

Configuraciones eficientes de cables en puentes atirantados según análisis de sensibilidad de su comportamiento aeroelástico

José Ángel Jurado, Félix Nieto, Alejandro Mosquera y Santiago Hernández

Universidade da Coruña

ETS Enxeneiros de Caminos, Canais e Portos (ETSECCP)

Campus de Elviña, 15071 A Coruña, España

Tel.: 34-981-16 70 00; Fax: 34-981-16 71 70

e-mail: jjurado@udc.es, fnieto@udc.es, amosquera@udc.es, hernandez@udc.es

Resumen

En el presente artículo se estudian diversas configuraciones de cables para puentes atirantados de gran vano en función de su comportamiento frente al fenómeno de flameo. Como criterio para elegir la configuración de mayor eficiencia se han realizado varios análisis de sensibilidad de los parámetros aeroelásticos estudiando, cómo cambia la velocidad crítica de viento, con la que se produce la inestabilidad por flameo, así como la frecuencia de oscilación, cuando se modifican las propiedades mecánicas del tablero. Finalmente, a partir de la colección de resultados obtenidos se decide la mejor disposición de cables para varias longitudes del vano principal.

Palabras clave:

aeroelasticidad, flameo, puentes atirantados, análisis de sensibilidad.

EFFICIENT CABLE ARRANGEMENT IN CABLE-STAYED BRIDGES BASED IN SENSITIVITY ANALYSIS OF AEROELASTIC BEHAVIOUR

Keywords:

aeroelasticity, flutter, cable-stayed bridges, sensitivity analysis.

Summary

In this paper several cable arrangements in cable-stayed bridges are studied depending on the behaviour of the bridge due to flutter phenomena. Sensitivity analysis of the critical wind speed and frequency oscillation has been made with regard to mechanical properties of the deck in order to obtain an efficient configuration of cables. Finally, the best cable arrangement is chosen for a cable-stayed bridge with different span lengths.

INTRODUCCIÓN

La construcción de puentes atirantados ha experimentado un gran impulso durante la pasada década. Puentes de más de 800 m de longitud de vano han sido construidos en Francia y Japón y algunos puentes con una longitud de vano de más de 1 km, como el puente Stonecutters en Hong-Kong o el puente Chongming en China, del que se muestra una imagen virtual en la Figura 1, serán una realidad próximamente. Debido al aumento de su longitud, este tipo de puentes puede experimentar fenómenos como el flameo de manera similar, a como puede ocurrir con los puentes colgantes.

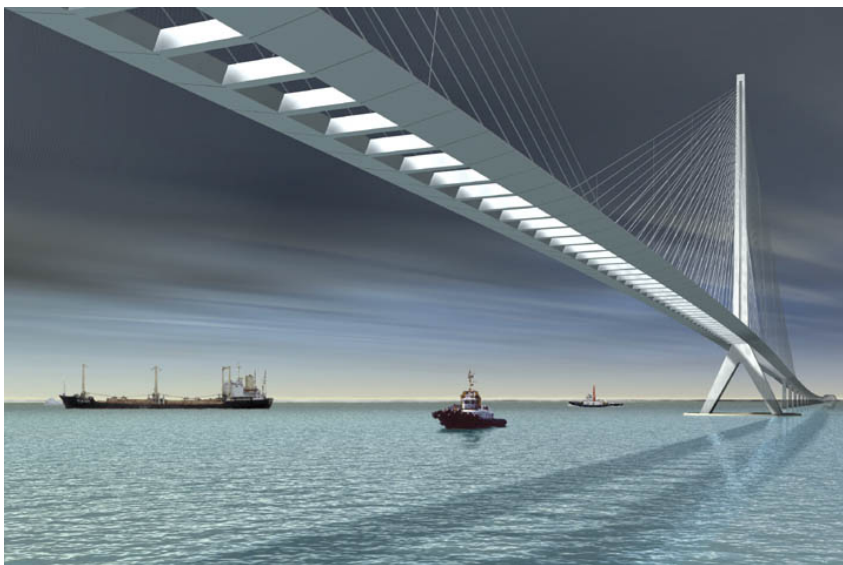


Figura 1. Puente Chongming

Los puentes atirantados presentan diversas posibilidades en la disposición de los cables. Al comienzo del diseño se pueden considerar disposiciones en arpa, abanico o mixtas. También se pueden considerar variaciones en el número de planos de cables.

Normalmente, durante la fase de diseño las modificaciones que se hacen están basadas en la realización de diversos análisis usando el procedimiento de prueba y error, que dependen de reglas heurísticas dictadas por los conocimientos y la experiencia de los ingenieros. Esta aproximación puede ser ineficiente en problemas nuevos y frecuentemente es necesario recurrir a la realización de ensayos experimentales, lo que encarece y alarga el proceso de diseño. Estos inconvenientes pueden evitarse mediante una aproximación basada en el análisis de sensibilidad^{1,2}, que será de gran ayuda al proyectista.

ANÁLISIS AEROELÁSTICO DE PUENTES

Las fuerzas provocadas por una velocidad de viento uniforme U a lo largo del tablero de un puente se representan normalmente mediante tres componentes: D (arrastre), L (levantamiento) y M (momento). Estas fuerzas se linealizan en función de los movimientos y velocidades del tablero del puente usando la siguiente formulación matricial^{3,4,5}

$$\begin{pmatrix} D \\ L \\ M \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\rho U^2 \begin{pmatrix} K^2 P_4^* & -K^2 P_6^* & -BK^2 P_3^* \\ -K^2 H_6^* & K^2 H_4^* & BK^2 H_3^* \\ -BK^2 A_6^* & BK^2 A_4^* & B^2 K^2 A_3^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \\ \varphi_x \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\rho U^2 \begin{pmatrix} BKP_1^*/U & -BKP_5^*/U & -B^2 KP_2^*/U \\ -BKH_5^*/U & BKH_1^*/U & B^2 KH_2^*/U \\ -B^2 KA_5^*/U & B^2 KA_1^*/U & B^3 KA_2^*/U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\varphi}_x \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde ρ es la densidad del aire, K parámetro de frecuencia reducida $K = B\omega_a/U$, ω_a la frecuencia de vibración del puente y P_i^*, H_i^*, A_i^* ($i = 1, \dots, 6$) son los coeficientes aerolásticos o coeficientes de flameo obtenidos mediante ensayos experimentales. Los coeficientes aerolásticos son función de la frecuencia reducida K . En la Figura 2 se representan estas fuerzas y movimientos sobre la sección de un tablero de puente.

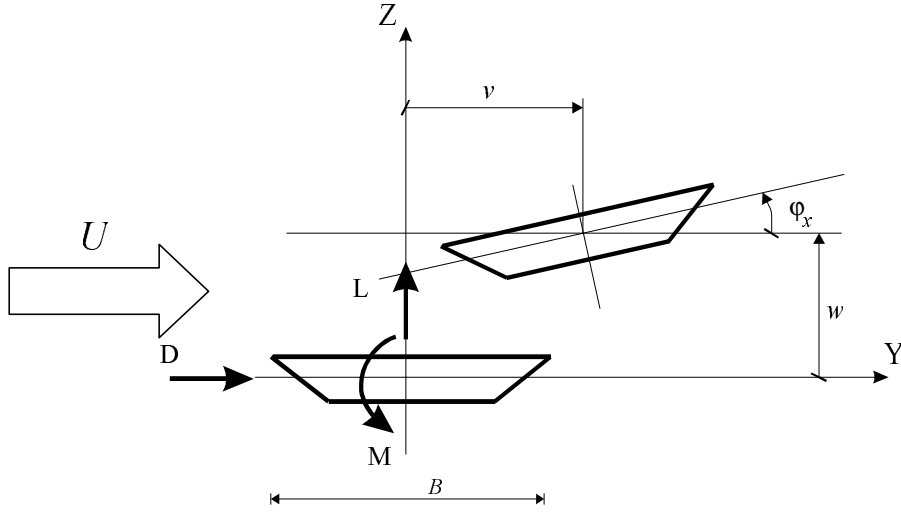


Figura 2. Fuerzas aerolásticas sobre un tablero de puente

En el tablero el conjunto de fuerzas producidas por el viento puede expresarse como

$$\mathbf{P} = \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_a \mathbf{u} \quad (2)$$

donde \mathbf{C}_a y \mathbf{K}_a son las llamadas matrices de amortiguamiento y rigidez aerolásticas respectivamente, las cuales representan el efecto del viento sobre todo el tablero del puente. El equilibrio dinámico de la estructura puede expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{P} = \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_a \mathbf{u} \quad (3)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura completa, respectivamente. Reorganizando la expresión (3) se llega a

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_a) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (4)$$

La ecuación (4) representa la vibración libre amortiguada de un sistema estructural, ecuación que se resuelve aplicando análisis modal considerando los m modos de vibración más importantes en el fenómeno del flameo

$$\mathbf{u} = \sum_{r=1}^m \phi_r q_r = \Phi \mathbf{q} \quad (5)$$

donde Φ es la matriz modal y el vector \mathbf{q} representa una oscilación amortiguada en la forma

$$\mathbf{q} = \mathbf{w}e^{\mu t} \quad (6)$$

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación (4), premultiplicando por Φ^T , agrupando términos como se indica en la expresión (7) y normalizando los autovectores respecto a la matriz \mathbf{M} se obtiene

$$\mathbf{I} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi, \quad \mathbf{C}_R = \Phi^T (\mathbf{C} - \mathbf{C}_a) \Phi, \quad \mathbf{K}_R = \Phi^T (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) \Phi \quad (7)$$

Sustituyendo (6) y (7) en (4), resulta

$$(\mu^2 \mathbf{I} \mathbf{w} + \mu \mathbf{C}_R \mathbf{w} + \mathbf{K}_R \mathbf{w}) e^{\mu t} = \mathbf{0} \quad (8)$$

Con lo que se obtiene un problema de autovalores. Para obtener la solución del problema, (8) se combina con

$$-\mu \mathbf{I} \mathbf{w} + \mu \mathbf{I} \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (9)$$

y se obtiene

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^2 \mathbf{w} \\ \mu \mathbf{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R & \mathbf{K}_R \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \mathbf{w} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \right) e^{\mu t} = \mathbf{0} \quad (10)$$

llamando

$$\mathbf{w}_\mu = \begin{pmatrix} \mu \mathbf{w} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\mathbf{C}_R & -\mathbf{K}_R \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (11)$$

se llega al clásico problema de autovalores

$$(\mathbf{A} - \mu \mathbf{I}) \mathbf{w}_\mu e^{\mu t} = \mathbf{0} \quad (12)$$

del que resultan m pares de autovalores complejos conjugados μ_i y $\bar{\mu}_i$

$$\mu_i = \alpha_i + i\beta_i \quad \bar{\mu}_i = \alpha_i - i\beta_i \quad (13)$$

o también

$$\mu_i = -\omega_i \zeta_{ai} + i\omega_{ai} \quad \bar{\mu}_i = -\omega_i \zeta_{ai} - i\omega_{ai} \quad (14)$$

donde ω_i es la frecuencia natural, ω_{ai} la frecuencia amortiguada y ζ_{ai} el factor de amortiguamiento correspondiente al autovalor i -ésimo.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE FLAMEO

Con velocidades de viento U pequeñas todos los factores de amortiguamiento ζ_{ai} serán positivos y por lo tanto la respuesta estructural decrecerá con el tiempo. A medida que la velocidad de viento U aumenta, los factores de amortiguamiento decrecerán y para un cierto valor U_f , el modo j -ésimo tendrá un valor de amortiguamiento aeroelástico $\zeta_{aj} = 0$ propi-

ciando la inestabilidad conocida como flameo de la estructura. La identificación de la velocidad de flameo U_f se realiza según el diagrama de flujo⁶, que se muestra en la Figura 3.

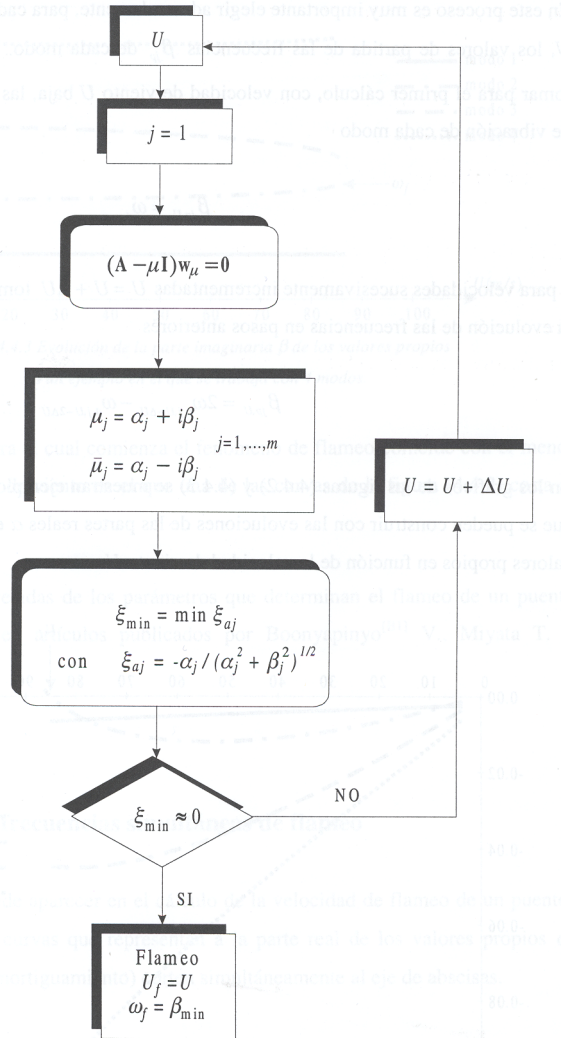


Figura 3. Diagrama de flujo para el cálculo de la velocidad de flameo

SENSIBILIDAD DE LA VELOCIDAD DE FLAMEO

Al alcanzar la velocidad de flameo U_f , la parte real de algún autovalor α_j definido según las ecuaciones (13) y (14) se hace cero⁷. En consecuencia la expresión (12) puede escribirse

$$(\mathbf{A} + i\beta_j\mathbf{I})\mathbf{w}_\mu = \mathbf{0} \quad (15)$$

Escribiendo en función de la frecuencia reducida K

$$\left(\mathbf{A} + i\frac{K_f U_f}{B}\mathbf{I}\right)\mathbf{w}_\mu = \mathbf{0} \quad (16)$$

y derivando la ecuación (16) respecto a una cierta variable de diseño x se obtiene

$$\frac{d\mathbf{A}}{dx}\mathbf{w}_\mu + \mathbf{A}\frac{d\mathbf{w}_\mu}{dx} + \left[\frac{i}{B} \left(\frac{dK_f}{dx}U_f + K_f\frac{dU_f}{dx} \right) \mathbf{I} \right] \mathbf{w}_\mu + \frac{K_f U_f}{B} i\mathbf{I} \frac{d\mathbf{w}_\mu}{dx} = \mathbf{0} \quad (17)$$

De la misma manera que se hizo para el autovector \mathbf{w}_μ , un autovector \mathbf{v}_μ puede definirse mediante la expresión siguiente

$$\mathbf{v}_\mu^T (\mathbf{A} + i\beta_j \mathbf{I}) = \mathbf{v}_\mu^T \left(\mathbf{A} + i \frac{K_f U_f}{B} \mathbf{I} \right) = \mathbf{0} \quad (18)$$

Premultiplicando (17) por \mathbf{v}_μ^T

$$\mathbf{v}_\mu^T \frac{d\mathbf{A}}{dx} \mathbf{w}_\mu + \mathbf{v}_\mu^T \left(\mathbf{A} + \frac{K_f U_f}{B} i\mathbf{I} \right) \frac{K_f \mathbf{w}_\mu}{dx} + \mathbf{v}_\mu^T \left[\frac{i}{B} \left(\frac{dK_f}{dx} U_f + K_f \frac{dU_f}{dx} \right) \mathbf{I} \right] \mathbf{w}_\mu = \mathbf{0} \quad (19)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{d\mathbf{A}}{dx} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial U_f} \frac{dU_f}{dx} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial K_f} \frac{dK_f}{dx} \quad (20)$$

y sustituyendo en (19), se obtiene

$$\mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \mathbf{w}_\mu + \mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial U_f} \mathbf{w}_\mu \frac{dU_f}{dx} + \mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial K_f} \mathbf{w}_\mu \frac{dK_f}{dx} + \frac{i}{B} \left[\left(\frac{dK_f}{dx} U_f + K_f \frac{dU_f}{dx} \right) \right] \mathbf{v}_\mu^T \mathbf{I} \mathbf{w}_\mu = 0 \quad (21)$$

Definiendo los siguientes números complejos

$$h_{Ax} = \mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \mathbf{w}_\mu, \quad h_{AU} = \mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial U_f} \mathbf{w}_\mu, \quad h_{AK} = \mathbf{v}_\mu^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial K_f} \mathbf{w}_\mu \quad (22)$$

queda

$$h_{Ax} + \frac{dU_f}{dx} \left[h_{AU} + \frac{iK_f}{B} (\mathbf{v}_\mu^T \mathbf{I} \mathbf{w}_\mu) \right] + \frac{dK_f}{dx} \left[h_{AK} + \frac{iU_f}{B} (\mathbf{v}_\mu^T \mathbf{I} \mathbf{w}_\mu) \right] = 0 \quad (23)$$

Denominando

$$\begin{aligned} g_U &= h_{AU} + \frac{iK_f}{B} (\mathbf{v}_\mu^T \mathbf{I} \mathbf{w}_\mu) \\ g_K &= h_{AK} + \frac{iU_f}{B} (\mathbf{v}_\mu^T \mathbf{I} \mathbf{w}_\mu) \end{aligned} \quad (24)$$

finalmente se llega a la siguiente ecuación en variable compleja

$$g_U \frac{dU_f}{dx} + g_K \frac{dK_f}{dx} = -h_{Ax} \quad (25)$$

donde dU_f/dx y dK_f/dx son números reales. Multiplicando la expresión (25) por \bar{g}_U o \bar{g}_K , complejos conjugados de g_U y g_K , y comparando las partes imaginarias a ambos lados de la igualdad se obtienen las siguientes sensibilidades

$$\frac{dK_f}{dx} = \frac{-\text{Im}(\bar{g}_U h_{Ax})}{\text{Im}(\bar{g}_U g_K)}, \quad \frac{dU_f}{dx} = \frac{-\text{Im}(\bar{g}_K h_{Ax})}{\text{Im}(\bar{g}_K g_U)} \quad (26)$$

El conjunto de variables de diseño x escogido está compuesto por parámetros mecánicos de la sección transversal del tablero, como son el momento de inercia a torsión J y los momentos de inercia a flexión I_y y I_z . Se han elegido estos tres parámetros, ya que son fundamentales en la deformación del tablero del puente.

COMPORTAMIENTO DE PUENTES ATIRANTADOS CON DIFERENTES CONFIGURACIONES DE CABLES

Los desarrollos anteriormente mostrados han sido utilizados con el fin de mejorar el diseño de puentes atirantados. Se han considerado las configuraciones de cables de la Figura 4, que son: en forma de arpa (cables paralelos); en abanico (los cables se unen en la parte superior de las torres); y la forma mixta (situación intermedia entre las dos anteriores). Para estos tres tipos de puentes atirantados se han considerado diferentes longitudes del vano central:

- vano principal de 800 m,
- vano principal de 1000 m,
- vano principal de 1200 m.

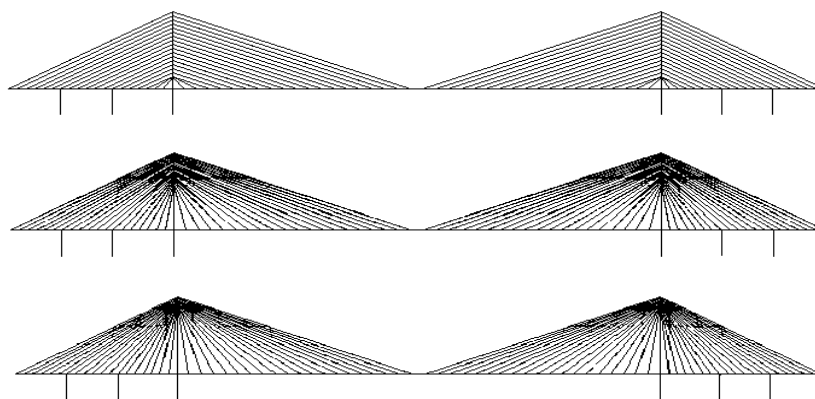


Figura 4. Configuración de cables: arpa, mixta y abanico

En todos los casos el vano lateral considerado ha sido un tercio de la longitud del vano principal y tiene dos pilas de anclaje equiespaciadas. Se han realizado modelos de elementos finitos en 3D usando elementos tipo barra con el fin de obtener sus modos y frecuencias naturales. Se ha supuesto un tablero idéntico al del puente del Gran Belt en Dinamarca (Figura 5).

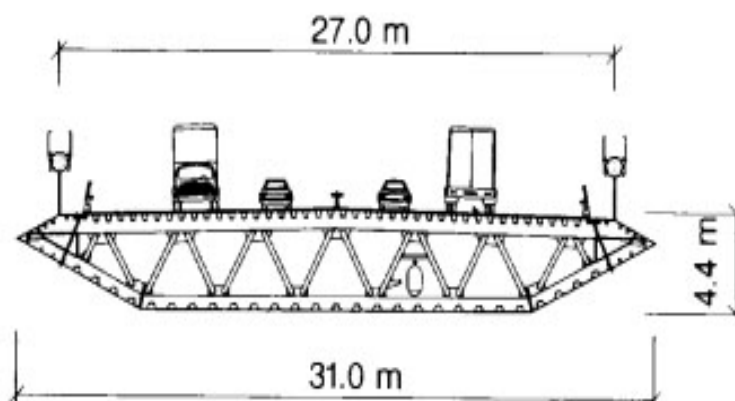


Figura 5. Sección transversal del tablero del puente del Gran Belt

En la Tabla I se observa, cómo los puentes son más rígidos, cuanto más corta es la longitud del vano central y mayor es la aproximación de la configuración de cables a la disposición en abanico. Los modos, que tienen mayor influencia para el análisis del flameo, son los que están marcados con colores. La notación empleada para los diversos modos de flameo es:

- V: modo vertical,
- T: modo de torsión,
- L: modo lateral,
- S: modo simétrico,
- A: modo antisimétrico.

Mod Nº	Harp	1200	Modf.	1200	Fan	1200	Harp	1000	Modf.	1000	Fan	1000	Harp	800	Modf.	800	Fan	800
	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type	ω (Hz)	Type
1	0.0782	LS	0.0745	LS	0.0754	LS	0.1096	LS	0.1077	LS	0.1076	LS	0.1667	LS	0.1641	LS	0.1638	LS
2	0.1938	VS	0.2074	VS	0.2178	VS	0.2110	VS	0.2289	VS	0.2411	VS	0.2335	VS	0.2568	VS	0.2698	VS
3	0.2247	LA	0.2158	LA	0.2184	LA	0.2628	VA	0.3054	LA	0.3057	LA	0.3024	VA	0.3608	VA	0.3791	VA
4	0.2350	VA	0.2757	VA	0.2864	VA	0.3082	LA	0.3114	VA	0.3243	VA	0.3867	VS	0.4569	LA	0.4572	LA
5	0.2732	VS	0.3376	VS	0.3861	VS	0.3184	VS	0.4028	VS	0.4561	VS	0.4603	LA	0.4910	VS	0.5506	VS
6	0.3168	VA	0.4006	VA	0.4211	LTS	0.3922	VA	0.4958	VA	0.5717	VA	0.5052	VA	0.6316	VA	0.7134	VA
7	0.3728	VS	0.4165	LTS	0.4684	LA	0.4878	VS	0.5805	LTS	0.5823	LTS	0.6650	VS	0.7205	TS	0.7352	TS
8	0.4312	LTS	0.5041	VS	0.5585	VS	0.5604	LTS	0.6230	VS	0.6408	TS	0.6662	TS	0.8071	VS	0.8720	VS
9	0.4513	VA	0.5511	TS	0.5599	TS	0.6041	VA	0.6320	TS	0.6843	VS	0.8567	VA	0.8778	LTS	0.8772	LTS
10	0.5103	TS	0.6031	VA	0.6524	LA	0.6082	TS	0.7548	VA	0.8045	VA	0.8838	LTS	1.0000	VA	1.0460	VA
11	0.5545	VS	0.6863	LTA	0.6933	LTA	0.7493	VS	0.8923	VS	0.9333	VS	1.0871	VS	1.2133	VS	1.2449	VS
12	0.6688	VA	0.7014	VS	0.7464	VS	0.9055	TA	0.9519	LTA	0.9545	LTA	1.1046	TA	1.2173	TA	1.2462	TA
13	0.7080	LTA	0.8108	VA	0.8460	VA	0.9151	VA	1.0322	TA	1.0586	TA	1.3330	LA	1.3345	LTA	1.3357	LTA
14	0.7910	TA	0.8808	TA	0.9124	TA	0.9780	LTA	1.0469	VA	1.0736	VA	1.3494	VA	1.4363	LS	1.4357	LS
15	0.7994	VS	0.9364	VS	0.9467	LTS	1.1025	VS	1.1471	LS	1.1469	LS	1.4408	LS	1.4569	VA	1.4735	VA
16	0.9298	VA	0.9423	LTS	0.9521	LA	1.1487	LS	1.1487	LA	1.1488	LA	1.5512	TS	1.5440	LTS	1.5413	LA
17	0.9557	LTS	0.9473	LA	0.9562	VS	1.1514	LA	1.2243	VS	1.2305	VS	1.5578	LA	1.7303	VS	1.7300	VS
18	0.9598	LA	1.0137	LTS	1.0231	LTS	1.1832	VA	1.2368	VA	1.2525	VA	1.6358	VS	1.7326	TS	1.7955	TS
19	0.9786	VS	1.0332	VA	1.0461	VA	1.1914	VS	1.2374	VS	1.2553	VS	1.8165	VA	1.9025	VA	1.8988	VA
20	0.9938	VA	1.0339	VS	1.0467	VS	1.2587	TS	1.3719	LTS	1.3837	LTS	1.8575	VS	1.9208	VS	1.9239	VS
21	1.0339	LTS	1.0686	VA	1.0753	VA	1.3200	VA	1.4176	VA	1.4146	VA	1.9977	VA	2.0502	VA	2.0510	VA
22	1.0913	TS	1.2031	VS	1.2017	VS	1.4130	LTS	1.4558	TS	1.5179	TS	2.0061	TA	2.0608	LTS	2.0560	LTS
23	1.0914	VS	1.2195	TS	1.2954	VA	1.5190	VS	1.6145	VS	1.6047	VS	2.0757	LTS	2.2022	TA	2.2669	VS
24	1.1663	VA	1.3092	VA	1.3107	TS	1.6013	VA	1.7053	VA	1.6936	VA	2.1927	VS	2.2764	VA	2.2677	TA
25	1.2171	VS	1.3540	VS	1.3324	VS	1.6248	TA	1.7400	VS	1.7335	VS	2.2679	VA	2.2789	VS	2.2702	VS

Tabla I. Frecuencias naturales y modos de vibración para los modelos de puentes estudiados

VELOCIDADES CRÍTICAS DE VIENTO Y SENSIBILIDADES

Se han realizado varios análisis aeroelásticos de dificultad creciente para evaluar la velocidad crítica y la frecuencia de la respuesta para cada una de las configuraciones de puente consideradas. En un caso, usando los dos modos de vibración clásicos en los problemas de flameo, como son el primer modo vertical y el primer modo de torsión; en otro, considerando los 25 primeros modos de vibración calculados mediante análisis dinámico; y finalmente empleando sólo aquellos modos que tienen mayor influencia en el fenómeno del flameo. La Tabla II y las Figuras 6, 7 y 8 muestran un ejemplo de los resultados obtenidos para el puente más flexible: el de 1200 m de vano central y configuración de cables en forma de arpa.

Puente	Análisis	U_f (m/s)	K_f	dU_f/dI_y	dK_f/dI_y	dU_f/dI_z	dK_f/dI_z	dU_f/dJ	dK_f/dJ
1200 Arpa	2VS,8LTS	144,16	0,5571	-0,105599	0,002366	-0,105599	0,002365	8,34466	-0,282332
1200 Arpa	2VS,10TS	105,46	0,7104	-0,554288	0,007397	0,054744	-0,000133	3,04412	-0,007946
1200 Arpa	1,2,5,7,8,10	96,53	0,7935	-0,026380	0,000590	0,062505	0,000184	3,06822	-0,009798
1200 Arpa	1-25	96,59	0,7929	-0,031096	0,000635	0,062259	0,000184	3,06622	-0,009726

Tabla II. Velocidad crítica de flameo y sensibilidades para configuración en arpa y vano de 1200 m

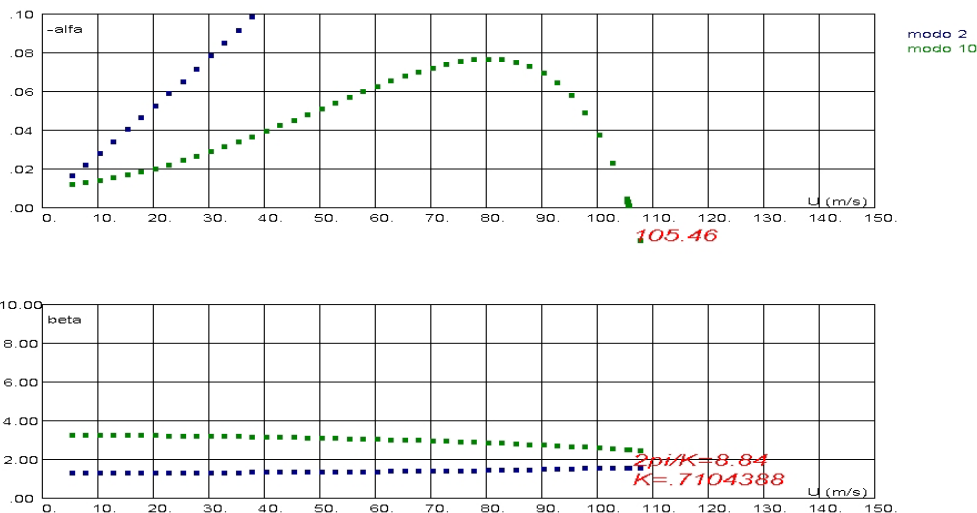


Figura 6. Evolución de los autovalores en función de la velocidad de viento para el puente de 1200 m de vano y configuración en arpa, considerando 2 modos

El cálculo empleando sólo los dos modos clásicos, el primero vertical y el primero de torsión, da mayor velocidad de flameo y sensibilidades muy diferentes respecto al momento de inercia vertical I_y y por consiguiente no puede considerarse aceptable. El cálculo empleando los seis modos simétricos más importantes permite obtener resultados muy similares a los obtenidos usando los 25 primeros modos de vibración. Lo mismo sucede con los restantes puentes. En cualquier caso, cuanto mayor sea el número de modos considerados, mayor es la exactitud en el cálculo y, en consecuencia, para comparar los resultados obtenidos con cada tipo de puente se han considerado los resultados de los cálculos, en los que se emplearon los 25 primeros modos de vibración.

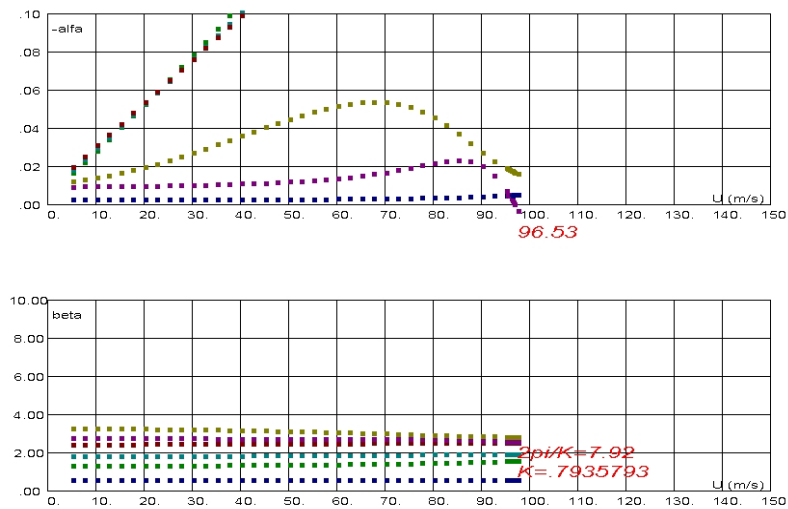


Figura 7. Evolución de los autovalores en función de la velocidad de viento para el puente de 1200 m de vano y configuración en arpa, considerando 6 modos

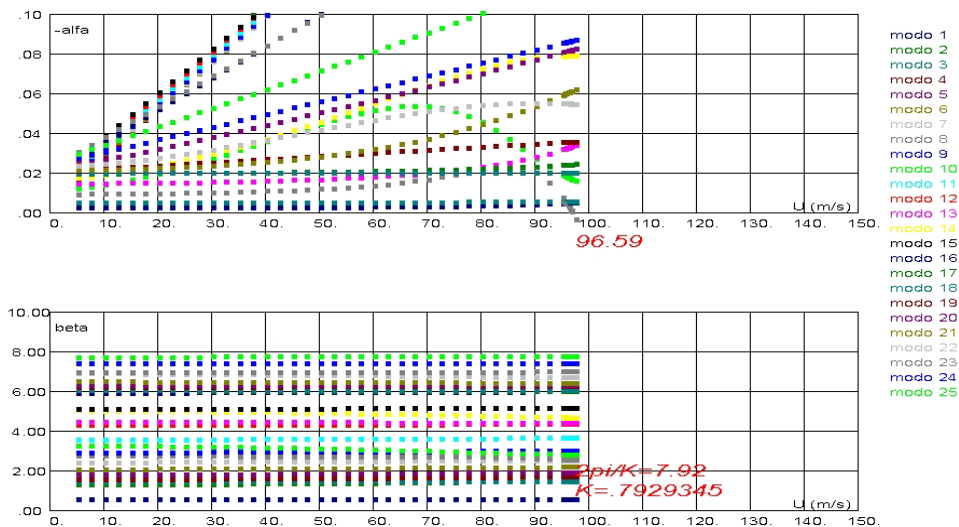


Figura 8. Evolución de los autovalores en función de la velocidad de viento para el puente de 1200 m de vano y configuración en arpa, considerando 25 modos

La Tabla III muestra los resultados de la velocidad crítica de flameo y las sensibilidades respecto a las propiedades mecánicas de la sección del tablero para todos los casos estudiados empleando el análisis con 25 modos de vibración. Lógicamente, al aumentar la longitud del vano central disminuye la velocidad de flameo. De acuerdo con los valores obtenidos de U_f , la configuración en abanico es la más segura frente a la inestabilidad por flameo, mientras que la configuración en arpa es la más inestable.

Analizando los resultados de la Tabla III se infiere, como es bien conocido, que la inercia a torsión tiene una gran influencia en el fenómeno del flameo. Sin embargo, la ventaja del análisis realizado es el haber determinado el valor exacto de las sensibilidades. dU/dJ es positiva en todos los casos, por lo tanto el aumento de la inercia a torsión producirá un aumento en la velocidad de flameo. Puede observarse, cómo la derivada respecto a J es

mayor, cuanto menor es la longitud de vano. La configuración en abanico tiene una derivada menor en comparación con las otras configuraciones para la misma longitud de vano. El signo de la sensibilidad de U_f respecto a I_y cambia según la ordenación de los modos de vibración más importantes. En la configuración en abanico esta inercia tiene una influencia especial, ya que los valores de la sensibilidad aumentan considerablemente.

Por último, I_z es la variable que menos afecta al flameo y los valores de la sensibilidad son bajos.

Puente	Análisis	U_f (m/s)	K_f	dU_f/dI_y	dK_f/dI_y	dU_f/dI_z	dK_f/dI_z	dU_f/dJ	dK_f/dJ
1200 Arpa	1-25	96,59	0,7929	-0,031096	0,000635	0,062259	0,000184	3,06622	-0,009726
1200 Mixto	1-25	102,07	0,7883	-0,199393	0,002155	0,012618	0,002586	3,57518	-0,022853
1200 Aban.	1-25	107,38	0,7501	0,951117	-0,007419	-0,189688	0,004184	3,34559	-0,019705
1000 Arpa	1-25	111,84	0,7760	-0,353811	0,004208	0,009646	-0,000015	4,13231	-0,009889
1000 Mixto	1-25	119,17	0,8013	-0,270324	0,004013	0,028508	-0,000051	4,08028	-0,008982
1000 Aban.	1-25	123,69	0,7803	0,139377	-0,012720	0,015828	0,000088	2,68867	0,006047
800 Arpa	1-25	132,27	0,7609	-0,223054	0,002648	0,008388	-0,000015	5,24735	-0,009262
800 Mixto	1-25	141,85	0,7796	0,386524	-0,001887	0,007961	-0,000009	4,79048	-0,004880
800 Aban.	1-25	150,14	0,7339	1,088010	-0,012537	0,006128	0,000011	4,35305	0,003976

Tabla III. Velocidad de flameo y sensibilidades para los puentes atirantados estudiados

CONCLUSIONES

El comportamiento de los puentes de gran vano está gobernado en buena medida por las cargas de viento. Consecuentemente cualquier mejora en el diseño, que permita mejorar su comportamiento aeroelástico, es vital.

Son muy escasas las referencias en la literatura sobre la combinación del diseño de puentes de gran vano con la optimización estructural. Por ello es crucial el disponer de análisis de sensibilidad precisos, que permitan la utilización de métodos numéricos de optimización no lineal así como estudios profundos sobre la sensibilidad de respuestas aeroelásticas.

Para los puentes atirantados analizados en este trabajo, los resultados obtenidos muestran que la configuración en abanico da la mayor velocidad de flameo, es decir, resulta más estable. En lo referente a las sensibilidades de dicha velocidad respecto a los parámetros del tablero, es decir, I_y , I_z y J , hay que distinguir el comportamiento, que aparece con respecto a cada uno de ellos:

La sensibilidad respecto al momento de inercia a torsión J presenta el mismo signo para las tres configuraciones de cables en todo el intervalo de longitudes de vano considerado en el estudio. Es decir, aumentos en este momento de inercia se traducirán en mayor estabilidad del tablero y viceversa. En lo que respecta a la sensibilidad respecto al momento de inercia I_z , asociado a la flexión horizontal, los valores de la sensibilidad son positivos para las menores longitudes de vano y cambia de signo en la configuración en abanico en el extremo superior del intervalo de luces considerado.

En relación con el momento de inercia I_y , que corresponde a la flexión vertical del tablero, el comportamiento de la configuración en abanico y en arpa es completamente distinto, con sensibilidad positiva en aquél y negativa en la disposición en arpa. La configuración mixta muestra un comportamiento intermedio parecido a la disposición en abanico para la longitud de vano de 800 m y a la de en arpa en las otras longitudes incluidas en el estudio.

Esta variedad de resultados de sensibilidad pone de manifiesto, que la determinación de los parámetros mecánicos del tablero de un puente y la disposición de la geometría de los cables es un proceso muy complejo, si se incluyen consideraciones aeroelásticas. Por ello requiere el uso de metodologías más depuradas que la simple experiencia del proyectista.

REFERENCIAS

- 1 S. Hernández, “Métodos de diseño óptimo de estructuras”, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, (1990).
- 2 R.T. Haftka y Z. Gürdal, “*Elements of structural optimization*”, Kluwer Academic Publishers, (1992).
- 3 E. Simiu y R.H. Scanlan, “*Wind effects on structures, fundamentals and applications to design*”, John Wiley & Sons, (1996).
- 4 J.A. Jurado y S. Hernández, “Análisis de sensibilidad del flameo de puentes de gran vano en casos de frecuencias de vibración simultáneas”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **20**, N° 3, pp. 261–276, (2004).
- 5 J.A. Jurado y S. Hernández, “Review of the theories of aerodynamic forces en bridges”, *Journal of Bridge Engineering*, Vol. **5**, N° 1, pp. 8–13, (2000).
- 6 F. Nieto, J.A. Jurado y S. Hernández, “Aplicación de la programación distribuida en la obtención de la velocidad de flameo y los análisis de sensibilidad del flameo en puentes de gran vano”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **21**, N° 1, pp. 83–101, (2005).
- 7 J.A. Jurado y S. Hernández, “Sensitivity analysis of bridge flutter with respect to mechanical parameters of the deck”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. **27**, N° 4, pp. 272–283, (2004).