación", *III. Congreso SIGEF*, Buenos Aires, Noviembre, (1996).
2. G. Klir-Bo Yuan, "*Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*", Prentice Hall, (1995).
3. T. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*", Mc. Graw Hill, (1995).
4. A. Kaufmann y M. Gupta, "*Introduction to Fuzzy Arithmetics*", Van Nostrand, (1992).
5. L. Zadeh, "Fuzzy Sets", *Information and Control*, (1965).
6. J. Isaacson, "Einstein y el nuevo humanismo", *La Nación*, 26 de diciembre, p. 9, (1995).
7. E. de Olaso, "El creador de la modernidad", *La Nación*, 31 de marzo, sec. 6, p. 1, (1996).
8. A.J. Bignoli, "El ajuste de números borrosos", *III Congreso SIGEF*, Buenos Aires, Noviembre, (1996).
9. A.J. Bignoli y J.R. Fazio, "Assesment of Proneness to Failure and Structural Risk with Fuzzy Sets", *STP 4*, Viena, Julio, (1992).