

Generación de acelerogramas artificiales compatibles con un espectro de respuesta. Aplicación a eventos recientes en Colombia y España

Ricardo Bonett y Lluís Pujades

Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica
Jordi Girona s/n, Módulo D-2, 08034 Barcelona, España
Tel.: 34-93-401 18 21, Fax: 34-93-401 72 51
e-mail: ricardo.leon.bonett@upc.es
Tel.: 34-93-401 72 58, Fax: 34-93-401 72 51
e-mail: lluis.pujades@upc.es

Jorge Hurtado

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Ingeniería Civil
Apartado 127, Manizales, Colombia
Tel./Fax: 57-68-810 000 ext. 192
e-mail: jhurtado@emtelsa.multi.net.co

Resumen

Se presenta una metodología para generar acelerogramas compatibles con un espectro de respuesta. Se aplica a dos zonas recientemente afectadas por sismos: 1) la provincia de Murcia (España) y el sismo de Mula del 2 de febrero de 1999 (magnitud 5,0 e intensidad MSK máxima de VII grados) y 2) el Departamento del Quindío (Colombia) y el sismo del 25 de enero de 1999 (magnitud 6,2 e intensidad máxima de X grados). Dos tipos de acelerogramas son generados para cada zona: a) compatibles con los espectros de respuesta (Tipo 1) y b) compatibles con los espectros de diseño propuestos en las respectivas normativas (Tipo 2). El método está basado en la superposición de ondas armónicas cuyas amplitudes son moduladas por una función envolvente temporal (función de modulación de amplitudes), que define la forma del acelerograma, mientras que su contenido frecuencial es modulado por medio de una función de densidad espectral evolutiva de potencia. Los ángulos de fase distribuidos normalmente entre 0 y 2π son generados aleatoriamente. Los espectros de respuesta de los acelerogramas obtenidos y de los registros de sismos reales se comparan con los indicados por las normativas. Finalmente se analizan los daños causados por ambas crisis sísmicas.

GENERATION OF SEISMIC GROUND MOTION SIGNAL FROM RESPONSE SPECTRUM. APPLICATION TO RECENT SEISMIC EVENTS OCCURRED IN SPAIN AND COLOMBIA

Summary

A methodology to obtain ground acceleration time histories matching seismic spectra, is presented. We have applied it to two regions (1) Mula (Spain) and (2) Quindío (Colombia). Recently earthquakes have occurred in these zones: (1) February 2, 1999 earthquake (5.0 magnitude and VII MSK intensity) and (2) January 25, 1999 earthquake (6.2 magnitude and X MSK intensity). This seismic caused severe damage in the region. Two types of accelerograms are generated: a) matching seismic response spectra of real records (Type 1) and b) accelerograms matching seismic design spectrum of Spain and Colombia codes (Type 2). The method is based on the superposition of harmonic components. The amplitudes are modulated by a time enveloping function, called "Amplitude Modulating Function" (AMF), which defines the shape of the accelerogram, while the frequency content is modeled by an evolutionary power Spectral Density Function (SDF). Finally the phases are normal and randomly distributed. In this way the seismic action is modeled as a stochastic process with amplitude and frequency content varying with time. The obtained results are compared with the design response spectra proposed by the Spanish and Colombian seismic codes for the two analysed regions.

INTRODUCCIÓN

La práctica común para el análisis en el dominio temporal de estructuras sometidas a acciones sísmicas utiliza como entrada registros de sismos cercanos al lugar de interés.⁴ No obstante, esta información, que no siempre está disponible, induce una alta incertidumbre en la respuesta estructural, debido a que tales registros no cubren todos los máximos en la banda de frecuencias de interés. Asimismo, las aceleraciones registradas no suelen cumplir los rangos de amplitudes y frecuencias establecidas en los códigos de diseño. La generación de acelerogramas artificiales compatibles con un espectro de respuesta es una excelente herramienta para este tipo de análisis que permite obtener señales que cubren un rango amplio de frecuencias y se ajustan a las amplitudes espectrales especificadas en las diferentes normativas.

El método que se presenta a continuación permite obtener acelerogramas con las siguientes características: 1) modulación temporal de las amplitudes, 2) contenido frecuencial de la señal dependiente del tiempo y 3) densidad espectral de potencia compatible con un espectro de respuesta dado.

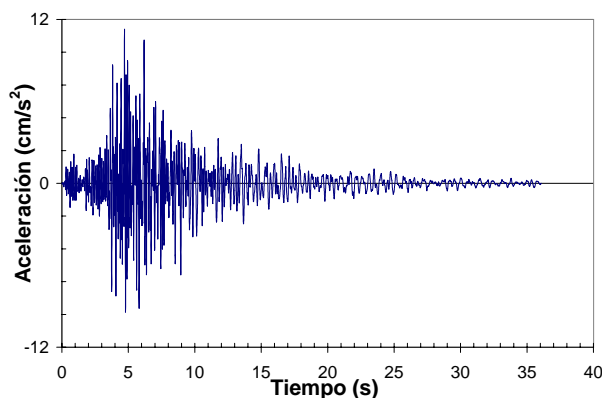


Figura 1. Componente norte-sur del acelerograma correspondiente al sismo del 2 de febrero de 1999 registrado en la ciudad de Lorqui en Murcia (España) ($M_s = 5,0$; $I_{\max} = VII$ MSK)³

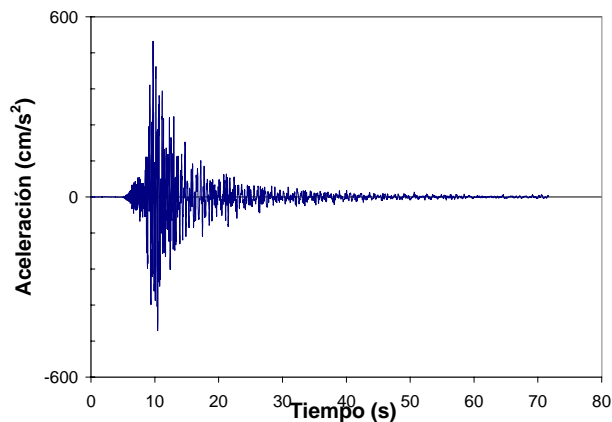


Figura 2. Componente este-oeste del acelerograma correspondiente al sismo del 25 de enero de 1999 registrado en la ciudad de Armenia en Quindío (Colombia) ($M_s = 6,2$; $I_{\max} = X$ MSK)¹⁰

El método es aplicado para obtener dos tipos de acelerogramas:

- Tipo 1: acelerogramas compatibles con el espectro de respuesta de eventos sísmicos reales, ocurridos recientemente en España y Colombia (Figuras 1 y 2).
- Tipo 2: acelerogramas compatibles con los espectros de diseño de la Norma Colombiana de Diseño y Construcción Sismorresistente (NSR-98) y la Norma de Construcciones Sismorresistentes Española (NCSE-94). Para ello se utilizaron los dos espectros previstos para las ciudades de Armenia y Lorquí, respectivamente.

Finalmente, se comparan los espectros de respuesta de los sismos registrados con los espectros de las respectivas normas y se discuten los principales daños ocurridos en las zonas.

MODELO

Los acelerogramas que el modelo permite generar se expresan como historias de aceleraciones compatibles con un espectro de respuesta dado. El método se basa en el hecho de que, bajo determinadas condiciones, cualquier función que use las características de las señales sísmicas puede ser expresada como una superposición de ondas sinusoidales moduladas por una función temporal envolvente que, para nuestro caso, define la forma del acelerograma¹

$$a(t) = \xi(t) \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (1)$$

donde $a(t)$ es la acción. Así, la serie temporal de la aceleración queda completamente definida mediante el número de sinusoides n , la función de modulación de amplitudes $\xi(t)$, las frecuencias angulares ω_i , las amplitudes A_i y los ángulos de fase φ_i . Llamaremos a $\xi(t)$, A_i y ω_i los parámetros espectrales.

CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS ESPECTRALES

Los registros de aceleración obtenidos en superficie libre presentan una naturaleza evolutiva; tanto las amplitudes como el contenido frecuencial de la señal dependen del tiempo. Se definen a continuación las dos funciones utilizadas para modular ambos parámetros.

Función de modulación de amplitudes $\xi(t)$

Para simular el carácter transitorio de los terremotos reales, se utilizan dos tipos de funciones envolventes $\xi(t)$

Tipo 1

Para las señales generadas a partir del espectro de respuesta se utiliza la función propuesta por Yeh–Wen²

$$\xi^2(t) = \frac{at^b \exp(-ct)}{d + t^e} \quad (2)$$

La identificación de los parámetros a , b , c , d y e se logra forzando la equivalencia de las energías asociadas a la función y al registro original.

$$\int_0^{\infty} \xi^2(t) dt = \int_0^{\infty} a^2(t) dt \quad (3)$$

La Figura 3 ilustra la comparación de las energías asociadas a los ejemplos correspondientes al sismo de Mula y Quindío y a sus respectivas funciones de Yeh–Wen ajustadas, cuyos parámetros fueron obtenidos por medio del algoritmo de Levenberg and Marquart.⁷

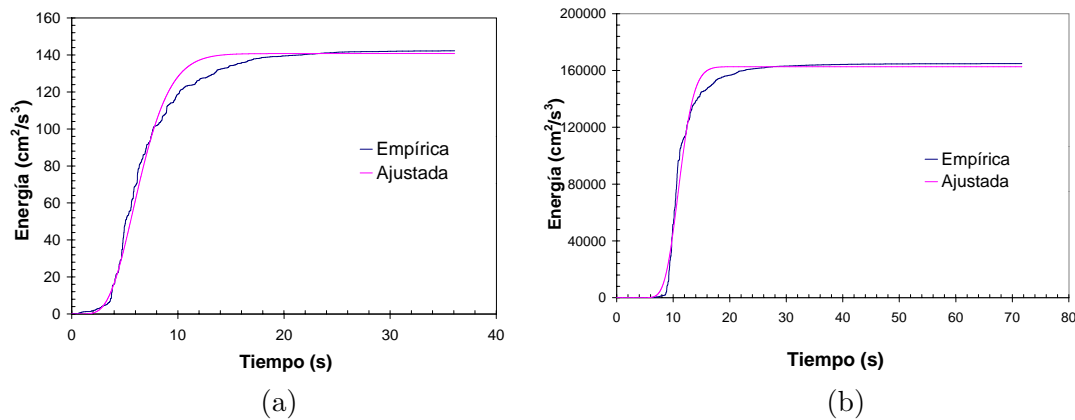


Figura 3. Funciones de energía para los sismos registrados: a) sismo de Mula; b) sismo del Quindío

Los registros de ambas señales, junto con su correspondiente función de modulación de amplitudes, pueden verse en las Figuras 4 y 5

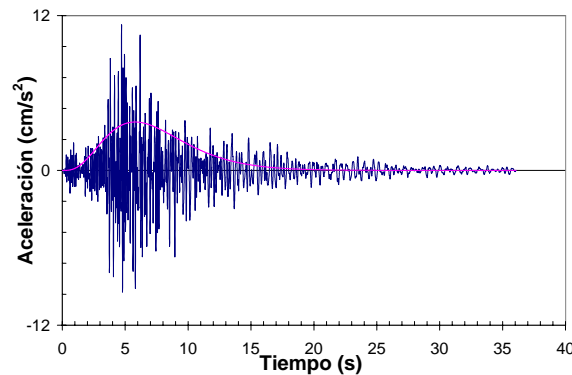


Figura 4. Registro del sismo de Mula y función de Modulación de amplitudes de Yeh–Wen. Parámetros de la función: $a = 0,08$; $b = 7,835$; $c = 1,18$; $d = 1,0 \text{ E-}4$ y $e = 1,0$

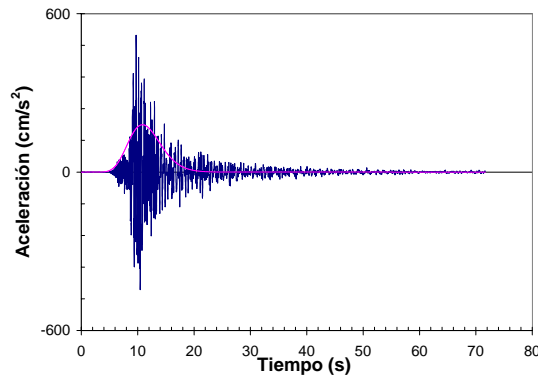


Figura 5. Registro del sismo del Quindío y función de amplitudes de Yeh–Wen. Parámetros de la función: $a = 1,024 \text{ E-}13$; $b = 30,0995$; $c = 2,6809$; $d = 0,01$ y $e = 1,0005$

Tipo 2

La segunda función utilizada corresponde a una envolvente trapezoidal propuesta por Hou⁴ (Figura 6), con la cual modulan señales generadas a partir de espectros de diseño. En este caso, la función $\varphi(t)$ está definida por la duración de la señal t_T , el tiempo de inicio de la parte ascendente del trapecio t_i y la duración efectiva t_d , calculada a partir de la expresión definida por Vanmarcke and Shin-Shenc,⁸ $t_d = -11,32 + 3,733M + 0,079R$, donde M es la magnitud y R es la distancia epicentral.

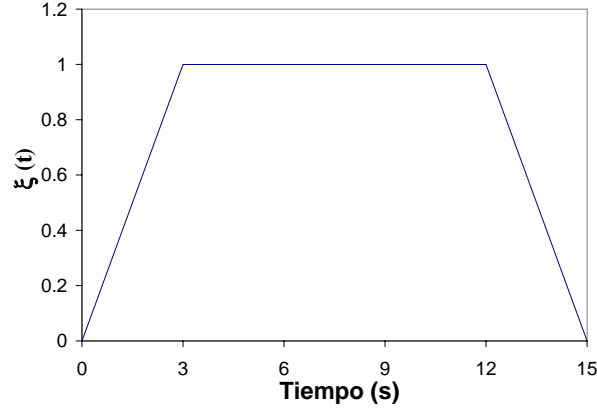


Figura 6. Ejemplo de la función de modulación de Hou $t_i = 2$ s, $t_d = 9$ s y $t_T = 15$ s

Densidad espectral de potencia evolutiva

Para ambos acelerogramas generados, se utiliza una densidad espectral de potencia evolutiva, calculada a partir de un espectro de respuesta, y se considera la variación temporal de las frecuencias (función de modulación de frecuencias).

Para definir la densidad espectral evolutiva es necesario partir de la definición matemática de un proceso estacionario $X(\kappa)$ con incrementos ortogonales⁵

$$X(\kappa) = Z_1 \exp(i\omega_1\kappa) + Z_2 \exp(i\omega_2\kappa) \quad (4)$$

donde Z_1 y Z_2 son variables aleatorias complejas de media nula $i^2 = -1$ y ω_1, ω_2 son constantes. La media del proceso es

$$E[X(\kappa)] = 0 \quad (5)$$

Para que el proceso estacionario tenga incrementos ortogonales, se requiere que $E[Z_1 Z_2^c] = E[Z_2 Z_1^c] = 0$, por lo tanto, la función de autocorrelación se reduce a

$$E[X(\kappa)X^c(\kappa + \tau)] = E[|Z_1|^2] \exp(-i\omega_1\tau) + E[|Z_2|^2] \exp(-i\omega_2\tau) \quad (6)$$

Generalizando, un proceso estacionario con autocorrelación

$$R_X(\tau) = \sum_{r=1}^n E[|Z_r|^2] \exp(i\omega_r\tau) \quad (7)$$

puede ser expresado como la suma de armónicos

$$X(\kappa) = \sum_{r=1}^n Z_r \exp(i\omega_r\kappa) \quad (8)$$

bajo la condición de que $E[Z_j Z_k^c] = 0, \quad j \neq k$

La representación espectral de procesos estacionarios está dada por la integral estocástica de Fourier–Stieltjes

$$X(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega\tau) dZ(\omega) \quad (9)$$

donde $Z(\omega)$ es un proceso estocástico complejo con incrementos ortogonales, es decir

$$E [dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)^c] = 0 \quad (10)$$

para $\omega_1 \neq \omega_2$ y

$$E [|dZ(\omega)|^2] = d\phi(\omega) \quad (11)$$

para $\omega_1 = \omega_2$, donde $\phi(\omega)$ es una función aleatoria no necesariamente continua. La diferencia entre esta representación y la de una integral convencional de Fourier–Stieltjes reside en que la función $Z(\omega)$ es también un proceso estocástico, lo cual implica que es diferente para las diversas realizaciones del proceso $X(\kappa)$. Por lo tanto, las diferenciales en integrales involucradas deben ser entendidas en sentido estocástico (es decir, en media cuadrática).

Si la función $\phi(\omega)$ es absolutamente continua, su diferencial puede representarse como

$$d\phi(\omega) = S_X(\omega)d\omega \quad (12)$$

donde $S_x(\omega)$ es la densidad espectral de potencia de $X(\kappa)$. Sea el argumento del proceso $X(\kappa)$ una función continua estrictamente creciente del tiempo. Se puede crear un nuevo proceso de la forma

$$Y(t) = X(\kappa(t)) \quad (13)$$

cuya función de autocorrelación local⁶ puede expresarse como

$$R_Y(t, \tau) = E \left[X \left(t + \frac{\tau}{2} \right) X \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(i\omega_1\kappa \left(t + \frac{\tau}{2} \right) - i\omega_2\kappa \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right) E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)] \quad (14)$$

y teniendo en cuenta las propiedades del proceso $Z(\omega)$ [ecs. (10) y (11)], se reduce a

$$R_Y(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega\kappa'(t)) S_X(\omega) d\omega \quad (15)$$

para un τ infinitesimal.⁵ Haciendo el cambio de variable $\bar{\omega} = \kappa'(t)\omega$, se obtiene finalmente

$$R_Y(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega\tau) \frac{1}{\kappa'(t)} S_X \left(\frac{\bar{\omega}}{\kappa'} \right) d\bar{\omega} \quad (16)$$

donde $\kappa'(t)$ es la primera derivada de $\kappa(t)$ con respecto al tiempo. Esta expresión constituye la relación especial de Wiener–Jinchin del proceso $Y(t)$. La condición impuesta sobre la función $\kappa(t)$ (específicamente, de ser una función estrictamente creciente) surge de la necesidad de tener una densidad espectral positiva, lo cual a su vez implica una derivada positiva. Una función que satisface este requerimiento y que está estrechamente relacionada con la evolución de la frecuencia del registro sísmico es el número acumulado de ceros de aceleración (cruces–cero) desde el inicio del registro hasta el tiempo t . La expresión propuesta por Yeh–Wen² para la función de modulación de frecuencias es

$$\kappa(t) = \frac{\eta(t)}{\eta'(t_s)} \tag{17}$$

donde $\eta(t)$ es una función polinomial del tiempo ajustada a la función real de cruces-cero y $\eta'(t)$ es su primera derivada, es decir

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^M r_i t^i \tag{18}$$

donde t_s es el tiempo del comienzo de la fase fuerte del movimiento y r_i son los coeficientes del polinomio de grado M . La densidad espectral evolutiva del proceso modulado $Y(t) = X(\kappa(t))$ es

$$G_Y(\omega, t) = \frac{1}{\kappa'(t)} G_X \left(\frac{\omega}{\kappa'(t)} \right) \tag{19}$$

Los subíndices Y y X hacen referencia a los procesos $Y(t)$ y $X(t)$. Así pues, una vez considerada la naturaleza evolutiva de la densidad espectral, el objetivo final es estimar la función de densidad espectral G_X para una señal desconocida $X(t)$ a partir del espectro de respuesta de velocidades $S_v(\omega_n)$ y de la fracción del amortiguamiento crítico v . En la referencia 1 se propone la siguiente expresión aproximada

$$G_X(\omega_n) \approx \frac{1}{\omega_n \left(\frac{\pi}{4v_s} - 1 \right)} \left[\frac{\omega_n^2 S_v^2(\omega_n)}{\zeta_{s;p}^2} - \int_0^{\omega_n} G_X(\omega) d\omega \right] \tag{20}$$

donde $S_v(\omega_n)$ es el nivel de velocidad bajo el cual el valor absoluto de la respuesta del sistema tiene una probabilidad p de ser excedido cuando se excita mediante una señal estacionaria $X(t)$ de duración s , $\zeta_{s;p}$ es un factor pico, que es función de la probabilidad p y la duración s y v_s es un amortiguamiento viscoso, que para efectos prácticos se puede tomar igual al amortiguamiento real.

Las Figuras 7a y 7b muestran las curvas ajustadas al número de cruces cero de los registros del sismo de Mula y Quindío, respectivamente. Se han utilizado ambas funciones para generar los dos tipos de acelerogramas. No obstante, es claro que un solo registro difícilmente representa completamente las condiciones de la zona, por lo que se requiere un estudio más amplio, en el cual se consideren varios registros.

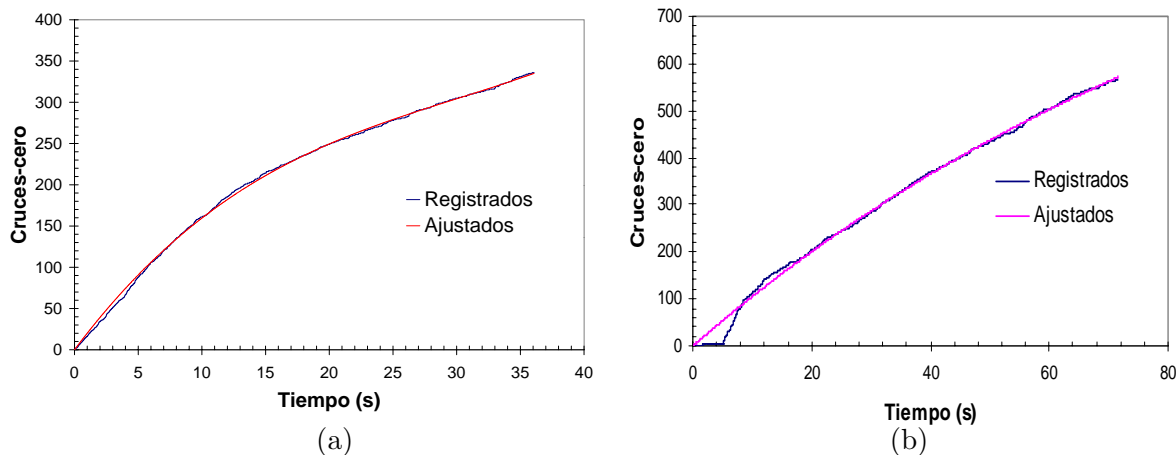


Figura 7. Funciones de modulación de frecuencias. a) Sismo de Mula – parámetros de la función: $r_1 = 20,5944$; $r_2 = -0,5211$; $r_3 = 5,7597E-3$ y $\eta(t_s) = 17,6228$, b) Sismo del Quindío – parámetros de la función: $r_1 = 10,9787$; $r_2 = -5,1611E-2$; $r_3 = 1,3546E-4$ y $\eta(t_s) = 10,0730$

El cálculo de la densidad espectral G_X [ec. (14)] dependerá del espectro que se utilice para generar la señal.

Las Figuras 8 y 9 muestran las densidades espectrales calculadas a partir de los espectros que definen el tipo de señal a generar.

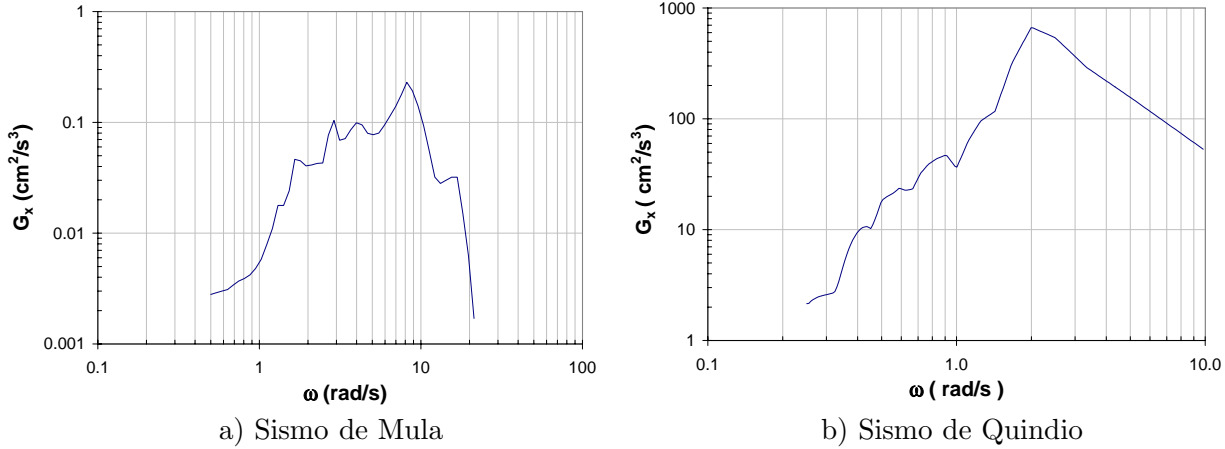


Figura 8. Densidad espectral de potencia G_X calculada a partir de los espectros de respuesta de los sismos considerados (Tipo 1)

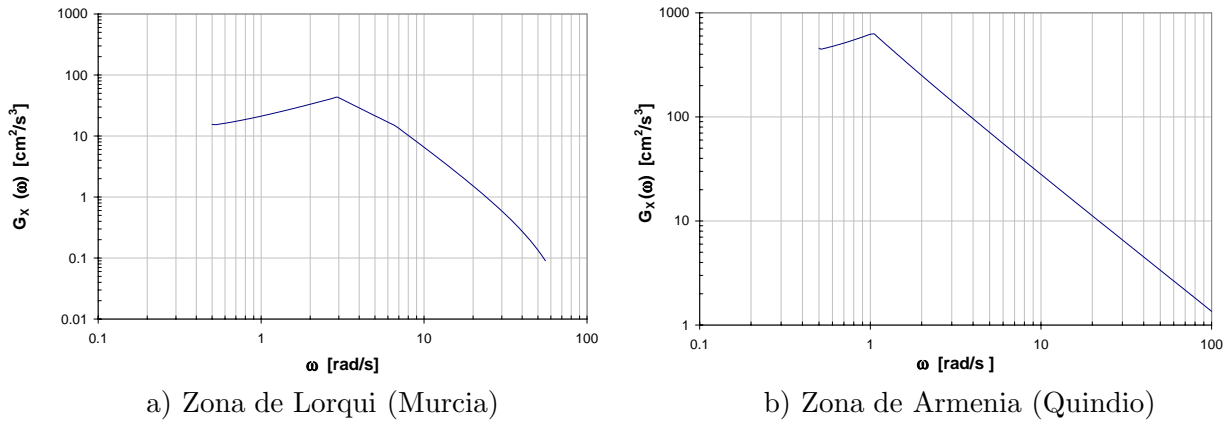


Figura 9. Densidad espectral de potencia calculada a partir de los espectros de diseño de ambas normativas (Tipo 2)

La definición de la densidad espectral evolutiva finalmente permite obtener las amplitudes A_i del acelerograma a generar

$$A_i \approx \sqrt{2G_Y(\omega_i, t)\Delta\omega_i} \quad (21)$$

MEJORA DE LA SEÑAL ARTIFICIAL

Una vez definidos todos los parámetros espectrales, el acelerograma artificial puede obtenerse reemplazando cada uno de ellos en la ecuación (1).

Sin embargo, la señal así obtenida presenta algunas deficiencias que pueden ser corregidas fácilmente.

Usamos una corrección parabólica de la línea base para corregir el acelerograma artificial. Asimismo, teniendo en cuenta que el algoritmo descrito no garantiza que la máxima

aceleración sea igual a la aceleración pico dada (PGA), normalizamos las aceleraciones de tal manera que las aceleraciones máximas no excedan este valor. Estos ajustes hacen que el espectro de respuesta de la señal artificial no sea exactamente igual al especificado, pero es posible mejorar el ajuste entre ambos. Para ello se utiliza un procedimiento iterativo en el que se compara el espectro de respuesta con el especificado en un conjunto de frecuencias de control. Para cada frecuencia se obtiene la relación entre la respuesta deseada y la calculada. Para mejorar el ajuste, se modifica el valor correspondiente de la función de densidad espectral de potencia

$$G(\omega_j)_{i+1} = G(\omega_j)_i \left[\frac{S_v(\omega_j)}{S_v^i(\omega_j)} \right]^2 \tag{22}$$

Este procedimiento puede no converger en todas las frecuencias de control. El proceso descrito se basa en la hipótesis de que el valor de la densidad espectral de potencia en una frecuencia dada, depende exclusivamente de tal frecuencia.¹ Sin embargo, ésta depende también de valores de dicha función en frecuencias cercanas. Por esta razón, el algoritmo iterativo descrito mejora el ajuste sólo en las primeras iteraciones, en las que el efecto de las frecuencias lejanas es despreciable.

SEÑALES GENERADAS

Tipo 1

La Figura 10 muestra las señales obtenidas a partir de los espectros de respuesta de los acelerogramas de los sismos de Mula y Quindío. Se han generado con intervalos de tiempo de 0,005 s, lo que proporciona 12 800 valores de aceleración para el ejemplo de Mula y 13 001 para el de Quindío. Las señales fueron generadas utilizando series de 1958 y 1847, ambas con sus correspondientes frecuencias, amplitudes y ángulos de fase aleatorios. Se hicieron los ajustes de línea base, aceleración máxima y de respuesta espectral con 10 ciclos iterativos.

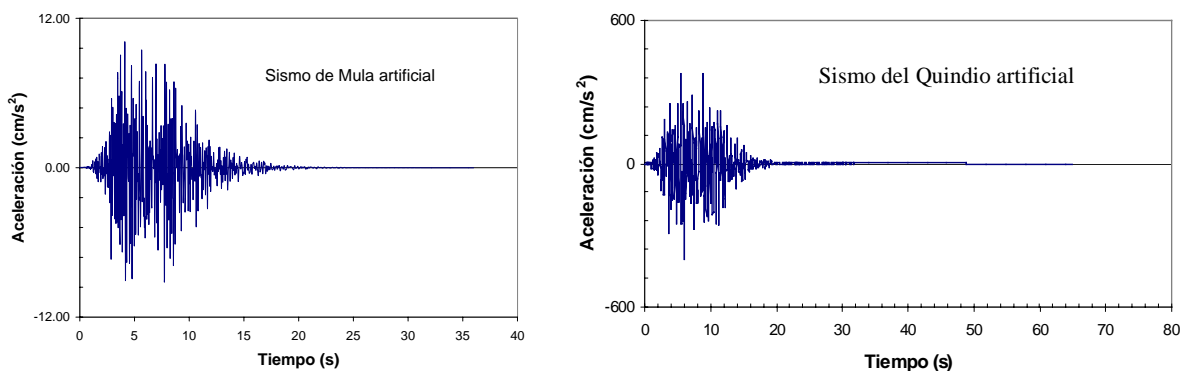


Figura 10. Acelerogramas artificiales compatibles con espectros de respuesta

Tipo 2

En la Figura 11 pueden verse las señales finales obtenidas. Ambas con un incremento temporal igual a 0,005 s, una duración total de la señal de 15 s y con 3001 armónicos, que corresponde también al número de frecuencias y ángulos de fase generados.

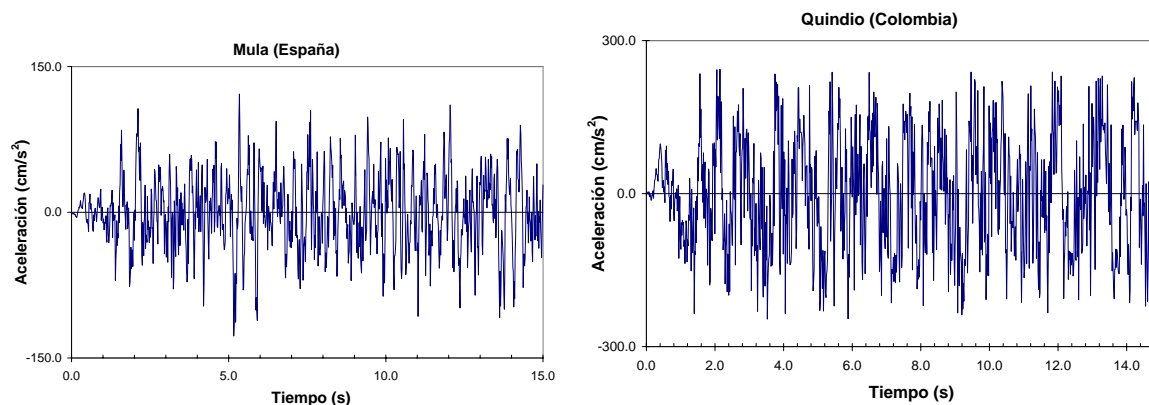


Figura 11. Acelerogramas artificiales compatibles con espectros de diseño

COMPARACIÓN Y DISCUSIÓN DE LOS MÉTODOS

Se ha presentado una metodología que permite obtener acelerogramas artificiales compatibles con un espectro de respuesta dado. Dos tipos de espectros han sido utilizados para la generación de la señal, conviene por tanto separar la discusión para cada uno de ellos.

Tipo 1

En la Figura 12 se comparan los espectros de respuesta de los ejemplos de Mula y Quindío con los espectros correspondientes a las señales generadas. La diferencia media entre ellos es del 16 y el 10 %, respectivamente. Ambos valores pueden ser tomados como pequeños desde el punto de vista práctico.

Este tipo de acelerogramas puede ser usado para el análisis de la respuesta de una estructura frente a un tipo de solicitación determinada. Esto puede ser útil para estudios y/o ensayos de laboratorio sobre modelos propuestos.

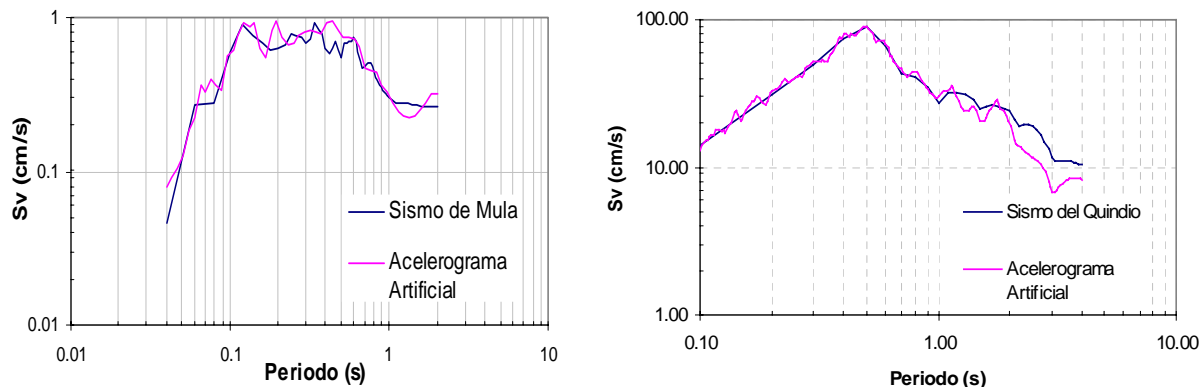


Figura 12. Comparación entre espectros de velocidades ($v = 5\%$)

Tipo 2

Estos acelerogramas son de mucha utilidad para zonas donde los registros de movimientos sísmicos son escasos. La posibilidad de obtener señales que se ajusten a las recomendaciones de las normativas hace de estas señales las más aconsejables para llevar a cabo análisis

dinámicos. El excelente ajuste que se logra entre ambos espectros (diferencia media menor al 5 %) da un margen de confianza bastante amplio. No obstante, vale la pena no desconocer la forma cómo han sido definidos los espectros en las diferentes normativas, de lo que dependerá que la señal generada represente adecuadamente las características de la región de interés. Análisis post-terremoto nos permitirán revisar la calidad de los diseños a la luz de los espectros de las diferentes normativas.

Puede verse cómo los espectros de las señales generadas corresponden muy bien con los espectros de diseño de las normativas; no obstante, están muy lejos de los espectros correspondientes a los acelerogramas registrados (Figura 13).

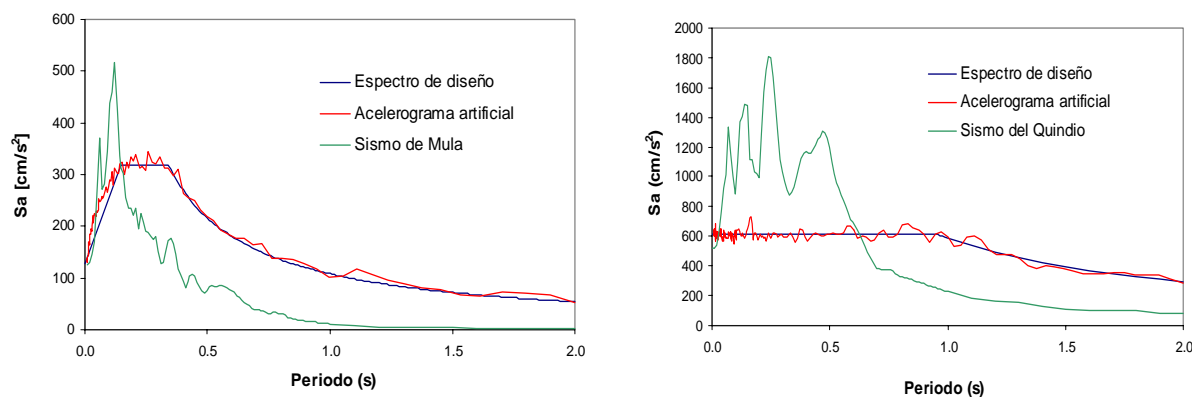


Figura 13. Comparación entre espectros de aceleración ($v = 5\%$)

En efecto, para el sismo del Quindío, los efectos de amplificación (niveles de hasta 2 y 3 veces los provistos por las normativas Colombianas) asociados a la presencia de rellenos artificiales y suelos blandos de origen volcánico y a la topografía del lugar causaron daños severos en las construcciones de la zona.

Por otro lado, el espectro correspondiente al sismo de Mula muestra efectos de amplificación para las altas frecuencias (períodos por debajo de 0,15 s). Esta característica es típica de eventos de baja magnitud.

Es importante anotar, que los ajustes logrados en el Tipo 2 (Figura 13) son mucho mejores que los del Tipo 1 (Figura 12), lo cual obedece al espectro que se utiliza para generar el acelerograma. Así, espectros de respuesta con variaciones fuertes en amplitud en rangos frecuenciales pequeños (Tipo 1) son mucho más difíciles de ajustar mediante este método iterativo.

CONCLUSIONES

1. Se presenta una excelente herramienta para la generación masiva de acelerogramas artificiales compatibles con espectros de respuesta de registros reales y espectros de diseño, de aplicación importante para análisis dinámico de estructuras.
2. Se han analizado dos ejemplos de crisis relativamente recientes: Quindío y Mula, poniéndose de manifiesto la habilidad de los métodos para reproducir ejemplos reales y para generar acelerogramas sintéticos en lugares de sismicidad moderada o baja en los que no se dispone de ellos.
3. Finalmente, un análisis somero de los daños ha permitido confirmar la importancia tanto de los niveles de aceleración como del ancho de banda frecuencial en los daños causados.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por la CICYT del Ministerio de ciencia y tecnología (proyectos de investigación: AMB98-0558, REN 2000-1740-C05-01 RIES y REN 2001-2418-C04-01 RIES) y por la Comisión Europea (proyecto RISK-UE, contrato N. EVK4-2000-00513).

REFERENCIAS

- 1 A.H.Barbat, L. Orosco, J.E Hurtado y M. Galindo, “Definición de la acción sísmica”, A.H. Barbat (ed.), Monografía CIMNE IS-10, (1994).
- 2 C.H Yeh y Y.K. Wen, “Modeling of nonstationary ground motion and analysis of inelastic structural response”, *Structural Safety*, Vol. **8**, pp. 281–298, (1990).
- 3 “Estudio de la atenuación instrumental sísmica en las regiones de ocurrencia de terremotos recientes en la península Ibérica”, Informe para el Ministerio de Fomento, Instituto Geográfico Nacional, elaborado por la Universidad Politécnica de Cataluña, (1999).
- 4 F.C Barranco y J.B Silva, “Seismic ground motion signals from design spectrum for soft soil in Mexico city”, *Proceedings of the Twelfth World Conference on Earthquake Engineering*, New Zealand, (2000).
- 5 J.E. Hurtado, “Modelación estocástica de la acción sísmica”, A.H. Barbat (ed.), Monografía CIMNE IS-33, (1999).
- 6 J.S Bendat y A.G. Piersol, “*Random data: analysis and measurement procedures*”, John Wiley and Sons, New York, (1971).
- 7 W.H Press *et al.*, “*Numerical recipes in FORTRAN*”, second edition, Cambridge University Press, Cambridge, (1990).
- 8 S. Hou, “On the response of single and multidegree of freedom systems to nonstationary random excitations”, *J. Sound Vib.*, Vol. **7**, pp. 393–416, (1968).
- 9 F. Espinoza, “Determinación de características dinámicas de estructuras”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, (1999).
- 10 O. Cardona, “Lecciones para la ingeniería sísmica y la prevención de desastres”, Reporte especial, (1999).