# Análisis de vigas tubulares de acero estructural sometidas a flexión biaxial mediante la teoría del daño concentrado

Néstor Guerrero, María E. Marante, Ricardo Picón

Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Lisandro Alvarado Prolongación Avenida "La Salle", Barquisimeto 3001, Venezuela e-mail: nguerrero@ucla.edu.ve; emarante@ucla.edu.ve; rpicon@ucla.edu.ve

#### Julio Flórez López

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Av. Tulio Fébres Cordero, Mérida 5101, Venezuela e-mail: iflorez@ula ve

#### Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo matemático basado en la teoría del daño concentrado, que permite predecir el grado de deterioro de vigas de acero estructural de pared delgada sometidas a flexión biaxial. El fenómeno más significativo en este caso es la aparición y desarrollo del pandeo local. Para modelar este proceso, se admite que los fenómenos inelásticos pueden ser concentrados en las rótulas plásticas. Se introduce entonces una variable de daño, que puede tomar valores entre cero y uno, que caracteriza el nivel de pandeo local en el miembro estructural. La evolución del daño es descrita mediante la introducción de un dominio de pandeo local que puede ser comparado al dominio elástico empleado en la teoría de la plasticidad convencional. El modelo es validado mediante la simulación numérica de ensayos experimentales realizados en el Laboratorio de Mecánica Estructural de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado.

Palabras clave: teoría del daño concentrado, flexión biaxial, vigas de acero, pandeo local.

### ANALYSIS OF STEEL HOLLOW STRUCTURAL BEAMS SUBJECTED TO BIAXIAL BENDING BY LUMPED DAMAGE MECHANICS

#### Summary

In this work a mathematical model based on the lumped damage mechanics is developed. The model allows predicting the damage evolution on steel hollows structural beams subjected to biaxial bending. The most significant phenomenon in this case is the appearance and development of the local buckling. In order to describe this process, it is admitted that the inelastic phenomena can be concentrated in plastic hinges. It is introduced then a damage variable that can take values between zero and one that characterizes the level of local buckling in the structural member. The damage evolution is described by the introduction of local buckling domain that can be compared to the elastic domain used in the conventional theory of plasticity. The model is validated by numerical simulation of experimental tests carried out in the Structural Mechanics Laboratory at the Centroccidental Lisandro Alvarado University.

**Keywords:** lumped damage mechanics, biaxial bending, steel hollow beam sections, local buckling.

#### INTRODUCCIÓN

El pandeo local es uno de los principales modos de falla de estructuras esbeltas de acero. Debido a la alta relación entre la resistencia a cargas y el área transversal, los perfiles tubulares son empleados con mayor frecuencia como elementos de pórticos en estructuras para edificaciones y en columnas para puentes de autopistas en áreas urbanas. Durante el terremoto de Kobe, las excitaciones sísmicas con dos componentes horizontales gobernaron los daños en las columnas, como se muestra en la Figura 1. Adicionalmente se pudo observar que uno de los principales mecanismos de disipación de energía en este tipo de elemento estructural fue el pandeo local<sup>1</sup>. Por esta razón es necesario considerar el efecto de la flexión biaxial en el comportamiento y la inclusión del pandeo local en los modelos analíticos de estructuras aporticadas de perfiles tubulares de acero sometidas a cargas sísmicas.

En la literatura se pueden encontrar cuatro enfoques diferentes con la finalidad de predecir el comportamiento de vigas tubulares de acero con pandeo local: el análisis mediante el método de los elementos finitos con placas no lineales<sup>2–8</sup>, enfoques basados en teorías de vigas tal como el propuesto por Sohal y Chen<sup>9</sup>, métodos semi-empíricos<sup>10</sup> y la teoría del daño concentrado<sup>11–17</sup>. En este artículo se propone un modelo basado en este último enfoque. En la teoría del daño concentrado, el pandeo local es concentrado en rótulas ine-

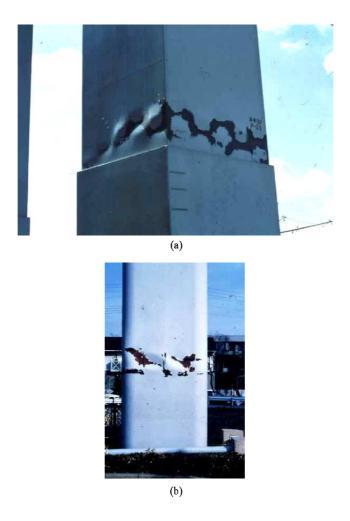


Figura 1. Columnas afectadas por pandeo local durante el terremoto de Kobe

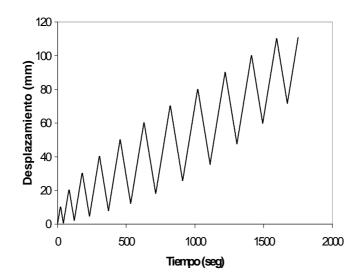
lásticas. El pandeo local se representa mediante una variable interna denominada daño, que toma valores entre cero (rótula inelástica sin pandeo local) y uno (rótula inelástica totalmente dañada). El comportamiento inelástico de la rótula con pandeo local se obtiene a través de la hipótesis de equivalencia en deformaciones y se propone una segunda función inelástica que define un dominio de pandeo. Leyes de evolución adicionales son incluidas para tomar en cuenta el desarrollo del pandeo local.

## ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS TUBULARES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXIÓN BAJO CARGAS MONOTÓNICAS

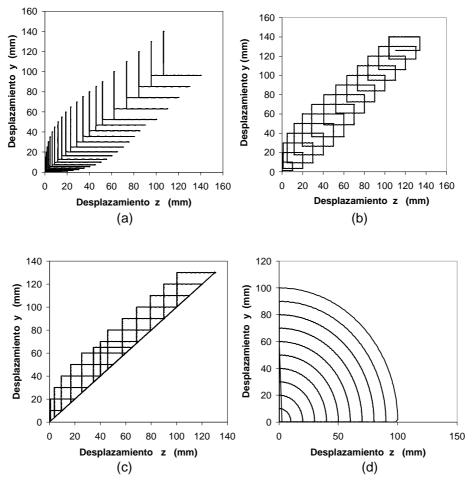
En el Laboratorio de Mecánica Estructural de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado se llevó a cabo un programa de ensayos experimentales con la finalidad de identificar y evaluar las variables internas necesarias para el modelo propuesto en esta investigación. La historia de los desplazamientos se aplicó mediante dos actuadores hidráulicos servocontrolados de 50,000 kgf de capacidad. Los actuadores se conectaron a los especímenes mediante un dispositivo de acero y estos especímenes se colocaron sobre una base de concreto, tal y como puede observarse en la Figura 2.



Figura 2. Implementación del ensayo de viga en voladizo



 ${\bf Figura~3.~ Carga~monot\'onica~uniaxial~aplicada~a~perfiles~tubulares~de~secci\'on~cuadrada}$ 



 ${\bf Figura~4.~ Tipos~de~cargas~monot\'onicas~biaxiales~aplicadas~a~perfiles~tubulares~de~secci\'on~cuadrada}$ 

#### Perfiles tubulares de sección cuadrada

Los especímenes consistieron en perfiles tubulares de acero estructural, de sección transversal cuadrada de 120 de lado y 4 mm de espesor y una longitud libre de 128 cm. Se consideraron dos tipos de cargas, en el primer caso, el tipo de carga aplicada fue monotónica uniaxial, denominado VPTC-M (ver Figura 3). El segundo tipo de carga aplicado corresponde a cargas monotónicas biaxiales mostradas en la Figura 4. La Figura 4a, corresponde a desplazamientos uniaxiales aplicados en las direcciones ortogonales de amplitud creciente (VPTC-L). En el espacio de los desplazamientos, la carga es representada por un conjunto en forma de L, alejándose del origen. La Figura 4b, corresponde a desplazamientos de la misma magnitud aplicados secuencialmente en las dos direcciones ortogonales horizontales, posteriormente descargado a fuerza cero en la misma secuencia (VPTC-C), generando una historia de desplazamiento en forma de un cuadrado en el tope del espécimen. La Figura 4c, corresponde a desplazamientos de la misma magnitud aplicados secuencialmente en dos direcciones ortogonales y posteriormente descargado simultáneamente a fuerza cero (VPTC-T), generando una historia de desplazamiento en forma triangular en el tope del espécimen. Finalmente en la Figura 4d, se muestra una historia de desplazamientos correspondientes a un cuarto de círculo en el tope del espécimen (VPTC-CC).

Durante el ensayo monotónico uniaxial (VPTC-M) se observaron tres etapas bien definidas. Estas etapas también se observaron en Febres et al. 12 para perfiles tubulares circulares. Una primera etapa con un comportamiento elástico lineal, una segunda etapa caracterizada por el endurecimiento y la etapa final donde se puede observar un proceso de ablandamiento. El proceso de ablandamiento coincidió con la aparición del pandeo local en el elemento. Este fenómeno induce una reducción de las fuerzas resistentes y una degradación en la rigidez como se puede observar en la Figura 5.

En la Figura 6a, se muestra el aspecto de la región de la rótula inelástica en la base del espécimen luego del ensayo monotónico uniaxial, la cual puede ser comparada con el aspecto correspondiente al ensayo con carga monotónica biaxial (Figura 6b) la cual se caracteriza por la presencia de dos hundimientos en los dos lados ortogonales.

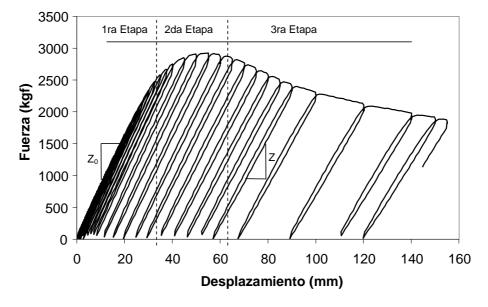
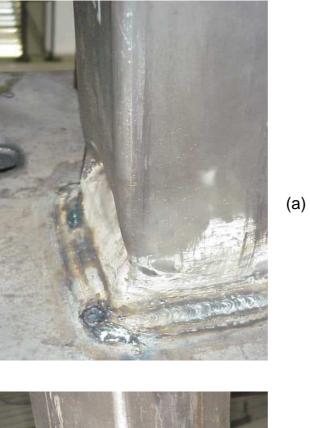
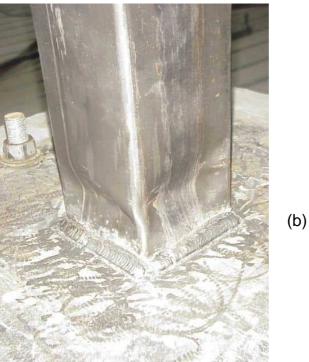
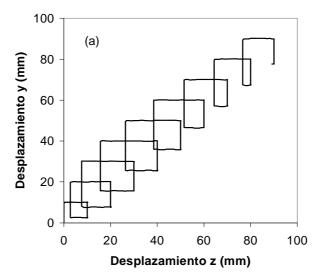


Figura 5. Comportamiento de un elemento tubular durante un ensayo monotónico





**Figura 6.** Aspecto del pandeo local del perfil tubular cuadrado. a) sometido a cargas uniaxiales. b) sometido a cargas biaxiales



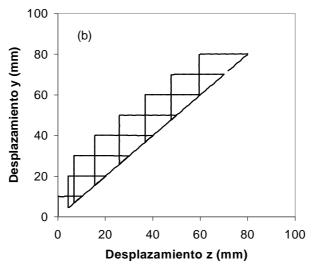
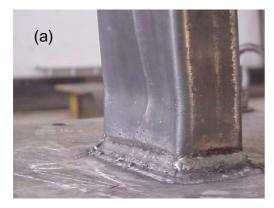


Figura 7. Tipos de cargas monotónicas biaxiales aplicadas

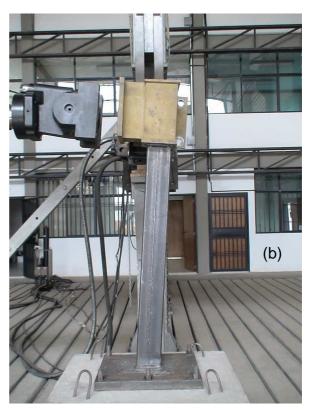
El momento de fluencia plástica obtenido en el ensayo monotónico uniaxial Mu, es de 3530.0 kgf-mt, con un desplazamiento horizontal del extremo libre de 70 mm. (ver Figura 16a). En los ensayos con cargas monotónicas biaxiales se observa una reducción de los momentos de fluencia plástica y del desplazamiento en el extremo libre para el cual se produce el pandeo local.

#### Perfiles tubulares de sección rectangular

Los especímenes consistieron en perfiles tubulares de acero estructural, de sección transversal rectangular de 120 x 60 mm de lado y 2.5 mm de espesor y una longitud libre de 128 cm. Se consideraron dos tipos de cargas para estos especímenes: a) carga monotónica sin descarga uniaxial hasta obtener el momento de fluencia plástica. En dirección y el ensayo fue denominado VPTR-0° y en la dirección z, VPTR-90° y b) cargas monotónicas biaxiales mostradas en la Figura 7. La Figura 7a corresponde a desplazamientos de la misma mag-







**Figura 8.** Aspecto del pandeo local del perfil tubular sometido a flexión uniaxial durante un ensayo monotónico. a) Sometido a cargas uniaxiales en la dirección z, b) sometido a cargas uniaxiales en la dirección y, c) sometido a cargas biaxiales

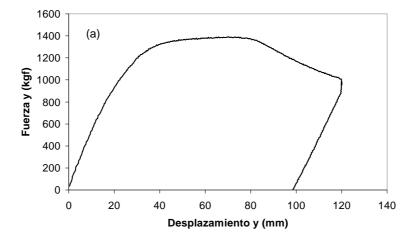
nitud aplicados secuencialmente en las dos direcciones ortogonales horizontales, posteriormente descargado a fuerza cero en la misma secuencia (VPTR-C), generando una historia de desplazamiento en forma de un cuadrado en el tope del espécimen. La Figura 7b, corresponde a desplazamientos de la misma magnitud aplicados secuencialmente en dos direcciones ortogonales y posteriormente descargado simultáneamente a fuerza cero (VPTR-T), generando una historia de desplazamiento en forma triangular en el tope del espécimen.

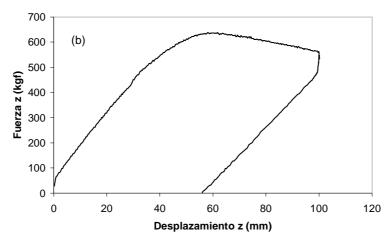
En la Figura 8, se muestra el aspecto de la región de la rótula inelástica en la base del espécimen luego del ensayo monotónico uniaxial, tanto en la dirección z (Figura 8a) como en la dirección y (Figura 8b), la cual puede ser comparada con el aspecto correspondiente al ensayo con carga monotónica biaxial (Figura 8c).

El momento de fluencia plástica en la dirección z obtenido en el ensayo monotónico uniaxial Muz, es de 812.8 kgf-mt, con un desplazamiento horizontal del extremo libre de 61 mm. Y el momento de fluencia plástica en la dirección y, Muy es 1770.1 kgf-mt, con un desplazamiento 70.2 mm (ver Figura 9).

#### Perfiles tubulares de sección circular

En este caso los especímenes ensayados son perfiles de acero estructural, de sección circular de 127 mm de diámetro y 3 mm de espesor. El espécimen consiste en un elemento de columna, empotrado en su extremo inferior y libre en su extremo superior. Su longitud es de 1.28 m. La variable a controlar es el desplazamiento aplicado en el extremo libre.





**Figura 9.** Diagrama de Fuerza – Desplazamiento perfil tubular rectangular. a) Dirección y. b) Dirección z

Se consideraron dos tipos de historia de desplazamiento para estos especímenes. Estas historias son las mismas aplicadas en el espécimen de perfiles rectangulares, mostrados en la Figura 7. El espécimen de sección circular con historia de desplazamiento cuadrada se denomina VPCC-C y con historia de desplazamiento triangular se denomina VPCC-T.

El momento de fluencia plástica en la dirección "z" e "y" obtenido de los ensayos experimentales (My) es 1271 Kgf-mt, con un desplazamiento horizontal en el extremo libre de 26.7 mm. Y el momento último en las direcciones "z" e "y" (Mu) es 1340 kgf-mt, con un desplazamiento 128 mm (ver Figuras 22 y 23).

En la Figura 10, se muestra el aspecto de la región de la rótula inelástica en la base del espécimen luego del ensayo experimental, tanto en la dirección "z" e "y".

#### LEY DE ELASTICIDAD

Una ley constitutiva generalizada para un miembro de una estructura tridimensional como la mostrada en la Figura 11a puede ser obtenida a partir del modelo de plasticidad concentrada<sup>17</sup>. Se considera que un miembro es el ensamblaje de una viga-columna elástica y dos rótulas inelásticas, como se muestra en la Figura 11b. Los esfuerzos ge-





Figura 10. Aspecto del pandeo local del perfil tubular sometido a cargas biaxiales

neralizados y las deformaciones generalizadas son:  $\mathbf{M^T} = (m_{iy}, m_{jy}, n, m_{iz}, m_{jz}, m_x)$  y  $\mathbf{\Phi^T} = (\phi_{iy}, \phi_{jy}, \delta, \phi_{iz}, \phi_{jz}, \phi_x)$  respectivamente, cuyo significado se representa en las Figuras 11c y 11d. Las deformaciones generalizadas describen el cambio de forma del elemento y representan las rotaciones por flexión, el alargamiento de la cuerda y la rotación por torsión. Los esfuerzos generalizados presentan los momentos por flexión alrededor de los ejes y y z, la fuerza axial y los momentos torsores. Con el objeto de cuantificar el nivel de plasticidad y pandeo local en el miembro, se introducen las siguientes variables internas: la matriz de deformaciones plásticas generalizadas  $\mathbf{\Phi}^{\mathbf{T}}_{\mathbf{p}} = (\phi^p_{iy}, \phi^p_{jy}, \delta^p, \phi^p_{iz}, \phi^p_{jz}, 0)$  donde se desprecian las deformaciones permanentes por torsión y el vector de daño  $D = (d_{iy}, d_{jy}, d_{iz}, d_{jz})$ . Las variables en el vector de daño pueden toman valores entre cero (ausencia de pandeo local) y uno (pandeo total en la rótula), una interpretación de los parámetros de daño en el caso de una viga rectangular se muestra en la Figura 12, donde los subíndices y y z indican la orientación del pandeo local.

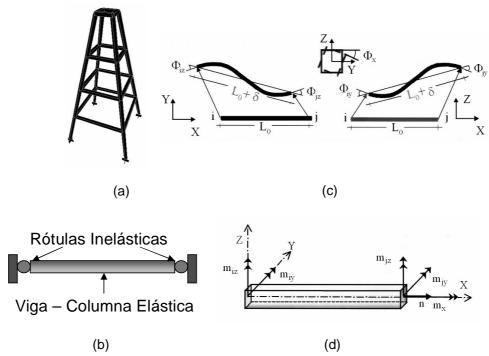


Figura 11. a) Pórtico tridimensional. b) Modelo de plasticidad concentrada. c) Esfuerzos generalizados. d) Deformaciones generalizadas

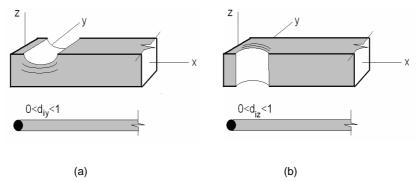


Figura 12. Parámetros de caracterización del pandeo local

La ley de elasticidad de un miembro con pandeo local puede ser expresada como:

$$\mathbf{\Phi} - \mathbf{\Phi} \mathbf{p} = \mathbf{F}(\mathbf{D})\mathbf{M} \tag{1}$$

donde  $\mathbf{F}(\mathbf{D})$  es la matriz de flexibilidad del miembro que depende del grado de pandeo local

$$\mathbf{F}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}^{\mathbf{o}} + \mathbf{C}(\mathbf{D}) \tag{2}$$

 $\mathbf{F}^o$  es la matriz de flexibilidad elástica convencional y  $\mathbf{C}(\mathbf{D})$  representa la flexibilidad adicional que resulta del daño en el miembro de acero. Esta es una matriz diagonal cuyos términos no nulos son:

$$C_{11}(D) = \frac{d_{iy}F_{11}^0}{1 - d_{iy}}; \quad C_{22}(D) = \frac{d_{jy}F_{22}^0}{1 - d_{jy}}; \quad C_{44}(D) = \frac{d_{iz}F_{44}^0}{1 - d_{iz}}; \quad C_{55}(D) = \frac{d_{jz}F_{55}^0}{1 - d_{jz}}$$
(3)

La ley de estado (1), puede incluir un termino de "deformaciones iniciales" o "esfuerzos iniciales", que representan los denominados "momentos de empotramientos" debidos a las fuerzas externas distribuidas aplicadas sobre el miembro.

El grado de pandeo local en una rótula inelástica puede ser medido experimentalmente mediante el procedimiento descrito en Inglessis  $et\ al.^{11,13}$ . Para el ensayo experimental con carga monotónica uniaxial, se obtiene que el daño se calcula como:

$$d = 1 - \frac{Z}{Z_0} \tag{4}$$

donde Z representa la pendiente de las descargas elásticas durante el ensayo y  $Z_0$  representa la pendiente en etapa elástica, como se indica en la Figura 5.

## LEYES DE EVOLUCIÓN DE LAS ROTACIONES PLÁSTICAS Y DEL PANDEO LOCAL

#### Función de fluencia

Para describir el comportamiento de una rótula inelástica sin pandeo local se considera la ecuación propuesta por Santathaporn y Chen<sup>18</sup>:

$$f_i = \left(\frac{N}{N_u}\right)^{e1} + \left(\frac{M_{iy}}{M_{uy}}\right)^{e2} + \left(\frac{M_{iz}}{M_{uz}}\right)^{e2} - 1 \tag{5}$$

donde:  $N_u$  es la fuerza axial de fluencia,  $M_{uy}$  y  $M_{uz}$  son los momentos de fluencia plástica por flexión alrededor de los ejes y y z respectivamente. El pandeo local disminuye el momento resistente de la sección y por consiguiente el momento de fluencia de la rótula. Este fenómeno puede ser descrito a partir de la hipótesis de esfuerzos equivalentes, la cual establece que la función de fluencia de una rótula inelástica con daño, puede ser obtenida a partir de la función de fluencia de una rótula intacta, sí los momentos son sustituidos por los momentos efectivos. Este último concepto es similar al concepto de esfuerzos efectivos presentado en la teoría de daño continuo, y está dado por:

$$\bar{M}_{iy} = \frac{M_{iy}}{(1 - d_{iy})}; \quad \bar{M}_{iz} = \frac{M_{iz}}{(1 - d_{iz})}$$
 (6)

La función de fluencia de una rótula inelástica con pandeo local es:

$$f_{i} = \left(\frac{N}{N_{u}}\right)^{e1} + \left(\frac{M_{iy}}{M_{uy}(1-d_{iy})}\right)^{e2} + \left(\frac{M_{iz}}{M_{uz}(1-d_{iz})}\right)^{e2} - 1$$

$$f_{j} = \left(\frac{N}{N_{u}}\right)^{e1} + \left(\frac{M_{jy}}{M_{uy}(1-d_{jy})}\right)^{e2} + \left(\frac{M_{jz}}{M_{uz}(1-d_{jz})}\right)^{e2} - 1$$
(7)

#### Ley de evolución de las deformaciones plásticas

Las leyes de evolución de las deformaciones plásticas se obtienen mediante la ley de normalidad:

$$\dot{\phi}_{iy}^{p} = \dot{\lambda} \frac{\partial fi}{\partial m_{iy}}; \quad \dot{\phi}_{iz}^{p} = \dot{\lambda} \frac{\partial fi}{\partial m_{iz}}$$

$$\dot{\delta}^{p} = \dot{\lambda}_{i} \frac{\partial fi}{\partial N} + \lambda_{j} \frac{\partial fj}{\partial N}$$
(8)

donde  $\lambda_i$  y  $\lambda_j$  son los multiplicadores plásticos de las rótulas inelásticas i y j respectivamente.

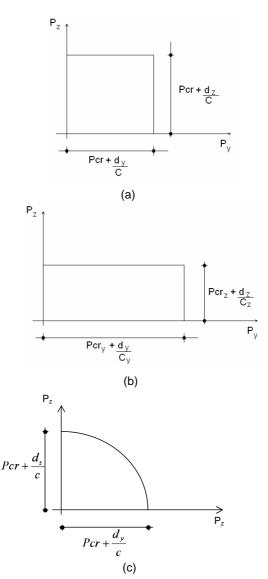


Figura 13. Dominio del pandeo local. a) Sección cuadrada. b) Sección rectangular. c) Sección circular

#### Ley de evolución del pandeo local

Para describir la ley de evolución del pandeo, se considera la función de daño,  $g_i$ , propuesta por Guerrero  $et\ al.^{19}$ , la cual define un dominio de pandeo. Esta función depende de las rotaciones plásticas acumuladas  $P_{iy}$  y  $P_{iz}$ , siendo estas las variables conductoras del pandeo. Estas últimas se definen de la manera siguiente:

$$\dot{P}_{iy} = \left| \dot{\phi}_{iy}^p \right|; \quad \dot{P}_{iz} = \left| \dot{\phi}_{iz}^p \right| \tag{9}$$

La función de daño depende de la sección transversal del perfil tubular. En el caso de perfiles tubulares con sección transversal cuadrada, el dominio de pandeo se muestra en la Figura 13a y se escribe como:

$$d_{iy} = c \langle P_{iy} - P_{cr} \rangle; \quad d_{iz} = c \langle P_{iz} - P_{cr} \rangle$$
 (10)

Para perfiles rectangulares el dominio de pandeo tiene la forma mostrada en la Figura 13b y se escribe como:

$$d_{iy} = c_y \langle P_{iy} - P_{cry} \rangle; \quad d_{iz} = c_z \langle P_{iz} - P_{crz} \rangle$$
(11)

En el caso de miembros con sección transversal circular el dominio de pandeo puede ser representado por un círculo, como se muestra en la Figura 13c, la función de daño en este caso, está dada por:

$$g_i = \left(\frac{P_{iy}}{P_{cr} + d_{iy/c}}\right)^2 + \left(\frac{P_{iz}}{P_{cr} + d_{iz/c}}\right)^2 - 1 \tag{12}$$

c caracteriza la tasa de crecimiento del pandeo local debido al incremento de la rotación plástica y  $P_{cr}$  representa el valor de las rotaciones plásticas en el cual se inicia el proceso de pandeo bajo solicitaciones monotónicas uniaxiales.

En el caso de una viga en voladizo, tal como los especímenes ensayados, las constantes c y  $P_{cr}$  se pueden obtener a partir de la gráfica experimental momento-rotación de un ensayo monotónico uniaxial. Asumiendo que la rigidez de la viga permanece constante durante la etapa de endurecimiento, la rotación plástica en la cual se inicia el pandeo local,  $P_{cr}$ , se determina empleando la pendiente medida durante la primera etapa o etapa elástica, como se muestra en la Figura 14 y c se obtiene a partir de la pendiente de la etapa de ablandamiento.

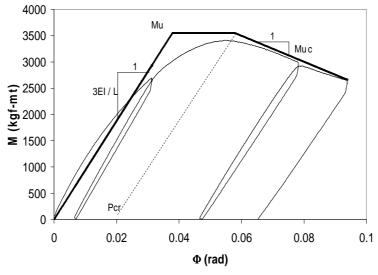


Figura 14. Determinación experimental de los parámetros de la ley de evolución del daño

#### SIMULACIONES NUMÉRICAS

El conjunto de ecuaciones compuesto por la ley de elasticidad (1), la función de fluencia (7), la ley de evolución de las deformaciones plásticas (8), la ley de evolución del daño (9) y la función de daño (10), (11) y (12), definen un modelo que se implementó en un programa comercial de análisis estructural<sup>20</sup>. Con la finalidad de validar el modelo, en esta sección se comparan los resultados obtenidos del modelo implementado con los resultados experimentales de los especímenes sometidos a las cargas monotónicas uniaxiales y biaxiales.

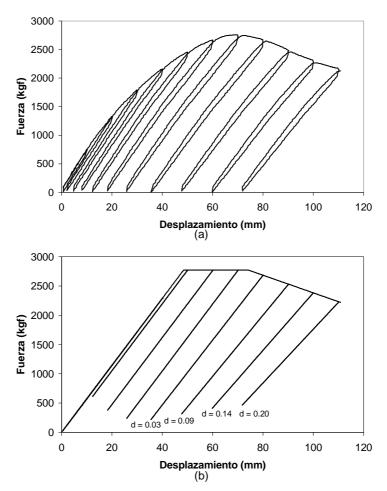
#### Ensayo VPTC-M

En la Tabla I, se muestran los valores de los parámetros empleados en la simulación. Estos parámetros se tomaron tal y como se describió en la sección anterior a partir de la gráfica momento - rotación del ensayo monotónico uniaxial.

Sección	Función de Fluencia					Función de Daño			
Transversal	$e_1$	$e_2$	$E_3$	Muy(kgf - mt)	Muz(kgf-mt)	$Pcr_y$	$c_y$	$Pcr_z$	$c_z$
Cuadrada	2.0	2.0	2.0	3500.0	3500.0	0.02	5.0	0.020	5.0
Rectangular	2.0	2.0	2.0	1400.0	500.0	0.01	14.0	0.025	8.0
Circular	2.0	2.0	2.0	1340.0	1340.0	0.083	5.00	0.083	5.00

Tabla I. Parámetros de los perfiles tubulares ensayados

En la Figura 15a, se muestran los resultados experimentales y en la Figura 15b, los resultados de la simulación numérica. En esta última, se indican los valores del daño obtenidos en algunas de las descargas elásticas.



**Figura 15.** Resultados del ensayo VPTC-M a) Fuerza – desplazamiento experimental. b) Fuerza – desplazamiento correspondiente a la simulación

#### Ensayo VPTC-L

En las Figuras 16a y 16b, se muestran los resultados correspondientes a las fuerzas en el tope de la probeta, obtenidos experimentalmente y por medio de la simulación numérica respectivamente. En las Figuras 16c y 16d, se observan la gráficas fuerzas contra desplazamiento en la dirección z y en las Figuras 16e y 16f los correspondientes a la dirección y. Como puede observarse, existe una buena concordancia entre los resultados obtenidos con la simulación numérica y los experimentales.

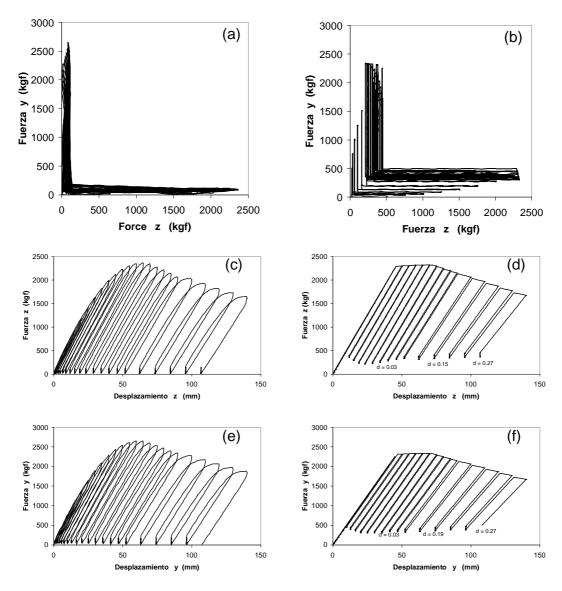
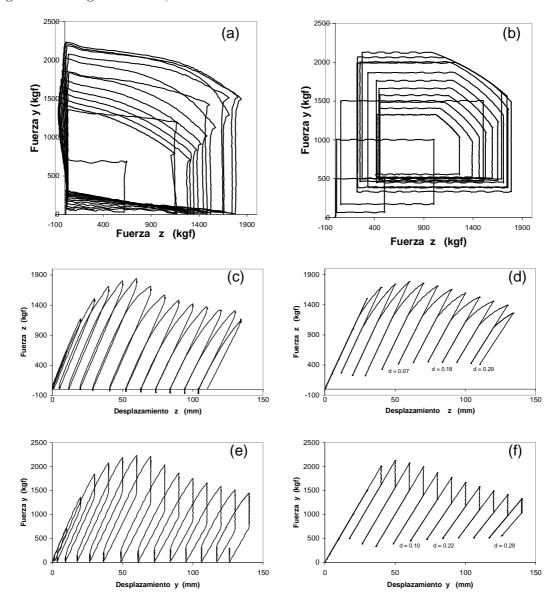


Figura 16. Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTC-L a)
Fuerza z – fuerza y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica.
e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPTC-C

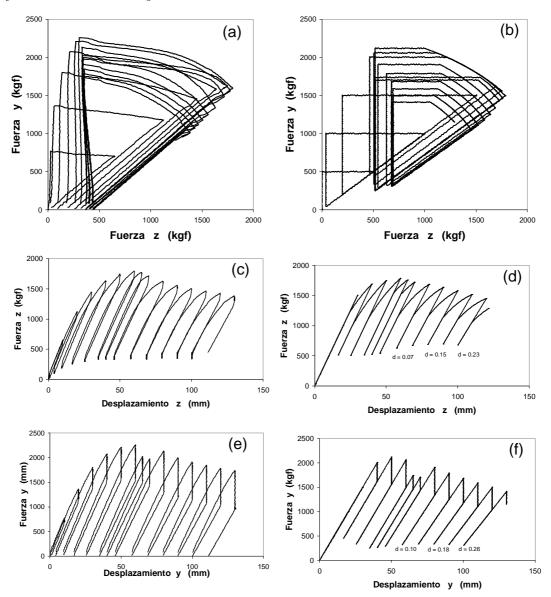
En la Figura 17a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 17b, la gráfica de fuerza z –fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 17c y 17d, se presentan las curvas fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación, en la dirección z y en las Figuras 17e y 17f indican las gráficas fuerza-desplazamiento en la dirección y. Adicionalmente se indican los valores correspondientes del daño al inicio de algunas descargas elásticas, siendo el último valor de 0.29 en ambas direcciones.



**Figura 17.** Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTC-C a) Fuerza z – fuerza y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPTC-T

En la Figura 18a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 18b, la gráfica de fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 18c y 18d, se muestran las curvas fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación respectivamente, en la dirección z y en las Figuras 18e y 18f indican las gráficas de fuerzadesplazamiento en la dirección y. Adicionalmente se indican los valores correspondientes del daño al inicio de algunas descargas elásticas, siendo el último valor de 0.23 en la dirección z y 0.26 en la dirección y.



**Figura 18.** Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTC-T a) Fuerza z – fuerza y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPTC-CC

En la Figura 19a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 19b, se muestra la curva fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 19c y 19d, se muestran las gráficas de fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación respectivamente, en la dirección z y en las Figuras 19e y 19f se presentan las gráficas de fuerza-desplazamiento en la dirección y.

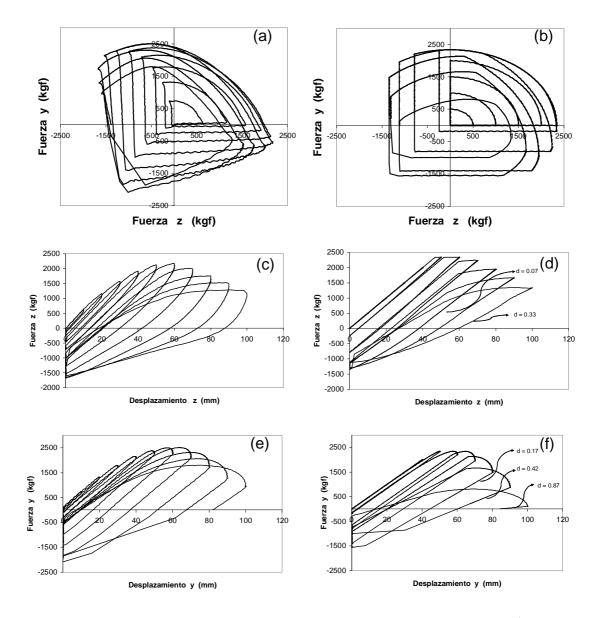
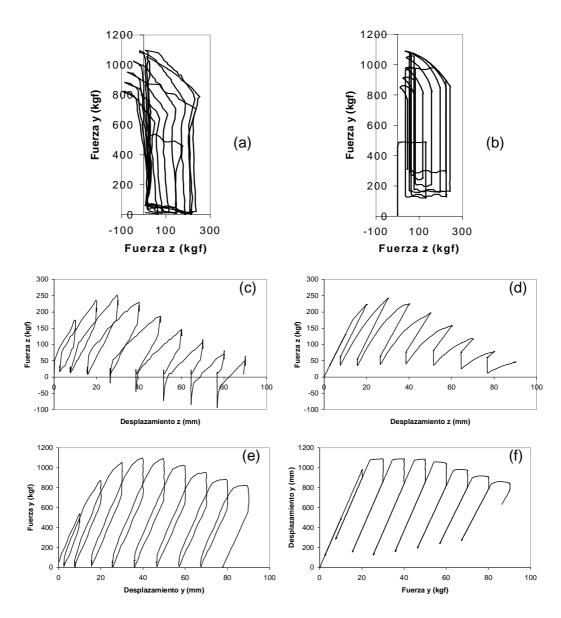


Figura 19. Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTC-CC a) Fuerza z – Fuerza y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – Desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPTR-C

En la Figura 20a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 20b, la curva de fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 20c y 20d, se presentan las curvas fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación, en la dirección z y en las Figuras 20e y 20f las gráficas de fuerza-desplazamiento en la dirección y.



**Figura 20.** Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTR-C a) Fuerza Z – fuerza Y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPTR-T

En la Figura 21a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 21b, la curva de fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 21c y 21d, se muestran las curvas de fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación, en la dirección z y en las Figuras 21e y 21f indican las gráficas de fuerza-desplazamiento en la dirección y.

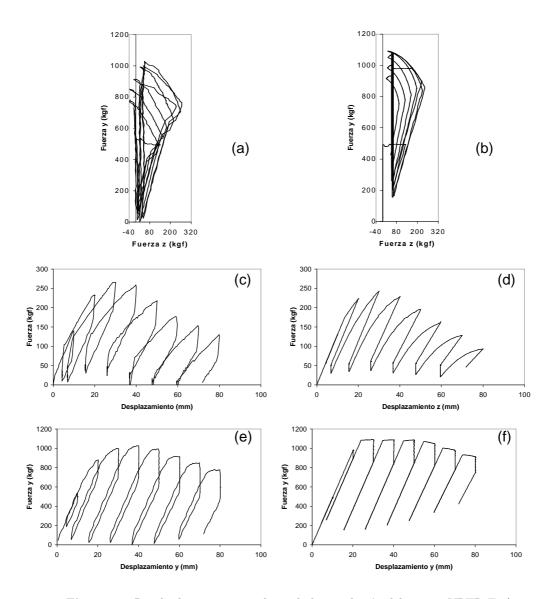
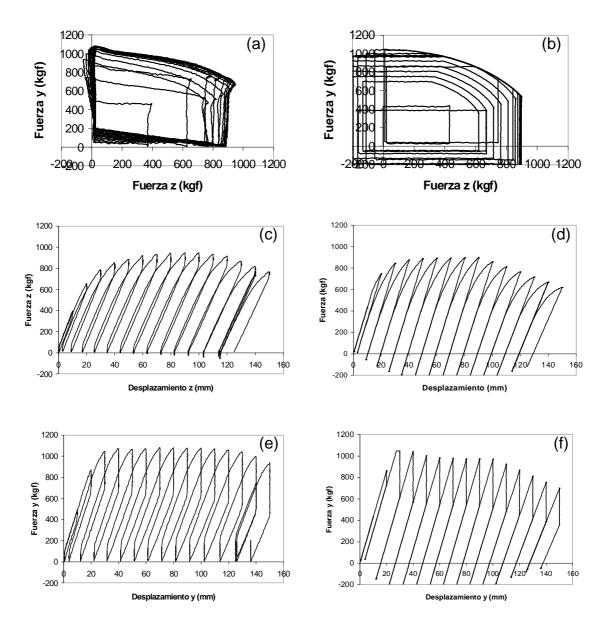


Figura 21. Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPTR-T a) Fuerza Z – fuerza Y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPCC-C

En la Figura 22a se muestra la gráfica experimental de fuerza z – fuerza y y en la Figura 22b, la gráfica de fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En las Figuras 22c y 22d, se muestran las curvas de fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación respectivamente en la dirección z, mientras que en las Figuras 22e y 22f indican las gráficas de fuerza-desplazamiento en la dirección y.



**Figura 22.** Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPCC-C a) Fuerza Z – fuerza Y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### Ensayo VPCC-T

En la Figura 23a se muestra la gráfica experimental de fuerza z –fuerza y y en la Figura 23b, la gráfica de fuerza z – fuerza y, obtenida por la simulación. En la Figura 23c y 23d, se muestran las curvas fuerzas-desplazamiento experimental y la obtenida por la simulación respectivamente, en la dirección z y en las Figuras 23e y 23f indican las gráficas de fuerza - desplazamiento en la dirección y.

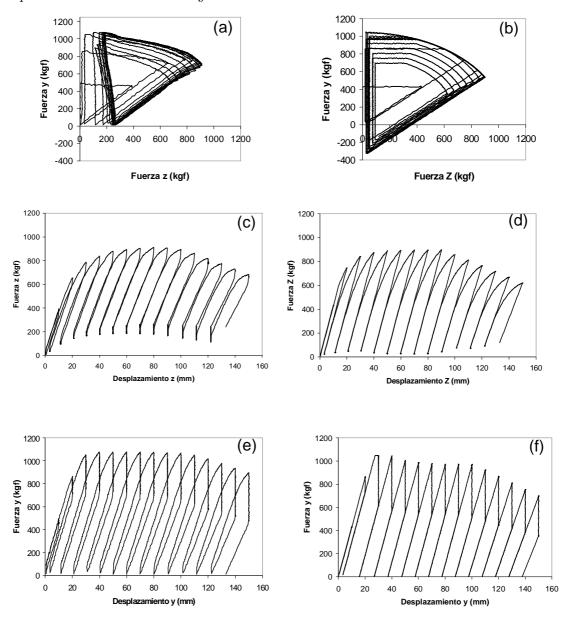


Figura 23. Resultados experimentales y de la simulación del ensayo VPCC-T a) Fuerza Z – fuerza Y experimental. b) Simulación numérica. c) Fuerza – Desplazamiento experimental en la dirección z. d) Simulación numérica. e) Fuerza – desplazamiento experimental en la dirección y. f) Simulación numérica

#### CONCLUSIONES

La teoría del daño concentrado permite describir con aceptable precisión el comportamiento de elementos tubulares de acero sometidos a flexión biaxial. El modelo propuesto tiene como principales propósitos describir de una manera simple y efectiva el comportamiento mecánico de un elemento de acero estructural de sección tubular y medir el grado de pandeo local.

El modelo puede ser mejorado incluyendo la influencia de la carga axial en la evolución del pandeo local. Esta tarea es indispensable en el análisis de columnas.

Para el análisis de este tipo de estructuras con el modelo propuesto sólo se requiere determinar Pcr y c en ambas direcciones. Los valores de estas constantes deben determinados experimentalmente como se describe en Guerrero  $et\ al.^{19}$  para los diferentes perfiles estructurales existentes en el mercado.

#### AGRADECIMIENTOS

Los Resultados presentados en este artículo fueron obtenidos en el curso de una investigación financiada por FONACIT, CDCHT-UCLA.

#### REFERENCIAS

- 1 F. Qin, T.Z. Fung, C.K. Soh, "Hysteretic behavior of completely overlap tubular joints", *J. Constr. Steel Res.*, Vol. **57**, N° 7, pp. 811-29, (2001).
- 2 G.T. Ju, S. Kyriakides, "Bifurcation and localization instabilities in cylindrical shells under bending II Predictions", *Int. J. Solids Struct.*, Vol **19**, N° 9, pp. 1143-1171, (1992).
- 3 S.L. Chan, S. Kitipornchai, G.A. Faris, "Elasto-plastic analysis of box beam-columns incluiding local buckling effects", *J. struct. Eng. ASCE*, Vol. **117**, N° 1, pp. 1946-62, (1991).
- 4 S.A. Karamanos, J.L. Tassoulas, "Tubular members. I: Stability analysis and preliminary results", J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 122, N° 1, pp. 64-71, (1996).
- 5 A.H. Salem, M. El Aghoury, F.F. El Did, M.T. Hanna, "Ultimate capacity of I-slender section columns", it J. Constr. Steel Res., Vol. 60, N° 8, pp. 1193-1211, (2004).
- 6 T. Wilkinson, G. Hancock, "Predicting the rotation capacity of cold-formed RHS beams using finite element analysis", *J. Constr. Steel Res.*, Vol. **58**, N° 11, pp. 1455-1471, (2002).
- 7 E. Ellobody, B. Young, "Structural performance of cold-formed high strength stainless steel columns", J. Constr. Steel Res., Vol. 61, N° 129, pp. 1631-1649, (2005).
- 8 L. Jiang, Y. Goto, M.Obata, "Hysteretic modeling of thin-walled circular steel columns under biaxial bending", *J. of Struct. Eng.*, Vol. **128**, N° 3, pp. 319-327, (2002).
- 9 I. Sohal, W.F. Chen, "Moment-curvature expressions for fabricated tubes", J. Struct. Div. ASCE, Vol. 110, N° 11, pp. 2738-57, (1984).
- 10 Y. Zheng, T. Usami, H. Ge, "Ductility evaluation procedure for thin-walled steel structures", J. of Struct. Eng. Vol. **126**, N° 11, pp. 1312-1319, (2000).
- 11 P. Inglessis, G. Gomez, G. Quintero, J. Flórez-López, "Model of damage for steel frame members",  $Eng.\ Struct.$ , Vol. **21**, N° 10, pp. 954-964, (1999).
- 12 R. Febres, P. Inglessis, J. Flórez-López, "Modeling of local buckling in tubular steel frames subjected to cyclic loading", *Comput, Struct.*, Vol. **81**, pp. 2237-2247, (2003).
- 13 P. Inglessis, S. Medina, R. Febres, J. Flórez-López, "Modeling of local buckling in tubular steel frames by using plastic hinges with damage", *Steel Compos Struct.*, Vol. **2**, N° 1, pp. 21-34, (2002).

- 14 A. Cipollina y J. Flórez-López, "Modelos simplificados de daño en pórticos de concreto armado", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 11, pp. 3-22, (1995).
- 15 J. Flórez-López, "Modelos de daño concentrado para la simulación del colapso de pórticos planos", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 2, N° 9, pp. 123-159, (1993).
- 16 J. Flórez-López, "Un modelo del comportamiento histerético de elementos de hormigón armado basado en la teoría del daño concentrado", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 12, N° 4, pp. 411-426, (1996).
- 17 M.E. Marante, J. Flórez-López, "Análisis tridimensional de elementos de concreto armado mediante la teoría del daño concentrado", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 18, N° 3, pp. 335-350, (2002).
- 18 S. Santathadaporn, W.F. Chen, "Interaction curves for section under combined biaxial bending and axial forces", Welding Research Council Bulletin, N° 148, New Cork, (1970).
- 19 N. Guerrero, M. Marante, R. Picón, J. Flórez-López, "Model of local buckling in steel hollow structural elements subjected to biaxial bending", *J. Constr. Steel Res.*, Vol. **63**, N° 6, pp. 779-790, (2007).
- 20 "ABAQUS User's Manual Hibbitt. Version 6.5-4", Karlsson & Sorensen, Inc.