

COMPACTACIÓN LOCALIZADA EN UN MEDIO GRANULAR SOMETIDO A COMPRESIÓN UNIDIMENSIONAL¹

Julio R. Valdes² y Johan C. Gally³

Resumen: Experimentos que involucran la compresión unidimensional de un material granular compuesto de granos quebradizos porosos, revelan la existencia de dos procesos distintos de compactación localizada que se propagan dentro de la muestra y en direcciones opuestas. Los datos PIV (“particle image velocimetry”) sugieren que un proceso se debe al deslizamiento del material a lo largo de las paredes de la celda, mientras que el otro proceso se debe a la incapacidad de la muestra para deslizarse más allá del límite inferior de la celda. La movilización de fricción límite y la rotura de granos parecen ser necesarias para el surgimiento de la propagación observada de compactación localizada.

Palabras clave: banda de compactación, compactación localizada, rotura

LOCALIZED COMPACTION IN A GRANULAR MEDIUM SUBJECTED TO ONE-DIMENSIONAL COMPRESSION

Abstract: Experiments involving the one-dimensional compression of a granular material composed of brittle porous grains reveal evidence of two distinct localized compaction processes that propagate within the specimen and in opposite directions. PIV (particle image velocimetry) data suggest that one process is due to slippage of the material along the cell's walls, whereas the other results from the specimen's inability to slip beyond the bottom boundary of the cell. The mobilization of boundary friction and grain breakage appear necessary for the emergence of the observed propagation of localized compaction.

Keywords: breakage, compaction band, localization

INTRODUCCIÓN

La rotura granular se produce cuando las fuerzas inter-granulares superan la resistencia interna (Kendall, 1978). La rotura causa alteraciones del material, concretamente en cambios en la gradación y forma de los granos; estas alteraciones tienen profundas implicaciones en las propiedades de comportamiento a macro-escala del empaque granular, por ejemplo, resistencia, cambios en rigidez (Lee y Seed, 1967; Yamamuro et al., 1996; Zimmer et al., 2007; Kuwajima et al., 2009) y las características a micro escala que son intrínsecas a ese comportamiento, es decir, distribuciones de fuerza de contacto (Marketos y Bolton, 2009; Ben-Nun et al., 2010). En general, la rotura granular aumenta con aumento de presión, aumento de tamaño y angularidad del grano, y la disminución de la resistencia del grano-material, y puede verse afectada por la presencia de fluidos (Nakata et al., 1999; Nakata et al., 2001). El papel que la rotura de granos desempeña a nivel macro-escala es especialmente importante cuando los granos presentan porosidad interna (Tarantino y Hyde, 2005; Donohue et al., 2009). El número de coordinación (es decir, el número de contactos por grano) es importante: las partículas más pequeñas tienen una mayor resistencia debido a que la probabilidad de defectos internos disminuyen, pero sufren más roturas debido al bajo número de coordinación (McDowell y Bolton, 1998). En estructuras inicialmente densas, los números de coordinación altos producen un efecto de confinamiento de los granos, produciendo rotura de tipo desconchado; por el contrario, los granos en estructuras sueltas muestran rotura de tipo rajada debido a la baja coordinación. La interacción entre los números de contacto y el tamaño del grano facilita una gradación inducida por roturas que tiende a una distribución fractal (McDowell et al., 1996; Åström y Herrmann, 1998; Ben-Nun y Einav, 2010).

¹ Artículo recibido el 23 de Septiembre de 2011 como parte del 2do Encuentro Latino de Profesores de Geotecnia. Artículo aceptado en versión final el 15 de noviembre de 2011.

² Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Estatal de San Diego, 5500 Campanile Dr., San Diego, CA 92182, USA. E-mail: jvaldes@mail.sdsu.edu

³ Estudiante de Post-grado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Estatal de San Diego, 5500 Campanile Dr., San Diego, CA 92182, USA. E-mail: johangally@gmail.com

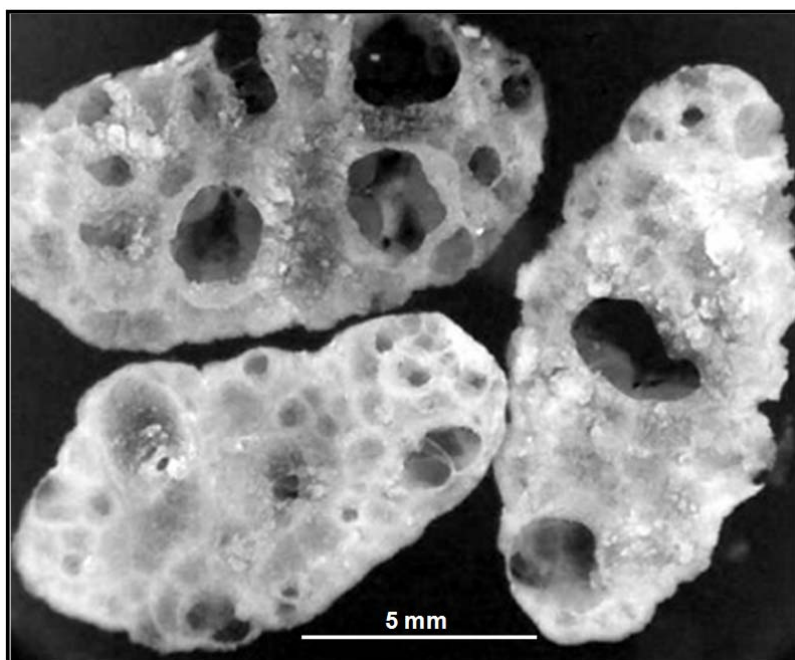


Figura 1: Granos quebradizos de cereal de arroz inflado.

Los experimentos de rotura granular suelen llevarse a cabo mediante compresión unidimensional del material granular. El pistón se empuja axialmente a una dada tasa de desplazamiento v , y el esfuerzo axial σ se mide durante la carga. Los esfuerzos de transición tales como el esfuerzo de fluencia (σ_y) más allá de donde ocurre la rotura severa, se determinan a partir del resultado de la curva de carga-deformación (σ - ϵ), y la muestra se tamiza para determinar el grado de rotura mediante la comparación de la gradación inicial y la final (Hardin, 1985; Einav, 2007). Debido a que la muestra se comprime en una celda rígida, la fricción de pared lateral surge durante la carga y el esfuerzo se concentra debajo del pistón. Basado en la literatura (por ejemplo, Olson, 1986; Yamamuro et al., 1996; Valdés y Evans, 2008), uno esperaría rotura localizada en esta zona; sin embargo, las dimensiones de esta zona y su evolución durante la carga no se conocen, y de hecho son importantes para la interpretación de experimentos que hacen uso del mecanismo de concentración de esfuerzos (por ejemplo, la estabilidad interna de las arenas trituradas: Valdés y Koprulu, 2008).

MONITOREO DE EMISIÓN ACÚSTICA

En este trabajo se ha buscado caracterizar la zona de esfuerzo concentrado y de su evolución utilizando mediciones de Emisión Acústica (EA). Se han seleccionado granos secos y quebradizos de cereal de arroz inflado (Figura 1) en un esfuerzo por simular los sedimentos naturales compuestos de granos triturables, porosos y biogénicos (por ejemplo, la arena de coral o diatomeas). Además, los granos seleccionados son grandes y débiles, y por lo tanto producen EA de alta amplitud cuando se someten a esfuerzos bajos. La muestra se encuentra dentro de una celda de compresión unidimensional equipada con dos sensores de EA (Figura 2): uno situado cerca del pistón (sensor No. 1), y la otra cerca de la placa inferior (sensor No. 2). Se esperaba que surgiera una banda de compactación (por ejemplo: Aydin, 1978; Issen y Rudnicki, 2000; Baud et al., 2004; Marketos y Bolton, 2010) cerca del pistón, y tal vez que la banda hubiera tenido un crecimiento en grosor durante la carga (por ejemplo: Olsson y Holcomb, 2000; DiGiovanni et al., 2001; Marketos y Bolton, 2009). Se cargó la muestra monotónicamente a una velocidad de $v = 1.3$ mm/s. Se esperaba una captura de EA severas con el sensor No. 1 (cerca del pistón y por lo tanto de la banda de compactación) y la mínima EA con el sensor No. 2 cerca de la platina inferior (lejos de la banda). Por el contrario, se capturaron ráfagas intermitentes de EA que se alternaron durante la carga, como se muestra en la Figura 3. Es decir, la producción de EA severa pareció alternar entre la parte superior e inferior de la muestra. Este resultado inesperado llevó a que se examinara el proceso de compactación más profundamente, a través de un método de visualización.

TÉCNICA DE VISUALIZACIÓN

Dos observaciones importantes se hacen a partir de los datos de EA presentados en la Figura 3: (1) en cierto momento t_1 una actividad de rotura significativa se localiza a una cierta profundidad z_1 , mientras que en $t_2 > t_1$, la actividad de la rotura se localiza en $z_2 \neq z_1$; es decir, una zona localizada de rotura parece propagarse dentro de la muestra, y (2) existen

más de dos estallidos de actividad EA. La zona localizada de rotura pasa por cada uno de los dos sensores más de una vez. Por lo tanto, la zona localizada de rotura debe propagarse más rápido que la tasa impuesta de acortamiento de la muestra.

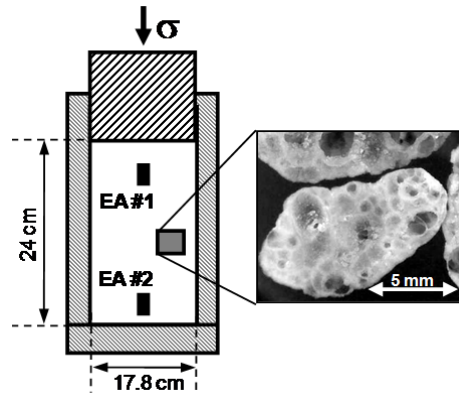


Figura 2: Celda de compresión unidimensional equipada con dos sensores de EA.

Para aumentar la distancia de propagación de la zona localizada de rotura hipotética, se ha construido una segunda celda, pero de más altura (Figura 4). Esta celda está hecha de paredes gruesas de acrílico para permitir la visualización del proceso de compactación. Se montaron celdas de carga en los límites superiores e inferiores para permitir el cálculo del esfuerzo llevado por la fricción de las paredes laterales, que de hecho se espera que sea el responsable del proceso de localización. La celda de carga del pistón se colocó en la parte superior de la muestra, entre el pistón y la placa móvil. La celda de carga de la placa inferior se colocó debajo de la muestra. La muestra se comprimió con $v = 1.3 \text{ mm/s}$ con un marco de reacción de 100 kN para eliminar los efectos de deformación relativa del sistema (una carga máxima de 4 kN fue impuesta en la prueba). La muestra fue filmada digitalmente durante la carga. Las imágenes fueron analizadas en MATLAB mediante un algoritmo de correlación de imágenes PIV ("Particle Image Velocimetry") creado por White et al. (2003). El método PIV rastrea la migración de arreglos de píxeles ("patches") durante la carga. El arreglo inicial se ve en la Figura 4. Una comparación de coordenadas x_i, z_i y un x_{i+1}, z_{i+1} (para cada arreglo o "patch") proporcionan el desplazamiento y dirección del arreglo, en el incremento de tiempo considerado. El desplazamiento se denota por un vector. En cualquier momento durante la carga, todos los vectores de todos los arreglos pueden ser trazados como un campo de desplazamiento incremental, aquí denominado un "trazado de vectores".

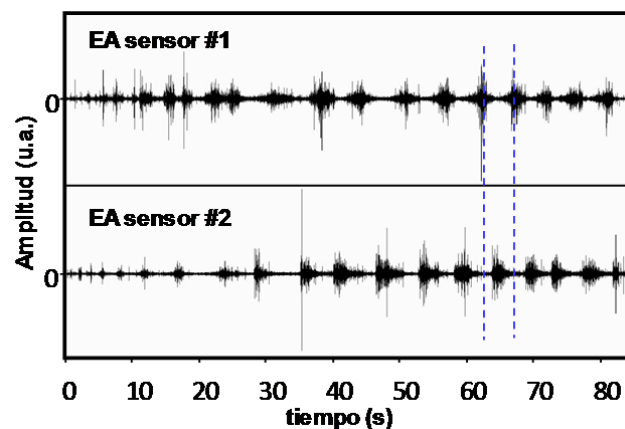


Figura 3: Ráfagas intermitentes de EA que se alternan durante la carga.

RESULTADOS

Los datos de tiempo versus esfuerzos se muestran en la Figura 5. Obsérvese que el esfuerzo registrado en la parte inferior de la muestra es menor que el esfuerzo registrado en la parte superior. Claramente, la diferencia es el esfuerzo realizado por los límites laterales a través de la fricción. Se debe tener en cuenta también que picos de esfuerzo se registran en ambos límites. Curiosamente, los picos registrados por la célula de carga del pistón muestran caídas repentinas de tensión, mientras que los picos registrados en la celda de carga de la placa inferior son saltos bruscos de tensión (ver recuadro en la Figura 5). La diferencia (caída vs. salto) refleja una diferencia en la mecánica granular en juego.

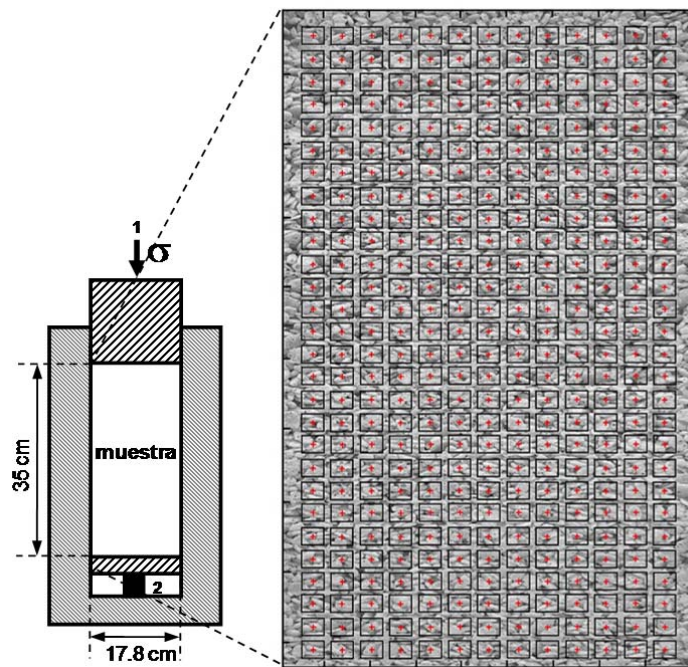


Figura 4: Celda transparente equipada con dos células de carga (sobre el pistón: 1 y bajo la placa inferior: 2). A la derecha: parches inicialmente arreglados en la primera imagen de la filmación.

La Figura 6 muestra picos de esfuerzo seleccionados y los trazados de vectores correspondientes. Esta figura permite la estimación de la porción de la muestra que está sujeta a compactación localizada en un momento determinado. Por lo tanto, la figura proporciona una clara indicación que la compactación localizada se propaga dentro de la muestra. Por ejemplo, cuando ocurre el pico indicado en la figura como (9), los vectores en el trazado de vector PIV correspondiente son insignificantes, excepto inmediatamente por debajo del pistón. Debido a que el pico (9) es una caída de esfuerzo, se puede especular que en este momento sobreviene una acción de compactación súbita por debajo del pistón, tal vez debido a la baja resistencia y colapsabilidad de los granos. Cuando el pico (10) se produce en la placa inferior – que se produce poco después del pico (9) – el trazado del vector muestra vectores de amplitud similar que llenan todo el trazado, lo cual indica que toda la muestra se deforma homogéneamente o se desliza en su totalidad causando que la célula de carga en la placa inferior registre un aumento de esfuerzo. La acción de compactación se encuentra en la dirección de la carga, entre los picos (9) y (10). Los trazados de vectores que siguen al pico (10) (se muestran seis) revelan un frente de localización de compactación (interfaz entre el material móvil y estático) que se propaga contra la dirección de la carga (desde la placa inferior hacia el pistón). La velocidad de este frente conduce a la compactación en lo que parece ser un reembalaje regresivo de los granos. Una vez que este frente "de retroceso" alcanza el pistón, vuelve a surgir el avance de compactación delantera. El ciclo de compactación descrito ocurre varias veces, confirmando los argumentos hechos por la consideración de los múltiples estallidos de EA registrados durante las pruebas preliminares (Figura 3). Las mismas observaciones hechas para los picos (9), (10) y (11) se pueden ver en tríos de picos posteriores, por ejemplo, los picos (25), (26) y (27), como se muestran en la Figura 6.

DISCUSIÓN

Los datos presentados en las Figuras 3, 5 y 6 sugieren que los procesos de localización observados muestran una concentración de esfuerzo en la parte superior de la muestra. Se especula que una repentina pérdida de volumen se produce si los granos se quiebran de repente dentro de esta zona (esto es posible, ya que los granos probados tienen alta porosidad interna, véase la Figura 1). La pérdida de volumen se manifiesta como una disminución de esfuerzo sobre el pistón (por ejemplo, el pico (17) en la Figura 5). El pistón puede entonces responder "cayendo" sobre la muestra, lo que produce el proceso de propagación hacia adelante. Entonces surge una pregunta: ¿desempeña un papel la fijación del pistón en el proceso observado de compactación localizada? Los resultados presentados en las Figuras 3, 5 y 6 se obtuvieron con el pistón no adherido al bastidor de carga. Hemos llevado a cabo una nueva prueba con el pistón adherido al bastidor, para así eliminar los posibles efectos de la inercia del pistón. Los trazados de vectores seleccionados en la Figura 7 muestran que los procesos de compactación en cuestión no se ven afectados por la condición de fijación del pistón, es decir, la propagación de compactación localizada también se da en este caso. Por lo tanto la acción de compactación generada por la rotura repentina de los granos parece liberar energía local de tensión almacenada que entonces se utiliza para comprimir toda la muestra.

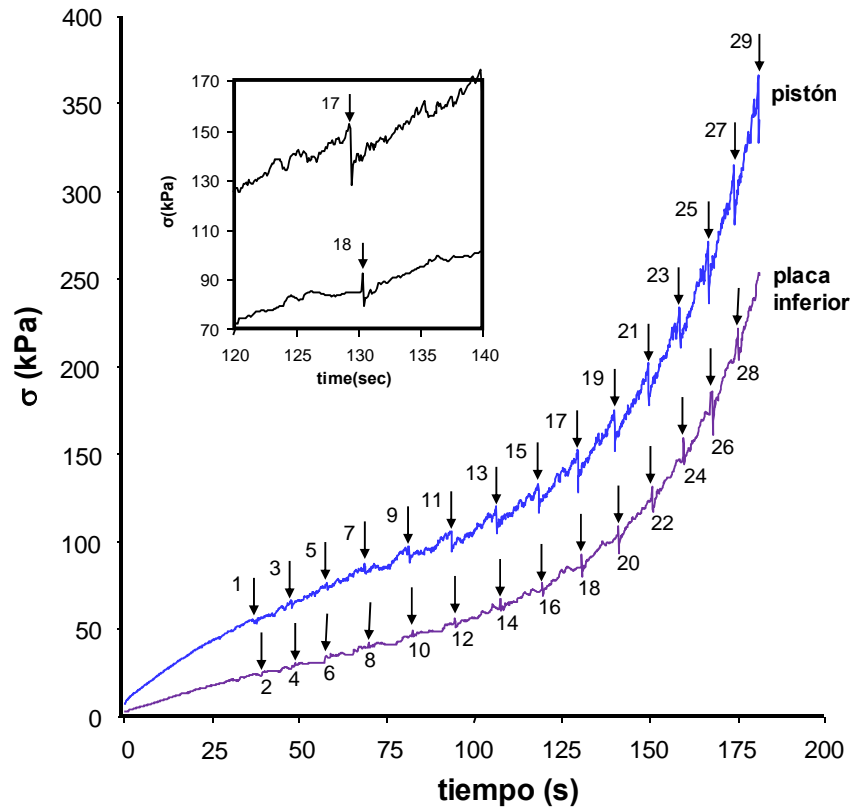


Figura 5: Variación de las tensiones registradas por las celdas de carga superior e inferior durante el ensayo (pistón no adherido al bastón de carga).

Las Figuras 6 y 7 proporcionan sólo algunos de los varios cientos de trazados de vectores recogidos durante cada experimento. Para representar los resultados de un experimento completo con una sola figura, se procedió a recoger todos los trazados de vectores para cada experimento en una sola matriz, a base de la siguiente observación. Nótese que de la Figura 6, los vectores a lo largo de una fila determinada de un trazado de vectores son, en general, de una magnitud similar. Al sacar el promedio de todos los vectores en cada fila de los trazados de vectores, se redujo cada trazado de vectores a una columna de vectores. De esta manera se crea una matriz compuesta de todas las columnas de vectores generadas por un experimento.

La matriz generada para el experimento descrito en las Figuras 5 y 6 se muestra gráficamente en la Figura 8, donde el eje de abscisas muestra la deformación unitaria ϵ , la ordenada muestra la profundidad z de la muestra, y las magnitudes promedio de los vectores se denotan por colores. Obsérvese que cuando $\epsilon < 0.14$, la compactación se localiza en la mitad superior de la muestra, con deformación pronunciada por debajo del pistón y una disminución gradual en la tasa de deformación con la profundidad z . La acción de avance de compactación y el frente de retroceso, representados por la transición de color entre los granos estáticos (azul oscuro) y móviles (rojo), se observan claramente para $\epsilon > 0.14$. La escala de colores indica que los granos en movimiento lo hacen con una velocidad $v_{\text{patch}} \approx 1.3 \text{ mm/s} = v$, y la vertiente positiva asociada con cada ciclo de propagación corresponde a la velocidad del frente en retroceso $v_{\text{rev}} > 10v$.

Los resultados obtenidos se pueden utilizar para desarrollar explicaciones de los acontecimientos que ocurren durante la carga. Considérense los resultados presentados en la Figura 8. Primero se observa que luego del proceso de cargar, el material que se encuentra debajo del pistón se deforma, mientras que el material que se encuentra cerca de la placa inferior no lo hace. Por otra parte, la deformación del material cerca del pistón no parece ocurrir gradualmente, pero sí en eventos discretos (para $0 < \epsilon < 0.14$). La naturaleza discreta de la deformación sugiere que pequeñas capas del material cerca del pistón se compactan rápidamente en zonas de concentración de esfuerzos.

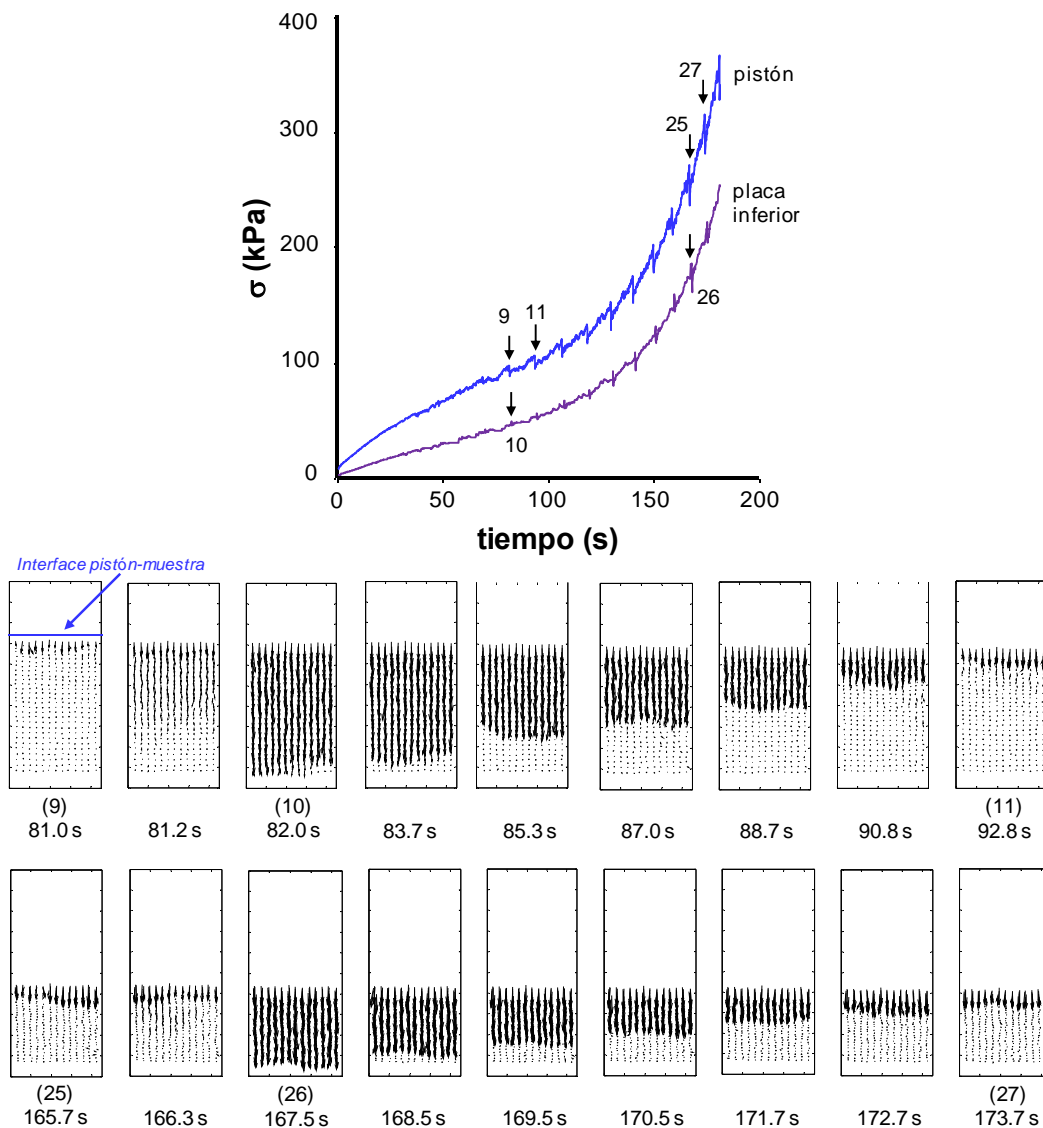


Figura 6: Picos de tensión seleccionados y trazados de vector asociados de PIV (pistón no adherido al bastón de carga).

Supóngase que al momento de cargar, una concentración de esfuerzos se produce dentro de una distancia característica D desde el pistón. El perímetro de la celda P es constante, de tal manera que el área de la superficie lateral de la capa sujeta a la concentración de esfuerzos es $A_{SL} = P \times D$. Se postulan dos hipótesis para explicar el surgimiento de la acción de avance inicial:

(1) Si se asume que la relación de esfuerzo lateral $K = \sigma_x / \sigma_z$ y el coeficiente estático de fricción μ son constantes, entonces la máxima fuerza de fricción que se puede desarrollar a lo largo de los límites es: $F_{max} = \mu \sigma_x A_{SL} = \mu K \sigma_z P D$. La F_{max} sólo puede reducirse si D se reduce, puesto que los demás parámetros se consideran constantes. Es decir, la capa con espesor D no puede deslizarse a lo largo de los límites laterales a menos que su espesor se reduzca. Se sostiene que la baja resistencia de rotura de los granos es la causa de la baja resistencia axial del material y por lo tanto, la causa de la disminución resultante en D que se requiere para el deslizamiento.

(2) Los granos poseen porosidad interna y su baja resistencia los hace susceptibles a colapso súbito. Por ende, se especula que la rotura de granos (aunque sea mínima) puede inducir una razón de Poisson negativa del material, lo cual causa que K (i.e., σ_x) se reduzca lo suficiente para permitir el deslizamiento. Este deslizamiento se da en dirección delantera con velocidad v_{patch} (Figura 8). Evidentemente, la placa inferior de la celda no permite el desplazamiento y por ende se da la compactación del material que yace arriba de la placa inferior. Es entonces de esta manera que el frente de retroceso de compactación surge en la placa inferior, y se propaga con velocidad v_{rev} hacia el pistón (Figura 8). Este proceso es análogo al impacto de un tren en movimiento con un obstáculo fijo. Al momento del impacto, el frente generado es una discontinuidad móvil que separa a los vagones en movimiento de los vagones aplastados, y se aleja del punto de colisión. Este proceso de compactación densifica y por lo tanto causa un aumento de rigidez de la muestra. Hay que recordar que la

acción de compactación delantera no ocurre hasta que el frente de retroceso llega al pistón. Por lo tanto, la muestra debe ser lo suficientemente rígida de modo que una vez que el frente de retroceso alcance el pistón, la carga impuesta pueda provocar una concentración de esfuerzos y deslizamiento consiguiente; este último se manifiesta como una nueva acción delantera. Además, el hecho de que se dan múltiples ciclos delanteros sugiere que cada ciclo [acción delantera - frente de receso] deja la muestra con una rigidez y tejido particular que es necesario para que ocurra un consecuente ciclo (para el actual estado tensional de la muestra). En última instancia, el tejido (“fabric”) eventualmente logrado por el empaque compactado, no seguirá apoyando la propagación de compactación localizada ya que los granos no se pueden romper más allá del límite de trituración.

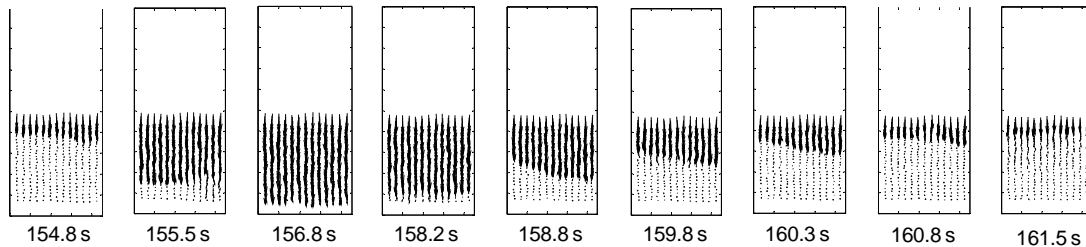


Figura 7: trazados de vector de PIV seleccionados (pistón adherido al bastón de carga).

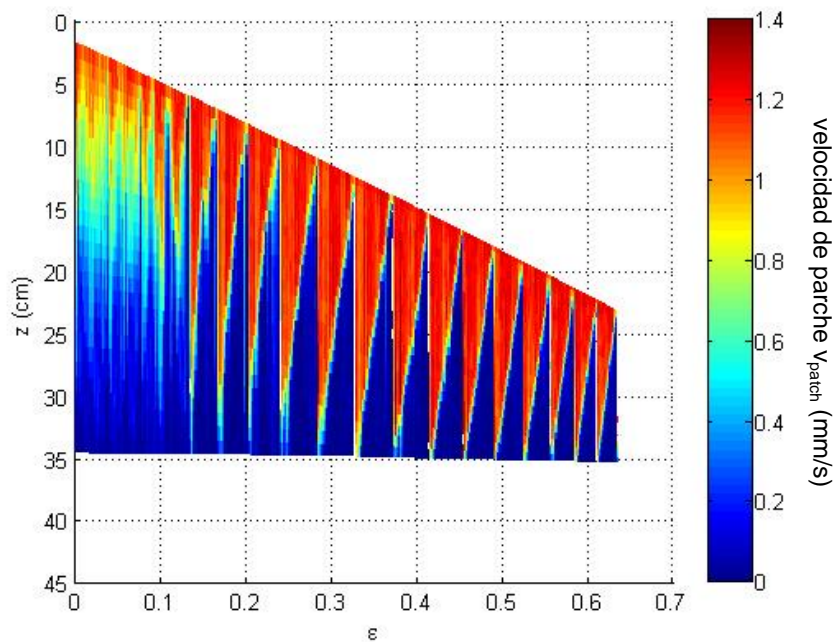


Figura 8: Matriz de colección de trazados de vectores mostrada gráficamente (pistón no adherido al bastón de carga).

CONCLUSIONES

Los datos de emisión acústica y de esfuerzo-deformación y el análisis de velocimetría PIV mediante correlación de imágenes indican que un empaque de granos frágiles sometidos a compresión unidimensional presenta concentración de esfuerzos y que dicha concentración con el tiempo se traduce en una compactación heterogénea espacial y temporal de la muestra. Las heterogeneidades observadas de compactación espacial y temporal son la causa de mecanismos complementarios que se manifiestan como dos procesos alternos de compactación localizada que se propagan dentro del empaque granular con diferentes velocidades y en direcciones opuestas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero proporcionado por la National Science Foundation (NSF) y a la Universidad Estatal de San Diego (San Diego State University Research Foundation). De manera especial los autores agradecen los comentarios y sugerencias brindados por Randall German e Itai Einav.

REFERENCIAS

- Åström, J.A. y Herrman, H.J. (1998). "Fragmentation of grains in a two-dimensional packing", *European Physical Journal B*, Vol. 5, No. 3, pp. 551-554.
- Aydin, A. (1978). "Small faults formed as deformation bands in sandstone", *Pure and Applied Geophysics*. Vol. 116, pp. 913-930.
- Baud, P., Klein, E. y Wong, T-F. (2004). "Compaction localization in porous sandstones: spatial evolution of damage and acoustic emission activity", *Journal of Structural Geology*, Vol. 26, No. 4, pp. 603-624.
- Ben-Nun, O. y Einav, I. (2010). "The role of self-organization during confined comminution of granular materials", *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, Vol. 368, No. 1910, pp. 231-247.
- Ben-Nun, O., Einav, I. y Tordesillas, A. (2010). "Force attractor in confined comminution of granular materials", *Physical Review Letters*, Vol. 104, No. 10, 108001 (4 p).
- DiGiovanni, A.A., Fredrich, J.T., Holcomb, D.J. y Olsson, W.A. (2001). "Microscale damage evolution in compacting sandstone," *Geological Society of London Special Publication: The Relationship between Damage and Localization*, H. Lewis and G.D. Couples, eds., Vol. 289, pp. 89-103.
- Donohue, S., O'Sullivan, C. y Long, M. (2009). "Particle breakage during cyclic triaxial loading of a carbonate sand", *Géotechnique*, Vol. 59, Issue 5, pp. 477-482.
- Einav, I. (2007). "Breakage mechanics – Part I: theory", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 55, No. 6, pp. 1274-1297.
- Hardin, B.O. (1985). "Crushing of Soil particles", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 3, No. 10, pp. 1177-1192.
- Issen, K.A. y Rudnicki, J.W. (2000). "Conditions for compaction bands in porous rock", *Journal of Geophysical Research* Vol. 105, No. B9, pp. 21.529-21.536.
- Kendall, K. (1978). "The impossibility of comminuting small particles by compression," *Nature*, Vol. 272, pp. 710-711.
- Kuwajima, K., Hyodo, M., y Hyde, A.F.L. (2009). "Pile bearing capacity factors and soil crushability", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 135, No. 7, pp. 901-913.
- Lee, K. L. y Seed, H. B. (1967). "Drained strength characteristics of sands", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 93, No. SM6, pp. 117-141.
- Marketos, G., y Bolton, M.D. (2010). "Flat boundaries and their effect on sand testing", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* Vol. 34, No. 8, pp. 821-837.
- Marketos, G. y Bolton, M.D. (2009). "Compaction bands simulated in discrete element models", *Journal of Structural Geology*, Vol. 31, No. 5, pp. 479-490.
- McDowell, G.R., Bolton, M.D. y Robertson, D. (1996). "The fractal crushing of granular materials", *Journal of the Mechanics of Physics and Solids*, Vol. 44, No. 12, pp. 2079–2102.
- McDowell, G.R. y Bolton, M.D. (1998). "On the micromechanics of crushable aggregates", *Géotechnique*, Vol. 48, Issue 5, pp. 667-679.
- Nakata, Y., Kato, Y., Hyodo, M., Murata, H. y Hyde, A.F.L. (1999). "Single particle crushing and the mechanical behavior of sand", *Proceedings of 2nd International Symposium on Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, M. Jamiolkowski, R. Lancellota, and D. LoPresti, eds., Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- Nakata, Y., Hyodo, M., Hyde, A. F. L., Kato, Y. y Murata, H. (2001). "Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression", *Soils and Foundation*, Journal of the Japanese Geotechnical Society, Vol. 41, No. 1, pp. 69-82.
- Olson, R. E. (1986). "State of the art: consolidation testing", in: *Consolidation of Soils: Testing and Evaluation*, ASTM, STP 892, R.N. Yong y F.C. Townsend, eds., pp.7-70.
- Olsson, W.A. y Holcomb, D.J. (2000). "Compaction localization in porous rock", *Geophysical Research Letters*, Vol. 27, No. 21, pp. 3537-3540.
- Tarantino, A. y Hyde, A.F.L. (2005). "An experimental investigation of work dissipation in crushable materials", *Géotechnique*, Vol. 55, Issue 8, pp. 575-584.
- Valdes, J.R. y Evans, T.M. (2008). "Sand-rubber mixtures: experiments and numerical simulations", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 45, No. 4, pp. 588-595.

- Valdes, J.R. y Koprulu, E. (2008). "Internal stability of crushed sands: experimental study", *Géotechnique*, Vol. 58, Issue 8, pp. 615-622.
- White, D.J., Take, W.A. y Bolton, M.D. (2003). "Soil deformation measurement using particle image velocimetry (PIV) and photogrammetry", *Géotechnique*, Vol. 53, Issue 7, pp. 619-631.
- Yamamuro, J.A., Bopp, P.A. y Lade, P.V. (1996). "One-dimensional compression of sands at high pressures", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 122, No. 2, pp. 147-154.
- Zimmer, M.A., Prasad, M., Mavko, G. y Nur, A. (2007). "Seismic velocities of unconsolidated sands: Part 1 – pressure trends from 0.1 to 20 MPa", *Geophysics*, Vol. 72, No. 1, pp. E1-E13.