

Simulación Numérica de Patologías en Presas de Hormigón

M. Cervera
X. Oliver
M. Galindo

Simulación Numérica de Patologías en Presas de Hormigón

M. Cervera
X. Oliver
M. Galindo

Publicación CIMNE N^o-4, Junio 1991

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA
Edificio C1, Campus Norte UPC
Gran Capitán s/n
08034 Barcelona, España

Primera edición: Junio 1991

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE PATOLOGÍAS EN PRESAS DE HORMIGÓN

Monografía CIMNE M 04

© El autor

ISBN: 84-87867-05-07

Depósito legal: B-35890-94

Capítulo II. Caso Práctico de Análisis: La Presa de Mequinenza	51
1. Precedentes históricos	51
2. Descripción de la Presa	53
3. Mediciones	56
3.1 Elementos de auscultación	56
3.2 Mediciones en laboratorio	62
4. Datos para el análisis	71
4.1 Zona de la Presa analizada y condiciones de contorno.	71
4.2. Propiedades del material	73
4.3 Acciones	76
4.4 Malla de elementos finitos	79
4.5 Secuencia de las acciones	79
5. Resultados	81
5.1 Resultados cualitativos	82
5.2 Resultados cuantitativos	86
6. Estudios paramétricos	92
6.1 Influencia de la zona de análisis, condiciones de contorno y distribución de valores de entumecimiento	93
6.2 Influencia del orden de interpolación de los Elementos Finitos utilizados	94
6.3 Influencia de la temperatura y la presión intersticial	98
6.4 Influencia de los efectos diferidos del comportamiento del hormigón (fluencia)	103
6.5 Experimentación numérica	105
Referencias	109
Capítulo III. Conclusiones	111
1. Introducción	111
2. Conclusiones sobre la metodología de análisis	112
3. Conclusiones sobre el comportamiento de la Presa estudiada	114
Referencias	117

Apendice I	Modelo de degradación	119
1.	Modelos de daño continuo para el hormigón	119
1.1	Deformación equivalente y criterio de daño	122
1.2	Los parámetros r^* y A	126
2.	Comparación del modelo de degradación isotrópica con modelos previos de fisuración anisotrópica.	129
2.1	Comportamiento local. Ensayo de tracción-corte	130
2.2	Comportamiento global. Ensayo de fractura en Modo I.	133
3.	Conclusiones	135
	Referencias	136
Apendice II	Modelo de fluencia del hormigón	139
1.	Introducción	139
2.	Tratamiento viscoelástico en una dimensión	140
2.1	Aproximación mediante integrales hereditarias	140
2.2	Aproximaciones mediante variables internas	142
2.3	Identificación del comportamiento viscoelástico mediante modelos reológicos. Elemento de Maxwell generalizado	143
3.	Generalización a dos y tres dimensiones	146
3.1	Aproximación mediante integrales hereditarias	146
3.2	Aproximación mediante variables internas	148
3.3	Identificación mediante un modelo de Maxwell generalizado	149
4.	Integración de la ecuación constitutiva	150
4.1	Método I	150
4.2	Método II	151
5.	Análisis de la estabilidad	152
6.	Análisis de la aproximación	153
6.1	Método I	154
6.2	Método II	154
7.	Combinación de los modelos de fluencia y degradación	155
	Referencias	157

Apéndice III	Modelo de simulación de juntas	159
1.	Introducción	159
2.	Modelo distribuido. Comportamiento en la dirección normal a la junta	161
3.	Modelo distribuido. Comportamiento en la dirección tangencial a la junta.	163
	Referencias	169

CAPITULO I

DESCRIPCION Y FORMULACION DEL PROBLEMA

1. DESCRIPCION FENOMENOLOGICA

Es un hecho conocido que muchas presas de hormigón actualmente en servicio presentan zonas internas con fisuración o microfisuración intensa. Esta situación es excepcional en estructuras de hormigón armado o pretensado, en las cuales las condiciones de fisuración son tenidas en cuenta a nivel de diseño. La aparición de fisuras apreciables en tales estructuras es síntoma, por tanto, de algún defecto grave de proyecto o construcción, y por lo general conduce a la toma inmediata de medidas estrictas de seguridad y a la reparación de los daños. En estructuras importantes de hormigón en masa, tales como las presas, un cierto grado de microfisuración o incluso de fisuración apreciable es inevitable. Por tanto, el análisis de dichas estructuras debe garantizar su estabilidad y seguridad incluso en situaciones de fisuración extendida.

El origen de la fisuración en presas de hormigón puede encontrarse en las fases de proyecto, construcción o de servicio, y las causas pueden ser muy variadas: diseño inadecuado, reacciones químicas durante la puesta en obra, el fraguado o la vida útil del hormigón, variaciones térmicas debidas a causas externas o internas, asientos irregulares de la cimentación, movimientos sísmicos, etc.

Cualesquiera que sean las causas que motivan la aparición de fisuras en la presa su efecto directo es facilitar la entrada de agua hacia el interior de la misma. La presencia de agua en el interior de la construcción es un hecho normal debido a la filtración. La baja permeabilidad del hormigón y una adecuada red de drenaje en correcto funcionamiento evitan en principio la progresión del agua hacia el núcleo. Sin embargo, la aparición de fisuración no prevista y el consiguiente aumento en la cantidad de agua que penetra en la presa pueden reducir sensiblemente el factor de seguridad de la estructura, llevándolo en casos extremos a valores inadmisibles.

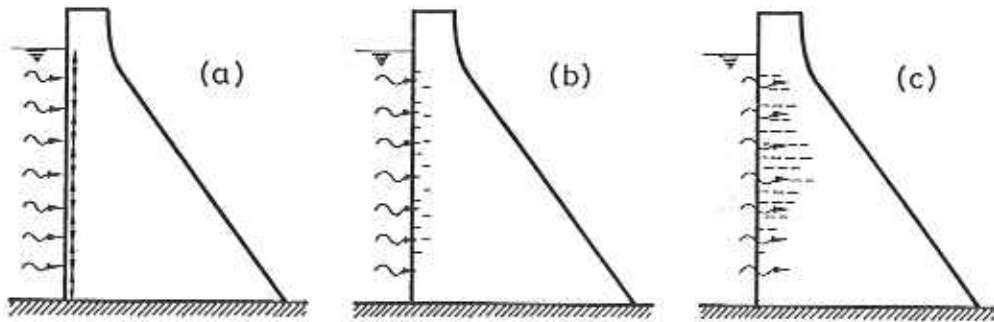


Figura I.1. Descripción del fenómeno de penetración del agua por entumecimiento.

Uno de los problemas más serios relacionados con la fisuración en presas de hormigón es el efecto combinado que la degradación del material y la penetración del agua pueden tener en el comportamiento mecánico de la estructura. El conocido fenómeno del entumecimiento higrométrico (hinchamiento) del hormigón en presencia de agua juega un papel primordial en el proceso de propagación de la fisuración en la presa. La situación crítica que puede presentarse se puede describir como un fenómeno progresivo (ver Figura I.1):

- (a) El hormigón del paramento de aguas arriba de la presa está en contacto directo con el agua del embalse que penetra en la presa debido a la propia porosidad del hormigón. Reacciones físico-químicas entre el agua y el hormigón producen entumecimiento (aumento de volumen) del hormigón en esta zona. Este fenómeno genera tracciones crecientes en las áreas adyacentes.
- (b) Cuando las tracciones anteriores superan la resistencia del material aparecen fisuras en las zonas próximas al paramento de aguas arriba. La entrada de agua se ve facilitada por la formación de estas fisuras.
- (c) Debido a la percolación a través de las fisuras, nuevas zonas de la presa entran en contacto con el agua, y se inician las reacciones físico-químicas que producen entumecimiento. Esto puede provocar la generación de tracciones y nuevas fisuras en zonas interiores. Al mismo tiempo, el aumento de volumen tiende a cerrar las fisuras ya existentes detrás del frente de penetración del agua.

El fenómeno descrito de entrada de agua + expansión del hormigón + apertura de fisuras puede propagarse indefinidamente hacia el interior de la presa. El proceso puede ser detenido por la red de drenaje, si ésta existe y es efectiva, ya que al evacuar el agua se impide que las zonas alejadas del paramento de aguas arriba entren en contacto con el agua.

La importancia del proceso anterior depende de la magnitud de la expansión volumétrica que puede sufrir el hormigón y su estudio ha sido, y es, objeto de diversos proyectos de investigación dentro del Plan de Investigación Electrotécnica^{59,60}. Son varias las causas que producen esta expansión:

- *Entumecimiento higrométrico*. Los procesos de entumecimiento y retracción hidráulica pueden producir, según estudios recientes¹, variaciones volumétricas incluso superiores a 2 mm/m.
- *Reacción árido-álcalis*. Este proceso fue detectado en Estados Unidos en los años 40, y se debe a la reactividad de ciertos áridos de naturaleza silícea con los álcalis del cemento²⁻⁵.
- *Cal y magnesio libres*. Este proceso se debe a la hidratación de la cal y magnesio libres presentes en el cemento. Su desarrollo suele ser rápido, produciéndose generalmente durante los primeros años de vida de la presa. Algunas circunstancias de la fabricación del cemento pueden producir su retardamiento, y ser causa de expansiones elevadas.
- *Expansiones inducidas*. La modificación del *pH* de agua debido a agentes externos puede provocar diversos efectos sobre el hormigón: alteración de los feldespatos de áridos graníticos, alteración de los silicatos hidratados del cemento, oxidación de los sulfuros presentes en algunas rocas metamórficas, etc.⁶⁻⁸.

El agente imprescindible para que se desarrollen estos procesos es la presencia del agua, tanto como agente expansivo en los procesos de entumecimiento, como catalizador y vehículo de los agentes externos que originan los procesos de expansión. Asimismo, la evolución de estos procesos va ligada a la superficie de contacto agua-hormigón, y por tanto, a la porosidad y permeabilidad. Una vez iniciado el proceso, la microfisuración aumenta la permeabilidad y la superficie de contacto, con lo que se acelera el desarrollo del mismo.

Los fenómenos descritos pueden darse, en mayor o menor medida, en todos los hormigones. Valores normales de las máximas deformaciones volumétricas producidas están alrededor de 0.3 mm/m , lo cual es comparable con los valores motivados por las variaciones térmicas estacionales. Sin embargo, en algunas presas existentes se han medido valores de hasta $2 - 3 \text{ mm/m}$, tal como en el caso analizado en el Capítulo 2. Estos valores extraordinarios conducen a lo que puede llamarse comportamiento *patológico* de la presa, dando lugar a una degradación importante del hormigón y a movimientos en coronación entre 10 y 100 veces superiores a los previstos en proyecto.

2. PLANTEAMIENTO ANALITICO

2.1 Consideraciones "a priori"

El planteamiento de una metodología de análisis para el tipo de proceso descrito anteriormente es complejo. Veamos algunos de los factores que contribuyen a dicha complejidad:

- (i) El hormigón es un material cuyo comportamiento mecánico es extremadamente difícil de modelar con realismo. Existen en la literatura infinidad de modelos propuestos a tal efecto, pero la mayoría de ellos han sido utilizados para el análisis de estructuras de hormigón armado, donde el acero contribuye de forma fundamental al comportamiento mecánico global. Para el presente análisis es necesario un modelo que permita representar muchos de los elementos del comportamiento constitutivo del hormigón: rotura por tracción, degradación de rigidez elástica, comportamiento en carga-descarga-recarga, fluencia y relajación de tensiones, etc. Se trata, por tanto, de plantear un análisis con un *material de comportamiento extremadamente no lineal*, y tanto en su *respuesta instantánea como diferida*.
- (ii) Aunque algunas presas de hormigón presentan una geometría que puede permitir su análisis bajo las hipótesis de deformación plana, una metodología general debe incluir a las presas bóveda y las presas arco-gravedad. Es por tanto imprescindible plantear una formulación válida para *análisis bi- y tridimensionales*. En estos últimos el esfuerzo computacional crece espectacularmente, por lo que es necesario disponer de herramientas de análisis adecuadas para *cálculos a gran escala*.

- (iii) Las grandes presas de hormigón se construyen por bloques, y su geometría presenta a menudo *juntas de construcción*, cuyo comportamiento mecánico puede tener influencia en el funcionamiento global de la estructura. La consideración geométrica de dichas juntas puede ser necesaria en el análisis, y la inclusión de su comportamiento friccional es una fuente adicional de *no linealidad material* en el modelo analítico.

- (iv) Se ha expuesto en la sección anterior que la "*fuera motriz*" del proceso a analizar es la intrusión de agua en el cuerpo de la presa, y las reacciones físico-químicas que tienen lugar en el hormigón cuando éste entra en contacto con el agua. Por tanto, el procedimiento analítico debe simular los fenómenos *acoplados y dependientes del tiempo* de penetración del agua y evolución del entumecimiento. Se necesita un mecanismo para definir cuando el agua alcanza un determinado punto en el interior de la presa, desencadenando las reacciones físico-químicas. A partir de ese momento, se debe considerar la evolución de la deformación volumétrica con el tiempo.

- (v) Existen otros fenómenos que pueden contribuir de forma significativa al proceso. Tal es el caso, por ejemplo, de las variaciones térmicas estacionales, que también producen deformaciones volumétricas en la presa, y del efecto de la presión intersticial, que afecta al estado tensional y a la estabilidad global de la estructura. La determinación espacial y temporal de las temperaturas y de la presión intersticial debe ser considerada de forma adecuada.

2.2 Criterios de simplificación

Los métodos clásicos de análisis de presas no permiten abordar el tipo de problema anteriormente descrito, que combina las dificultades de una geometría compleja, materiales de comportamiento altamente no lineal y fenómenos físicos con dependencia temporal. Afortunadamente, los métodos numéricos han experimentado un decisivo avance en las últimas décadas y tales problemas son abordables y resolubles. En particular, el Método de los Elementos Finitos (MEF) ha demostrado ser una herramienta especialmente adecuada para una amplísima gama de problemas estructurales, y ha sido por ello utilizado en este trabajo. Sin embargo, incluso en la aplicación del MEF, ciertas simplificaciones son necesarias para plantear una metodología de análisis que sea a la vez efectiva y relativamente simple. Repasamos a continuación las dificultades descritas en la sección anterior, buscando formas

prácticas de abordar el problema dentro de una metodología suficientemente general:

- (i) El MEF permite incorporar una amplia variedad de modelos constitutivos complejos de forma natural (elasticidad lineal y no lineal, plasticidad, viscoelasticidad, viscoplasticidad, modelos de daño elástico y plástico, etc.). Desde el punto de vista computacional son preferibles modelos basados en la deformación (variables independientes en la formulación del MEF en desplazamientos) y con un esquema explícito de integración en el tiempo.
- (ii) El MEF debe en gran parte su amplia aceptación en el campo de análisis de estructuras a su enorme versatilidad a la hora de abordar problemas de geometría compleja con condiciones de contorno generales tanto en tensiones como en desplazamientos. El planteamiento de problemas 2D/3D no presenta mayores dificultades que las derivadas del coste computacional de los análisis.
- (iii) La inclusión de juntas friccionales en la definición geométrico-mecánica del problema es una dificultad adicional que se presenta en varios campos de aplicación del MEF. Son posibles diversos planteamientos y todos han demostrado su aplicabilidad en diferentes problemas. Su inclusión en el presente trabajo es una dificultad práctica que no afecta de forma fundamental al planteamiento general.
- (iv) La principal dificultad del presente trabajo es simular de forma realista los procesos acoplados y dependientes del tiempo de la penetración de agua y evolución del entumecimiento. Los fenómenos de tipo físico y químico puestos en juego son de naturaleza extremadamente compleja, y las leyes que los rigen son en gran parte desconocidas en la actualidad. Es por tanto imposible formular modelos "rigurosos" para su simulación numérica. En este trabajo se ha establecido un procedimiento simplificado de simulación que liga los procesos de expansión del hormigón + apertura de fisura + entrada de agua. La validación de dicho procedimiento es uno de los objetivos de este trabajo. Hay que añadir, que aunque los fenómenos estudiados son dependientes del tiempo, el proceso puede considerarse quasi-estático debido a su lentitud, y por tanto, todos los efectos inerciales y dependientes de las derivadas temporales son despreciados.

- (v) Los efectos que la variación de temperatura y la presión intersticial tienen en el proceso pueden considerarse relativamente pequeños. Puede por tanto plantearse la conveniencia de evaluar dichos efectos de una manera aproximada. Esta simplificación parece adecuada en cuanto que es prácticamente imposible abordar los respectivos cálculos térmicos y de filtración con rigurosidad. En primer lugar, se precisaría una cantidad ingente de datos para resolver ambos problemas transitorios, con adecuadas condiciones iniciales y de contorno, a lo largo de toda la vida útil de la presa. En segundo lugar, es desconocida la forma en que los procesos físico-químicos que tienen lugar en el interior de la presa pueden afectar, por ejemplo, a la permeabilidad del hormigón, o a la distribución interna de temperaturas.

2.3 Elementos para el modelo de análisis

De lo expuesto en las secciones anteriores se concluye que la metodología de cálculo consiste en un análisis quasi-estático de avance en el tiempo que incorpora los siguientes elementos:

- 1.- *Módulo constitutivo del hormigón*, que permita simular el comportamiento complejo de este material a lo largo de la vida útil de la presa. Esto requiere un modelo que represente adecuadamente el comportamiento ante acciones instantáneas (fractura bajo estados generales de tracción-compresión, degradación de rigidez, ciclos de carga-descarga-recarga) y su comportamiento reológico (relajación de tensiones y fluencia). El modelo debe ser consistente desde el punto de vista del marco general de ecuaciones constitutivas, simple en su implementación en un programa de elementos finitos, y orientado hacia problemas de gran tamaño.
- 2.- *Modelo de penetración del agua y progresión del entumecimiento*, que permita definir en cada momento del análisis que puntos han sido alcanzados por la penetración del agua y, para los que lo hayan sido, cual es la deformación volumétrica correspondiente al tiempo actual.
- 3.- *Modelo de inclusión de las acciones internas*, que permita considerar efectos que se han considerado "a priori" como relevantes. Dichos efectos son tres: la deformación volumétrica debida al entumecimiento del hormigón, la deformación volumétrica debida a las variaciones térmicas estacionales y la modificación del estado

tensional debido a la presión intersticial. Es preciso conocer para cada instante del análisis el valor punto a punto de las variables asociadas a dichos fenómenos y explicitar la forma en que interaccionan con el resto de variables del problema.

- 4.- *Modelo de juntas friccionales*, que permita considerar la influencia de las juntas de construcción en el comportamiento global de la presa, a nivel de desplazamientos, deformaciones y tensiones.

En las secciones siguientes se definen los aspectos teóricos de formulación de los elementos citados, se discuten alternativas a los modelos seleccionados y se explicitan los detalles de implementación de la metodología propuesta en un programa de elementos finitos.

2.3.1 Modelo Constitutivo del hormigón

A pesar del uso cotidiano del hormigón como material de construcción, el conocimiento actual sobre su comportamiento mecánico en situaciones generalés de tensión es bastante deficiente. El comportamiento ante cargas quasi-estáticas de corta duración presenta un carácter claramente no lineal, tanto en situaciones de compresión como de tracción, en las que su relativamente baja resistencia produce rotura frágil. Ante cargas de larga duración el hormigón presenta deformaciones diferidas que se manifiestan en los fenómenos de relajación y fluencia. Bajo carga dinámica, el hormigón presenta dependencia con la velocidad de carga y acumulación de daño en carga cíclica. Muchos de estos fenómenos característicos se deben a la compleja microestructura del material. El hormigón es un material compuesto fundamentalmente de partículas de diferentes tamaños (áridos), aglomeradas por una pasta de cemento. Además, la pasta de cemento presenta una porosidad apreciable, conteniendo estos poros agua y aire. La mayor parte de la deformación inelástica del hormigón es debida a microfisuración y deslizamientos friccionales internos, fenómenos cuya mecánica está obviamente relacionada con la naturaleza compuesta del material.

La consideración de la microestructura interna del hormigón es esencial para proporcionar explicaciones físicas a los fenómenos observados en los ensayos de laboratorio. Sin embargo, de estos ensayos se deben extraer conclusiones a nivel microscópico si se quieren derivar modelos constitutivos utilizables en la práctica. Debido a la importancia del hormigón como material estructural, se han propuesto muchos modelos de este tipo en las

últimas décadas, la inmensa mayoría de ellos caracterizando al hormigón como un material homogéneo a nivel macroscópico. Revisiones de dichos modelos se pueden encontrar en las referencias [9] y [10], y una descripción de muchos modelos computacionales y su aplicación en el contexto de los elementos finitos se puede hallar en la referencia [11]. Prueba de que el tema está lejos de estar agotado, y de que este campo es un área activa de investigación son las múltiples conferencias internacionales que se organizan periódicamente sobre el tema¹²⁻¹⁴. En la literatura especializada se pueden encontrar sucesivas generaciones de modelos encuadrados dentro de las teorías generales de la elasticidad no lineal, la plasticidad, la visco-plasticidad y la teoría endocrónica y, más recientemente, de la teoría de modelos de daño continuo.

Probablemente, el aspecto más sobresaliente del comportamiento mecánico del hormigón es su baja resistencia a tracción, que provoca fisuración a tensiones muy bajas en comparación con las tensiones de rotura a compresión. En el contexto del MEF, el problema de la fisuración a tracción ha recibido considerable atención, utilizándose dos formas principales de simulación: los modelos de fisura discreta y los de fisura distribuida¹²⁻¹⁴. Las dos alternativas cuentan con argumentos a favor y en contra, que se esgrimen por parte de los defensores de una y otra en publicaciones y comunicaciones. Existe un cierto consenso en que la primera alternativa es más adecuada para la simulación de fisuras singulares claramente definidas, mientras que la segunda resulta más adecuada para representar estados de fisuración o microfisuración más o menos generalizados en una estructura. En el presente, el debate sigue abierto, probablemente por la falta de total transparencia y consistencia en la formulación de ambas alternativas. No obstante, sí puede decirse que los modelos de tipo distribuido encajan en el marco general de la Mecánica de los Medios Continuos y de la Teoría General de Ecuaciones Constitutivas; esto hace que sean más fáciles de implementar en la práctica, y están por lo tanto mucho más estudiados y se usan en la mayoría de las aplicaciones.

El comportamiento mecánico diferido del hormigón ha recibido muy poca atención en la literatura. Esto se debe sin duda a la falta de modelos teóricos generalmente aceptados para el comportamiento instantáneo, y a la dificultad de experimentación para una escala de tiempo de meses e incluso de años. Son escasos por tanto los trabajos en los que se consideran efectos reológicos tales como la relajación de tensiones y la fluencia. La teoría general para considerar estos fenómenos es la viscoelasticidad, aunque su aplicación en el contexto de los elementos finitos es muy limitada.

Por todo lo expuesto en esta sección planteamos a continuación un modelo constitutivo para el hormigón que cumple, a juicio de los autores, los siguientes requisitos:

- modela adecuadamente aquellos aspectos fundamentales del comportamiento del hormigón que se consideran relevantes para el tipo de problemas que se analiza, tanto de forma instantánea como diferida;
- tiene una formulación simple y consistente dentro de la Teoría General de Ecuaciones Constitutivas;
- es sencillo de implementar en un esquema *standard* de análisis por elementos finitos;
- su evaluación y su integración en el tiempo es explícita, lo cual lo hace especialmente indicado para problemas de gran volumen de cálculo.

2.3.1.1-Comportamiento instantáneo. Modelos de degradación

En los últimos años, los llamados *modelos de daño continuo* han sido ampliamente aceptados como alternativa para simular comportamientos constitutivos complejos caracterizados por la progresiva degradación que sufren las propiedades mecánicas de los materiales en la fase previa a la iniciación de microfisuras¹⁵⁻²⁸. Aunque inicialmente desarrollados para materiales dúctiles como los metales, recientemente se han aplicado a materiales frágiles, tales como el hormigón y rocas²⁹⁻³⁶.

La teoría de daño continuo está basada en la termodinámica de procesos irreversibles y en la teoría general de variables internas de estado^{29,37-40}. Se puede modelar daño anisótropo a través de variables tensoriales de daño^{38,42-45}, reduciéndose en su versión más simple a modelos de daño isótropo^{36,41}, con una única variable escalar de daño. Las formulaciones de daño isótropo gozan de creciente aceptación debido a su simplicidad, eficiencia y aplicabilidad en multitud de casos prácticos.

Físicamente, la degradación de las propiedades mecánicas del material es el resultado de la iniciación y crecimiento de microdefectos, tales como microporos o microfisuras. En el contexto de la mecánica del continuo, este proceso puede ser modelado introduciendo variables internas que sean

magnitudes escalares o tensoriales. En el caso de daño isótropo, se supone el comportamiento mecánico de las microfisuras o microporos independiente de la orientación, y dependiente únicamente de una variable escalar llamado parámetro de daño (o de degradación), d^t . Así, se puede escribir:

$$\bar{\sigma}^t = \frac{\sigma^t}{1 - d^t} \quad (I.1)$$

donde σ^t es el tensor de tensiones reales (de Cauchy), a tiempo t y $\bar{\sigma}^t$ es el denominado *tensor de tensiones efectivas*. El parámetro de daño es una variable escalar normalizada ($0 \leq d^t \leq d_c \leq 1$). El valor $d = 0$ corresponde a un estado inalterado del material, mientras que valores $d^t \leq d_c$ no nulos corresponden a estados degradados. Un valor $d^t = d_c$, igual a un cierto valor crítico, define un colapso completo a nivel local.

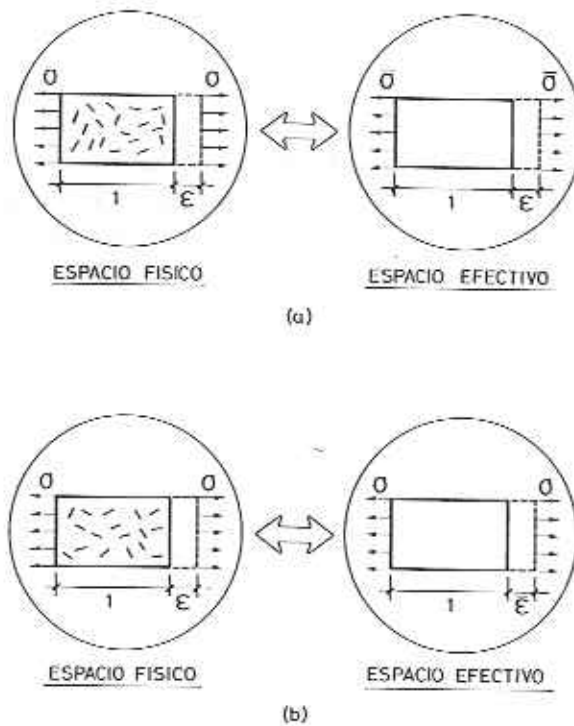


Figura I.2. (a) Representación esquemática de la hipótesis de equivalencia de deformaciones, (b) Representación esquemática de la hipótesis de equivalencia de tensiones.

El parámetro de daño puede interpretarse físicamente como la relación local entre la superficie dañada y la superficie total (nominal) de material^{1b}.

Según esta interpretación, Lamaitre^{17,39} introdujo la *hipótesis de equivalencia de deformaciones* (ver Figura I.2): “la deformación asociada a un estado dañado bajo la tensión aplicada es equivalente a la deformación asociada al estado inalterado bajo la tensión efectiva”.

De forma alternativa, se puede definir el concepto de deformación efectiva:

$$\bar{\epsilon}^t = (1 - d^t) \epsilon^t \quad (I.2)$$

donde ϵ^t es el tensor de deformación a tiempo t , y $\bar{\epsilon}^t$ es el tensor de deformaciones efectivas⁴⁵. Puede entonces proponerse la *hipótesis de equivalencia de tensiones*⁴⁶ (ver Figura I.2): “la tensión asociada a un estado dañado bajo la deformación aplicada es igual a la tensión asociada al estado inalterado bajo la deformación efectiva”.

Como puede verse, la base de los modelos de daño consiste en definir una transformación entre el espacio físico y un espacio ficticio llamado espacio efectivo en el que el material está inalterado, y en el que por lo tanto se comporta según modelos simples, por ejemplo, elásticamente. La transformación entre uno y otro espacio se hace a través de las mencionadas hipótesis de equivalencia. El concepto de *tensión efectiva* y la *hipótesis de equivalencia de deformaciones* son la base de los modelos de daño formulados en deformaciones, que resultan particularmente adecuadas para su utilización en el MEF planteado en desplazamientos, en los que las deformaciones son variables independientes.

La ecuación constitutiva para un modelo de daño isótropo tiene la forma:

$$\begin{aligned} \sigma^t &= \mathbf{D}^0 : \bar{\epsilon}^t \\ &= \mathbf{D}^0 : (1 - d^t) \epsilon^t \\ &= (1 - d^t) \mathbf{D}^0 : \epsilon^t \end{aligned} \quad (I.3)$$

donde σ^t y ϵ^t son los tensores de tensión y deformación reales, a tiempo t respectivamente; $\bar{\epsilon}^t$ es el tensor de deformación efectiva; \mathbf{D}^0 es el tensor constitutivo inalterado y d^t es la variable de daño. La ecuación (I.3) pone de manifiesto algunos aspectos básicos del modelo:

- (1) la isotropía del material se conserva, ya que la rigidez material sólo se ve afectada por un factor escalar, $(1 - d^t)$;
- (2) las tensiones pueden evaluarse explícitamente, con sólo conocer el valor de las deformaciones totales y del parámetro de daño;
- (3) la ecuación (I.1) puede interpretarse como una descomposición aditiva *standard* de la tensión en dos partes, una elástica y otra inelástica:

$$\begin{aligned}
 \sigma^t &= (1 - d^t) \mathbf{D}^0 : \epsilon^t = \mathbf{D}^0 : \epsilon^t - d^t \mathbf{D}^0 : \epsilon^t = \sigma_e^t - \sigma_i^t \\
 \sigma_e^t &= \mathbf{D}^0 : \epsilon^t = \bar{\sigma}^t \\
 \sigma_i^t &= d^t \sigma_e^t = d^t \mathbf{D}^0 : \epsilon^t
 \end{aligned} \tag{I.4}$$

El modelo constitutivo definido por la ecuación (I.3) queda totalmente determinado si el valor del parámetro de daño puede calcularse para cada tiempo del proceso de deformación. A tal efecto, el modelo consta de los siguientes elementos⁴⁸:

- (a) una *norma*, τ^t , del tensor de deformación, ϵ^t , o alternativamente, del tensor de tensiones elásticas o efectivas, σ_e^t . Esta norma recibe el nombre de *deformación equivalente*, y se usa para comparar diferentes estados de deformación, de forma que sea posible definir conceptos como "carga", "descarga" y "recarga".
- (b) un *criterio de daño* formulado en el espacio de deformaciones, o en el de tensiones efectivas. El criterio de daño permite definir la iniciación del proceso de deformación inelástica. Matemáticamente, este criterio se escribe como una función $F(\tau^t, r^t) \leq 0$, donde τ^t es la *deformación equivalente*, y r^t un valor denominado *umbral de daño*. El valor inicial del umbral es una propiedad del material que se define en función de la resistencia característica.
- (c) *leyes de evolución* para el parámetro de daño d^t , y el valor umbral, r^t . Dichas leyes pueden escribirse en forma incremental o integrada, y permiten definir el proceso de evolución de la deformación inelástica.

En el Apéndice I se detalla la formulación matemática de estos elementos para el modelo de daño utilizado en este trabajo, y se discuten algunas

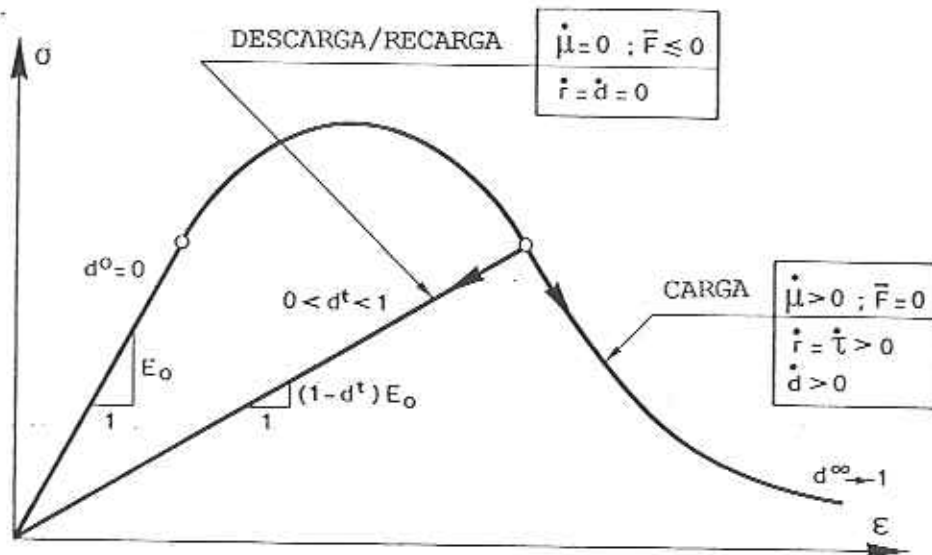


Figura I.3. Curva uniaxial tensión-deformación en un modelo de degradación.

alternativas. En la Figura I.3 se muestra esquemáticamente el tipo de curva uniaxial de tensión-deformación que puede simularse con un modelo de este tipo. Se observa cómo el factor $(1 - d^t)$ puede interpretarse también como un *factor de reducción* de la rigidez secante instantánea del material. Este factor define la rama de descarga/recarga de la curva uniaxial.

Un punto de controversia en cuanto a la aplicación de este tipo de modelos para simular los fenómenos de rotura frágil por tracción en geomateriales como el hormigón es su carácter de isotropía local. Esta característica contrasta con los modelos anisótropos de fisura distribuida⁴⁹⁻⁵¹ que se han venido utilizando en la simulación numérica de estos materiales. En opinión de los autores, un elemento esencial a considerar es la diferenciación entre comportamiento local (microscópico) y respuesta global (macroscópico). A este respecto, la anisotropía global asociada a fisuración direccional puede ser representada por modelos localmente isótropos. Una fisura debe entonces interpretarse como el lugar geométrico de puntos (o elementos en el contexto del MEF) dañados isotrópicamente⁵².

Por otra parte, las relaciones constitutivas de los modelos de fisuración clásicos se establecen a través de elaborados argumentos basados en una visualización fenomenológica y macroscópica de los fenómenos de fractura, y no según una teoría general de ecuaciones constitutivas. Como resultado, dichos modelos sufren ciertas inconsistencias teóricas y precisan de algunos factores "mágicos" de oscuro origen, o de naturaleza puramente numérica

(por ejemplo, el *factor de retención de tensiones cortantes* de los modelos de “fisura fija”, el *ángulo umbral* en los modelos de “fisura rotante”, o el efecto de Poisson normalmente despreciado). Estas deficiencias teóricas se suelen traducir en dificultades prácticas de implementación y utilización, y en un total empirismo a la hora de asignar valores a los parámetros de los modelos.

En la referencia [48] los autores presentan resultados de la comparación de la aplicación de ambos tipos de modelos a la resolución de algunos ejemplos de interés. La conclusión de dicho estudio es que los modelos isótropos de daño continuo presentan un importante potencial para la simulación del modelo de comportamiento de los geomateriales como el hormigón.

2.3.1.2 Comportamiento diferido. Modelo de relajación

El hormigón es un material que presenta diferencias importantes en su comportamiento ante acciones de corta y larga duración. En el último caso aparecen fenómenos de tipo viscoso que se manifiestan como relajación de tensiones bajo deformación impuesta, o como fluencia bajo carga aplicada. Dado que la escala de tiempos en que se desarrolla el tipo de análisis del presente trabajo se mide en meses, o incluso años, la inclusión de estos fenómenos en el comportamiento material del hormigón parece importante.

El tema del comportamiento reológico del hormigón está insuficientemente tratado en los distintos códigos de práctica y normativas nacionales. En la mayoría de ellos resulta difícil distinguir entre los aspectos inelásticos instantáneos y los diferidos, limitándose a dar algunas reglas sobre el módulo elástico aparente a tiempo infinito. Tales recomendaciones son de poca utilidad a la hora de abordar el problema por el MEF.

En la literatura científica el comportamiento diferido del hormigón se suele describir utilizando modelos viscoelásticos. La formulación clásica de los modelos viscoelásticos implica la evaluación de la ecuación constitutiva a través de una integral hereditaria a lo largo de toda la historia de carga. Dicho planteamiento no es adecuado para la simulación numérica, vía diferencias o elementos finitos, ya que requeriría el almacenaje de toda la historia de deformación a lo largo del análisis. Un recurso utilizado a menudo es desarrollar el núcleo de la integral hereditaria en forma de serie con un número finito de términos. Entonces el proceso de deformación inelástica se puede describir en términos de un número finito de variables internas, y sólo se precisa almacenar la historia de estas variables de un incremento de tiempo al siguiente^{53,54}.

El procedimiento descrito de evaluar la integral hereditaria por partes, desarrollarla en serie de Dirichlet-Prony, y conservar sólo un número finito de términos resulta en un modelo simplificado que puede ser interpretado físicamente como un modelo en cadena de Maxwell, donde unos elementos elásticos (representados por muelles) y unos elementos viscosos (representados por amortiguadores) se disponen en paralelo (ver Figura I.4). En este trabajo utilizamos un esquema de este tipo para introducir efectos viscosos (diferidos en el tiempo) en el modelo de degradación elástica descrito en la sección anterior. Análogo procedimiento se utilizó en la referencia [55] para incorporar efectos de fluencia a un modelo de fisura distribuida.

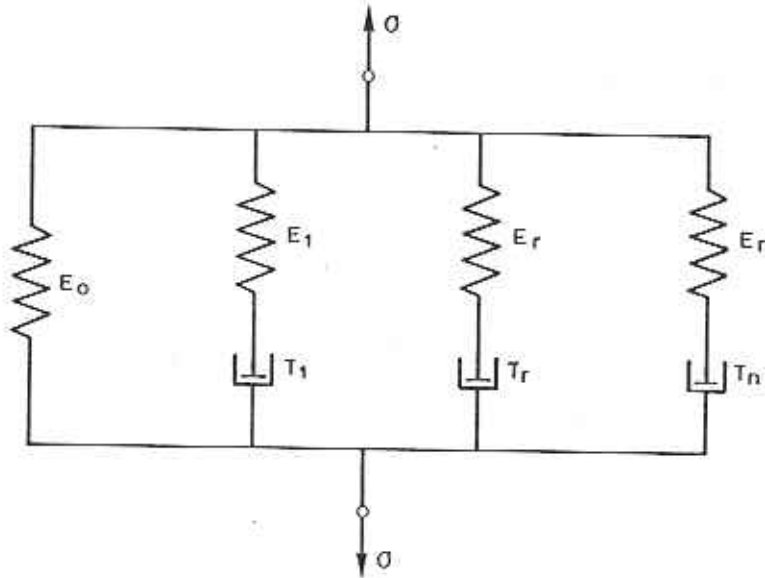


Figura I.4. Modelo reológico del tipo Maxwell generalizado.

Los detalles de la derivación e implementación del modelo se dan en el Apéndice II. A modo de compendio, diremos aquí que la viscoelasticidad se postula en el espacio de tensiones efectivas, de forma que se puede escribir

$$\bar{\sigma}^t = \mathbf{D}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^t - \sum_r \mathbf{q}_r^t \quad (I.5)$$

donde $\bar{\sigma}^t$ es el tensor de tensiones efectivas, \mathbf{D}^0 es el tensor constitutivo no degradado. $\boldsymbol{\varepsilon}^t$ es el tensor de deformaciones y \mathbf{q}_r^t es el tensor de tensiones inelásticas asociado al amortiguador r -ésimo.

Esta expresión se transforma al espacio físico utilizando la hipótesis de equivalencia de deformaciones, ecuación (I.1):

$$\begin{aligned}\sigma^t &= (1 - d^t) \bar{\sigma}^t = \\ &= (1 - d^t) [D^0 : \epsilon^t - \sum_r q_r^t]\end{aligned}\quad (I.6)$$

El modelo se completa con un algoritmo de integración paso a paso en el tiempo que permita obtener q_r^t . En el Apéndice II se propone un algoritmo *incondicionalmente estable*, de *convergencia cuadrática* que permite obtener las tensiones inelásticas a tiempo t de forma *explícita*, en función de sus valores en el incremento de tiempo anterior, y de las tensiones efectivas en el tiempo actual y precedente.

En un dispositivo como el representado en la Figura I.4 una tensión aplicada de una forma instantánea provoca una deformación inicial inversamente proporcional a la suma de las rigideces de los distintos elementos elásticos. A medida que el tiempo avanza, y se produce la deformación inelástica de los amortiguadores, los muelles conectados en serie se descargan. A tiempo infinito, sólo el primer elemento del dispositivo permanece activo, y la deformación final es inversamente proporcional a su rigidez individual. Se sugieren relaciones E^∞/E_0 del orden de 0.3 – 0.6.

Los modelos de Maxwell describen razonablemente bien el comportamiento de fluencia del hormigón, siempre que las tensiones sean moderadas, por debajo del 50% de su resistencia. Para valores más altos, pueden aparecer también efectos viscoplásticos, particularmente a compresión. Para el nivel de tensiones que puede presumirse en el interior de una presa de hormigón la aproximación de este tipo de modelos parece adecuada.

2.3.2 Modelo de penetración del agua y de progresión del entumecimiento

Los fenómenos de naturaleza físico-química que dan lugar al entumecimiento del hormigón sólo se conocen de forma cualitativa, y es por tanto inviable plantear procedimientos analítico-numéricos de simulación de dichos procesos. Es posible, sin embargo, establecer un modelo simplificado a partir de:

- estudios experimentales en laboratorio sobre el comportamiento de probetas de hormigón sometidas a la acción del agua;

- hipótesis simplificadoras sobre los mecanismos de penetración del agua en la presa, y su conexión con la progresión del entumecimiento;
- mediciones *in situ* del comportamiento y estado de la presa, que permitan calibrar el modelo y verificar su aplicabilidad.

2.3.2.1 Estudios experimentales en laboratorio

A partir de testigos de hormigón extraídos de la presa que se quiere analizar, o bien de probetas especialmente fabricadas, y que tengan similares características físico-químicas, es posible realizar estudios en laboratorio que permitan obtener indicaciones cualitativas y cuantitativas de los procesos de entumecimiento que sufre el hormigón en contacto con el agua. Estos ensayos se suelen realizar sumergiendo en agua probetas previamente desecadas, y midiendo su deformación volumétrica a lo largo del tiempo. De las curvas que se obtienen (Figura I.5) se puede deducir que la deformación volumétrica crece siguiendo una rama aproximadamente parabólica hasta alcanzar un valor máximo de estabilización que depende mucho del tipo de hormigón. En la interpretación de los resultados de dichos ensayos hay que considerar algunos puntos:

- los testigos extraídos de la presa pueden haber sufrido ya parte del proceso de entumecimiento, tanto mayor cuanto más tiempo haya pasado desde la construcción de la presa hasta la detección del problema y la realización de la campaña de ensayos. Al desecar las probetas no se garantiza el retorno a su estado inicial inalterado. El ensayo se realiza pues sobre un segundo ciclo de entumecimiento y los valores máximos no son totalmente representativos.
- si los ensayos se realizan sobre probetas nuevas no se plantea el problema anterior, pero resulta muy difícil garantizar que su composición y proceso de fabricación, y por tanto, sus características, sean representativas del hormigón de la presa.
- las probetas son en sí mismas pequeñas estructuras; al ensayarlas, no se está midiendo la curva deformación-tiempo en un punto, sino todo el complejo proceso de penetración de agua y progresión del entumecimiento en un volumen de control del tamaño y geometría de la probeta. La presa como estructura, y los volúmenes de control utilizados en el análisis (elementos finitos y puntos de

integración) tienen distinta geometría y tamaño que las probetas. Debe considerarse, por tanto, que los procesos se desarrollarán en la presa en una escala de tiempo diferente de la medida en laboratorio para las probetas.

- los ensayos se realizan sumergiendo completamente las probetas en agua, con el fin de conseguir un máximo de superficie expuesta a la penetración del agua, y acelerar así el proceso de entumecimiento. Claramente, las condiciones de accesibilidad del agua al interior de la presa son mucho más restrictivas, lo cual dificulta el proceso de entumecimiento.

De todo lo anterior se deduce que de los ensayos realizados en laboratorio sobre probetas de hormigón se puede obtener la siguiente información:

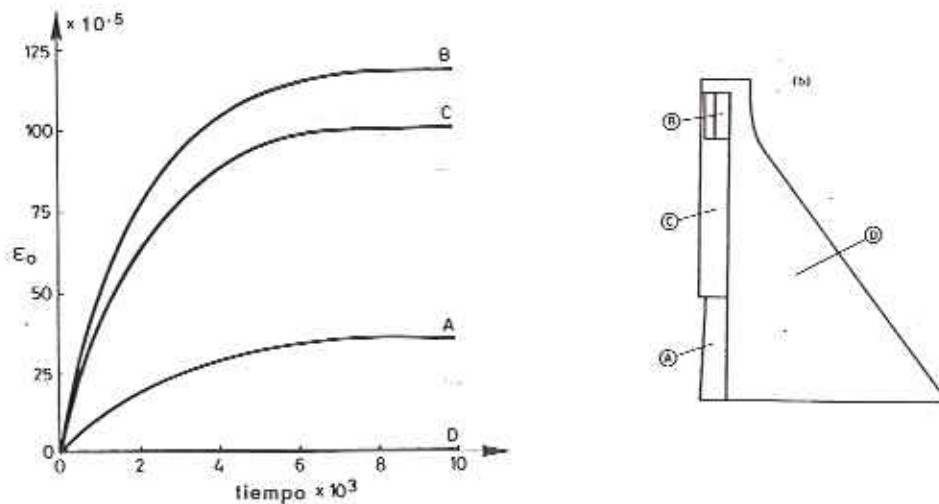


Figura I.5. Curvas de entumecimiento.

- orden de magnitud absoluto de los valores máximos de deformación volumétrica debida al entumecimiento del hormigón, para el tipo de material utilizado. Esto permite evaluar *a priori* la importancia del fenómeno, y su magnitud relativa a otras acciones (peso propio, presión hidrostática, variaciones térmicas, presión intersticial, etc.).
- posibles variaciones significativas de los valores máximos de deformación volumétrica entre diferentes partes de la presa. Estas

variaciones pueden darse de bloque a bloque de la presa, o incluso dentro del mismo bloque, según haya sido el proceso constructivo, y pueden dar lugar a entumecimientos diferenciales que afecten seriamente a la deformación global. En cualquier caso, los valores máximos obtenidos en los ensayos deben tomarse como indicativos, debido a la propia naturaleza del hormigón y a las dificultades del procedimiento de ensayo.

- forma cualitativa de las curvas deformación volumétrica-tiempo. Los tiempos de estabilización medidos en laboratorio no son extrapolables a la presa, por las razones aducidas anteriormente. Tampoco es posible establecer *a priori* una relación entre las escalas de tiempo del laboratorio y de la presa, debido a la multitud de factores que intervienen, y al poco conocimiento existente sobre los fenómenos básicos involucrados.

2.3.2.2 Hipótesis simplificadoras

El modelo de simulación del fenómeno de entumecimiento utilizado en este trabajo se basa en dos hipótesis simplificadoras:

- (a) *hipótesis sobre el mecanismo de penetración del agua.* Debido a la baja permeabilidad del hormigón intacto, es razonable admitir que el agua penetra en la presa principalmente a través de las zonas donde el hormigón está microfisurado (degradado). En la escala de tiempo del análisis, es razonable suponer que tal penetración es instantánea, es decir, el agua alcanza un punto del interior de la presa en el momento que ese punto comienza a sufrir degradación. La penetración del agua se ve limitada por la ubicación del plano de drenaje; se supondrá que los puntos situados aguas abajo del plano de drenaje no pueden ser alcanzados por el agua.
- (b) *hipótesis sobre el mecanismo de progresión del entumecimiento.* Supondremos que en un punto del interior de la presa el proceso de entumecimiento se inicia cuando es alcanzado por la penetración del agua que, en virtud de la hipótesis anterior, coincide con el momento de inicio de la degradación (salvo para los puntos situados aguas abajo del plano de drenaje, que se suponen libres de agua). A partir de ese momento supondremos que cada punto sigue una curva deformación volumétrica-tiempo semejante a las obtenidas en laboratorio para probetas del mismo tipo de hormigón, con un valor máximo establecido en virtud de dichos ensayos. Supondremos asimismo que el factor de conversión de escala de

tiempos entre los ensayos y el modelo numérico es el mismo para toda la presa.

Las dos hipótesis anteriores permiten plantear la simulación del proceso de progresión del entumecimiento de la forma siguiente:

- (i) El análisis comienza considerando que, tras la aplicación de las fuerzas de gravedad y de presión hidrostática, sólo los puntos (elementos) del parámetro de aguas arriba son accesibles por el agua. Por tanto, dichos puntos comienzan a recorrer sus correspondientes diagramas de deformación volumétrica-tiempo desde el inicio del análisis. La expansión por esta deformación impuesta provoca tracciones en las zonas adyacentes.
- (ii) Cuando en algún punto las tensiones de tracción inducidas superan los criterios de inicio de la degradación establecidos en el modelo constitutivo, empieza el proceso de degradación y, en virtud de las hipótesis establecidas, este punto comienza a su vez a recorrer su diagrama de entumecimiento-tiempo.
- (iii) El proceso se acelera y progresa en el tiempo. La expansión del hormigón en una zona provoca tracciones y degradación en las zonas adyacentes, a la vez que induce compresiones en las zonas previamente traccionadas.

Como se verá más adelante, el modelo descrito es suficiente para hacer que la microfisuración, el agua y el entumecimiento “viajen” desde el paramento de aguas arriba hasta el plano de drenaje, tal como se observa que ocurre en la realidad. Puntos situados aguas abajo del plano de drenaje pueden sufrir degradación, pero no entumecimiento, en la hipótesis de que el drenaje es efectivo. Esto puede conseguirse fácilmente asignando curvas de expansión nula a dichos elementos (ver Figura I.5).

Tras un cierto tiempo, que depende de la geometría y de las propiedades del material, la mayoría de las zonas que pueden entumecer han alcanzado la deformación volumétrica máxima. El proceso de deformación se ralentiza, y eventualmente, alcanza un estado de estabilización.

2.3.2.3 Mediciones "in situ"

Como se ha descrito, tanto el procedimiento de ensayos en laboratorio como la hipótesis de penetración del agua y progresión del entumecimiento permiten una formulación cualitativa, y parcialmente cuantitativa (órdenes de magnitud y valores relativos) del modelo de simulación numérica. A falta de un mayor conocimiento de los procesos implicados y una cuantificación más precisa de los parámetros que intervienen es preciso arbitrar procedimientos prácticos de calibración del modelo.

En general, las grandes presas están dotadas de aparatos de auscultación y medición que permiten a los organismos encargados de la vigilancia y control de estas instalaciones verificar su correcto funcionamiento. Este tipo de instrumentación es rutinaria para cualquier presa de una cierta envergadura. Si por cualquier circunstancia se detecta un comportamiento anómalo en algún sentido, estas mediciones rutinarias se extienden y se complementan de forma que se pueda determinar el alcance y la importancia de las irregularidades.

Las observaciones y mediciones *in situ* que pueden utilizarse para calibrar y comprobar el modelo numérico son de tres tipos fundamentalmente:

- *Mediciones de desplazamientos.* Por procedimientos topográficos y geofísicos es posible medir desplazamientos de puntos o líneas de puntos situadas sobre los parámetros o la coronación de la presa, y su variación en el tiempo. Se pueden obtener registros de movimientos según varias direcciones espaciales: movimientos horizontales perpendiculares al eje de la presa (mediciones de colimación), movimientos horizontales según el eje de la presa, y movimientos verticales (mediciones de nivelación). El conjunto de esta información proporciona una visión completa de la deformación tridimensional de la presa a lo largo del tiempo, y es de gran utilidad en la calibración y verificación del modelo numérico. Este tipo de mediciones son bastante fiables, debido a las técnicas empleadas en su realización.

- *Extracción de testigos.* A partir de la extracción de testigos de hormigón en diversas partes de la presa se puede obtener valiosa información en cuanto al nivel de degradación del hormigón y la localización de las zonas dañadas que presentan microfisuración o incluso fisuración apreciables. Asimismo, a partir de las

deformaciones que sufren los testigos al ser extraídos, se puede deducir, con cierta aproximación, el estado de tensiones al que estaba sometido previamente (bajo ciertas hipótesis, por ejemplo, comportamiento elástico del material). Ya se ha comentado anteriormente en esta sección la importancia de los ensayos de laboratorio sobre testigos de hormigón para determinar valores de entumecimiento máximo, y su distribución en el interior de la presa.

- *Inspecciones visuales.* Aunque de forma principalmente cualitativa, las inspecciones visuales proporcionan información útil sobre aspectos particulares de la deformación de la presa, y su evolución en el tiempo. Puede establecerse de esta manera la aparición de fisuración en los paramentos, en las galerías de inspección o en zonas particulares de la presa (estructuras de toma, zona de compuertas, etc.); asimismo, la detección de filtraciones puede ayudar a determinar el alcance de la penetración del agua en el interior de la presa, y la efectividad de los pozos y galerías de drenaje.

La obtención de información a través de los procedimientos indicados resulta imprescindible a la hora de asignar valores a los parámetros que intervienen en el modelo numérico, así como de establecer la bondad de las hipótesis establecidas en su planteamiento. Por ejemplo, los registros de mediciones desplazamiento-tiempo permiten establecer la escala real de tiempo a la que se desarrolla el proceso, imposible de obtener por otros procedimientos, experimentales o analíticos. Los desplazamientos relativos entre diferentes puntos de la presa sirven de indicación sobre las magnitudes relativas de la deformación de entumecimiento de ciertas zonas. Dado que el volumen de datos es muy superior al número de parámetros a determinar, suelen seleccionarse parte de los datos disponibles para calibrar el modelo, y las otras mediciones se comparan con los resultados obtenidos para establecer el grado de fiabilidad del análisis realizado. Una forma más sofisticada de utilizar la información disponible es utilizar técnicas de optimización y minimización del error para proceder a la identificación de parámetros.

2.3.3 Modelo de inclusión de las acciones internas

Las presas están sometidas a diversas acciones externas e internas. Las principales acciones externas a considerar son el peso propio y la presión hidrostática. La consideración de este tipo de cargas en un análisis por el MEF no presenta dificultades, salvo en el caso de que se quiera simular en detalle el proceso constructivo. En cualquier caso, la importancia relativa

de estas cargas en los casos de comportamiento "patológico" debido al entumecimiento es muy pequeña, y su inclusión en el modelo se hace para determinar el estado tensional inicial del proceso de deformación en el tiempo.

Las acciones internas que se consideran en este estudio son tres: la expansión del hormigón en contacto con el agua, las deformaciones térmicas y su variación estacional, y la presión intersticial del agua presente en el interior de la presa. Estas tres acciones se presentan en todas las presas, y su importancia relativa (en términos de tensiones y desplazamientos) es similar, y comparable a la de las acciones externas. Es por tanto importante su consideración en el modelo numérico de simulación. Cabe destacar, sin embargo, que en los casos en los que el entumecimiento alcanza valores extraordinarios, la importancia de esta acción es predominante, y el efecto de las otras acciones es claramente secundario, como se verá en los resultados de este trabajo.

Para tener en cuenta las acciones internas deben añadirse algunos términos a la ecuación (I.6), que representa el modelo constitutivo. El modelo completo, incluyendo las acciones internas, se puede escribir:

$$\sigma^t = (1 - d^t)[D^0 : (\epsilon^t - \epsilon_{sw}^t - \epsilon_{th}^t) - \sum_r q_r^t] - \sigma_p^t \quad (I.7)$$

donde los términos añadidos ϵ_{sw}^t , ϵ_{th}^t y σ_p^t representan el efecto del entumecimiento, la temperatura y la presión intersticial a tiempo t , respectivamente.

Consideremos a continuación cada uno de estos términos por separado, su justificación y cómo se calculan en el modelo de simulación numérica.

2.3.3.1 Entumecimiento del hormigón

Como se ha explicado en la sección 2.3.2 los mecanismos físico-químicos que producen la expansión del hormigón en contacto con el agua son muy complejos, y su estudio detallado queda fuera del ámbito de este trabajo. Supondremos aquí que para las diferentes partes de la presa se conoce su correspondiente curva de deformación *versus* tiempo, a partir del momento que el hormigón entra en contacto con el agua. Esta curva se supone determinada a partir de ensayos de laboratorio y mediciones *in situ*. Si se

conoce dicha curva, el término correspondiente de la ecuación (I.7) se puede expresar como:

$$\epsilon_{sw}^t = (\epsilon_{sw}^t/3) \mathbf{I} \quad (I.8)$$

donde ϵ_{sw}^t es el tensor de deformación debido al entumecimiento, ϵ_{sw}^t es la deformación volumétrica debida al entumecimiento, y \mathbf{I} es un tensor unitario. En la sección 2.3.2 se han explicado las hipótesis que permiten calcular la deformación volumétrica en cada punto, para cada instante de tiempo. Estas hipótesis se resumen diciendo que se considera que cada punto comienza a seguir su correspondiente curva de entumecimiento cuando se detecta la iniciación de daño, asumiendo que el agua viaja rápidamente por las microfisuras, y por tanto, el agua alcanza un punto dado del interior de la presa a la vez que la degradación. Si llamamos t_d al tiempo correspondiente a la iniciación de la degradación en un punto dado, se puede escribir:

$$\epsilon_{sw}^t = f(t - t_d) \quad (I.9)$$

que expresa que la deformación de entumecimiento de un punto, en un instante t , es función del tiempo transcurrido desde la iniciación de la degradación, $t - t_d$, en ese punto.

2.3.3.2 Variaciones térmicas estacionales

Las variaciones térmicas estacionales producen oscilaciones en la deformación volumétrica de la presa y, consecuentemente, oscilaciones en los desplazamientos, deformaciones y tensiones. Las grandes presas de hormigón tienen una inercia térmica considerable, y se pueden medir diferencias significativas, de temperatura en diferentes puntos de su interior (ver Figura I.6). Tiene por tanto interés incluir este efecto en el análisis numérico, ya que las oscilaciones térmicas pueden producir ciclos de carga y descarga en el hormigón, forzando el cierre total o parcial de las microfisuras. Además la variación espacial de la temperatura puede ser una causa adicional de deformación que provoque degradación y facilite la penetración del agua.

El efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico del hormigón se incluye a través del correspondiente término de la ecuación (I.7). Como la deformación térmica es volumétrica, se puede escribir

$$\epsilon_{th}^t = (\alpha \Delta T^t) \mathbf{I} \quad (I.10)$$

donde ϵ_{th}^t es el tensor de deformación debida a la temperatura, α es el coeficiente de dilatación térmica lineal del hormigón (típicamente, $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), ΔT^t es el incremento de temperatura en el tiempo t , y \mathbf{I} es un tensor unitario.

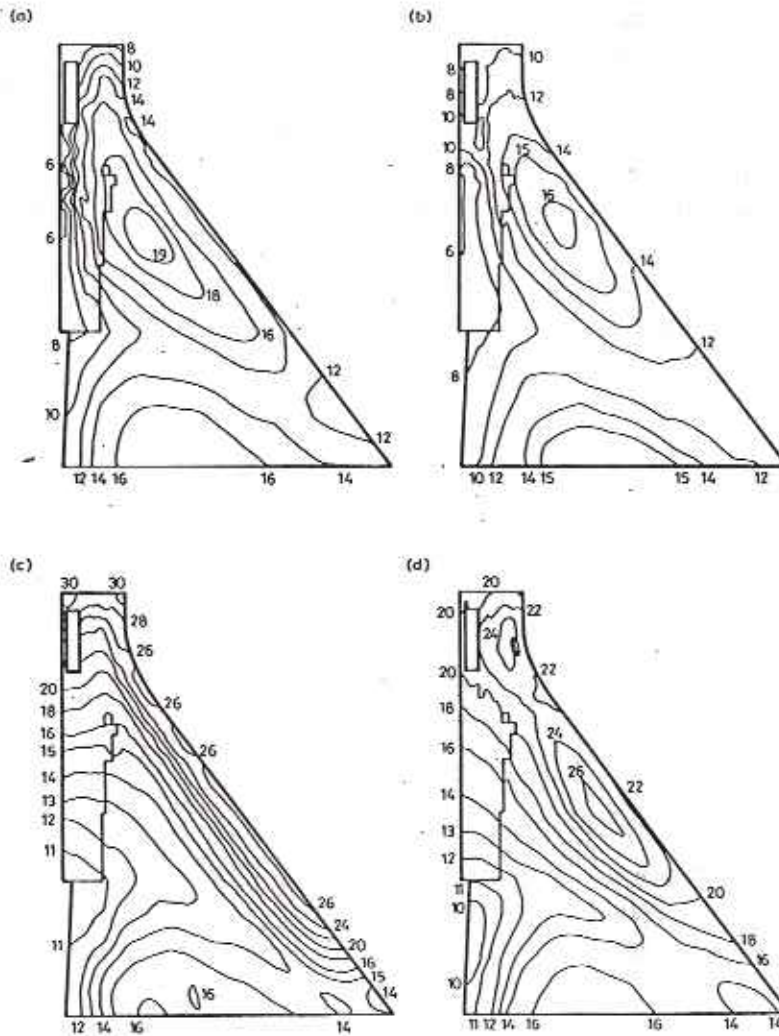


Figura I.6. Líneas isotermas típicas en la sección transversal de una presa, a) Invierno, b) Primavera, c) Verano, d) Otoño.

Existen diferentes alternativas para calcular ΔT^t para cada punto de la presa, para todo instante de tiempo t :

- (a) Puede resolverse el problema transitorio *acoplado* térmico-mecánico, con desplazamientos y temperaturas como incógnitas. Especificando condiciones iniciales y de contorno adecuadas, se puede resolver para cada instante de tiempo la distribución de temperaturas y los desplazamientos correspondientes. Este procedimiento es caro, ya que el número de grados de libertad por nodo se ve aumentado con la temperatura. Además, la complejidad del programa de cálculo aumenta, al plantearse la resolución simultánea de las ecuaciones de equilibrio mecánico y la de la transmisión de la temperatura.
- (b) El problema térmico puede resolverse separadamente, y las distribuciones de temperatura obtenidas pueden almacenarse para ser utilizadas *a posteriori* como datos del problema mecánico. Esta alternativa es más económica que la anterior, pero aún requiere la solución de dos problemas diversos, y el manejo de grandes cantidades de datos. Sin embargo, es la única alternativa válida a la anterior si no existen mediciones *in situ* de temperaturas.
- (c) Si existe una adecuada instrumentación de la presa, e información suficiente sobre las distribuciones en su interior a lo largo del tiempo, se puede plantear un procedimiento simplificado para calcular la temperatura. Esta es la alternativa más económica, y la utilizada en este trabajo.

Las hipótesis en que se basa el procedimiento simplificado de determinación de temperaturas en el interior de la presa son:

- (i) Dada la geometría de las presas de hormigón, la distribución de temperaturas en una sección normal al eje de la presa se puede suponer representativa del conjunto, y ser extrapolada al resto. En una presa de gravedad se puede suponer

$$T^t(x, y, z) = T^t(x, y) \quad (I.11.a)$$

con el eje z alineado con el eje longitudinal de la presa. Para una presa, o arco-gravedad, sería:

$$T^t(x, y, \theta) = T^t(x, y) \quad (I.11.b)$$

con el ángulo θ medido sobre el arco de la presa.

- (ii) Se puede elegir un año típico, representativo de la historia de temperaturas a lo largo de la vida de la presa, y suponer todos los años iguales a éste. Además, se puede suponer que la variación de la temperatura en cada punto viene dada por una función senoidal de frecuencia anual, es decir:

$$T^t(x, y) = T_{med}(x, y) + A(x, y) \sin \left(\frac{2\pi}{12}t + \varphi(x, y) \right) \quad (I.11.c)$$

donde

t es el tiempo (medido en meses).

$T^t(x, y)$ es la temperatura en el punto (x, y) , para un cierto mes t ,

$T_{med}(x, y)$ es la temperatura media anual en el punto (x, y) ,

$A(x, y)$ es la amplitud de la oscilación térmica en el punto (x, y) , y

$\varphi(x, y)$ es el ángulo de desfase térmico en el punto (x, y) .

- (iii) El estado térmico de referencia, correspondiente al estado sin deformaciones térmicas, es el formado por las temperaturas medias en cada punto. Entonces, el incremento de temperatura viene dado por

$$\begin{aligned} \Delta T^t(x, y) &= T^t(x, y) - T_{med}(x, y) = \\ &= A(x, y) \sin \left(\frac{2\pi}{12}t + \varphi(x, y) \right) \end{aligned} \quad (I.11.d)$$

- (iv) Los valores de T_{med} , A y φ en cada punto son obtenibles a partir de datos de temperatura medidos *in situ*. El procedimiento consiste en digitalizar las temperaturas medidas, extrapolarlas a los nodos de una malla de elementos finitos bidimensionales, y ajustar los parámetros de la curva senoidal para cada nodo.

La determinación de la amplitud $A(I)$, el ángulo de desfase $\varphi(I)$ y la temperatura media $T_{med}(I)$ para un cierto nodo I , conocida la

temperatura correspondiente a dicho nodo $T^t(I)$, en tres instantes de tiempo t_1, t_2, t_3 durante el año, se hace resolviendo el sistema de ecuaciones dado por la ec.(I.11.c) particularizada en dichos instantes:

$$\begin{aligned} T^{t_1}(I) &= T_{med}(I) + A(I) \sin \left[\frac{2\pi}{12} t_1 + \varphi(I) \right] \\ T^{t_2}(I) &= T_{med}(I) + A(I) \sin \left[\frac{2\pi}{12} t_2 + \varphi(I) \right] \\ T^{t_3}(I) &= T_{med}(I) + A(I) \sin \left[\frac{2\pi}{12} t_3 + \varphi(I) \right] \end{aligned} \quad (I.11.e)$$

Los valores t_1, t_2 y t_3 se eligen convenientemente espaciados con el fin de evitar errores en dicha resolución ($t_i \simeq t_{i-1} + 4$). Finalmente, la temperatura $T^t(x, y)$ en cualquier punto de la sección estudiada se establece por interpolación de las temperaturas nodales $T^t(I)$ tal como es usual en el Método de los Elementos Finitos (ver Apartado 3).

- Con las hipótesis establecidas se puede calcular para cada punto, y cada tiempo t , el incremento de temperatura ΔT^t necesario para la expresión (I.10), sin recurrir a un análisis térmico completo.

2.3.3.3 Presión intersticial

El hormigón es un material poroso, lo cual quiere decir que está compuesto de un esqueleto sólido y una fracción de poros interconectados. La proporción del volumen de poros, respecto al volumen total, se llama *porosidad*. Cabe señalar que con esta definición, no se considera material poroso aquel que contiene "burbujas" cerradas y aisladas unas de otras; la porosidad implica una red de poros interconexos que permitan el flujo de una segunda fase (aire, agua, etc.).

Cuando un material poroso se ve inmerso en un fluido, agua por ejemplo, ésta es capaz de circular a través de la red de poros ocupándolos de forma total o parcial; se dice entonces que el medio está total o parcialmente saturado.

Al someter un material poroso a la acción de fuerzas exteriores aparecen unas determinadas tensiones. Si el material está seco (poros sin agua), sólo aparecen tensiones sobre el esqueleto sólido, que podemos llamar *tensiones*

granulares. Si el material está saturado, la tensión en los poros (tensión intersticial) será la presión del agua, y las tensiones granulares serán distintas de las del caso seco, ya que existe también la acción de la presión del agua sobre el esqueleto sólido.

Al pasar del nivel microscópico al macroscópico, el material aparece como homogéneo, con propiedades promedio entre la fase sólida y líquida. A este nivel se pueden medir las llamadas *tensiones totales*, definidas como fuerzas por unidad de superficie *aparente* (sólido+poros). Las ecuaciones constitutivas, y las propiedades de los materiales se establecen en base a mediciones, es decir, en tensiones totales. Sin embargo, es evidente que la ecuación constitutiva deducida en tensiones totales para el material seco no coincide con la correspondiente al material saturado deducida en tensiones totales, puesto que las tensiones granulares (que son las que gobiernan realmente el comportamiento del material) son distintas en los dos casos. En consecuencia, y pensando por simplicidad en un material elástico lineal, el valor del módulo de Young para un material seco sería distinto del medido para un material saturado.

Si se conoce la ecuación constitutiva del material seco, y se quiere establecer el comportamiento del mismo material saturado, hay dos alternativas:

- (a) Deducir el valor de los parámetros para material saturado, a partir de los valores del material seco, y adecuar otras hipótesis auxiliares.
- (b) Definir unas magnitudes de tensiones que permitan utilizar la misma ecuación constitutiva, con los mismos parámetros, para el material seco y el saturado.

La segunda opción es más atractiva desde el punto de vista de planteamiento, y más versátil en su aplicación, y por tanto es la que utilizaremos en este trabajo. Se definen por tanto las *tensiones efectivas*^{*}, introducidas por Terzaghi para el análisis mecánico de suelos saturados, de la siguiente forma:

$$\sigma^e = \sigma + \eta p \mathbf{I} \quad (I.12)$$

* Nota: no confundir, a pesar del nombre, con las tensiones efectivas definidas en la sección 2.3.1.2

donde σ^e es el tensor de tensiones efectivas, σ es el tensor de tensiones totales, p es el valor de la presión (positiva de compresión), \mathbf{I} es un tensor unitario. El factor η se define como

$$\eta = 1 - \frac{k}{k_c} \quad (I.13)$$

donde k es el módulo de deformación volumétrica del material, y k_c es el módulo de deformación volumétrica del esqueleto sólido. El valor de η depende de la porosidad del material:

- materiales no porosos: $k = k_c$, y por tanto $\eta = 0$
- materiales muy porosos: $k \ll k_c$ y por tanto $\eta \simeq 1$
- hormigones: $0.1 \leq k/k_c \leq 0.5$, y por tanto $0.5 \leq \eta \leq 0.9$

La definición de tensión efectiva dada por la expresión (I.12) cumple dos requisitos:

- (1) coincide con las tensiones totales para el caso de material no poroso ($\eta = 0$) y para el caso de material poroso seco ($p = 0$).
- (2) depende de la presencia de agua (de su presión), de tal forma que en condiciones saturadas la ecuación constitutiva en tensiones efectivas es la misma que en condiciones no saturadas.

La expresión (I.12) también se puede escribir:

$$\sigma = \sigma^e - \eta p \mathbf{I} \quad (I.14)$$

Comparando las expresiones (I.7) y (I.14) se puede identificar el término correspondiente a la presión intersticial:

$$\sigma_p^t = \eta p^t \mathbf{I} \quad (I.15)$$

El problema queda por tanto reducido a conocer la distribución de presiones intersticiales p^t , en cada instante de tiempo. En principio, cabe la posibilidad de plantear el problema acoplado en el que se resuelven simultáneamente las ecuaciones de equilibrio mecánico y las de filtración de agua en el interior de la presa. Sin embargo, debido a la escala de tiempo en que se desarrolla el proceso de entumecimiento, es razonable suponer condiciones totalmente drenadas, o de forma equivalente, suponer una *distribución estacionaria* de presiones en el interior de la presa. También es razonable suponer, como se hizo para la temperatura, que la distribución de presiones en una sección transversal es representativa del conjunto, lo cual reduce el problema a dos dimensiones.

Con las hipótesis anteriores puede plantearse la resolución numérica de la red de filtración. Sin embargo, y dada la importancia secundaria que la presión intersticial tiene en el problema global planteado, se opta en este trabajo por evitar dicho cálculo, sustituyéndolo por la definición empírica de la distribución de presiones intersticiales. Tal procedimiento es usual en el análisis de presas, y su validez está contrastada por la práctica. La distribución aproximada de presiones que se considera es la mostrada en la Figura I.7. Puede verse que la presión en un punto viene determinada por las diferencias de cota entre dicho punto y el nivel de agua en el embalse, y por su situación aguas arriba o aguas abajo del plano de drenaje.

Como la distribución de presiones se supone estacionaria, los términos correspondientes σ_p^t son constantes en el tiempo, y pueden considerarse como una distribución de tensiones iniciales. Su efecto en las ecuaciones de equilibrio globales de la presa puede incluso calcularse de forma previa al análisis, resultando en unas fuerzas nodales que se oponen a las debidas al peso propio.

2.3.4 Modelo de juntas

Las presas de hormigón presentan juntas de construcción transversales que juegan un papel importante en un análisis tridimensional, ya que permiten un movimiento relativo entre los bloques constructivos. En un análisis simplificado bidimensional, este efecto no puede reproducirse.

La forma clásica de modelos de juntas es hacer uso de elementos *ad hoc* llamados elementos junta⁵⁶⁻⁵⁸, desarrollados sobre todo en el contexto de la mecánica de rocas. Normalmente, los elementos junta no tienen espesor, y obedecen una ley constitutiva formulada en desplazamientos-tensión. Para

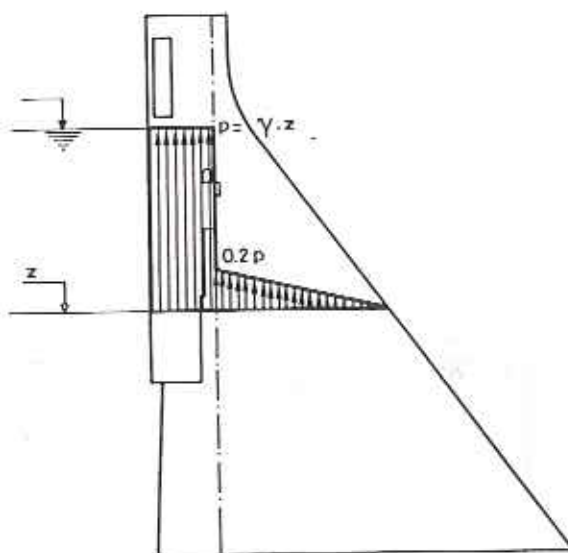


Figura I.7. Distribución de la presión intersticial sobre una sección transversal de una presa.

evitar el solapamiento de un labio sobre otro bajo altas compresiones, la componente normal de la ecuación constitutiva debe presentar una asíntota, lo cual provoca dificultades numéricas y velocidades de convergencia muy bajas. Además, se deben desarrollar familias enteras de elementos que “encajen” con el campo de desplazamientos de los diferentes elementos finitos usados en el análisis (elementos lineales y cuadráticos para aplicaciones 2D, y sus análogos para aplicaciones 3D).

Una alternativa al uso de los elementos junta es utilizar elementos *standard* que se comporten como una junta, esto es, formular el comportamiento de las juntas en términos de deformación-tensión, e incorporarlas como un material especial, y no como un elemento especial y un material especial. Esta alternativa no requiere distinto tratamiento para aplicaciones bi- y tridimensionales.

Para formular el comportamiento de la junta en términos de deformaciones, el elemento que simula la junta debe tener “espesor”. Esto se consigue considerando una *junta distribuida*, en vez de una *junta discreta* (ver Figura I.8). En vez de considerar la junta por sí misma, se la considera como parte de una material compuesto que representa el comportamiento de la junta y un cierto volumen de hormigón adyacente. En esta situación, el nuevo elemento tiene espesor finito, y los movimientos relativos entre los nodos se pueden interpretar como deformaciones, de manera *standard*. Además, cuando la junta distribuida está “totalmente cerrada” su comportamiento

debe tender al comportamiento del hormigón a compresión, y no presenta ninguna asíntota.

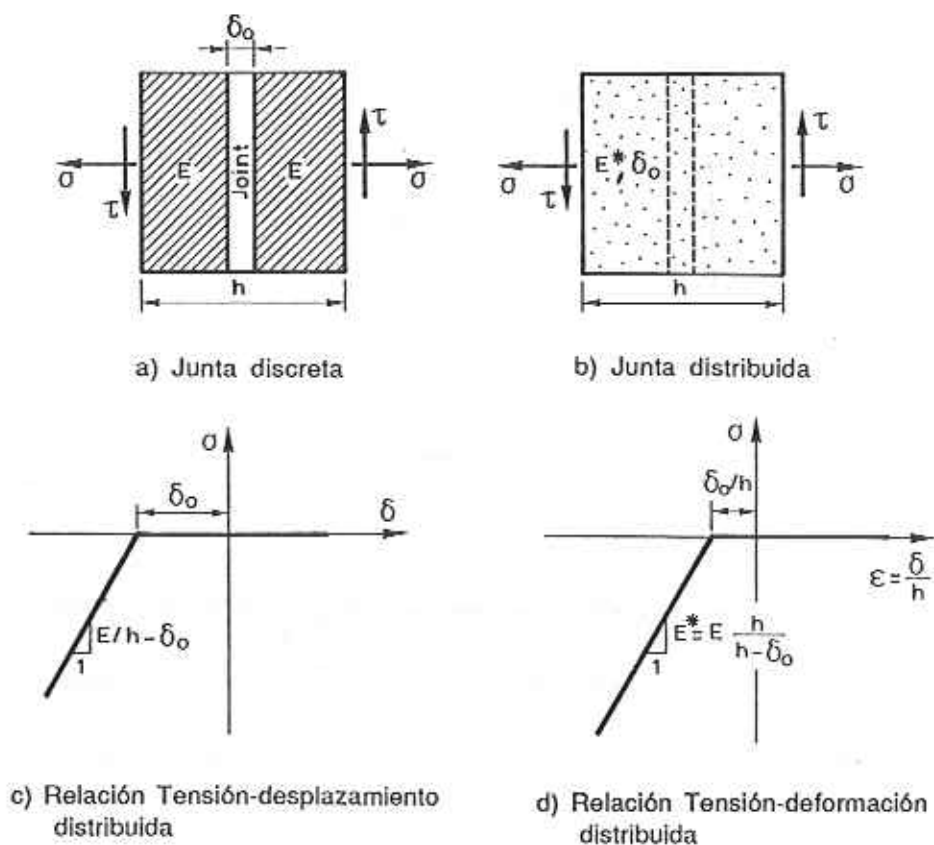


Figura I.8. Características del *elemento junta*.

Evidentemente, la ecuación constitutiva de un material de “junta distribuida” es ortótropa. Se definen unos ejes materiales que determinan las direcciones normal y tangencial en la junta, y se establece un comportamiento distinto en estas direcciones. Esto representa otra ventaja de este modelo: no sólo cualquier elemento de la malla puede comportarse como elemento junta, sino que la dirección normal a ésta se puede definir arbitrariamente, con independencia de la orientación de la malla.

En la dirección normal, la junta se comporta como un material *no tracción*. Se puede también definir un valor umbral de deformación a compresión para simular el efecto de una apertura inicial de la junta. Para

conseguir resultados objetivos respecto al tamaño de la junta, distribuida, el módulo de rigidez normal se debe escalar en función de la anchura del elemento y de la apertura inicial. En las direcciones tangenciales se puede usar un modelo elasto-plástico, tipo Von Mises o Drucker-Prager, para simular el comportamiento friccional de la junta, es decir, para relacionar la compresión normal con la tensión tangencial transmitida. En el Apéndice III se dan detalles de la formulación del modelo distribuido de junta.

Cabe señalar que aunque con el modelo distribuido se evitan algunas de las dificultades inherentes a los elementos de junta discreta, el comportamiento de aquél sigue siendo extremadamente no lineal, y presenta dificultades numéricas y de velocidad de convergencia que deben ser objeto de estudios más detallados.

3. PLANTEAMIENTO NUMERICO. RESOLUCION POR EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método analítico planteado en el Apartado 2 se ha resuelto numéricamente utilizando el Método de los Elementos Finitos. En este apartado se presentan los fundamentos de dicho método, las distintas estrategias numéricas de resolución del problema y el algoritmo de análisis concreto en el que se ha materializado el planteamiento analítico, y que ha sido implementado en el programa de cálculo por ordenador desarrollado en este estudio.

3.1 Ecuaciones discretizadas de equilibrio

En las últimas tres décadas el método de los elementos finitos (MEF) se ha convertido en el procedimiento más poderoso utilizado en análisis de estructuras. Existen muchos libros⁶¹⁻⁶³ que tratan sobre las aplicaciones estructurales del método, y por lo tanto en esta sección sólo se dará una breve descripción.

El concepto básico del MEF es que el continuo puede ser analizado numéricamente subdividiéndolo en regiones no solapadas (elementos finitos) interconectados a través de los puntos nodales. Se supone que el comportamiento general del sólido se puede expresar en términos de un número finito de parámetros o valores nodales. A tal efecto, los llamados *elementos isoparamétricos* utilizan un único conjunto de funciones de interpolación para la geometría y las variables incógnitas en el interior de los

elementos a partir de los correspondientes valores nodales. Estas *funciones de forma* se definen para un elemento "tipo" en un espacio de coordenadas normalizadas que se transforma al espacio físico mediante una transformación punto a punto:

$$\mathbf{x} = \sum_k \mathbf{N}_k \mathbf{x}_k \quad k = 1, \dots, n \quad (I.16)$$

donde \mathbf{x} representa las coordenadas de un punto interior del elemento, \mathbf{x}_k son las coordenadas de los nodos, \mathbf{N}_k son las funciones de forma, y n es el número de nodos por elemento.

Expresando de forma análoga los desplazamientos, velocidades y aceleraciones \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ y $\ddot{\mathbf{u}}$ en función de sus valores nodales \mathbf{d}_k , $\dot{\mathbf{d}}_k$ y $\ddot{\mathbf{d}}_k$, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \sum_k \mathbf{N}_k \mathbf{d}_k \\ \dot{\mathbf{u}} &= \sum_k \mathbf{N}_k \dot{\mathbf{d}}_k \\ \ddot{\mathbf{u}} &= \sum_k \mathbf{N}_k \ddot{\mathbf{d}}_k \end{aligned} \quad k = 1, \dots, n \quad (I.17)$$

Las derivadas espaciales de los desplazamientos se pueden expresar también, utilizando la expresión (I.16), en función de los valores nodales y de las derivadas espaciales de las funciones de forma. Por tanto, es posible relacionar las deformaciones en un punto interior del elemento con los desplazamientos nodales.

Partiendo de un principio variacional apropiado (el principio de los trabajos virtuales, o el de minimización de la energía potencial) y utilizando las expresiones anteriores⁶¹⁻⁶³ se obtiene un sistema de ecuaciones que expresa el equilibrio entre las fuerzas exteriores (incluyendo fuerzas de volumen y de superficie), y las fuerzas internas (que incluyen fuerzas de inercia, de amortiguamiento y fuerzas internas resistentes). De forma matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{p}(\mathbf{d}) = \mathbf{f} \quad (I.18)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} &= \left[\int_V \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dV \right] \ddot{\mathbf{d}} \quad \text{son las fuerzas de inercia,} \\ \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} &= \left[\int_V \mathbf{N}^T c \mathbf{N} dV \right] \dot{\mathbf{d}} \quad \text{son las fuerzas de amortiguamiento,} \\ \mathbf{p}(\mathbf{d}) &= \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad \text{son las fuerzas internas resistentes y,} \\ \mathbf{f} &= \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{t} dV \quad \text{son las fuerzas externas.} \end{aligned}$$

En las expresiones anteriores ρ y c son la masa y el amortiguamiento por unidad de volumen, \mathbf{t} y \mathbf{b} son las fuerzas de superficie y volumen, V y A son el volumen y superficie del sólido, respectivamente. \mathbf{N} es la matriz de funciones de forma, \mathbf{B} es la matriz de deformación-desplazamientos, y $\boldsymbol{\sigma}$ es el vector de tensiones.

El sistema de ecuaciones semidiscretas (I.18) es la base del cálculo dinámico de estructuras por el MEF. En problemas estáticos o quasi-estáticos, los términos de dicha ecuación que contienen derivadas temporales desaparecen. Si las fuerzas de inercia y de amortiguamiento son despreciables, las ecuaciones de equilibrio se reducen, para el caso general no lineal, a:

$$\mathbf{p}(\mathbf{d}) = \mathbf{f} \quad (\text{I.19})$$

que expresa el equilibrio entre fuerzas internas resistentes y fuerzas exteriores. En el caso particular de que las fuerzas internas sean función lineal de los desplazamientos la ecuación de equilibrio se reduce a:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (\text{I.20})$$

donde \mathbf{K} es la matriz de rigidez global de la estructura.

3.2 Estrategias de solución

La ecuación discretizada de equilibrio quasi-estático (I.19) se puede escribir para un cierto tiempo t :

$$\Psi(\mathbf{d}^t) = \mathbf{f}^t - \mathbf{p}^t(\mathbf{d}^t) = \mathbf{0} \quad (I.21)$$

donde Ψ^t es el vector de fuerzas residuales. Para un cierto incremento de tiempo Δt , (I.21) se puede escribir de forma incremental:

$$\Delta \mathbf{f}^t - \Delta \mathbf{p}^t(\mathbf{d}^t) = \mathbf{0} \quad (I.22)$$

donde Δ denota *incremento*. Si suponemos comportamiento lineal dentro del incremento, se puede escribir:

$$\Delta \mathbf{p}^t(\mathbf{d}^t) = \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{d}} \right)_{\mathbf{d}^{t-\Delta t}} \cdot \Delta \mathbf{d}^t \quad (I.23a)$$

o bien:

$$\Delta \mathbf{p}^t(\mathbf{d}^t) = \mathbf{K}_T^{t-\Delta t} \cdot \Delta \mathbf{d}^t \quad (I.23b)$$

donde se define la matriz de rigidez tangente \mathbf{K}_T^t como la matriz jacobiana de las fuerzas internas en un cierto instante. De las ecuaciones (I.22) y (I.23) se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que debe resolverse para cada incremento de tiempo:

$$\mathbf{K}_T^{t-\Delta t} \cdot \Delta \mathbf{d}^t = \Delta \mathbf{f}^t \quad (I.24)$$

Y se obtiene la solución actualizada a tiempo t , como:

$$\mathbf{d}^t = \mathbf{d}^{t-\Delta t} + \Delta \mathbf{d}^t \quad (I.25)$$

Este tipo de procedimiento, puramente incremental, es a la vez ineficiente e inexacto. Es ineficiente porque requiere la evaluación y factorización de una nueva matriz de rigidez tangente para cada incremento de tiempo. Es inexacto porque en ningún momento se comprueba la satisfacción de la ecuación (I.21) de equilibrio, y los errores en los distintos incrementos de tiempo se van acumulando. El procedimiento puede ser fácilmente mejorado

si se evalúan las fuerzas residuales al final del incremento, ecuación (I.21), y se suman al incremento de fuerzas exteriores del siguiente incremento. Incluso en este caso, la exactitud del método se ve seriamente afectada por el tamaño de los incrementos, y para obtener una buena aproximación éstos deben ser pequeños.

El procedimiento incremental gana en eficiencia y exactitud si se combina con un procedimiento iterativo de corrección de las fuerzas residuales. Si se tiene una solución aproximada \mathbf{d}_i^t a la solución exacta \mathbf{d}^t , se puede obtener una solución *mejorada* usando un desarrollo en serie de Taylor truncada en los términos de primer orden:

$$\Psi(\mathbf{d}_{i+1}^t) = \Psi(\mathbf{d}_i^t) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{d}} \right)_{\mathbf{d}_i^t} \delta \mathbf{d}_i^t \quad (I.26)$$

Sustituyendo la nueva aproximación, $\Psi(\mathbf{d}_{i+1}^t)$ en la ecuación (I.21) se tiene:

$$\Psi(\mathbf{d}_i^t) - \mathbf{K}_T^{t,i} \delta \mathbf{d}_i^t = 0 \quad (I.27)$$

La ecuación (I.27) se puede resolver, y actualizar la solución de la forma:

$$\mathbf{d}_{i+1}^t = \mathbf{d}_i^t + \eta_i \delta \mathbf{d}_i^t \quad (I.28)$$

donde η_i es un parámetro escalar que se puede calcular para que $\Psi(\mathbf{d}_{i+1}^t)$ sea mínimo⁶⁴, o bien simplemente, tomarlo igual a la unidad.

El procedimiento iterativo continúa, y para cada iteración se resuelve un nuevo sistema de ecuaciones linealizadas, hasta que un cierto criterio de convergencia, previamente seleccionado, se ve satisfecho.

El procedimiento incremental/iterativo arriba descrito es el conocido procedimiento de Newton-Raphson para resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Normalmente, este método resulta caro de usar, debido al coste computacional necesario para el cálculo y factorización de la matriz tangente en cada iteración. Para evitar esta dificultad existen muchas modificaciones del método de Newton-Raphson. Algunas técnicas muy usadas son las siguientes:

- (a) *métodos de Newton-Rhapson modificado* (NRm), en los cuales el procedimiento es similar al descrito anteriormente, pero la matriz tangente sólo se actualiza ocasionalmente, con frecuencia previamente seleccionada o calculada automáticamente. La velocidad de convergencia es más baja, pero combinados con aceleradores de convergencia resultan de una considerable eficiencia.
- (b) *métodos quasi-Newton* (QN), en los cuales la matriz tangente se actualiza por medio de una corrección simple, en vez de recalcularla y refactorizarla completamente. El método QN más popular es el de *actualización inversa de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*⁶⁵⁻⁶⁸, conocido comúnmente como método *BFGS*. Consiste en una corrección aditiva de rango dos de la matriz K_T^{-1} , y puede ser formulado en forma de producto vectorial, muy adecuado para su implementación por ordenador.
- (c) *métodos Secant Newton* (SN), desarrollados originalmente por Crisfield⁶⁹ como una versión *sin memoria* (de un solo ciclo) de los métodos QN. Estos métodos evitan el almacenaje de los pares de vectores de actualización necesario en los métodos QN.

Una exposición de los métodos QN y SN más efectivos se puede encontrar en las referencias [70] y [71].

3.3 Algoritmo de Análisis

Para simplificar la presentación del algoritmo de análisis, en lo sucesivo se usarán algunos términos generales con el siguiente significado:

- *geometría*: se refiere a todo aquello que define a la presa misma, esto es: coordenadas de los nudos, topología de los elementos finitos, descripción de los materiales, etc.
- *carga*: se refiere a todo aquello que tenga dependencia explícita del tiempo como: fuerzas, temperaturas impuestas, entumecimiento del hormigón, desplazamientos impuestos, etc.
- *condición de contorno*: se refiere a las restricciones que se impone a los nudos para simular las condiciones de vinculación de la presa.

- *respuesta*: se refiere a todo aquello que es incognita como: los desplazamientos, las deformaciones, las tensiones, etc.
- *estrategia de cálculo*: se refiere al conjunto de directrices que indican el tipo de análisis a seguir, tales como: cada cuanto ensamblar la matriz de rigidez, intervalo de escritura de los archivos de post-proceso, uso de aceleradores de convergencia, tipo y tolerancia exigida para converger, etc.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, el algoritmo de análisis se puede resumir en los siguientes pasos:

- 1) Leer la información que define la *geometría*, las *cargas* y las *condiciones de contorno*.
- 2) Inicializar todas las variables a cero y luego calcular todas las matrices que son constantes durante el proceso. Así, si se está utilizando la *estrategia* de mantener constante la matriz de rigidez mientras se avanza en el proceso no-lineal " K_0 ", es ahora cuando se deben calcular las matrices de rigidez, $K^{(e)}$, para cada elemento.
- 3) Actualizar el vector de *carga* y la *estrategia de cálculo*. Aquí las cargas son sólo un valor de referencia, pues se aplicarán progresivamente según un factor de escalado.
- 4) Colocar la variable de tiempo (o pseudo-tiempo) al valor del tiempo actual. La primera vez se debe poner a cero, luego se incrementa según el valor del incremento de tiempo.
- 5) Incrementar las cargas según el factor de escala. Es importante resaltar que es en este punto cuando se incrementan las deformaciones debidas al entumecimiento del material o la variación de temperatura impuesta.
- 6) Realizar la mejor *predicción* posible de la respuesta de la estructura de acuerdo a las cargas impuestas. Se debe notar que algunos aceleradores de convergencia para problemas no-lineales pueden ser entendidos como "predictores de respuesta".
- 7) Calcular las *fuerzas residuales* como diferencia entre las fuerzas resistentes internas y las cargas aplicadas.

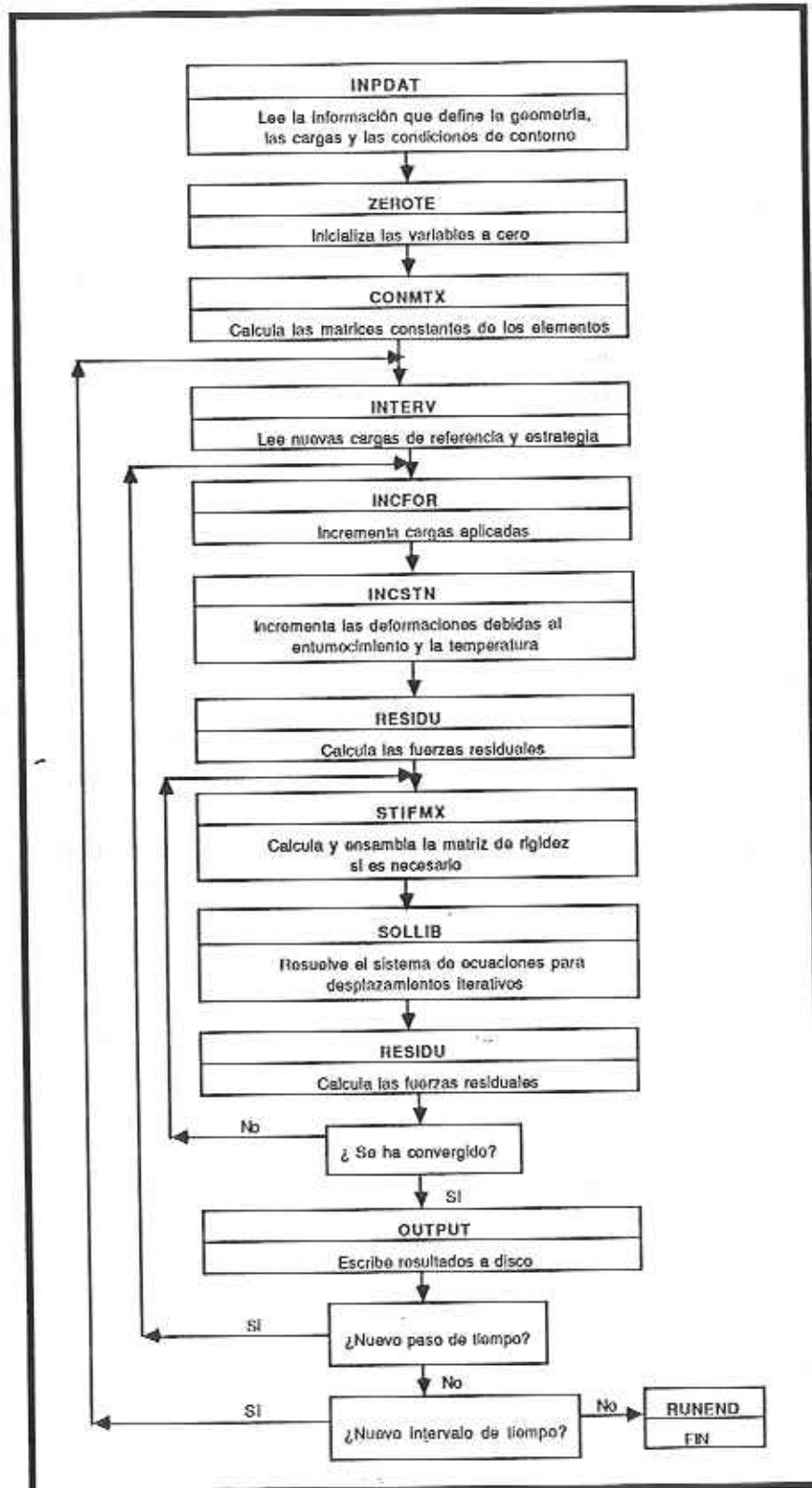


Figura I.9. Diagrama de flujo del Algoritmo de Análisis.

- 8) Si es necesario: calcular, ensamblar y factorizar la matriz de rigidez de la estructura. Este paso depende de la *estrategia de cálculo* especificada.
- 9) Resolver el sistema de ecuaciones para los desplazamientos iterativos.
- 10) Se recalculan las *fuerzas residuales*. Si éstas no son lo suficientemente pequeñas según el criterio de convergencia adoptado, entonces se debe iterar volviendo al paso 8.
- 11) Sólo cuando se ha satisfecho el criterio de convergencia, y si se desea, se escriben los resultados de este paso de carga a disco para su posterior Post-proceso.
- 12) Si existe otro paso de tiempo en este intervalo se regresa al paso 4.
- 13) Si existe otro intervalo de tiempo, en el que se puede cambiar las *cargas* o la *estrategia*, se regresa al paso 3. Si no, el análisis ha concluido.

El diagrama de flujo del algoritmo de análisis expuesto se esquematiza en la Figura I.9 haciendo referencia al nombre de las subrutinas del programa desarrollado para tal efecto.

REFERENCIAS

1. Fernandez Cánovas, M., "Entumecimiento higrométrico del hormigón", *Materiales de construcción I.E.T.C.C.*, N° 177, Madrid, 1980.
2. Stanton, T.E., "Expansion of concrete through reaction between cement and aggregate", *Proc. of the A.C.E.*, Vol. 66, U.S.A., 1940.
3. Hansen, W.C., "Studies relating to the mechanism by which the alcali-aggregate reaction produces expansion on concrete", *Proc. A.C.I.* Vol. 40, U.S.A., 1944.
4. Pike, R.G., "Pressures developed in cement pastes and mortars by alcali-aggregate reaction", *High Research Board*, Bull 171, U.S.A, 1958.
5. Veronelli y Dante, J.E., "Durabilidad de los hormigones. Reacción árido-álcalis", *Monografía del I.E.T.C.C.*, Madrid, 1978.
6. Serafim, J.L. y Guerreiro, M., "Expansions autogéne et higrámétrique du béton en grandes masses", *Colloque international sur le retrait des bétons hydrauliques*, RILEM, Madrid, 1968.
7. Committee on Deterioration of Dams and Reservoirs, "Deterioration cases collected and their preliminary assessment", *ICOLD*, 1979.
8. Guerreiro, M., "Consideraciones prácticas sobre el frecuente comportamiento expansivo del hormigón de presas", *Rev. de Obras Públicas*, 1985.
9. ASCE Committee on Concrete and Masonry Structures, "State-of-the-art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete", *Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*, ASCE Special Publication, 1982.

10. Chen, F. y Saleceb, A.F., "Constitutive equations for engineering materials", Wiley, New York, 1982.
11. Buyukozturk O. y Shareef, S.S., "Constitutive modelling of concrete in finite element analysis", *Computers and Structures*, Vol. 21, pp. 581-610, 1985.
12. Damjanic, F., Hinton, F., Owen, D.R.J., Bicanic N. y Simovic, V., *Proceedings of the International Conference on "Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures"*, Pineridge Press, Swansea, 1984.
13. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 35 N° 1/2/3, 1990, Números especiales dedicados a International Conference on Fracture and Damage of Concrete and Rock, Viena, 1988.
14. Bicanic, N. y Mang, H., Eds. *Proceedings of 2nd International Conference on "Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures"*, Pineridge Press, Swansea, 1990.
15. Káchanov, L.M., "Time of the rupture process under creep conditions, *IVZ Akad Nauk, (S.S.R. Otd Tech. Nauk)*, n° 8, pp. 26-31, 1958.
16. Chaboche, J.L., "Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire, *Rev. Fr. Mec.* N° 50-51, 1974.
17. Lemaitre, J., "Evaluation of dissipation and damage in metals" *Proc. I.C.M, Kyoto-Japan Vol. 1*, 1971.
18. Hult, J., "Creep in continua and structures", *Topics in Applied Continuum Mechanics*, Springer, Vienna, 1974.
19. Leckie, F. y Hayhurst, D., "Creep rupture of structures", *Proc. R. Soc, London*, A240, 323, 1974.
20. Rabotnov, J.N., "On the equations of state for creep", *Progress in Applied Mechanics-the Prager Anniversary Volume*, pp. 307-315, 1963.
21. Lamaitre, J. y Chaboche, J.L., "A non linear model of creep-fatigue damage cumulation and interaction", *Proc. IUTAM Symp. of Mechanics of Viscoelastic Media and Bodies*, Springer, Gothenburg, 1974.

22. Lemaitre, J. y Plumtree, A., "Application of damage concepts to predict creep-fatigue failures", *J. Engng. Mater. Tech. Trans.*; ASME, Vol. 101, pp. 284-292, 1979.
23. Dragon, A., "Plasticity and ductile fracture damage: study of void growth in metals", *Engng. Fract. Mecha.*, Vol. 21(4), pp. 875-885, 1985.
24. Dragon, A. y Chihab, A., "On finite damage: ductile fracture-damage evolution", *Mech. Mater*, Vol. 4, pp. 95-106, 1985.
25. J. Lemaitre y J. Dufailly, "Modélisation et identification d'endommagement plastique des métaux", 3ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 1977.
26. Lemaitre, J., "A continuous damage mechanics model for ductile fracture", *J. Engng. Mater Tech.*, Vol. 107, pp. 83-89, 1985.
27. J. Janson y J. Hult, "Fracture mechanics and damage mechanics: a combined approach", *J. Méc. Appl.*, Vol. 1(1), pp. 69-84, 1977.
28. Marigo, J.J., "Modeling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids", *Engng Frac. Mech.*, Vol. 21(4), pp. 861-874, 1985.
29. Krajcinovic D. y Fonseka, G.U., "The continuous damage theory of brittle materials", Part I y II, ASME, *J. Appl. Mech.*, Vol. 48, pp. 809-824, 1981.
30. Krajcinovic, D., "Constitutive equations for damaging material", ASME, *J. Appl. Mech.*, Vol. 50, pp. 355-360, 1983.
31. Francois, D., "Fracture and damage mechanics of concrete", *Applications of Fracture Mechanics to Cementitious Composites*, NATO Advanced Research Workshop, 4-7 Septiembre 1984, Northwestern University (Edited by S.P. Shah), pp. 97-110.
32. Loland, K.E., "Continuous damage model for load-response estimation of concrete", *Cem. Concr. Res.*, Vol. 10, pp.395-402, 1980.
33. Lorrain, M. y Loland, K.E., "Damage theory applied to concrete", *Fracture Mechanics of Concrete*, (Edited by F.H. Wittmann), pp. 341-369, Elsevier, Amsterdam, 1983.

34. Mazars, J., "Mechanical damage and fracture of concrete structures", *Advances in Fracture Research (Fracture 81)*, Vol. 4, pp. 1499-1506, Pergamon Press, Oxford, 1982.
35. Mazars, J. y Lemaitre, J., "Application of continuous damage mechanics to strain and Fracture behavior of concrete", *Applications of fracture Mechanics to Cementitious Composites*, NATO Advances Research Workshop, 4-7 de Septiembre 1984, Northwestern University (Edited by S.P. Shab), pp. 375-388.
36. Resende, L. y Martin, J.B., "A progressive damage continuum model for granular materials", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 42, pp. 1-18, 1984.
37. Chaboche, J.L., "Description Thermodynamique et phénoménologique de la visco-plasticité cyclique avec endommagement", Thèse O.N.E.R.A. et Université Paris 6, 1978.
38. Cordebois, J.P. y Sidorof, F., "Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité", *J. Méc, Théor. Appl.*, No. Spécial, 1982.
39. Lemaitre, J. y Chaboche, J.L., "Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement", *J. Méc. Appl.*, Vol. 2(3), pp. 317-365, 1978.
40. Murakami, S., "Effects of cavity distribution in constitutive equation of creep and creep damage", *EUROMECH, Colloque on Damage Mechanics*, Cachan, Francia, 1981.
41. Lemaitre, J., "How to use damage mechanics", *Nucl. Engng. Des.* Vol. 80, pp. 233-245, 1984.
42. Kachanov, L.M., "Continuum model of medium with cracks", *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 106(EM5), pp. 1039-1051, 1980.
43. Chaboche, J.L., "Le concept de contrainte effective appliqué et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotropie", *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Proc. *EUROMECH Colloque 115*, Junio 1980, (Edited by J.P. Boehler), pp. 737-760, Martinus Nijhoff, Holanda, 1982.

44. Chaboche, J.L., "Continuous damage mechanics- a tool to describe phenomena before crack initiation", *Nucl. Engng. Des.*, **64**, pp. 233-247, 1981.
45. Cordebois, J.P., y Sidorff, F., "Damage induced anisotropy", *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Proc. EUROMECH Colloque 115, Junio 1979, (Edited by J.P. Boehler), pp. 761-771, Martinus Nijhoff, Holanda, 1982.
46. Simo, J.C. and Ju, J.W., "Strain and Stress Based Continuum Damage Models-I. Formulation", *International Journal Solids & Structures*, Vol. **23**, pp. 821-840, 1987.
47. Simo, J.C. and Ju, J.W., "Strain and Stress Based Continuum Damage Models-II. Computational aspects", *International Journal Solids & Structures*, Vol. **23**, pp. 841-869, 1987.
48. Oliver, J., Cervera, M., Oller, S. y Lubliner, J., "Isotropic Damage Models and Smeared Crack Analysis of Concrete", II Int. Conf. on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, Zell Am See (Austria), 1990.
49. Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M. and Blaauwendraad, J., "Smeared crack approach and fracture localization in concrete", *Heron*, Vol. **30**, pp. 3-48, 1985.
50. Cervera, M., Hinton E. and Hassan O., "Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements", *Computers and Structures*, Vol. **25**, pp. 845-869, 1987.
51. R. de Borst, "Smeared cracking, plasticity, creep and thermal loading-a unified approach", *Comp. Meth. Appl. Mech Engng.* Vol. **69**, pp. 89-110, 1987.
52. Oller, S., "Un modelo de daño continuo para materiales friccionales", Ph. D. Thesis, E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona (Spain), 1988.
53. Bazant Z.P., y Wu, S.T., "Rate-type creep law for aging concrete based on Maxwell chain", *RILEM Materials and Structures*, Vol **7**, pp. 45-60, 1974.

54. Argyris J.H., Pister, K.S., Szimmat, J. y Willam, K.J., "Unified concepts of constitutive modelling and numerical solution methods for concrete creep problems, *Comp. Meth. App. Mech. Engn.*, Vol. 10, pp.199-246, 1977.
55. de Borst, R., "Computational aspects of smeared crack analysis", *Computational Modelling of Reinforced concrete Structures*, Ed. Hinton E. and Owen R., Pineridge Press, 1986.
56. Goodman, R.E. y St. John, C., "Finite element analysis for discontinuous rocks", *Numerical Methods Geotec. Engng.*, McGraw Hill, New York, 1977.
57. Carol, I. y Alonso, E., "A new joint element for the analysis of fractured rock", *Int. Cong. Rock Mech.* Melbourne, Australia, 1983.
58. Rots, J.G., "Computational Modeling of Concrete Fracture", Ph. D. Thesis, Technische University Delft (Netherlands), 1988.
59. IBERDUERO S.A., "Informe final del proyecto PIE: Evaluación del estudio y características de los hormigones en presas en explotación".
60. UNION FENOSA S.A., "Informe final del proyecto PIE sobre las presas de Salas y Portodemouros".
61. Zienkiewicz, O.C., "*The Finite Element Method*", MacGraw-Hill, London, 1977.
62. Bathe, K.J., "*Finite element procedures in engineering analysis*", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
63. Cook, R.D., "*Concepts and applications of finite element analysis*". 2nd Edn., Wiley, Chichester, 1981.
64. Crisfield, M.A., "Accelerating and damping the modified Newton-Raphson method", *Comp. Struct.*, Vol. 18, pp. 395-407, 1984.
65. Broyden, C.G., "A new double-rank minimization algorithm", *Notices Numer. Math Soc.*, Vol. 16, pp. 670. 1969.

66. Fletcher, R., "A new approach to variable metric algorithm", *Comput. J.*, Vol. 13, pp. 317-322, 1970.
67. Goldfarb, D., "A family of variable-metric methods derived by variational means", *Math. Comput.*, Vol. 24, pp. 23-26, 1970.
68. Shanno, D.F., "Conditioning of quasi-Newton methods for function minimization", *Math. Comput.*, Vol. 24, pp. 647-659, 1970.
69. Crisfield, M.A., "Incremental/iterative procedures for nonlinear structural analysis", in *Numerical Methods for Nonlinear Problems*, (C. Taylor et al., eds.), Pineridge Press, Swansea, 1980.
70. Abdel Rahman, H.H., "Computational Models for the nonlinear analysis of reinforced concrete flexural slab systems", Ph.D. Thesis, Univ. of Wales, Swansea, C/Ph/66/82., 1982.
71. Marques, J.J.M., "Finite and infinite elements in static and dynamic analysis", Ph.D. Thesis, Univ. of Wales, Swansea, C/Ph/78/84, 1984.

CAPITULO II

CASO PRACTICO DE ANALISIS: LA PRESA DE MEQUINENZA

1. PRECEDENTES HISTORICOS

El *Aprovechamiento Hidroeléctrico de Mequinenza*, que es parte del sistema formado por los saltos de *Mequinenza y Ribarroja* en el río Ebro, es propiedad de la *Empresa Nacional Hidroeléctrica del Ribagorzana, S.A. (E.N.H.E.R.)*. y está constituido por una presa de gravedad, de planta recta situada 3Km aguas arriba del pueblo de Mequinenza, en la provincia de Zaragoza (ver Figura II.1).

La construcción de la presa comenzó en 1958. En 1964 se hizo el primer embalse parcial y, a finales de 1966, pudo alcanzarse, por primera vez, la cota de máximo embalse. Debido a la aparición de filtraciones en la roca de empotramiento en estribos y laderas, se hicieron obras de mejora de la impermeabilidad que se finalizaron en Marzo de 1969, cuando el embalse volvió a alcanzar su cota máxima; mateniéndose, desde entonces, en explotación normal.

El comportamiento de la presa desde entonces es, en su mayor parte, correcto, confirmado los estudios y los ensayos en modelo reducido efectuados. Sin embargo, en la zona central, se empezaron a detectar desde muy pronto desplazamientos y filtraciones fuera de lo normal que indujeron a intensificar extraordinariamente las medidas de auscultación. Esta circunstancia ha propiciado que se disponga de abundante información sobre los movimientos de la Presa que se remontan a más de 25 años atrás, haciendo de la Presa de Mequinenza un caso idóneo para el desarrollo y la validación de un modelo numérico como el considerado en esta investigación.

2. DESCRIPCION DE LA PRESA

Se trata de una presa de gravedad con una longitud en coronación de 461m. y una altura máxima sobre cimientos de 78m. ver Figura II.2. Su perfil básico es triangular, con vértice 0.5m. por encima de la cota de máximo embalse, y taludes de 0.05 aguas arriba y 0.75 aguas abajo. Longitudinalmente está dividida en bloques de 14m. de anchura, salvo en zonas especiales, como el aliviadero, donde existen bloques de 17.5m. y 21.5m. y el bloque central que es de 70m. en su parte superior.

La presa está recorrida por una amplia red de galerías visitables, que atraviesan también el zampeado del aliviadero y de los desagües de aligeramiento, y las pantallas sólidas de las laderas.

El hormigón empleado tiene una densidad media superior a $2400\text{kg}/\text{m}^3$., con dosificaciones de 200Kg. de cemento por m^3 . en el cuerpo de la presa y mayor que $250\text{kg}/\text{m}^3$. en la zona de tomas y otras zonas especiales. La resistencia característica exigida fue de $160\text{Kg}/\text{cm}^2$ en el rastrillo de refuerzo y $125\text{Kg}/\text{cm}^2$ en el zapateado del aliviadero y desagües de aligeramiento.

En la presa se pueden distinguir las siguientes zonas diferenciadas: estribo izquierdo, toma de agua y central, aliviadero y desagües, y estribo derecho (ver Figuras II.2 y II.3).

El aliviadero es de perfil *Creager* deprimido, formado por 6 vanos de 15.5m. de luz con pilas de tipo fuselado, perfil asimilado al *Jukowsky*, con muy pequeños coeficientes de contracción lateral. El dispositivo para la amortiguación de la energía del agua está formado por una serie de trampolines, y un zapateado plano en el que se disponen de cuatro filas de dientes de diversas formas y dimensiones.

Los desagües de aligeramiento, necesarios para poder facilitar el vaciado del embalse por debajo del umbral del aliviadero principal, están formados por dos conductos rectangulares de $4 \times 11\text{m}$. situados a la derecha del aliviadero. Estos disponen de ataguías y compuertas que desaguan sobre un zapateado, en el que se encuentran dos filas de dientes amortiguadores de energía, seguido de un cuenco más corto y unos dados laterales. Los desagües de fondo se encuentran situados bajo el aliviadero y tienen una sección circular cuyo diámetro menor es de $\phi = 2.60\text{m}$.

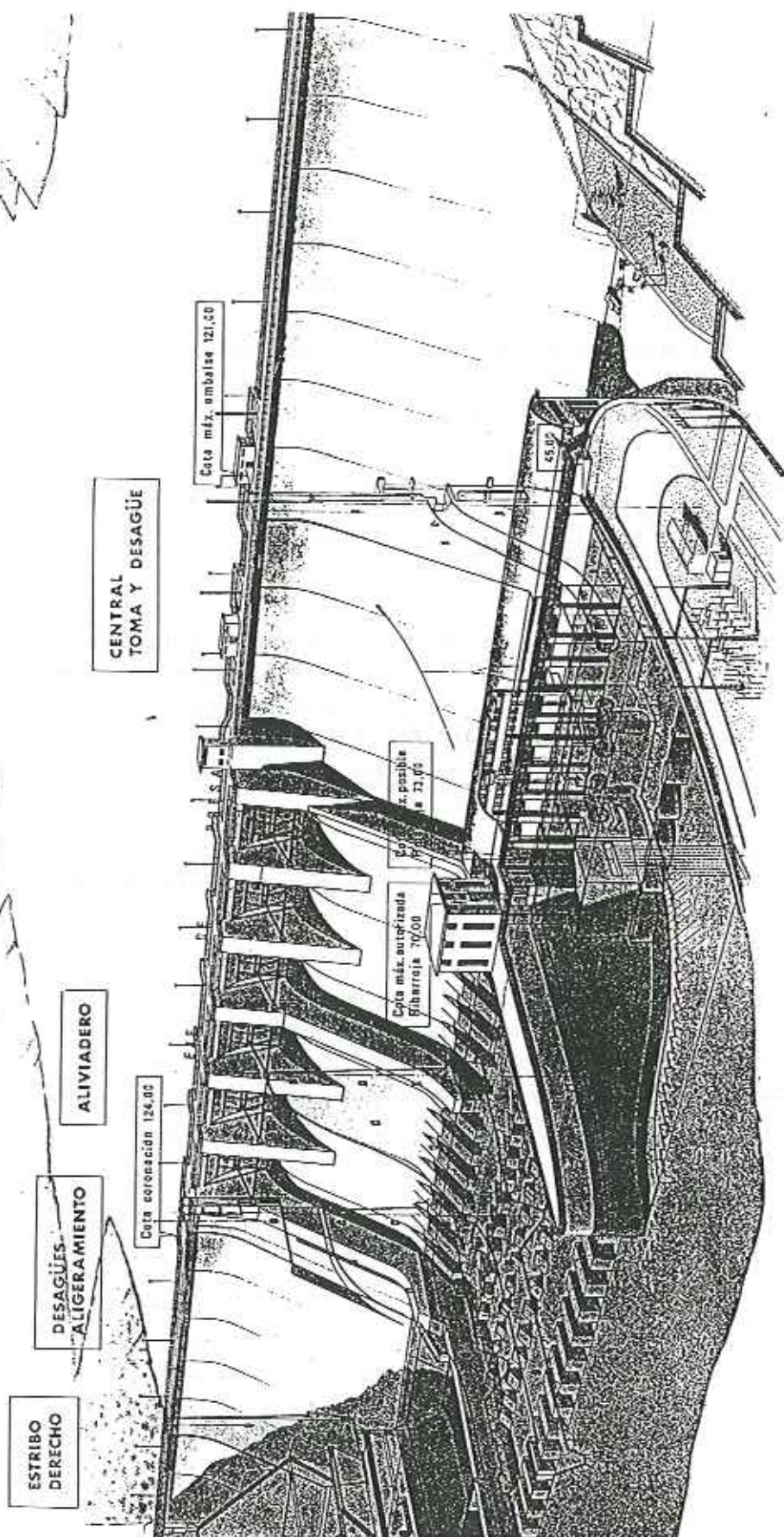


Figura II.2. Perspectiva general de la presa.

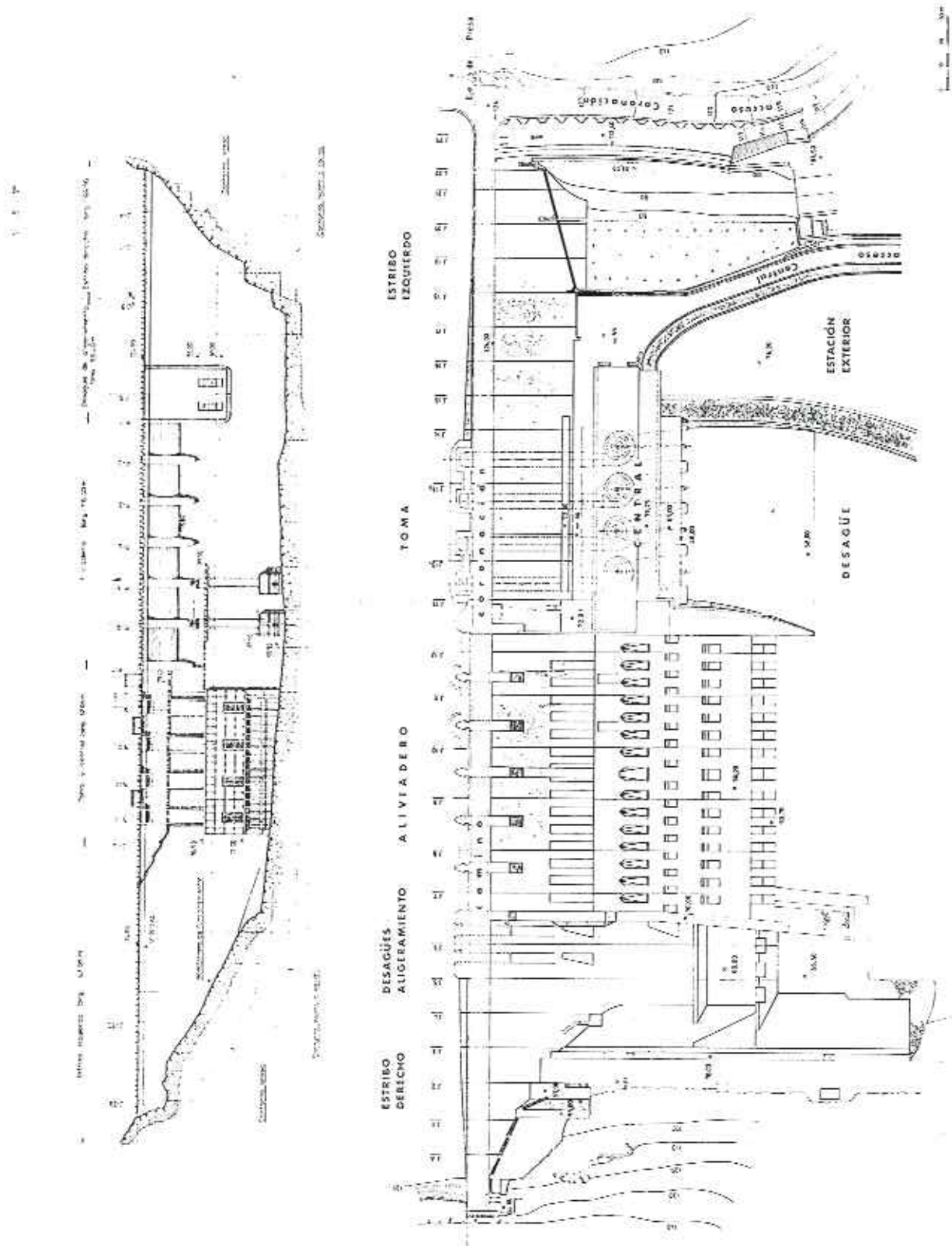


Figura II.3. Alzado de la Presa aguas arriba y planta.

La toma de agua es una estructura de hormigón armado que sobresale del paramento de aguas arriba y que se apoya sobre el repicé de la presa, sirviendo de soporte de las rejas y de guiado de las compuertas y ataguías, así como de apoyo de sus mecanismos de accionamiento. La embocadura de las tomas se inicia con una sección rectangular de 3.7m de altura y 4.80 de luz siguiendo, en transición, la sección de 6m de diámetro de la tubería que va a las turbinas.

Existen drenes $\phi = 10\text{cm}$ en todo el cuerpo de la presa distanciados cada 4m, salvo en algunos bloques de la zona central donde están situados cada 2m.

La central se encuentra ubicada al pie de la presa y está unida con cables tesados a la misma. Tiene su eje longitudinal paralelo al de la presa y a 60m del mismo.

Finalmente, el canal de desagüe tiene anchura entre 70 y 80m, está limitado por el muro de protección de la estación exterior por un lado y el muro de separación del aliviadero por el otro.

En la Figura II.4 se presentan dos secciones típicas de la Presa y en la Figura II.5 se resumen las características más importantes de la misma.

3. MEDICIONES

3.1 Elementos de auscultación

El sistema de auscultación de la Presa está constituido por los siguientes elementos:

a) *Red geodésica*

Tiene por objeto estudiar el desplazamiento absoluto de la presa, con relación a unos vértices de referencia considerados como fijos, midiendo y analizando las distintas posiciones que tienen los testigos situados en el paramento de presa y en sus laderas. Consta de dos bases de triangulación, seis vértices de observación de los testigos, seis vértices de referencia y 72 testigos.

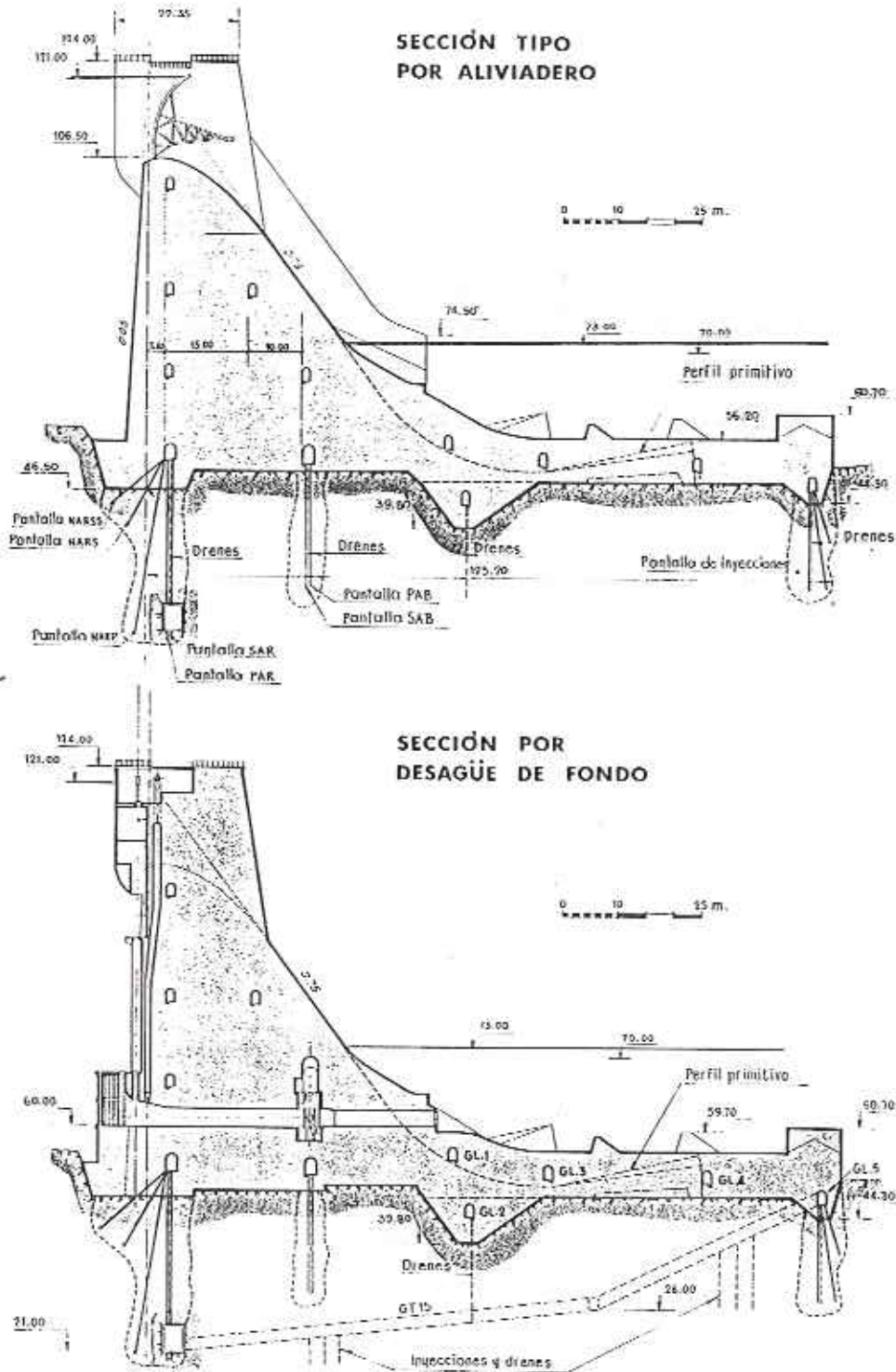


Figura II.4. Secciones típicas de la Presa.

<p>Presa: <i>Tipo:</i> gravedad de planta rectilínea Talud aguas arriba 0.05 Talud aguas abajo 0.75 Altura máxima sobre cauce: 65 m. Altura máxima sobre cimientos: 78 m. Longitud de coronación: 461 m. Volumen de excavación: 500.000 m.³ Volumen de Hormigón: 1.100.000 m.³ Arca de cerrada: 22.400 m². Cota coronación: 124.0 m.s.n.m. Cota máxima embalse: 121.0 m.s.n.m.</p> <p>Aliviadero - Capacidad máxima de evacuación: 11.000 m.³/seg. Cota umbral: 106.5 m.s.n.m.</p> <p>Desagües de aligeramiento: Capacidad máxima de evacuación: 1.800 m.³/seg. Cota umbral: 87.0 m.s.n.m.</p> <p>Desagües de fondo: Capacidad máxima de evacuación: 160 m.³/seg. Cota umbral: 60.0 m.s.n.m.</p>
--

Figura II.5. Resumen de las características de la Presa de Mequinenza.

b) *Nivelación en coronación y galerías*

Tiene por objeto medir y controlar los desplazamientos, en sentido vertical, en distintos puntos, en coronación y galerías, estudiándose así el asentamiento de la presa, su repercusión a cotas altas, y el

desplazamiento vertical de unos bloques respecto a otros. Además, como también se miden puntos en las galerías aguas arriba y aguas abajo, a la misma cota y en el mismo bloque, puede estudiarse la inclinación en sentido transversal de la presa.

Existen 86 testigos de nivelación en coronación y galerías.

c) *Colimación en coronación y galerías*

Tiene por objeto registrar los desplazamientos normales al eje de la presa, de diversos puntos situados en coronación y en las galerías, con relación a unas referencias fijas.

En coronación, correspondiente a todos los bloques, existen 28 testigos, con un vértice de observación en un extremo de la presa y vértices de referencia en ambas márgenes, entrelazados con la red geodésica.

En las galerías hay un total de 101 testigos 66 de los cuales están en correspondencia con el centro de cada bloque

d) *Péndulos*

Tienen por objeto conocer las deformaciones de la presa en secciones transversales de la misma, normalmente a los paramentos y paralelamente a los mismos.

Hay 5 péndulos, con una estación de lectura en cada galería atravesada con un total de cuatro para cada péndulo, perfectamente acondicionados utilizándose para las medidas un coordinómetro óptico tipo Galileo.

La galería que se toma como origen es la cota 21 a 30m. bajo la cimentación y que se considera inmóvil, por lo que las deformaciones a ella referida son absolutas.

e) *Control de subpresiones*

Con la colocación de Piezómetros, siguiendo la unión presa-terreno

tanto en cimentación como en laderas, se persigue conocer el valor de la subpresión en distintos puntos, controlando directamente, además, el buen funcionamiento de las pantallas de impermeabilización y drenaje.

f) *Control de juntas*

Con estas mediciones, se controla la apertura y cierre de las juntas y, además, los movimientos relativos entre los dos bloques adyacentes a cada junta, en el sentido del asentamiento y en el sentido normal al eje de la presa. En todas las juntas, en cada galería, existen dos bases triangulares (una horizontal y otra vertical), cuya longitud de lados se mide con un deformámetro tipo Huggenberger.

Existen en total, 176 bases de deformámetros.

g) *Clinómetros*

En los primeros años de la presa se dispusieron 3 clinómetros, en la galería, al objeto de controlar la inclinación en sentido transversal y longitudinal.

En las galerías a ambos extremos de la junta longitudinal-vertical, que separa el bloque de Presa de la central, se dispusieron 18 clinómetros, de 1m. de base, con los que se controlaba la inclinación, en sentido transversal, de la solera de la galería y, con ellos, el efecto o repercusión de los cables tensados, que se colocaron para unir la presa y central. En la actualidad dichos clinómetros están fuera de servicio.

h) *Control de Filtraciones*

Se controla las filtraciones en el cuerpo de la presa, laderas y cuenco, para tomar, en el acto, las medidas oportunas, si los caudales fuesen importantes o se observaran aumentos apreciables.

Existe una densa red de cunetas, con 32 vertederos aforadores, que permite conocer las filtraciones en cada una de las diversas zonas antes apuntadas. Las revisiones periódicas de los drenes permiten, además, localizar las posibles filtraciones, en el cuerpo de la presa y laderas.

i) *Temperaturas y nivel de embalse*

Se registran las temperaturas del ambiente y, del agua del embalse a tres cotas así como el nivel del mismo. Con esto se permite efectuar controles de estudios sobre los efectos térmicos y de carga hidrostática, que repercuten en los distintos movimientos, filtraciones, etc. de la presa.

j) *Estimación evaporimétrica.*

Inmediatamente aguas arriba de la presa, en la margen derecha, hay instaladas dos estaciones meteorológicas-vaporimétricas, cuyos datos son útiles para efectuar estudios meteorológicos y de evaporación. En ellos se miden: Evaporación, temperaturas máxima, mínima, media y continua del agua del embalse; temperaturas máxima, mínima y media del agua del tanque; humedad relativa del aire; velocidad media diaria del viento; precipitaciones diarias y horas de sol.

- k) *Otras mediciones*

Al objeto de tener mejor controlado el bloque de presa correspondiente a la zona de la central, se mide la inclinación de coronación, en sentido transversal, en distintos puntos, para controlar el giro transversal de coronación. Además, se han colocado bases de deformámetros, para controlar el cierre y apertura de juntas, en aquella zona, y el desplazamiento relativo entre bloques adyacentes a las juntas.

Como ejemplos de la información más relevante proporcionada por la ascultación, entresacamos los siguientes:

- *Desplazamientos.* En la Figura II.6 se presentan las curvas desplazamiento de colimación-tiempo y desplazamiento de nivelación-tiempo en dos puntos de la coronación de la Presa situados en la zona de tomas. Dichos desplazamientos son relativos respecto a la cimentación no incluyendo, por lo tanto, los efectos de asentamiento del terreno. El origen en la escala de tiempos corresponde al año 1966. Puede observarse la magnitud del desplazamiento máximo alcanzado (15 cm. de colimación y 5 cm de nivelación), su oscilación debida a las variaciones térmicas estacionales y su práctica estabilización en los últimos años.

En las Figuras II.7 y II.8 se presenta la distribución de dichos movimientos, durante el año 1989, a lo largo de la coronación de la Presa. Los desplazamientos podrían calificarse de *normales* en las zonas inmediatas a los estribos de la Presa, experimentando un notable crecimiento en la zona comprendida entre las juntas 9 y 20. Dentro de ésta son remarcables los valores muy altos observados en el bloque entre las juntas 13 y 14, lo que induce a pensar en una concentración especial en dicho bloque de las causas del comportamiento patológico de la Presa.

- *Temperaturas* En la Figura II.9 se presenta la red de termómetros instalados en diversos puntos de la Presa y en las Figuras II.10, II.11, II.12, y II.13 las correspondientes líneas isoterma, para distintas estaciones de un año típico, obtenidas a partir de la información suministrada.

3.2 Mediciones en laboratorio

Los estudios realizados sobre el comportamiento de la Presa incluyen una serie de campañas experimentales con el fin de determinar la capacidad expansiva, en presencia del agua, del hormigón que constituye la Presa. Sobre testigos extraídos en diversas zonas de la misma se realizaron ensayos de dilatación, y estudios del contenido en $Ca(OH)_2$ mediante análisis químicos del cemento, termogravimétricos y de difracción por rayos X , intentando correlacionar los contenidos en $Ca(OH)_2$ y la capacidad de entumecimiento del testigo.

El ensayo de dilatación consta de una primera fase de desecación de la probeta, seguida de una fase de permanencia en agua de duración variable, en la que se mide la dilatación de la probeta a lo largo del tiempo y, en particular, el valor final de la dilatación, expresado en tanto por mil, a la que en lo sucesivo denominaremos *coeficiente de entumecimiento*. La campaña de análisis de testigo se intensificó en las zonas de la presa donde el comportamiento anómalo era más relevante, principalmente en la zona comprendida entre las juntas 13 y 14 correspondientes a las estructuras de Toma y la Central (ver Figura II.3). En la Figura II.14, y sobre una sección transversal de la Presa, se presentan los valores típicos del coeficiente de entumecimiento en la zona indicada.

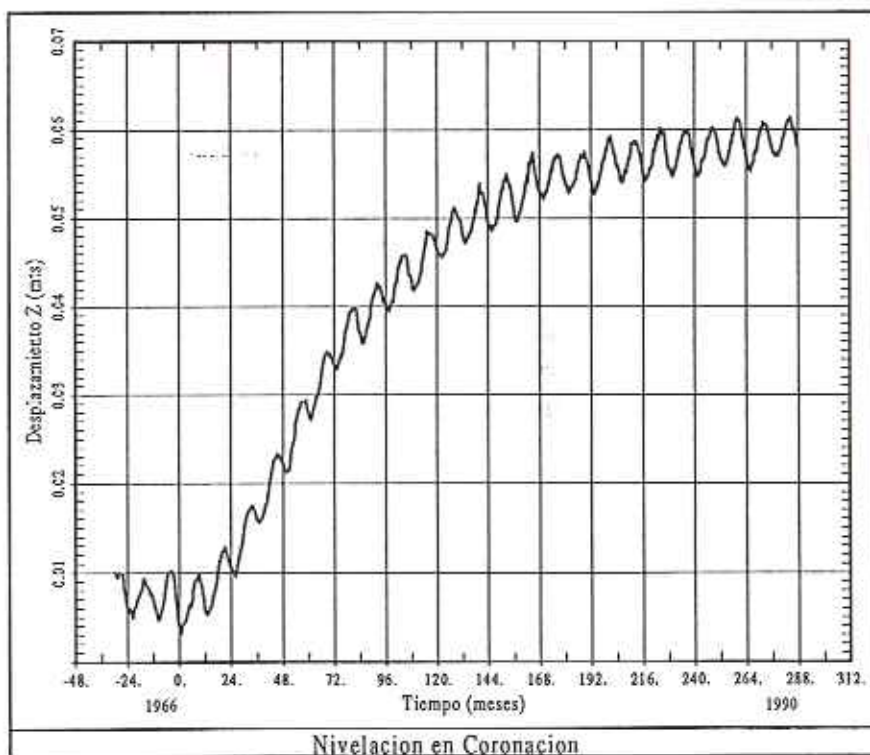
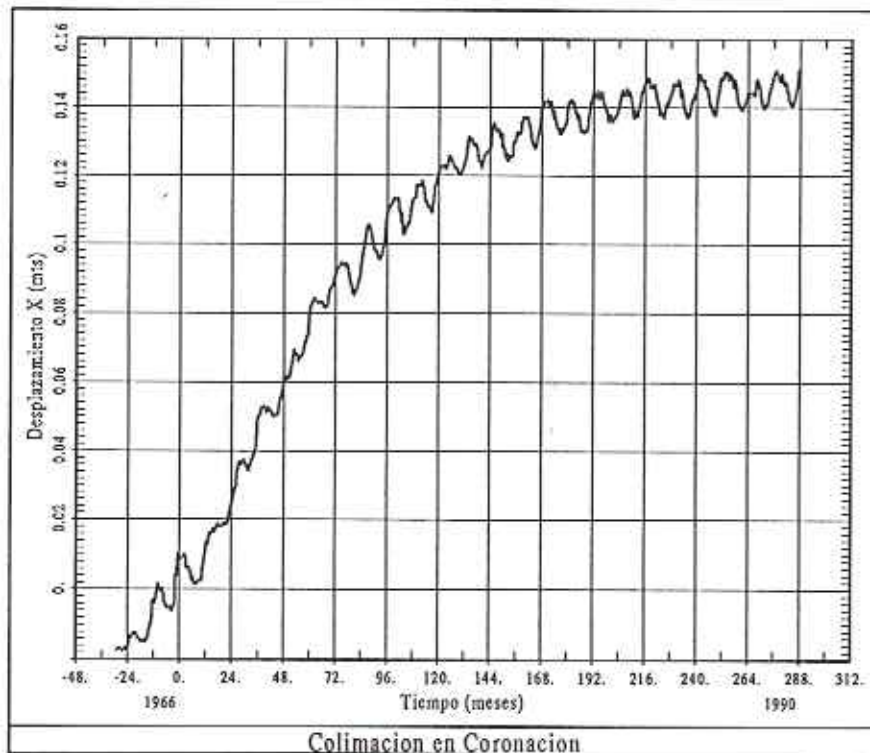


Figura II.6. Desplazamientos de colimación y nivelación obtenidos de las auscultaciones a lo largo del tiempo.

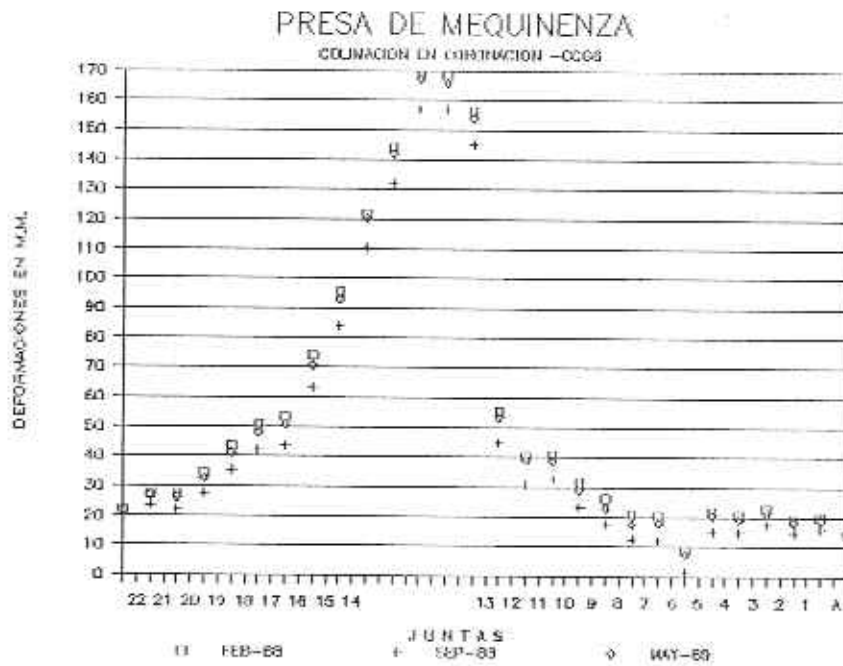


Figura II.7. Colimación a lo largo de la coronación de la Presa.

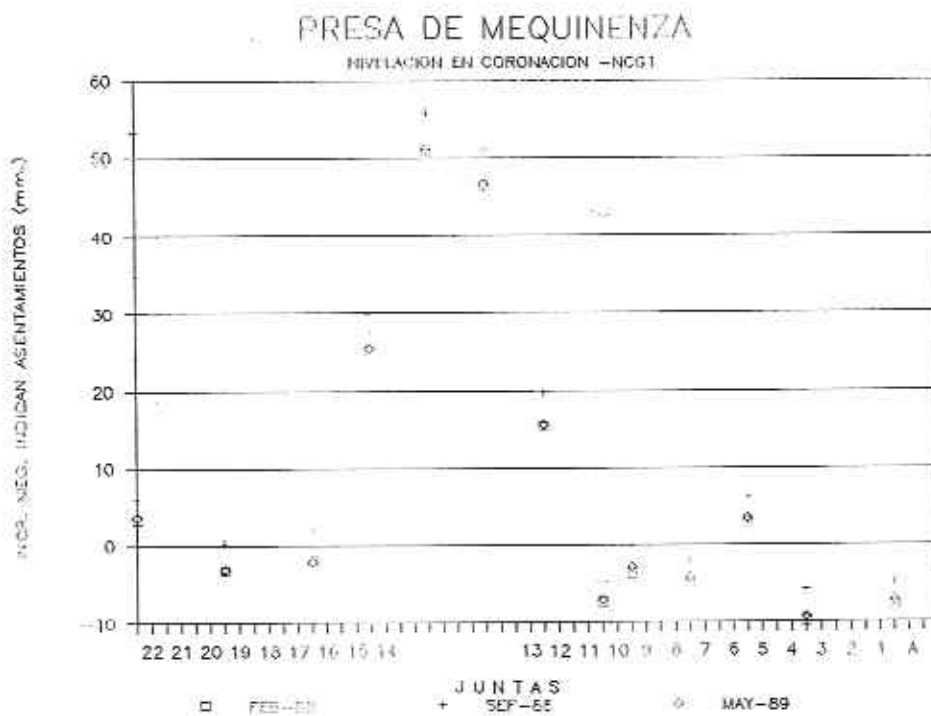


Figura II.8. Nivelación a lo largo de la coronación de la Presa.

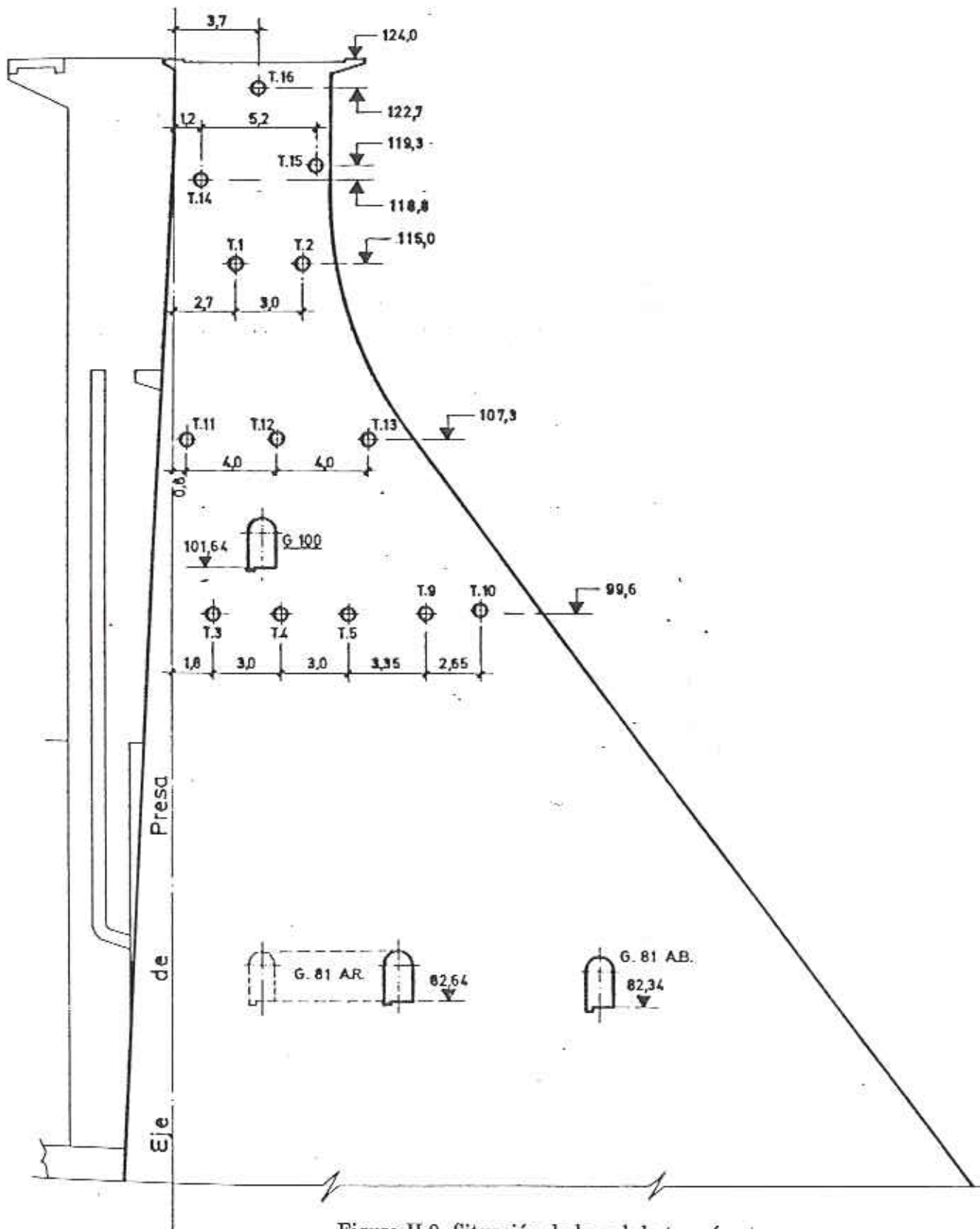


Figura II.9. Situación de la red de termómetros.

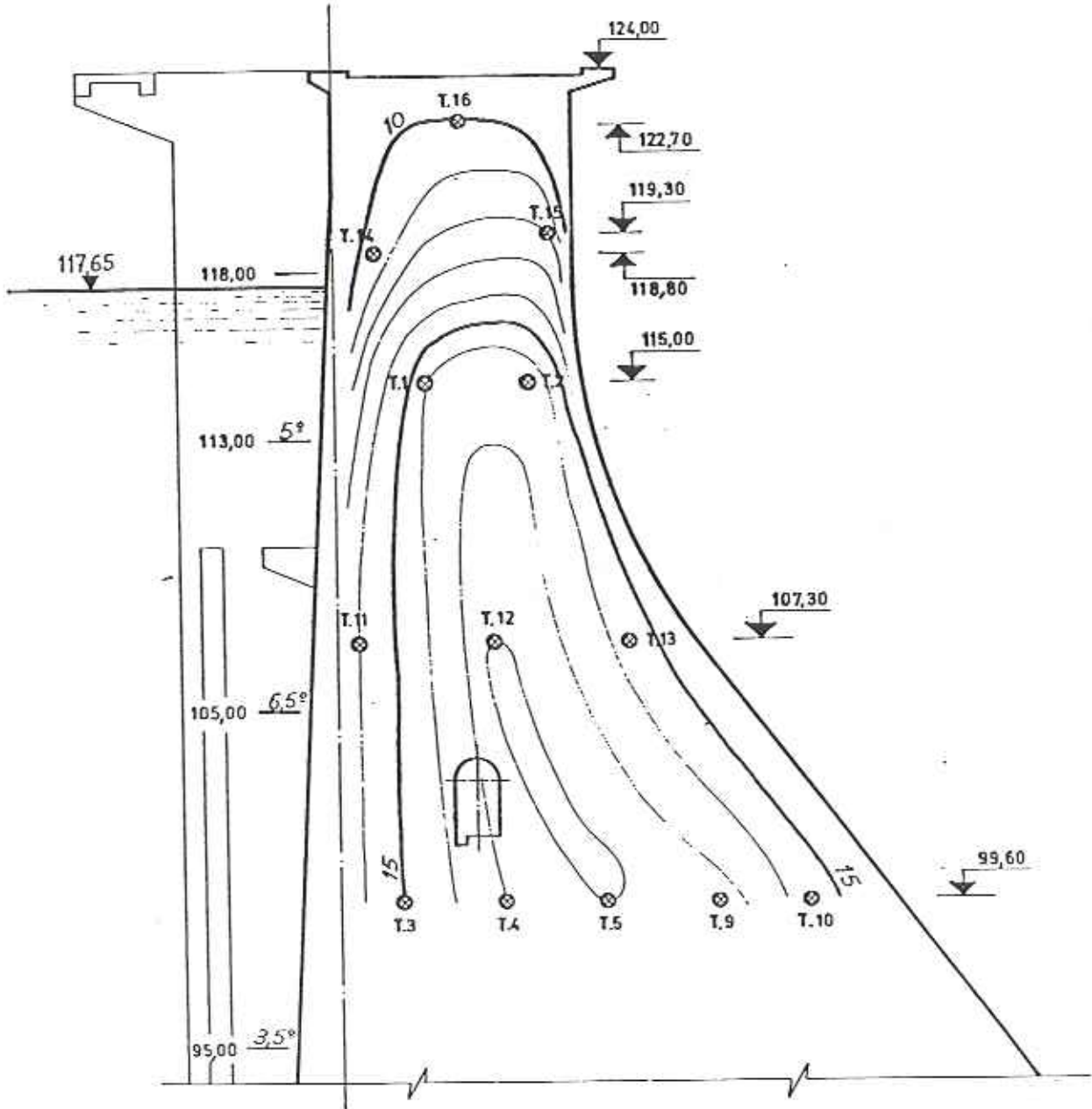


Figura II.10. Distribución de temperaturas (Invierno).

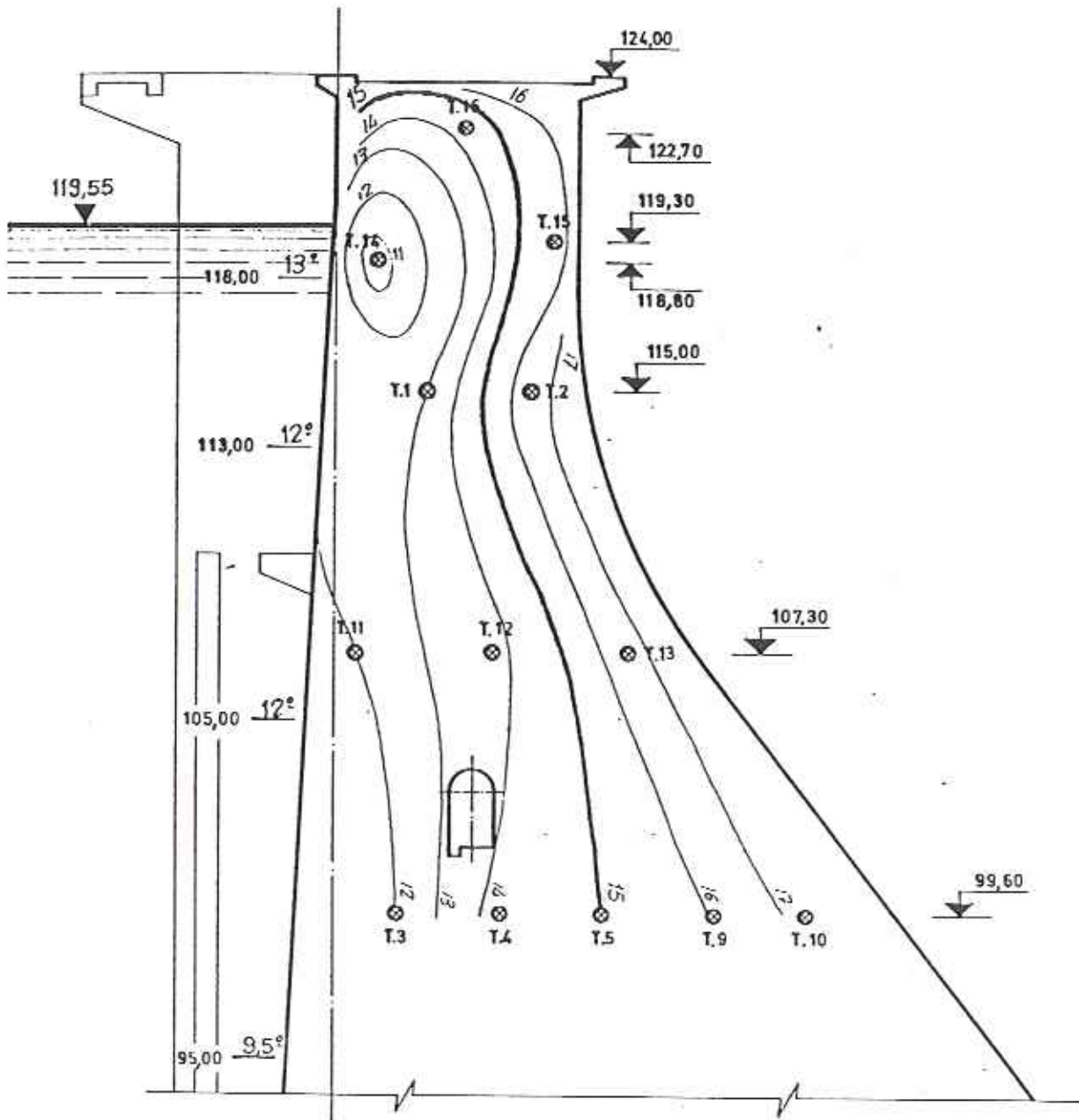


Figura II.11. Distribución de temperaturas (Primavera).

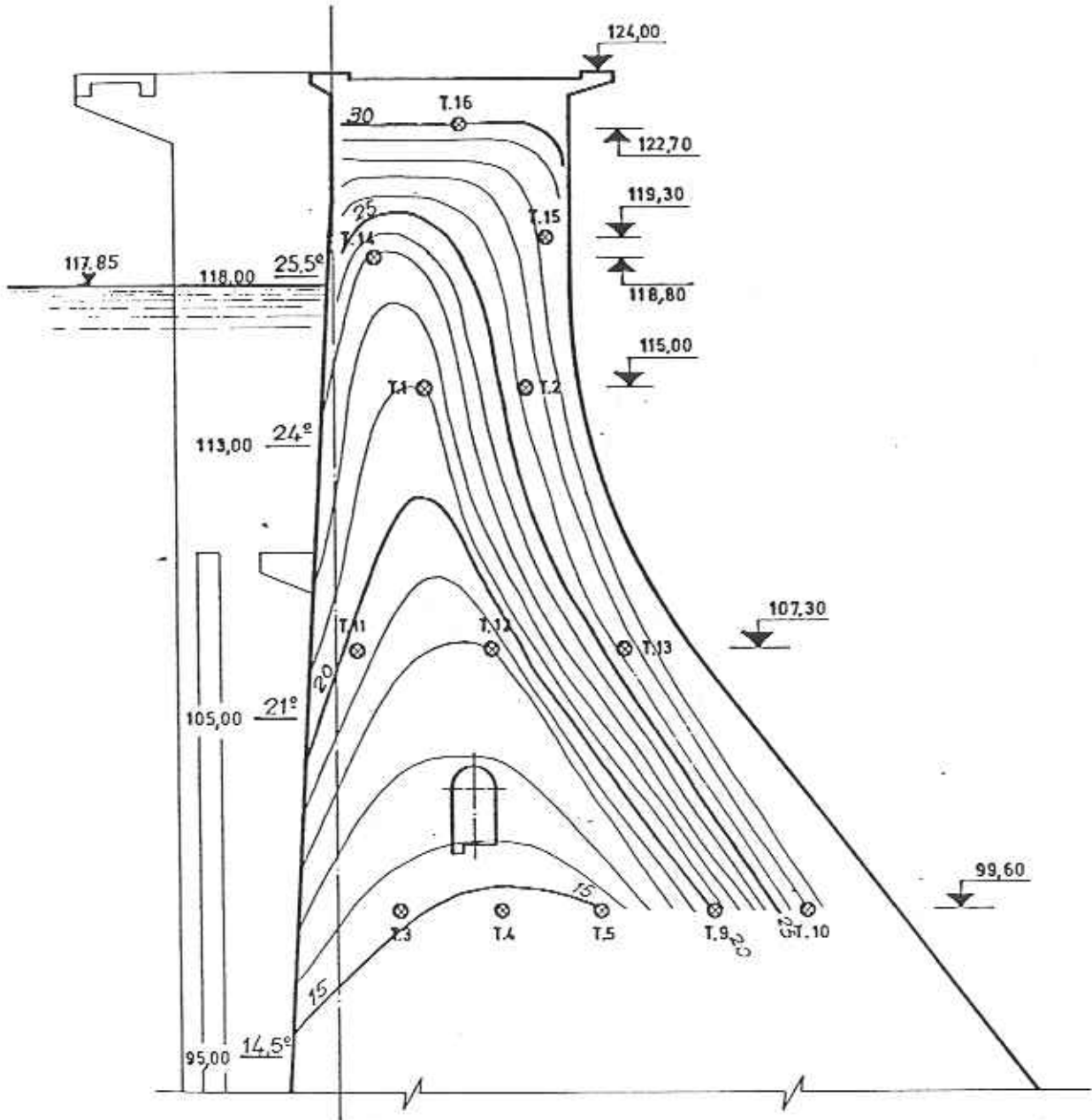


Figura II.12. Distribución de temperaturas (Verano).

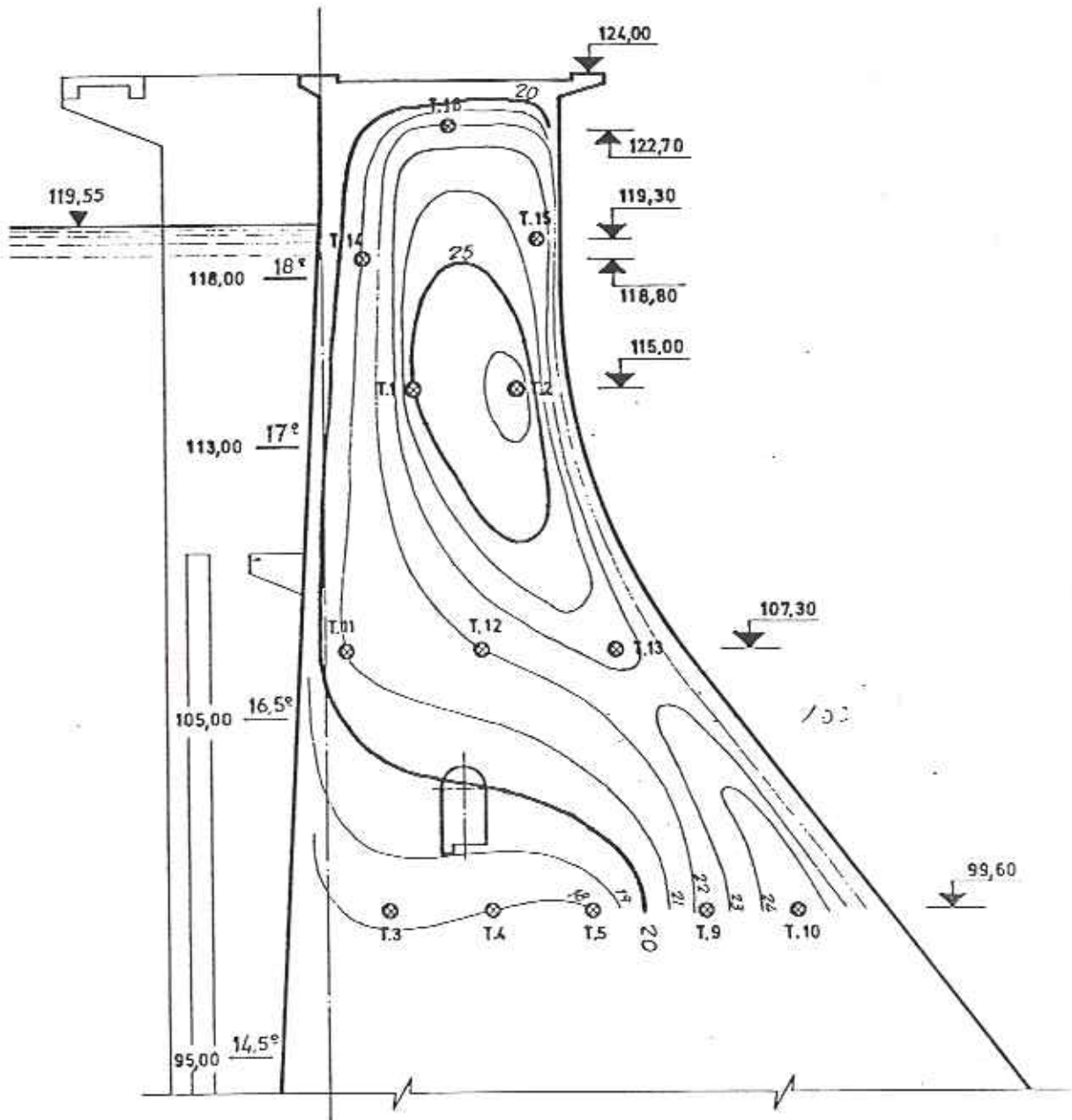


Figura II.13. Distribución de temperaturas (Otoño).

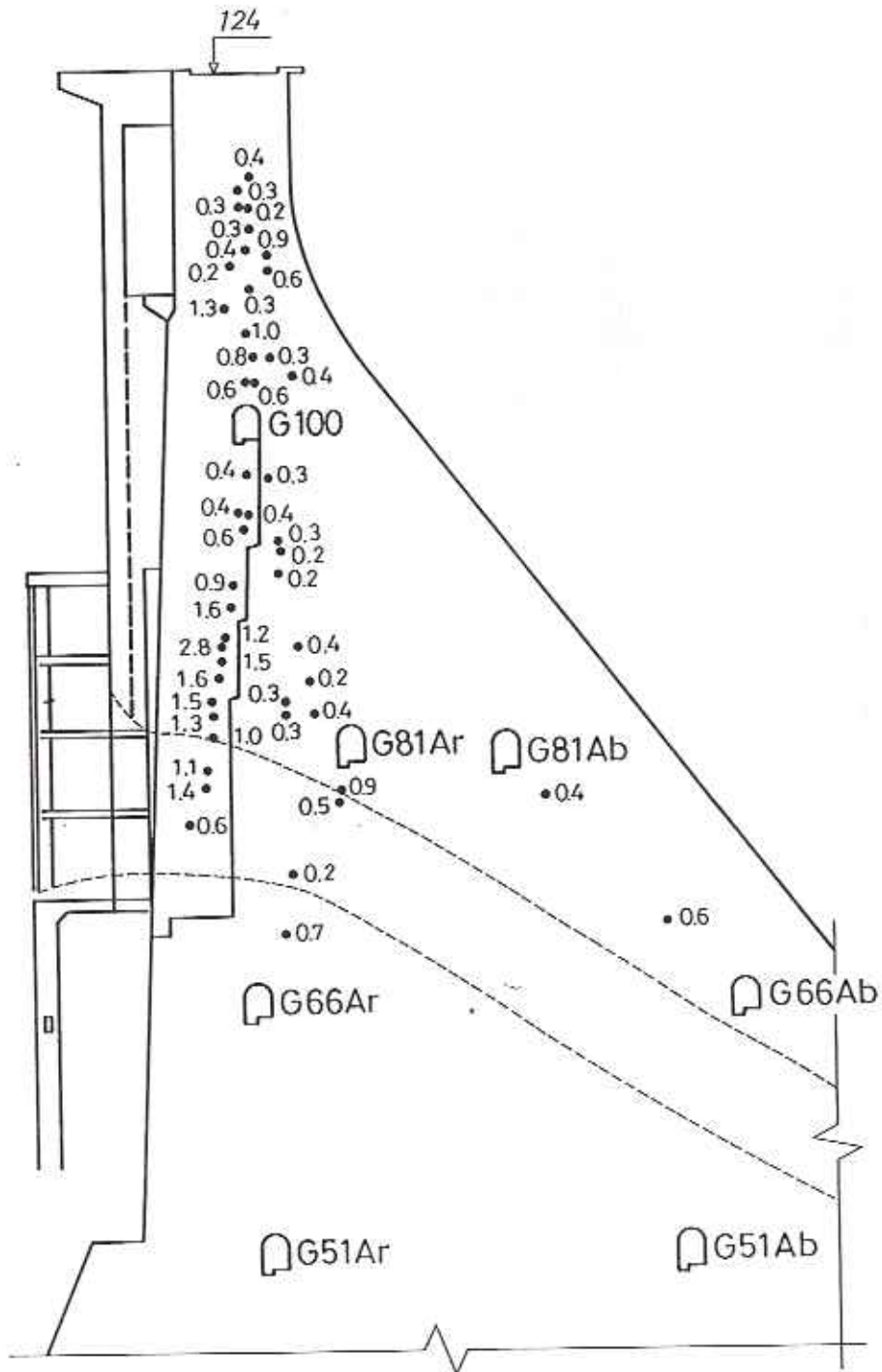


Figura II.14. Coeficientes de entumecimiento obtenidos de los ensayos de dilatación.

4. DATOS PARA EL ANALISIS

4.1 Zona de la Presa analizada y condiciones de contorno.

Como ya se ha comentado en el apartado 3.1, la auscultación de la Presa pone de manifiesto que el comportamiento anormal de la misma se produce principalmente en el bloque entre las juntas 13 y 14 correspondiente a la zona de tomas y de la central (en lo sucesivo se denominará a dicho bloque 13-14); su estudio es, por consiguiente, el objetivo central del análisis. Sin embargo, la zona modelizada no puede reducirse a dicho bloque porque, de acuerdo con los principios del Análisis Estructural, exigiría una definición muy precisa de las condiciones de contorno (desplazamientos) que es difícil y en parte desconocida. La inclusión de otras zonas de la Presa a ambos lados del bloque mencionado, permite más libertad en la elección de dichas condiciones de contorno y sus efectos en el bloque 13-14 sean más cercanos a la realidad.

Por otra parte, consideraciones sobre la factibilidad del cálculo impiden la extensión del principio anterior hasta la modelización de toda la Presa. Por consiguiente, hay que encontrar un punto de equilibrio entre ambas situaciones modelizando aquella parte de la presa que permita un análisis fiable y exhaustivo en la zona de interés, con esfuerzos de cálculo razonables.

Un nuevo análisis de los resultados de las Figuras II.7 y II.8 confirma que desde, aproximadamente, las juntas 9 y 20 hacia los estribos, los desplazamientos pueden considerarse los normales debidos al peso propio, la presión hidrostática del agua del embalse y asentamientos del terreno. Asimismo, son remarcables en las figuras mencionadas los *saltos* de los desplazamientos en la juntas 13 y 14 indicando que dichas juntas de construcción trabajan como tales. Estos razonamientos ha conducido a las siguientes decisiones sobre la zona a modelizar y las condiciones de contorno a considerar en el análisis:

- Se modeliza la geometría de la Presa entre las juntas 9 y 20, desde la cimentación (cota 46) hasta coronación (cota 124). (ver Figuras II.15, II.16 y II.17). La geometría se ha aproximado lo más posible a la realidad incluyendo las estructuras de toma (de hormigón armado) cuya geometría se ha simplificado, pero que mantienen un efecto rigidizante sobre el resto de la Presa.

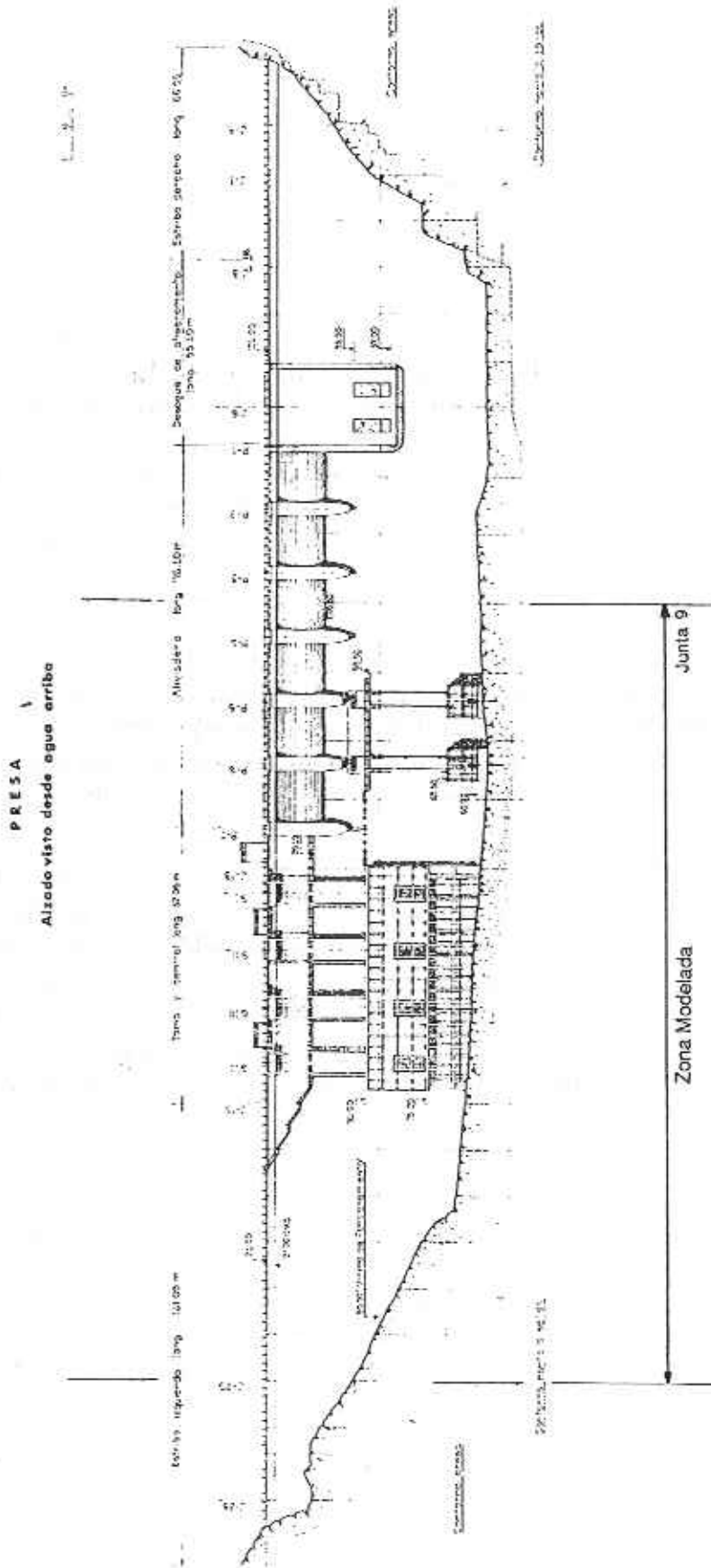


Figura II.15. Zona de la Presa modelizada.

MODELO: LAR20N

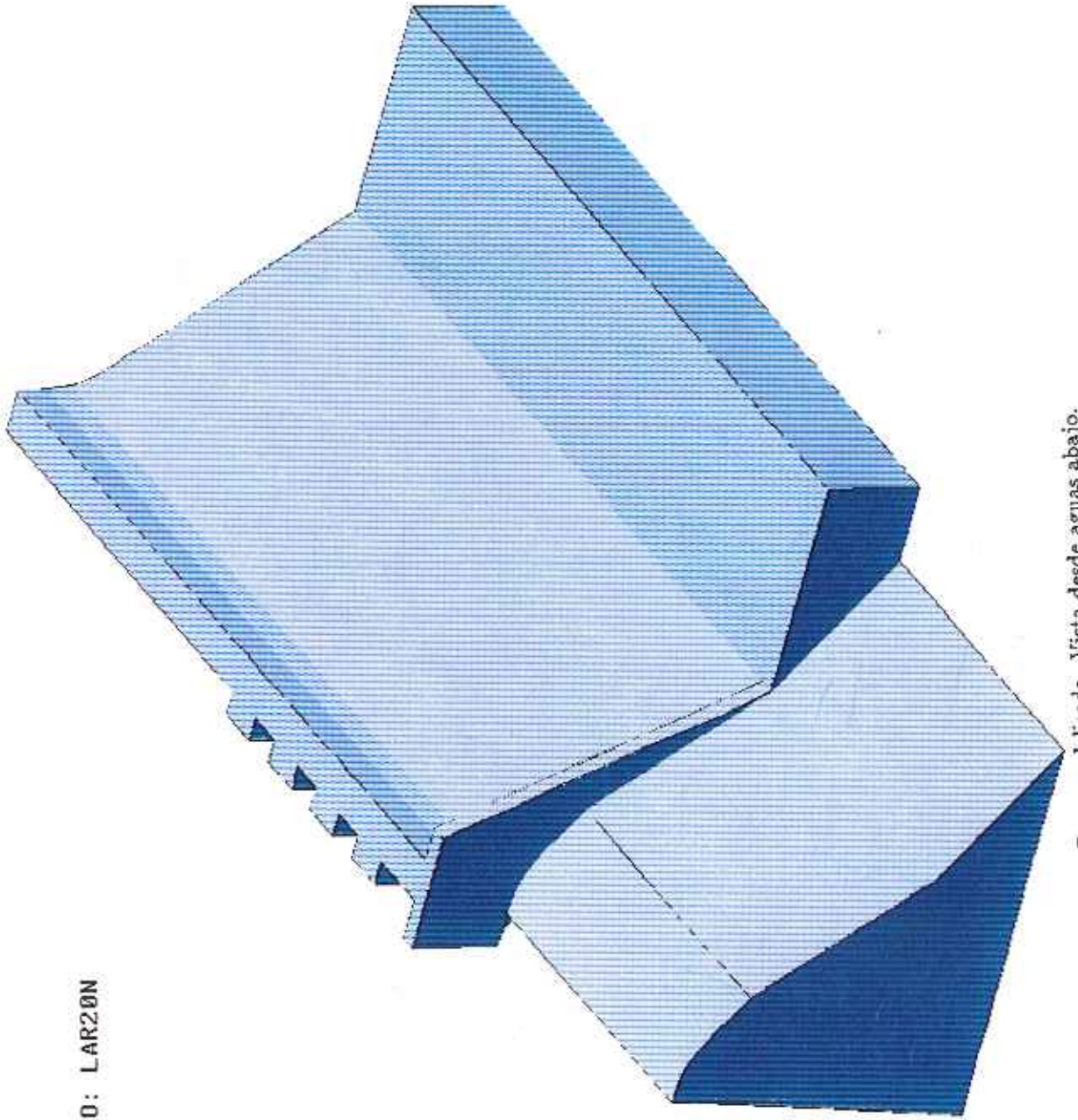


Figura II.16. Zona modelizada. Vista desde aguas abajo.

MODELO: LAR20N

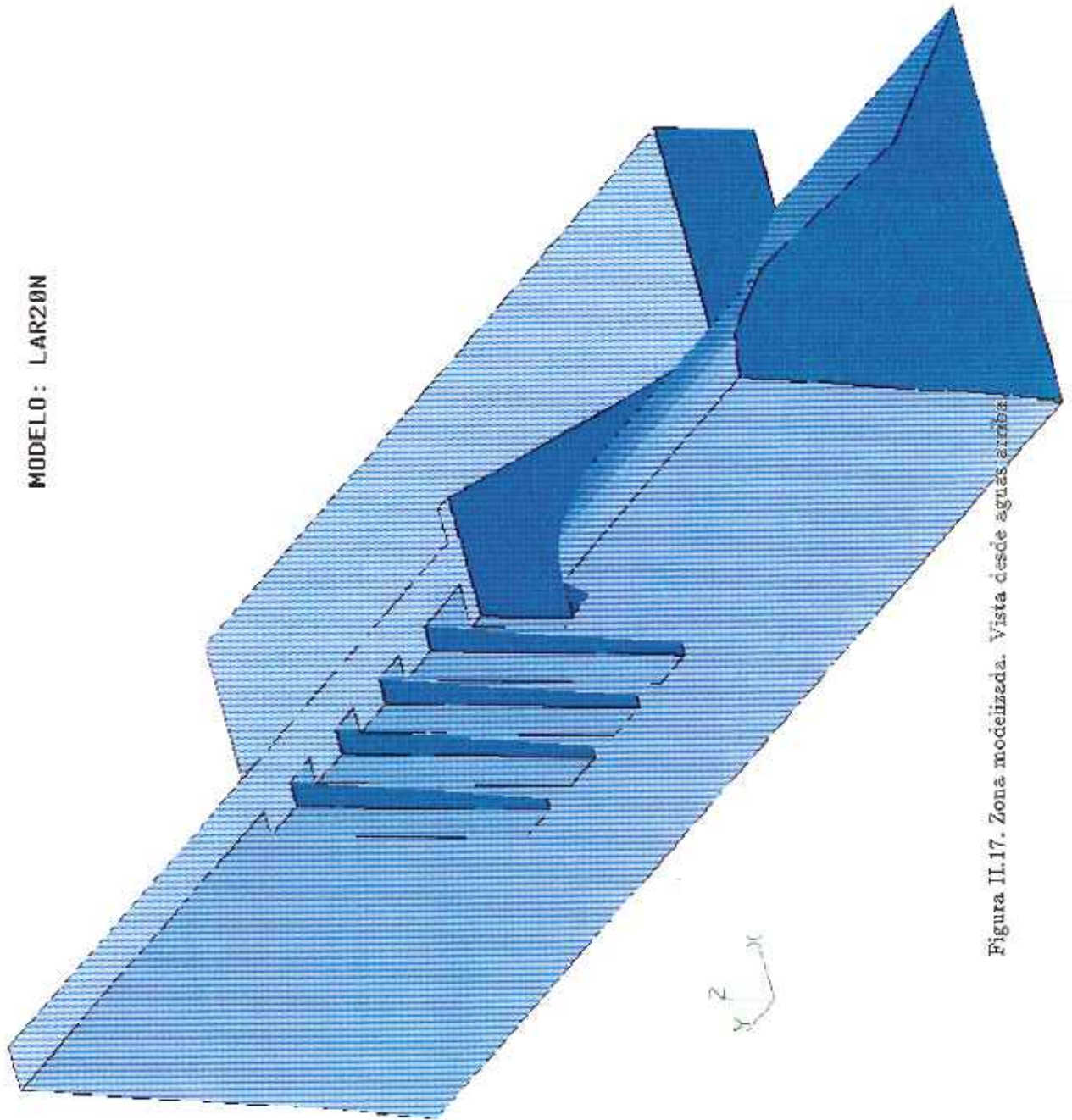


Figura II.17. Zona modelizada. Vista desde aguas arriba

- Como condiciones de contorno se consideran las siguientes:
 - Plano inferior a cota 46: todos los desplazamientos impedidos. En consecuencia el análisis se hace en desplazamientos *relativos* respecto a la cimentación.
 - Planos laterales (juntas 9 y 20). Todos los desplazamientos impedidos.
- Se considera la existencia de dos juntas transversales (juntas 13 y 14) modeladas de forma específica tal como se ha indicado en el Apartado 2.3.4 del capítulo I (ver Figura II.18)
- Se modeliza una pseudo-junta longitudinal a lo largo del bloque 13-14 para tener en cuenta el hecho de que la zona inmediata al paramento aguas arriba del tercio central del bloque, se hormigonó en forma discontinua del resto (ver Figura II.19). Sin embargo, y debido a la existencia de una cierta armadura de unión entre ambas partes, dicho pseudo-junta longitudinal se modeliza considerando una disminución en las propiedades elásticas del material y no mediante elementos-junta específicos.
- Se modeliza el efecto local de la galería situada en la cota 100, considerando un módulo elástico más pequeño para la fila de elementos situada en dicha cota (ver Figura II.20).

4.2. Propiedades del material

De acuerdo con los modelos de comportamiento establecidos en el Capítulo I y Apéndices I, II, y III se consideran las siguientes propiedades del material:

- *Módulo de elasticidad instantáneo E:*
 - Cuerpo de la Presa: $2.0 \times 10^5 \text{ Kgs./cm}^2$.
 - Junta longitudinal (tramo vertical): $0.5 \times 10^5 \text{ Kgs./cm}^2$.

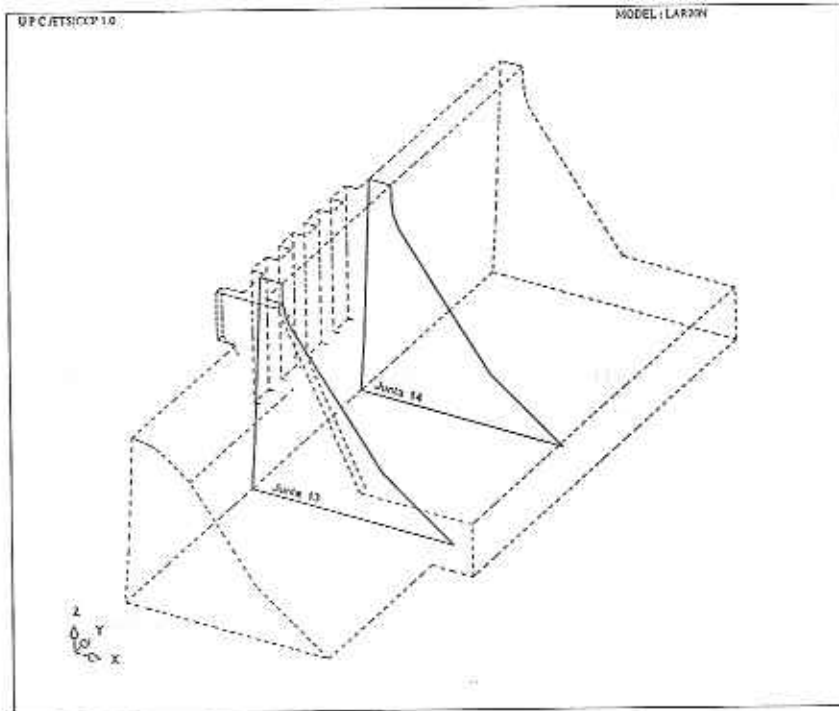


Figura II.18. Juntas transversales.

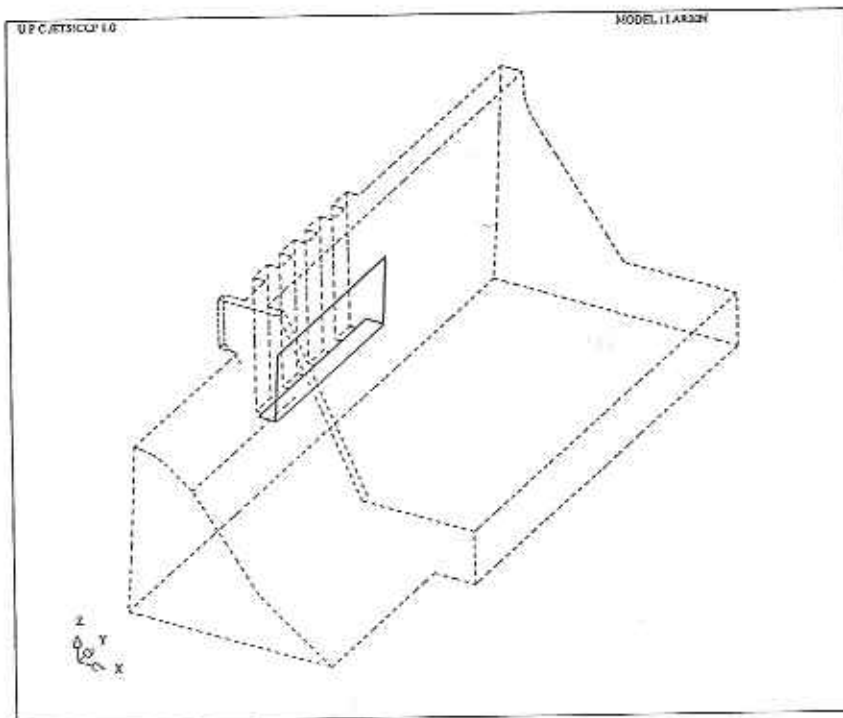


Figura II.19. Junta longitudinal.

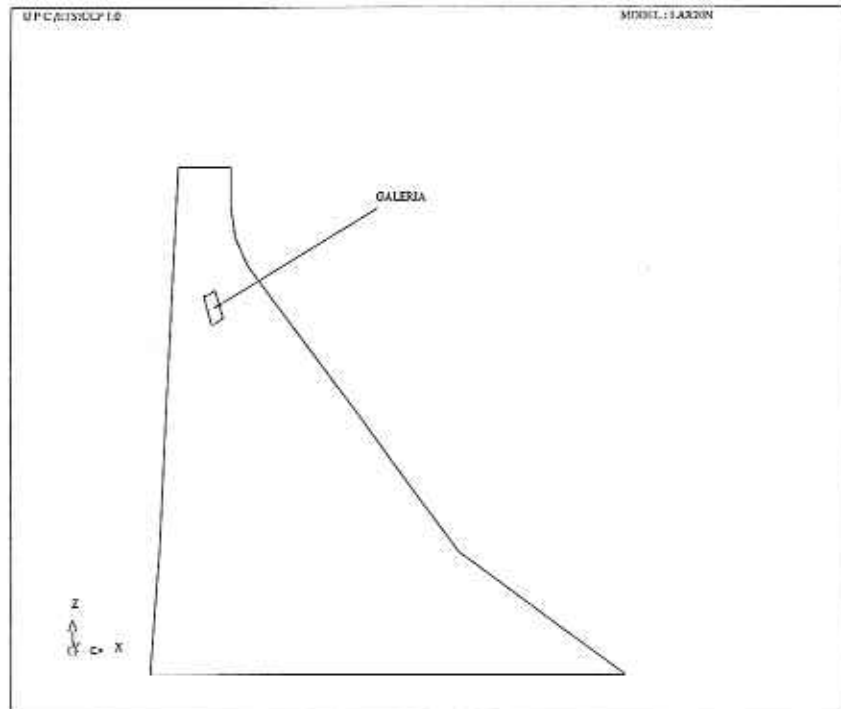


Figura II.20. Modelización aproximada de la galería.

- Junta longitudinal (tramo horizontal): $1.5 \times 10^5 \text{ Kgs./cm}^2$.
 - Galería: $2.0 \times 10^2 \text{ Kgs./cm}^2$.
- Cohesión C (juntas) : 15 Kgs./cm^2 .
- Angulo de rozamiento interno ϕ (juntas) : 35° .
- Coeficiente de Poisson ν : 0.15
- Resistencia a la tracción uniaxial f_t' :
- Cuerpo de la Presa: 25.0 Kgs./cm^2 .
 - Junta longitudinal (tramo vertical): 5 Kgs./cm^2 .
 - Junta longitudinal (tramo horizontal): 5 Kgs./cm^2 .

- Resistencia a la compresión uniaxial: $f_c^t : 10 \times f_t^t$
- Energía de fractura: $G_f : 200 \text{ Kgs./cm}^2$.
- Densidad del hormigón $\rho : 2.4 \text{ T/m}^3$.
- Parámetros del modelo viscoelástico:
 - Módulo elástico a tiempo infinito $E_1 : 0.666 \times 10^5 \text{ Kgs./cm}^2$.
 - Tiempo de relajación $T_1 : 60 \text{ meses}$.
- Coeficiente de dilatación térmica $\alpha : 1.2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

4.3 Acciones

Las acciones consideradas en el análisis son las siguientes:

- *Peso propio*
- *Presión hidrostática del agua del embalse*

Sobre el paramento de aguas arriba se considerará una ley triangular de presiones hasta la cota de embalse $z = 121 \text{ mts}$.

- *Presión intersticial*

De acuerdo con el procedimiento indicado en el apartado 2.3.3.3 del Capítulo I, la distribución de la presión intersticial sobre una sección transversal es la de la Figura II.21. Dicha distribución se repite a lo largo del eje longitudinal de la Presa.

- *Entumecimiento*

Los efectos de entumecimiento del hormigón se modelan tal como se indica en el apartado 2.3.3.1 del Capítulo I. En la Figura II.22 se presentan las zonas de entumecimiento inicial y de entumecimiento

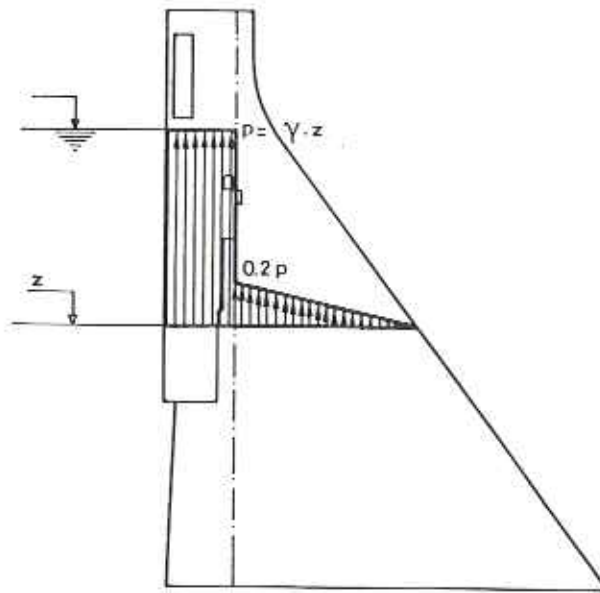


Figura II.21. Distribución de la presión intersticial sobre una sección transversal.

progresivo que se han considerado. En la Figura II.23 puede verse una curva de entumecimiento *típica* en la que el entumecimiento varía con el tiempo, en forma de parábola de 2^o grado, hasta estabilizarse en un valor ϵ_{sw}^{max} para un tiempo de estabilización t^* . En la Figura II.24 se presentan los valores del coeficiente de entumecimiento máximo ϵ_{sw}^{max} considerados, sobre una sección longitudinal de la Presa. Para el establecimiento de dichos valores se ha tenido en cuenta la información cualitativa obtenida en los ensayos de dilatación (ver Figura II.14) así como la información cuantitativa proporcionada por sucesivos estudios paramétricos (ver apartado 6). El tiempo de estabilización considerado es de 192 meses (16 años).

- Variaciones térmicas estacionales

A partir de las curvas isotermas de la Figuras II.10 a II.13, proporcionadas por la auscultación, y siguiendo el procedimiento indicado en el apartado 2.3.3.2 del Capítulo I, se obtuvieron los valores de las temperaturas nodales (cuya correspondiente distribución de líneas isotermas puede verse en la Figura II.25) y la consiguiente deformación térmica a considerar en el análisis tensional.

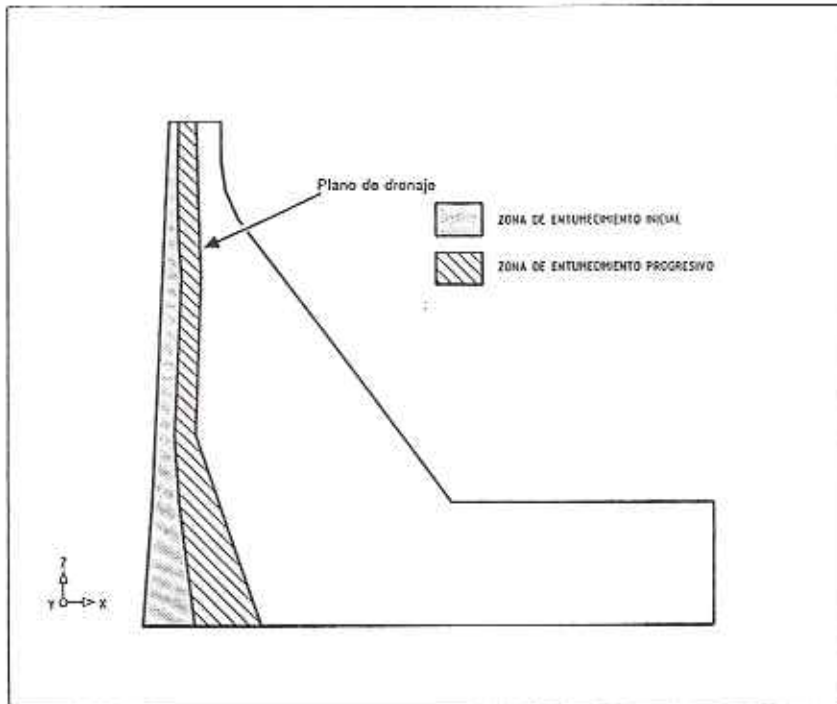


Figura II.22. Zona de entumecimiento inicial y de entumecimiento progresivo en una sección transversal.

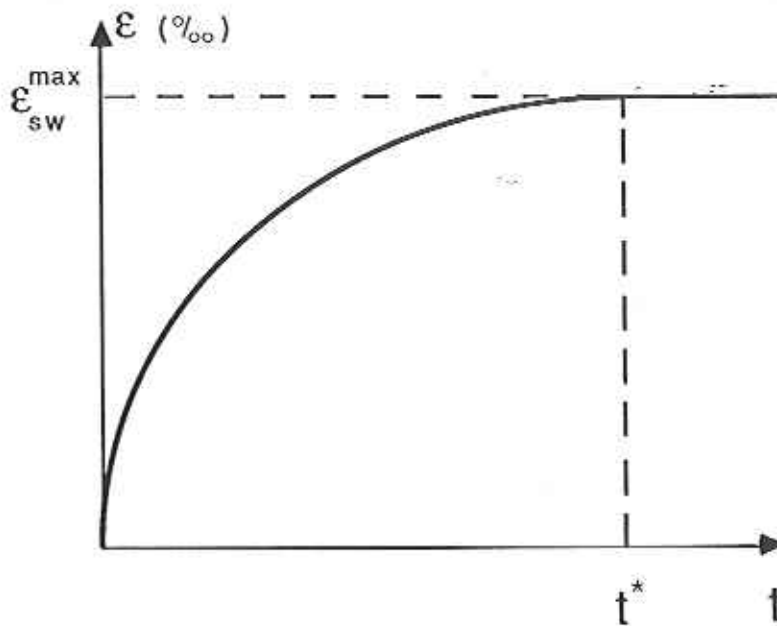
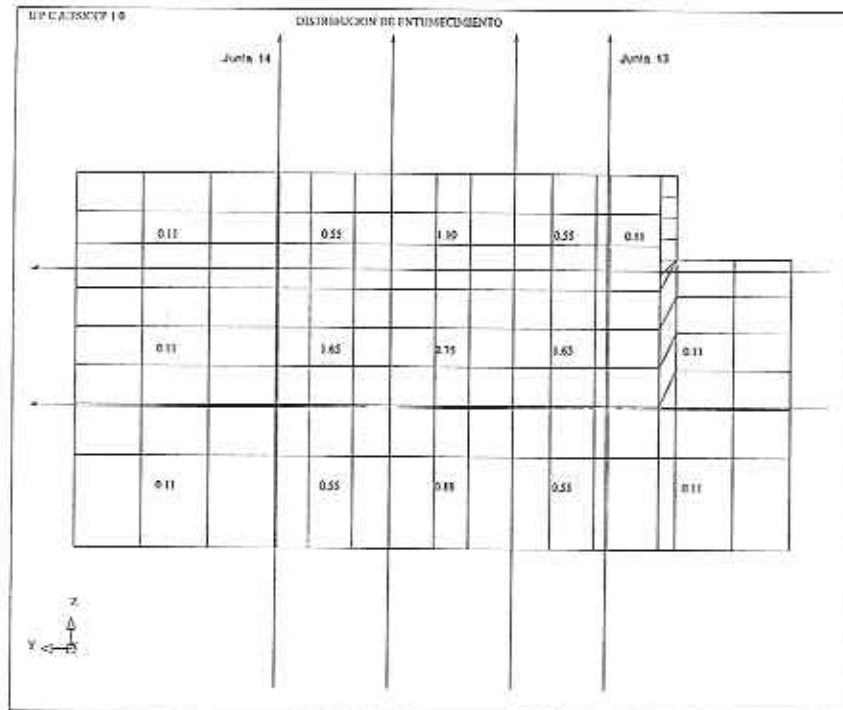


Figura II.23. Curva de entumecimiento típica.



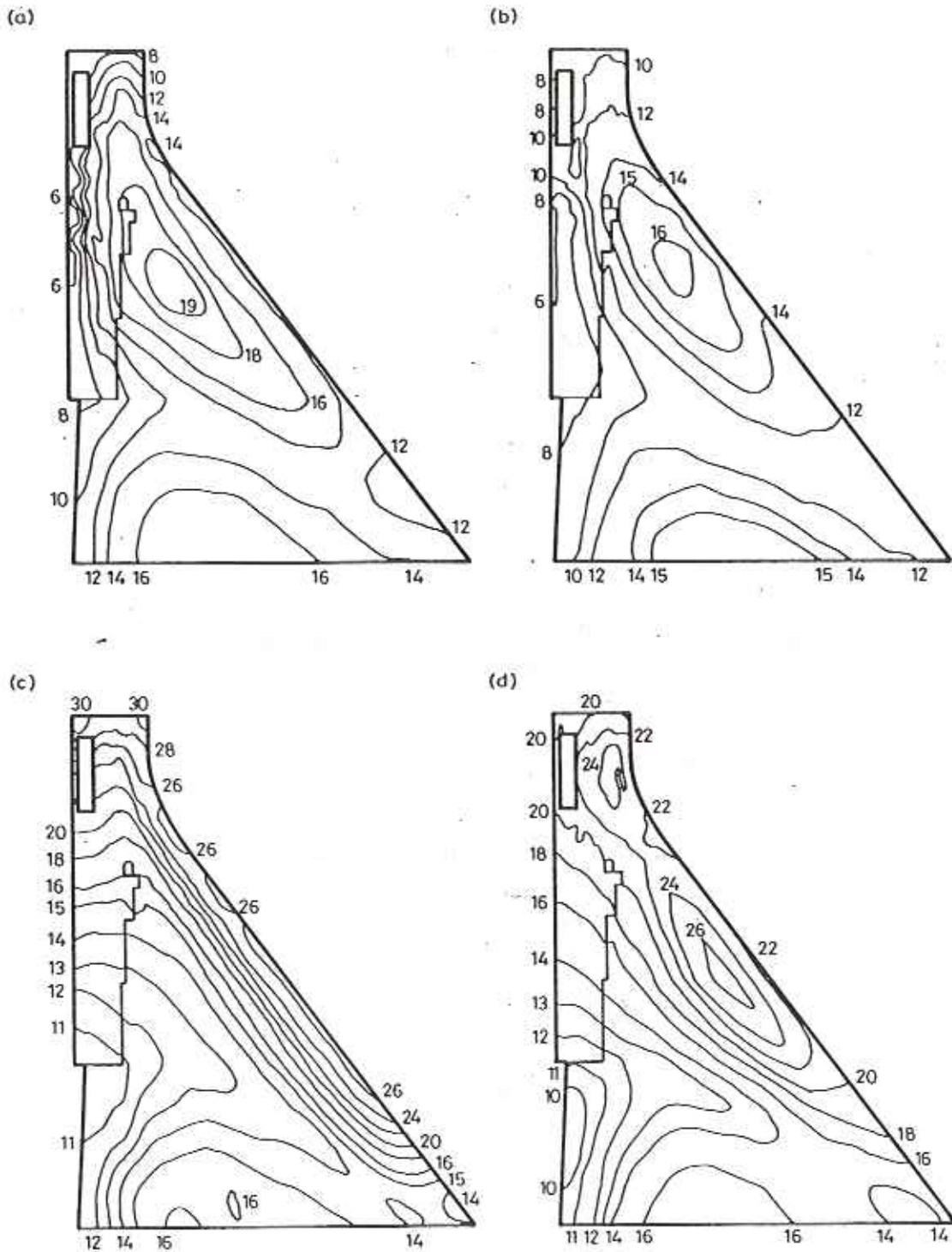


Figura II.25. Líneas isotermas sobre una sección transversal, consideradas en el análisis. a) Invierno, b) Primavera, c) Verano, d) Otoño.

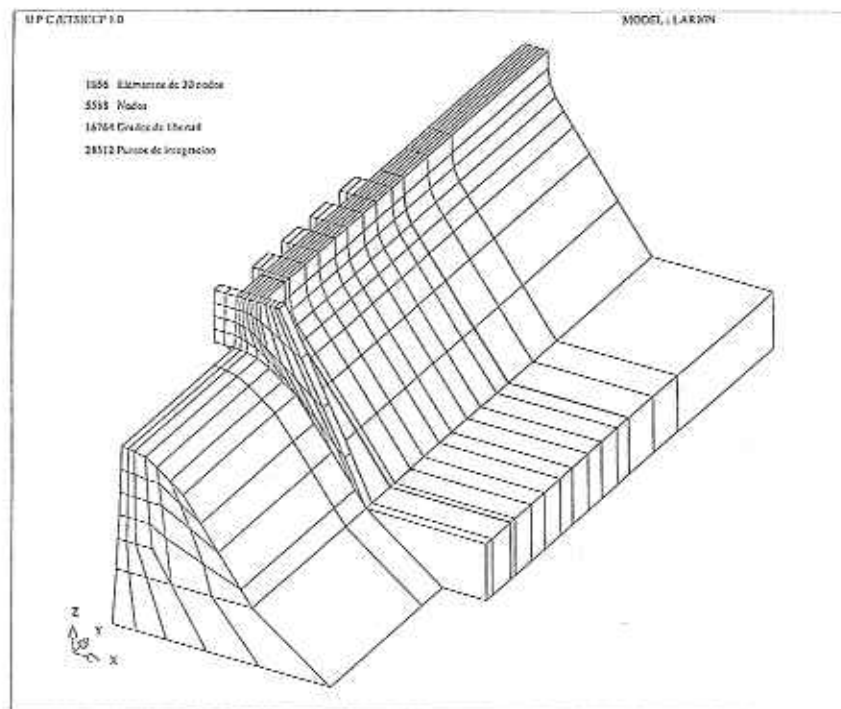


Figura II.26. Vista de la malla de Elementos Finitos empleada para el análisis.

5. RESULTADOS

En la presente sección se presentan los resultados obtenidos a partir del conjunto de datos descritos en el apartado anterior. A efectos de presentación, se dividen dichos resultados en dos grupos:

- *resultados cualitativos*, en los cuales se describe el modo general de deformación de la Presa bajo las acciones consideradas, y los estados finales de fisuración y daño que se obtienen en la simulación numérica.
- *resultados cuantitativos*, en los cuales se detallan en curvas $X - Y$ los desplazamientos según diferentes direcciones, para varios puntos y para varios instantes de tiempo, que se obtienen en la simulación numérica, a la vez que se comparan con las mediciones *in situ* de idénticas magnitudes de que se dispone.

Se pretenden de esta forma dos objetivos:

- demostrar la capacidad del análisis numérico para representar adecuadamente los fenómenos globales que contribuyen a la deformación de la Presa, y
- verificar la validez de las hipótesis introducidas mediante la comparación de los resultados obtenidos con las mediciones *en situ*.

5.1 Resultados cualitativos

A pesar de que los resultados obtenidos corresponden a la superposición de los aspectos de todas las acciones consideradas (peso propio, presión hidrostática, presión intersticial, variaciones térmicas y entumecimiento del hormigón), el efecto de la expansión volumétrica debida al entumecimiento es tan predominante que los resultados obtenidos puedan analizarse cualitativamente en función de dicha acción, casi exclusivamente.

En las Figuras II.27 y II.28 se presentan vistas de la Presa deformada desde aguas arriba y desde aguas abajo respectivamente. Las figuras corresponden al estado final del análisis (32 años a partir del principio del fenómeno del entumecimiento, lo que correspondería aproximadamente al año 1998), en el que puede considerarse que la deformación está estabilizada, ya que la mayor parte de los puntos que pueden entrar en contacto con el agua, ya lo han hecho, y ha transcurrido suficiente tiempo como para alcanzar los correspondientes máximos de deformación volumétrica. Las figuras presentan un factor de amplificación de desplazamientos de 50, que permite observar a simple vista los efectos más importantes.

Resulta claro en estas figuras el modo fundamental de deformación de la Presa por efecto del entumecimiento: el bloque 13-14 (entre las juntas 13 y 14) se comporta como una ménsula con deformación volumétrica impuesta en el parámetro de aguas arriba. Se comporta, por tanto, de forma similar a como lo haría bajo la acción de un fuerte incremento térmico en dicho paramento. La deformación volumétrica provoca desplazamientos según los tres ejes cartesianos de referencia (X, Y, Z):

- según el eje Z (vertical o desplazamiento de nivelación) el movimiento sólo está coartado por el carácter friccional de las juntas 13 y 14. El bloque central sufre importantes movimientos verticales ascendentes (del orden de 5 - 10 *cm.*) mayores en la parte central (alejada de las juntas). En los bloques laterales también se observan movimientos verticales de menor cuantía, debidos por una parte al propio efecto

del entumecimiento en dichos bloques, y al efecto de arrastre debido a la deformación del bloque central, transmitido parcialmente por las juntas. Obsérvese la discontinuidad de desplazamiento que ocurre en la junta 13. Esta junta está poco coartada lateralmente en su extremo superior debido a la existencia del aliviadero, y por tanto las tensiones tangenciales máximas que puede transmitir son insuficientes para impedir el deslizamiento relativo entre sus labios.

- según el eje X (horizontal, o desplazamiento de colimación hacia aguas abajo). El fenómeno del entumecimiento comienza en el paramento de aguas arriba, y progresa, según los mecanismos descritos en el Capítulo I, hacia el paramento de aguas abajo. Esta progresión se ve frenada por la existencia del plano de drenaje, que impide la penetración del agua más allá de dicho plano. El efecto diferencial de mayor deformación volumétrica en el paramento de aguas arriba que en el paramento de aguas abajo provoca que la Presa, y especialmente el bloque central, *flecte* hacia aguas abajo, con importantes movimientos horizontales en coronación (de hasta 15cm). Lo mismo ocurriría bajo la acción de un incremento térmico aplicado al paramento de aguas arriba. Este movimiento horizontal se ve coartado por las juntas laterales, y pueden hacerse los mismos comentarios que respecto al movimiento vertical: se observa una importante discontinuidad de desplazamiento en la junta 13 y otra de menor cuantía en la junta 14, y el correspondiente efecto de arrastre sobre los bloques laterales.
- según el eje Y (horizontal, según el eje longitudinal de la Presa). Este desplazamiento está fuertemente coartado por la propia rigidez de la Presa, y por las condiciones de vinculación impuestas en los dos extremos de la parte de la presa analizada. Debido a esto, su magnitud es inferior a la de las otras componentes de desplazamientos, y su efecto no puede apreciarse en las Figuras II.27 y II.28 donde aparece enmascarado por las componentes x y z del movimiento. En la Figura II.29 se ha presentado la deformada de la Presa afectada sólo del desplazamiento según el eje y , con un factor de amplificación de 150. En esta figura se aprecia como el bloque central *empuja* sobre los bloques laterales, y muy especialmente sobre el bloque del aliviadero, que no opone resistencia a este movimiento en la parte superior.

El modo general de deformación mostrado en las Figuras II.27, II.28 y II.29 concuerda satisfactoriamente con las observaciones y mediciones llevadas a cabo sobre la Presa de Mequinenza, tanto de forma cualitativa

como de forma cuantitativa (como se verá en el apartado 5.2). En particular, el *empuje* del bloque central sobre el primer vano del aliviadero.

Cabe señalar que los desplazamientos calculados y medidos corresponden a una Presa con tipología de Presa de Gravedad, compuesta por bloques transversales que se comportan muy aproximadamente como ménsulas. Normalmente estas presas admiten el cálculo simplificado que supone geometría bidimensional con la hipótesis de deformación plana. En el caso que nos ocupa el carácter global de la deformación es marcadamente tridimensional, debido por una parte a la localización de los mayores valores de entumecimiento en el bloque central, y por otra, al factor de asimetría que introduce la consideración del aliviadero.

Debe señalarse también que otras tipologías de Presa, sometidas a acciones del mismo tipo, pueden comportarse de forma radicalmente distinta. Así por ejemplo, en Presas bóveda o arco-gravedad el entumecimiento del hormigón del paramento de aguas arriba puede provocar desplazamientos en coronación hacia aguas arriba, si el efecto de deformación de los *arcos* (secciones horizontales) es predominante sobre el de deformación de las *ménsulas* (secciones verticales) [1].

En las Figuras II.30 y II.31 se presentan vistas de los niveles de la variable de degradación o de daño d desde aguas abajo y aguas arriba, respectivamente. Como ya se explicó en el Capítulo I, una de las ventajas del modelo isótropo de daño continuo es que el estado del material queda definido por una variable escalar de daño, que es, además, adimensional, variando su valor entre cero para el material intacto, hasta 1 para material totalmente degradado. Los gráficos de niveles de degradación son muy útiles para observar el estado general de la Presa, y definir las zonas que han sufrido daños (fisuración) de consideración.

En la Figura II.30 se observa que el daño se concentra en la parte superior aguas abajo del bloque 13-14, que es donde se producen las mayores tracciones debidas al entumecimiento. Esto es debido a que la parte de aguas arriba, al entumecer, intenta arrastrar al resto en su movimiento vertical ascendente. Este movimiento vertical provoca tracciones y degradación por tracción en la parte de aguas abajo, que no sufre entumecimiento. Se observa también en esta figura una concentración del daño en la zona próxima al aliviadero debida al empuje del bloque 13-14.

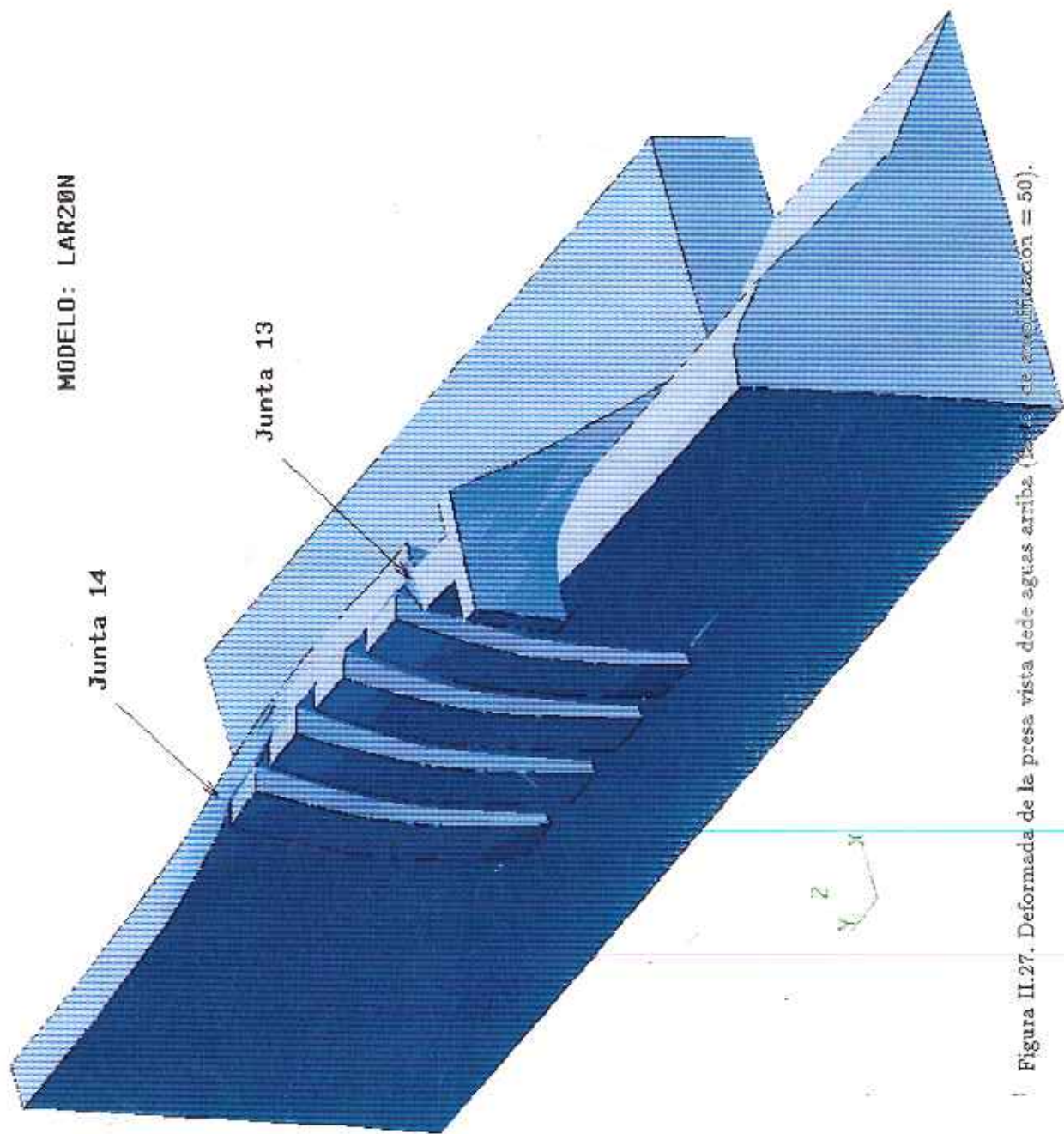


Figura II.27. Deformada de la presa vista desde aguas arriba. (Nivel de embalsamiento = 50).

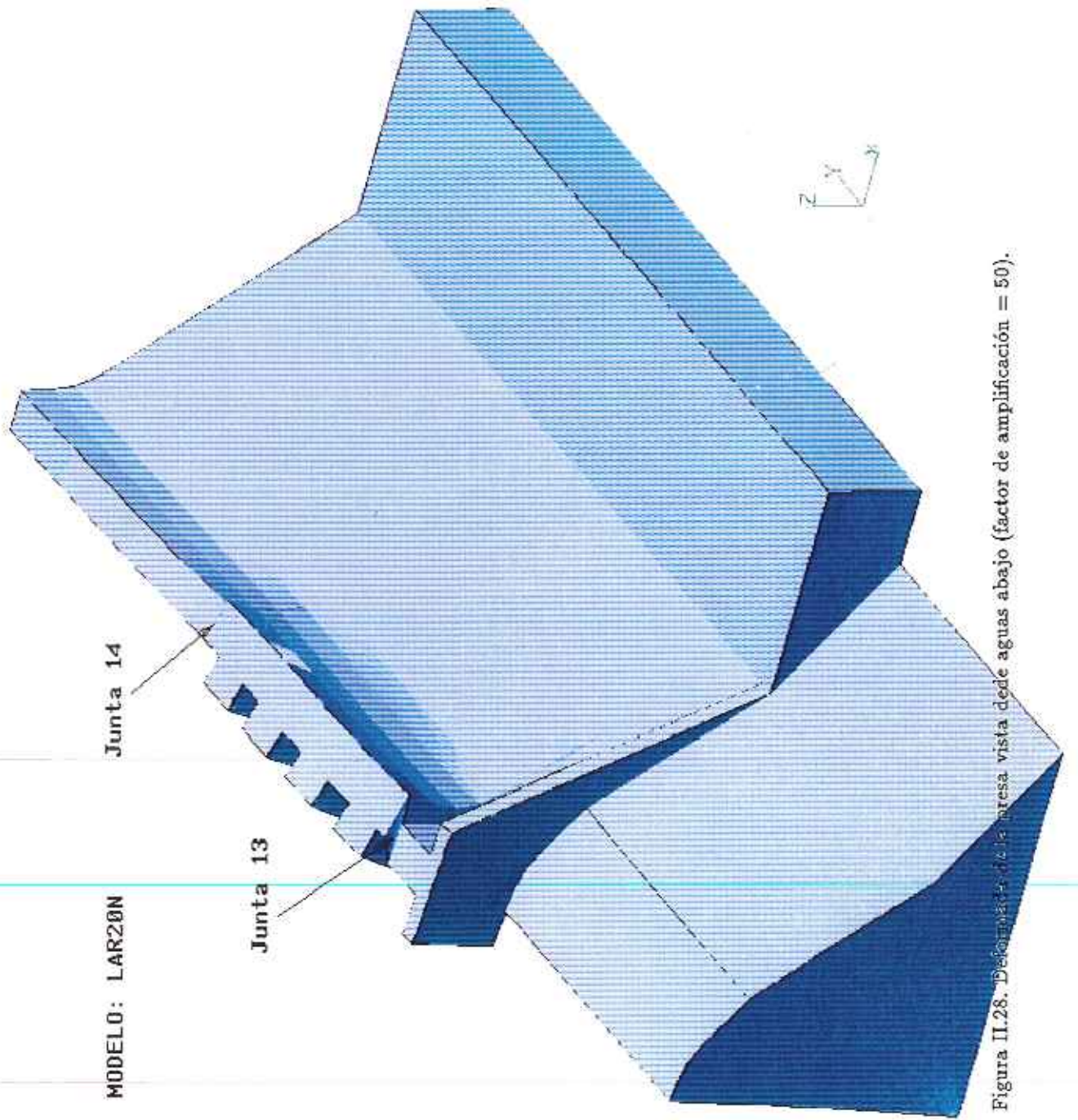


Figura II.28. Deformación de la presa vista desde aguas abajo (factor de amplificación = 50).

MODELO: LAR20N

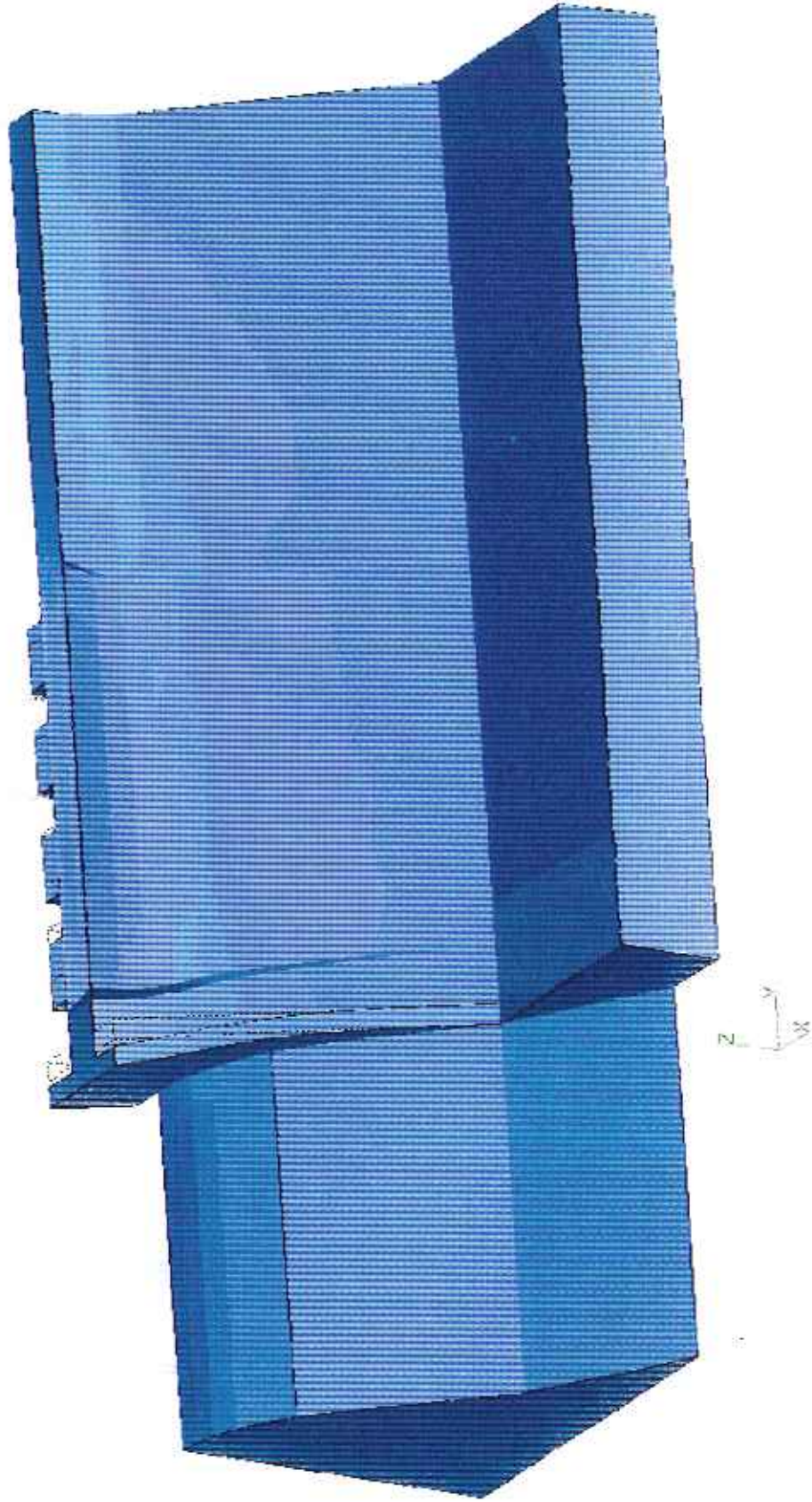


Figura II.29. Deformada según el eje longitudinal (factor de amplificación = 150).

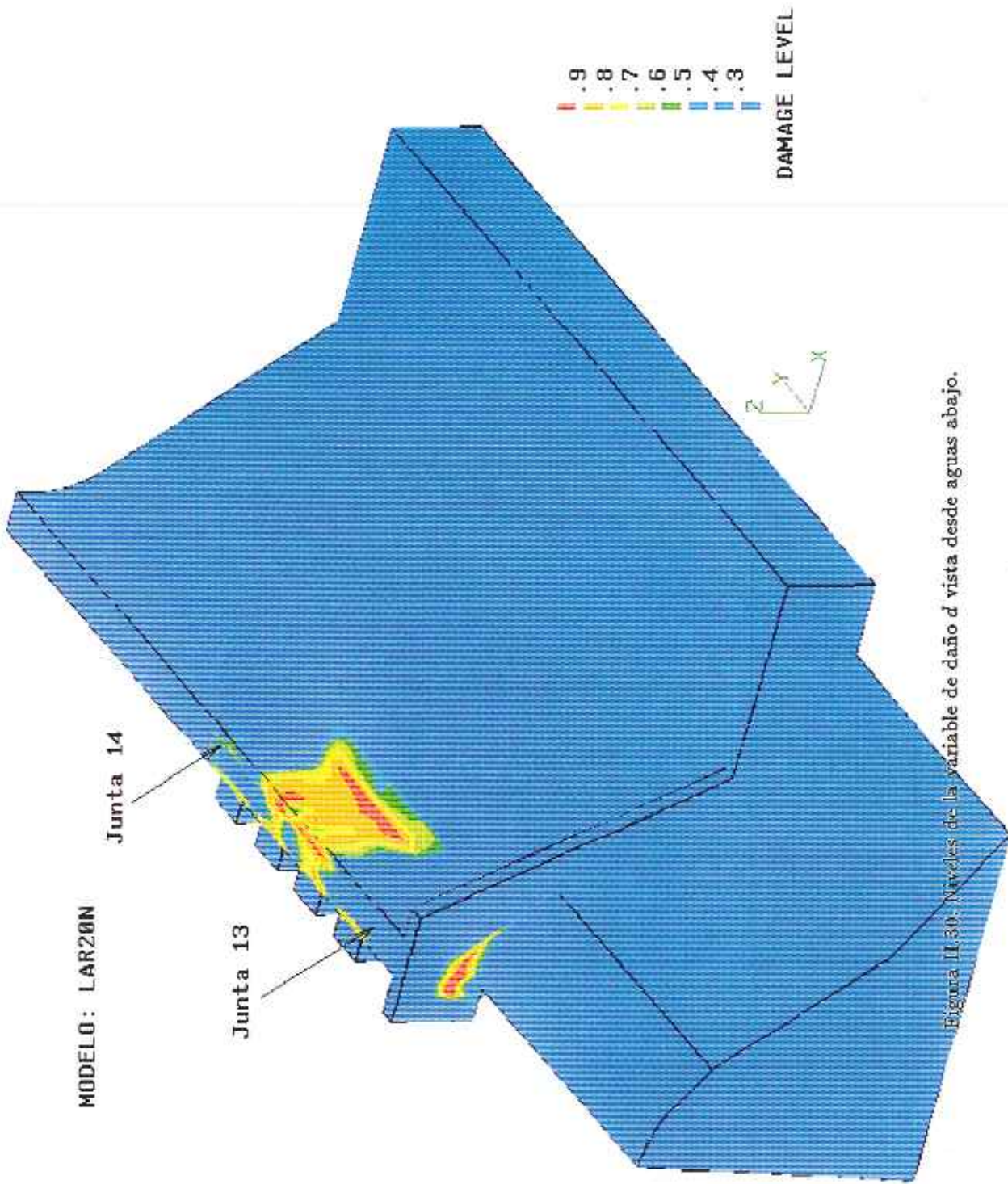
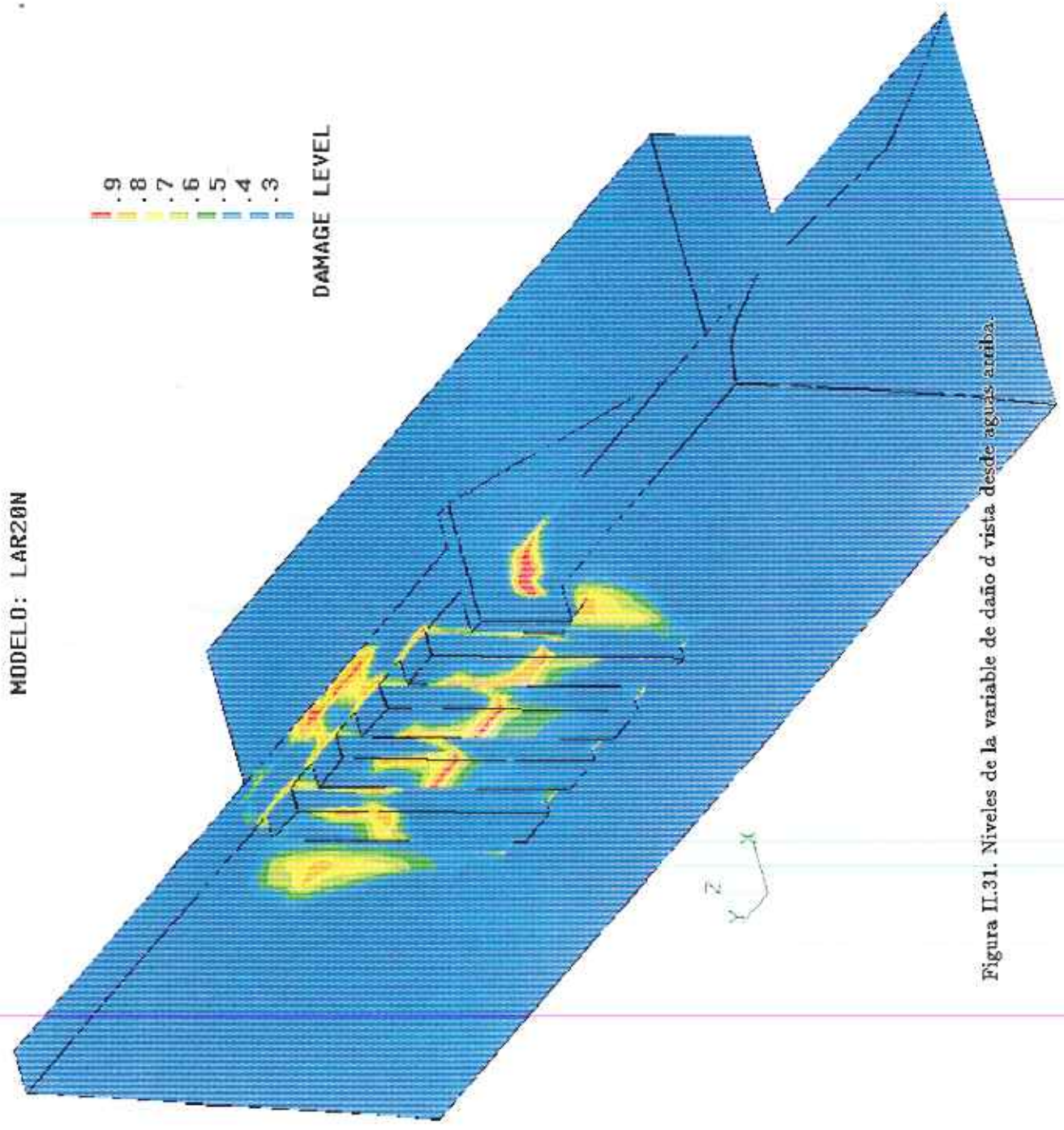


Figura II.30: Niveles de la variable de daño d vista desde aguas abajo.

MODELO: LAR20N



DAMAGE LEVEL

Figura II.31. Niveles de la variable de daño d vista desde aguas arriba.

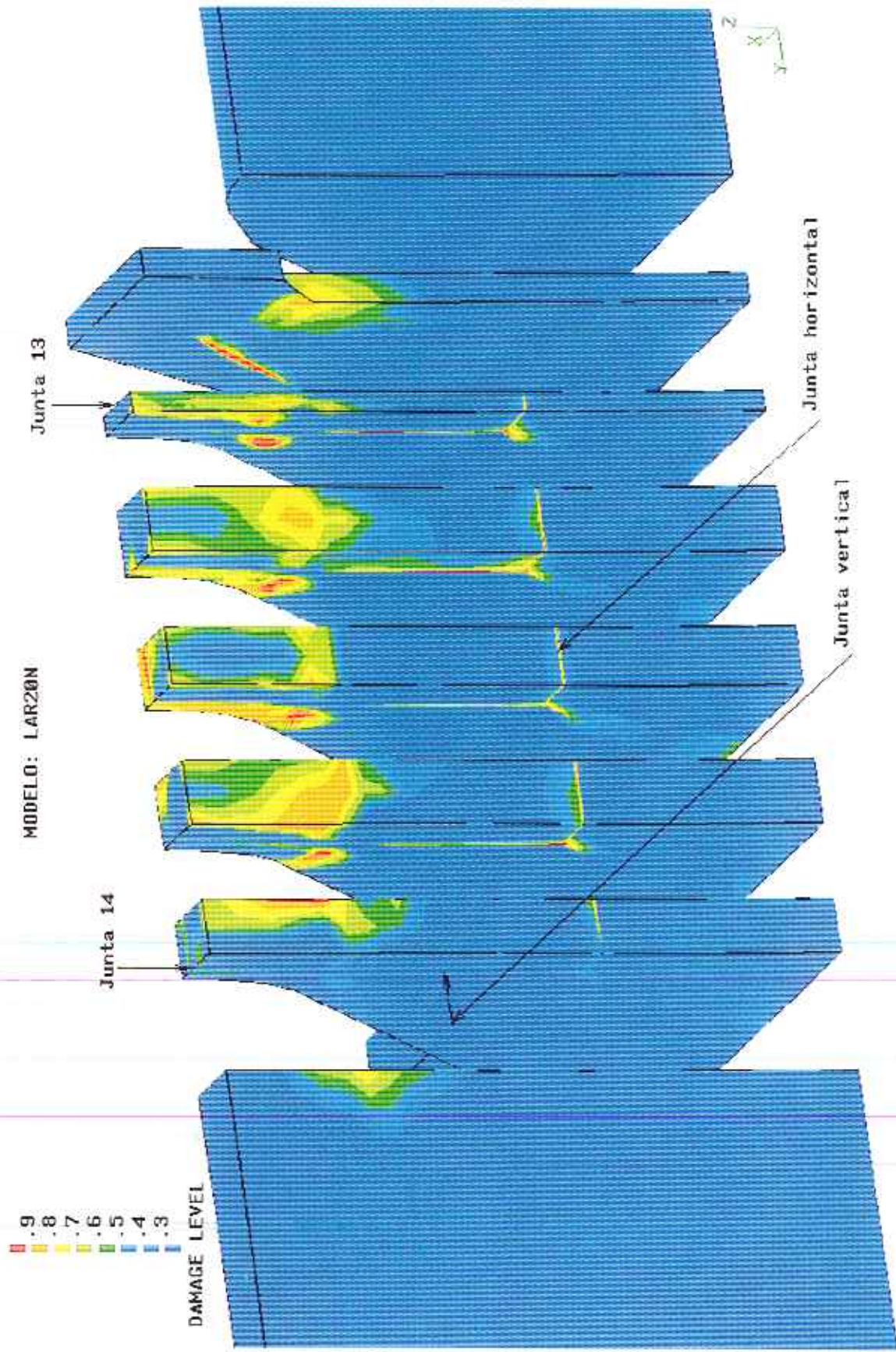


Figura II.32. Distribución del daño en el interior de la presa. Vista desde aguas arriba y estribo izquierdo.

MODELO: LAR20N

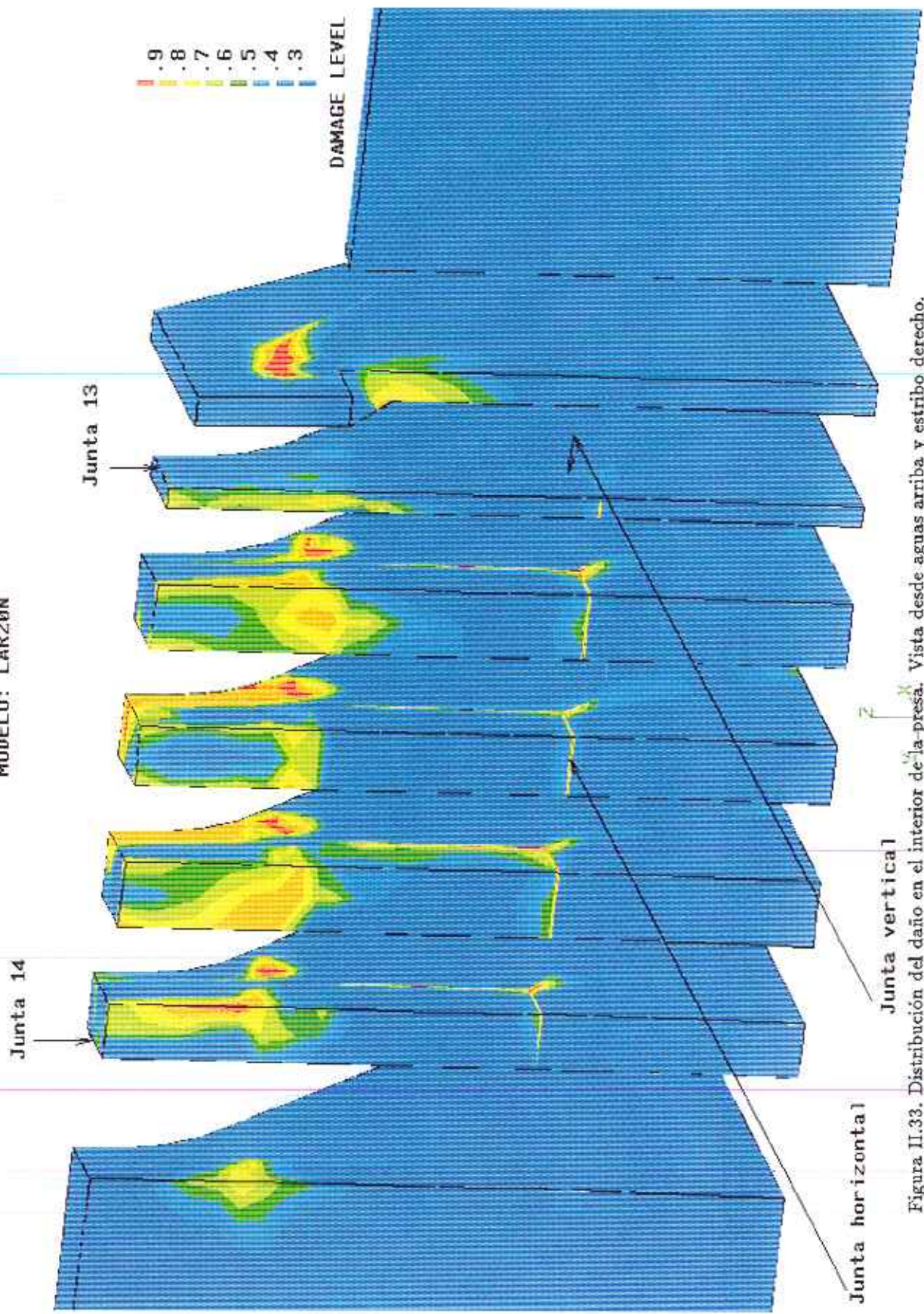


Figura II.33. Distribución del daño en el interior de la presa. Vista desde aguas arriba y estribo derecho.

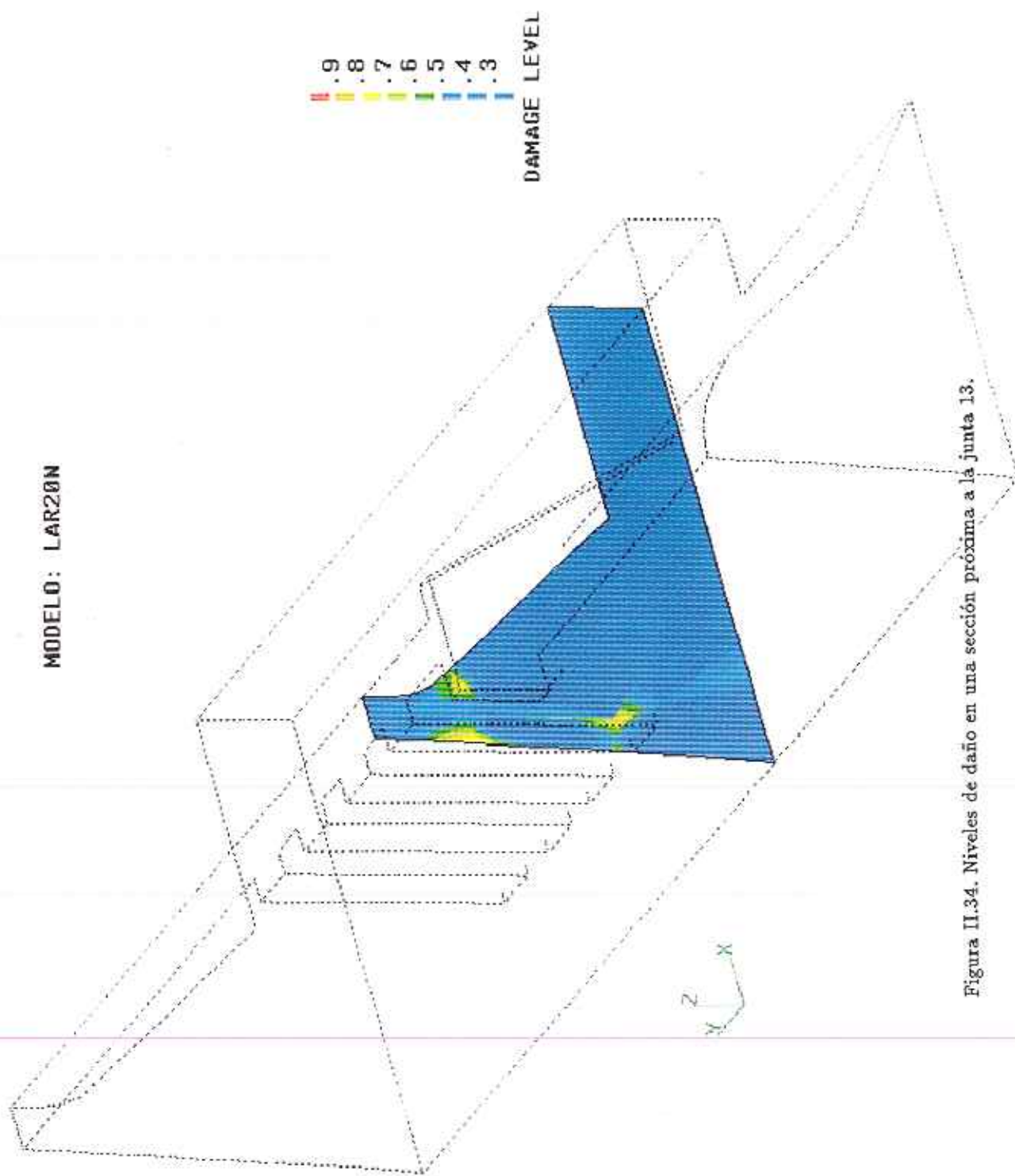


Figura II.34. Niveles de daño en una sección próxima a la junta 13.

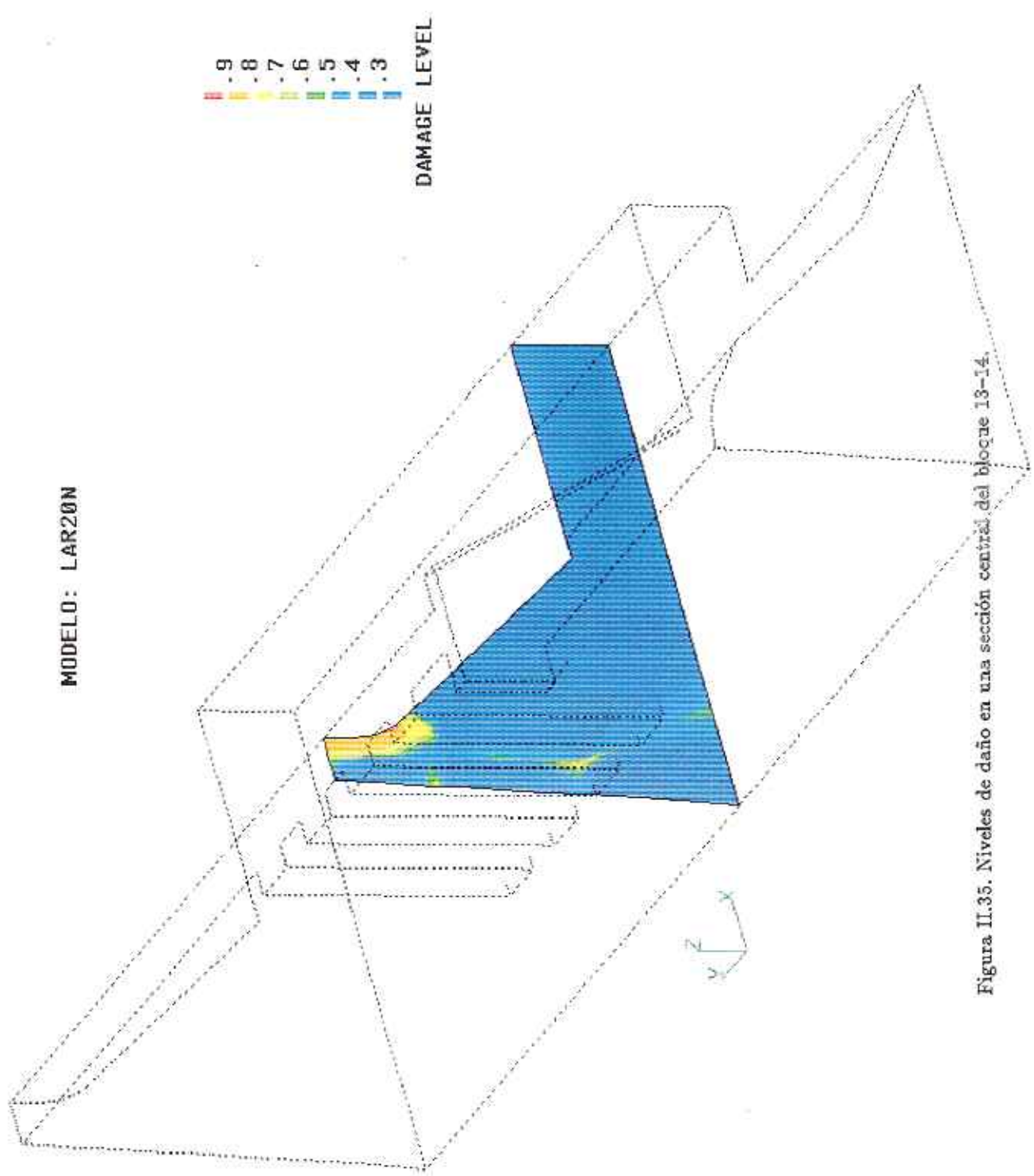


Figura II.35. Niveles de daño en una sección central del bloque 13-14.

MODELO: LARZON

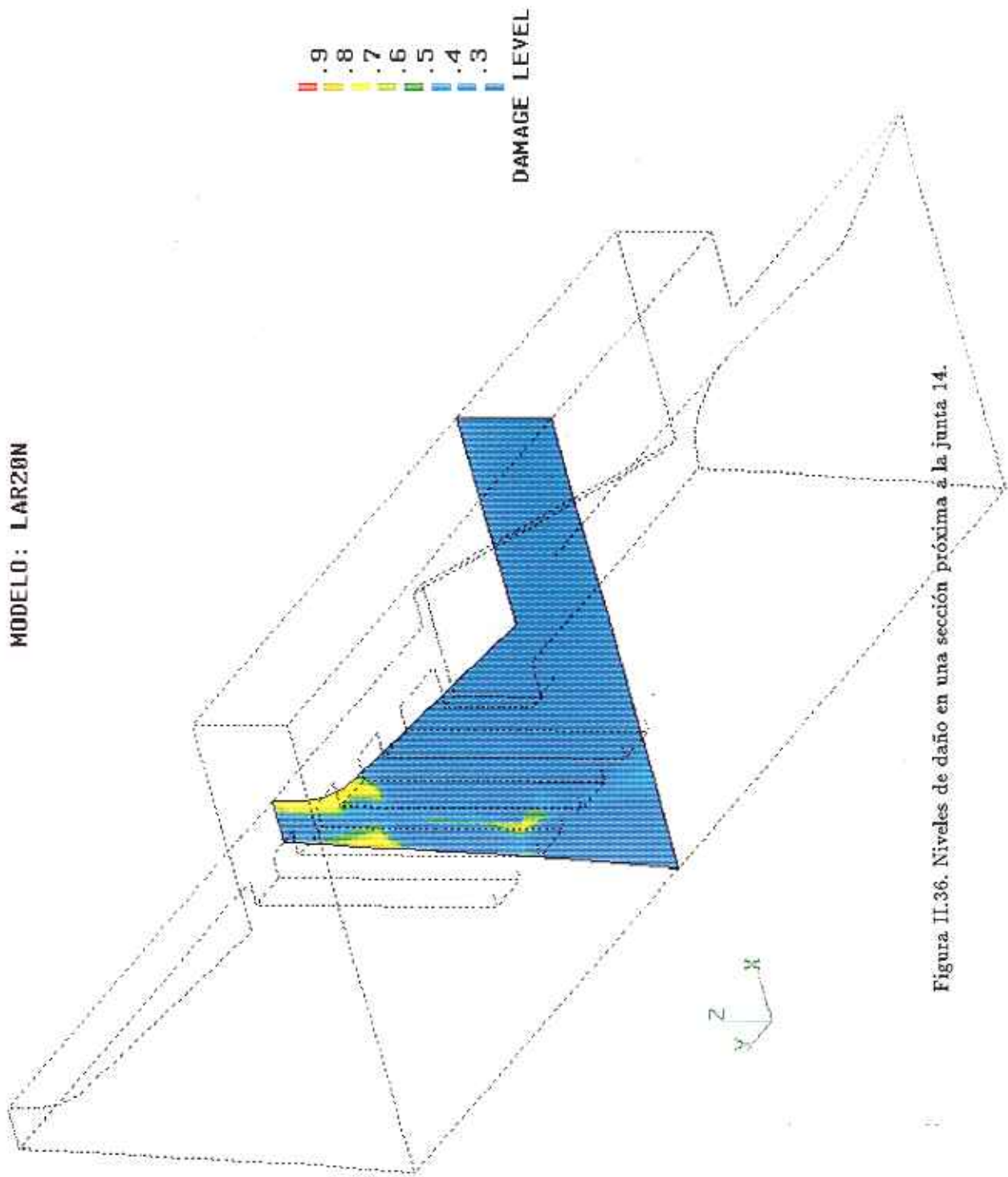


Figura II.36. Niveles de daño en una sección próxima a la junta 14.

MODELO: LAR20N

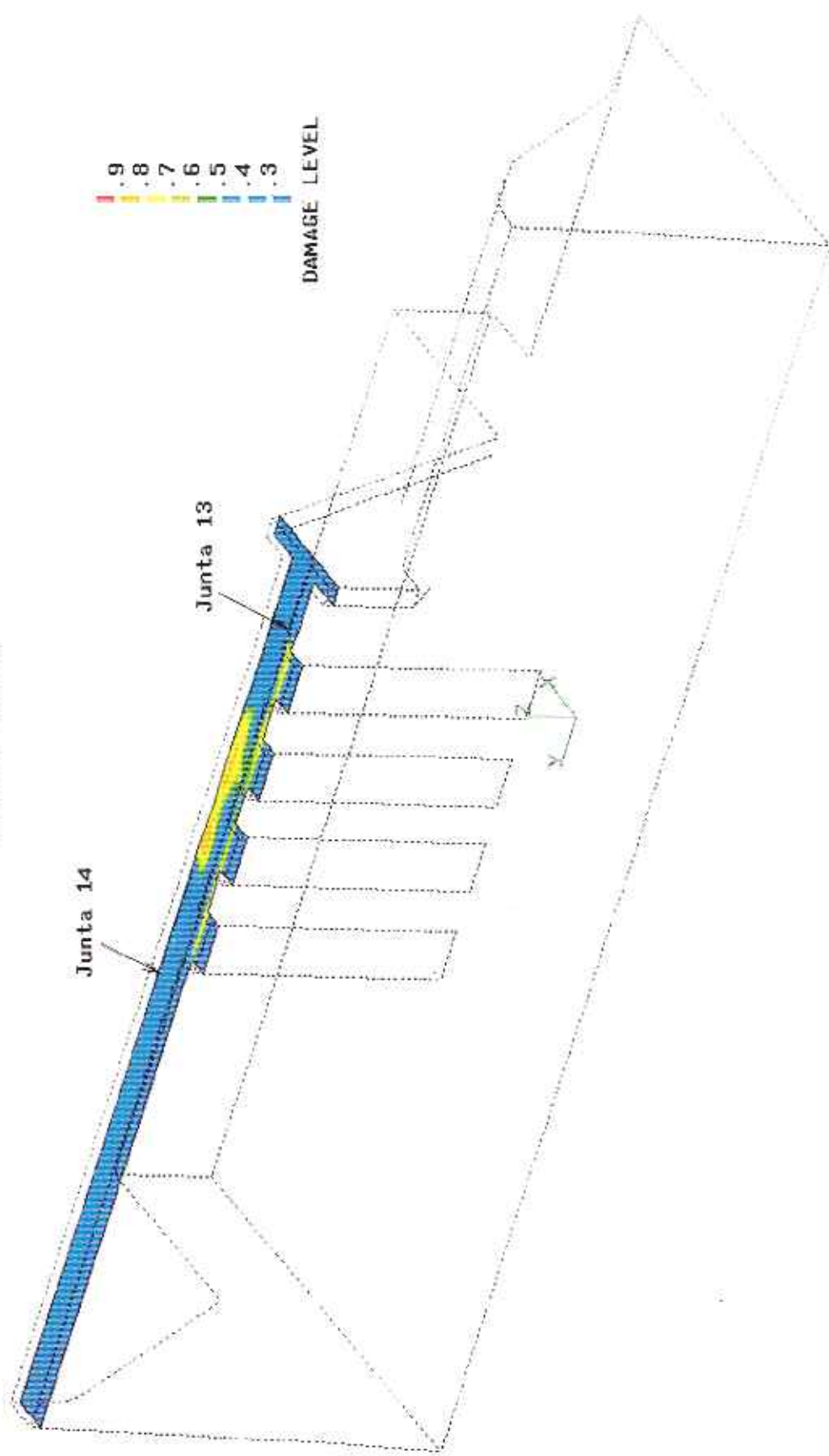


Figura II.37. Niveles de daño en una sección a la altura de la coronación.

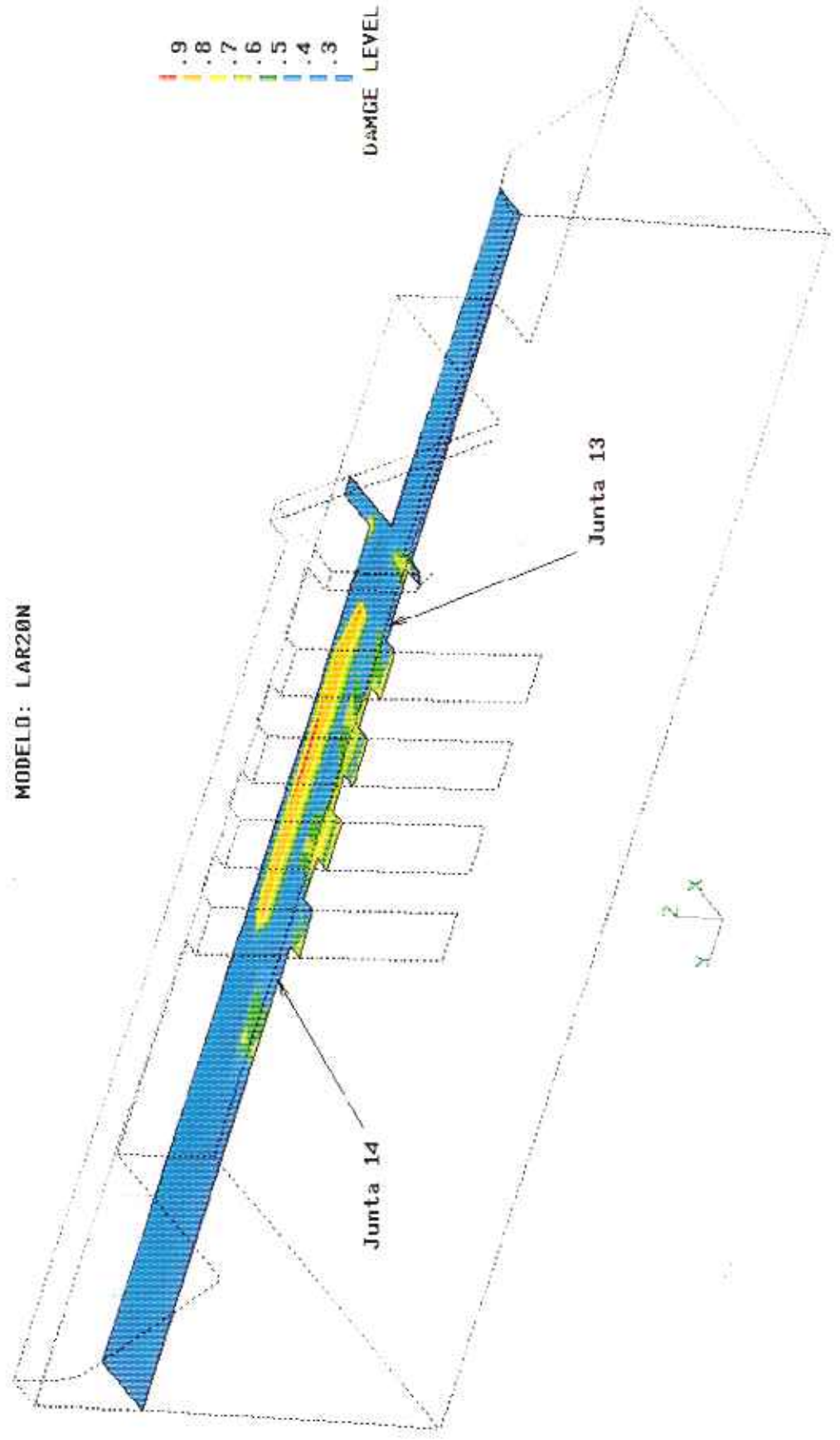


Figura II.38. Niveles de daño en una sección a la altura del aliviadero.

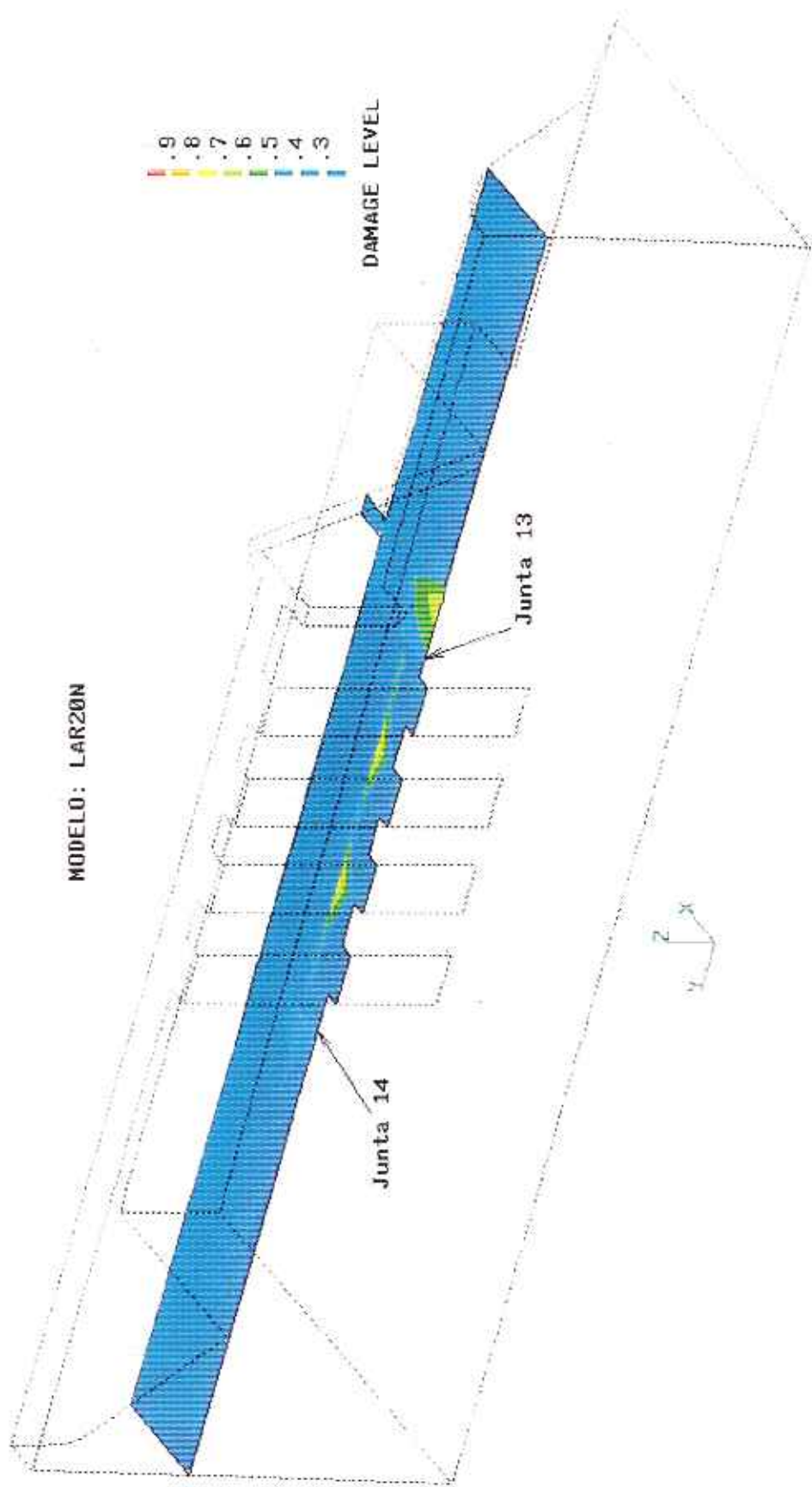


Figura II.39. Niveles de daño en una sección a mitad de las estructuras de toma.

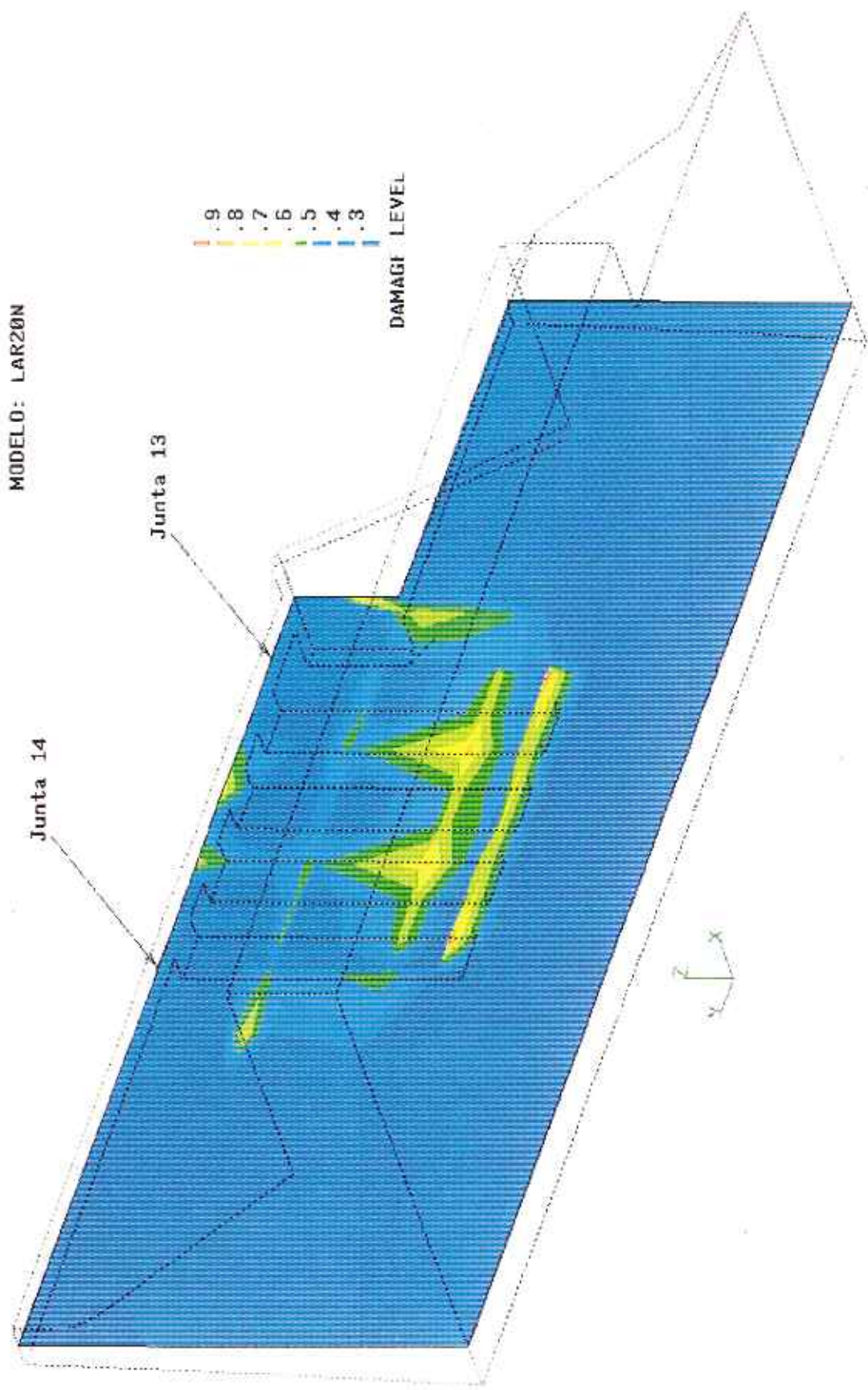


Figura II.40. Niveles de daño en una sección longitudinal.

MODELO: LAR20N

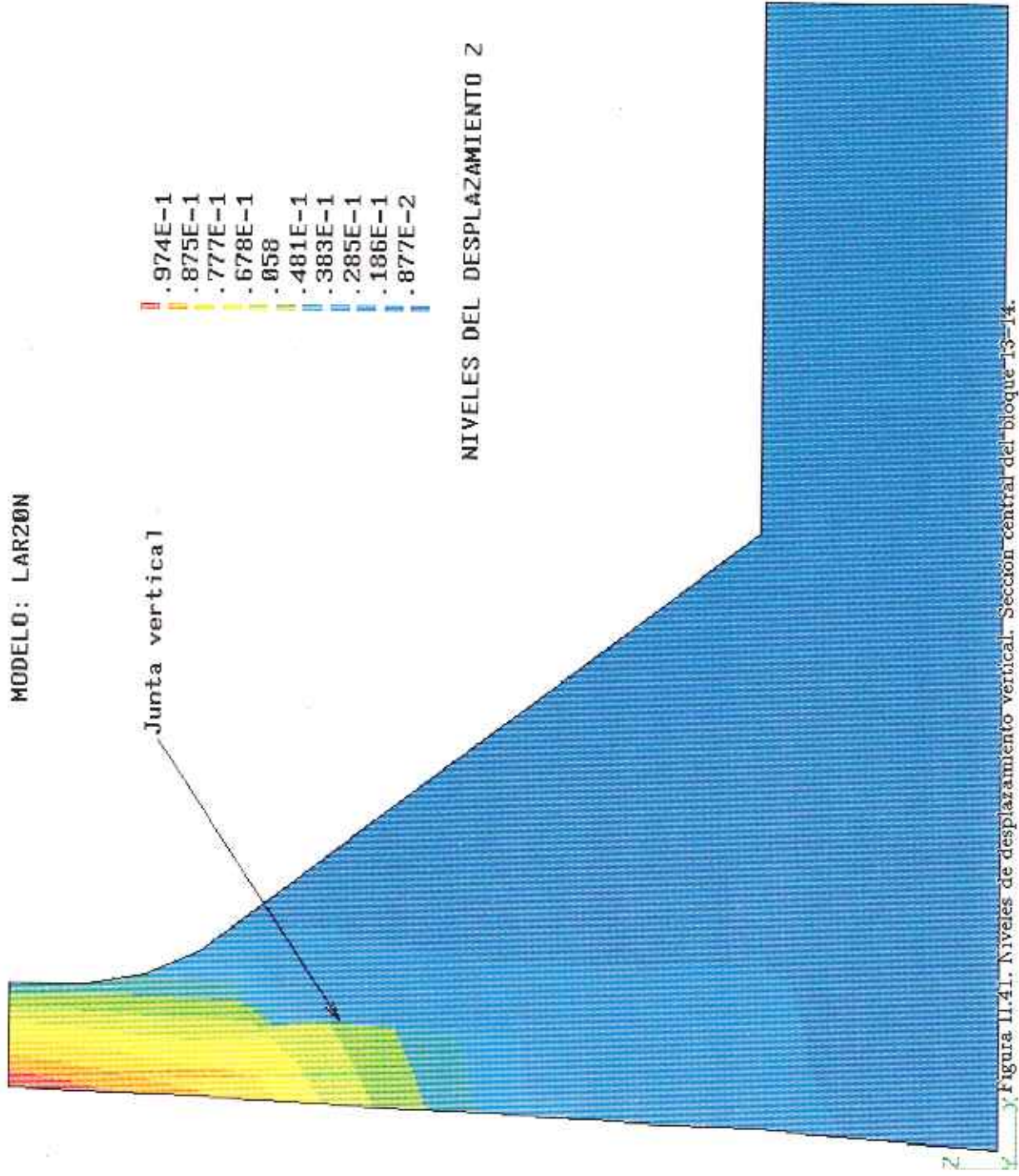


Figura 11.41. Niveles de desplazamiento vertical. Sección central del bloque 13-14.

MODELO: LAR20N
DESPLAZAMIENTO Z

Deformada

Malla original



Junta vertical

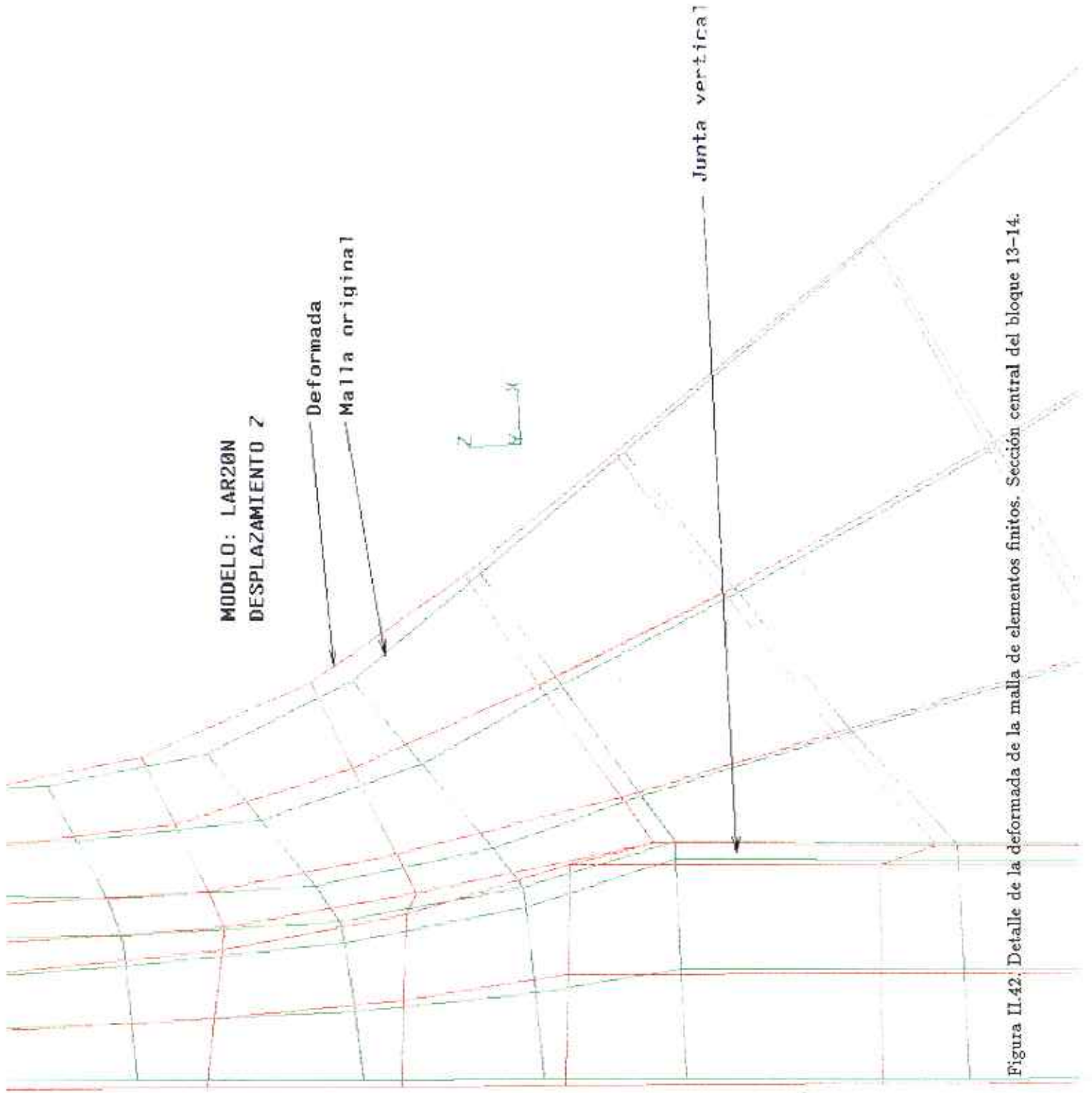


Figura II.42. Detalle de la deformada de la malla de elementos finitos. Sección central del bloque 13-14.

En la Figura II.31 se observan también las zonas de degradación que se producen en los bloques laterales debido a las fuerzas verticales que el bloque 13-14 transmite por fricción a través de las juntas transversales. Estas zonas de daño se localizan próximas a las juntas 13 y 14. El daño que se produce en las cuatro estructuras de toma, es debido a la deformación por flexión que sufren estas estructuras. El daño es mayor en las dos estructuras centrales, donde la deformación alcanza valores más altos.

En las Figuras II.32 y II.33 se intenta dar una visión de cómo se distribuye el daño en el interior de la Presa. Para ello se han eliminado algunas lajas de elementos, permitiendo dibujar los niveles de daño en las secciones transversales así creadas. De nuevo puede verse como el daño se concentra en el bloque 13-14 y en las zonas inmediatas de los bloques laterales. Dentro del bloque central la degradación es más intensa en la parte superior aguas abajo debido al efecto de arrastre que el entumecimiento aguas arriba provoca en su movimiento ascendente. En estas figuras se ve también la degradación que sufre las juntas longitudinales, horizontal y vertical, modelizadas con la misma ecuación constitutiva del hormigón, pero con una menor resistencia a tracción f_t (ver apartado 4.2).

Las Figuras II.34, II.35 y II.36 presentan las distribuciones de daño en tres secciones transversales pertenecientes al bloque 13-14. De nuevo puede observarse la distribución tridimensional del daño, que se concentra en la parte superior de la zona central del bloque 13-14, y en las juntas longitudinales.

Las Figuras II.37, II.38 y II.39 presentan las distribuciones de daño en tres secciones horizontales a distintas alturas: a nivel de coronación, a nivel aliviadero y a mitad de altura de las estructuras de toma, respectivamente. La zona de mayor degradación corresponde al nivel aliviadero en la zona central del bloque 13-14 y es mucho más reducida en niveles inferiores.

La Figura II.40 muestra la distribución de daño en una sección longitudinal según el eje central de la coronación. No se aprecian niveles altos de degradación salvo en zonas muy localizadas.

Las Figuras II.41 y II.42 muestran como se de forma la junta longitudinal vertical en un corte según la sección central del bloque 13-14.

En la Figura II.41 se representan los niveles de desplazamiento vertical. Puede observarse claramente como estas líneas presentan un marcado quiebro a derecha e izquierda de los elementos que representan la junta.

En la Figura II.42 puede observarse este mismo efecto, ahora superponiendo la malla deformada (considerando los desplazamientos verticales únicamente) sobre la malla original. Se puede observar, por un lado, la distorsión que sufren los elementos que representan la junta, y por otro, el alargamiento vertical que sufren los elementos situados inmediatamente sobre y hacia aguas abajo de la junta. Véase en las figuras anteriores (Figuras II.32, II.33, II.34, II.38) que en esta zona se produce la máxima degradación de daño del material.

5.2 Resultados cuantitativos

La comparación entre los resultados obtenidos en la simulación numérica y los desplazamientos medidos *in situ* se hacen a lo largo de tres líneas preseleccionadas (ver Figura II.43):

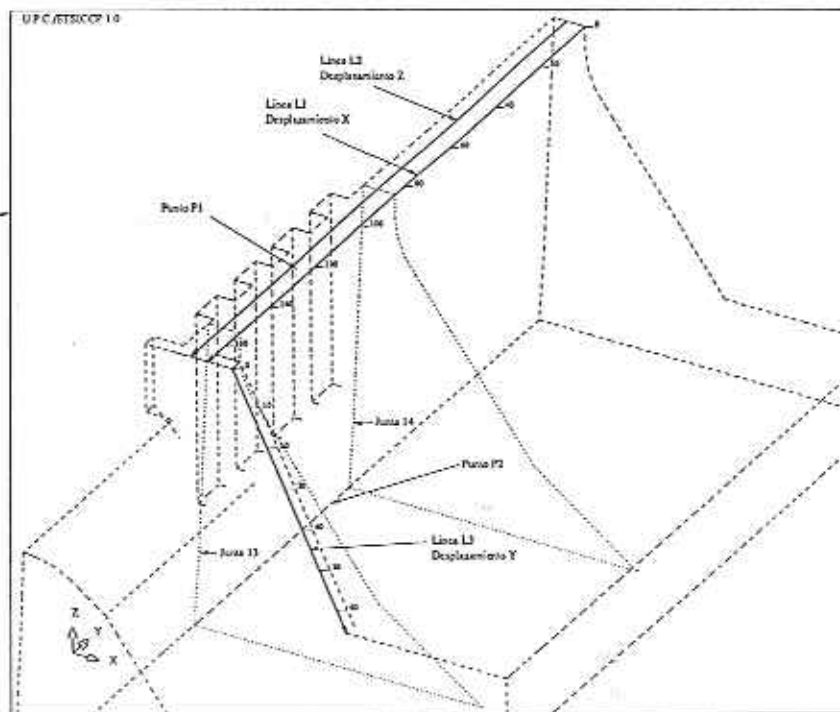


Figura II.43. Líneas de comparación de desplazamientos.

- línea $L1$, a nivel de coronación. Se utiliza para comparar los movimientos según el eje X , horizontales y hacia aguas abajo.
- línea $L2$, a nivel de coronación. Se utiliza para comparar los movimientos según el eje Z , verticales y hacia arriba.
- línea $L3$, o línea vertical sobre el paramento que separa el bloque central del aliviadero. Se utiliza para comparar los movimientos según el eje Y , en la dirección del eje longitudinal de la Presa.

Las cotas sobre las líneas vienen expresadas en metros y sirven para interpretar los gráficos posteriores (Figuras II.44 a II.49).

La Figura II.44 muestra la comparación entre el desplazamiento según el eje X calculado a lo largo de la línea $L1$ y los valores proporcionados por la auscultación en el año 1989, para varios puntos situados a lo largo de dicha línea. La curva continua representa los valores calculados sin tener en cuenta las variaciones térmicas estacionales (que como se verá posteriormente proporcionan esencialmente una oscilación con respecto a los valores medios). Los trazos verticales representan el rango de valores sobre los valores máximos y mínimos del desplazamiento medidos en la Presa donde se incluyen, naturalmente, las oscilaciones térmicas. Se pone de manifiesto que la simulación numérica representa de forma notablemente aproximada el carácter marcadamente tridimensional de la deformada real. El acuerdo, tanto cualitativa como cuantitativamente, es satisfactorio. Puede observarse la importante discontinuidad de desplazamientos que se produce de un lado a otro de la junta 13 (a la derecha del gráfico), del orden de 10cm. , similar a lo que se produce en la realidad. La junta 14, a pesar de tener los mismos parámetros de cohesión y rozamiento, desliza aproximadamente 1cm. , valor inapreciable en las mediciones de que se dispone.

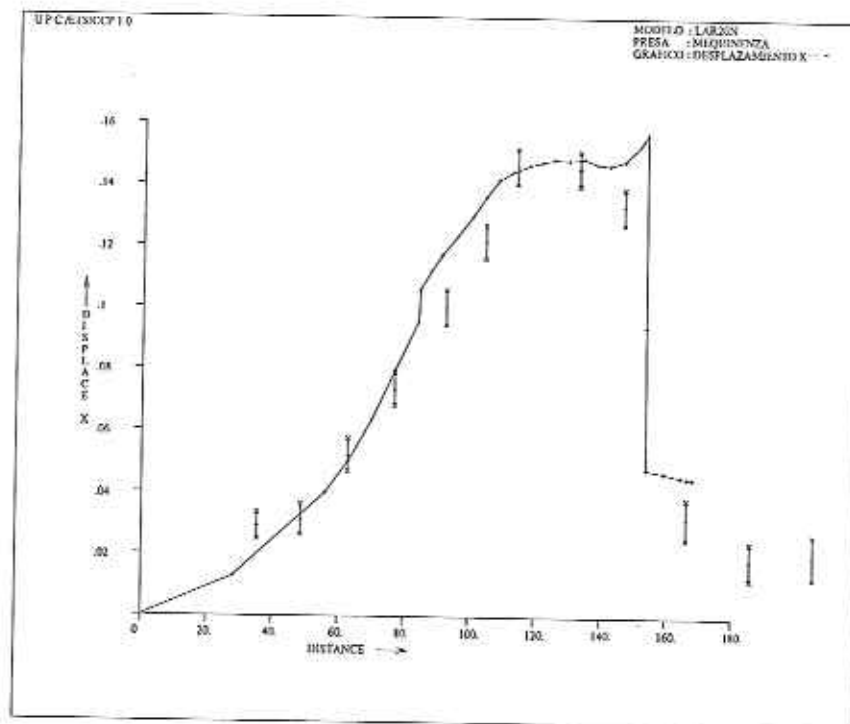


Figura II.44. Comparación del desplazamiento X sobre la línea $L1$.

La Figura II.45 muestra la comparación entre el desplazamiento Z calculado a lo largo de la línea $L2$ y los valores medidos por nivelación para varios puntos situados a lo largo de dicha línea. De nuevo se pone de manifiesto el carácter tridimensional de la deformación, y el acuerdo general entre la simulación numérica y las mediciones. Se conserva también la influencia de la condición artificial de empotramiento, impuesta en el modelo, en el extremo izquierdo del gráfico, donde en realidad se miden desplazamientos del orden de 1 cm. El deslizamiento vertical de la junta 13 (a la derecha) es algo superior al medido, mientras que la junta 14 no tiene, en el modelo, deslizamiento vertical apreciable.

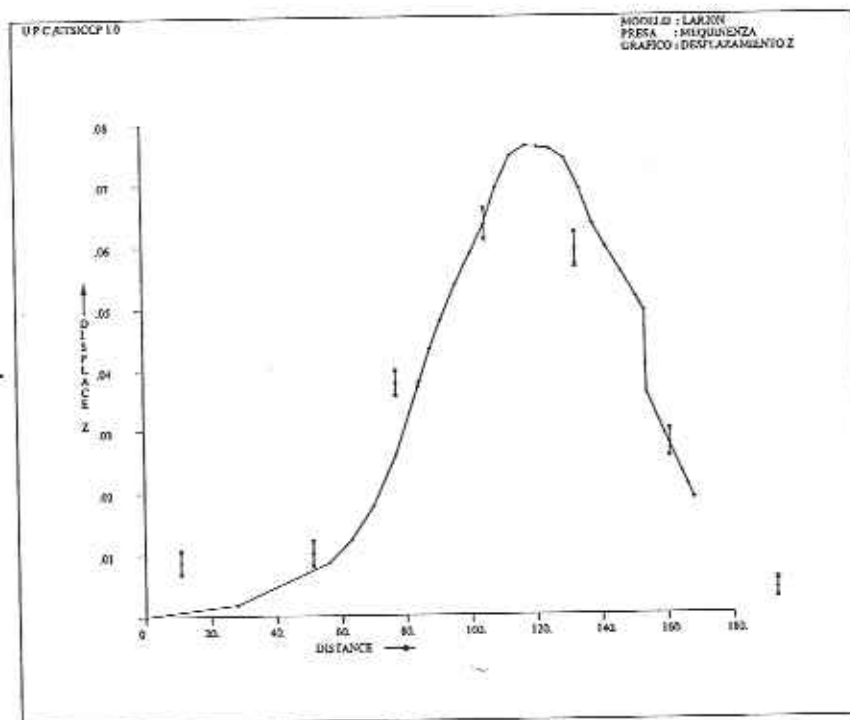


Figura II.45. Comparación del desplazamiento Z sobre la línea $L2$.

La Figura II.46 muestra la comparación entre el desplazamiento Y calculado a lo largo de la línea $L3$ y los valores medidos para puntos situados a diferentes cotas a lo largo de dicha línea. Este desplazamiento es debido a la asimetría longitudinal de la geometría de la presa y, como se ha comentado al hablar de la Figura II.29 representa un efecto importante de la deformación de la estructura, al influir en el mal funcionamiento de las compuertas del aliviadero. Aunque los resultados del modelo numérico son algo superiores a los valores medidos en la Presa, el acuerdo general es notable.

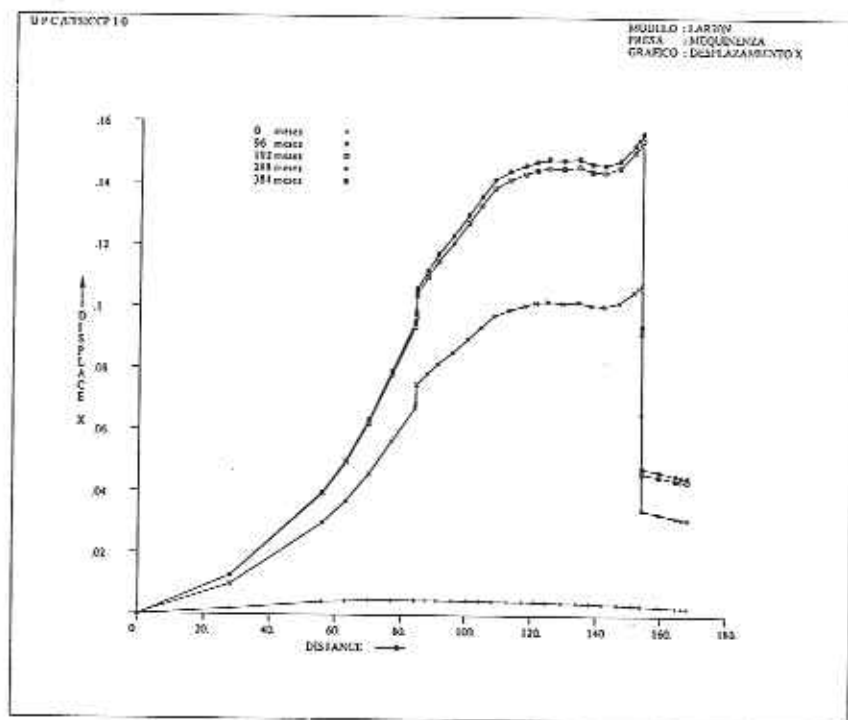


Figura II.47. Evolución temporal del desplazamiento X sobre la línea $L1$.

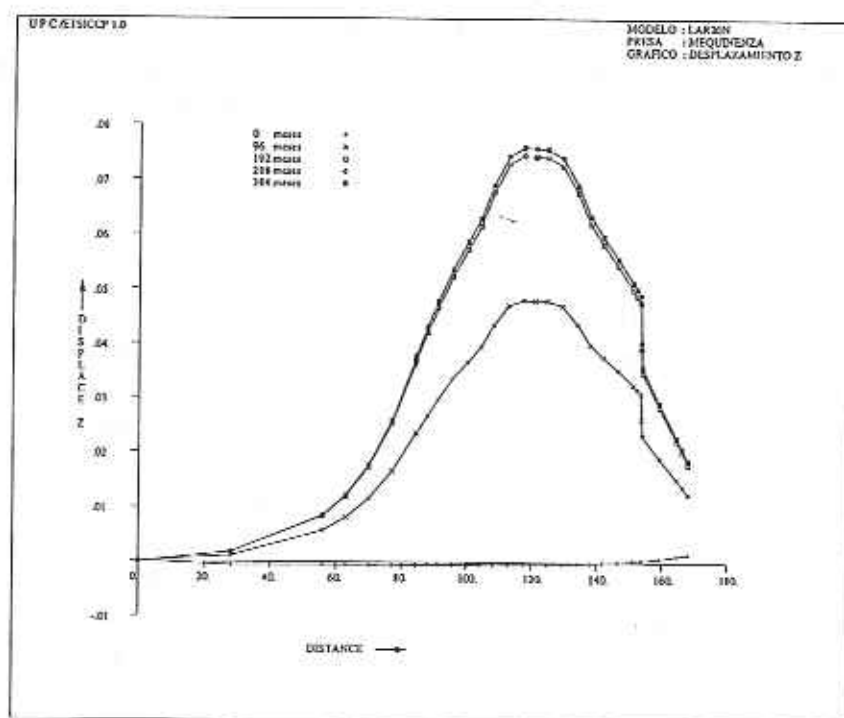


Figura II.48. Evolución temporal del desplazamiento Z sobre la línea $L2$.

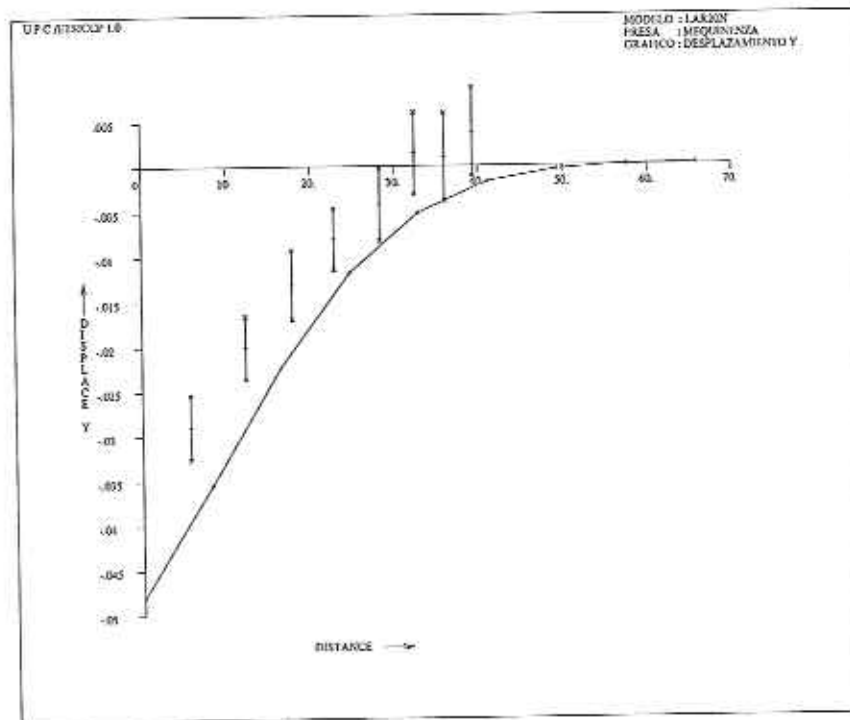


Figura II.46. Comparación del desplazamiento Y sobre la línea $L3$.

Del estudio de las Figuras II.44, II.45, y II.46 puede concluirse que los resultados obtenidos comparan muy favorablemente con los valores medidos *in situ*. Hay que resaltar el hecho de que se han comparado las tres componentes del vector desplazamiento a lo largo de tres líneas distintas de la Presa. Esto garantiza un acuerdo global satisfactorio entre el modo de deformación del modelo numérico y el conjunto de mediciones y observaciones de que se dispone.

Las Figuras II.47, II.48 y II.49 presentan la evolución en el tiempo de las deformadas de los gráficos anteriores, según las líneas $L1$, $L2$ y $L3$, respectivamente. Se observa que la forma de las curvas no cambia sustancialmente con el tiempo, aunque sí aumenta progresivamente la magnitud de los desplazamientos. Este aumento en el tiempo es muy rápido en los 8 primeros años de análisis (96 meses), en los que se alcanza aproximadamente el 70% de la deformación final. A los 16 años (182 meses) se ha alcanzado prácticamente el 95% de la deformación, y a los 24 años (288 meses) la deformación está casi estabilizada. Nótese que el tiempo transcurrido entre las dos primeras curvas es el mismo que entre las dos últimas (8 años).

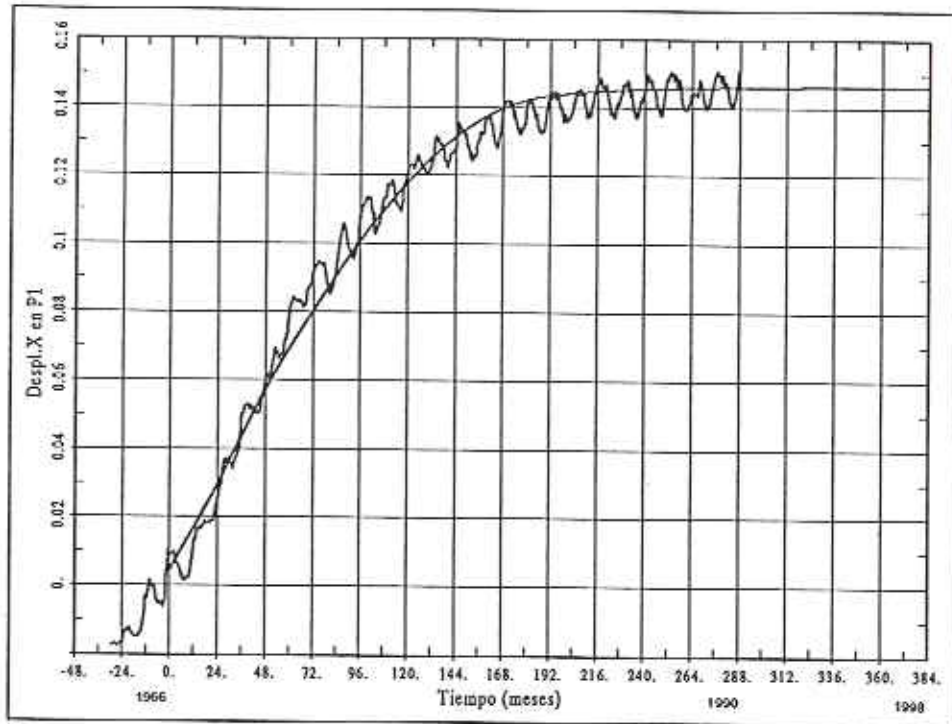


Figura II.50. Comparación del desplazamiento X en el punto $P1$.

6. ESTUDIOS PARAMETRICOS

En esta sección se pretende reflejar el proceso de análisis que se ha llevado a cabo para llegar a los resultados presentados en el apartado precedente. De la comparación de los resultados obtenidos al variar alguna de las hipótesis o de los parámetros que intervienen como datos para el cálculo se extraen conclusiones sobre la importancia de dichas hipótesis y parámetros en los resultados finales que proporciona el modelo numérico.

Los parámetros que se consideran en este apartado son:

- extensión de la zona de análisis y condiciones de contorno,
- distribución de valores máximos de entumecimiento,
- orden de interpolación de los elementos finitos,
- efecto de la temperatura,

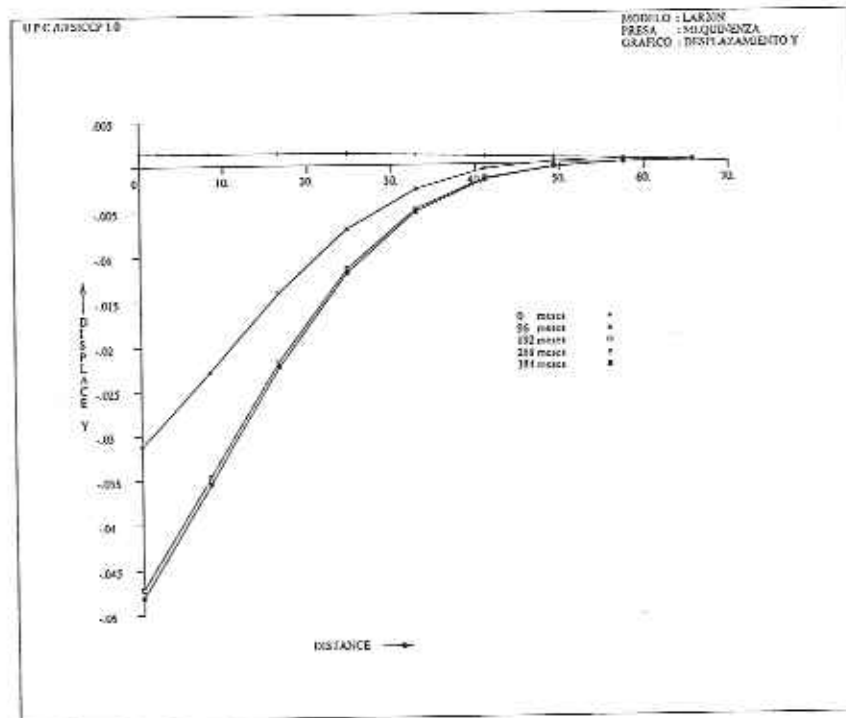


Figura II.49. Evolución temporal del desplazamiento Y sobre la línea L3.

La Figura II.50 muestra la comparación entre los registros de desplazamiento X del punto P1 situado en coronación de la sección central del bloque 13-14 (ver Figura II.43), y la evolución temporal calculada del mismo desplazamiento. La curva calculada corresponde a un análisis en el que no se han considerado las variaciones térmicas estacionales, para permitir una mejor visualización de la evolución media del desplazamiento. Esta figura se utiliza para calibrar uno de los parámetros importantes del modelo numérico: el tiempo de estabilización t^* de las curvas de entumecimiento (ver Figura II.23). Tras diversos ensayos numéricos se ha determinado que el tiempo que produce un mayor acuerdo entre los resultados calculados y las observaciones es un tiempo de estabilización de 192 meses (16 años), resultado compatible con las conclusiones de un estudio previo bidimensional [2]. Como puede observarse en la figura, el ajuste considerando este tiempo de estabilización es muy satisfactorio *para todo* el rango de tiempo que abarca el análisis, lo que verifica la validez de las hipótesis realizadas. Cabe señalar que el análisis numérico toma como tiempo inicial el año 1966, año en que se llevó a cabo el primer llenado completo del embalse, y se considera por tanto como inicio del proceso de entumecimiento. Con este origen y escala de tiempo, el análisis realizado llega hasta el final del año 1998 (384 meses), con desplazamientos prácticamente estabilizados en valores muy próximos a los medidos en la actualidad (final del año 1990).

- efecto de la presión intersticial,
- efecto de la fluencia.

El apartado concluye con dos experimentos numéricos sobre lo que ocurre al variar dos aspectos importantes del análisis:

- (a) la magnitud de las deformaciones volumétricas debidas al entumecimiento, y
- (b) la consideración del plano de drenaje como barrera entre la progresión de la penetración del agua, y del fenómeno de entumecimiento.

6.1 Influencia de la zona de análisis, condiciones de contorno y distribución de valores de entumecimiento

En las Figuras II.51 y II.52 se presentan las dos mallas de elementos finitos utilizadas en los análisis realizados. La Figura II.51 presenta la primera malla analizada, identificada en las figuras posteriores como modelo *DAM20N*. Esta malla comprende la zona de presa situada entre las junta 11 y 17, de 150.5 metros de longitud total. Las condiciones de contorno consideradas son: base empotrada (todos los desplazamientos impedidos), y superficies laterales ($y = 0, y = 150$) con condición de simetría (desplazamiento nulo según el eje *Y*, libre según los ejes *X* y *Z*). La Figura II.52 presenta la segunda y definitiva malla utilizada, identificada en las figuras posteriores como modelo *LAR20N*. Esta malla comprende la zona de Presa situada entre las juntas 9 y 20, de 234.5 metros de longitud total. Las condiciones de contorno consideradas son de empotramiento (todos los desplazamientos impedidos) tanto en la base como en las superficies laterales ($y = 0, y = 234$). Las dos mallas tienen idéntico número de elementos (1056 elementos de 20 nodos) y de nodos (5588), ya que el alargamiento de la zona de análisis se ha conseguido aumentando la longitud de las dos lajas de elementos laterales en la primera malla.

Las Figuras II.53 y II.54 presentan las dos distribuciones de valores máximos de deformación volumétrica debida al entumecimiento que se ha considerado (en *mm./m.*). La Figura II.53 muestra la primera distribución utilizada identificada en la figuras posteriores como *OLD*. Esta distribución se estableció en función de los resultados de los ensayos de laboratorio llevados a cabo sobre testigos extraídos de la Presa. Puede observarse la elevada magnitud de las deformaciones volumétricas consideradas en el bloque 13-

14 especialmente en su parte central. Los valores de entumecimiento que se dan en los bloques laterales son del orden de 5-10 veces menores, y pueden considerarse valores no extraordinarios. La Figura II.54 presenta la distribución final utilizada, identificada en las figuras posteriores como *NEW*. Esta distribución se obtuvo modificando la anterior en función de la comparación de los resultados obtenidos con las mediciones de desplazamientos *in situ*. Los valores máximos se ven aumentados en un 10% y la distribución varía ligeramente.

Las Figuras II.55, II.56 y II.57 muestra la comparación entre los resultados obtenidos con las mallas y distribuciones descritas, en forma de gráficos de desplazamientos *X* según la línea *L1*, desplazamiento *Z* según la línea *L2*, y desplazamientos *Y* según la línea *L3* (ver Figura II.43). Puede observarse cómo la distribución *NEW* ajusta mejor los desplazamientos *X* que la primera distribución, y como la malla *LAR20N* representa mejor las condiciones de contorno fuera del bloque 13-14.

6.2 Influencia del orden de interpolación de los Elementos Finitos utilizados

Los resultados descritos en el apartado 5, y los presentados en las Figuras II.55, II.56 y II.57 han sido obtenidos con mallas de elementos finitos hexaédricos de 20 nodos. Estos elementos son cuadráticos, ya que presentan una interpolación de segundo orden para los desplazamientos en su interior. El elevado número de nodos de estos elementos hace que el coste computacional de los análisis en que se utilizan sea considerable. Como parte de los estudios paramétricos realizados se presentan aquí los resultados obtenidos para las mismas mallas, y las mismas distribuciones de entumecimiento, pero utilizando elementos hexaédricos de 8 nodos, es decir, con orden de interpolación lineal en desplazamientos. Las mallas resultantes tienen el mismo número de elementos, pero el número de nodos se reduce de 5588 a sólo 1526. Por tanto, el número total de grados de libertad se reduce de 16764 a sólo 4578, prácticamente la cuarta parte. Dado que en cálculo tridimensional se puede considerar que el esfuerzo de cálculo crece con el cubo del número de grados de libertad, se puede estimar que el coste de resolver la malla cuadrática es del orden de 50 veces superior al de resolver la misma malla con elementos lineales.

Los resultados obtenidos para mallas lineales se presentan en las Figuras II.58, II.59 y II.60 que pueden compararse con las Figuras II.55, II.56 y II.57 correspondientes a las mallas cuadráticas. Puede concluirse que aunque las mallas lineales dan resultados aceptables en relación a su coste, los elementos

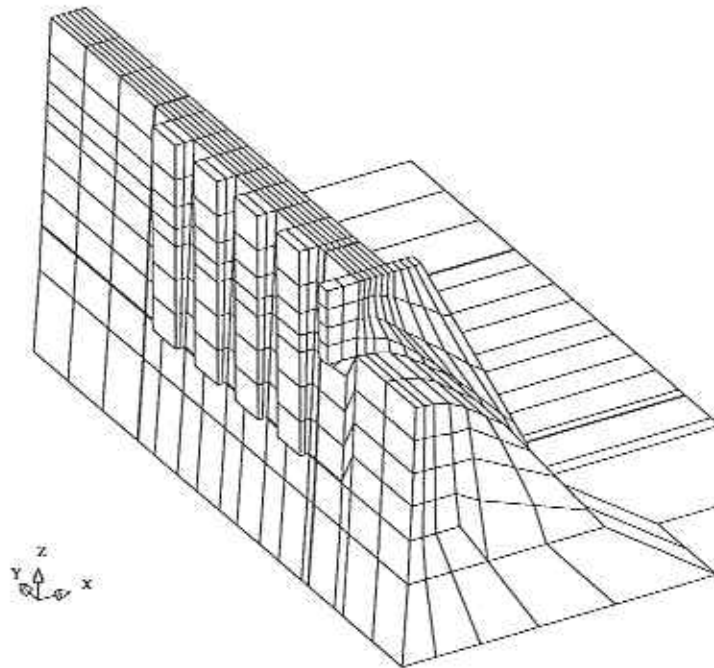


Figura II.51. Malla de elementos finitos usada en modelos *DAM*.

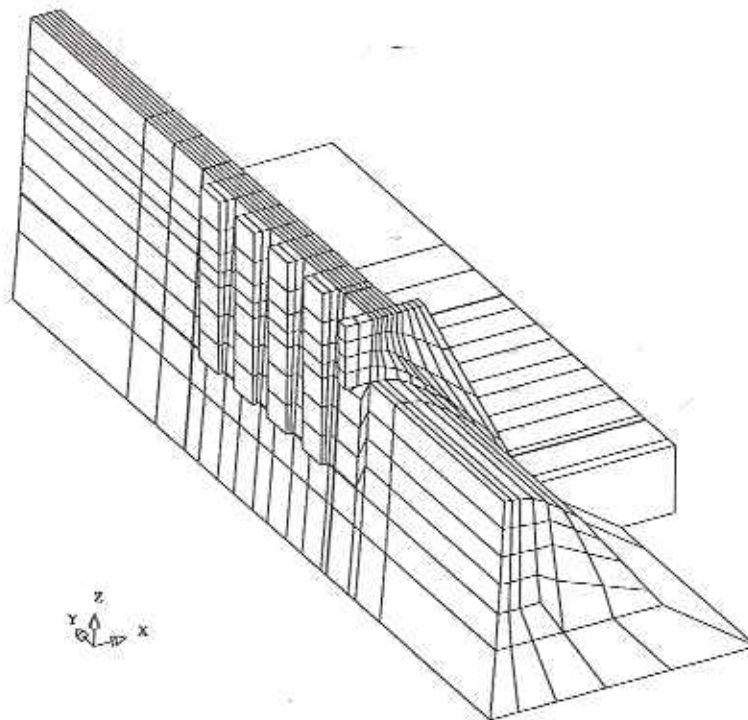


Figura II.52. Malla de elementos finitos usada en modelos *LAR*.

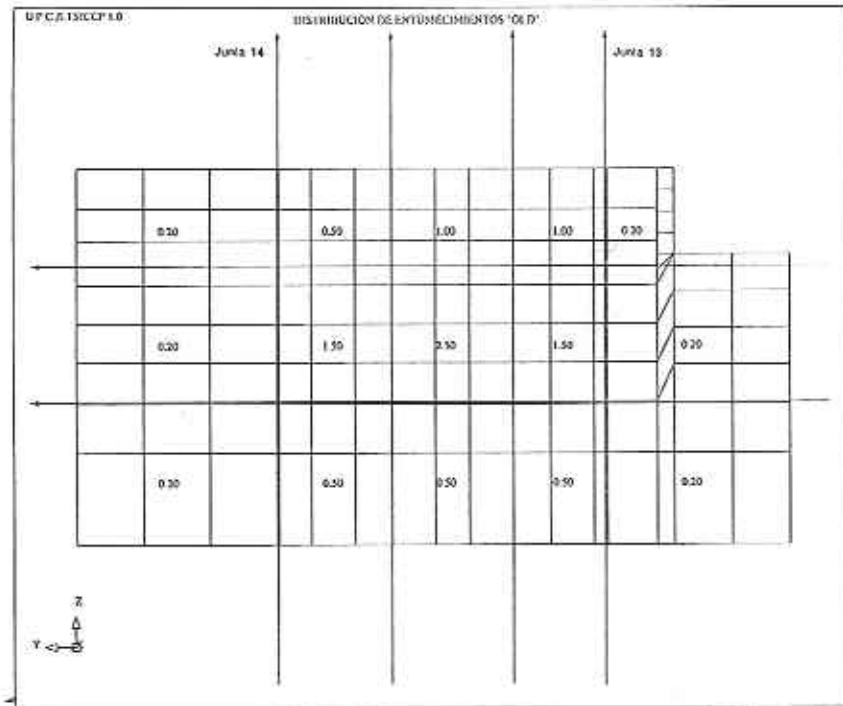


Figura II.53. Distribución de entumecimientos *OLD*.

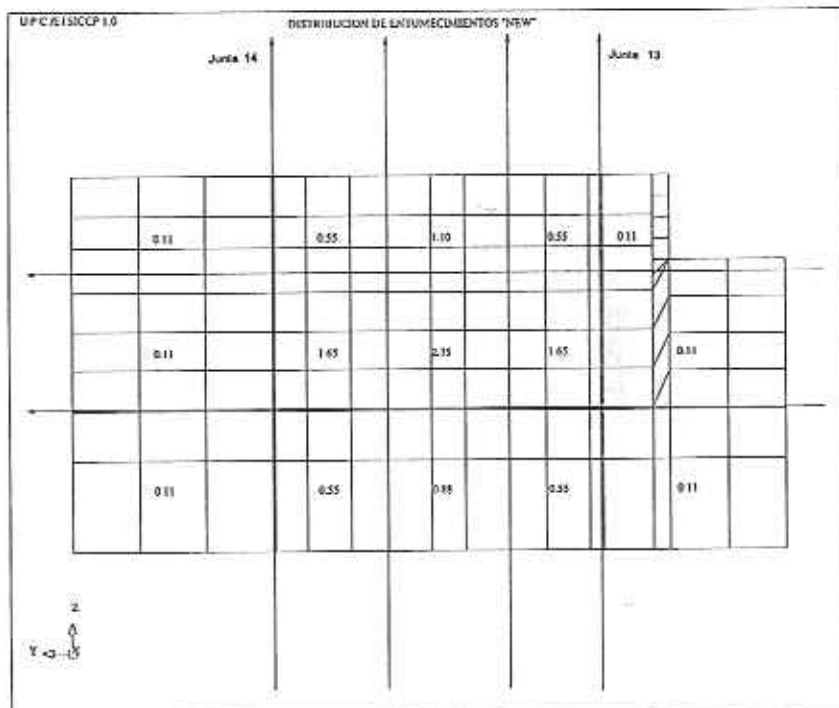


Figura II.54. Distribución de entumecimientos *NEW*.

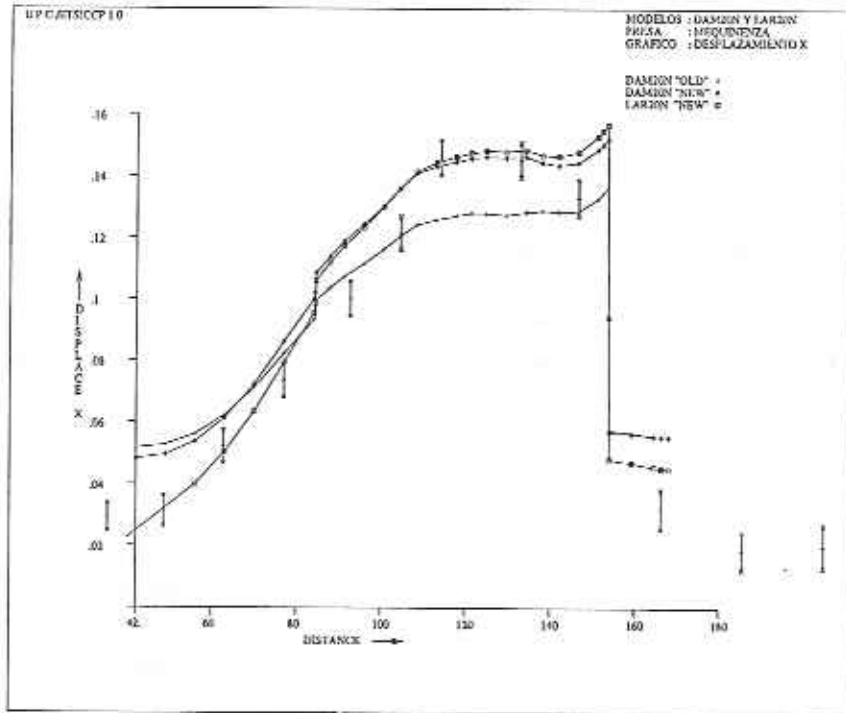


Figura II.55. Comparación entre modelos 20N sobre la línea L1.

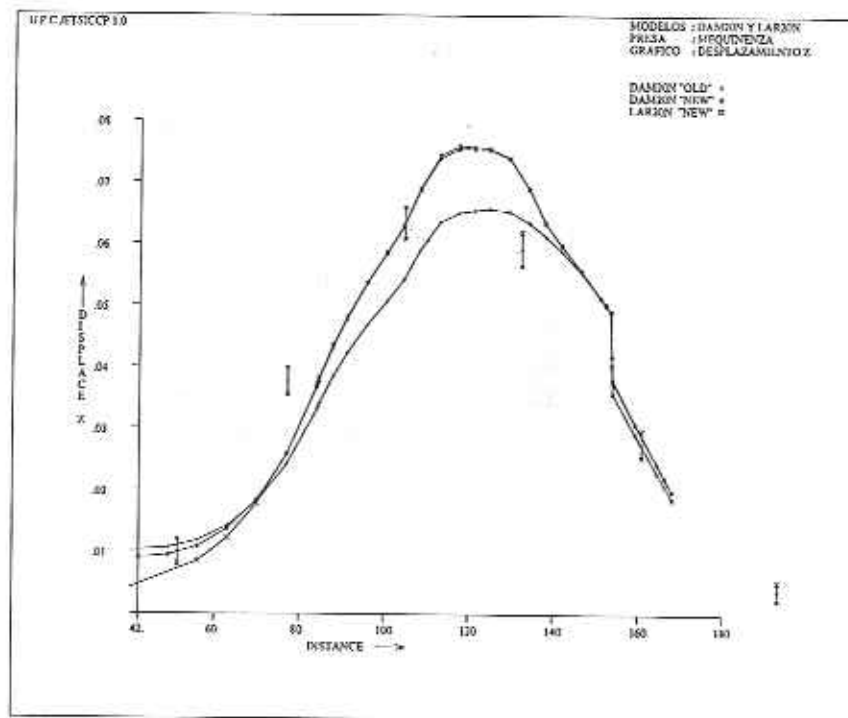


Figura II.56. Comparación entre modelos 20N sobre la línea L2.

cuadráticos representan de una forma mucho más satisfactoria los nodos de flexión en la deformación. Esto se pone de manifiesto particularmente en la comparación de los movimientos según los ejes X e Y (Figuras II.56/II.59 y II.57/II.60). Los movimientos verticales (Figuras II.56/II.59) no se ven muy afectados por el orden de interpolación utilizado.

6.3 Influencia de la temperatura y la presión intersticial

Los efectos de la temperatura y la presión intersticial se han incluido en la simulación numérica, tal como se describió en el Capítulo I. Se pretende en este apartado evaluar la influencia cualitativa y cuantitativa de tales efectos. Para ello se comparan las curvas desplazamiento X -tiempo que se obtienen con y sin consideración de la temperatura y la presión intersticial. A efectos de comparación se presentan sólo los resultados correspondientes a la estimación del punto $P1$ (ver Figura II.43), por considerarlos como los más representativos. Estos análisis se han realizado utilizando elementos lineales debido al alto coste computacional que representa utilizar los elementos cuadráticos. Por esta razón los resultados no se comparan con las mediciones de que se dispone, aunque las diferencias obtenidas son inferiores al 10%.

Las Figuras II.61 y II.62 muestran la influencia de las variaciones térmicas, la primera en el desplazamiento X de $P1$, y la segunda en el desplazamiento Z . Como puede observarse, el efecto térmico produce una oscilación de período anual en las curvas desplazamiento-tiempo. Esta oscilación tiene amplitud de unos 7–8 mm . en la primera curva, y algo menor de 8 mm . en la segunda, en función de la magnitud de la oscilación térmica, y del coeficiente de dilatación térmico del hormigón (se ha considerado $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} C^{-1}$). Aparte de esta oscilación de los desplazamientos, la temperatura no afecta de forma sustancial al proceso de deformación y el estado de degradación debida al entumecimiento, ya que sólo provoca un aumento de menos del 5% en el valor del desplazamiento horizontal máximo. Debe destacarse, sin embargo, que la consideración del efecto térmico si afecta seriamente al coste computacional del análisis. El esfuerzo de cálculo necesario para seguir el proceso sea consideración de la temperatura es muy superior al necesario para seguir el proceso con inclusión de la temperatura. Esto es debido a que los aceleradores de convergencia que se usan en análisis no lineal son mucho más eficientes en procesos monótonos que en aquellos que presentan oscilaciones. En consecuencia, y de cara a una metodología general de análisis, la relevancia de la consideración del efecto térmico es cuestionable, ya que introduce dificultades de cálculo sin apartar variaciones importantes en el proceso de deformación.

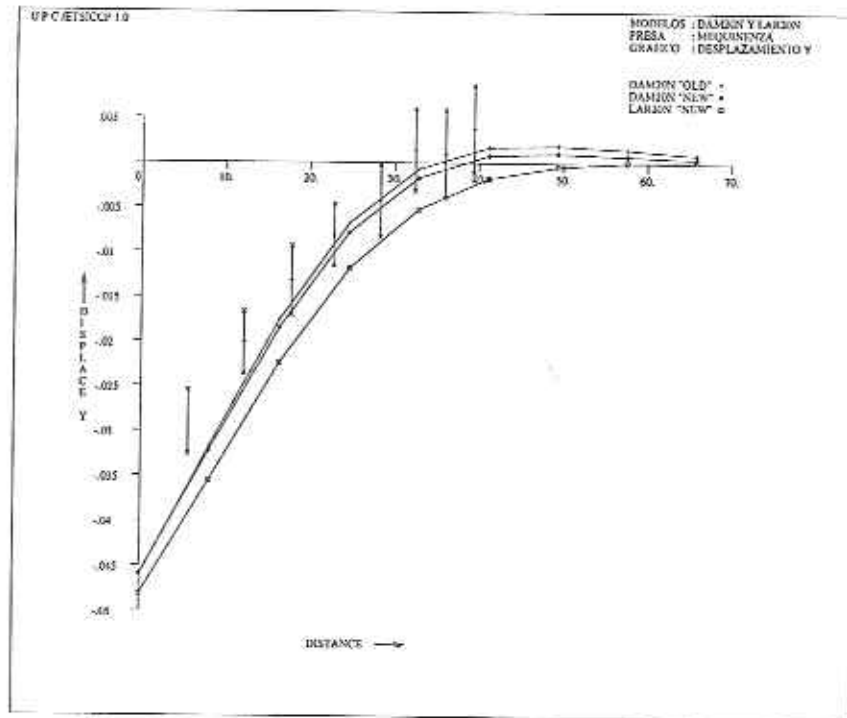


Figura II.57. Comparación entre modelos 20N sobre la línea L3.

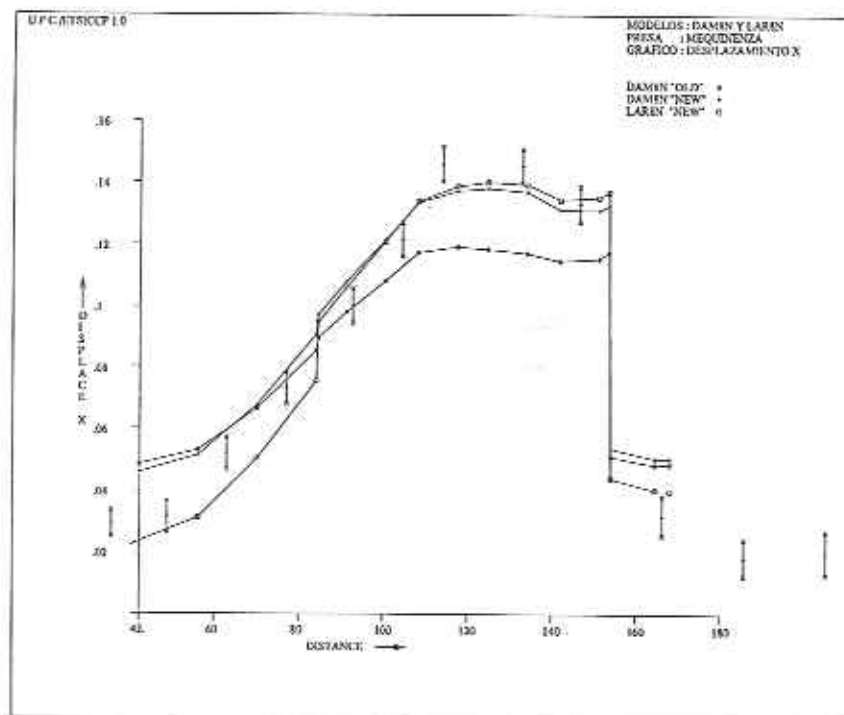
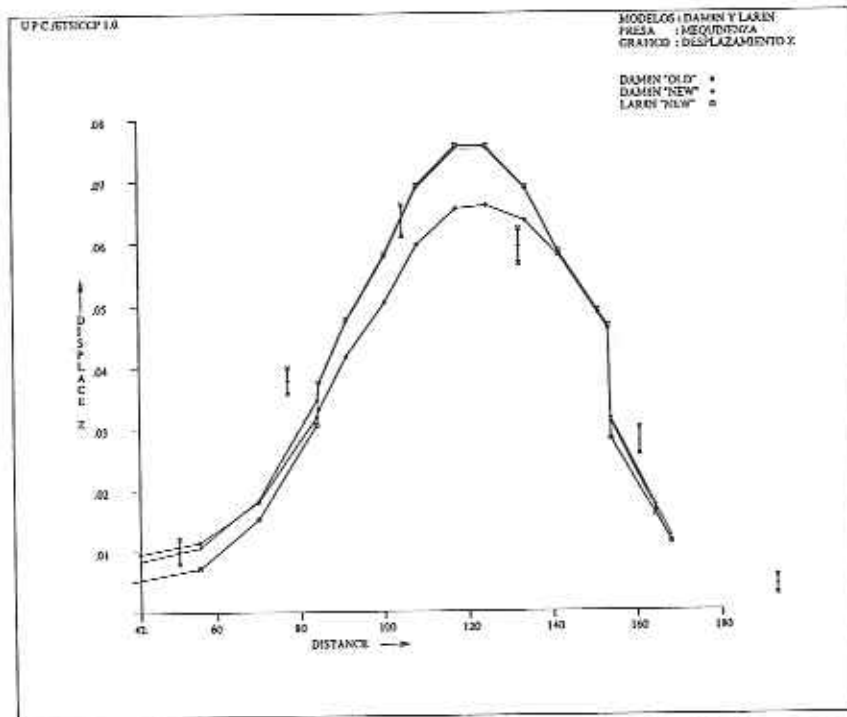


Figura II.58. Comparación entre modelos 8N sobre la línea L1.



- Figura II.59. Comparación entre modelos 8N sobre la línea L2.

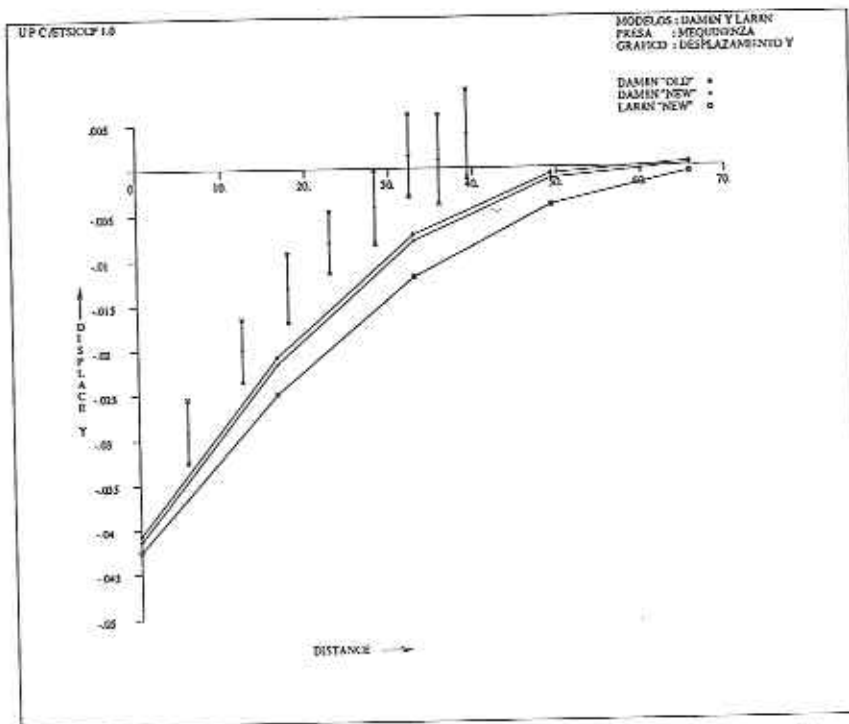


Figura II.60. Comparación entre modelos 8N sobre la línea L3.

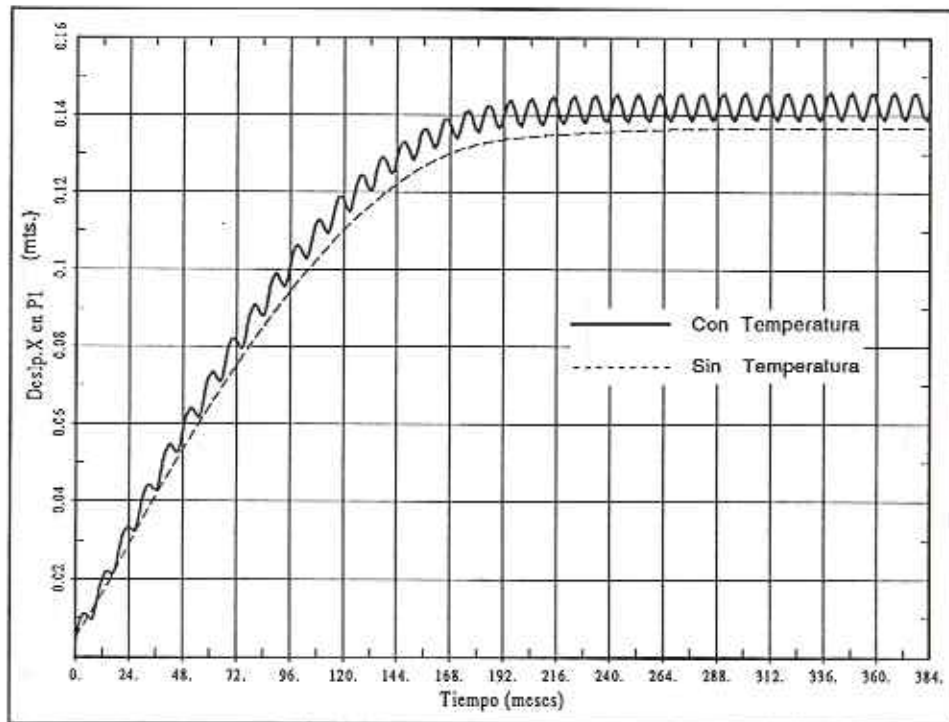


Figura II.61. Influencia de las variaciones térmicas estacionales en el desplazamiento X en $P1$.

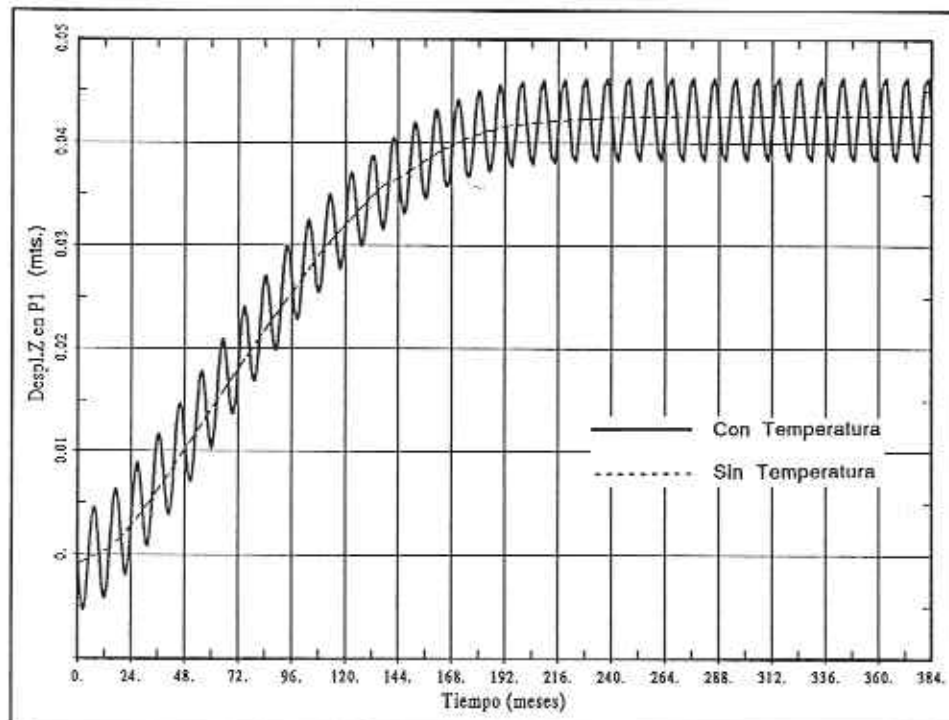


Figura II.62. Influencia de las variaciones térmicas estacionales en el desplazamiento Z en $P1$.

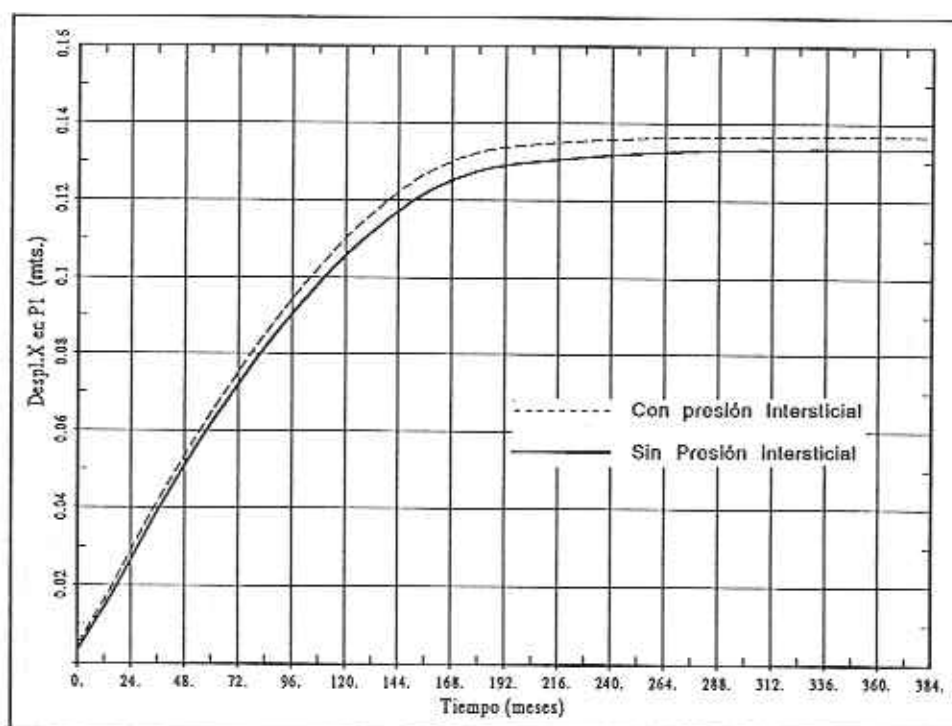


Figura II. 63. Influencia de la presión intersticial en el desplazamiento X en P1.

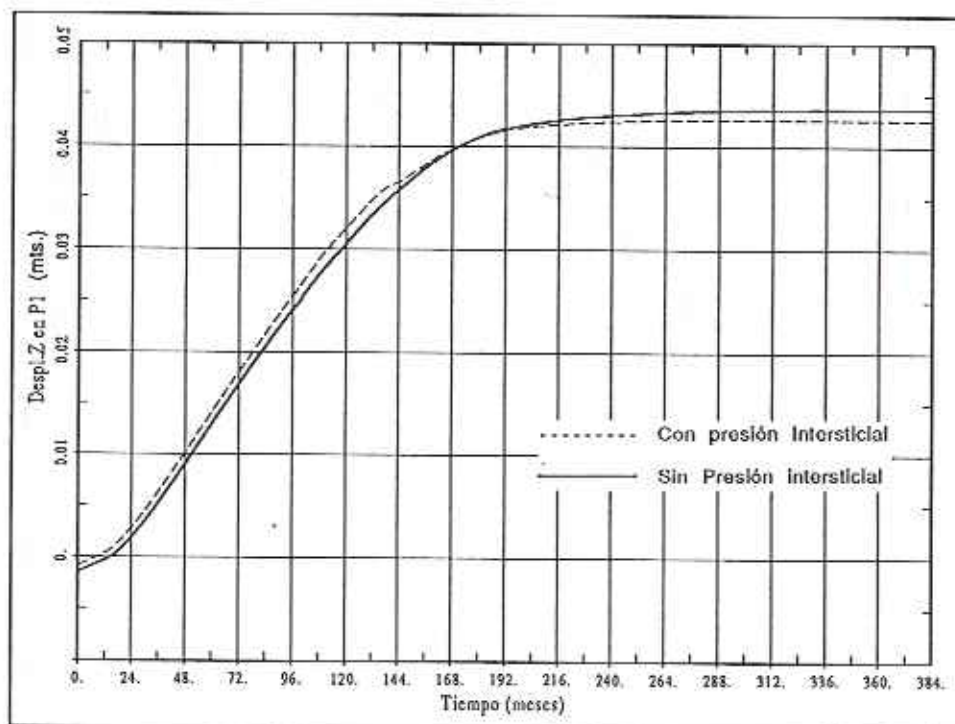


Figura II. 64. Influencia de la presión intersticial en el desplazamiento Z en P1.

Las Figuras II.63 y II.64 muestran la influencia de la presión intersticial, la primera en el desplazamiento X de $P1$ (ver Figura II.43), y la segunda en el desplazamiento Z . Como puede apreciarse, la presión intersticial (línea a trazos en la figura) tiene el efecto de disminuir la acción estabilizadora del peso propio, y por lo tanto aumentar el efecto de vuelco hacia aguas abajo provocado por la presión hidrostática, y sobre todo, por el entumecimiento del paramento de aguas arriba. Así, se produce mayor desplazamiento final X y menor desplazamiento Z con presión intersticial que sin ella. Este efecto es, en cualquier caso, muy moderado, y no tiene una importancia relevante en los resultados del análisis. Aunque el efecto de la presión hidrostática podría ser despreciado en un análisis de entumecimiento patológico, su inclusión no comportan un aumento considerable de esfuerzo de cálculo, por lo que puede ser considerado sin dificultad.

6.4 Influencia de los efectos diferidos del comportamiento del hormigón (fluencia)

El efecto de la fluencia es difícil de anticipar en un análisis no lineal como el presente. En un análisis lineal es fácil verificar que una vez que se ha producido toda la deformación inelástica debida a los efectos reológicos, los desplazamientos serán iguales a los instantáneos amplificados por un factor E^0/E^∞ (donde E^0 es el módulo de elasticidad instantáneo, E^∞ el módulo de elasticidad a tiempo infinito), y las tensiones se reducirán por el mismo factor, ya que todo el proceso de deformación es proporcional al módulo de elasticidad. En un análisis no lineal la deformación inelástica debida a la fluencia interacciona con la deformación inelástica debida a la degradación (o a otros fenómenos inelásticos), de una forma compleja. En cualquier caso, es previsible una influencia cualitativa similar al caso elástico, es decir, amplificación de los desplazamientos y relajación de las tensiones.

En la Figuras II.65 y II.66 se presentan las curvas desplazamiento-tiempo para el punto $P1$ (ver Figura II.43) correspondientes al desplazamiento X y desplazamiento Z , respectivamente, con y sin considerar el efecto de la fluencia en el modelo constitutivo del hormigón. Como puede apreciarse, no hay influencia significativa en la curva del desplazamiento X , mientras que la curva del desplazamiento Z , presenta mayores desplazamientos sin fluencia que con ella. Este aparente contrasentido puede explicarse teniendo en cuenta que el proceso de entumecimiento es un fenómeno fundamentalmente de deformaciones impuestas, y éstas no se ven afectadas por el comportamiento diferido del material. La fluencia afecta sólo a las deformaciones debidas a las acciones externas de larga duración. Es por ello que la curva de desplazamientos vertical se ve afectada, al amplificar la fluencia, los asentamientos debidos al peso propio.

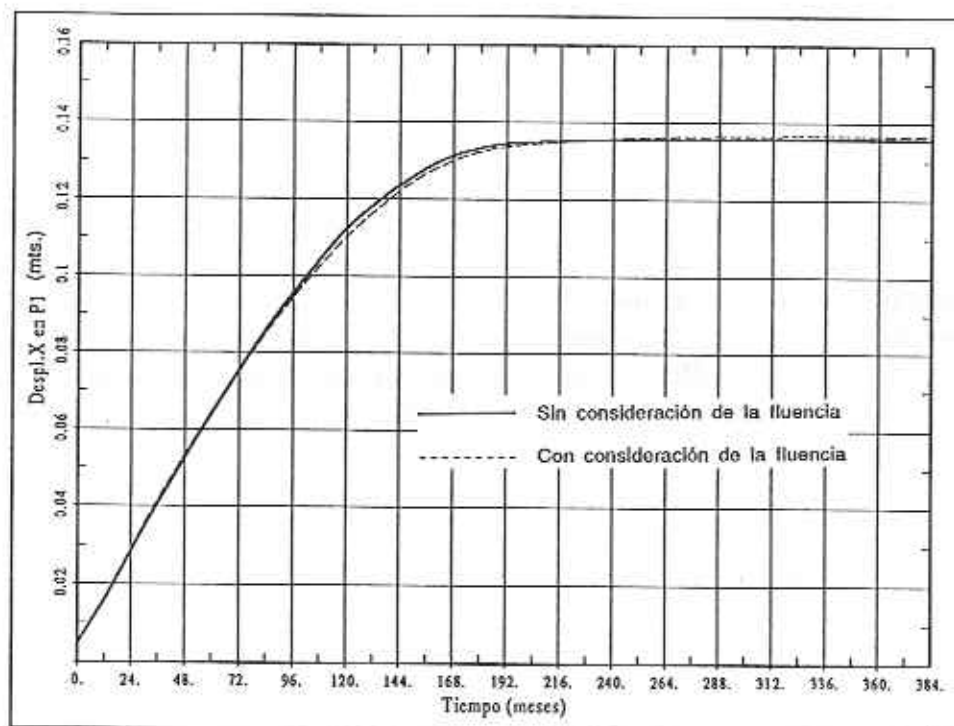


Figura II.65. Influencia de la fluencia en el desplazamiento X en $P1$.

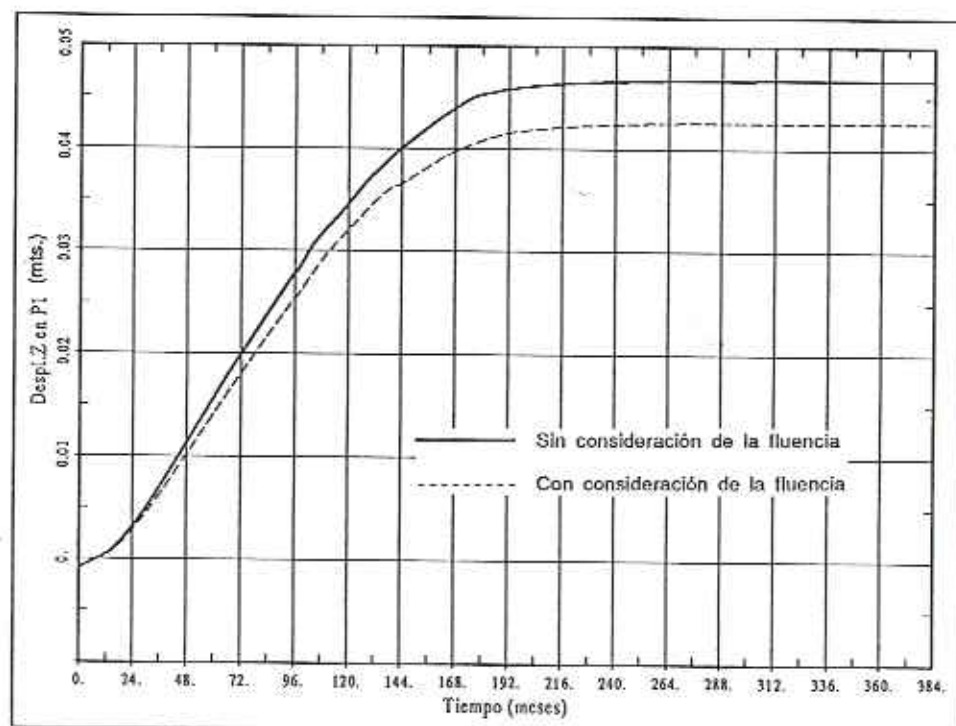


Figura II.66. Influencia de la fluencia en el desplazamiento Z en $P1$.

El efecto de la fluencia en las tensiones se ve claramente reflejado en las Figuras II.67 y II.68, que presentan curvas tensión-tiempo para el punto $P2$, situado cerca de la base, en el centro del bloque 13-14 (ver Figura II.43). La Figura II.67 muestra la evolución de la tensión σ_{yy} , horizontal y paralela al eje longitudinal de la Presa, mientras que la Figura II.68 muestra la evolución de la tensión vertical σ_{zz} . Ambas tensiones son de compresión para todo el rango de tiempo del análisis. Puede observarse como la fluencia implica un cierto grado de relajación de tensiones, del orden del 20% para la primera figura, y de 30% para la segunda. La forma de ambas curvas indica la complejidad y no linealidad del fenómeno estudiado, con trayectorias de tensiones claramente no proporcionales debido a la redistribución de esfuerzos en el interior de la Presa. Cabe resaltar el orden de magnitud de las compresiones calculadas, que superan ampliamente las $1000T/m^2$ (100 kg./m^2). Estos valores elevados justifican "a posteriori" el uso de un modelo constitutivo que considere los efectos de relajación de tensiones.

6.5 Experimentación numérica

En el presente apartado se presentan resultados para dos experimentos llevados a cabo, y que se reflejan aquí por su interés *académico* en cuanto que ayudan a comprender mejor el fenómeno del entumecimiento progresivo del hormigón de la Presa.

En la Figura II.69 se muestran las curvas desplazamiento X -tiempo en el punto $P1$ (ver Figura II.43), para dos análisis distintos: uno con los valores de entumecimiento establecidos como *realistas* en el apartado anterior, y otro con idéntica distribución, pero valores multiplicados por un factor de 5. La figura muestra que los resultados en desplazamientos simplemente aparecen multiplicados por el mismo factor de 5 en una curva respecto a la otra. Dejando aparte el hecho de que los valores de desplazamiento próximos a los 70 *cm.* están claramente fuera del rango de aplicación de las hipótesis de análisis y de comportamiento estructural, la semejanza homotética de ambas curvas muestra que el fenómeno de entumecimiento en una presa de esta tipología es fundamentalmente un problema de deformaciones impuestas, y que la respuesta que se obtiene es en gran medida proporcional a los valores de entumecimiento máximo que se consideran.

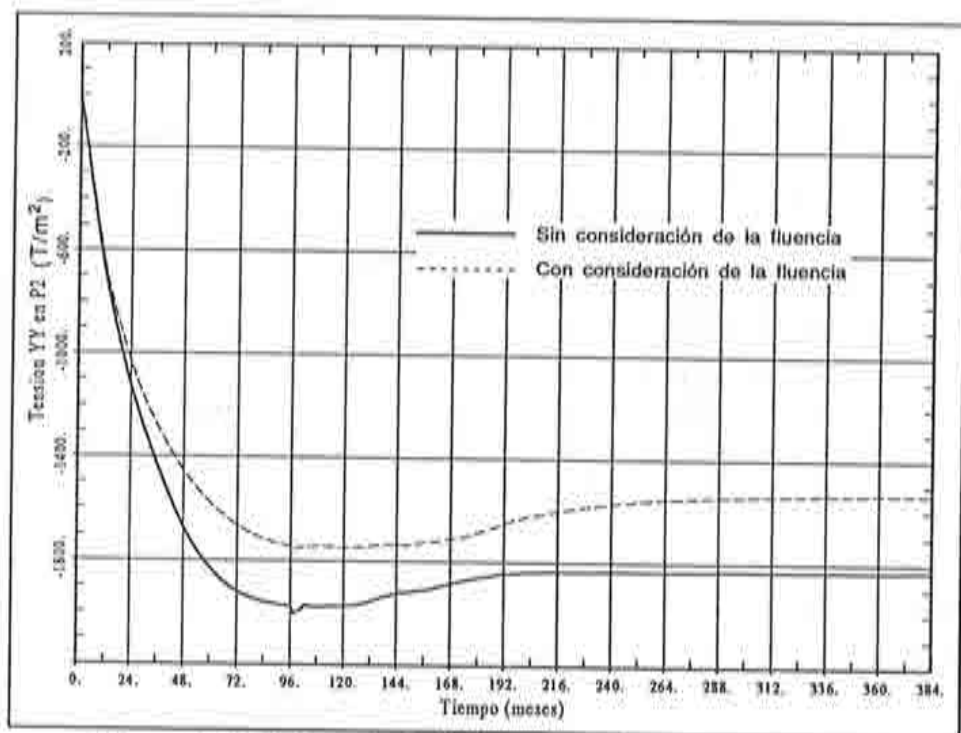


Figura II.67. Influencia de la fluencia en la tensión σ_{yy} en P2.

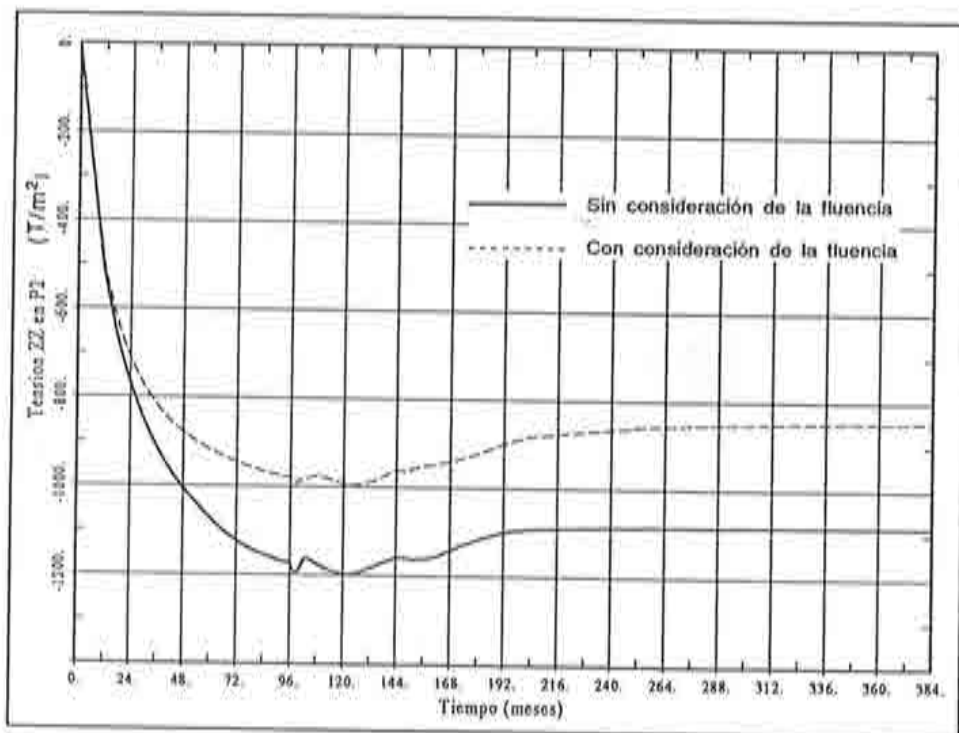


Figura II.68. Influencia de la fluencia en la tensión σ_{zz} en P2.

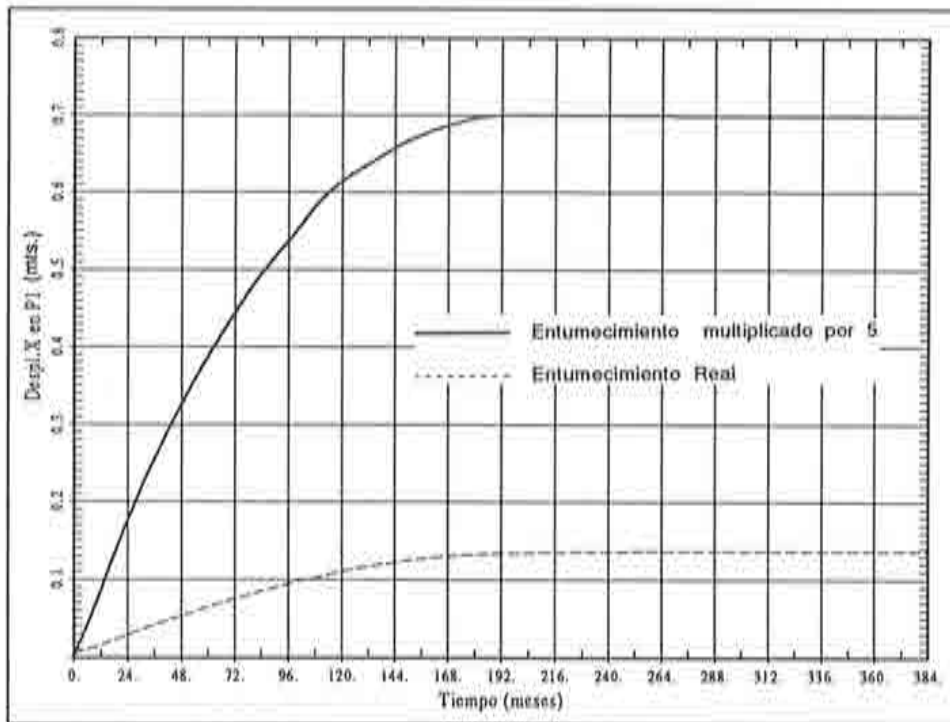


Figura II.69. Experimento: Multiplicar el entumecimiento por 5.

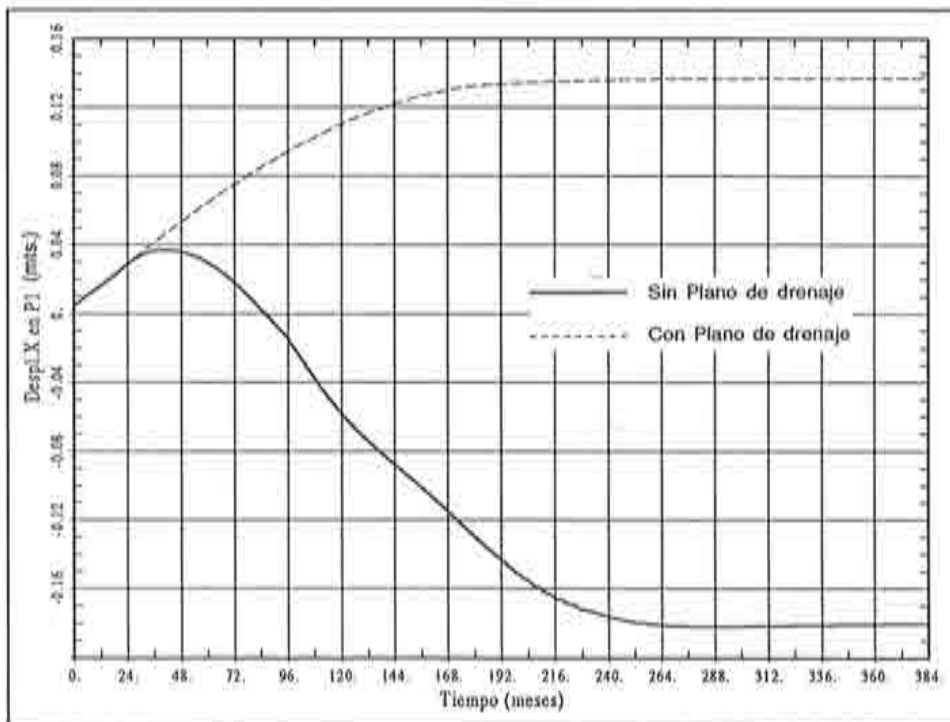


Figura II.70. Experimento: Quitar el plano de drenaje de la Presa.

En la Figura II.70 se muestran las curvas desplazamiento X -tiempo en el mismo punto $P1$ de comparación para otros dos análisis: uno realizado con las hipótesis (establecida en el Capítulo I) de que el drenaje de la Presa es efectivo, e impide la progresión del agua, y por tanto del entumecimiento hacia aguas abajo de dicho plano, y otro, en el cual no se considera dicha hipótesis, y se permite que el entumecimiento progrese acompañando a la degradación que se va produciendo. La comparación de los resultados es ilustrativa: al principio las dos curvas coinciden, mientras el entumecimiento afecta sólo a la zona del paramento de aguas arriba. A medida que el entumecimiento traspasa el plano de drenaje, la segunda curva se dobla sobre sí misma, el proceso de deformación se invierte, y los desplazamientos empiezan a crecer hacia arriba, hasta alcanzar un valor de estabilización. El resultado es razonable, ya que una Presa de sección triangular sometida a una expansión volumétrica uniforme debe moverse hacia aguas arriba. Este estudio permite una conclusión importante respecto al comportamiento de la Presa de Mequinenza: la falta de evidencia de este efecto de retorno en la mediciones realizadas demuestra que la hipótesis de funcionamiento correcto del plano de drenaje es acertada. Indicios de recuperación de los movimientos horizontales indicarían la progresión del entumecimiento más allá del plano de drenaje.

REFERENCIAS

1. De Blas, J.R., "Analysis of anomalies in the behaviour of an arch dam under concrete expansion", International Commission on large dams, ICOLD, Symposium on Analytical Evaluation of Dam Related Safety Problems, Copenhagen, 1989.
2. "Análisis de la Presa de Mequinenza, 2^a Fase", Informe interno ENHER S.A.-Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, 1986.

CAPITULO III

CONCLUSIONES

1. INTRODUCCION

En capítulos precedentes se ha presentado una metodología para el estudio y la simulación numérica de patologías en presas producidas por la expansión del hormigón. Con tal propósito se ha desarrollado un programa de ordenador para el análisis no-lineal de estructuras por el Método de los Elementos Finitos con las siguientes capacidades:

- Análisis en dos y tres dimensiones.
- Utilización de diversas familias de elementos finitos.
- Consideraciones de las acciones externas debidas al peso propio y la presión hidrostática del agua del embalse.
- Consideración de las acciones internas debidas a la presión intersticial y las variaciones térmicas estacionales.
- Modelización del comportamiento no lineal del hormigón, tanto en tracción como en compresión, por medio de un *modelo de degradación*.
- Modelización de los efectos de relajación tensional debidas a la fluencia del hormigón.
- Modelización de los efectos de penetración del agua en el interior de la Presa, en función del nivel de fisuración y sus efectos sobre la expansión (entumecimiento) del hormigón mediante un *modelo de entumecimiento progresivo*.

- Modelización del comportamiento de las juntas de construcción entre bloques.

Dicho programa de ordenador ha sido utilizado para el estudio de una presa de gravedad que presentan un comportamiento anómalo; realizando sobre la misma tanto estudios de simulación de su estado actual y de predicción de su comportamiento futuro, como diversos estudios paramétricos.

En los apartados siguientes se presentan las conclusiones obtenidas en los distintos ámbitos de esta investigación a saber:

- sobre la metodología de análisis.
- sobre el comportamiento concreto de la Presa estudiada.
- sobre el conjunto de estudios paramétricos realizados.

2. CONCLUSIONES SOBRE LA METODOLOGIA DE ANALISIS

- 1) La idea subyacente en el desarrollo de la metodología de análisis, y su implementación en un programa de ordenador, ha sido la de disponer de una herramienta numérica que combine dos características en cierto modo contrapuestas: ser lo suficientemente completa y general para poder reproducir complejos fenómenos no-lineales como la fisuración del hormigón, los efectos de las juntas de construcción, los fenómenos dependientes del tiempo (fluencia) y teóricamente acoplados (propagación del entumecimiento, efectos térmicos, filtración del agua) y, por otra parte, permitir realizar análisis sobre estructuras reales, en dos y tres dimensiones, con tiempos de cálculo por ordenador aceptables.

La principal conclusión a este respecto es que se ha llegado a un correcto grado de equilibrio entre ambas características. Los modelos de degradación del hormigón, de simulación de la fluencia y del comportamiento de las juntas que se han desarrollado, junto con los criterios de simplificación establecidos en el Capítulo I para el desacoplamiento del comportamiento térmico, de filtración del agua y de propagación del entumecimiento con respecto al problema tensional,

han dado como resultado una herramienta de análisis que permite realizar cálculos realistas en tiempos que, si bien son notables incluso en ordenadores con grandes prestaciones, no son disuasorios. A título de ejemplo los tiempos de C.P.U. en un ordenador vectorial CONVEX C-1 son los siguientes:

a) *Análisis sin tener en cuenta los efectos térmicos*

Se divide el tiempo total de análisis en 430 pasos. El promedio de iteraciones en cada paso es de 2-3, totalizando alrededor de 1000 cálculos completos (iteraciones) de la estructura. El tiempo de C.P.U. (de cálculo efectivo) necesario es de 3 horas.

b) *Análisis teniendo en cuenta los efectos térmicos*

La división en número de pasos es igual a la del caso anterior. Sin embargo, la variación térmica estacional produce un número mayor de iteraciones en cada paso (7-10) totalizando alrededor de 3500 cálculos completos de la estructura. El tiempo de C.P.U. necesario es de alrededor de 10 horas mientras que el tiempo de cálculo real se sitúa alrededor de una semana.

- 2) El modelo de daño o de degradación que se ha desarrollado para simular el comportamiento no lineal del hormigón debido a la fisuración, además de resumir las características ya mencionadas de rapidez y efectividad incorpora una variable escalar (la variable de daño) que se muestra muy efectiva a la hora de *visualizar* los resultados. La íntima relación del valor de esta variable con el estado de microfisuración del hormigón permite, representándola adecuadamente, obtener una rápida idea global del estado de daño en la Presa.
- 3) El conjunto de datos necesarios para el estudio se puede dividir en cuatro grandes grupos:
 - Geometría de la Presa.
 - Propiedades del material.
 - Distribuciones de temperaturas y presión intersticial.
 - Distribución del entumecimiento.

Los dos primeros grupos no requieren comentarios especiales. Las distribuciones de temperaturas y de presión intersticial pueden ser obtenidas ya sea vía auscultación de la Presa y la posterior realización de hipótesis simplificadoras, tal como se ha hecho en este estudio, o bien mediante la realización de análisis numéricos específicos para su determinación. La distribución de entumecimientos, eje principal del problema estudiado, es de difícil determinación y sus valores *cuantitativos* no pueden ser estrictamente establecidas mediante una campaña en análisis en laboratorio sobre testigos extraídos de la Presa. Como se ha comentado en el Capítulo I, dichos testigos han sufrido hasta el momento de su extracción, una historia tenso-deformacional imposible de eliminar con vistas a la determinación de las propiedades expansivas del material virgen. Consideraciones similares pueden hacerse sobre los tiempos de estabilización de la expansión obtenidos en laboratorio. Los resultados de dichos análisis en laboratorio aunque importantes y necesarios, deben interpretarse cualitativamente y ser utilizados como información del orden de magnitud del entumecimiento y de su distribución a lo largo del cuerpo de la Presa. Una simulación numérica, como la realizada en este estudio, mediante el procedimiento de prueba y de error, intentando determinar los valores cuantitativos del entumecimiento a través del ajuste de *ciertos* resultados del modelo con mediciones (principalmente desplazamientos) procedentes de la auscultación, es una vía alternativa. Una vez determinados los valores del entumecimiento, el análisis numérico proporciona una ingente cantidad de información (que va más allá de la obtenida mediante la auscultación) que permite profundizar en el conocimiento y estudio del comportamiento de la presa.

3. CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESA ESTUDIADA

- 1) La principal conclusión es que el entumecimiento del hormigón, y su progresión en el interior de la Presa, es capaz de explicar, a través del modelo desarrollado, el comportamiento patológico observado tanto cualitativa como cuantitativamente. En este sentido, este trabajo puede contribuir a que la hipótesis de considerar a la expansión del hormigón como la causa primera de ciertos comportamientos patológicos en Presas, sea cada vez menos controvertida.

- 2) Todos los análisis realizados, en los que se limita la progresión del efecto de entumecimiento hasta un cierto dominio del interior de la Presa (plano de drenaje), conducen a un mismo comportamiento cualitativo: un desplazamiento de la coronación de la Presa hacia aguas abajo que, en todos los casos, se estabiliza al cabo de un cierto tiempo, y en el cual no se manifiesta ningún estado de desequilibrio o de colapso de la Presa como estructura resistente. Si bien se produce un estado de daño importante (en el sentido de fisuración) en el tercio superior del bloque 13-14, y grandes desplazamientos en dicha zona, ello conduce a una distribución tensional muy distinta de la que podría calificarse como *normal*, pero que mantiene la capacidad resistente de la estructura ante acciones estáticas como su peso propio y la presión del agua del embalse.
- 3) En el caso estudiado, tanto los efectos térmicos estacionales como la presión intersticial juegan un papel secundario, frente al del entumecimiento del hormigón, como responsables de los movimientos de la Presa. En el caso de las variaciones térmicas estacionales, sus efectos consisten en superponer una onda de periodo anual a la tendencia general que no se modifica significativamente respecto al caso isoterma. En el caso de la presión intersticial sus efectos se manifiestan en una reducción de los movimientos en valores muy pequeños.
- 4) La consideración o no en el análisis de los efectos de la fluencia del hormigón produce diferencias relativamente pequeñas en los desplazamientos. No ocurre lo mismo con los estados tensionales en los que la relajación de las importantes tensiones de compresión que se producen debido al entumecimiento es mucho más relevante.
- 5) Tanto el tipo de deformación observado a través de la auscultación, como el reproducido en la simulación numérica, ponen de manifiesto el importante papel de las juntas de construcción en el comportamiento tridimensional de la estructura y la necesidad de modelar dicho elemento correctamente.
- 6) El tiempo efectivo de estabilización del entumecimiento, a introducir en las curvas de entumecimiento del análisis, se sitúa, en el caso estudiado y para su estudio tridimensional en 192 meses. Este valor, que puede ser tomado como punto de partida en otros análisis, concuerda con un ligero aumento con el de 170 meses establecido en estudios bidimensionales previamente realizados en la misma Presa¹.

- 7) El incremento proporcional de los valores del entumecimiento, manteniendo su progresión limitada hasta el plano de drenaje, conduce a un aumento proporcional de la deformación de la Presa, como era esperable al tratarse el entumecimiento de un conjunto de deformaciones impuestas.
- 8) La consideración de la posibilidad de entumecimiento de todo el cuerpo de la Presa, sin limitaciones establecidas por el plano de drenaje, produce comportamientos cualitativos sensiblemente distintos a los anteriores. En particular es remarcable la inversión del sentido de los desplazamientos de colimación que, si bien empiezan siendo hacia aguas abajo, recuperan esta deformación a medida que el entumecimiento progresa, y terminan estabilizándose con desplazamientos hacia aguas arriba.
- 9) La magnitud de la zona de la Presa discretizada en Elementos Finitos no modifica esencialmente el comportamiento cualitativo del bloque objeto del estudio. Obviamente, aquellas discretizaciones que, por considerar un dominio mayor a ambos lados de dicho bloque, son capaces de modelar mejor las condiciones de contorno sobre el mismo producen mejores resultados.
- 10) En el mismo sentido, la utilización de Elementos Finitos de alto orden (cuadráticos de 20 nodos) conduce a resultados con una aproximación mejor que los Elementos lineales de 8 nodos. Sin embargo la reducción del tiempo de cálculo en el segundo caso es sustancial, circunstancia que puede aconsejar la utilización de Elementos de bajo orden en la fase de ajuste de parámetros del modelo, dejando la utilización de Elementos de alto orden para las fases finales del estudio.

REFERENCIA

1. "Análisis de la Presa de Mequinenza, 2^o Fase", Informe interno ENHER S.A.-Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, 1986.

APENDICE I

MODELO DE DEGRADACION

1. MODELOS DE DAÑO CONTINUO PARA EL HORMIGON

En los últimos años, los llamados *modelos de daño* continuo han sido ampliamente aceptados como una alternativa para modelar comportamientos tenso-deformacionales complejos¹⁻⁶. Dichos modelos son sencillos y versátiles, y se fundamentan de una forma rigurosa en la teoría de ecuaciones constitutivas. Entre las distintas posibilidades que ofrecen, una de las más sencillas la constituyen los denominados modelos de daño isotrópico. En dichos modelos el comportamiento no lineal viene determinado por una sola variable escalar denominada *variable de daño o de degradación*, d . Esta variable proporciona una medida de la pérdida de rigidez secante del material y varía desde el valor 0, para el material no dañado o intacto, hasta el valor 1 para el material completamente degradado ($0 \leq d \leq 1$). En la Figura AI.1 puede verse la representación unidimensional de la evolución de la rigidez del material.

El modelo que aquí se presenta tiene como punto de partida el trabajo de Simó y Ju^{3,4} e incorpora ciertas características del modelo de *daño plástico* de la referencia [8]. La ecuación constitutiva para un modelo de daño isotrópico tiene la sencilla expresión:

$$\sigma^t = (1 - d^t) \mathbf{D}^0 : \epsilon^t \quad (AI.1)$$

donde σ^t y ϵ^t son los tensores de tensión y deformación respectivamente; d^t es la variable de daño y \mathbf{D}^0 es el tensor constitutivo en el estado no dañado. La ecuación (AI.1) pone de manifiesto algunas características básicas del modelo:

- (a) La ecuación constitutiva es isotrópica en la medida en que la rigidez del material se ve afectada únicamente por un factor escalar.

- (b) Las tensiones se obtienen a partir de las deformaciones de una forma totalmente explícita. Esta característica hace a este modelo especialmente atractivo para cálculos a gran escala.
- (c) La ecuación (AI.1) puede también ser interpretada a partir de la clásica descomposición aditiva de la tensión en su parte elástica e inelástica⁷:

$$\begin{aligned}\sigma^t &= (1 - d^t) \mathbf{D}^0 : \epsilon^t = \mathbf{D}^0 : \epsilon^t - d^t \mathbf{D}^0 : \epsilon^t = \sigma_0^t - \sigma_i^t \\ \sigma_0^t &= \mathbf{D}^0 : \epsilon^t \\ \sigma_i^t &= d^t \sigma_0^t = d^t \mathbf{D}^0 : \epsilon^t\end{aligned}\quad (\text{AI.2})$$

El modelo definido mediante la ecuación (AI.1) queda plenamente determinado cuando se conoce el valor de la variable d en cada instante del proceso de deformación. Para ello se define:

- (a) una norma, τ^t , del tensor de deformación ϵ^t o, alternativamente, del tensor de tensiones elástico (no dañado) ($\sigma_0^t = \mathbf{D}^0 : \epsilon^t$). Esta norma se denomina *deformación equivalente* y se usa para comparar los distintos estados de deformación de tal forma que sea posible definir conceptos como *carga*, *descarga* y *recarga*. La norma τ es una función escalar que reúne los requisitos usuales (por ejemplo ser positiva y tomar el valor 0 en el estado indeformado). En la sección 1.1 se discuten algunas posibilidades para su definición.
- (b) Un criterio de daño, $F(\tau^t, r^t) \leq 0$, formulado en el espacio de deformaciones o en el de tensiones no dañadas. La forma más simple de este criterio es:

$$F(\tau^t, r^t) = \tau^t - r^t \leq 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{AI.3.a})$$

donde τ^t es la norma descrita en (a) y r^t es el máximo valor del daño alcanzado hasta el instante presente t ; r^* es el valor inicial de r para el material no dañado (una propiedad del material) y debe cumplirse que $r^t \geq r^0 = r^*$. La expresión (AI.3.a) representa una superficie límite en el espacio de deformaciones o de tensiones elásticas. El daño crece cuando la norma τ supera el máximo valor de r alcanzado; en particular, el daño se inicia cuando τ excede el primer umbral de daño r^* . Una expresión equivalente a la (AI.3.a), que es más conveniente a efectos de posteriores derivaciones, es:

$$\bar{F}(\tau^t, r^t) = G(\tau^t) - G(r^t) \leq 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (A1.3.b)$$

donde $G(\cdot)$ es una función escalar monótona creciente que será convenientemente definida más adelante.

- (c) *Las leyes de evolución* para el umbral de daño r^t y la variable de daño d . Estas leyes se definen por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{\mu} \\ \dot{d} &= \dot{\mu} \frac{\partial \bar{F}(\tau, r)}{\partial \tau} = \dot{\mu} \frac{dG(\tau)}{d\tau} \end{aligned} \quad (A1.4)$$

donde $\dot{\mu}$ es el denominado parámetro de consistencia que define las condiciones de carga/descarga de acuerdo con las relaciones de Kuhn-Tucker:

$$\dot{\mu} \geq 0 ; \quad \bar{F}(\tau^t, r^t) \leq 0 ; \quad \dot{\mu} \bar{F}(\tau^t, r^t) = 0 \quad (A1.5)$$

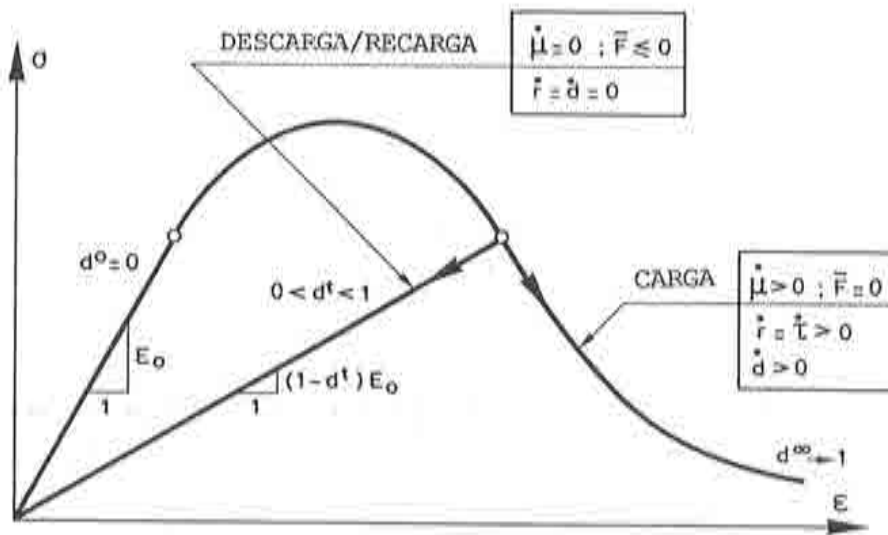


Figura A1.1. Curva uniaxial tensión-deformación para el modelo de degradación.

A partir de dichas expresiones, es fácil demostrar³ que la evolución de las variables internas puede integrarse explícitamente obteniéndose:

$$\begin{aligned}
 r^t &= \max \{r^0, \tau^s\} & 0 \leq s \leq t \\
 d^t &= G(r^t)
 \end{aligned}
 \tag{AI.6}$$

que describen completamente la evolución de las variables internas para cualquier situación de carga/descarga/recarga (ver Figura AI.1). Es notoria la simplicidad del algoritmo resultante en comparación con los que se obtienen en modelos plásticos u otros modelos de fisuración^{12,14,16},

La función escalar $G(\cdot)$ que define la evolución de la variable de daño debe ser monótonica y variar desde el valor 0 a 1. Tras la realización de algunos estudios se ha adoptado para dicha función el valor:

$$G(r^t) = 1 - \frac{r^*}{r^t} \exp \left\{ A \left(1 - \frac{r^t}{r^*} \right) \right\} \quad 0 < r^* \leq r^t \tag{AI.7}$$

que satisface todos los requisitos establecidos previamente; la determinación del parámetro A de la ec.(AI.7) será estudiada en el Apartado 1.2

1.1 Deformación equivalente y criterio de daño

Como ya se ha mencionado anteriormente, la norma $\tau(\epsilon)$, junto con el criterio de daño, juega un papel muy importante en la definición de la *superficie límite de daño*. Algunas posibilidades para la definición de dicha norma son:

I. Modelo isorresistente a tracción y compresión:

En este modelo, la norma τ se define como:

$$\tau_I = \sqrt{\sigma_0 : \mathbf{D}^{0-1} : \sigma_0} \tag{AI.8}$$

Utilizando (AI.2) la ecuación (AI.8) puede ser escrita en función de las deformaciones como:

$$\tau_I = \sqrt{\epsilon : D^0 : \epsilon} \quad (AI.9)$$

Físicamente es evidente que

$$\tau_I^2 = 2\Psi_0 \quad (AI.10)$$

donde Ψ_0 es la energía libre correspondiente al material no dañado (τ_I es la norma energética del tensor de deformación). Esta definición de τ determina una superficie $\tau_I(\epsilon) - \tau^* = 0$, en el espacio de tensiones elásticas o no dañadas, que es un elipsoide centrado en el origen (una esfera para valores del coeficiente de Poisson $\nu = 0.0$). En la Figura AI.2.a se presenta esta superficie en el plano $\sigma_0^1 - \sigma_0^3$ (tensiones principales no dañadas) y los correspondientes diagramas tensión deformación uniaxial. El modelo tiene igual resistencia a tracción que a compresión y es evidente que no es adecuado para el hormigón que tiene una relación entre las máximas resistencias a compresión f'_c y a tracción f'_t aproximadamente igual a 10:

$$\frac{f'_c}{f'_t} = n \approx 10 \quad (AI.11)$$

II. Modelo con degradación sólo a tracción

Un primer intento de solucionar el inconveniente del modelo definido anteriormente consiste en redefinir la *deformación equivalente* como:

$$\tau_{II} = \sqrt{\sigma_0^+ : D^{0-1} : \sigma_0^+} \quad (AI.12)$$

donde:

$$\sigma_0^+ = [\langle \sigma_0^1 \rangle, \langle \sigma_0^2 \rangle, \langle \sigma_0^3 \rangle, 0, 0, 0]^T \quad (AI.13)$$

siendo $\sigma_0^1, \sigma_0^2, \sigma_0^3$ las tensiones principales no dañadas y:

$$\langle \sigma_0^i \rangle = \begin{cases} \sigma_0^i & \text{si } \sigma_0^i > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (AI.14)$$

En la Figura AI.2.b puede observarse la superficie límite definida por la expresión $\tau_{III} - r^* = 0$, en el plano $\sigma_0^1 - \sigma_0^3$, y la correspondiente curva tensión-deformación uniaxial. Esta definición coincide con la del modelo I en el octante de tensión triaxial, pero define un dominio elástico no limitado en los octantes de compresión. Este modelo es de utilidad para aquellas situaciones en las que la tracción es dominante y no aparecen valores altos de las tensiones de compresión.

III. Modelo con degradación a tensión y compresión

Es posible definir una tercera opción para la deformación equivalente como:

$$\tau_{III} = \left(\theta + \frac{1-\theta}{n} \right) \sqrt{\sigma_0 : \mathbf{D}^{0-1} : \sigma_0} \quad (AI.15)$$

donde n viene definida en la ecuación (AI.1) y θ es un factor de ponderación que depende del estado de tensiones σ_0 . Una de las posibles definiciones para θ es⁹:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_0^i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_0^i|} \quad (AI.16)$$

Los valores de θ varían desde 0, para estados de compresión triaxial ($0 \geq \sigma_0^1 \geq \sigma_0^2 \geq \sigma_0^3$), a 1 para estados de tracción triaxial ($\sigma_0^1 \geq \sigma_0^2 \geq \sigma_0^3 \geq 0$). Para estados intermedios $0 < \theta < 1$. La Figura AI.2.c muestra la correspondiente superficie $\tau_{III} - r^* = 0$ en el plano $\sigma_0^1 - \sigma_0^3$ y la curva tensión deformación uniaxial. Es interesante recalcar que una simple definición como la dada en la ecuación (AI.5) y (AI.6) permite definir una superficie límite que aproxima con precisión el comportamiento observado experimentalmente en el hormigón^{9,10}.

IV. Otros modelos posibles

Dentro de los tres modelos propuestos hay diversas alternativas que han sido investigadas en este trabajo sin que se hayan notado diferencias importantes. Estas son:

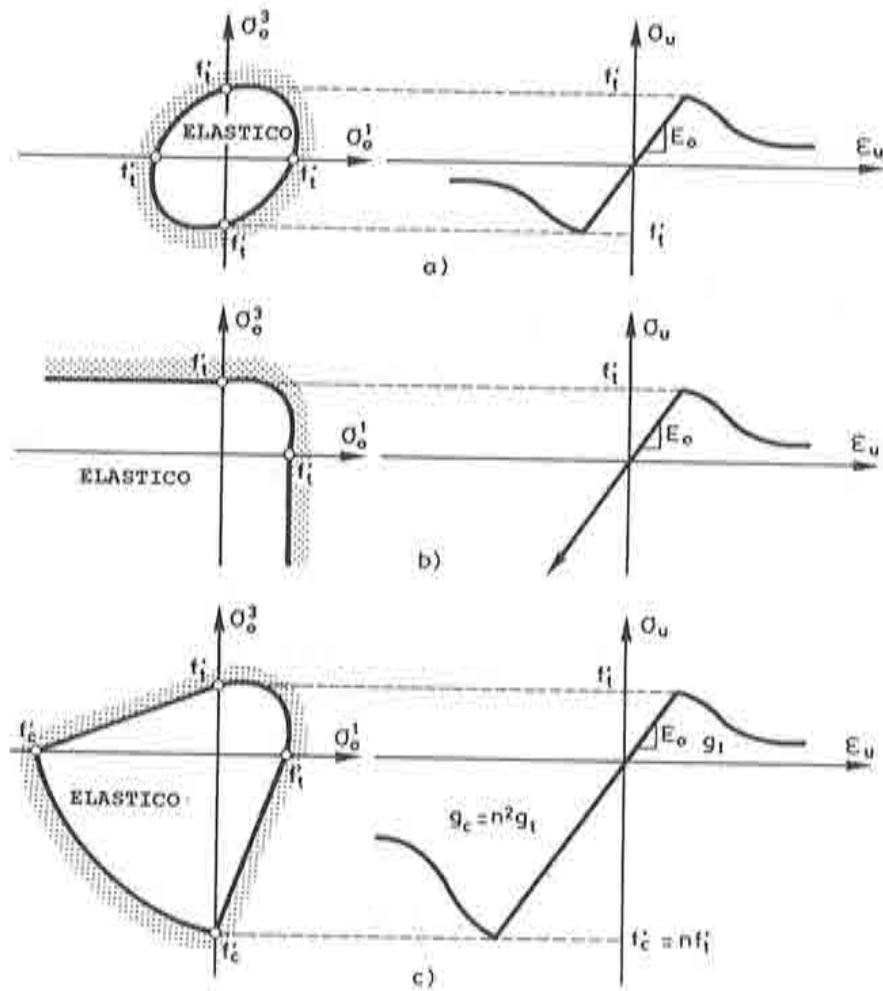


Figura A1.2. Superficies límites de daño y curvas uniaxiales para los modelos propuestos.

- (a) Sustitución de la expresión $(\sigma_o^+ ; D^{0-1} ; \sigma_o^+)^{1/2}$ de la ecuación (A1.12) por $(\epsilon^+ ; D^0 ; \epsilon^+)^{1/2}$. Ambas expresiones no son exactamente equivalentes salvo para $\nu = 0$. Esta definición alternativa del modelo II define una superficie abierta en el espacio de deformaciones idéntica a la presentada en la Figura A1.2.b, que se transforma en una superficie cerrada cuando se la representa en el espacio de tensiones no dañadas o elásticas (cuya forma depende del valor del coeficiente de Poisson).

- (b) La substitución de \mathbf{D}^{0-1} por $E_0^{-1} \mathbf{I}$, donde E_0 es el módulo plástico inicial, en las ecuaciones (AI.8), (AI.12) y (AI.15). Esto conduce a superficies límites muy similares pero evita algunas multiplicaciones matriciales, con el consiguiente ahorro computacional.

1.2 Los parámetros r^* y A

Un vez definida la función $\tau(\epsilon)$, la determinación del umbral de daño inicial r^* viene dada a partir de los resultados de un ensayo de tracción uniaxial. La substitución en (AI.8), (AI.12) o (AI.15) conduce a:

$$r^* = \frac{f'_l}{\sqrt{E_0}} \quad (\text{AI.17})$$

El parámetro A en la ecuación (AI.7) se determina como sigue: la disipación puede escribirse para todos los casos considerados como³:

$$\dot{\gamma} = \Psi_0 \dot{d} = \Psi_0 \frac{\partial G(\tau)}{\partial \tau} \dot{\tau} = \Psi_0 G'(\tau) \dot{\tau} \quad (\text{AI.18})$$

donde $\Psi_0 = \frac{\sigma_0^2}{2E}$ es la energía libre elástica.

Por consiguiente, para cualquier proceso de deformación la energía específica total disipada (por unidad de volumen) es:

$$g = \int_0^\infty \dot{\gamma} dt = \int_0^\infty \Psi_0 G'(\tau) \dot{\tau} dt \quad (\text{AI.19})$$

En particular para el modelo II es inmediato ver que:

$$\begin{aligned} \tau^2 &= 2\Psi_0 && \text{en tracción uniaxial} \\ \tau^2 &= \frac{2}{n^2}\Psi_0 && \text{en compresión uniaxial} \end{aligned} \quad (\text{AI.20})$$

La sustitución de las expresiones (AI.20) en la ecuación (AI.19), utilizando la función $G(\cdot)$ definida en (AI.7), y la correspondiente integración conduce a:

$$\begin{aligned} g_t &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{A}\right) (r^*)^2 && \text{en tracción uniaxial} \\ g_c &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{A}\right) (nr^*)^2 && \text{en compresión uniaxial} \end{aligned} \quad (\text{AI.21})$$

donde g_t y g_c son las energías específicas disipadas en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente. A partir de las expresiones (AI.21) se obtiene:

$$g_c = n^2 g_t \quad n = \frac{f'_c}{f'_t} \quad (\text{AI.22})$$

Finalmente, de la misma forma que en los modelos de fisuración distribuida^{12,13,14,16}, es posible establecer la relación:

$$g_t = \frac{G_f}{l^*} \quad (\text{AI.23})$$

donde G_f es la energía de fractura por unidad de área (tomada como una propiedad del material) y l^* es la longitud característica del elemento finito¹¹. Ahora, de las ecuaciones (AI.21), (AI.23) y (AI.17) se obtiene:

$$A = \left(\frac{G_f E_0}{l^* (f'_t)^2} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \geq 0 \quad (\text{AI.24})$$

El valor de A en la ecuación (AI.24) junto con el de n en la ecuación (AI.11) determina la forma de la curva tensión-deformación uniaxial (ver Figura AI.2.c). Puesto que A debe ser positiva, la expresión (AI.24) limita el tamaño máximo del elemento que puede usarse en una malla de elementos finitos con dicho valor de A .

En el cuadro 1 se presenta el sencillo algoritmo que se ha utilizado para evaluar las tensiones con los modelos propuestos. Puede notarse la puesta

DATOS INICIALES EN EL TIEMPO t_{n+1}

Propiedades del material: $f'_t, n, E_0, \nu, G_f \Rightarrow r^*$

Valores actuales: $\epsilon^{t_{n+1}}, d^{t_n}, r^{t_n}$

1) Cálculo de A (de la ec.(AI.24))

2) Si $t = 0$ Inicializar $r^0 = r^*$

3) Cálculo de las tensiones no dañadas

$$\sigma_0^{t_{n+1}} = D^0 : \epsilon^{t_{n+1}}$$

4) Cálculo de $\tau^{t_{n+1}}$ (de (AI.8), (AI.12) o (AI.15))

5) Puesta al día de las variables internas

$$r^{t_{n+1}} = \max\{r^{t_n}, \tau^{t_{n+1}}\}$$

$$d^{t_{n+1}} = G(r^{t_{n+1}})$$

6) Puesta al día de las tensiones

$$\sigma^{t_{n+1}} = (1 - d^{t_{n+1}}) \sigma_0^{t_{n+1}}$$

Cuadro 1. Algoritmo de evaluación de las tensiones

al día del parámetro umbral de daño r^l a medida que evoluciona el comportamiento no lineal.

2. COMPARACION DEL MODELO DE DEGRADACION ISOTROPICA CON MODELOS PREVIOS DE FISURACION ANISOTROPICA.

El modelo de daño isotrópico hasta aquí descrito puede representar, de una forma simple y eficiente, las características básicas del comportamiento mecánico del hormigón: degradación (ablandamiento por deformación) bajo estados de tracción, y los estados de compresión y estados mixtos tracción-compresión.

Consideremos ahora el conjunto de modelos desarrollados por diversos investigadores ([12-17] entre otros) que podrían agruparse bajo la denominación genérica de *modelos anisótropicos de fisuración distribuida*. Estos modelos han sido extensivamente utilizados en los últimos años y han constituido la herramienta básica para el análisis de estructuras de hormigón en masa y armado. En dichos modelos, la ecuación constitutiva del hormigón, que inicialmente es elástica lineal e isotrópica, se modifica de acuerdo con criterios específicos para tener en cuenta los efectos de la fisuración (o microfisuración) con una orientación predominante. El comportamiento del material después de la fisuración es fuertemente dependiente de la dirección de las fisuras y, por consiguiente, el modelo es típicamente anisotrópico. Los diversos modelos pueden rotar la dirección de fisuración a medida que la carga evoluciona o mantenerla fija, conduciendo a los denominados modelos de *fisura rotante* o *fisura fija*, respectivamente.

La ecuación constitutiva para los modelos de fisuración anisotrópica se establece normalmente a partir de elaborados razonamientos físicos basados en una visualización macroscópica del fenómeno de la fisuración. En consecuencia, estos modelos si bien son capaces de representar los procesos para los que fueron diseñados, contienen ciertas inconsistencias y factores *mágicos* (por ejemplo, el controvertido *factor de retención de tensiones tangenciales* en los modelos de fisura fija, y el no menos empírico *ángulo umbral* en los modelos de fisura rotante, así como el desacoplamiento del efecto Poisson). Estos inconvenientes teóricos normalmente se ven reflejados en dificultades computacionales y en la necesidad de ajustar los parámetros empíricos para obtener respuestas correctas.

Por otra parte, la mayoría de los usuarios de dichos modelos identificarían

a la simulación numérica de la degradación del módulo elástico en tracción, como el principal objetivo de cualquier modelo constitutivo del hormigón. Por consiguiente, parece pertinente una comparación entre el modelo de daño isótropico desarrollado y los modelos de fisura distribuida anisotrópica utilizados previamente, con el fin de obtener conclusiones sobre su rendimiento. Un elemento esencial en tales comparaciones es la diferencia entre el comportamiento local (microscópico) y la respuesta global (macroscópica). A este respecto, la anisotropía global asociada a la fisuración localizada puede ser bien representada por modelos que son localmente isotrópicos. La fisuración es entonces interpretada como el lugar geométrico de los puntos isotrópicamente dañados¹⁷.

Con respecto a la conocidas dificultades, teóricas y computacionales, asociadas a los fenómenos de ablandamiento por deformación y localización de deformaciones, éstas son comunes a ambas familias de modelos y no serán estudiadas aquí.

El modelo isótropico considerado es el descrito en apartados precedentes, considerando únicamente la degradación a tracción. Como modelo de fisuración de comparación se ha considerado un modelo de fisuración fija desarrollado en la referencia [15]. Para problemas en dos dimensiones, como los presentados aquí, dicho modelo permite la aparición de un conjunto de dos fisuras ortogonales en cada punto de integración.

2.1 Comportamiento local. Ensayo de tracción-corte

Este ejemplo está tomado de la referencia [16], donde fue usado para comparar el comportamiento de un modelo de *fisura fija* con el de un modelo de *fisura rotante*. Se trata de un problema de tensión plana en el que un elemento de cuatro nodos se ve sometido a un estado de deformación constante con vistas a estudiar la respuesta de la ecuación constitutiva.

En la Figura A1.3.a se presentan las características más importantes del ensayo. Las propiedades del material son las siguientes:

Módulo de Young $E_0 = 10000 \text{ N/mm}^2$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$, máxima resistencia a tracción $f_t^l = 1.0 \text{ N/mm}^2$, energía de fractura $G_f = 0.150 \text{ N/mm}$. La longitud característica es $l^* = 1.0 \text{ mm}$. Inicialmente se somete al elemento a un estiramiento en la dirección x junto con una contracción debida al efecto Poisson en la dirección y ($\Delta\epsilon_{xx} : \Delta\epsilon_{yy} : \Delta\gamma_{xy} = 1 : -\nu : 0$). Inmediatamente después de que la máxima resistencia a tracción es alcanzada, se impone un estado combinado de tracción y deformación

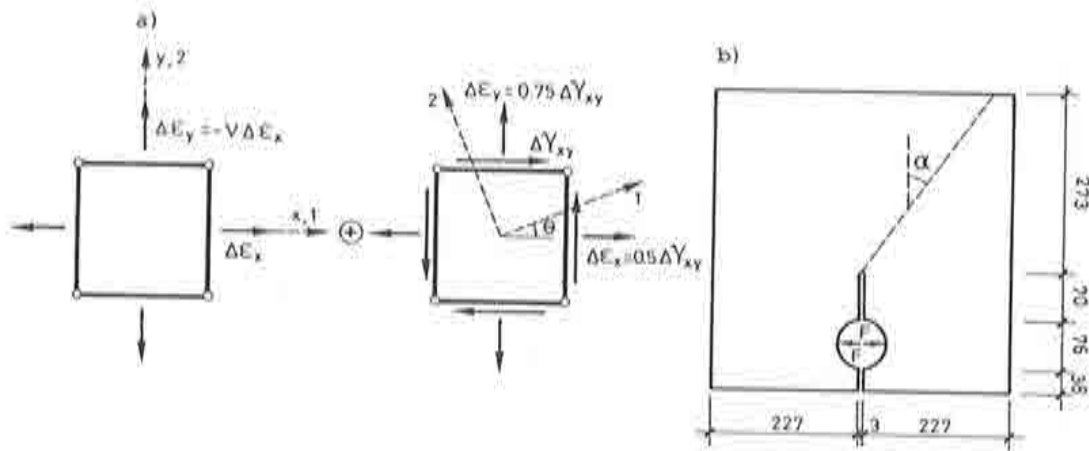


Figura A1.3. Características de los ejemplos de comparación (a) Ensayo de tracción-corte. (b) Ensayo de fractura en Modo I.

tangencial definido por $\Delta \epsilon_{xx} : \Delta \epsilon_{yy} : \Delta \gamma_{xy} = 0.5 : 0.75 : 1$. Este estado de deformación produce una rotación continua de las direcciones de deformación principal tal como se muestra en la Figura A1.3.

En la Figura A1.4.a se presentan las curvas $\sigma_1 - \epsilon_1$ resultantes (σ_1 tensión principal mayor, ϵ_2 deformación principal mayor). El modelo de daño presenta la rama de ablandamiento por deformación, tal como era esperable, mientras que el modelo de fisura fija presenta un curioso comportamiento mixto de ablandamiento-endurecimiento. La razón para ello puede encontrarse en la Figura A1.4.b; mientras el modelo de daño es corrotacional (es decir las direcciones de tensión principal coinciden con las direcciones de deformación principal), no ocurre así en el modelo de fisura fija. En particular, la curva obtenida para un factor de retención de tensiones tangenciales muy pequeño ($\beta = 0.005$) presenta un salto brusco de casi 90° , que corresponde a un giro repentino de las direcciones de tensión principal. La curva $\sigma_1 - \epsilon_1$, para el modelo de fisura fija, no tiene un sentido específico puesto que las direcciones principales de ambas magnitudes no coinciden. En la Figura A1.4.c se presenta la evolución del valor aparente del factor de retención de tensiones tangenciales evaluado como $\beta_{xy}^* = [\tau_{xy}/\gamma_{xy}]/G_0$ (G_0 es el módulo de deformación transversal $G_0 = E_0/2(1 + \nu)$). Puede observarse la progresiva disminución de dicho factor que se obtiene con el modelo de daño. Nótese también que, para el modelo de fisura fija, $\beta_{xy}^* \neq \beta$ a causa de haber despreciado el valor del coeficiente de Poisson después de la fisuración ($\beta_{xy}^* = \beta(1 + \nu)$). En la Figura A1.4.d se presenta la evolución del factor de retención de tensiones tangenciales, evaluándolo ahora como $\beta_{12}^* = [(\sigma_1 - \sigma_2)/2(\epsilon_1 - \epsilon_2)]/G_0$. El modelo de daño presenta

el mismo comportamiento que en la Figura AI.4.c (isotropía), mientras que el modelo de fisura fija se comporta bastante extrañamente a causa de la no coaxialidad ya mencionada. Es interesante mencionar que el comportamiento anómalo del modelo de fisuración fija puede evitarse, en gran parte, si se permite el giro de las fisuras forzando entonces la coaxialidad¹⁶. Sin embargo, todavía permanecen algunos problemas sin resolver: por ejemplo, los valores negativos obtenidos para el módulo de deformación por cortante. Por el contrario, el modelo de daño continuo presentado aquí no presenta ninguna de las mencionadas inconsistencias.

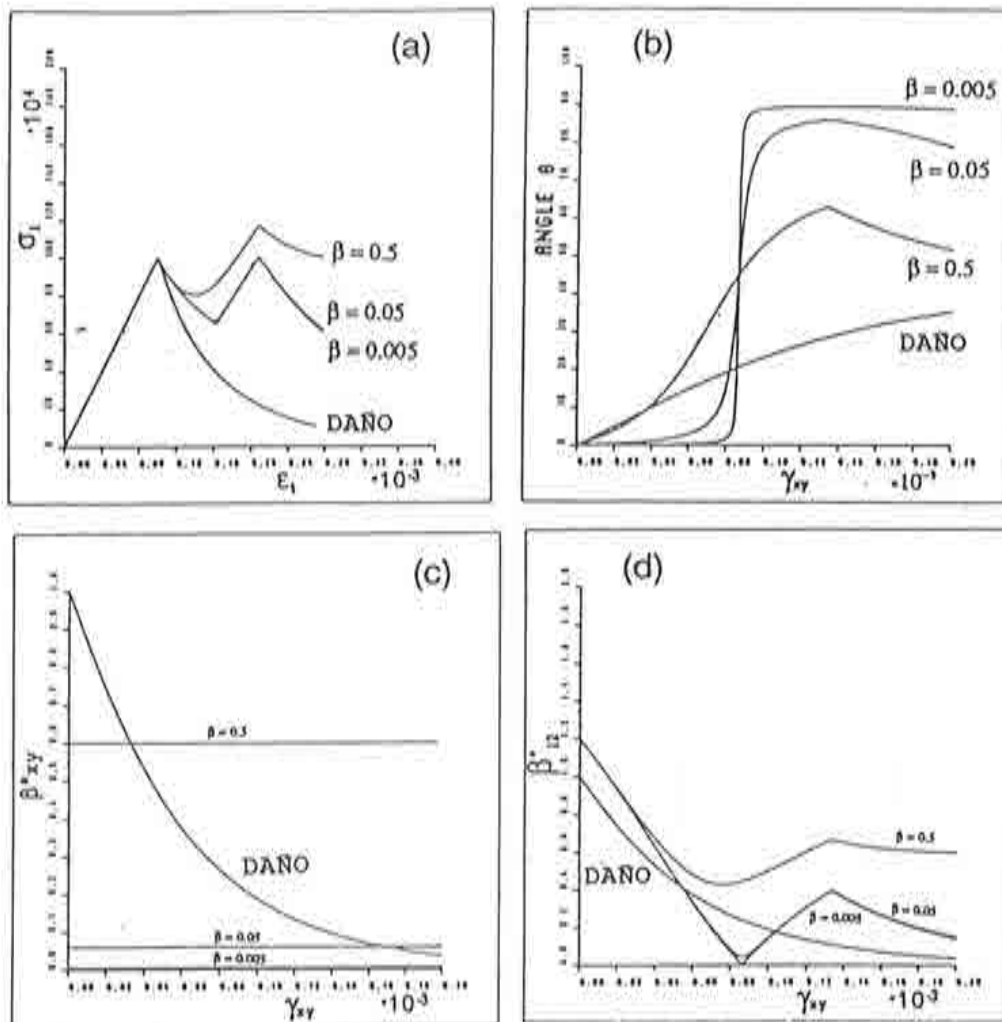


Figura AI.4. Resultados del ensayo de tracción-corte.

2.2 Comportamiento global. Ensayo de fractura en Modo I.

En la Figura AI.3b se presentan las características del segundo problema considerado: una probeta de hormigón entallada sometida a la acción de un par de fuerzas autoequilibradas que tienden a abrir la entalla. La propagación de la fractura se produce en un Modo I puro, mediante la aparición de una fisura vertical. Los objetivos del análisis numérico son: (a) poner de manifiesto que un modelo localmente isotrópico es capaz de reproducir el comportamiento anisotrópico asociado a la fisuración; (b) analizar la influencia de la orientación de la malla en la dirección de propagación de la fractura; y (c), comparar la calidad de los resultados obtenidos usando el modelo de daño y el modelo de fisura fija.

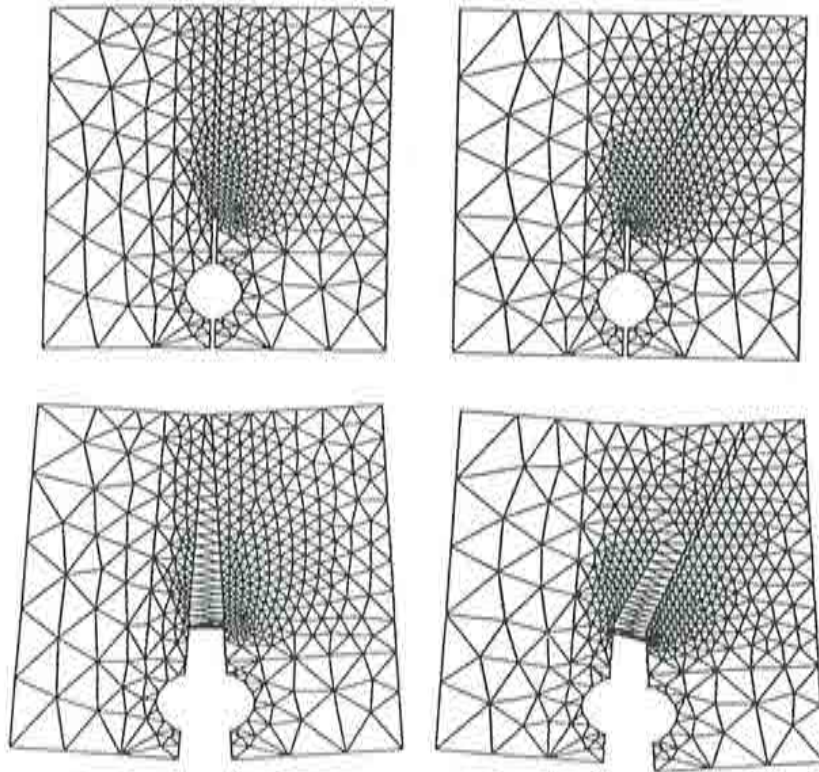


Figura AI.5. Resultado del ensayo de fractura. Modelo de degradación.

Las propiedades del material consideradas son: $E_0 = 30000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0.2$; $f_t^l = 3.0 \text{ N/mm}^2$; $G_f = 0.070 \text{ N/mm}$. La longitud característica l^* , se calcula aproximadamente como la raíz cuadrada del área de cada elemento. El espesor de la probeta es de 50.8 mm . Los elementos utilizados son elementos triangulares de tres nodos con un punto de integración por elemento. En la Figura AI.5 se presentan dos mallas diferentes de elementos finitos utilizadas en el análisis. Dichas mallas son no estructuradas¹⁸, aunque se han introducido un par de líneas paralelas con pendientes $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 30^\circ$, respectivamente. El objetivo de estas bandas de elementos es proporcionar un camino de propagación natural de la fisuración contra el cual el modelo debe *luchar* para proporcionar el correcto modo de propagación vertical.

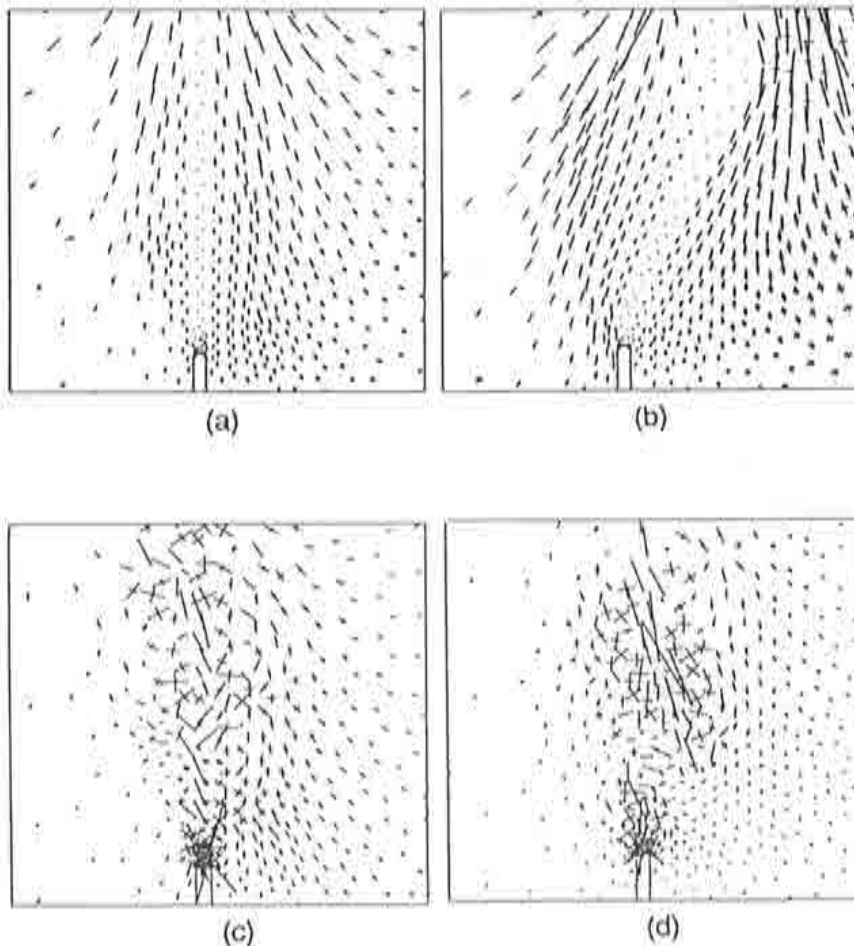


Figura AI.6. Resultados del ensayo de fractura. Comparación entre los modelos de fisura fija y de degradación.

En la parte inferior de la Figura AI.5, se presentan también las deformadas de la malla obtenidas con el modelo de daño isotrópico al final del análisis, en las que puede verse la correspondiente zona de localización en una banda de elementos. Para ángulos de desviación superiores a 20° la fisura sigue la banda de elementos predefinida. Por el contrario, para ángulos de desviación superiores a 30° , la solución es capaz zig-zaguear a lo largo de la malla tratando de conseguir la dirección de fisuración correcta. La experimentación numérica parece indicar una capacidad limitada del modelo para propagar la fractura, sin seguir necesariamente las líneas de la malla. En la referencia [16] se presentan resultados similares pero para mallas estructuradas.

En la Figura AI.6 se presenta la distribución de tensiones principales para los casos $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 30^\circ$, utilizando el modelo de daño (Figuras AI.6.a, AI.6.b) y el modelo de fisura fija (Figura AI.6.c, AI.6.d). Puede observarse como el modelo de daño presenta una total relajación de las tensiones en el interior de los elementos de la banda de localización. Los elementos contiguos a dicha banda presentan un estado de tensión correcta, con la tensión principal σ_1 paralela a la banda y valores nulos de la tensión σ_2 . Por otra parte, el modelo de fisura fija muestra una distribución de tensiones principales caótica, debido al fenómeno bien conocido de *bloqueo de tensiones* producido por dicho tipo de modelos¹⁶.

3. CONCLUSIONES

La principal conclusión de este estudio es que el modelo de daño isotrópico presentado reúne interesantes características con vistas a su utilización en la simulación numérica de procesos de fisuración en el hormigón. Por una parte, la simplicidad de la formulación y el hecho de que la integración de la ecuación constitutiva sea totalmente explícita lo hacen especialmente conveniente para cálculos a gran escala como los realizados en presas de hormigón. Por otra parte, dichos modelos están firmemente fundamentados en la teoría de ecuaciones constitutivas, y no presentan factores empíricos propios de otro tipo de modelos con una interpretación física complicada.

REFERENCIAS

1. Chaboche, J.L., "Continuum Damage Mechanics: Part I, General Concepts", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55 pp. 59-64, 1988.
2. Chaboche, J.L., "Continuum Damage Mechanics: Part II, Damage Growth, Crack Initiation, and Crack Growth", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 65-72, 1988.
3. Simo, J.C. and Ju, J.W., "Strain, and Stress, Based Continuum Damage Models, I. Formulation", *International Journal Solids Structures*, Vol. 23, pp. 821-840, 1987.
4. Simo, J.C. and Ju, J.W., "Strain, and Stress, Based Continuum Damage Models, II. Computational aspects", *International Journal Solids Structures*, Vol. 23, pp. 841-869, 1987.
5. Lemaitre, J., "How to use Damage Mechanics, Nuclear Engineering and Design 80", pp. 233-245, Elsevier Science Publishers B. V., 1984.
6. Bazant, Z.P., Pijaudier-Cabot, G. and Prat, P.C., "Distributed damage and application of nonlocal and microplane concepts", Northwestern University, Evanston, Illinois 60201.
7. Lubliner, J., "On the Thermodynamic Foundations of Non-Linear Solid Mechanics", *International Journal Non-Linear Mechanics*, Vol. 7, pp. 237-254, 1972.
8. Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. and Oñate, E., "A Plastic-Damage Model for Concrete", *International Journal Solids Structures*, Vol. 25, pp. 299-326, 1989.
9. Kupfer, H.B. and Gerstle, K.H., "Behaviour of concrete under biaxial stress", *Journal Engineering Mechanics Division*, Vol. 99, pp. 852-866, ASCE, 1973.

10. Kupfer, H.B., Hilsdorf, H. and Rush, H., "Behaviour of concrete under biaxial stress", *Journal ACI*, Vol. 66, 1969.
11. Oliver, J., "A Consistent Characteristic Length for Smearred Cracking Models", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 218, pp. 461-474, 1989.
12. Rots, J.G., Nauta, P., Kusters G.M. and Blaauwendraad, J., "Smearred crack approach and fracture localization in concrete", *Heron*, Vol. 30, pp. 3-48, 1985.
13. Cervera, M., Hinton, E., and Hassan O., "Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements", *Computers and Structures*, Vol. 25, pp. 845-869, 1987.
14. de Borst, R., "Smearred cracking, plasticity, creep and thermal loading, a unified approach", *Comp. Meth. Appl. Mech Engng.* Vol. 69, pp. 89-110, 1987.
15. Cervera, M., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures using Three Dimensional and Shell Finite Element Models", Ph. D. Thesis, C/Ph/93/86, University College of Swansea, 1986.
16. Rots, J.G., "Computational Modeling of Concrete Fracture", Ph. D. Thesis, Technische University Delft (Netherlands), 1988.
17. Oller, S., "Un modelo de daño continuo para materiales friccionales", Ph. D. Thesis, E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona (Spain), 1988.
18. Bugeda, G., "2DUMG. Two Dimensional Unstructured Mesh Generator", Internal Rep., E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona (Spain), 1989.
19. Cervera, M., Oliver, J., Oller, S. and Galindo, M., "Pathological Behaviour of Large Concrete Dams Analysed via Smearred Models". II Int. Conf. on Computer aided Analysis and Design of Concrete Structures, Zell Am See (Austria), 1990.

APENDICE II

MODELO DE FLUENCIA DEL HORMIGÓN

1. INTRODUCCION

Bajo la denominación genérica de *fluencia* suelen englobarse una serie de efectos observados experimentalmente en diversos materiales (como el hormigón, los polímeros y, en mucho menor grado, los materiales metálicos), relacionados con el comportamiento a largo plazo de estructuras constituidas por dichos materiales bajo cargas estáticas. Es frecuente, por otra parte, la inclusión, en este grupo de fenómenos, de la *fluencia plástica* que, si bien tiene una denominación parecida, responde a comportamientos fenomenológicos totalmente distintos y que no serán considerados aquí.

Los efectos de la fluencia que se analizarán se refieren al comportamiento *diferido* en el tiempo puestos de manifiesto en los típicos ensayos uniaxiales de fluencia y de relajación. Un ensayo por fluencia consiste en imponer un estado tensional en un cierto instante, que se mantiene constante para tiempos instantes posteriores. La respuesta o *historia* en deformaciones presenta una componente instantánea, en el momento de aplicación de las cargas, y una evolución posterior que, en general, tiende a estabilizarse con el tiempo (ver Figura AII.1a). En un ensayo de relajación se impone un estado de deformaciones obteniéndose una respuesta instantánea y una posterior relajación del campo de tensiones (ver Figura AII.1b). Las respuestas obtenidas pueden depender en cierta medida de la *edad* del material en el instante de aplicar las acciones, dando lugar al fenómeno de *envejecimiento*¹.

La aproximación matemática a la anterior fenomenología puede hacerse desde diversas perspectivas, aunque todas ellas tienen como punto de partida la teoría de la viscoelasticidad. En estructuras de hormigón armado de secciones delgadas (típicamente las de edificación, puentes, etc.), este fundamento se complementa con ciertas aproximaciones empíricas, dando lugar a las fórmulas de aplicación práctica que aparecen en los manuales y normas⁵.

Cuando se trata de obras de hormigón en masa, como las presas de hormigón, muchos de los fundamentos en las que se basan las fórmulas empíricas mencionadas no son aplicables no existiendo, por lo demás, estudios ni evidencia experimental que permitan llegar a formulaciones simples de dicho tipo⁶. La teoría de la viscoelasticidad queda entonces como la única herramienta consistente que puede ser utilizada.

En los apartados siguientes se presenta un modelo de fluencia de hormigón sin envejecimiento, que combina la rigurosidad de su fundamento teórico, que lo hace aplicable a todo tipo de estructuras de hormigón en una, dos o tres dimensiones, con la sencillez de su aplicación en un contexto de análisis numérico de las estructuras. Dicho modelo es fácilmente combinable con un modelo de comportamiento instantáneo no lineal del tipo *daño continuo*, dando lugar a un modelo constitutivo que tiene en cuenta tanto los fenómenos no lineales instantáneos (degradación o fisuración del hormigón) como sus efectos diferidos a largo plazo.

2. TRATAMIENTO VISCOELASTICO EN UNA DIMENSION

2.1 Aproximación mediante integrales hereditarias

El punto de partida de los modelos viscoelásticos lo constituyen los ensayos de fluencia y de relajación de la Figura AII.1. En un ensayo de *fluencia* se considera una barra sometida a un estado de tensiones, aplicado en el instante τ_0 , definido como:

$$\sigma(t) = H(t - \tau_0) \quad (AII.1)$$

donde t es el tiempo y $H(t - \tau_0)$ es la *función de Heaviside* definida como:

$$\begin{aligned} H(t - \tau_0) &= 0 & t < \tau_0 \\ H(t - \tau_0) &= 1 & t \geq \tau_0 \end{aligned} \quad (AII.2)$$

El estado de deformaciones obtenido como respuesta a dicho campo de tensiones impuestas, es conocido como *función de fluencia* $D(t, \tau_0)$ (ver Figura AII.1a). De forma similar, en un ensayo de *relajación* se impone un campo de deformaciones $\varepsilon(t) = H(t - \tau_0)$ y se obtiene la correspondiente historia de tensiones $E(t, \tau_0)$ conocida como *función de relajación* (ver Figura

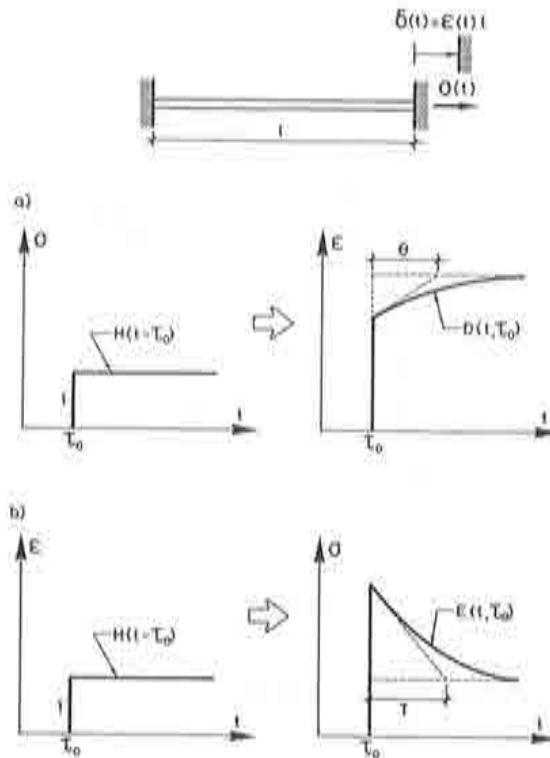


Figura AII.1. Funciones de fluencia $D(t, \tau_0)$ y de relajación $E(t, \tau_0)$.

AII.1b). Asociados a las funciones de fluencia y de relajación aparecen los parámetros¹ *tiempo de retardo* θ y *tiempo de relajación* T (ver Figura AII.1).

Conocida la función de relajación $E(t, \tau_0)$ la aplicación del principio de superposición (viscoelasticidad lineal) permite obtener la respuesta en tensiones a una historia de deformaciones cualquiera $\epsilon(t)$ como¹ (ver Figura AII.2):

$$\sigma(t) = \int_{\tau_0}^t E(t, \tau) \dot{\epsilon}(\tau) d\tau \quad (AII.3)$$

La ec.(A.3) plantea una ecuación constitutiva del tipo *hereditario*, en el que las tensiones en un instante determinado dependen de toda la *historia* anterior de deformaciones, típica del comportamiento viscoelástico. A pesar de que, desde el punto de vista analítico, la ec.(A.3) está perfectamente definida, su carácter integral la hace poco atractiva con vistas a su utilización en soluciones numéricas. La aproximación mediante variables de estado¹ o internas es una alternativa más conveniente.

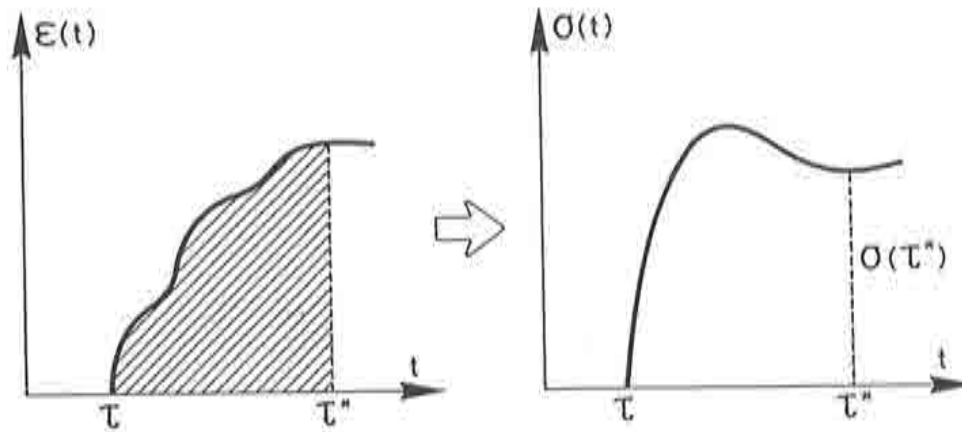


Figura AII.2. Respuesta viscoelástica.

2.2 Aproximaciones mediante variables internas

La integración por partes de la ec.(A.3) conduce a:

$$\sigma(t) = E(t, t)\epsilon(t) + \int_{\tau_0}^t e(t, \tau)\epsilon(\tau)d\tau \quad (AII.4)$$

con

$$e(t, \tau) = -\frac{\partial E(t, \tau)}{\partial \tau} \quad (AII.5)$$

En la ec.(AII.5), $E(t, t) = E(\tau_0, \tau_0)$ puede interpretarse como el módulo elástico *instantáneo* E constante a lo largo del tiempo si no se consideran, como es el caso, fenómenos de envejecimiento.

Desarrollando la función $e(t, \tau)$ de la ec.(AII.4) en serie de Dirichlet-Prony y truncando el desarrollo en el término n se obtiene:

$$e(t, \tau) = \sum_{i=1}^{i=n} -\frac{E_i}{T_i} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_i}} \quad (AII.6)$$

Definiendo ahora

$$q_i(t) = \int_{\tau_0}^t \frac{E_i}{T_i} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_i}} \varepsilon(\tau) d\tau \quad i = 1 \dots n \quad (AII.7)$$

y sustituyendo (AII.7) en (AII.4) se obtiene:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) - \sum_{i=1}^{i=n} q_i(t) \quad (AII.8)$$

En el contexto general de la teoría de ecuaciones constitutivas con variables internas, la ec.(AII.8) puede interpretarse como sigue: $E\varepsilon(t)$ es la tensión elástica y $q_i(t)$ son variables internas del tipo *tensión inelástica*² cuya evolución viene gobernada por la ecuación integral (AII.7) o, de forma más apropiada para el tratamiento numérico, mediante la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(t) + \frac{1}{T_i} q_i(t) &= \frac{E_i}{T_i} \varepsilon(t) & i = 1 \dots n \\ q_i(0) &= 0 \end{aligned} \quad (AII.9)$$

como puede comprobarse fácilmente mediante derivación directa de la ec.(AII.7).

La consideración de un número suficiente de términos en el desarrollo en serie de la ec.(AII.6) permitirá aproximar, con la precisión que se desee, un comportamiento viscoelástico hereditario del tipo definido en la ec.(A.3) utilizando variables internas definidas por las ecs. (AII.8) y (AII.9).

2.3 Identificación del comportamiento viscoelástico mediante modelos reológicos. Elemento de Maxwell generalizado

Consideremos el modelo reológico unidimensional de la Figura AII.3d (denominado elemento de Maxwell generalizado) constituido por un *elemento muelle* de constante elástica E_0 , y n subelementos (modelos de Maxwell, ver Figura AII.3c) compuestos, cada uno, por un *elemento muelle* de constante E_i y un *elemento de amortiguamiento* de viscosidad η_i (Figuras AII.3a y AII.3b).

Las ecuaciones que relacionan la tensión y la deformación en el elemento de Maxwell-generalizado son:

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{i=1}^{i=n} \sigma_i \quad (AII.10)$$

$$\dot{\sigma}_i + \frac{E_i}{\eta_i} \sigma_i = E_i \dot{\varepsilon}(t) \quad (AII.11)$$

Definiendo el tiempo de relajación T_i , asociado al subelemento "i", como:

$$T_i = \frac{\eta_i}{E_i} \quad (AII.12)$$

la ec.(AII.11) puede escribirse como:

$$\dot{\sigma}_i + \frac{1}{T_i} \sigma_i = E_i \dot{\varepsilon}(t) \quad (AII.13)$$

que puede ser integrada analíticamente¹ dando:

$$\sigma_i(t) = \int_{\tau_0}^t E_i e^{-\frac{(t-\tau)}{T_i}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau \quad (AII.14)$$

Integrando por partes y considerando la ec.(AII.8) se llega a:

$$\sigma_i(t) = E_i \varepsilon(t) - \int_{\tau_0}^t \frac{E_i}{T_i} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_i}} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (AII.15)$$

$$\sigma_i(t) = E_i \varepsilon(t) - q_i(t) \quad (AII.16)$$

donde:

$$q_i(t) = \int_{\tau_0}^t \frac{E_i}{T_i} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_i}} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (AII.17)$$

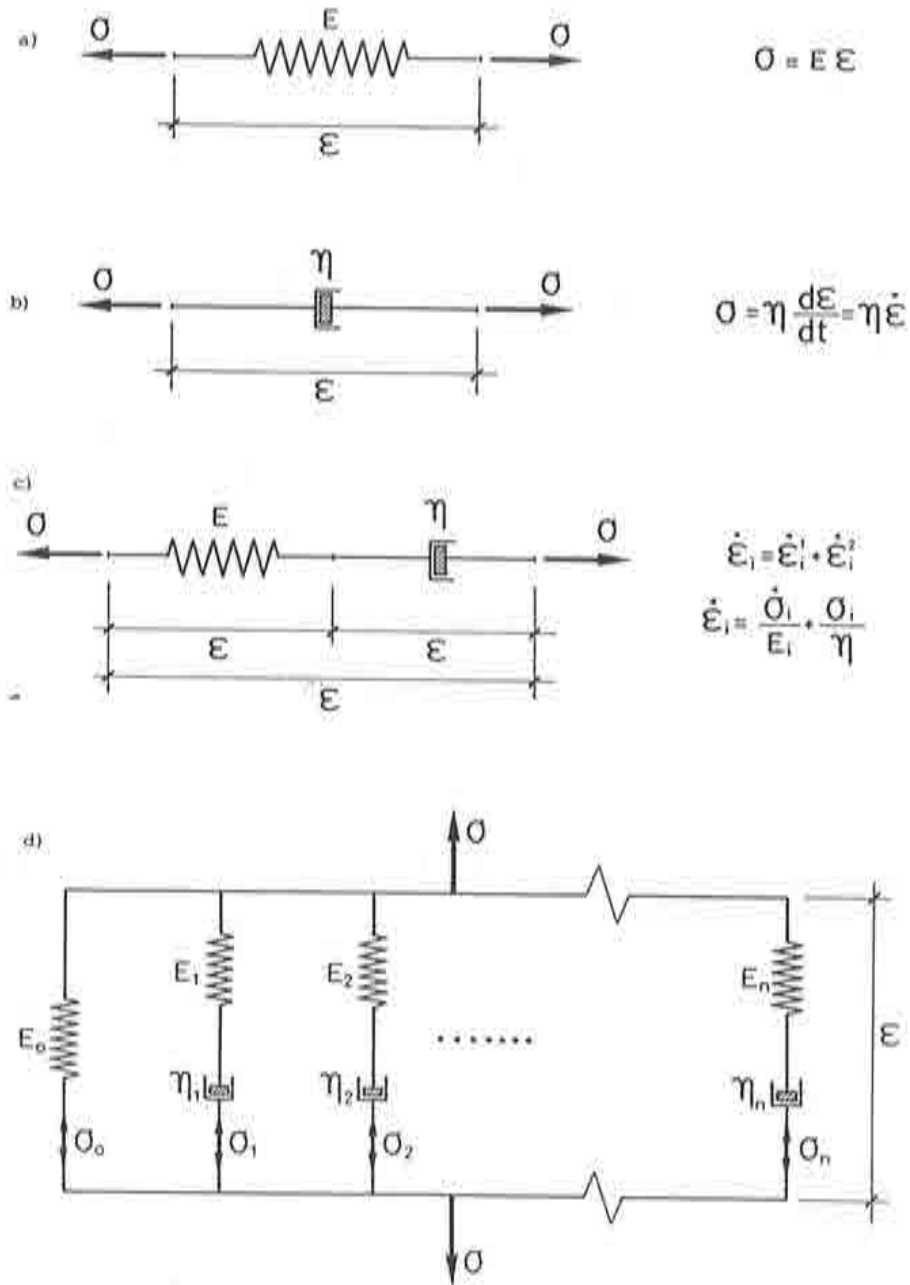


Figura AII.3. Modelos reológicos: a) Elemento *muelle*, b) Elemento *amortiguador*, c) Elemento de Maxwell, d) Elemento de Maxwell-generalizado.

puede ser interpretada como una tensión *inelástica* actuando sobre el elemento "i" de la cadena de Maxwell generalizada, cuyo evolución vendrá dada por una ecuación integral del tipo (AII.17) o una ecuación diferencial (derivando la ec.(AII.17)):

$$\dot{q}_i(t) + \frac{1}{T_i} q_i = \frac{E_i}{T_i} \varepsilon(t) \quad (\text{AII.18})$$

Finalmente, sustituyendo la ec.(AII.16) en la ec.(AII.10) se obtiene:

$$\sigma(t) = [E_0 + \sum_{i=1}^{i=n} E_i] \varepsilon(t) - \sum_{i=1}^{i=n} q_i(t) \quad (\text{AII.19})$$

La comparación de las ecs.(AII.18) y (AII.19) del modelo reológico con las (AII.8) y (AII.9) que definen el comportamiento viscoelástico uniaxial, permite definir las tensiones inelásticas q_i de cada elemento de la *cadena de Maxwell generalizada*, como las variables internas de un modelo viscoelástico uniaxial de parámetros E_i y T_i y módulo elástico:

$$E = E_0 + \sum_{i=1}^{i=n} E_i \quad (\text{AII.20})$$

En consecuencia, el modelo de Maxwell generalizado de la Figura AII.3d proporcionará la misma respuesta tensión-deformación uniaxial que el modelo viscoelástico con "n" variables internas q_i al que caracteriza.

3. GENERALIZACION A DOS Y TRES DIMENSIONES

3.1 Aproximación mediante integrales hereditarias

El comportamiento viscoelástico tridimensional se obtiene mediante la generalización directa de la ec.(A.3):

$$\sigma_{ij}(t) = \int_{\tau_0}^t E_{ijkl}(t, \tau) \dot{\varepsilon}_{kl}(\tau) d\tau \quad (\text{AII.21})$$

donde σ_{ij} y ε_{kl} son, respectivamente, componentes del tensor de tensiones y de deformaciones y E_{ijkl} es la correspondiente componente del *tensor de relajación* (de cuarto orden). En la ec.(AII.21), y de ahora en adelante, se considera la convención sumatoria de índices repetidos ($A_{ijkl}B_{kl} = \sum_k \sum_l A_{ijkl}B_{kl}$).

Si se considera un comportamiento isotrópico del material, como es el caso, puede escribirse³:

$$E_{ijkl}(t, \tau) = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (AII.22)$$

donde $\lambda(t, \tau)$ y $\mu(t, \tau)$ son funciones de relajación equivalentes a los coeficientes de Lamé en elasticidad lineal, y δ_{ij} es la delta de Kronecker. Análogamente a la elasticidad lineal puede escribirse:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & E &= E(t, \tau) \\ \nu &= \frac{E}{2(1+\nu)} & \nu &= \nu(t, \tau) \end{aligned} \quad (AII.23)$$

donde $E(t, \tau)$ y $\nu(t, \tau)$ son funciones de relajación equivalentes al módulo de Young y coeficiente de Poisson, respectivamente.

En un material como el hormigón, es aceptable la hipótesis:

$$\nu(t, \tau) = \nu = \text{constante} \quad (AII.24)$$

lo que deja a la función de relajación $E(t, \tau)$, que puede ser obtenida a través de ensayos uniaxiales, como determinante del comportamiento viscoplástico tridimensional. Sustituyendo (AII.23) en (AII.21) y teniendo en cuenta (AII.24):

$$E_{ijkl}(t, \tau) = E(t, \tau) \left[\frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2(1+\nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \right] \quad (AII.25)$$

Siguiendo un desarrollo paralelo al realizado en el caso unidimensional, e integrando la ec.(AII.21) por partes se llega a:

$$\sigma_{ij}(t) = E_{ijkl}(t, t)\varepsilon_{kl}(t) + \int_{\tau_0}^t e_{ijkl}(t, \tau)\varepsilon_{kl}(\tau)d\tau \quad (AII.26)$$

$$E_{ijkl}(t, t) = E(t, t)m_{ijkl} \quad (AII.27)$$

$$e_{ijkl}(t, \tau) = -\frac{\partial E(t, \tau)}{\partial \tau}m_{ijkl} = e(t, \tau)m_{ijkl} \quad (AII.28)$$

$$m_{ijkl} = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{1}{2(1+\nu)}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (AII.29)$$

En la ec.(AII.26) $E(t, t) = E(\tau_0, \tau_0)$ puede interpretarse como el módulo elástico *instantáneo* E , constante a lo largo del tiempo. En consecuencia, de las ecs.(AII.27) y (AII.29):

$$E_{ijkl}(t, t) = E_{ijkl} = Em_{ijkl} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{E}{2(1+\nu)}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (AII.30)$$

puede interpretarse como la componente $ijkl$ del tensor de constantes elásticas, proporcionado por la ley de Hooke³, y en la ec.(A.30) m_{ijkl} puede entenderse como la componente $ijkl$ del *tensor constitutivo unitario* (para módulo elástico unidad).

3.2 Aproximación mediante variables internas

Desarrollando la función $e(t, \tau)$, de la ec.(AII.28), en serie de Dirichlet-Prony hasta el término n -ésimo, análogamente a la ec.(AII.6):

$$e(t, \tau) \simeq \sum_{r=1}^{r=n} -\frac{E_r}{T_r} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_r}} \quad (AII.31)$$

y sustituyendo la ec.(A.31) en la ec.(AII.26) se llega a:

$$\sigma_{ij}(t) = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - \sum_r q_{ij}^r(t) \quad (AII.32)$$

$$q_{ij}^r(t) = \int_{\tau_0}^t \frac{E_r}{T_r} e^{-\frac{(t-\tau)}{T_r}} m_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\tau)d\tau \quad (AII.33)$$

De nuevo la ec.(A.31) permite interpretar la tensión total σ_{ij} como² la *tensión elástica* $E_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ menos la *tensión inelástica* $\sum_r q_{ij}^r$. Las variables internas q_{ij}^r evolucionan según la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{ij}^r + \frac{q_{ij}^r}{T_{ij}^r} &= \frac{E_r}{T_r} m_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) & r = 1, \dots, n \\ q_{ij}^r(0) &= 0 \end{aligned} \quad (AII.34)$$

como puede comprobarse por simple derivación de la ec.(A.33).

3.3 Identificación mediante un modelo de Maxwell generalizado

La comparación de las ecs.(A.34) con las (AII.18), permite interpretar automáticamente la variable interna q_{ij}^r como la tensión inelástica que se produciría en el elemento "r" del modelo de Maxwell generalizado de la Figura AII.3, si se impusiera en sus extremos una deformación de valor:

$$\hat{\varepsilon}_{ij}(t) = m_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) \quad (AII.35)$$

Las correspondientes tensiones en el modelo reológico serían, tal como se indica en la ec.(AII.19),

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= [E_0 + \sum_r E_r] \hat{\varepsilon}_{ij}(t) - \sum_r q_{ij}^r(t) \\ &= [E_0 + \sum_r E_r] m_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - \sum_r q_{ij}^r(t) \end{aligned} \quad (AII.36)$$

mientras que, en el modelo viscoelástico tridimensional, de las ecs.(A.30) y (A.31) se obtiene:

$$\sigma_{ij}(t) = E m_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - \sum_r q_{ij}^r(t) \quad (AII.37)$$

La comparación de las ecs.(A.36) y (A.37) permite identificar el módulo elástico E del material en función de los parámetros E_0 y E_r del módulo de Maxwell generalizado:

$$E = E_0 + \sum_r E_r \quad (AII.38)$$

4. INTEGRACION DE LA ECUACION CONSTITUTIVA

Conocidos los valores, en el instante t , de las tensiones $\sigma_{ij}(t)$ y de las variables internas $q_{ij}(t)$, así como el valor en un instante $t + \Delta t$ de las deformaciones $\varepsilon_{ij}(t + \Delta t)$, las tensiones $\sigma_{ij}(t + \Delta t)$ serán conocidas cuando lo sean $q_{ij}^r(t + \Delta t)$, tal como pone de manifiesto la ec.(A.37). El problema de la integración de la ecuación constitutiva se reduce entonces a integrar las ecuaciones (A.33) o (A.34) en el intervalo $[t, t + \Delta t]$. Utilizando notación intrínseca para el tensor de variables internas \mathbf{q}^r , de deformaciones $\boldsymbol{\varepsilon}$ y el tensor constitutivo lineal para módulo elástico unitario \mathbf{m} , la ec.(A.33) conduce a:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^r(t + \Delta t) &= \int_{\tau_0}^{t+\Delta t} \frac{E_r}{T_r} e^{-\frac{(t+\Delta t)-\tau}{T_r}} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau = \\ &= e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} \mathbf{q}^r(t) + \int_t^{t+\Delta t} \frac{E_r}{T_r} e^{-\frac{(t+\Delta t)-\tau}{T_r}} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau = (AII.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} \mathbf{q}^r(t) + \Delta^r \\ \Delta^r &= \int_t^{t+\Delta t} \frac{E_r}{T_r} e^{-\frac{(t+\Delta t)-\tau}{T_r}} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau \quad (AII.40) \end{aligned}$$

La integración numérica de la ec.(AII.40) puede realizarse por distintos procedimientos de los cuales se estudian dos en los siguientes apartados.

4.1 Método I

Se supone que en el intervalo $[t, t + \Delta t]$ el valor $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)$ es constante e igual a su valor en un cierto instante τ^* del intervalo.

De la ec.(AII.40):

$$\begin{aligned} \Delta^r &= E_r \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(\tau^*) \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{T_r} e^{-\frac{(t+\Delta t)-\tau}{T_r}} d\tau \\ &= (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) E_r \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(\tau^*) \quad (AII.41) \end{aligned}$$

$$\tau^* = t + \alpha \Delta t \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

y, en consecuencia de las ecs.(A.37), (A.39) y (AII.40) y denominando \mathbf{D}^0 al tensor constitutivo elástico se llega a:

$$\sigma(t + \Delta t) = \mathbf{D}^0 : \varepsilon(t + \Delta t) - \sum_r \mathbf{q}_r(t + \Delta t) \quad (AII.42)$$

$$\mathbf{q}^r(t + \Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} \mathbf{q}^r(t) + (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) E_r \mathbf{m} : \varepsilon(t + \alpha \Delta t) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (AII.43)$$

4.2 Método II

Se supone que en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, $\varepsilon(\tau)$ varía linealmente ($\dot{\varepsilon} = \text{cte.}$), es decir:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tau) &= \varepsilon(t) + \frac{\tau - t}{\Delta t} \Delta \varepsilon \quad t < \tau < t + \Delta t \\ \Delta \varepsilon &= \varepsilon(t + \Delta t) - \varepsilon(t) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ec.(AII.40):

$$\begin{aligned} \Delta \tau &= (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) E_r \mathbf{m} : \varepsilon(t) + \frac{E_r}{T_r \Delta t} \mathbf{m} : \Delta \varepsilon \int_t^{t+\Delta t} (\tau - t) e^{-\frac{(t+\Delta t)-\tau}{T_r}} d\tau \\ &= (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) E_r \mathbf{m} : \varepsilon(t) + E_r \left[1 - \frac{T_r}{\Delta t} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) \right] \mathbf{m} : \Delta \varepsilon(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (AII.44)$$

lo que conduce, a partir de (A.37), (A.39), (AII.40) y (AII.44), a:

$$\sigma(t + \Delta t) = \mathbf{D}^0 : \varepsilon(t + \Delta t) - \sum_r \mathbf{q}_r(t + \Delta t) \quad (AII.45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^r(t + \Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} \mathbf{q}^r(t) + (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) E_r \mathbf{m} : \varepsilon(t) \\ &\quad + \left[1 - \frac{T_r}{\Delta t} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}) \right] E_r \mathbf{m} : \Delta \varepsilon(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (AII.46)$$

5. ANALISIS DE LA ESTABILIDAD

El carácter numérico de la integración de la ecuación constitutiva presentada en el Apartado 4 lleva asociado la comisión de un cierto error cuya magnitud depende, directamente, del valor del incremento de tiempo (Δt) tomado. Esta circunstancia será estudiada con mayor profundidad en el Apartado 6. Sin embargo, existe una problemática asociada a la repercusión que el error cometido en un cierto intervalo de tiempo tiene sobre los resultados proporcionados por el algoritmo en intervalos de tiempo posteriores. Al estudio de este fenómeno se le conoce como análisis de estabilidad⁴.

Un algoritmo de integración es estable si el error cometido en un cierto intervalo de tiempo se transmite de forma amortiguada a incrementos de tiempo posteriores, tendiendo a desaparecer sus efectos en intervalos de tiempo suficientemente alejados. En caso contrario, nos hallamos ante un algoritmo inestable cuyas repercusiones en los resultados de cálculo son catastróficas.

Los algoritmos sintetizados en las ecuaciones (AII.43) y (AII.46) para la integración de las variables internas q^r pueden ser reescritos conceptualmente como:

$$q^r(t + \Delta t) = a(t + \Delta t) + bq^r(t) \quad (\text{AII.47})$$

donde en el término $a(t)$ no intervienen las variables internas (es conocido antes de la integración) y, por tanto, no afecta a la transmisión del error.

Si imaginamos que se ha cometido un error de magnitud e en la evaluación de las variables internas $q^r(t)$ en el instante t , y designando por $\hat{q}^r(t)$ el valor teóricamente exacto de dichas variables, se puede escribir:

$$q^r(t) = \hat{q}^r(t) + e \quad (\text{AII.48})$$

Suponiendo que no se cometen nuevos errores en sucesivos intervalos de tiempo, la transmisión del error e sigue el siguiente esquema:

$$q^r(t + \Delta t) = a(t + \Delta t) + b[\hat{q}^r(t) + e] = \hat{q}^r(t + \Delta t) + be$$

$$\begin{aligned}
 \dot{q}^r(t + 2\Delta t) &= a(t + 2\Delta t) + b[\dot{q}^r(t + \Delta t) + be] = \dot{q}^r(t + 2\Delta t) + b^2e \\
 &\vdots \\
 \dot{q}^r(t + n\Delta t) &= a(t + n\Delta t) + b[\dot{q}^r(t + (n-1)\Delta t) + b^{n-1}e] = \dot{q}^r(t + n\Delta t) + b^ne
 \end{aligned}
 \tag{AII.49}$$

pudiéndose apreciar que el error inicial e se transmite en el intervalo $t + n\Delta t$ como b^ne . La estabilidad del algoritmo exigirá que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b^ne = 0 \tag{AII.50}$$

Una condición suficiente para que se cumpla la ec.(AII.50) es, evidentemente,

$$|b| < 1 \tag{AII.51}$$

Examinando los valores de b en las ecs.(AII.43) y (AII.46), de acuerdo con la definición de la ec.(AII.47), se observa que:

$$b = e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} < 1 \tag{AII.52}$$

siempre que $\Delta t > 0$ y $T_r > 0$ (otros valores de dichos parámetros no tienen sentido físico). En consecuencia la ec.(AII.51) garantiza la estabilidad incondicional (independientemente de la magnitud del intervalo de tiempo considerado) de los algoritmos de integración presentados en el Apartado 4.

6. ANALISIS DE LA APROXIMACION

Consideremos la ecuación diferencial de partida (A.34) en notación intrínseca:

$$\dot{\hat{q}} + \frac{\hat{q}^r}{T_r} = \frac{E_r}{T_r} m : \varepsilon(t) \tag{AII.53}$$

La ecuación (AII.53) define los valores exactos de las sucesivas derivadas temporales como:

$$\dot{\mathbf{q}}^r(t) = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) - \frac{\dot{\mathbf{q}}^r}{T_r} \quad (\text{AII.54})$$

$$\ddot{\mathbf{q}}^r(t) = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) - \frac{\dot{\mathbf{q}}^r}{T_r} = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) - \frac{E_r}{T_r^2} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) + \frac{\ddot{\mathbf{q}}^r(t)}{T_r^2} \quad (\text{AII.55})$$

.....etc.

La aproximación al valor de \mathbf{q}^r dado por las ecs.(AII.43) o (AII.46) definirá unas derivadas temporales, que aproximarán, cuando $\Delta t \rightarrow 0$, los valores exactos de las ecs.(AII.54) y (AII.55) hasta un cierto orden que define el *orden de aproximación* del algoritmo, y que constituye una medida comparativa de su exactitud.

6.1 Método I

Desarrollando la ec.(AII.43) en serie de Taylor hasta los términos de segundo orden se obtiene:

$$\dot{\mathbf{q}}^r(t) = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) - \frac{\mathbf{q}^r}{T_r} \quad (\text{AII.56})$$

$$\ddot{\mathbf{q}}^r(t) = 2\alpha \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) - \frac{E_r}{T_r^2} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) + \frac{\mathbf{q}^r}{T_r^2} \quad (\text{AII.57})$$

La comparación entre las derivadas temporales *exactas* (ecs.(AII.54) y (AII.55) y *aproximadas* (ecs.(AII.56) y (AII.57)) pone de manifiesto que ambas coinciden para $\alpha = \frac{1}{2}$ en la ec. (AII.57), en cuyo caso la aproximación sería cuadrática. Para $\alpha \neq \frac{1}{2}$ sólo coincide la primera derivada, con lo que la aproximación sería lineal.

6.2 Método II

La obtención de las derivadas temporales, hasta segundo orden, en la ec.(AII.46) conduce a:

$$\dot{\mathbf{q}}^r(t) = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) - \frac{\mathbf{q}^r}{T_r} \quad (\text{AII.58})$$

$$\ddot{\mathbf{q}}^r(t) = \frac{E_r}{T_r} \mathbf{m} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) - \frac{E_r}{T_r^2} \mathbf{m} : \boldsymbol{\varepsilon}(t) + \frac{\mathbf{q}^r}{T_r^2} \quad (\text{AII.59})$$

que coinciden con las ecs.(AII.54) y (AII.55) con lo que la aproximación es siempre de segundo orden (cuadrática) para este algoritmo.

7. COMBINACION DE LOS MODELOS DE FLUENCIA Y DEGRADACION

El modelo viscoelástico utilizado hasta aquí para modelar los efectos de la fluencia del hormigón, considera una ecuación constitutiva del tipo *elastico lineal* de la forma:

$$\sigma = D^0 : \epsilon \quad (AII.60)$$

La generalización a un modelo de degradación no lineal del tipo *daño continuo*, como el estudiado en el Anejo I, es inmediata a partir del concepto de tensión efectiva. Considerando la ecuación constitutiva de un modelo de degradación isótropo (ver Apendice I):

$$\sigma = (1 - d)D^0 : \epsilon \quad (AII.61)$$

donde d es la *variable de daño*, y definiendo la tensión efectiva como:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d} = D^0 : \epsilon \quad (AII.62)$$

puede observarse la equivalencia de las ecs.(AII.60) y (AII.61) cuando en el modelo de daño se trabaja en tensiones efectivas.

Así pues, la generalización del modelo de fluencia se reduce a reproducir el caso elástico lineal en tensiones efectivas (ver Figura AII.4). De la ec.(AII.41):

$$\bar{\sigma}(t + \Delta t) = D^0 : \epsilon(t + \Delta t) - \sum_r q^r(t + \Delta t) \quad (AII.63)$$

con

$$D^0 = (E_0 + \sum_r E_r) \mathbf{m} \quad (AII.64)$$

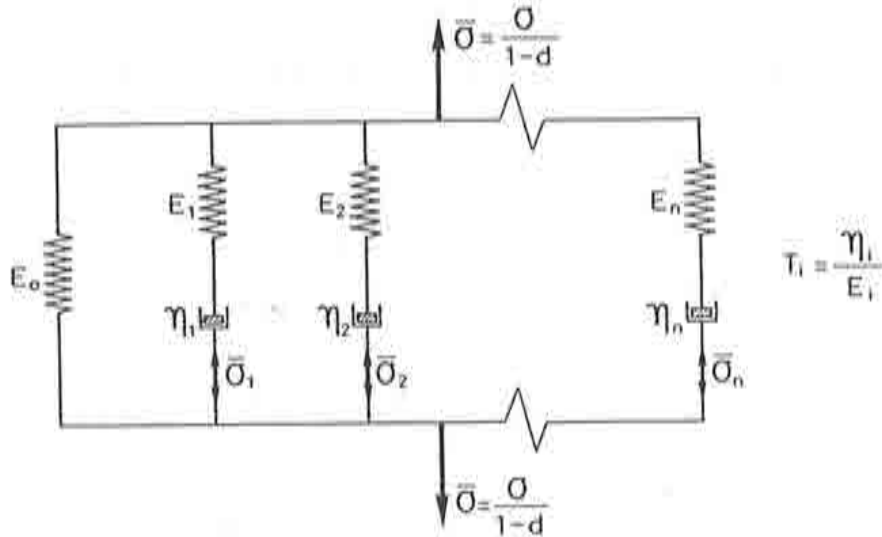


Figura AII.4 Modelo de Maxwell generalizado en tensiones efectivas.

La ec.(AII.63) puede escribirse ahora en términos de las verdaderas tensiones teniendo en cuenta la ec.(AII.61):

$$\sigma(t + \Delta t) = (1 - d)[D^0 : \varepsilon(t + \Delta t) - \sum_r q^r(t + \Delta t)] \quad (AII.65)$$

donde las variables internas q^r evolucionan, dependiendo del algoritmo de integración, de acuerdo con las expresiones (AII.43) y (AII.46), manteniéndose las características de estabilidad y aproximación de cada algoritmo estudiadas anteriormente.

La definición de la superficie límite de daño (ver Apartado 1.1, Anejo I) en el modelo de degradación debe hacerse también ahora consistentemente en términos de las tensiones efectivas de ec.(AII.63). La *tensión elástica no dañada* σ_0 del Anejo I (ecs.(AII.8),(AII.11), (AII.15), etc.) debe considerarse ahora como la tensión efectiva y calcularse de acuerdo con la ec.(AII.63).

REFERENCIAS

1. Creus, G.J. "Viscoplasticity-Basic Theory and Applications to Concrete Structures", Springer Verlag, 1986.
2. Lubliner, J., "On the thermodynamic foundations of non-linear solid mechanics", *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 7, pp. 237-254, 1972.
3. Malvern, L.E., "Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium", Prentice-Hall, 1969.
4. Batte K.J, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, 1982.
5. EH-88. "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado", Ministerio de Obras Públicas, 1988.
6. ICOLD, "Methods of determining effects of Shrinkage, Creep and Temperature on Concrete for large dams", Bulletin 26, 1976.

APENDICE III

MODELO DE SIMULACION DE JUNTAS

1. INTRODUCCION

Una junta es un elemento estructural que se caracteriza por introducir un campo de desplazamientos discontinuo, a ambos lados de la misma, manteniendo una cierta capacidad de transmisión de tensiones ya sean de compresión (al cerrarse los labios de la junta) o tangenciales (por efecto del rozamiento). En este sentido, una junta y una fisura tienen ciertas características comunes (ambas introducen la mencionada discontinuidad transmitiendo tensiones) pero mantienen dos diferencias fundamentales, a saber:

- La junta es un elemento de discontinuidad cuya posición se conoce previamente al proceso de deformación, circunstancia que no ocurre en el caso de fisuración, cuya situación y orientación son, en general, desconocidas antes del cálculo.
- Una junta de construcción no tiene ninguna capacidad de resistencia a tracción. No existe ninguna cohesión, a efectos de tracción, entre las partículas situadas en uno y otro labio de la misma. Esta circunstancia permite que no sea necesario modelar un proceso de relajación de las tensiones de tracción (vía ablandamiento por deformación¹) en la junta. Consecuentemente, en los modelos de simulación de juntas tampoco aparecen los problemas relacionados con dicho ablandamiento (objetividad, inestabilidad y bifurcación, etc¹ ...)

Estas consideraciones hacen pensar que el tratamiento y la elaboración de modelos para juntas debe ser conceptualmente más sencillo que el de los modelos de fisuración, y así es en realidad. El hecho de conocer la posición de la junta "a priori" permite introducir con facilidad su geometría en el análisis y, en cierta forma, considerar a la junta como un elemento estructural

especial que modifica las condiciones de contorno correspondientes a la parte continua de la estructura. En este contexto, los modelos clásicos de juntas² denominados de *junta discreta* introducen una ecuación constitutiva singular del tipo tensión – desplazamiento que permite determinar las tensiones sobre los labios de la junta entendidos como contorno de la estructura continua.

En la Figura AIII.1 se representa la ecuación constitutiva de un modelo bidimensional de junta. Las tensiones normal (σ) y tangencial (τ) a los labios de la junta se obtienen en función de los desplazamientos de apertura v' y de deslizamiento u' de dichos labios.

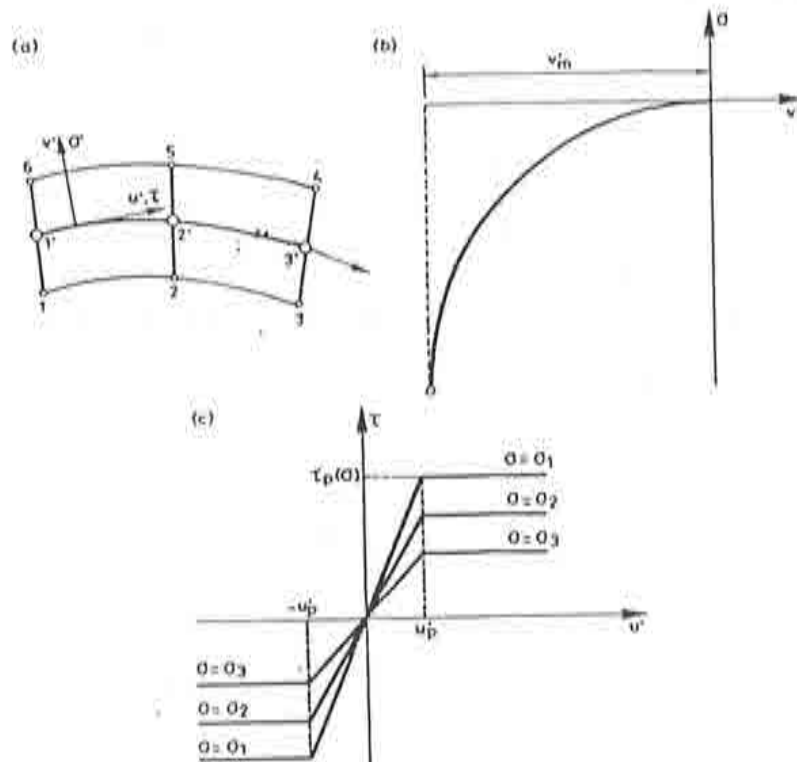


Figura AIII.1. Modelo discreto de junta.

La tensión normal (Figura AIII.1b) es nula mientras la junta se abre, y crece exponencialmente a medida que la junta se cierra. La forma de esta curva debe determinarse para aproximar la rigidez del material de relleno de la junta. En la Figura mencionada la curva tensión – desplazamiento es asintótica para un cierto valor v'_m que representa la apertura inicial entre labios de la junta; de tal forma que actúa como límite del movimiento de cierre de la junta en el instante en que ambos labios entran en contacto.

En cuanto a la tensión tangencial, se modela como se indica en la Figura AIII.1c. Se introduce un comportamiento lineal tensión - desplazamiento (que considera de nuevo la rigidez del material de relleno) hasta alcanzar un umbral (τ_p) para el cual se produce el deslizamiento libre. La curva tensión - desplazamiento depende del valor de la tensión normal de la forma:

$$\tau_p = -\sigma \operatorname{tg}\phi$$

donde ϕ es el ángulo de rozamiento entre los labios de la junta.

Este esquema ha sido la base para la elaboración de diversos modelos para juntas basados en la utilización de ecuaciones constitutivas tensión - desplazamiento².

El principal problema de todos ellos radica en la introducción la curva asintótica de la Figura AIII.1a que, por otra parte, responde a un concepto físico evidente como es la limitación del desplazamiento de cierre de la junta. Al implementar dicha curva en un esquema para la resolución del problema no-lineal, la existencia de valores de los desplazamientos para los cuales las tensiones son infinitas, y que pueden ser alcanzados dentro del proceso iterativo, es un problema numérico importante. Para evitarlo hay que recurrir a métodos de resolución particulares² a costa de la generalidad y eficiencia del procedimiento de resolución del problema no lineal.

2. MODELO DISTRIBUIDO. COMPORTAMIENTO EN LA DIRECCIÓN NORMAL A LA JUNTA

La idea subyacente en éste modelo es promediar el comportamiento discreto de una junta de apertura inicial δ_0 (ver Figura AIII.2a) sobre la longitud h del elemento continuo en el que se encuentra situada. Sea E^* el módulo de elasticidad que hay que asignar al material de dicho elemento para obtener el comportamiento superpuesto hormigón-junta (ver Figura AIII.2b). Estableciendo la igualdad de los desplazamientos obtenidos en ambas situaciones se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma}{E} (h - \delta_0) = \frac{\sigma}{E^*} h \quad (\text{AIII.1})$$

de donde puede obtenerse el módulo de elasticidad a asignar al elemento-junta como:

$$E^* = E \frac{h}{h - \delta_0} \quad (AIII.2)$$

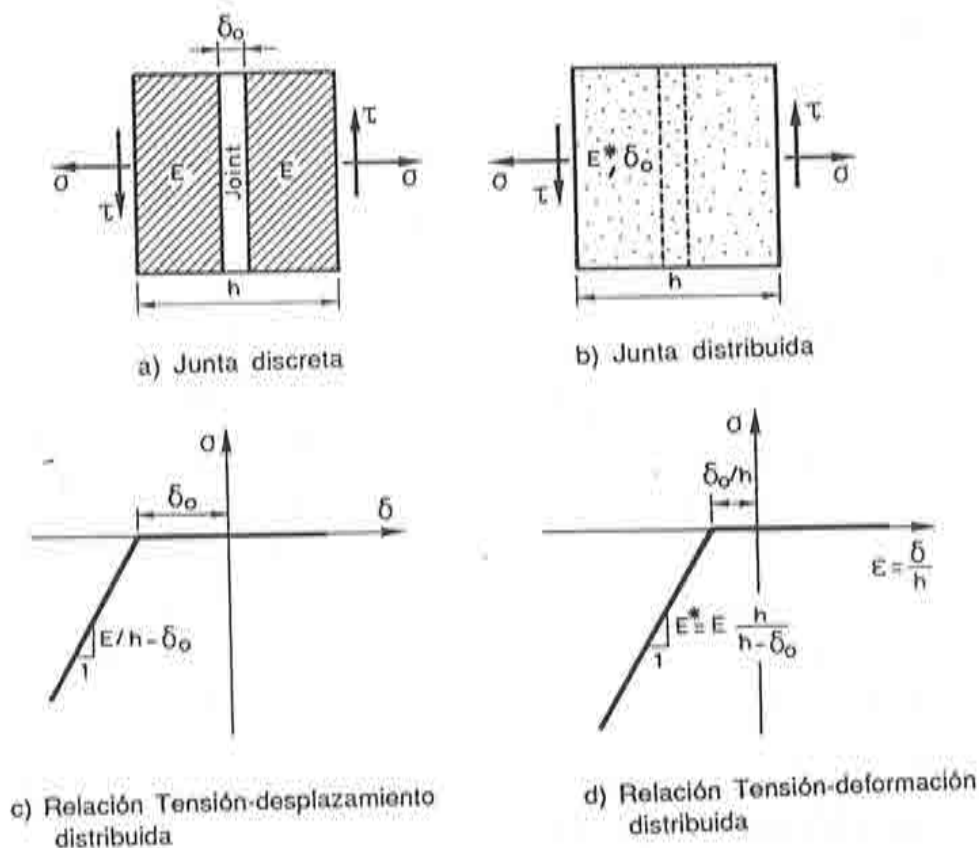


Figura AIII.2. Modelo distribuido de junta. Comportamiento en la dirección normal.

Estas consideraciones permiten plantear una curva tensión - deformación para el elemento-junta como la indicada en la Figura AIII.2d y, mediante la transformación de la deformación *distribuida* a desplazamientos relativos de la junta ($\delta = \epsilon h$), la correspondiente curva $\sigma - \delta$ (ver Figura AIII.2c). La tensión para deformaciones de tracción (apertura) es nula y también lo es para las de compresión hasta un umbral ($\delta = \delta_0$, $\epsilon = \delta_0/h$)

que corresponde al cierre total de la junta. A partir de este punto, el comportamiento en la dirección normal a la junta corresponde a un elemento "continuo" con un módulo de elasticidad E^* . Obsérvese que, en este caso, no aparecen ramas asintóticas en la ecuación constitutiva para tamaños de la malla h que no se acerquen mucho al de apertura inicial de la junta δ_0 . El refinamiento de la malla ($h \rightarrow \delta_0$) conduciría a dichos valores asintóticos y reproduciría nuevamente las ecuaciones de la junta "discreta". En circunstancias normales los tamaños de la malla utilizados son mucho mayores que las aperturas de las juntas y, por lo tanto, desaparecen los problemas de mal condicionamiento típicos de las juntas discretas. Como en el caso de la fisuración, si nuestro objetivo es reproducir los efectos de la discontinuidad en el resto de la estructura más que obtener valores exactos y precisos de tensiones y deformaciones en la propia junta, no hay razón para exigir en dichas zonas discretizaciones de nivel superior que en el resto de la estructura.

3. MODELO DISTRIBUIDO. COMPORTAMIENTO EN LA DIRECCIÓN TANGENCIAL A LA JUNTA.

Es conocida la similitud formal entre el tratamiento analítico del rozamiento entre dos sólidos y las ecuaciones de un modelo elastoplástico perfecto (con endurecimiento nulo). Dicha similitud pasa por la traducción de las deformaciones plásticas, en el modelo elastoplástico, a desplazamientos en el modelo de rozamiento.

Esta circunstancia, y el hecho de que el concepto de "distribución" permite pasar de una ecuación constitutiva tensión - desplazamiento a otra tensión - deformación ha sido aprovechada para modelar el comportamiento transversal de la junta mediante un modelo de elastoplasticidad perfecta.

Un modelo de rozamiento clásico puede resumirse en el esquema de la Figura AIII.3. Un sólido sometido a una tensión de compresión σ y a una tensión tangencial τ sufre únicamente deformaciones elásticas (recuperables al relajar σ y τ) siempre que el módulo de la tensión tangencial permanezca por debajo del umbral de deslizamiento:

$$\tau_{\max} = c + \sigma \operatorname{tg} \phi \quad (\text{AIII.3})$$

donde ϕ es el ángulo de rozamiento entre las superficies de deslizamiento y c la cohesión inicial entre ambas. En el instante en que se supera dicho

umbral se produce un deslizamiento de componentes δ_y y δ_z , irrecuperable ante una posterior relajación de las tensiones a valores nulos, de tal forma que la dirección de movimiento coincide con la de la tensión tangencial actuante τ (ver Figura AIII.3).

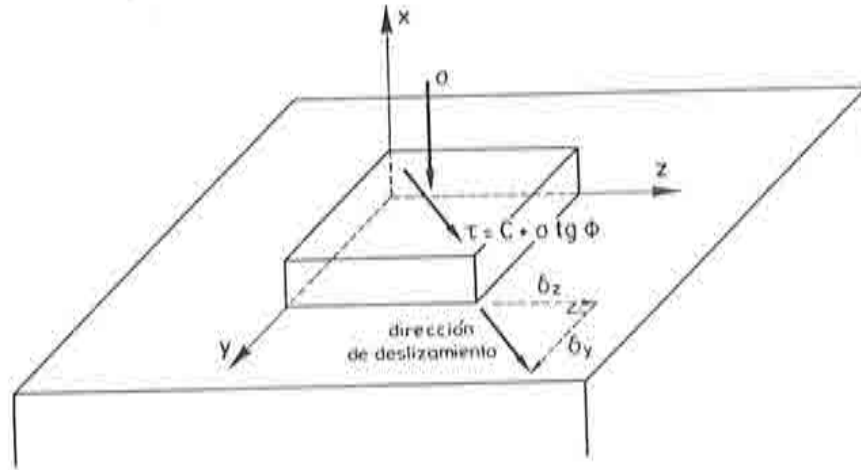


Figura AIII.3. Esquema de rozamiento

La traducción de este sencillo esquema al formalismo de la teoría de la plasticidad es la base para la elaboración del modelo de comportamiento transversal de la junta.

Consideremos una junta en el seno de un elemento de espesor h (ver Figura AIII.4a). En la Figura AIII.4b se representan la tensión normal σ_x (considerada positiva de tracción) y las tensiones tangenciales τ_{xy} y τ_{xz} en el plano de la junta. Un modelo clásico de rozamiento establecería los siguientes valores para la tensión tangencial resultante τ :

$$\tau = \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{AIII.4})$$

$$|\tau| \leq |\tau_{\max}| = c - \sigma_x \operatorname{tg} \phi \quad \text{para} \quad \sigma_x \leq 0 \quad (\text{AIII.5})$$

donde ϕ es el ángulo de rozamiento interno entre labios de la junta. La condición $\sigma_x \leq 0$ corresponde a la hipótesis de que la junta no permite tensiones de tracción, de acuerdo con el modelo de comportamiento longitudinal establecido previamente.

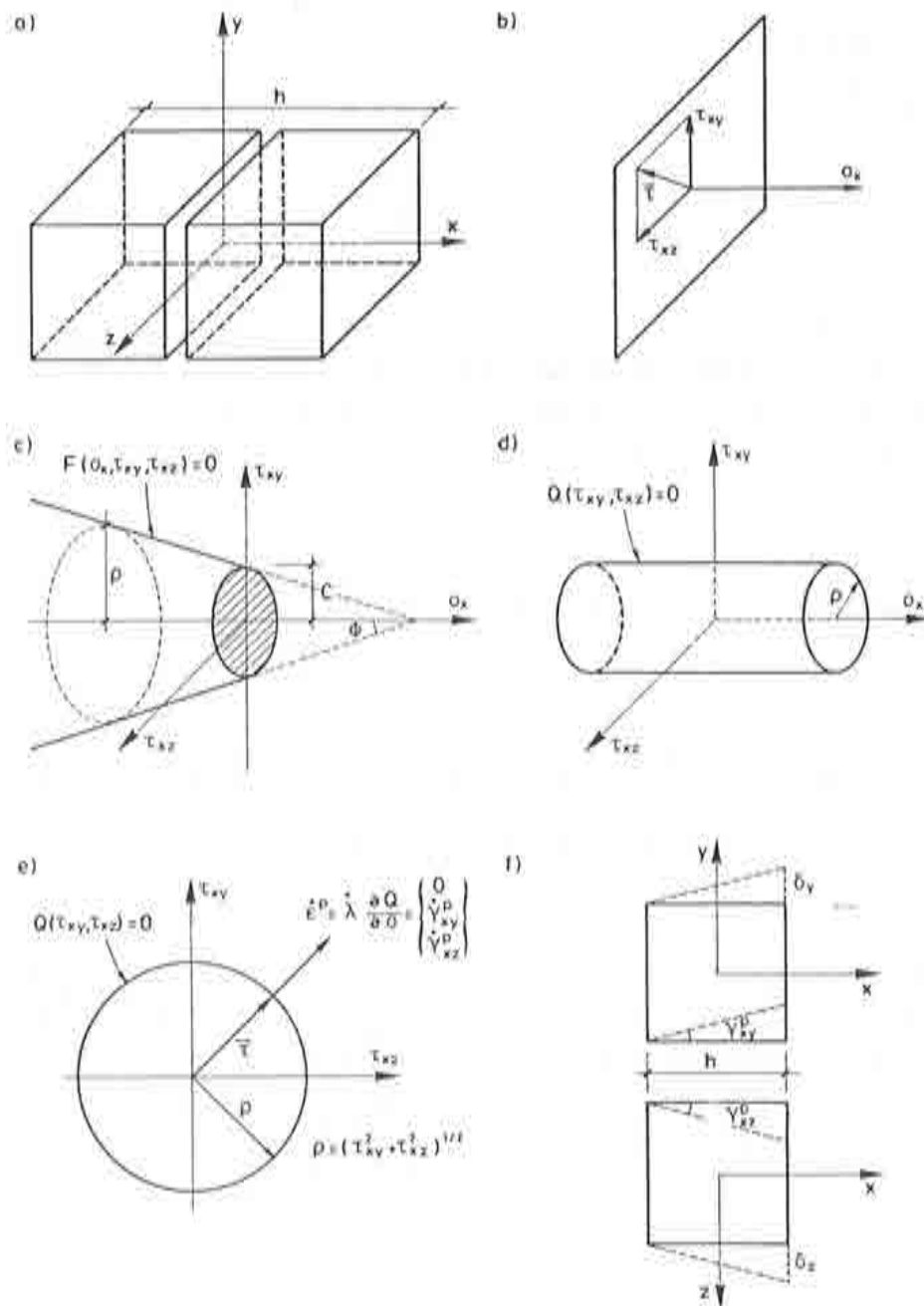


Figura AIII.4. Modelo elastoplástico para el comportamiento tangencial de la junta.

En el contexto de la elastoplasticidad, la ecuación (AIII.5) puede ser interpretada como una superficie de fluencia que separa el régimen elástico del elastoplástico (deslizamiento), y cuya forma se presenta en la Figura AIII.4c. Su expresión analítica sería:

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^e - \frac{\left(\mathbf{D}^e \cdot \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) \otimes \left(\mathbf{D}^e \cdot \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) \cdot \mathbf{D}^e \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)} \quad (AIII.15)$$

Si se establece la hipótesis adicional de desacoplamiento (coeficiente de Poisson $\nu = 0$) del comportamiento elástico del elemento en las tres direcciones cartesianas, la matriz \mathbf{D}^{ep} de la ecuación (AIII.5), en lo que se refiere a las componentes normal y tangencial al plano de la junta, puede escribirse como:

$$\mathbf{D}^{ep} = E^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\operatorname{tg}\phi \frac{\tau_{xy}}{|\tau|} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tau_{xy}^2}{|\tau|^2}\right) & -\frac{1}{2} \frac{\tau_{xy}\tau_{xz}}{|\tau|^2} \\ -\operatorname{tg}\phi \frac{\tau_{xz}}{|\tau|} & -\frac{1}{2} \frac{\tau_{xy}\tau_{xz}}{|\tau|^2} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tau_{xz}^2}{|\tau|^2}\right) \end{bmatrix} \quad (AIII.16)$$

donde E^* es el módulo elástico corregido de la ecuación (AIII.2) y $|\tau| = (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2)^{1/2}$.

REFERENCIAS

1. Borst R. De, *Non linear analysis of frictional materials*, Ph. D. Thesis, Delft, The Netherlands, 1986.
2. Carol I., Alonso E. y Nuchart A., "Modelos isoparamétricos de juntas en macizos rocosos", Proc. I simp. Nacional sobre Aplicaciones del Método de los Elementos Finitos en Ingeniería, Barcelona, 1982.
3. Owen D.R.J. y Hinton E., "*Finite Elements in Plasticity*", Pineridge Press, Swansea, U.K., 1980.
4. Oliver J., Oller S. y Oñate E., "Modelos elasto-plásticos para la simulación numérica de procesos de fractura", V Encuentro del Grupo Español de Fractura, Barcelona 1988.

