

# CARACTERIZACIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS DE PUENTES USANDO VIBRACIÓN AMBIENTAL Y MODELADO NUMÉRICO: CASO DE ESTUDIO, PUENTE MANANTIALES EN BAJA CALIFORNIA, MÉXICO <sup>1</sup>

María José Calvillo Castorena <sup>2</sup>, Carlos I. Huerta López <sup>3</sup>, Fortunato Espinoza Barreras <sup>4</sup>

Resumen: Se estudió el comportamiento experimental del puente Manantiales usando registros de vibración ambiental. El promedio general de la frecuencia fundamental del puente estimada experimentalmente fue de 2.94Hz mientras que usando el programa SAP2000 se obtuvo una frecuencia teórica de 2.4Hz. Calibrado el modelo teórico, se estimaron las frecuencias teóricas utilizando PSA con el 0% de amortiguamiento ante la incidencia del sismo “El Mayor Cucapah” ocurrido en 4 de abril de 2010 y se realizó un análisis comparativo entre valores experimentales y teóricos en términos de la comparación puntual y valores promedio. La razón de amortiguamiento estimada en los diferentes claros del puente varió entre 2.7% y 5.1%. El patrón del comportamiento de las deflexiones teóricas y experimentales mostró un comportamiento semejante. La frecuencia fundamental de vibración del puente y del terreno difiere por aproximadamente un factor de dos, por lo que no se espera que se presente el fenómeno de resonancia.

**Palabras clave:** Baja California, deflexiones, mediciones de vibración ambiental, México, modelado numérico, razón espectral.

## CHARACTERIZATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF BRIDGES USING ENVIRONMENTAL VIBRATION AND NUMERICAL MODELING: CASE STUDY, MANANTIALES BRIDGE IN BAJA CALIFORNIA, MEXICO

Abstract: The experimental behavior of the Manantiales bridge was studied using ambient vibration records. The general average of the fundamental frequency of the bridge experimentally estimated was 2.94 Hz. Using the SAP2000 software the estimated theoretical frequency was 2.4 Hz. Calibrating the theoretical model, the theoretical frequencies were estimated using PSA with 0% damping using “El Mayor Cucapah” earthquake occurred on April 4, 2010 and a comparative analysis between experimental and theoretical values was made in terms of the comparison of nodal points and average values. The damping ratio estimated in different spans of the bridge varied between 2.7% and 5.1%. The pattern of behavior of the theoretical and experimental deflections showed a similar behavior. The fundamental vibration frequency of the bridge and the site that surrounds it differ at least by a factor of two, resonance phenomenon is not expected to happen. The results of the study allowed concluding that pendular isolation systems can be used for an effective seismic isolation of SF6 power stations in soft soils.

**Keywords:** Ambient vibration measurements, Baja California, deflections, México, numerical modeling, spectral ratio.

---

<sup>1</sup>Artículo recibido el 17 de mayo de 2014 y aceptado para publicación el 25 de marzo de 2015.

<sup>2</sup>Ingeniera Civil Graduada del ITT, Práctica profesional independiente. E-mail: maryjosecalvillo@gmail.com.

<sup>3</sup>Catedrático Asociado, Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Recinto Universitario de Mayagüez, Mayagüez, PR 00680. E-mail: carlos.huerta@upr.edu.

<sup>4</sup>Instituto Universitario Integral AC (IUNIVERSI), Ensenada, BC, y Universidad Autónoma de Baja California, Carretera Transpeninsular Tijuana-Ensenada 3917, Ensenada, Baja California 22860. E-mail: fortunato@uabc.edu.mx.

## **INTRODUCCIÓN**

La caracterización de las estructuras civiles en términos de sus propiedades y de su respuesta ante cargas dinámicas es de gran importancia para determinar su seguridad, su confiabilidad y decidir si es adecuado realizar algún tipo de reparación en ella. Se han desarrollado diferentes métodos para estimar, ya sea teórica o experimentalmente, las propiedades dinámicas de las estructuras civiles. Cada uno de ellos presentan ventajas y desventajas que deben evaluarse para seleccionar el método que genere resultados confiables, según el caso particular de estudio.

En el presente trabajo, se estima teórica y experimentalmente la frecuencia fundamental de vibración, el amortiguamiento y el patrón de deflexiones típicas ante cargas vivas del puente Manantiales, así como la frecuencia predominante de vibración del terreno en su entorno.

En este trabajo se utiliza el método de vibración ambiental que consiste en medir y analizar las vibraciones de baja amplitud. Una de las principales ventajas del método es que se realizan mediciones de vibración ambiental sin interrumpir el funcionamiento de la estructura, y se aprovechan las vibraciones generadas por las cargas presentes.

Para determinar las frecuencias fundamentales de vibración y razones de amortiguamiento, se utiliza una aproximación basada en el análisis espectral de señales en el dominio de la frecuencia (espectros de Fourier, cocientes espectrales y espectros de potencia), así como la técnica del decremento aleatorio (TDA) para el análisis en el dominio del tiempo. Las mediciones de la aceleración son primero procesadas basándose en análisis espectral. Después se usa la TDA para obtener la respuesta de vibración e identificar simultáneamente la frecuencia fundamental de vibración y valores de amortiguamiento.

Otro punto de interés en obras civiles es la estimación de las deflexiones. En este caso particular se determina de una forma experimental el patrón de las deflexiones que se presentan con el paso de los vehículos que transitan sobre el puente, para hacer una comparación con el patrón de deflexiones máximas esperadas obtenidas teóricamente. Partiendo de los registros de aceleración generados por las cargas vivas dinámicas y realizando un tratamiento adecuado de integración con respecto al tiempo, es posible estimar el desplazamiento generado por el paso de diferentes tipos de vehículos previamente definidos.

En la parte teórica de este estudio, se utiliza el programa de cálculo estructural SAP2000 para generar el modelo numérico del puente y su calibración para obtener las frecuencias de vibración mediante la generación de espectros de pseudo-aceleración (PSA). Debido a que es de gran importancia conocer las propiedades dinámicas del suelo sobre el cual se erige una estructura, se obtuvieron registros de aceleración mediante mediciones de vibración ambiental en diferentes puntos del terreno. Esto se hizo con la finalidad de obtener la función de transferencia del suelo mediante la estimación de cocientes espectrales H/V. El modelado teórico de la función de transferencia del suelo se realiza con el método de propagación de ondas en una dimensión, cuya solución numérica se hizo por medio del método de matrices de rigidez (Kausel y Roësset, 1981).

## **REGIÓN DONDE SE LOCALIZA LA ESTRUCTURA DE ESTUDIO**

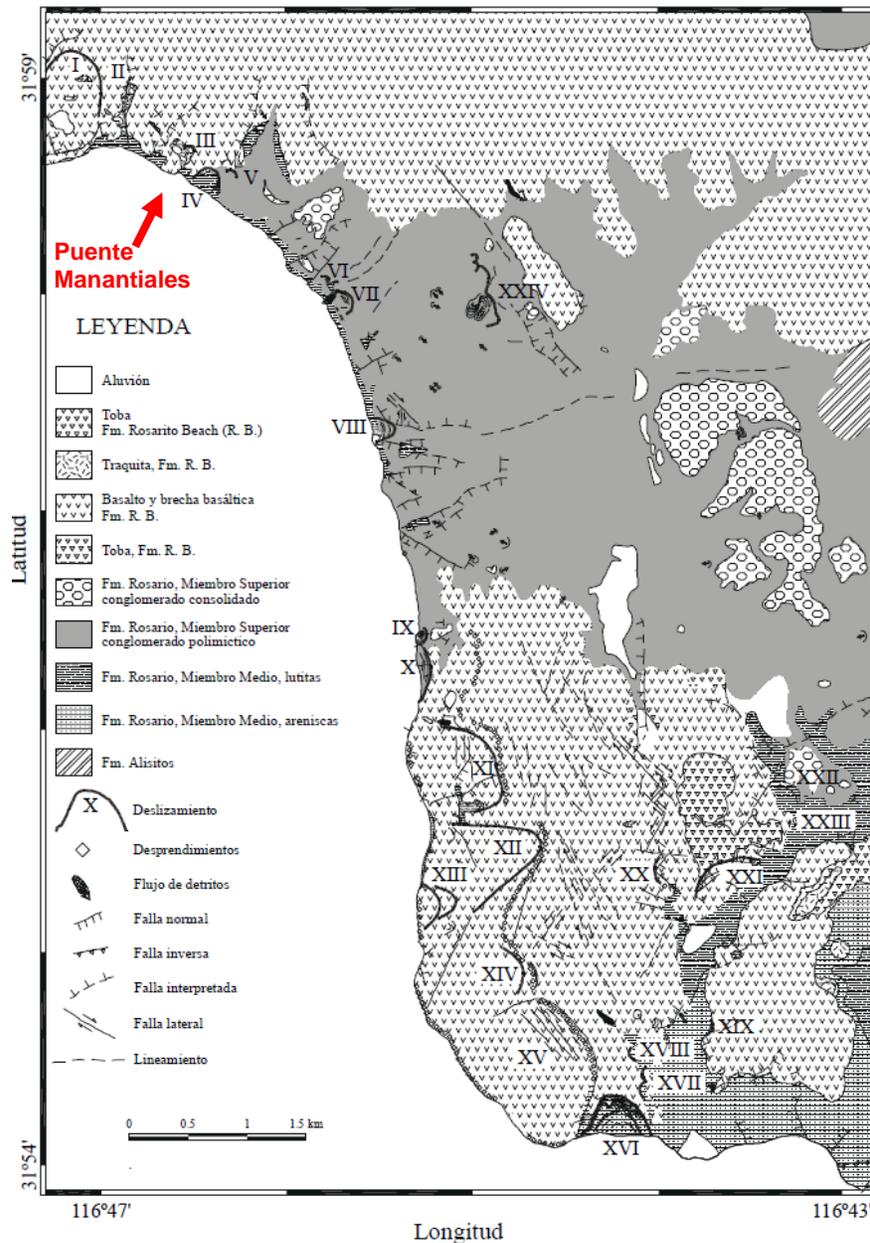
### **Descripción de la región**

El puente Manantiales se localiza en la porción noroeste (NO) de la península de Baja California, México, la cual forma parte de la placa del Pacífico que se desplaza hacia el NO con respecto a la placa Norteamericana. Específicamente el puente se ubica en la zona denominada Salsipuedes, en el kilómetro 88+975 de la carretera de cuota Tijuana-Ensenada. En esta región la sismicidad asociada con la Falla San Miguel (localizada hacia el oriente de Salsipuedes) es significativa. Cerca de la región donde se ubica el puente en estudio se encuentra la falla El Descanso-Estero, localizada mar adentro, escasamente a una decena de kilómetros entre Punta Salsipuedes y la ciudad de Ensenada.

## Descripción de la geología regional

La litología de la región está representada por rocas sedimentarias de la Formación Rosario del Cretácico Tardío que descansa sobre rocas volcánicas y volcanoclásticas de la Formación Alisitos del Cretácico Temprano. Sobre la Formación Rosario se depositó la Formación Rosarito Beach del Mioceno, caracterizada por derrames de lava y sedimentos de ambiente costero (Cruz y Delgado, 2000). El suelo de la región donde se ubica el puente en estudio se caracteriza por limolita-arenisca correspondientes al Cretácico Superior.

Un dato importante de la zona en la que se desarrolló este trabajo es la presencia de deslizamientos de tierra. Estudios desarrollados por Cruz y Delgado (2000) describen que el deslizamiento localizado al oriente del kilómetro 90 de la carretera de cuota Tijuana-Ensenada presenta grietas y fracturas cercanas y paralelas a la cabecera, en la corona del deslizamiento, lo que lo hace potencialmente activo (Figura 1).



**Figura 1:** Mapa geológico de la zona cercana donde se ubica el puente Manantiales. Los deslizamientos están numerados del I al XXIV, siendo los más activos el VII, XVI y XX (adaptado de Cruz y Delgado, 2000).

## DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

El puente Manantiales está formado por dos cuerpos (A y B), los cuales fueron construidos para salvar una vía pluvial. El cuerpo A corresponde al sentido del tránsito vehicular de Tijuana hacia Ensenada, y el cuerpo B de Ensenada a Tijuana (Figura 2). Ambos cuerpos están constituidos por tres claros, apoyados en sus extremos por dos estribos y en la parte intermedia por dos pilas (Figura 3). El estudio del presente trabajo se realizó en el cuerpo B.

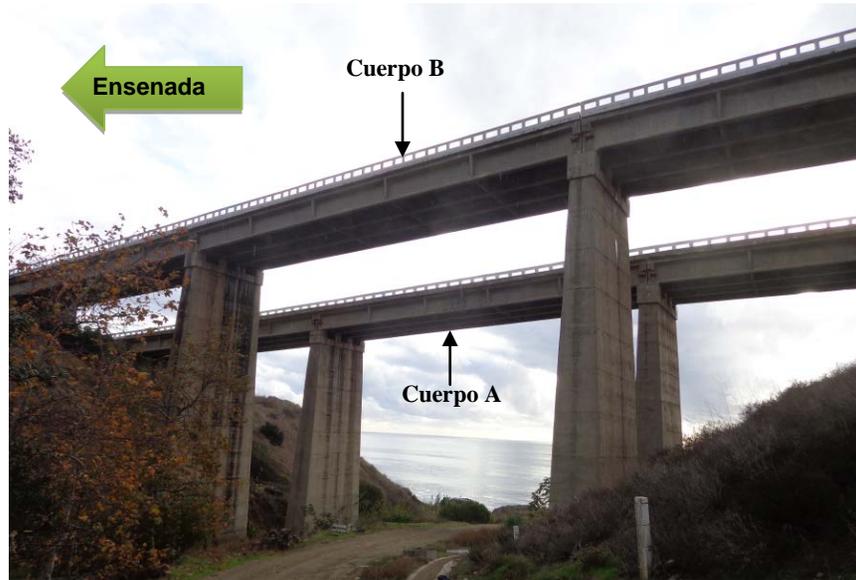


Figura 2: Puente Manantiales (cuerpo A y cuerpo B).

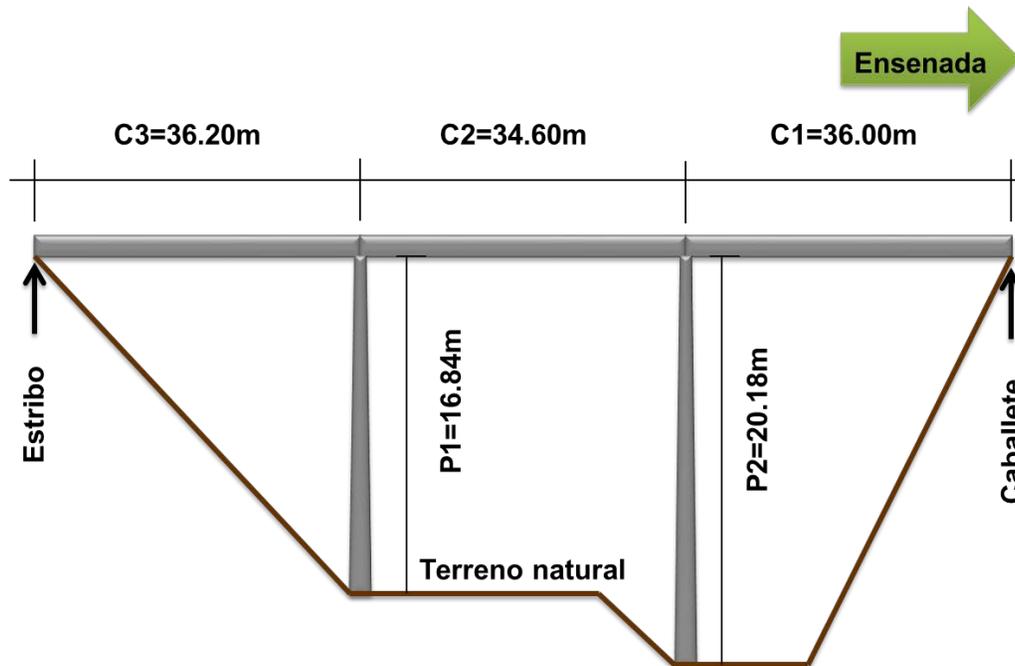


Figura 3: Elevación de Puente Manantiales.

El puente Manantiales fue construido aproximadamente en el año 1960 y debido a la falta de planos estructurales y memoria de cálculo del puente, se utilizó información de la Secretaría de Obras Públicas para proyectos tipo de puentes para carretera del año 1980, en las que se especifican las siguientes propiedades de los materiales usados: (i) acero de refuerzo de  $LE \geq 4000 \text{ kg/cm}^2$ , (ii) concreto de  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$  y (iii) apoyos de neopreno ASTM D2240 con dureza 60. Posteriormente se hizo un levantamiento para verificar las dimensiones y características de los elementos estructurales del puente. La realización de pruebas ya sea destructivas como no destructivas para la verificación de las propiedades de los materiales quedó fuera de este estudio por cuestiones de tiempo.

El puente tiene una longitud total de 106.80 m constituida por tres claros: C1, C2 y C3 con longitudes de 36.00 m, 34.60 m y 36.20 m respectivamente. El ancho total de la superestructura es de 8.85 m, los dos apoyos extremos son de tipo estribo y caballete localizados según indica la Figura 3 con aleros integrados. El primero fue construido de concreto reforzado y el segundo de mampostería; ambos tienen zapatas como cimientos. En la parte intermedia está soportado por dos pilas de concreto reforzado de sección transversal rectangular variable con la altura. La pila 1 (P1) tiene una altura de 16.84 m, la pila 2 (P2) de 20.18 m y la cimentación de ambas es a base de zapatas aisladas de concreto reforzado. Sobre los apoyos intermedios y extremos descansa una losa de concreto armado de 0.30 m de espesor y cuatro traveses de concreto reforzado con peralte de 1.70 m (Figura 4). Se observan seis diafragmas de concreto reforzado con un espesor de 0.10 m por cada claro.

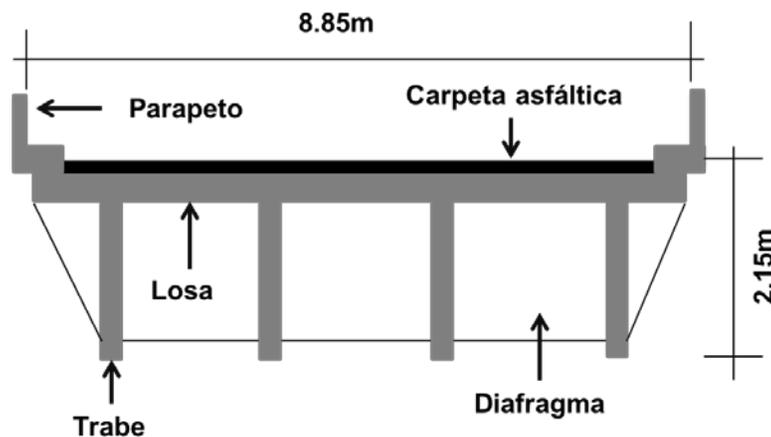


Figura 4: Sección transversal del Puente Manantiales.

## MEDICIONES DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

### Equipo de medición

Para la realización de las mediciones de vibración ambiental (producidas por fuentes de origen antropogénico y natural) sobre el puente y el terreno, se utilizaron tres acelerómetros triaxiales EpiSensor ES-T (Figura 5a), cuyas características y especificaciones se describen en la Tabla 2 y en la Figura 6. También se usó una grabadora de registro (Figura 5b), modelo SSR-1 de 6 canales, memoria de estado sólido y convertidor A/D (analógico/digital) de 16 bits (véase la Tabla 1).

Los datos fueron adquiridos con una frecuencia de muestreo de 100 Hz y ganancia unitaria, obteniéndose un intervalo de muestreo de 0.01 s y frecuencia de Nyquist de 50 Hz. Se generaron registros con un contenido de 86 272 muestras.

Se obtuvieron registros de aceleración de seis puntos diferentes de la estructura (véase la Figura 7). Para lograr esto, personal de CAPUFE (Caminos y Puentes Federales) se encargó de cerrar el carril izquierdo del cuerpo B, permitiendo así el desarrollo de las mediciones mientras el tránsito seguía circulando por el carril contiguo. En campo libre se obtuvieron registros de cuatro puntos (Figura 8).



Figura 5: Equipo de medición: (a) sensor y (b) grabadora de registro.

Tabla 1: Especificaciones de la grabadora.

No. Canales	6
Modelo	SSR-1
Memoria	Estado sólido
Convertidor A/D	16 bits
Rango de voltaje	$\pm 2.5$ V
Filtros	Butterworth: 6 polos y Bessel: 5, 15 o 50 Hz
Ganancia	1, 10, 100 ó 1000
Frecuencias de muestreo	50, 100 ó 200mps

Tabla 2: Especificaciones del sensor.

Marca	EpiSensor
Modelo	FBA ES-T
Ancho de banda	200 Hz
Sensitividad	20 V/g
Rango a escala total	$\pm 0.25$ g
Voltaje de escala total	20 Volts

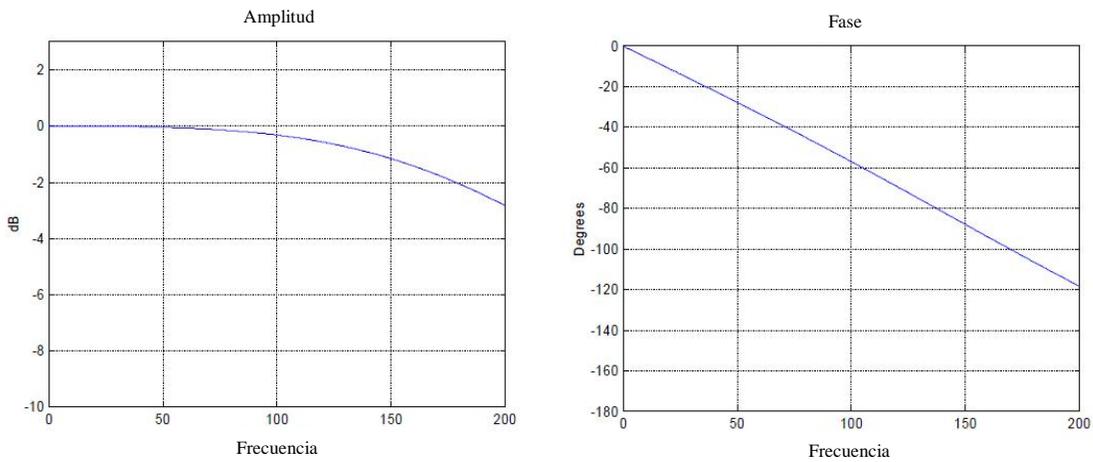


Figura 6: Respuesta en amplitud y fase de sensor EpiSensor (adaptado de “User Guide, EpiSensorForce Balance Accelerometer” de Kinemetrics Inc., 2005).

**Tabla 3: Resumen de arreglos y mediciones de vibración ambiental.**

Arreglo	Medición	Sensor	Ubicación	Componentes	Observaciones
A1	M1	S16	Centro C3	Longitudinal y vertical	-
		S17	Centro C2	Longitudinal y vertical	-
		S18	Centro C1	Longitudinal y vertical	Sin registro en componente vertical
	M2	S16	Centro C3	Transversal y vertical	-
		S17	Centro C2	Transversal y vertical	-
		S18	Centro C1	Transversal y vertical	Sin registro en componente vertical
	M3	S16	Centro C3	Transversal y longitudinal	-
		S17	Centro C2	Transversal y longitudinal	-
		S18	Centro C1	Transversal y longitudinal	-
A2	M1	S17	Intersección C3-C2	Transversal, longitudinal y vertical	-
		S18	Intersección C2-C1	Transversal, longitudinal y vertical	Sin registro en componente transversal
A3	M1	S16	a 38.36m de estribo	Transversal, longitudinal y vertical	-
		S18	Centro C2	Transversal, longitudinal y vertical	Sin registro en componente transversal
A4	M1	S16	Punto 1 en campo libre	Transversal, longitudinal y vertical	Sin registro en componente transversal
		S17	Punto 2 en campo libre	Transversal, longitudinal y vertical	-
A5	M1	S16	Punto 3 en campo libre	Transversal, longitudinal y vertical	Sin registro en componente transversal
		S17	Punto 4 en campo libre	Transversal, longitudinal y vertical	-

Se efectuaron cinco arreglos diferentes, tres de ellos al nivel de la superestructura (puntos de máxima deflexión, en el centro de los claros, y mínima deflexión, en los puntos de apoyo o “pilas”) y dos al nivel del terreno natural. Se trabajó con tres acelerómetros que registran en tres direcciones ortogonales: a cada uno de ellos se le asignó un nombre diferente (S16, S17 y S18) y su ubicación se muestra en las Figuras 7 y 8. En la Tabla 3 se presenta el resumen de los arreglos y sus diferentes mediciones. Con el objetivo de estimar las deflexiones generadas por diferentes tipos de vehículos, se tomó nota del tiempo al cual cruzaba cada vehículo pesado por el centro del claro 2 (punto de referencia), usando un cronómetro de mano. También se generó un registro de las características de cada camión, anotando el número de ejes y cajas, para posteriormente clasificarlo bajo la Norma Oficial Mexicana NOM-012-SCT-2-2008 y obtener el peso máximo permitido (asunción a priori de máxima carga/peso efectivo) con el cual circula cada vehículo de autotransporte de carga.

Las mediciones registradas en el punto ubicado a 38.36 m del estribo fueron descartadas, debido a las series de tiempo presentaron datos poco confiables.

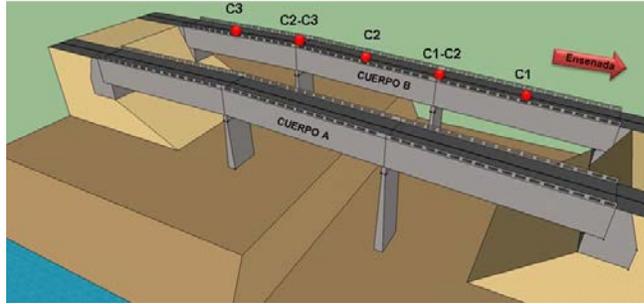


Figura 7: Ubicación de los puntos de registro sobre el puente.

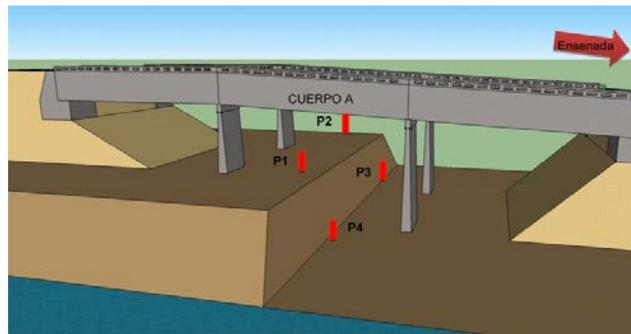


Figura 8: Ubicación de los puntos de registro en campo libre.

## MÉTODOS DE PROCESADO Y ANÁLISIS DE DATOS

### Espectros de Fourier y espectros de densidad de potencia

Las series de Fourier permiten describir señales periódicas como una combinación de señales armónicas. El espectro de Fourier (FS, por las siglas en inglés de “Fourier Spectrum”), es una herramienta que ofrece información acerca del contenido de frecuencias de series de tiempo y se define matemáticamente como:

$$FS = \sqrt{\left[ \int_0^t a(\tau) \cos(w\tau) d\tau \right]^2 + \left[ \int_0^t a(\tau) \sin(w\tau) d\tau \right]^2} \quad (1)$$

donde  $FS$  es el espectro de Fourier,  $t$  es el tiempo,  $a$  es la amplitud,  $w$  es la frecuencia, y  $\tau$  en la variable muda de integración.

Por medio de los espectros de Fourier, se determinan cuáles son las frecuencias o periodos más importantes de la señal, visualizando los valores en los cuales se tienen los picos de mayor amplitud. También se puede ver cuál es la frecuencia predominante del registro.

Numéricamente, la estimación del espectro de Fourier se realiza mediante la transformada discreta de Fourier (TDF). Aquí se utilizó un programa desarrollado en MATLAB. La definición matemática de la transformada discreta de Fourier es:

$$X^{(k)}[l] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^{(k)}[n] e^{-i2\pi nl/N} \quad (2)$$

donde  $X^{(k)}[l]$  es la transformada discreta de Fourier y  $N$  denota el número total de muestras,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ .

Los espectros de densidad de potencia (PSD, por las siglas en inglés de “Power Spectral Density”) presentan la ventaja de no tener que extraer, manualmente o mediante un algoritmo automático, los transientes (pulsos espurios de corta duración) presentes en la señal por analizar. Este método sigue las reglas del análisis de Fourier, mediante la cual se multiplica el espectro de Fourier por su complejo conjugado y estima el promedio del conjunto de sub-segmentos de la serie de tiempo original. El resultado de dicha sobreposición ayuda también a disminuir aquellos picos que son menos significativos y acentúa aquellos con un mayor contenido de energía. La expresión matemática de lo descrito anteriormente es la siguiente:

$$\hat{S}^{(k)}[l] = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M |X^{(k)}[l]|^2, l = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (3)$$

donde  $\hat{S}^{(k)}[l]$  es el promedio de los espectros de densidad de potencia (PSD),  $M$  es el número de segmentos,  $X^{(k)}[l]$  es la transformada discreta de Fourier y  $N$  denota el número total de muestras.

### Cocientes espectrales

El método de los cocientes espectrales (HVSR, por las siglas en inglés de “Horizontal to Vertical Spectral Ratio”), también conocido como el método de Nakamura (1989), permite evaluar de manera experimental el periodo fundamental de depósitos de sedimentos, utilizando registros de vibración ambiental o microtemblores obtenidos en la superficie. El método HVSR o de Nakamura considera que al efectuar mediciones de vibración ambiental en suelos rocosos o muy rígidos, las componentes verticales y horizontales son similares. Al realizar mediciones sobre materiales no consolidados, la amplificación del movimiento de las componentes verticales es relativamente baja comparada con la amplificación del movimiento de las componentes horizontales.

La razón espectral  $H/V$  se calcula mediante el valor medio cuadrático de las dos componentes horizontales  $H_1$  y  $H_2$  (ortogonales), expresada por la ecuación (4):

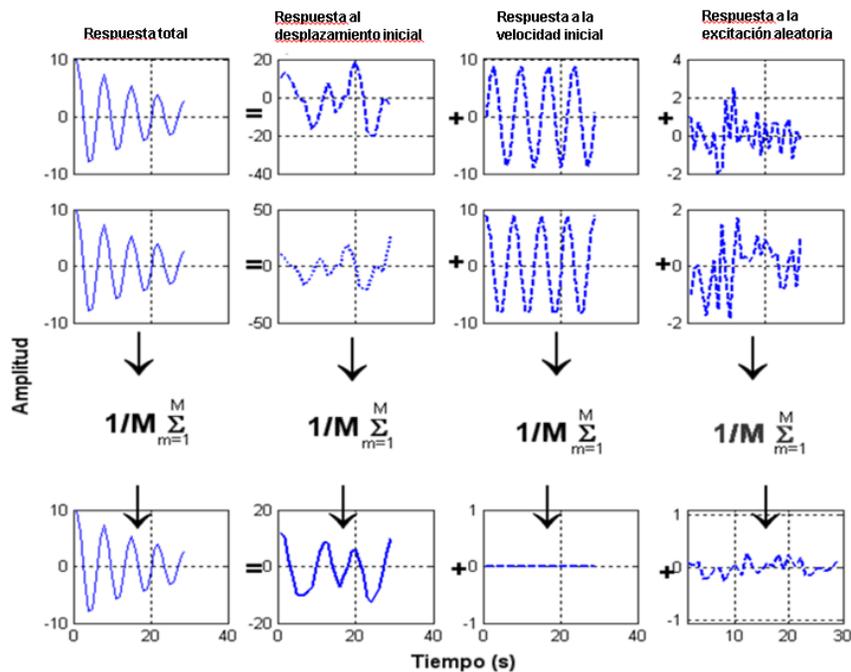
$$\frac{H}{V} = \sqrt{\frac{H_1^2 + H_2^2}{2V^2}} \quad (4)$$

donde  $H_1$  es la componente norte-sur,  $H_2$  la componente este-oeste,  $V$  la componente vertical y  $H/V$  es el cociente espectral. Las componentes  $H_1$ ,  $H_2$  y  $V$  se obtuvieron de los registros obtenidos en las mediciones de vibración ambiental, usando acelerómetros triaxiales (Figura 5a).

### Técnica del Decremento Aleatorio

La Técnica del Decremento Aleatorio (TDA) es utilizada para determinar el período dominante y el amortiguamiento de un sistema sujeto a una excitación aleatoria. Con este método no se requiere del conocimiento de la excitación, ya que la respuesta del sistema es considerada contiene dos componentes: (i) la parte de la respuesta determinística del sistema y la parte de la respuesta aleatoria debida a la excitación. Esta técnica se basa en el supuesto de que la respuesta dinámica de un sistema es lineal, invariante en el tiempo y sujeta a una excitación con ruido blanco gaussiano, por lo que el principio de superposición puede usarse para formular la ecuación del decremento aleatorio. El objetivo principal de la TDA es extraer de la respuesta total, la componente que corresponde a la vibración libre del sistema. Los fundamentos matemáticos de esta técnica fue desarrollada por Chang (1975), y un resumen de la misma se puede consultar en Caldwell (1978).

La Figura 9 es una representación gráfica de la hipótesis anterior. Dicha hipótesis establece que la respuesta de cada segmento consiste de tres términos. El primer término corresponde a las vibraciones libres que resultan del desplazamiento inicial, el cual es el mismo para todos los segmentos. El segundo término corresponde a la respuesta libre del sistema a la velocidad inicial. A cada segmento con velocidad inicial positiva, le sigue otro con velocidad inicial negativa, de tal forma que se espera que este término se minimice o se cancele a medida que aumente el número de segmentos a promediar. Por último, el tercer término corresponde a las vibraciones forzadas, el cual es aleatorio y se espera se cancele en el promediado de los segmentos, debido a su carácter aleatorio.



**Figura 9: Representación gráfica de la hipótesis de la TDA (adoptado de Bejarano, 2006).**

Los segmentos se superponen unos a otros para obtener un valor promedio llamado firma característica del sistema. Para obtenerla, es necesario fijar un umbral de amplitud  $y_0$  y una duración de la ventana de tiempo  $\tau$ . Cada vez que la señal pase por el umbral de amplitud  $y_0$  comienza un segmento, el cual termina cuando su duración es igual a  $\tau$ . Mientras mayor es el número de segmentos considerados, mejor converge la firma característica a la forma de la curva de vibraciones libres del sistema. La siguiente ecuación, propuesta por Cole (1973), describe cómo se obtiene numéricamente la firma característica de un sistema:

$$\delta(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y(t_m + \tau) \quad (5)$$

donde  $t_m$  representa los tiempos a los cuales diferentes segmentos de la serie de tiempo original  $y(t)$  atraviesan el umbral predeterminado de amplitud  $y_0$ , y  $\tau$  es la longitud del segmento también previamente definido, cuyo inicio corresponde con el tiempo  $t_m$ .  $M$  es el número de segmentos que cumplen con las condiciones de amplitud y duración de la ventana de tiempo.

La estimación del amortiguamiento ( $\xi$ ) se calcula considerando los cuatro criterios descritos en Bejarano (2006):

1. La relación de las amplitudes del primer ciclo en las firmas.
2. La relación de los valores absolutos de los puntos medios del primero y segundo ciclo.
3. Utilizar el promedio de la relación entre los valores de las amplitudes absolutas de cada medio ciclo.
4. La pendiente (denotada por  $a$ ) del ajuste obtenido una vez aplicado los valores de amplitudes absolutas tomados de cada medio ciclo.

Las ecuaciones que se utilizaron para cada consideración son las siguientes (Bejarano, 2006): para el primero y segundo caso se usó la ecuación (6), en el tercer caso se utilizó la ecuación (7) y en el cuarto caso la ecuación (8).

$$\xi = \frac{\ln A_1 - \ln A_2}{2\pi} \quad (6)$$

$$\xi = \frac{1}{\pi n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{|A_i|}{|A_{i+1}|} \quad (7)$$

$$\xi = \frac{-a}{\pi} \quad (8)$$

donde  $\xi$  es la razón de amortiguamiento,  $A_i$  es la amplitud de ciclo,  $n$  es el número de amplitudes y  $a$  es la pendiente del ajuste.

### Deflexiones teóricas y experimentales

Para la estimación teórica de las deflexiones debido a carga móvil, se considera el peso de los ejes de determinado tipo de vehículo en su posición más crítica, su impacto, y finalmente utilizando el método de la viga conjugada se obtienen dichas deflexiones. La ecuación (9) representa la deflexión para elementos sometidos a flexión simple.

$$\varepsilon = \frac{MV}{EI} \quad (9)$$

donde  $\varepsilon$  es la deflexión,  $M$  es el momento flector,  $V$  es la distancia de la fibra neutra a la fibra más traccionada o comprimida,  $E$  es el módulo de elasticidad e  $I$  es el momento de inercia.

Con el fin de estimar las deflexiones de manera experimental y su patrón de comportamiento, se hace uso de los registros de aceleración, y con un procesamiento adecuado se determinan los desplazamientos generados en puntos específicos de la estructura.

Una vez definidos los puntos en los cuales se requiere determinar los desplazamientos verticales, se colocan sensores para obtener los registros de aceleración de la componente vertical. Los registros obtenidos son sometidos a un procedimiento para obtener los desplazamientos verticales mediante una doble integración numérica con respecto al tiempo.

El procesamiento realizado incluye las siguientes acciones: (i) corrección de línea base, (ii) corrección instrumental, (iii) integración para obtener velocidades, e (iv) integración para obtener desplazamientos. Lo descrito anteriormente se realizó mediante el programa SMA (“Strong Motion Analyst”). Este es un paquete de programas producido por Kinematics (los fabricantes de los sensores usados en las mediciones) para procesar registros de aceleraciones debido a sismos fuertes y que entrega los resultados en tres archivos con formato .V1, .V2 y .V3.

### SAP2000

El programa SAP2000 es uno de los más usados para resolver sistemas estructurales sometidos a diferentes condiciones de carga, cuenta con una interfaz gráfica muy amigable y, con el conocimiento adecuado en estructuras, es fácil de utilizar. Mediante la solución del problema de autovalores se determinan las formas modales para vibración libre no amortiguada y frecuencias del sistema. Con el uso de este software, es posible incidir series de tiempo (registros sísmicos) al modelo realizado para obtener los espectros de pseudo-aceleración (PSA) en diferentes puntos de la estructura analizada y conocer cuál sería su respuesta ante diferentes movimientos del suelo.

Para obtener los autovectores (o vectores característicos) y autovalores (o valores característicos) se obtiene la solución del problema de autovalores generalizado dado por la ecuación (10):

$$K \Phi = M \Phi \Omega^2 \quad (10)$$

donde  $K$  es la matriz de rigidez,  $M$  es la matriz diagonal de masa,  $\Omega^2$  es la matriz diagonal de autovalores y  $\Phi =$  matriz de los correspondientes autovectores (formas modales).

Para obtener la configuración de un modelo teórico con una frecuencia de vibración aproximada a la obtenida experimentalmente, se realiza la calibración del mismo. Esto se logra modificando los parámetros que afectan directamente la frecuencia de la estructura, esto es, se aumenta o disminuye la sección transversal, el momento de inercia y/o el módulo de elasticidad de los elementos.

### Propagación de ondas con el método de matrices de rigidez

El modelado numérico del suelo se realizó mediante el método de matrices de rigidez propuesto por Kausel y Roësset (1981). Este método se utiliza para describir la propagación de ondas mediante el uso de matrices de rigidez. El modelado de la respuesta del suelo se realiza en términos de la función de transferencia, espesor de las capas del subsuelo, frecuencia fundamental de vibración, número de onda, densidad, relación de Poisson y velocidad de ondas de corte. El método consiste en encontrar la matriz de rigidez para cada estrato del subsuelo, la cual dependerá del número de onda, frecuencia y de las propiedades del material. De esta forma es posible ensamblar el sistema completo y de manera similar al método matricial utilizado en el análisis estructural, encontrar los respectivos desplazamientos.

Las matrices de transferencia y el vector de estado  $Z$  (el cual relaciona los desplazamientos  $D$  con los esfuerzos  $\tau$ , en una interfaz adyacente  $j+1$ ) están representadas en la siguiente ecuación:

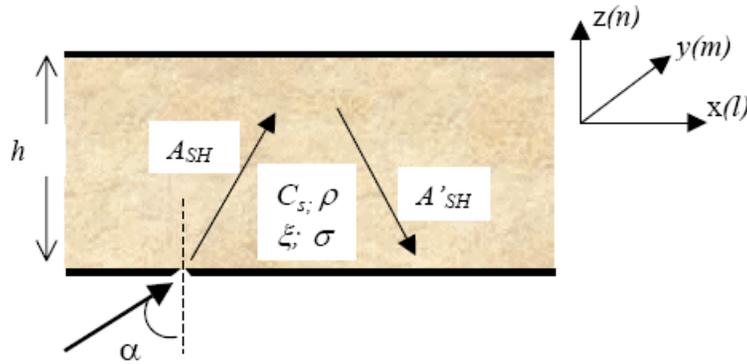
$$Z_{j+1} = H_j Z_j \quad (11)$$

donde  $Z$  es el vector de estado y  $H_j$  es la matriz de transferencia en el estrato  $j$ -ésimo (cuyos elementos de la matriz están en función de la frecuencia angular de excitación  $\omega$ , los números de onda  $k$ , las propiedades del suelo y los espesores de cada estrato).

Para un suelo estratificado, la matriz global de rigidez se construye traslapando las contribuciones de las matrices de rigidez de cada interfaz. El vector global de cargas externas corresponde a los esfuerzos existentes en las interfaces (Tapia, 2009).

En la Figura 10 se ejemplifica una aplicación de la matriz de rigidez para una onda SH propagándose en un estrato, donde  $\alpha$  es el ángulo de incidencia de la onda SH;  $l$ ,  $m$  y  $n$  son los cosenos directores de los desplazamientos  $U$ ,  $V$  (de las ondas SH) y  $W$ ;  $A_{SH}$  y  $A'_{SH}$  son las amplitudes de las ondas SH viajando en direcciones positivas y negativas del eje  $z$ , respectivamente. Las variables  $C_s$ ,  $\rho$ ,  $\zeta$ ,  $h$  y  $\sigma$  son la velocidad de ondas de corte, la densidad, el amortiguamiento, el espesor del estrato y la razón de Poisson del estrato, respectivamente.

La Figura 8 se expresa matemáticamente con la ecuación (12) (Huerta, et al., 2003).



**Figura 10: Onda SH viajando a través de un estrato homogéneo. Adaptado de Huerta et al. (2003).**

$$\begin{Bmatrix} \tau_0 \\ \tau_{-h} \end{Bmatrix} = \frac{Gks}{e^{ksh} - e^{-ksh}} \begin{bmatrix} e^{ksh} + e^{-ksh} & -2 \\ -2 & e^{ksh} + e^{-ksh} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_0 \\ V_{-h} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

donde  $G$ ,  $k$  y  $\tau$  son el módulo al esfuerzo cortante, el número de onda y los esfuerzos cortantes respectivamente, y  $s$  el número imaginario expresado en la ecuación (13):

$$s = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{k^2 c_s^2}} \quad (13)$$

### Secuencia del procesamiento de datos

El procesamiento de datos que se aplicó a los registros de vibración ambiental se realizó siguiendo la secuencia descrita a continuación:

- i. Conversión a unidades físicas de aceleración ( $\text{cm/s}^2$ ). No fue necesario realizar corrección instrumental debido a que se trabajó en la banda de frecuencias de los sensores, en la que su respuesta es plana.
- ii. Estimación de los espectros de Fourier y espectros de densidad de potencia, ambos para la estimación de la frecuencia preferencial de vibración de la estructura.
- iii. Estimación de cocientes espectrales H/V, para determinar la función de transferencia del terreno en la vecindad de la estructura.
- iv. En los apartados anteriores se siguió el esquema estándar de procesamiento de datos de señales que incluye: (a) remoción de la media, (b) corrección de línea base, (c) selección de longitud de segmentos para dividir la serie de tiempo original, (d) aplicación de ventana del tipo “taper cosenoidal Hanning”, y (e) suavizado de los espectros promediados con una ventana móvil.
- v. Aplicación de la técnica del decremento aleatorio (TDA) para la estimación conjunta de amortiguamiento y periodo fundamental de la estructura.
- vi. Estimación del patrón de deflexiones generadas al centro de los tres claros del puente.

## RESULTADOS

### Espectros de Fourier y PSD (estructura)

En la Tabla 4 se presentan las frecuencias naturales obtenidas en 5 diferentes puntos de la estructura (véase la Figura 9), indicando el número de arreglo, número de medición, ubicación del sensor, eje o componente registrada (X, Y o Z), las frecuencias fundamentales obtenidas mediante los PSD, y de la media y mediana de los espectros de Fourier. Las series que presentan la leyenda “sin señal” fueron excluidas. El eje “X” corresponde a la componente transversal, el eje “Y” a la componente longitudinal y el eje “Z” a la componente vertical.

### Espectros de Fourier y PSD (suelo)

Los resultados obtenidos para los puntos de medición en campo libre se muestran en la Tabla 5, indicando el número de arreglo, ubicación del sensor, eje o componente registrada (X, Y o Z), las frecuencias obtenidas de los espectros de densidad de potencia, de la media y mediana de los espectros de Fourier y la frecuencia fundamental estimada con los cocientes espectrales. Con la leyenda “sin señal” se indican las series de tiempo que no registraron señal y no fueron tomadas en cuenta. El eje “X” corresponde a la componente transversal, el eje “Y” a la componente longitudinal y el eje “Z” a la componente vertical.

**Tabla 4: Frecuencias naturales de PSD y espectros de Fourier.**

Arreglo	Medición	Ubicación	Sensor	Eje	Espectros			Promedio
					PSD	Fourier		
						Media	Mediana	
A1	M2	C1	S18	X	2.722	2.747	2.673	2.714
A1	M3	C1	S18	X	3.040	3.021	2.985	3.015
A1	M1	C1	S18	Y	2.979	2.722	2.972	2.891
A1	M3	C1	S18	Y	3.040	3.052	3.046	3.046
A1	M1	C1	S18	Z	Sin señal	Sin señal	Sin señal	Sin señal
A1	M2	C1	S18	Z	Sin señal	Sin señal	Sin señal	Sin señal
A1	M2	C2	S17	X	2.722	2.838	2.673	2.744
A1	M3	C2	S17	X	2.722	2.710	2.777	2.736
A3	M1	C2	S18	X	Sin señal	Sin señal	Sin señal	Sin señal
A1	M1	C2	S17	Y	2.759	2.722	2.765	2.749
A1	M3	C2	S17	Y	3.040	3.027	2.985	3.017
A3	M1	C2	S18	Y	2.856	2.832	2.826	2.838
A1	M1	C2	S17	Z	2.979	2.716	2.972	2.889
A1	M2	C2	S17	Z	2.722	3.027	2.722	2.824
A3	M1	C2	S18	Z	2.771	2.740	2.759	2.757
A1	M2	C3	S16	X	*9.888	*10.160	*9.894	*9.981
A1	M3	C3	S16	X	*9.875	*10.060	*9.869	*9.935
A1	M1	C3	S16	Y	2.771	2.753	2.771	2.765
A1	M3	C3	S16	Y	2.771	2.832	2.820	2.808
A1	M1	C3	S16	Z	3.186	2.997	3.223	3.135
A1	M2	C3	S16	Z	3.162	3.186	3.156	3.168
A2	M1	Inter C1-C2	S18	X	Sin señal	Sin señal	Sin señal	Sin señal
A2	M1	Inter C1-C2	S18	Y	2.856	2.863	2.844	2.854
A2	M1	Inter C1-C2	S18	Z	3.210	3.217	3.192	3.206
A2	M1	Inter C2-C3	S17	X	3.259	3.241	3.302	3.267
A2	M1	Inter C2-C3	S17	Y	2.856	2.838	2.850	2.848
A2	M1	Inter C2-C3	S17	Z	3.027	3.009	3.033	3.023

\* Serie excluida, Unidades en Hz.

**Tabla 5: Frecuencias de PSD, espectros de Fourier y cocientes espectrales de mediciones en campo libre.**

Arreglo	Ubicación	Sensor	Eje	Espectros					
				PSD	Fourier		Cocientes espectrales		
					Media	Mediana	PSD	Media	Mediana
A4	Campo libre (P1)	S16	X	Sin señal	Sin señal	Sin señal	7.959	8.606	8.618
			Y	10.160	10.470	10.150			
			Z	10.340	10.050	10.340			
	Campo libre (P2)	S17	X	9.937	10.240	10.180	6.58	6.958	6.964
			Y	10.110	10.120	10.130			
			Z	9.985	10.130	10.060			
A5	Campo libre (P3)	S16	X	Sin señal	Sin señal	Sin señal	9.082	8.325	8.496
			Y	10.060	11.020	10.210			
			Z	15.050	15.690	15.730			
	Campo libre (P4)	S17	X	10.330	10.460	10.340	6.580	7.452	7.367
			Y	9.900	10.100	10.100			
			Z	10.390	10.360	10.250			

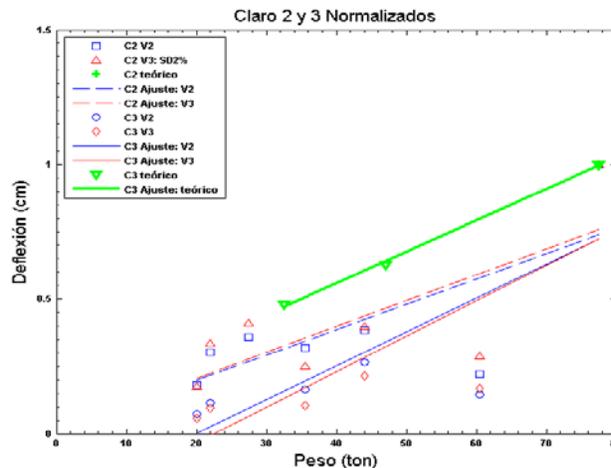
Unidades en Hz.

### Técnica del decremento aleatorio

En la Tabla 6 se resumen los datos más importantes generados con la TDA para el claro 2 y claro 3. Se indica el claro analizado, número de segmento procesado, eje o componente, tipo de registro (aceleración o velocidad), característica de la serie de tiempo estudiada (segmento completo o porción del segmento), valor del umbral de amplitud y longitud de segmento que generó la mejor firma, valor del coeficiente de correlación, hipótesis nula, frecuencia fundamental obtenida, valor de la razón de amortiguamiento y desviación estándar de la estimación del amortiguamiento.

### Patrón de comportamiento de deflexiones

Con el fin estimar el patrón de comportamiento de las deflexiones experimentales de los claros 2 y 3, se promediaron los desplazamientos verticales generados por cada tipo de vehículo, se normalizaron los promedios con respecto al valor máximo y se hizo un ajuste con un polinomio de primer grado. Para realizar una comparación entre el comportamiento de las deflexiones experimentales y las obtenidas teóricamente, también se normalizaron los desplazamientos verticales teóricos con respecto al valor máximo y se ajustó un polinomio de primer grado. En la Figura 11 se presentan los resultados obtenidos para los claros 2 y 3.



**Figura 11: Promedio de deflexiones experimentales y deflexiones teóricas normalizadas de claros 2 y 3.**

La simbología del claro 2 en la Figura 11 es la siguiente: (i) cuadro azul: son las deflexiones generadas por doble integración, (ii) línea discontinua azul: es el ajuste lineal de deflexiones estimadas por doble integración, (iii) triángulo rojo: son las deflexiones obtenidas del espectro de desplazamientos con 2% de amortiguamiento, (iv) línea discontinua roja: es el ajuste lineal de deflexiones del espectro de desplazamiento con 2% de amortiguamiento, y (v) cruz verde: son las deflexiones teóricas.

La simbología del claro 3 en la Figura 11 es la siguiente: (i) círculo azul: son las deflexiones generadas por doble integración, (ii) línea continua azul: es el ajuste lineal de deflexiones estimadas por doble integración, (iii) rombo rojo: son las deflexiones obtenidas del espectro de desplazamiento con 2% de amortiguamiento, (iv) línea continua roja: es el ajuste lineal de deflexiones del espectro de desplazamiento con 2% de amortiguamiento, (v) triángulo invertido verde: son las deflexiones teóricas, y (vi) línea continua verde: es el ajuste lineal de deflexiones teóricas.

**Tabla 6: Resultados de la técnica del decremento aleatorio de los claros 2 y 3.**

Claro	Seg	Eje	Registro	Serie	$y_0$	$\tau$	C.C.	H.N.	f (Hz)	$\xi$	ds
C2	S1		Aceleración	Completa	1.0526	1.0526	-0.835	0.079	3.703	0.056	0.042
	S1			Porción	1.6154	1.331	-0.957	0.000	2.500	0.065	0.036
	S2			Porción	1.9497	1.5395	-0.985	0.000	2.703	0.024	0.009
	S3			Porción	2.5000	2.5132	-0.998	0.000	3.226	0.014	0.005
	S4			Completa	3.3484	1.0526	-0.989	0.001	3.077	0.055	0.016
	S5			Completa	3.2500	1.0526	-0.980	0.003	2.703	0.052	0.015
	S1	Z	Velocidad	Porción	0.0500	1.0526	-0.974	0.005	2.667	0.062	0.023
	S2			Completa	0.1174	2.0263	-0.925	0.000	3.030	0.105	0.071
	S3			Porción	0.1240	2.7057	-0.943	0.000	2.857	0.021	0.018
	S4			Porción	0.3355	1.5263	-0.980	0.000	3.030	0.046	0.017
	S4			Completa	0.2250	1.2895	-0.969	0.006	3.125	0.085	0.033
	S5			Completa	0.2189	1.0526	-0.951	0.013	2.703	0.087	0.036
	S5	Porción	0.1722	2.0000	-0.978	0.000	2.778	0.032	0.013		
	S1	Y	Aceleración	Completa	1.6000	1.108	-0.993	0.001	2.703	0.073	0.026
	S2			Porción	2.0048	1.581	-0.999	0.000	2.857	0.021	0.007
C3	S1	Z	Aceleración	Completa	0.6339	1.5176	-0.942	0.000	3.226	0.041	0.031
	S2			Completa	0.4931	2.0263	-0.974	0.000	3.030	0.034	0.019
	S3			Completa	0.8165	2.134	-0.932	0.000	2.941	0.015	0.010
	S4			Completa	1.7235	1.6205	-0.992	0.000	3.333	0.026	0.009
	S5			Completa	1.1587	1.8947	-0.989	0.000	2.941	0.058	0.023
	S6			Completa	0.3000	1.2105	-0.963	0.001	3.175	0.017	0.008
	S1	Y	Aceleración	Completa	2.8217	1.2895	-0.963	0.002	2.857	0.016	0.006
	S2			Completa	2.5225	1.5263	-0.988	0.000	2.941	0.013	0.004
	S3			Completa	2.1861	1.0526	-0.998	0.000	2.857	0.038	0.013

Seg: segmento,  $y_0$ : umbral de amplitud,  $\tau$ : longitud de la serie, C.C.: coeficiente de correlación, H.N.: hipótesis nula, f: frecuencia fundamental,  $\xi$ : amortiguamiento y ds: desviación estándar.

### Calibración del modelado numérico del puente Manantiales y simulación de sismo

Se determinó una frecuencia de vibración (sin amortiguamiento) para el primer modo de 2.4 Hz, por lo cual se procedió a la calibración del modelo, el cual consistió en aumentar el 10% de la sección transversal de las traveses y considerar un  $f^c = 4000$  psi en pilas y  $f^c = 5000$  psi en traveses, esto para obtener una frecuencia teórica de 2.9 Hz.

Para conocer la respuesta del puente ante la ocurrencia de un sismo, se hizo incidir la serie de tiempo del sismo “El Mayor Cucapah” ocurrido el 4 de abril de 2010 (los datos del sismo se proveen en la Tabla 7). Los resultados

obtenidos en los cinco puntos (centro del claro C1, C2 y C3 y sobre pila P1 y P2) registrados sobre el puente se presentan en la Tabla 8. En el modelo teórico los nodos 2572, 2992, 3439, 3159 y 2767 corresponden a los puntos al centro del claro C1, C2, C3, y sobre la pila P1 y P2, respectivamente.

**Tabla 7: Datos de la señal de entrada para generar los PSA.**

Nombre de la estación:	CICESE (CIC)
Localización de la estación:	CICESE, Ensenada, Baja California
Tipo de suelo:	Rocas volcánicas no diferenciadas
Fecha del sismo (GMT):	4 de abril de 2010
Coordenadas del epicentro:	32.320 Lat. N, 115.330 Long. O
Magnitud:	7.2
Profundidad focal (km):	7.2

**Tabla 8: Frecuencias teóricas obtenidas de PSA.**

Punto	Nodo	Frecuencias teóricas (Hz)			Promedio de las tres componentes	Frecuencias experimentales promedio (PSD, espectros de Fourier y TDA) (Hz)
		Transversal	Longitudinal	Vertical		
C1	2571	2.58	2.71	3.27	2.85	2.92
C2	2991	2.58	2.77	3.51	2.95	2.81
C3	3439	2.52	2.71	3.27	2.83	2.98
P1	3159	2.58	2.77	3.51	2.95	3.03
P2	2767	2.58	2.65	3.59	2.94	3.05

### Modelado numérico del suelo

En la Tabla 9 se presentan los resultados del modelo numérico de los puntos registrados en campo libre, se describe el número de capas, espesores, velocidades de ondas S, densidades, relaciones de Poisson, amortiguamiento y la relación de velocidad de ondas S y ondas P.

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

### Modelado Frecuencia fundamental

Promediando los valores estimados en los PSD y los espectros de Fourier (usando la media y la mediana), se estimó una frecuencia fundamental de 2.92Hz para el claro C1. La frecuencia fundamental determinada en el eje longitudinal fue de 2.97Hz mientras que en el eje transversal fue de 2.87Hz, por lo que se puede inferir que el eje longitudinal presenta ligeramente mayor rigidez que el eje transversal.

Para el centro del claro C2, mediante el promedio de los valores estimados en los PSD y los espectros de Fourier se estimó una frecuencia fundamental de 2.82Hz. En el eje transversal se obtuvo una frecuencia fundamental promedio de 2.74Hz, mientras que en el eje longitudinal y vertical fue de 2.87Hz. El promedio de los valores obtenidos en la componente longitudinal y vertical mediante la TDA fue de 2.86Hz, mostrando gran similitud con el estimado en el dominio de la frecuencia, indicando consistencia en los resultados obtenidos en los diferentes métodos.

**Tabla 9: Modelo numérico del suelo.**

Punto	Capa	Espesor (m)	Vs (m/s)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Relación de Poisson	Amortiguamiento ( $\xi$ )	Vs/Vp
1	1	8.00	347	1250	0.25	0.05	0.577
	2	6.00	715	1350	0.3	0.04	0.535
	3	5.00	810	1650	0.35	0.03	0.480
	4	-	1100	2100	0.25	0.00	0.577
2	1	6.80	284	1100	0.25	0.05	0.577
	2	3.85	400	1200	0.30	0.04	0.535
	3	6.00	550	1400	0.35	0.03	0.480
	4	-	1000	2000	0.25	0.00	0.577
3	1	6.80	285	1200	0.25	0.05	0.577
	2	3.85	645	1300	0.30	0.04	0.535
	3	6.00	800	1600	0.35	0.03	0.480
	4	-	1100	2100	0.25	0.00	0.577
4	1	8	300	1200	0.25	0.05	0.577
	2	6	600	1300	0.30	0.04	0.535
	3	5	700	1600	0.35	0.03	0.480
	4	-	1000	2000	0.25	0.00	0.577

Vs: velocidad de ondas S y Vp: velocidad de ondas P.

Promediando los valores obtenidos en los PSD y espectros de amplitud de Fourier para el claro C3 se estimó una frecuencia fundamental de 2.97 Hz. En el eje longitudinal se estimó una frecuencia fundamental promedio de 2.79 Hz, mientras que en la componente vertical fue de 3.13 Hz. El promedio de las frecuencias fundamentales estimadas con la TDA para este mismo punto fue de 3.00 Hz.

En la intersección de los claros C1 y C2, el promedio de las frecuencias fundamentales obtenidas en los PSD y espectros de Fourier fue de 3.03 Hz. La componente longitudinal presentó una frecuencia fundamental de 2.85 Hz y la componente vertical de 3.21 Hz. Para la intersección de los claros C2 y C3 se estimó el promedio de las frecuencias fundamentales obtenidas en los PSD y espectros de Fourier, el cual fue de 3.05 Hz, mostrando similitud con el resultado generado en la intersección de los claros C1 y C2. En el eje transversal la frecuencia fundamental fue de 3.27 Hz, 2.85 Hz en el eje longitudinal, mientras que en el eje vertical fue de 3.02 Hz. En este punto se puede inferir que el eje transversal presenta la mayor rigidez de las tres direcciones.

Promediando los valores obtenidos en los diferentes puntos y cada una de sus componentes registradas, se estimó una frecuencia fundamental del puente Manantiales de 2.96 Hz mediante los espectros de densidad de potencia, 2.94 Hz usando la media de los espectros de amplitud de Fourier, 2.95 Hz con la mediana de los espectros de Fourier y 2.93 Hz aplicando la técnica del decremento aleatorio. En la Tabla 10 se presentan las frecuencias fundamentales de cada componente estimada por los diferentes métodos y el promedio de las mismas.

En la parte teórica, utilizando el programa SAP2000 se estimó una frecuencia fundamental de 2.4 Hz por lo que fue necesario calibrar el modelo incrementando el 10% de la sección transversal de las trabes y se consideró un  $f'c = 4000$  psi en pilas y  $f'c = 5000$  psi en trabes. Una vez calibrado el modelo teórico, se hizo incidir la serie de tiempo del sismo “El Mayor Cucapah” ocurrido el 4 de abril del 2010.

**Tabla 10: Comparativo entre las frecuencias teóricas (nodo) obtenidas de PSA y experimentales (punto), y entre valores promedio.**

Punto	Nodo	Frecuencias teóricas, “Nodo”, y experimentales, “Punto”: [PSD]; {Fourier: me; md}; (TDA), Hz			Promedios de frecuencia: Hz	
		Transversal	Longitudinal	Vertical	Teórica	Experimental: [PSD]; {Fourier: me; md}, (TDA), [[Global]]
C1	2571	2.58; [2.722, 3.040]; {2.747, 3.021; 2.673, 2.985}	2.71; [2.979, 3.040]; {2.722, 3.052; 2.972, 3.046}	3.27	2.85	[2.945]; {2.886; 2.919}; [[2.910]]
C2	2991	2.58; [2.722, 2.722]; {2.838, 2.710; 2.673, 2.777}	2.77; [2.759, 3.040, 2.856]; {2.722, 3.027, 2.832; 2.765, 2.985, 2.826}; (2.703, 2.857)	3.51; [2.979, 2.722, 2.771]; {2.716, 3.027, 2.740; 2.972, 2.722, 2.759}; (3.703, 2.500, 2.703, 3.226, 3.077, 2.703, 2.667, 3.030, 2.857, 3.030, 3.125, 2.703, 2.778)	2.95	[2.821]; {2.827; 2.810}; (2.911); [[2.842]]
C3	3439	2.52	2.71; [2.771, 2.771]; {2.753, 2.832; 2.771, 2.820}; (2.857, 2.947, 2.857)	3.27; [3.186, 3.162]; {2.997, 3.186; 3.233, 3.156}; (3.226, 3.030, 2.941, 3.333, 2.941, 3.175)	2.83	[2.973]; {2.942, 2.995}; (3.034); [[2.986]]
P1	3159	2.58	2.77; ; [2.856]; {2.838; 2.850}	3.51; [3.027]; {3.009; 3.033}	2.95	[3.047]; {3.029; 3.062}; [[3.046]]
P2	2767	2.58; [3.259]; {3.241; 3.302}	2.65; [2.856]; {2.863; 2.844}	3.59; [3.210]; {3.217; 3.192}	2.94	[3.033]; {3.040; 3.018}; [[3.030]]

Promedios: (i) Teóricos/nodo: media. (ii) Experimentales/punto: PSD [ ]; TDA ( ): media; Fourier {me: media; md: mediana}

### Análisis comparativo entre los valores experimentales y teóricos

Se presenta a continuación el análisis comparativo entre los valores obtenidos experimental (localidades: C1, C2, C3, P1, P2) y teóricamente (nodos: 2571, 2991, 3439, 3159, 2767) en términos de: (i) la comparación puntual, y (ii) valores promedio (según se desprenden de la sección de resultados en las Tablas 4, 6 y 8). En la Tabla 10 se presenta el compendio de los resultados antes referidos de las Tablas 4, 6 y 8 de la cual se deriva lo siguiente.

En la localidad C1 (nodo 2571) se observa que la relación (experimental/teórico) que hay entre la frecuencia teórica y la frecuencia experimental, para el modo fundamental de vibración en la dirección transversal de la estructura fue de:

- i. 1.055 y 1.178 respecto a las estimaciones obtenidas mediante el cálculo de PSD.

- ii. 1.036 a 1.065 y 1.157 a 1.71 respecto a la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana respectivamente).

En la dirección longitudinal, el rango de valores obtenidos fueron de:

- i. 1.099 a 1.122 respecto a la estimación de PSD.
- ii. 1.004 a 1.126 y 1.097 A 1.124 respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana).

En términos de valores promedio, la relación observada entre los valores teóricos y experimentales fueron de: 1.033, 1.013, 0.986 y 1.021 respecto a la estimación de PSD y espectros de Fourier (media y mediana) respectivamente. De estos valores puede concluirse que las estimaciones experimentales no difieren por más del 3.3% respecto al valor de referencia.

En el contexto de los valores estimados puntualmente, se puede resumir que el caso de la estimación experimental que sobreestima (respecto al valor de referencia), se presentó en la componente transversal y fue del orden del 17% (estimación obtenida con espectros de Fourier).

Para la localidad C2 (nodo 2991) se observa que la relación (cociente: experimental/teórico) que guardan entre la frecuencia teórica y la frecuencia experimental, esto es, para el modo fundamental de vibración en la dirección transversal de la estructura, fue de:

- i. 1.055 respecto a lo obtenido mediante el cálculo de PSD.
- ii. 1.10 a 1.050 y 1.036 a 1.076 (media y la mediana) respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier.

Para la Por su parte, para la dirección longitudinal, el rango de valores obtenidos fueron de:

- i. 0.996 a 1.097 respecto a lo obtenido mediante el cálculo de PSD.
- ii. 0.982 a 1.092 y 0.998 a 1.077 (media y la mediana) respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier.
- iii. 0.975 a 1.034 respecto a lo obtenido mediante la técnica del decremento aleatorio.

En la componente vertical, el rango de valores obtenidos fueron de:

- i. 0.775 a 0.848 respecto a lo obtenido mediante el cálculo de PSD.
- ii. 0.773 a 0.862 y 0.775 a 0.846 (media y mediana) respecto a lo obtenido mediante espectros de Fourier.
- iii. 0.712 a 1.055 respecto a lo obtenido mediante la TDA.

En términos de valores promedio, la relación observada entre los valores teóricos y experimentales fueron de: 0.956; 0.958 y 0.952; 0.986; 0.963 respecto a lo obtenido con PSD, Fourier (media y mediana), la TDA y el promedio de dichos promedios experimentales respectivamente. De estos valores puede concluirse que las estimaciones experimentales no difieren por más del 5% (subestimados) respecto al valor de referencia.

En el contexto de los valores estimados puntualmente, de lo anterior se puede resumir que el caso de la estimación experimental que subestima, respecto al valor de referencia (teórico), se presentó en la componente vertical y fue del orden del 29% (estimación obtenida con TDA). El caso extremo de sobrestimación se observó en la componente transversal y fue del orden del 10% (estimación con la media utilizando espectros de Fourier).

Para la localidad C3 (nodo 3439) se observa que la relación (experimental/teórico) que hay entre la frecuencia teórica y la frecuencia experimental en la dirección longitudinal de la estructura fue de:

- i. 1.023 respecto a los valores obtenidos mediante el cálculo de PSD.
- ii. 1.016 a 1.045 y 1.023 a 1.041 respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier (media y mediana).
- iii. 1.053 a 1.088 respecto a los valores estimados en la TDA.

En la componente vertical, el rango de valores obtenidos fueron de:

- i. 0.967 a 0.974 respecto a lo obtenido mediante el cálculo de PSD.
- ii. 0.917 a 0.974 y 0.965 a 0.989 respecto a los valores obtenidos mediante espectros de Fourier (media y mediana).
- iii. 0.9 a 1.019 respecto a lo obtenido mediante la TDA.

En términos de valores promedio, la relación observada entre los valores teóricos y experimentales fue de 1.051, 1.040, 1.058 y 1.072 respecto a los valores estimados en los PSD, espectros de Fourier (media y mediana) y la TDA. De estos valores puede concluirse que las estimaciones experimentales no difieren por más del 8% respecto al valor de referencia.

En el contexto de los valores estimados puntualmente, se puede resumir que el caso de la estimación experimental que subestima (respecto al valor de referencia) se presentó en la componente vertical y fue del orden del 8.3% (estimación obtenida con espectros de Fourier). El caso extremo de sobrestimación se observó en la componente vertical y fue del orden del 1.9% (estimación realizada con la TDA).

En la localidad P1 (nodo 3159) se observa que la relación (experimental/teórico) que hay entre la frecuencia teórica y la frecuencia experimental, para el modo fundamental de vibración en la dirección longitudinal fue de:

- i. 1.031 respecto a las estimaciones obtenidas mediante el cálculo de PSD.
- ii. 1.025 y 1.029 respecto a la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana respectivamente).

En la dirección vertical, los valores obtenidos fueron de:

- i. 0.862 respecto a la estimación de PSD.
- ii. 0.917 y 0.909 respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana)

En términos de valores promedio, la relación observada entre los valores teóricos y experimentales fue de: 1.033, 1.027 y 1.038 respecto a la estimación de PSD y espectros de Fourier (media y mediana) respectivamente. De estos valores puede concluirse que las estimaciones experimentales no difieren por más del 3.8% respecto al valor de referencia.

En el contexto de los valores estimados en cada punto, se puede resumir que el caso de la estimación experimental que subestima (respecto al valor de referencia) se presentó en la componente vertical y fue del orden del 13.8% (estimación obtenida con PSD). El caso extremo de sobrestimación se observó en la componente longitudinal y fue del orden del 3.1% (estimación realizada con PSD).

En la localidad P2 (nodo 2767) se observa que la relación (experimental/teórico) que hay entre la frecuencia teórica y la frecuencia experimental, para el modo fundamental de vibración en la dirección transversal fue de:

- i. 1.263 respecto a las estimaciones obtenidas mediante el cálculo de PSD.
- ii. 1.256 y 1.280 respecto a la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana respectivamente).

En la dirección longitudinal, los valores obtenidos fueron de:

- i. 1.078 respecto a la estimación de PSD.
- ii. 1.080 y 1.073 respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana)

En la dirección vertical, los valores fueron de:

- i. 0.894 respecto a la estimación de PSD.
- ii. 0.896 y 0.889 respecto a lo obtenido mediante la estimación de espectros de Fourier (media y la mediana)

En términos de valores promedio, la relación observada entre los valores teóricos y experimentales fue de: 1.032, 1.034 y 1.027 respecto a la estimación de PSD y espectros de Fourier (media y mediana) respectivamente. De estos valores puede concluirse que las estimaciones experimentales no difieren por más del 3.4% respecto al valor de referencia.

En el contexto de los valores estimados en cada punto, se puede resumir que el caso de la estimación experimental que subestima (respecto al valor de referencia) se presentó en la componente vertical y fue del orden del 10.6% (estimación obtenida con PSD). El caso extremo de sobrestimación se observó en la componente transversal y fue del orden del 28% (estimación realizada con espectros de Fourier).

### **Amortiguamiento**

El amortiguamiento promedio estimado al centro del claro C2 fue del 5.1%, el promedio del eje longitudinal fue de 4.7% y 5.4% en el eje vertical. Al centro del claro C3, el amortiguamiento promedio fue del 2.7%, el promedio del eje longitudinal fue del 2.2% y 3.2% en el eje vertical. Con estos resultados se infiere que el centro del claro C2 tiene mayor capacidad de disipar energía, al presentar un amortiguamiento mayor que el claro C3. Esta diferencia en los valores de amortiguamiento puede estar relacionada con los resultados obtenidos en las frecuencias fundamentales de ambos claros, ya que en la Tabla 4 se puede observar que el claro C3 presentó una frecuencia fundamental mayor que la del claro C2.

### **Deflexiones**

La comparación del patrón de comportamiento de las deflexiones teóricas y deflexiones experimentales de los claros C2 y C3 se presenta en la Figura 6. Las líneas discontinuas representan los ajustes normalizados de las deflexiones experimentales obtenidas al centro del claro C2. La línea en color azul corresponde a las deflexiones estimadas por doble integración la cual presenta una pendiente de 0.0094, la línea roja representa las deflexiones obtenidas en el espectro de desplazamiento con el 2% de amortiguamiento y presenta una pendiente de 0.0096. El patrón de comportamiento en este caso muestra gran similitud, aunque el ajuste con la línea discontinua azul está ligeramente por debajo del ajuste en línea discontinua roja.

Para el claro C3, los ajustes normalizados están mostrados en línea continua. El comportamiento de las deflexiones obtenidas por doble integración es representada por la línea de color azul, la cual tiene una pendiente de 0.0125, mientras que la línea de color rojo que representa a las deflexiones obtenidas en el espectro de desplazamiento del 2% de amortiguamiento tiene una pendiente de 0.0131. A diferencia del claro C2, el ajuste que representa la línea en color azul está ligeramente por arriba del ajuste en línea roja, y las pendientes de ambos comportamientos muestran gran similitud. El patrón del comportamiento de las deflexiones teóricas para el claro C3, está representado con la línea continua verde y presenta una pendiente de 0.0117. Para el claro C2 solo se tiene un dato, por lo que no fue posible realizar un ajuste para obtener el comportamiento de las deflexiones teóricas.

Una vez descrito lo anterior y haciendo referencia a la Figura 7, se observa claramente que las pendientes de los ajustes para los claros C2 y C3, tanto en las deflexiones teóricas como experimentales tienen una pendiente similar, esto es, muestran un patrón de comportamiento semejante. Una diferencia que se observa es que, aunque las pendientes de los ajustes son similares, el comportamiento de las deflexiones experimentales de los claros C2 y C3, está aproximadamente 0.278 por debajo del ajuste de las deflexiones teóricas.

### **Modelado numérico del suelo**

El modelo numérico de los cuatro puntos registrados en campo libre se dividió en tres capas descansando sobre el semiespacio. El estrato competente se ubicó a 14.00 m de profundidad para el punto P1 y P4, y a 10.65 m para los puntos P2 y P3, según los resultados obtenidos en un estudio de mecánica de suelos realizado en el año 2008. El promedio de la frecuencia preferencial de vibración resultante de cocientes espectrales usando espectros de Fourier y espectros de densidad de potencia del punto P1 fue de 8.39 Hz. Para este punto, la frecuencia fundamental teórica promedio fue de 8.36 Hz, con una velocidad de ondas de corte promedio de  $V_s = 624$  m/s y una razón de amortiguamiento promedio de  $\xi = 0.037$ .

Para el punto P2, el promedio de la frecuencia fundamental estimada mediante cocientes espectrales usando espectros de densidad de potencia y espectros de Fourier fue de 6.83 Hz. En este punto, la frecuencia preferencial de vibración teórica promedio estimada fue de 6.79 Hz, con una velocidad de ondas de corte promedio  $V_s = 411$  m/s y un amortiguamiento promedio de  $\xi = 0.037$ .

El promedio de la frecuencia fundamental estimada mediante cocientes espectrales usando espectros de Fourier y espectros de densidad de potencia del punto P3 fue de 8.63 Hz. La frecuencia fundamental teórica promedio para este mismo punto fue de 8.63 Hz, con una velocidad de ondas de corte promedio de  $V_s = 577$  m/s y un amortiguamiento promedio de  $\xi = 0.037$ .

Para el punto P4, el promedio de la frecuencia fundamental estimada mediante cocientes espectrales usando espectros de densidad de potencia y espectros de Fourier fue de 7.13 Hz. En este punto, la frecuencia preferencial de vibración teórica promedio estimada fue de 7.16 Hz, con una velocidad de ondas de corte promedio  $V_s = 533$  m/s y un amortiguamiento promedio de  $\xi = 0.037$ .

Se observa que el punto P2 es el que presenta la menor frecuencia fundamental de los cuatro puntos analizados, mientras que el punto P3 presenta la mayor. La comparación de los valores teóricos y experimentales de las frecuencias fundamentales de cada punto muestra valores semejantes. Las velocidades de ondas de corte promedio oscilan entre valores de 411 y 624 m/s, y el punto P1 presentó la mayor de ellas.

En la Figura 12 se presenta un resumen de los valores promedio obtenidos en el modelo numérico del suelo para los cuatro puntos registrados en campo libre. En dicha figura se incluyen los siguientes parámetros: velocidad de ondas de corte ( $V_s$ ), densidad ( $\rho$ ), amortiguamiento ( $\xi$ ) y frecuencia fundamental ( $f$ ).

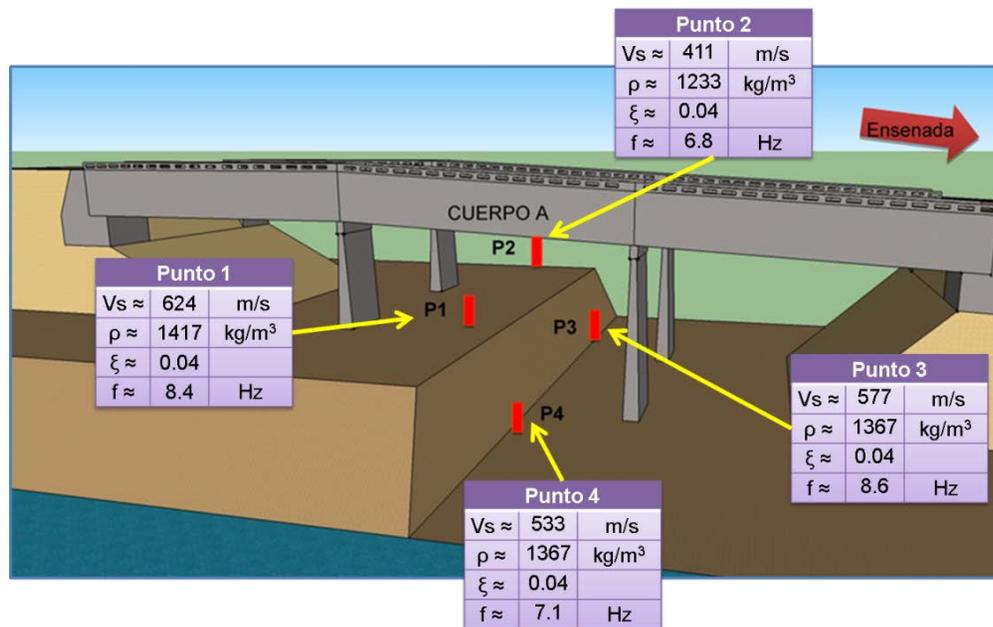


Figura 12: Resumen del modelo numérico del suelo.

## CONCLUSIONES

### Frecuencia fundamental

Las frecuencias fundamentales promedio obtenidas de manera experimental al centro de los claros C1, C2, y C3 fueron: 2.92 Hz, 2.84 Hz y 2.99 Hz, respectivamente. El claro C2 muestra ligeramente un valor menor de su frecuencia fundamental en comparación con los otros dos claros; aunque este valor pudiera considerarse similar a los obtenidos en los claros C1 y C3, puede ser indicador de condiciones estructurales de menor rigidez con respecto

a los estimados en los claros C1 y C3. En los apoyos de las pilas se estimó una frecuencia fundamental mayor a la encontrada en el centro de los tres claros. La frecuencia fundamental estimada en la intersección de los claros C1 y C2 fue de 3.03 Hz, mientras que en la intersección de los claros C2 y C3 fue de 3.05 Hz.

El promedio general de la frecuencia fundamental del puente Manantiales estimada experimentalmente fue de 2.94 Hz, mientras que la frecuencia del primer modo de vibración estimada teóricamente utilizando el programa SAP2000 fue de 2.4 Hz. Aumentando un 10% la sección transversal de las trabes, se logró calibrar el modelo teórico.

Las frecuencias teóricas obtenidas mediante PSA (0%) al incidir un registro del sismo “El Mayor Cucapah” ocurrido el 4 de abril de 2010, presentan gran similitud con las obtenidas experimentalmente en cada uno de los puntos registrados (véase Tabla 8).

Del análisis comparativo entre los valores obtenidos experimental (localidades: C1, C2, C3, P1, P2) y teóricamente (nodos: 2571, 2991, 3439, 3159, 2767) en términos de: (i) la comparación puntual, y (ii) los valores promedio, se resumen los siguientes resultados:

- En el punto C1 (nodo 2571): las estimaciones promedio experimentales no difieren por más del 3.3% respecto al valor de referencia (teórico). En la comparación puntual, el caso en que la estimación experimental fue sobreestimada (con respecto al valor teórico) se presentó en la componente transversal y fue del orden del 17%.
- En el punto C2 (nodo 2991): las estimaciones promedio experimentales no difieren por más del 5% (subestimados) respecto al valor de referencia. En la comparación puntual, el caso en el que la estimación experimental fue subestimada se presentó en la componente vertical y fue del orden del 29%, mientras que el caso extremo de sobrestimación se observó en la componente transversal y fue del orden del 10%.
- En el punto C3 (nodo 3439): las estimaciones promedio experimentales no difieren por más del 8% respecto al valor de referencia. En la comparación puntual, el caso en el que la estimación experimental fue subestimada se presentó en la componente vertical y fue del orden del 8.3%, mientras que el caso contrario (sobrestimación) se observó en la componente vertical y fue del orden del 1.9%.
- En el punto P1 (nodo 3159): las estimaciones promedio experimentales no difieren por más del 3.8% respecto al valor de referencia. En la comparación puntual, el caso en el que la estimación experimental fue subestimada (respecto al valor de referencia) se presentó en la componente vertical y fue del orden del 13.8%, mientras que el caso contrario (sobrestimación) se observó en la componente longitudinal y fue del orden del 3.1%.
- En el punto P2 (nodo 2767): las estimaciones promedio experimentales no difieren por más del 3.4% respecto al valor de referencia. En la comparación puntual, el caso en el que la estimación experimental fue subestimada se presentó en la componente vertical y fue del orden del 10.6%, mientras que el caso contrario (sobrestimación) se observó en la componente transversal y fue del orden del 28%.

### **Amortiguamiento**

El amortiguamiento promedio estimado al centro del claro C2 fue de 5.1% y de 2.7% al centro del claro C3, lo cual indica que el claro C2 disipa mayor cantidad de energía que el claro C3. Este resultado es consistente con los valores de las frecuencias fundamentales estimadas en los claros C1, C2 y C3, siendo en el C2 donde se presenta la menor de ellas, infiriéndose que tiene una menor rigidez comparada con los claros contiguos.

### **Patrón de comportamiento de las deflexiones**

Las deflexiones estimadas experimentalmente no coincidieron con las estimadas teóricamente, ya que en los cálculos de las estimaciones teóricas se obtienen los valores de las deflexiones máximas esperadas en los casos más desfavorables. El ajuste de las deflexiones teóricas y las experimentales tienen una pendiente similar, esto es,

muestran un patrón de comportamiento semejante. La diferencia más importante es que la recta obtenida al ajustar el comportamiento de las deflexiones experimentales de los claros C2 y C3, está aproximadamente 0.278 por debajo del ajuste de las deflexiones teóricas (Figura 7). Lo anterior se explica con lo enunciado en el primer párrafo de esta sección y con la contribución de las siguientes razones:

- i. No fue posible tener el valor exacto del peso real de cada vehículo que se registró, por lo que se usó el peso máximo permitido que establece la NOM-012-SCT-2-2008. Los vehículos pudieron transitar con un peso mucho menor o mayor que el considerado.
- ii. Los sensores se colocaron al centro del eje transversal del carril contiguo al que transitaban los vehículos, por lo que las deflexiones estimadas fueron las que se registraron en el carril cerrado y no al centro del carril donde fluía el tráfico.

## **Suelo**

De los cuatro puntos registrados en campo libre, el punto P3 fue el que presentó la mayor frecuencia fundamental obtenida experimentalmente con un valor de 8.63 Hz. Por otra parte, en el punto P2 se estimó una frecuencia preferencial de vibración de 6.83 Hz siendo esta la menor de todas, de 7.13 Hz en el punto P4 y de 8.39 Hz en el punto P1. El modelo numérico de los cuatro puntos se dividió en tres capas descansando sobre el semiespacio. Las velocidades de ondas de corte promedio estimadas, oscilan entre valores de 411 y 624 m/s. El punto P1 presentó el valor mayor de velocidad de ondas de corte de 624 m/s, el punto P2 de 411 m/s siendo este el menor, el punto P3 de 577 m/s y el punto P4 de 533 m/s. El amortiguamiento promedio se mantuvo constante en los cuatro puntos con un valor del 3.7%. Se identificó que la frecuencia preferencial de vibración del puente y del terreno que lo rodea difieren por al menos un factor de 2, por lo que no se espera que se presente el fenómeno de resonancia por esta causa.

## **RECOMENDACIONES**

Debido a la importancia de una estructura como lo es el puente Manantiales y a su ubicación dentro del contexto geológico y sísmico, se hacen las siguientes recomendaciones:

- i. Realizar mediciones de vibración ambiental en la estructura periódicamente, para estudiar el comportamiento del puente y poder identificar cambios en las propiedades dinámicas de la estructura que resulten de la posible pérdida de rigidez de sus elementos estructurales.
- ii. Realizar mediciones de vibración ambiental teniendo control del peso real de los camiones pesados que pasen por el puente y comparar el patrón del comportamiento de las deflexiones obtenidas en el presente estudio.
- iii. Realizar un estudio sobre las propiedades dinámicas del cuerpo A del puente Manantiales y comparar los resultados con los estimados en el cuerpo B.

## **AGRADECIMIENTOS**

Se agradece al “Puerto Rico Strong Motion Program” (PRSMMP) de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez (UPRM) por la facilidad otorgada del uso de la mesa vibradora para numéricamente/experimentalmente calibrar la confiabilidad de la conversión a desplazamientos usando registros de aceleración, y al Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada (CICESE) por el apoyo económico parcial para la escritura del artículo. Por último, se agradece al Instituto Tecnológico de Tijuana (ITT) por las facilidades otorgadas del uso de sus instalaciones durante la elaboración del artículo.

## REFERENCIAS

- Bejarano, C.A. (2006). "Estudio de la técnica del decremento aleatorio para la estimación in-situ de propiedades de suelos", Tesis de Maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. Recuperado de: <http://biblioteca.cicese.mx/catalogo/tesis/ficha.php?id=17322>.
- Caldwell, D.W. (1978). "The measurement of damping and the detection of damage in linear and non-linear systems by the Random Decrement Technique", Ph.D. Thesis, University of Maryland, Maryland
- Chang, C. (1975). "Study of Dynamics Characteristics of Aeroelastic Systems Utilizing Randomdec Signatures", Technical Report NASA CR-132563, disponible en el portal: NASA Technical Reports Server, <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19750006645>
- Cole, H. (1973). "On-Line Failure Detection and Damping Measurements of Aerospace Structures by Random Decrement Signature", NASA Contractor Report-2205, Nielsen Engineering & Research, Inc., Ames Research Center National Aeronautics and Space Administration, Mountain View, California.
- Cruz, M. (2002). "Catálogo de las fallas regionales activas en el norte de Baja California", *GEOS: Boletín Informativo de la Unión Geofísica Mexicana*, Vol. 22, No 1, pp. 37-42.
- Cruz, M., y Delgado, L. (2000). "Los deslizamientos de la carretera de cuota Tijuana-Ensenada, Baja California", *GEOS: Boletín Informativo de la Unión Geofísica Mexicana*, Vol. 20, No. 4, pp. 418-432.
- Huerta, L.C., Jay, P., Kenneth H.S., Roesset, J. y Valle, M.C. (2003). "Spectral characteristics of earthquakes recorded on the Gulf of México seafloor and modeling of soft marine sediments", *Proceedings of the 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Cancún, Quintana Roo, Mexico, pp. 1-9.
- Kausel, E. y Roësset, J. (1981). "Stiffness matrices for layered soils", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, No. 6, pp. 1743-1761.
- Kinemetrics, Inc. (2005). "User Guide: EpiSensor Force Balance Accelerometer". Recuperada el 6 de agosto de 2013 de: <http://nees.org/data/get/facility/sensorModels/174/Documentation/EpiEST.pdf>.
- Nakamura, Y. (1989). "A Method for Dynamic Characteristics Estimation of Subsurface Using Microtremor on the Ground Surface", Quarterly Report, Railway Technical Research Institute, Vol. 30, No. 1, pp. 25-33.
- NOM-012-SCT-2-2008 (2008). "Norma Oficial Mexicana", Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Recuperado el 16 de agosto de 2013 de: [http://www.sct.gob.mx/fileadmin/migrated/content/uploads/48\\_NOM-003-SCT-2008.pdf](http://www.sct.gob.mx/fileadmin/migrated/content/uploads/48_NOM-003-SCT-2008.pdf).
- Tapia, R. (2009). "Estudio comparativo de los métodos SASW, SPAC y HV-SPR para la estimación in-situ de propiedades del terreno", Tesis de Maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, México. Recuperado de: <http://biblioteca.cicese.mx/catalogo/tesis/ficha.php?id=18292>.