

MODELO APROXIMADO PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO DEL PUENTE NORTE 1 EN ECUADOR CONSTRUIDO CON AISLADORES FPS¹

Roberto Aguiar Falconí², Diego Añazco³ y Ricardo Ángulo⁴

Resumen: El uso de aisladores de base tipo péndulo de fricción, FPS (“Frictional Pendulum System”) en puentes es una muy buena alternativa en países de alta peligrosidad sísmica ya que el peso de la superestructura se opone al movimiento de la subestructura como consecuencia de un sismo. En este artículo se detallan aspectos constructivos de uno de los puentes ubicados en el estuario del río Esmeraldas, en el Ecuador, con aisladores de base FPS ubicados sobre los estribos exteriores tipo cajón y pila central circular. Se realiza el análisis sísmico en sentido longitudinal empleando elementos finitos lineales con masa uniforme distribuida para los pilotes y elementos finitos rectangulares para los apoyos del puente. Los FPS han sido modelados como resortes cuya rigidez es función de la carga que sobre ellos gravita y del radio de curvatura. Se ha considerado un modelo elasto-plástico para la curva carga-deformación del suelo. Por otra parte, se generó un sismo artificial compatible con el espectro del Código Ecuatoriano de la Construcción, para un período de retorno de 475 años, para el sitio del proyecto. Las respuestas en el tiempo que se presentan ayudan a entender el comportamiento sísmico del puente con aisladores FPS.

Palabras clave: aisladores para puentes, aisladores tipo péndulo de fricción, puente sobre el Río Esmeralda.

APPROXIMATE MODEL FOR THE SEISMIC ANALYSIS OF THE NORTH 1 BRIDGE IN ECUADOR CONSTRUCTED WITH FPS ISOLATORS

Abstract: The use of Frictional Pendulum System (FPS) base isolators in bridges is a good alternative for countries with high seismic hazard since the weight of the superstructure opposes the motion of the substructure during an earthquake. This article presents the constructional aspects of one of the bridges located in the Esmeralda River estuary, in Ecuador, fitted with FPS base isolators on the exterior case abutment and over the central circular pier. The seismic analysis in the longitudinal direction is carried out using finite linear elements with uniformly distributed mass for the piles, and rectangular finite elements for the bridge supports. The FPS has been modeled by means of a spring whose stiffness is a function of the load acting upon them and of the radius of curvature. An elasto-plastic model was used to define the load-deformation curve. An artificial earthquake compatible with the spectrum specified in the Construction Code of Ecuador for a 475 years return period was developed for the site of the project. The time responses obtained permit to understand the seismic behavior of the bridge with FPS isolators.

Keywords: base isolators for bridges, Esmeralda River bridge, frictional pendulum system.

INTRODUCCIÓN

La ruta del Spondylus es una vía costanera que atraviesa todas las provincias del Ecuador que limitan con el Océano Pacífico, desde el sur en la provincia de El Oro hasta el norte en la provincia de Esmeraldas. En esta última provincia se han construido cuatro puentes, los cuales se indican en la Figura 1. Tres de estos puentes se han construido con aisladores de base denominados FPS, por las siglas en inglés de “Frictional Pendulum System” (sistemas de péndulo de fricción), y el cuarto con apoyos de neopreno. Los puentes con aisladores FPS son: el Puente Sur; el Puente Norte y el

¹ Artículo recibido el 9 de febrero de 2010 y aceptado en versión final el 11 de noviembre de 2010.

² Dr. en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos, Director del Centro de Investigaciones Científicas de la Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador. E-mail: raguiar@espe.edu.ec

³ Ingeniero Civil, Asistente de Investigación, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador.

⁴ Ingeniero Civil, Asistente de Investigación, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador.

Puente Norte 1 que de aquí en adelante se abreviará PN1. (CEE, 2008). Este último puente es el que se analiza en el presente artículo.

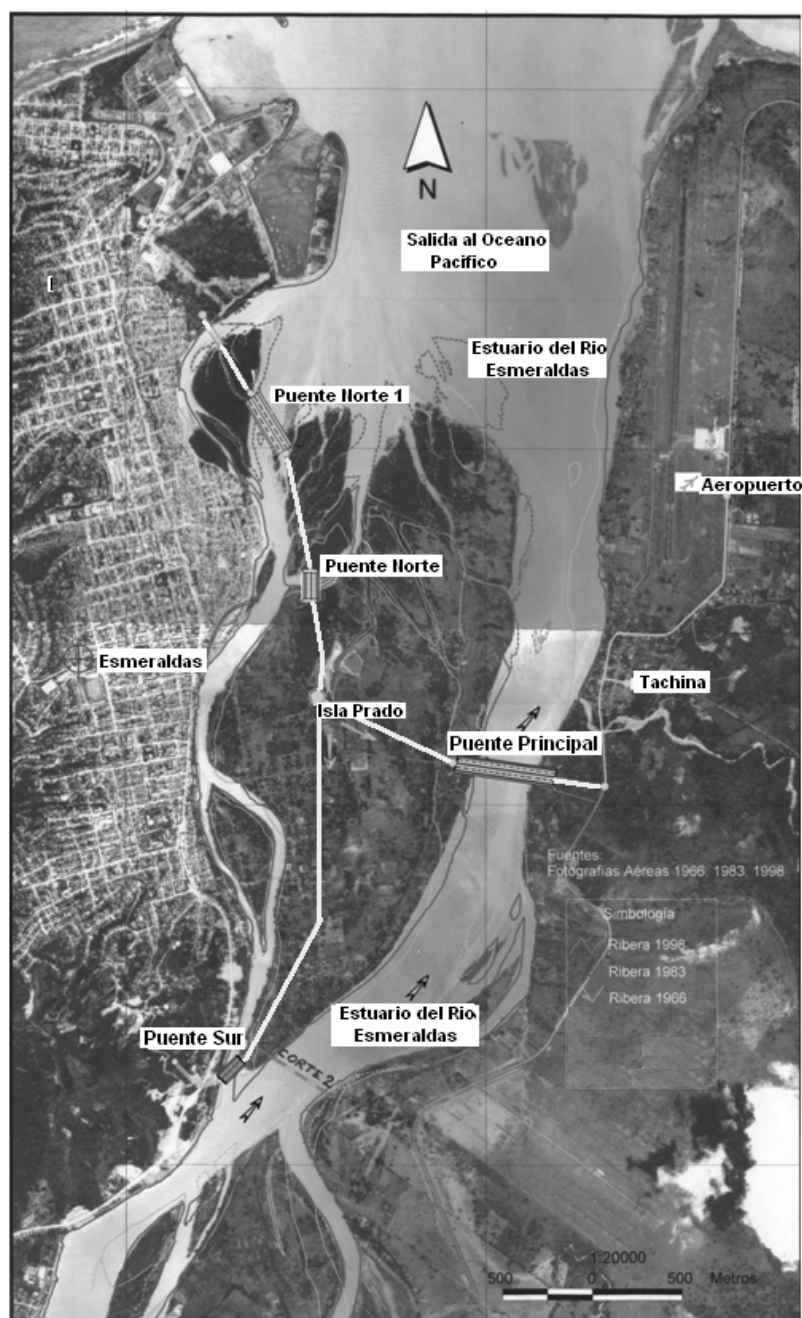


Figura 1: Ubicación del Puente Norte 1.

El PN1 está apoyado sobre dos estribos tipo cajón, uno ubicado en cada extremo y un apoyo ubicado en la mitad, la luz entre cada uno de los estribos y el apoyo central es de 54m. La cimentación de los estribos está constituida por 24 pilotes de 6.40m de longitud. La cimentación del apoyo central cuenta con 12 pilotes de 9.0m de longitud para un total de 60 pilotes (Benítez, 2002). La sección transversal de todos los pilotes es circular de 1.22m de diámetro.

En cada uno de los apoyos hay instalados tres aisladores de base FPS, sobre los cuales se apoyan 6 vigas continuas de acero de 108m de longitud. Las vigas soportan el tablero del puente consistente en una losa maciza de concreto de

2cm de espesor. Finalmente están las veredas, un parterre central y la carpeta asfáltica de 5cm. El puente es de cuatro carriles y tiene un ancho total de 18.90m.

DESCRIPCIÓN DEL PUENTE

En la Figura 2 se presenta una vista longitudinal del PN1 a escala y con un corte de las luces de 54m por obvias razones. Se aprecia en los extremos los estribos tipo cajón y en la parte central la pila. Nótese que los pilotes del apoyo central tienen mayor longitud que los pilotes de los estribos.

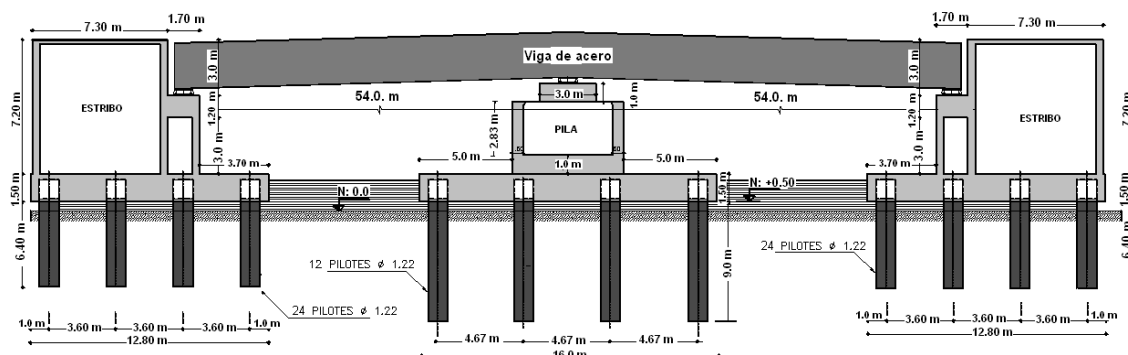


Figura 2: Vista longitudinal del Puente Norte 1.

Sobre los pilotes se encuentra una losa cabezal de 1.50m de altura y sobre ésta se encuentran los estribos tipo cajón en los extremos del PN1; es una estructura con paredes y vigas de hormigón armado, rellenas con material pétreo. En el apoyo central se tiene una pila circular que es maciza en su parte inferior y hueca en su parte superior; sobre la pila se encuentra la losa maciza de 1.0m de alto, 3.0m de ancho y 16.60m de largo.

En la parte superior de la Figura 3 se aprecia el aislador FPS: sobre la viga de apoyo que tiene 1.20m de alto que forma parte del estribo tipo cajón, hay cuatro pernos de anclaje en la viga de acero superior, pero solo aparecen dos en la fotografía y cuatro pernos de anclaje en la viga de hormigón armado. En la viga superior derecha se observa que las vigas de acero que se encuentran sobre el FPS tienen libertad para desplazarse en sentido longitudinal y transversal. El tablero del puente está separado de la pared lateral del estribo, de tal manera que no exista fricción en el movimiento del tablero con la pared del estribo.

En la parte inferior izquierda de la Figura 3 se observan los tres aisladores en uno de los estribos, la vereda con sus respectivos pasamanos y las vigas de acero en sentido longitudinal, las que son continuas en los dos tramos de 54m. La sección transversal de estas vigas se muestra en la Figura 4. Se debe manifestar que en la Figura 3 inferior derecha se aprecia parte de la losa cabezal que tiene 16m de diámetro y a la que llegan 12 pilotes, la pila circular de 6.0m de diámetro que en su inicio es maciza y luego hueca con un diámetro interior de 4.80m; sobre la pila circular se encuentra la viga de apoyo que ya se describió anteriormente.

En la Figura 4 se muestra la sección transversal de los perfiles *I* de las 6 vigas longitudinales. En todos los casos el espesor del ala es de 0.025m y la altura es 2.4m. Luego la sección transversal va cambiando de acuerdo a la ubicación dentro de la estructura; en el apoyo central se tienen las mayores dimensiones.



Figura 3: Estribo y apoyo con FPS, puente norte 1.

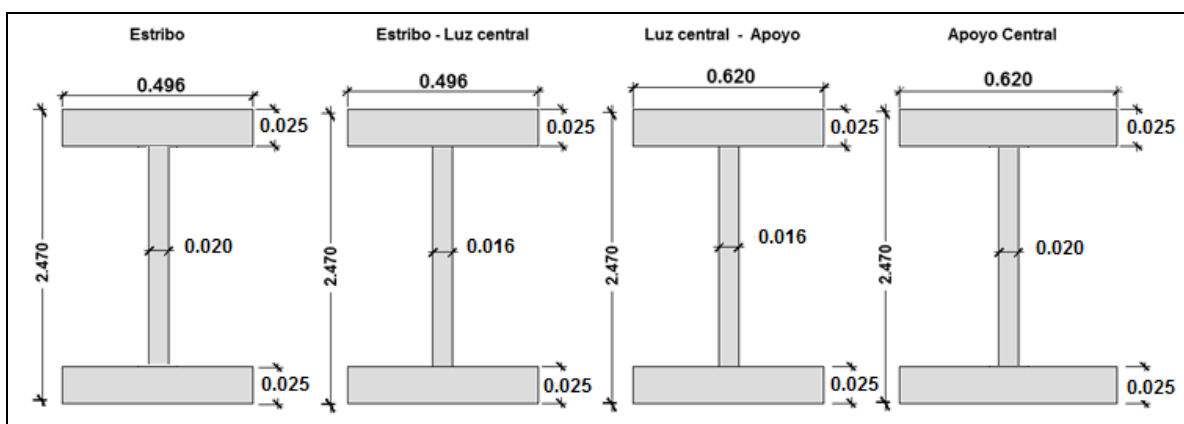


Figura 4: Sección transversal de los perfiles de acero.

MODELO DE CÁLCULO Y SISMO DE ANÁLISIS

Se elaboró un modelo del puente en dos dimensiones en elementos finitos usando el programa CEINCI-LAB (Aguar, 2010a). Se consideraron elementos finitos rectangulares de cuatro nodos para modelar todos los elementos estructurales del puente excluidos los pilotes. Para los pilotes se usaron elementos finitos lineales cuya masa se

encuentra uniformemente distribuida a lo largo del pilote. Los pilotes de los estribos fueron discretizados en tres elementos, mientras que para los de la pila se consideraron cinco elementos.

En la Figura 5 se muestran las coordenadas principales horizontales consideradas en el análisis sísmico en sentido horizontal. Se tienen 75 grados de libertad (gdl). Los gdl asociados a los FPS son 18 y 70 para el FPS del estribo izquierdo, 18 es el gdl en la parte inferior del elemento y 70 en la parte superior. Para el FPS del apoyo central son 48 y 71, y finalmente para el FPS del estribo derecho son 66 y 72. Es importante tener en cuenta la numeración de los gdl de los FPS ya que en la respuesta de desplazamientos y fuerzas se hace referencia a dichos gdl.

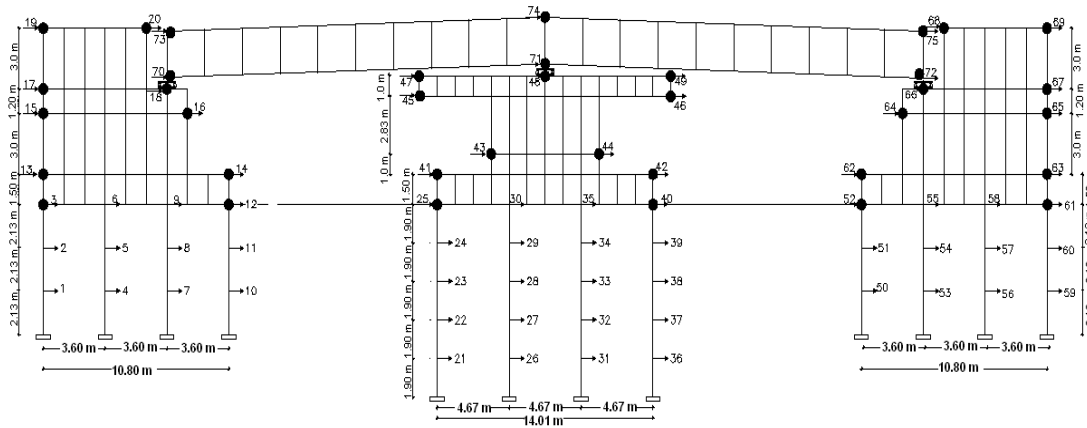


Figura 5: Coordenadas principales consideradas en el análisis sísmico.

El número de coordenadas principales y secundarias consideradas en el análisis fue de 684 gdl. De ellas, 220 gdl corresponden a los pilotes y 464 gdl a los estribos, apoyo central y vigas de acero. En Aguiar et al. (2010a) se indica con detalle el modelo de análisis de los estribos y en Aguiar et al. (2010b) el modelo del apoyo central.

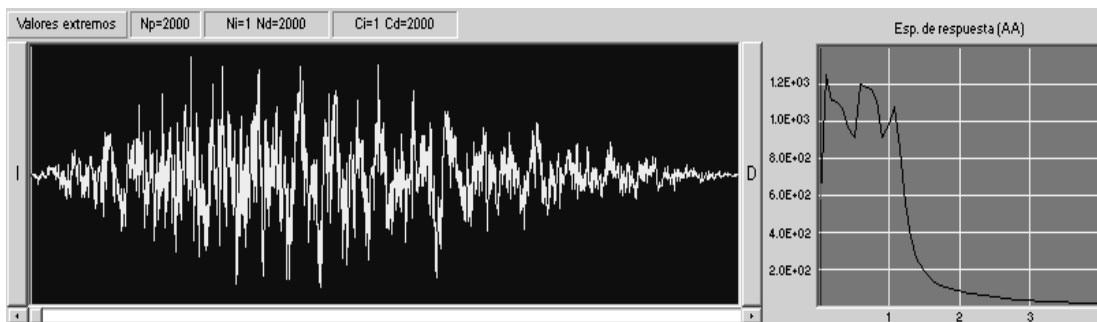


Figura 6: Acelerograma utilizado y espectro elástico (aceleración en gals).

En la Figura 6 se indica el acelerograma artificial utilizado, el que tiene una duración de 20s y una aceleración máxima del suelo de 0.4g, siendo g la aceleración de la gravedad. A la derecha de la Figura 6 se muestra el espectro de respuesta elástico para un 5% de amortiguamiento. El acelerograma artificial generado es compatible con el espectro del Código Ecuatoriano de la Construcción, CEC-2000, para un perfil de suelo S3. Se hace notar que este sismo tiene un periodo de retorno de 475 años.

MARCO TEÓRICO

Como se indicó, los pilotes fueron modelados con elementos finitos lineales con masa uniforme distribuida. Las funciones de forma con las cuales se halla la matriz de rigidez y de masas son las siguientes (Aguiar, 2004):

$$\begin{aligned}
\varphi_1(x) &= 1 - \frac{X}{L} & \varphi_2(x) &= 1 - 3\frac{X^2}{L^2} + 2\frac{X^3}{L^3} & \varphi_3(x) &= X\left(1 - \frac{X}{L}\right)^2 \\
\phi_4(x) &= \frac{X}{L} & \phi_5(x) &= \frac{X^2}{L^2}\left(3 - 2\frac{X}{L}\right) & \phi_6(x) &= -\frac{X}{L}\left(1 - \frac{X}{L}\right)
\end{aligned} \tag{1}$$

en donde L es la longitud del elemento y X la abscisa de un punto del elemento. Los elementos de la matriz de rigidez k , y de masas m de un elemento, se obtienen a partir de las funciones de forma, con las expresiones siguientes (Lamar y Fortoul, 2007):

$$k(i, j) = \int_0^L EI \phi_i'' \phi_j'' dx \quad m(i, j) = \int_0^L \bar{m} \phi_i \phi_j dx \tag{2}$$

donde EI es la rigidez a flexión del elemento y $\bar{m}$ es la masa por unidad de longitud. Cada elemento finito tiene 6 gdl, 3 en el nudo inicial y 3 en el nudo final; los gdl son los desplazamientos horizontal y vertical y la rotación. Se obtuvo la matriz de rigidez y de masas por ensamble directo y luego se condensó estas matrices a los grados de libertad horizontales (Aguar, 2004; 2007).

En los elementos finitos rectangulares se consideró 2 gdl por nudo: un desplazamiento horizontal y vertical. Con el propósito de contemplar la flexión en el centro de gravedad del elemento se consideró cuatro grados de libertad más. Las funciones de forma utilizadas en coordenadas naturales se presentan en la Tabla 1 (Oñate, 1992).

Se trabajó con dos puntos de la cuadratura de Gauss, en cada sentido, para hallar la matriz de rigidez del elemento finito, con la siguiente ecuación:

$$k = \int_V B^t E B dV \tag{3}$$

donde k es la matriz de rigidez de un elemento finito, V es el volumen, B es la matriz de 3×12 que relaciona los esfuerzos con las deformaciones y E es la matriz de elasticidad para el caso de tensión plana. En función del espesor e del elemento, la ecuación (3) se transforma en:

$$k = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^t E B \det(J) e dA \tag{4}$$

Las variables no definidas son dA que es el diferencial de área, J es la matriz Jacobiana y $\det(J)$ es el determinante de la matriz Jacobiana que reporta el área de influencia en el punto de la cuadratura de Gauss. Al utilizar la ecuación (4) se encuentra una matriz de rigidez del elemento de 12 por 12; luego ésta matriz se condensa a 8 por 8, que son los gdl del elemento finito utilizado.

Se destaca que se trabajó con elementos finitos con diferentes espesores. Por ejemplo, para las vigas de acero se encontró en primer lugar una sección rectangular equivalente de tal manera que reporte el mismo momento de inercia de la viga I , y como se tienen varias secciones transversales de las vigas de acero se tienen varios espesores de los elementos finitos.

En la Figura 5 se indican los puntos en donde se concentraron las masas para los estribos y el apoyo central. En los pilotes se trabajó con masa uniforme distribuida. La matriz de masas se halla a partir de la evaluación de la energía cinética.

Se encontró la matriz de rigidez de toda la estructura considerando las coordenadas principales y secundarias y luego se condensó a las coordenadas principales indicadas en la Figura 5 (Paz, 1992).

El FPS se modeló como un resorte con rigidez $k_p = W/R$; donde W es el peso que gravita en el aislador y R el radio del aislador encontrado para un período de 3s (Aguilar et al., 2008). Se destaca que el FPS empieza a funcionar cuando la fuerza que genera el sismo es superior a μW . El parámetro μ es el coeficiente de fricción entre el deslizador y la superficie cóncava del FPS; es función de la presión que sobre éste gravita y de la velocidad de deformación. En la Figura 7 se muestra la curva de histéresis de un aislador FPS, en donde se aprecia la rigidez k_p (De la Llera y Almazán, 2003; Almazán, 2001).

Tabla 1: Funciones de forma para elementos finitos rectangulares.

Coordenada natural	Coordenada Centroidal	Deformada elemental	Función de Forma
1		$u1$	$\phi_1 = 0.25(-s + 1)(-t + 1)$
		$v1$	$\phi_1 = 0.25(-s + 1)(-t + 1)$
2		$u2$	$\phi_2 = 0.25(s + 1)(-t + 1)$
		$v2$	$\phi_2 = 0.25(s + 1)(-t + 1)$
3		$u3$	$\phi_3 = 0.25(s + 1)(t + 1)$
		$v3$	$\phi_3 = 0.25(s + 1)(t + 1)$
4		$u4$	$\phi_4 = 0.25(-s + 1)(t + 1)$
		$v4$	$\phi_4 = 0.25(-s + 1)(t + 1)$
	5	$u5$	$\phi_5 = 1 - s^2$
		$v5$	$\phi_5 = 1 - s^2$
	6	$u6$	$\phi_6 = 1 - t^2$
		$v6$	$\phi_6 = 1 - t^2$

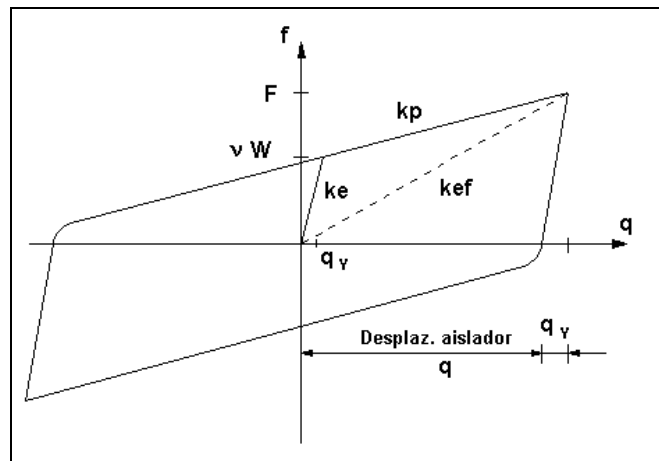


Figura 7: Comportamiento de histéresis de un aislador FPS.

En las curvas de histéresis se tienen dos rigideces: una elástica $k_e = vW/q_y$, siendo q_y el desplazamiento de fluencia del FPS, y otra rigidez plástica $k_p = W/R$. En base a estas rigideces se obtiene una rigidez equivalente que es función del desplazamiento del FPS. Si se trabaja con la rigidez equivalente, el análisis en cada ciclo se realiza en forma interactiva; en cambio, si se trabaja solo con la rigidez k_p , el análisis es directo pero aproximado.

Por otro lado, la probabilidad de ocurrencia de un sismo con un período de retorno de 475 años es bastante baja. En consecuencia, se debe ser bastante cauteloso en la determinación de la carga viva que gravita en el puente. En el estudio se consideró que este sismo puede darse con la presencia de un camión HL-93 que tiene un peso de 32.61T, de cuatro autos livianos con un peso total de 8T y de 50 personas que estén circulando con un peso de 3T. Los vehículos se consideraron que se encuentran en una sola posición (Añazco y Ángulo, 2010).

A la carga indicada se debe añadir el peso del tablero, del asfalto, de las veredas, del parterre central, con lo que se encuentra que sobre cada aislador gravita un peso de 175T. Con esta carga se obtuvo la rigidez k_p . La carga indicada es la que se opone al movimiento que genera el sismo, se opone generando fricción entre la superficie del deslizador y la superficie cóncava.

En Aguiar et al. (2008) se presentan una serie de modelos para el FPS, desde el que se trabaja con una rigidez equivalente hasta modelos físicos con elemento GAP (Zayas et al., 1998; Constantinou et al., 1990; Almazán, 2001). No obstante, el objetivo de este artículo es mostrar que un modelo sencillo, a base de un resorte actuando en el gdl superior del aislador, reproduce en forma aproximada y conceptual el comportamiento de los FPS. Sin embargo, se destaca que en Aguiar (2010b) se realizó el análisis sísmico de este puente con un modelo que incluye un elemento GAP, obteniéndose resultados parecidos a los encontrados en este artículo.

MODELO DEL SUELO

Para el estudio que se realiza interesa conocer el modelo bilineal de la curva carga deformación del suelo y es la que se indica en la Figura 8. Esta curva fue inferida a partir de la curva carga-deformación encontrada para ensayos cíclicos por Beltrán (2008). En los primeros 2m se tiene un suelo limo arcilloso blando, café oscuro con materia orgánica. Desde los 2m hasta los 7.0m se tiene una arena y grava compactada con valores de N entre 17 y 36 del ensayo SPT. Desde los 7.0m hasta los 20.0m, se tiene una arena y grava muy compacta con $N > 40$.

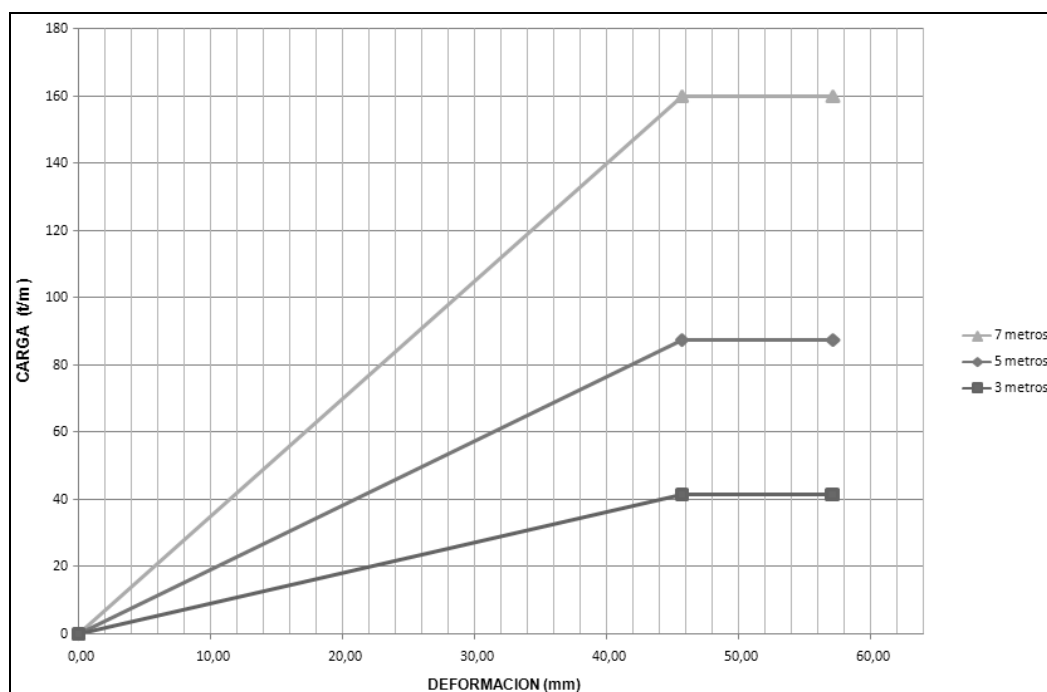


Figura 8: Modelo elasto plástico para el comportamiento del suelo.

Cuando se supera el punto de fluencia, el suelo se modeló con resortes con comportamiento no lineal. En consecuencia el cálculo se realiza en forma interactiva en el rango inelástico.

En cada instante de tiempo se encontró la matriz de rigidez de la estructura en coordenadas principales; la matriz de masas solo se obtuvo una vez. Con estas dos matrices se encontró la matriz de amortiguamiento empleando el algoritmo de Wilson y Penzien (Wilson, 1972) definida en la ecuación (5).

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \quad C_i = \frac{2\xi_i \omega_{ni}}{\varphi_i^T M \varphi_i} (M \varphi_i) (\varphi_i^T M) \quad (5)$$

donde ϕ_i es el modo de vibración i , ξ_i es el factor de amortiguamiento en el modo i , ω_{ni} es la frecuencia natural de vibración en el modo i , M es la matriz de masas y C_i es la contribución del modo i a la matriz de amortiguamiento. En lugar de la ecuación (5) se puede utilizar la siguiente ecuación para hallar la matriz de amortiguamiento C .

$$C = M \Phi C_d \Phi^T M \quad (5)$$

donde Φ es la matriz compuesta por cada uno de los modos de vibración, C_d es una matriz diagonal, cuyos elementos valen $(2\xi_i \omega_{ni})/(\phi_i^T M \phi_i)$. Finalmente, la respuesta en el tiempo se obtuvo mediante el procedimiento del espacio de estado (Aguiar, 2007).

RESULTADOS

En las Figuras 9 y 10 se muestra la historia de desplazamientos en los gdl seleccionados del estribo izquierdo y del apoyo central, respectivamente. Los desplazamientos del estribo derecho fueron iguales a los encontrados en el estribo izquierdo. Los grados de libertad se indican en la Figura 5. Los desplazamientos en el estribo izquierdo y en el apoyo central son prácticamente muy parecidos.

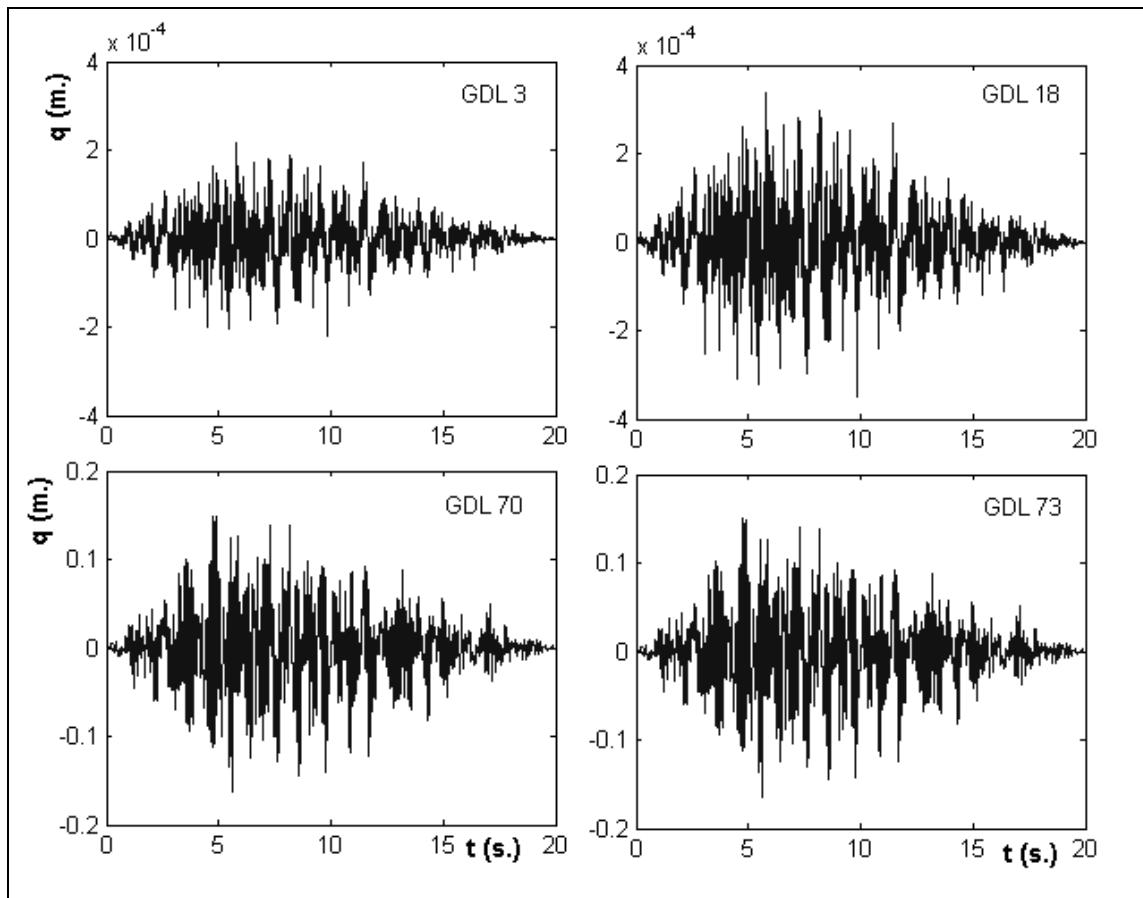


Figura 9: Desplazamientos en gdl seleccionados del estribo izquierdo.

Se aprecia en las Figuras 9 y 10 que los desplazamientos horizontales bajo el FPS son pequeños, del orden de los 2.5cm, y sobre el FPS son del orden de los 16.5cm. Si el puente no tendría FPS, los desplazamientos laterales en la subestructura, pilotes, estribos y pila, serían altos ya que el puente trabajaría como un péndulo invertido con una gran masa. Es la presencia del FPS lo que frena los movimientos de la subestructura.

Los desplazamientos sobre el FPS son prácticamente iguales a los desplazamientos sobre el tablero del puente. Por lo tanto los desplazamientos relativos de la vía con respecto a la parte superior de los FPS son extremadamente bajos.

Es importante destacar que el sismo del CEC-2000 es bastante severo, por lo que va a generar daño en las estructuras construidas en la forma clásica, sin sistemas de control. En el puente con FPS, la energía que ingresa a la estructura por efecto del sismo es disipada por la fricción que existe entre el deslizador del FPS con la superficie cóncava del mismo. Debido a esta disipación de energía se tienen desplazamientos laterales máximos del orden de los 16.5cm.

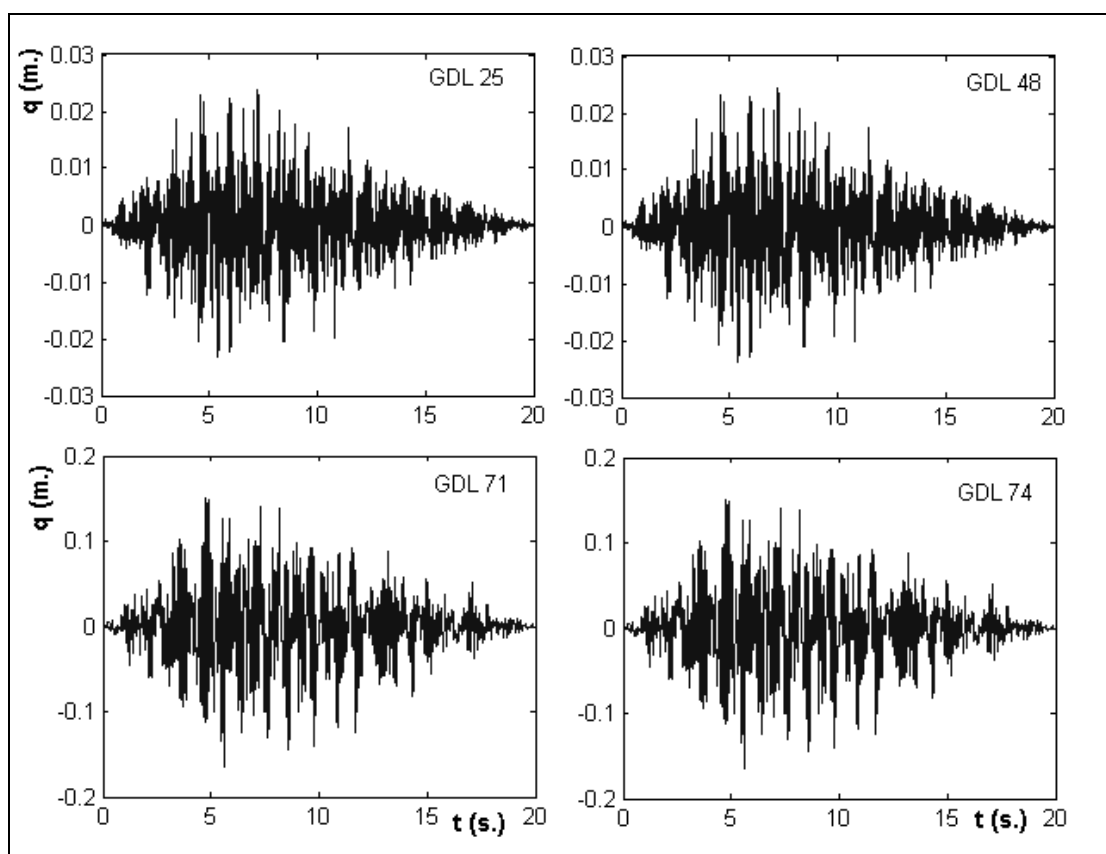


Figura 10: Desplazamientos en gdl seleccionados del apoyo central.

En las Figuras 11 y 12 se muestran la respuesta en el tiempo de las fuerzas horizontales en los mismos grados de libertad seleccionados para los desplazamientos. La Figura 11 corresponde al estribo izquierdo y la Figura 12 al apoyo central. Como era de esperarse, las fuerzas laterales en el apoyo central son mayores a las encontradas en el estribo izquierdo.

En el estribo izquierdo las fuerzas laterales bajo el FPS son del orden de las 42T y sobre el FPS son del orden de las 10T. Algo similar sucede en el apoyo central, donde las fuerzas sobre los pilotes están alrededor de las 78T, bajo el FPS de 45T y sobre el FPS de 21T.

Por lo tanto, las fuerzas sísmicas que ingresan a la superestructura (tablero del puente) son bastante bajas, lo que demuestra la ventaja de utilizar aisladores de base.

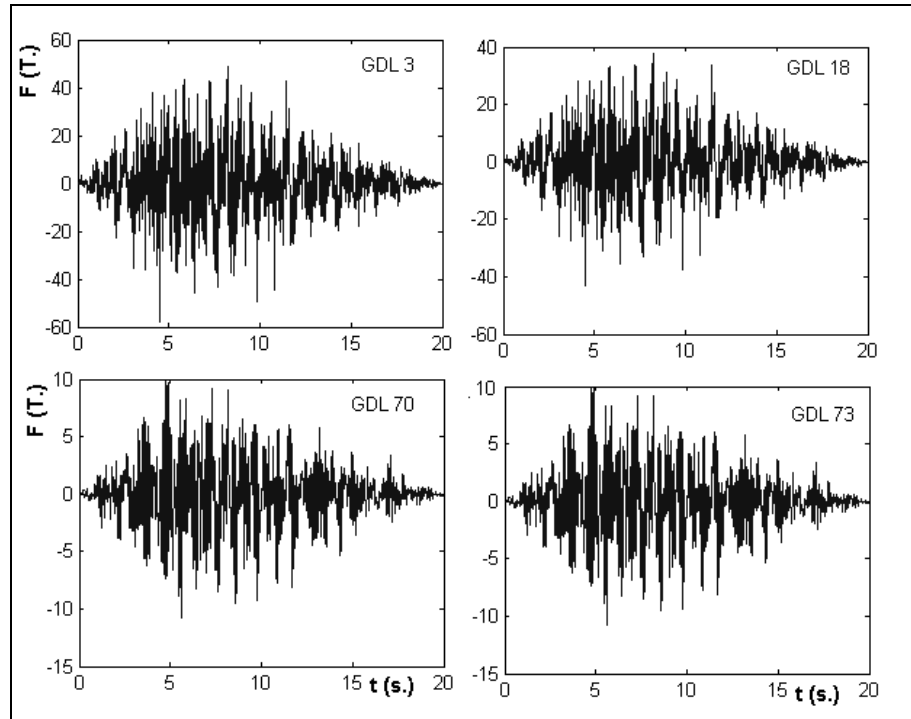


Figura 11: Fuerzas horizontales en gdl seleccionados de estribo izquierdo.

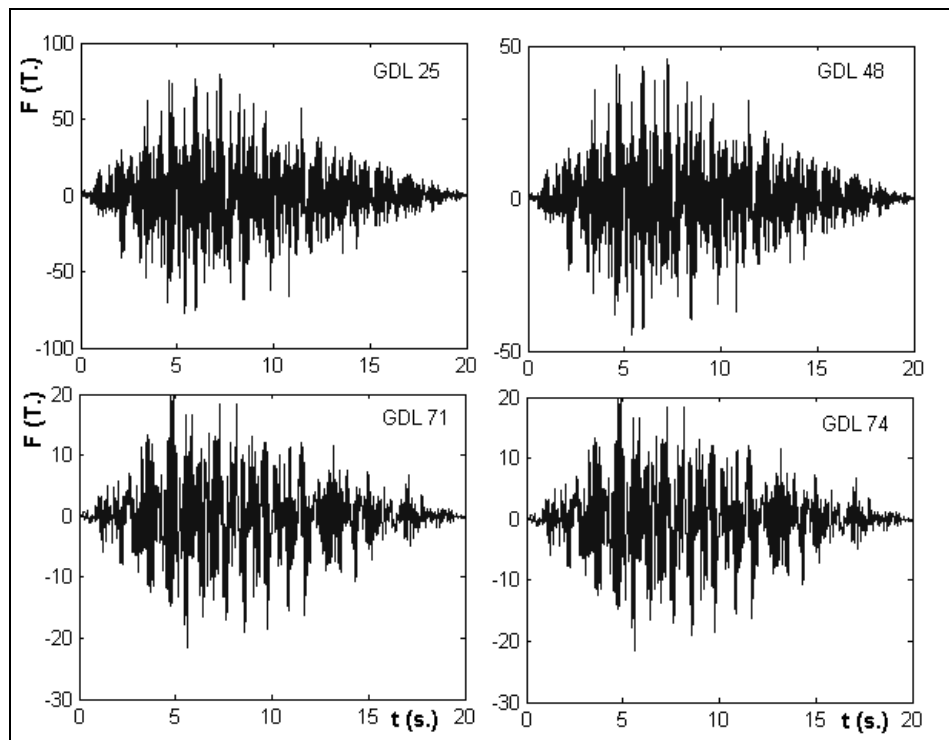


Figura 12: Fuerzas horizontales en gdl seleccionados en el apoyo central.

CONCLUSIONES

Se ha presentado con cierto detalle varios aspectos constructivos del Puente Norte 1, ubicado en el estuario del río Esmeraldas, en Ecuador. Es un puente de 104m de luz, con tres apoyos, dos estribos tipo cajón en los extremos y una pila circular en la mitad. Sobre cada uno de estos apoyos se han colocado tres aisladores de base tipo péndulo de fricción FPS (“Frictional Pendulum System”).

Se ha realizado un análisis sísmico en sentido longitudinal. Para tal efecto se ha presentado un modelo numérico de cálculo en dos dimensiones en el cual los pilotes son analizados con elementos finitos lineales de masa uniforme distribuida y los apoyos con elementos finitos rectangulares con dos grados de libertad en cada uno de sus nudos.

El aislador FPS ha sido modelado como un resorte con rigidez horizontal que es función del peso que gravita sobre él y del radio de curvatura obtenido para un período objetivo de 3s; es un modelo conceptual muy sencillo para el análisis sísmico de estructuras con FPS en forma aproximada.

Se ha considerado un modelo elasto-perfectamente plástico para la curva carga deformación del suelo y se lo ha modelado también con resortes. Se realizó un análisis no lineal para el comportamiento del suelo.

Para la acción sísmica se generó un sismo artificial compatible con el Espectro del Código Ecuatoriano de la Construcción para la zona en que se emplaza el proyecto. Este sismo tiene un período de retorno de 475 años.

Al detallar el sistema constructivo, el modelo de análisis y los resultados encontrados se aspira a haber contribuido a la Ingeniería Sismo Resistente y a entender el funcionamiento de estructuras con aisladores FPS.

AGRADECIMIENTOS

Al Crnl. Ing. Rodolfo Salazar, Vicerrector de Investigaciones y al Crnl. Ing. Carlos Rodríguez, Vicerrector Académico, por el continuo apoyo que dan a la investigación científica en la Escuela Politécnica del Ejército.

REFERENCIAS

- Aguiar, R. (2004). *Análisis matricial de estructuras*, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Tercera Edición, Quito, Ecuador, 550 pp.
- Aguiar, R. (2007). *Dinámica de Estructuras con MATLAB*, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador, 292 pp.
- Aguiar, R., Almazán, J., Dechent, P. y Suárez, V. (2008). “Aisladores de base elastoméricos y FPS”, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador, 292 pp.
- Aguiar, R. (2010a). “Programa CEINCI-LAB”, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Primera Edición, Quito, Ecuador.
- Aguiar, R. (2010b). “Análisis sísmico de Puente Norte 1 con aisladores de base FPS, construido sobre el estuario del Río Esmeraldas”, *10mo Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica, ACHISINA*, Santiago de Chile, Chile.
- Aguiar, R., Ángulo, R. y Añazco, D. (2010a). “Análisis sísmico de estribos del puente ramal norte 1 sobre el estuario del río Esmeraldas”, *XXI Jornadas Nacionales de Ingeniería Estructural*, Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Manabí, Ecuador, 12 pp.
- Aguiar, R., Añazco, D. y Ángulo R. (2010b). “Análisis sísmico de apoyo central del Puente Norte 1 utilizando un modelo simplificado para FPS”, *III Congreso Nacional de Geotecnia y III Congreso Internacional de Suelos Trópicos*, Quito, Ecuador, pp. 61-73.
- Almazán, J. L. (2001). “Torsión Accidental y Natural en Estructuras Aisladas con el Sistema de Péndulo Friccional”, Tesis Doctoral, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, Chile, 288 pp.
- Añazco, D. y Ángulo R. (2010). “Análisis sísmico del Puente Norte 1 con aisladores de base FPS sobre el estuario del Río Esmeraldas”, Tesis de Grado para obtener el título de Ingeniero Civil, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador, 174 pp.

- Beltrán, F. (2008). "Informe del estudio de Mecánica de Suelos sobre el estuario del Río Esmeraldas", Geosuelos Cía. Ltda., Quito, Ecuador, 111 pp.
- Benítez, (2002). "Estudio de puentes sobre el estuario del río Esmeraldas", NYLIC-CPR Asociados, 4 pp., Quito, Ecuador.
- CEC - Código Ecuatoriano de la Construcción (2000). *Capítulo 1: Peligrosidad Sísmica*, Quito, Ecuador.
- CEE - Cuerpo de Ingenieros del Ejército (2008). "Proyecto Construcción de los Puentes sobre el Estuario del río Esmeraldas", Memoria de Cálculo, Quito, Ecuador, 5 pp.
- Constantinou, M. C., Mokha, A. y Reinhorn, A. (1990). "Teflon bearing in base isolation - Parte II: Modeling", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, pp. 455-474.
- De La Llera, J. C. y Almazán, J. L. (2003). "An experimental study of nominally symmetric and asymmetric structures isolated with the FPS", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32, pp. 891-918.
- Lamar, S. y Fortoul, C. (2007). *Análisis Estático de Estructuras. Formulación Matricial*, Centro para la Innovación, el Desarrollo Tecnológico y del Conocimiento en Ingeniería, CITECI, Caracas, Venezuela, 665 pp.
- Oñate, E. (1992). *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis Estático Lineal*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 838 pp.
- Paz, M. (1992). *Dinámica Estructural: Teoría y Cálculo*, Editorial Reverté, S.A., Barcelona, España.
- Wilson, E. (1997). *Three Dimensional Dynamic Analysis of Structures*, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.
- Zayas, V., Low, S., Bozzo, L. y Mahin, S. (1989). "Feasibility and performance studies on improving the earthquake resistance of new and existing buildings using the friction pendulum system", Report UCB/EERC-89/09, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley. Berkeley, California, 308 pp.

