

COTAS PARA LA TRANSMISION DE CALOR TURBULENTO DE LOS METALES LIQUIDOS EN CONDUCTOS RECTANGULARES CALENTADOS ASIMETRICAMENTE

ABRAHAM SALAZAR*

y
ANTONIO CAMPO**

**Dept. of Mechanical Engineering,
University of Kentucky,
Lexington, KY 40506, USA.*

***College of Engineering,
Idaho State University,
Pocatello, ID 83209, USA.*

RESUMEN

En este trabajo se explora un acotamiento del problema de la transmisión de calor para metales líquidos en conductos conformados por dos placas paralelas. El flujo se considera turbulento y está hidrodinámicamente desarrollado a la entrada de la primera región adiabática del conducto. El calentamiento se efectúa en una pared de la segunda región, permaneciendo la otra aislada. A la ecuación de la energía incluyendo el término de conducción molecular axial, se la incorporan dos patrones extremos de velocidad que sirven de cotas: uno uniforme y otro parabólico laminar. La simulación numérica del problema conjugado elíptico, se realiza por diferencias finitas utilizando volúmenes de control conjuntamente con el algoritmo de Thomas, TDMA, para la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas. Los resultados numéricos, en términos del número de Nusselt, se presentan para dos casos caracterizados por $Re = 7060$ y 73620 y una gama amplia de Pr asociada a los metales líquidos. En general, la influencia que ejerce el mecanismo conductivo axial se manifiesta en un sensible descenso del número de Nusselt al inicio de la zona de entrada térmica. Los resultados que se apoyan en el acotamiento hidrodinámico muestran buena concordancia con los escasos datos experimentales reportados en la literatura. Este procedimiento basado en las cotas proporciona una gran simplificación al problema termohidráulico.

SUMMARY

This work sets bound for the forced heat transmission of liquid metals through parallel-plate channels. The turbulent flow is hydrodynamically developed at the inlet of the first region of the channel and the heating takes place in the second region of the channel. The energy equation accounting for axial molecular conduction embodies two extreme bounds for the turbulent velocity profile: one is uniform and the other is parabolic (laminar). The numerical simulation of the elliptic conjugate problem is carried out by finite-differences via

Recibido: Mayo 1990

control volumes. Numerical results, in terms of the Reynolds number, are presented for two cases, $Re = 7060$ and $Re = 73620$ and a wide spectrum of Pr associated with liquid metals. The computed results relying on the hydrodynamic bounds show good agreement with the scant experimental data reported in the literature. This computational procedure based on bounded velocities provides a great simplification for the solution of the thermohydraulic problem.

INTRODUCCION

Es bien sabido que los conductos anulares concéntricos constituyen una geometría de gran importancia en equipos de intercambio de calor. El intercambiador de calor más simple está construido por un par de tubos circulares dispuestos de manera concéntrica: un fluido se transporta por la región circular, mientras que al otro lo hace por la región anular. Otra geometría de igual importancia la constituyen los conductos de sección rectangular que son utilizados en los canales de enfriamiento de algunos reactores nucleares. Un caso límite de la geometría anular antes citada corresponde al de los conductos limitados por dos placas planas paralelas cuando el cociente de los radios tiende a uno. De igual forma, el conducto rectangular se reduce a uno de placas planas paralelas cuando el espaciamiento entre ambas placas tiende a cero.

La transmisión del calor turbulenta de los fluidos corrientes ($Pr > 0.7$) ha sido estudiada ampliamente a través de los años. Estos estudios abarcan situaciones en donde la velocidad se encuentra plenamente desarrollada, en tanto que la temperatura está desarrollándose. En general, ha quedado demostrado que cuando $Pr > 0.7$ los métodos predictivos suelen concordar con los datos experimentales dentro de un pequeño margen de tolerancia aceptado comunmente en cálculos de ingeniería.

Sin embargo, cuando el fluido en cuestión es un metal líquido ($Pr < 0.1$), con movimiento turbulento las divergencias entre el análisis predictivo y los resultados del laboratorio suelen acentuarse. En este sentido, la causa original de esta discrepancia se debe, en gran parte, a que la alta conductividad térmica de estos líquidos de tipo metálico aporta características térmicas un tanto inusuales. De aquí se desprende que el mecanismo de difusión dominante sea la conducción térmica molecular, lo cual trae como consecuencia que el coeficiente convectivo interno y por ende el número de Nusselt adquieran magnitudes muy altas. Esta peculiaridad es muy ventajosa y unida al hecho de que estos fluidos se mantienen en la fase líquida en un amplio rango de temperaturas, son las razones primordiales por la que los metales líquidos están siendo empleados cada vez más como medios refrigerantes en sistemas de intercambio térmico que requieren altas tasas de transmisión del calor. Como ejemplos típicos se pueden citar las centrales termonucleares y termosolares o en aquellas aplicaciones en donde el área de intercambio térmico está limitada por el peso como en el caso de de las naves espaciales.

En virtud a los argumentos expuestos anteriormente, la idea central de este trabajo consiste en estudiar el desarrollo térmico de los metales líquidos que fluyen turbulentamente a través de conductos de placas paralelas calentadas asimétricamente. Para ello se explorará la influencia que ejerce la conducción molecular axial, la cual según Faggiani y Gori¹, se omite normalmente en el análisis de regímenes turbulentos. Para acomodar la conducción molecular axial, la formulación del problema

de convección forzada turbulenta requiere ser enmarcada bajo la óptica de naturaleza conjugada. Además, en este trabajo se considerarán los dos posibles extremos hidrodinámicos del flujo turbulento; o sea, el perfil de velocidad uniforme y el perfil laminar parabólico. El primero se adopta bajo el concepto de velocidad media y el segundo semeja el perfil laminar clásico. La factibilidad del acotamiento generado por la consideración de estos dos perfiles extremos ha sido reconocida someramente por Javeri² y Leckner³ con cierta anterioridad, pero ello exclusivamente para el espectro de fluidos corrientes con $Pr > 0.7$.

Entretanto, para el campo hidrodinámico del problema planteado, es conveniente señalar que la consideración de velocidad uniforme constituye una cota superior para el calor local transmitido por la pared del conducto. Por consiguiente, cuando éste sea el caso, debe esperarse una sobreestimación del valor del coeficiente convectivo interno y, por ende, del número de Nusselt correspondiente. El caso contrario, o sea, el perfil parabólico, por su parte representa el límite inferior y por supuesto debe esperarse una subestimación de dicho coeficiente.

Una revisión bibliográfica exhaustiva pone de relieve varios artículos publicados sobre este tema específico, pero que excluyen la acción de la conducción axial molecular. Estos artículos aparecen en las referencias [4]–[9]. Adicionalmente, dos investigaciones de tipo experimental en donde se refleja parcialmente la acción de este fenómeno molecular son las de Duchatelle y Vautrey¹⁰ y Fuch¹¹, repectivamente.

En virtud del razonamiento expuesto, las hipótesis así establecidas sentarán las bases para marcar un acotamiento de índole estrictamente hidrodinámico para realizar el análisis térmico del flujo turbulento de los metales líquidos a través de placas paralelas con incidencia de calor unilateral. Como es de esperarse, las cotas para el problema bajo estudio proporcionan, a su vez, valores extremos para los conductos de geometrías concéntricas y rectangulares.

Con el propósito de validar el acotamiento térmico para la distribución del número de Nusselt se emplearán los datos experimentales obtenidos en [10,11]. Otras comparaciones más detalladas son irrealizables debido a que no se disponen de datos experimentales que analicen a fondo este singular mecanismo.

ANALISIS DEL PROBLEMA

Considérese el flujo de un metal líquido desplazándose turbulentamente a través de un conducto formado por dos placas paralelas con calentamiento asimétrico. Las suposiciones imperantes en este trabajo se enumeran a continuación:

- a) El flujo es incompresible.
- b) El perfil de velocidad turbulento está plenamente desarrollado.
- c) Las propiedades termofísicas se suponen constantes.
- d) Los efectos de convección natural están ausentes.
- e) La disipación viscosa no se toma en consideración.
- f) La conducción de calor molecular en la dirección axial se tiene en cuenta.
- g) La conducción de calor por la acción turbulenta en la dirección axial se descarta.

Bajo este preámbulo, la ecuación de la energía asociada a la Figura 1 puede escribirse así:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \alpha \left[\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\epsilon_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] \quad (1)$$

en donde \bar{u} es la velocidad media temporal y los otros símbolos aparecen desglosados en la nomenclatura.

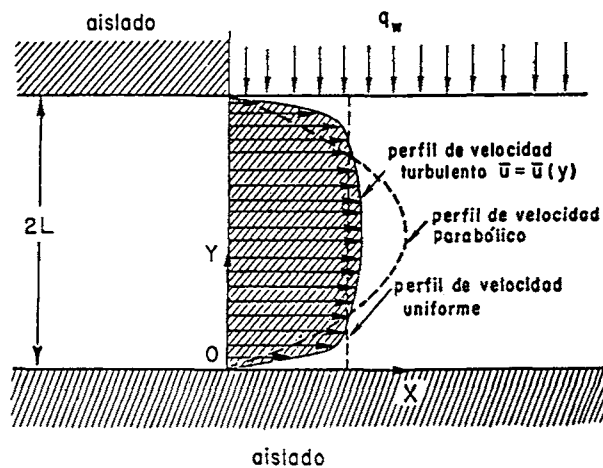


Figura 1. Esquema del conducto.

Debe destacarse que este estudio conjugado es de naturaleza birregional ($-\infty < x < \infty$) y está regido por la ecuación (1) que es de carácter parcialmente elíptico. La primera región del conducto comprendida entre $-\infty < x < 0$, tiene ambas paredes adiabáticas. Entretanto, la segunda región, $0 < x < \infty$, consiste de una pared adiabática y la otra recibe una densidad de flujo de calor uniforme q_w en toda su extensión, proporcionando así un calentamiento unilateral. El metal líquido posee una temperatura uniforme T_0 a la entrada de la primera región adiabática. Por lo tanto, el problema así descrito queda formulado totalmente cuando a la ecuación (1) se le asignan las siguientes condiciones de contorno térmicas:

$$\bar{T} = T_0 \quad \text{para } x \rightarrow -\infty \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = 0; \quad -\infty < x < \infty \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = 2L; \quad -\infty < x < 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{q_w}{k} \quad \text{para } y = 2L; \quad x \geq 0 \quad (5)$$

$$\bar{T}_{0-} = \bar{T}_{0+} \quad \text{para } x = 0; \quad -0 \leq y \leq 2L \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x}\right)_{0^-} = \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x}\right)_{0^+} \quad \text{para } x = 0; \quad 0 \leq y \leq 2L \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{d\bar{T}_m}{dx} = \frac{q_w}{2\rho V_m L} \quad \text{para } x \rightarrow \infty \quad (8)$$

Además, conviene destacar que la ecuación (8) corresponde a la situación límite de un perfil térmicamente desarrollado, en donde la velocidad media del metal líquido V_m se calcula de acuerdo a la relación:

$$V_m = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \bar{u}(y) dy \quad (9)$$

y la temperatura volumétrica media T_m se obtiene a partir de su definición:

$$\bar{T}_m = \frac{1}{2LV_m} \int_0^{2L} \bar{u}(y)\bar{T}(y) dy \quad (10)$$

Introduciendo las variables adimensionales apropiadas

$$U = \frac{\bar{u}}{V_m} \quad \theta = \frac{\bar{T} - T_0}{q_w D_h / k} \quad z = \frac{x}{D_h Pe} \quad Y = \frac{y}{D_h} \quad (11)$$

se logra definir el siguiente grupo de parámetros adimensionales:

$$\begin{aligned} Re &= \frac{V_m D_h}{\nu} & Pr &= \frac{\nu}{\alpha} & Pe &= Re Pr \\ \frac{\epsilon_H}{\nu} &= \frac{1}{Pr_t} \frac{\epsilon_M}{\nu} & L^+ &= \frac{Re}{4} \frac{C_f}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

que aparecerán en la formulación del problema. La descripción de todos los símbolos participantes se detalla en la nomenclatura.

En virtud de lo antes expuesto, la ecuación (1) puede escribirse en forma adimensional de la siguiente manera:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + Pr \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\epsilon_H}{\nu} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (13)$$

Análogamente, las condiciones de contorno imperantes resultan ahora:

$$\theta = 0 \quad \text{para } z \rightarrow -\infty \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{para } Y = 0; \quad -\infty < z < \infty \quad (15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{para } Y = 1/2; \quad -\infty < z < 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 1 \quad \text{para } Y = 1/2; \quad z > 0 \quad (17)$$

$$\theta_{0^-} = \theta_{0^+} \quad \text{para } z = 0; \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{0^-} = \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{0^+} \quad \text{para } z = 0; \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad (19)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial z} = 2 \quad \text{para } z \rightarrow \infty \quad (20)$$

La resolución del sistema de ecuaciones (13)–(20) proporciona el campo de temperatura del metal líquido en las dos regiones corriente arriba y corriente abajo del conducto. Siguiendo la tradición implantada para flujo turbulento, los resultados obtenidos se expresaron en términos del número de Nusselt local. La expresión de Nu para un conducto de placas paralelas con flujo de calor constante en la pared es:

$$Nu = (\theta_w - \theta_m)^{-1} \quad (21)$$

en donde

$$\theta_m = 2 \int_0^{1/2} U \theta dy \quad (22)$$

y $\theta_w = \theta(z, \frac{1}{2})$ es la temperatura de la pared calentada.

COTAS PARA EL PERFIL DE VELOCIDAD

En lo que respecta al campo hidrodinámico, el cálculo del perfil de velocidad turbulenta no reviste mayores dificultades y aparece determinado con gran precisión en las referencias [12,13]. Entretanto, debido a que el tema central de este artículo lo constituyen las cotas hidrodinámicas, éstas se describen a continuación. El perfil de velocidad turbulento $U(Y)$ se consideró de dos formas; **a)** uniforme y **b)** parabólico laminar clásico. En este sentido, el perfil uniforme

$$U = 1 \quad (23a)$$

constituye la solución más simple y a la vez más cruda que se puede emplear para el campo de velocidad turbulenta de cualquier fluido. Por otro lado, para el perfil parabólico se utilizó el correspondiente a un flujo laminar de tipo Poiseuille cuya expresión adimensional está dada por

$$U = 12(Y - 2Y^2) \quad (23b)$$

La ecuación (23) define las dos cotas hidrodinámicas que servirán de entrada para la ecuación (13). Adicionalmente, la difusividad térmica adimensional ϵ_H/ν en el último término de la ecuación (13) está vinculada a la difusividad de cantidad de movimiento por intermedio de la ecuación (12). Los valores numéricos de ϵ_M/ν se determinaron, por simplicidad, mediante el modelo de Reichardt¹⁴ para una sola capa. Esto es,

$$\epsilon_H/\nu = \frac{4}{3} \kappa L^+ Y (1 - 2Y) [1 + 2(1 - 4Y)^2] \quad (24)$$

siendo $\kappa = 0.4$.

Este modelo fue creado originalmente para el estudio del desarrollo de la capa límite turbulenta en tuberías circulares. Sin embargo, en este trabajo se ha empleado dentro del marco de la definición del diámetro hidráulico y de un conveniente cambio de variable que relaciona la coordenada radial en la tubería circular con la coordenada transversal medida desde la pared del conducto rectangular.

Entretanto, se sabe que la ecuación (24) ha sido recomendada para la zona hidrodinámica completamente turbulenta y no para la subcapa viscosa. En este sentido, considerando que en los metales líquidos la influencia de la transmisión del calor turbulenta en esta pequeña zona alrededor de la pared es de por sí baja frente a la difusión molecular, no se incurre en errores significativos al obviar esta recomendación y utilizar la ecuación (24) para toda la región del flujo. Debemos recordar que dada la naturaleza de la difusión turbulenta, es de esperarse que la validez de esta simplificación se reduzca al aumentar tanto el número de Reynolds Re como el número de Prandtl Pr . En consecuencia, se pueden registrar ligeras desviaciones en los resultados de estos casos extremos.

Adicionalmente, se realizó una revisión de varios modelos para la variación del número de Prandtl turbulento Pr_t , adoptándose finalmente el modelo de Azer y Chao¹⁵:

$$Pr_t = \frac{1 + 380(RePr)^{-0.58} f(y^+/L^+)}{1 + 135Re^{-0.45} f(y^+/L^+)} \quad (25a)$$

en donde

$$f(y^+/L^+) = \exp[-(y^+/L^+)^{0.25}] \quad (25b)$$

Esta decisión estuvo apoyada en el hecho de que las predicciones que usa este modelo son las que más se acercan a los resultados experimentales de los metales líquidos en la rango de los números de Peclet estudiados normalmente.

METODO DE SOLUCION

El conjunto de ecuaciones (13)–(20) es de naturaleza elíptica conjugada y fue discretizado haciendo uso de la técnica moderna de los volúmenes de control recomendada por Patankar¹⁶ y empleando un programa adecuado. En este método, el dominio se discretiza en un número de volúmenes de control, cada uno coincidiendo con un punto modal. Las ecuaciones en diferencias finitas se obtienen haciendo que la ecuación de la energía se satisfaga en cada volumen de control participante. Posteriormente, el sistema de ecuaciones algebraicas correspondiente al esquema de diferencias finitas completamente implícito se resolvió iterativamente por el método “line by line”, el cual se apoya en el eficiente algoritmo de Thomas, también conocido como TDMA en la literatura especializada.

La rapidez de convergencia y la facilidad de adaptación de esta metodología son atributos ampliamente elogiados para problemas de difusión, tanto parabólicos como elípticos¹⁷. Al compararse este procedimiento con otros disponibles en la literatura se observa una reducción drástica del tiempo de computación (CPU) para obtener resultados de alta confiabilidad.

PRESENTACION DE LOS RESULTADOS

La validación del procedimiento numérico se realizó utilizando como base el problema más sencillo de carácter unirregional con fluidos corrientes ($0.7 < Pr < 5$) reportados en las referencias [5,8,9]. Para todos los casos comparados se observó una concordancia excelente en la región de desarrollo térmico.

Los resultados pertinentes a este artículo se han separado en dos grupos, uno para $Re = 7060$ y el otro para $Re = 73620$. En ambos se exploró la gama completa de Pr correspondiente a los metales líquidos ($0.001 < Pr < 0.1$). La escogencia de estos números de Reynolds fue hecha con el simple propósito de comparar los resultados con los de otros autores, especialmente con aquellos que reportan datos experimentales como Duchatelle y Vautrey¹⁰. En esta referencia se presentan resultados de laboratorio para la aleación Na-K en los rangos del número de Prandtl $0.022 < Pr < 0.01$ y del número de Reynolds $3000 < Re < 102000$.

La simulación numérica de Faggiani y Gori¹ considera la conducción molecular axial en dos regiones del conducto y emplea el modelo hidrodinámico propuesto por Fuchs¹¹. Además, Hatton et al¹⁰ obtuvieron una solución analítica del problema sin conducción axial en términos de una serie infinita.

Efecto de $Re = 7060$

La Figura 2 muestra la variación del número de Nusselt para el caso $Pr = 0.002$. Aquí se aprecia que la predicción de Faggiani y Gori¹ está perfectamente acotada notándose un ligero acercamiento hacia la curva basada en el perfil de velocidad parabólico. Para este caso en donde $Pe = 14$, la presencia de la conducción axial hace que las curvas de Nu se desplacen hacia arriba en el entorno de $z = 10^{-3}$. A medida que z aumenta, las desviaciones tienden a desaparecer. Este es el patrón característico en la entrada para los flujos con números de Peclet muy bajos.

En la Figura 3 se observa que las dos cotas hidrodinámicas enmarcan bien los resultados numéricos de [1]. Esta figura contiene un grupo de datos hallados en [10]. A pesar de que los datos se salen de la banda, éstos están más cerca de la curva basada en el perfil parabólico laminar que de la curva de [1] calculada con un perfil de velocidad turbulento apropiado. Esto puede deberse a que para estos números de Reynolds tan bajos el perfil de velocidad se desvía drásticamente del perfil turbulento universal y se asemeja más al parabólico, tal como lo discute acertadamente Leckner³. También aparecen dibujados los resultados del número de Nusselt asintótico Nu , sugeridos en [10]. Ambos valores están acotados, pero se observa un desplazamiento hacia la curva de velocidad uniforme, o sea, la cota superior. La Figura 4 se dibuja para $Pr = 0.02$ y el comportamiento es análogo al de la Figura 3. Los cálculos cuando el número de Prandtl aumenta a $Pr = 0.1$ se depositan en la Figura 5. Este valor alto de Pr corresponde al extremo superior de la gama de metales líquidos. Desafortunadamente, no existen datos experimentales para este tipo de fluido. No obstante, las distribuciones de Nu calculadas en [1,5] coinciden en toda la región de desarrollo térmico y están perfectamente acotadas. Adicionalmente, se puede apreciar que el mecanismo de conducción axial no participa para flujos con número de Peclet alto, o sea $Pe = 706$.

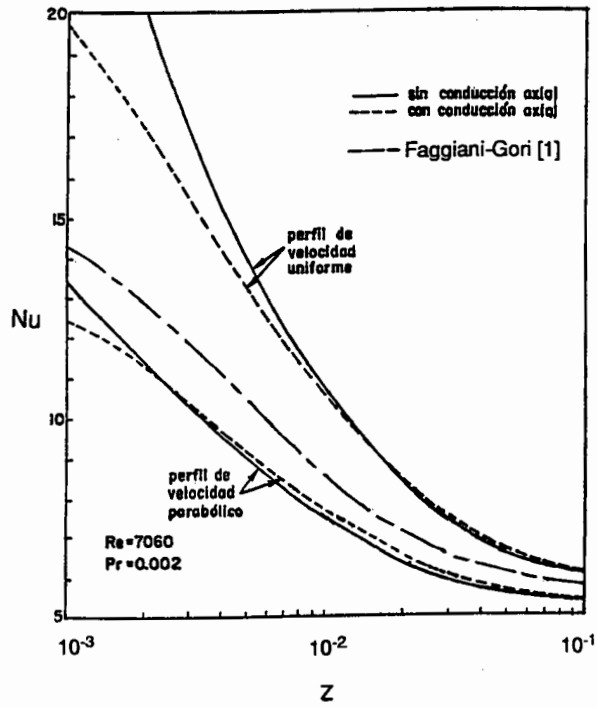


Figura 2. Distribución del número de Nusselt local.

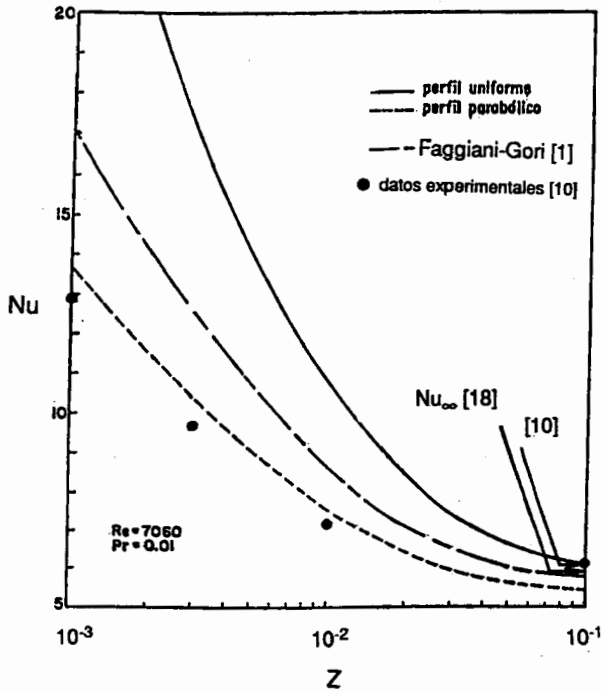


Figura 3. Distribución del número de Nusselt local. Comparación con datos experimentales.

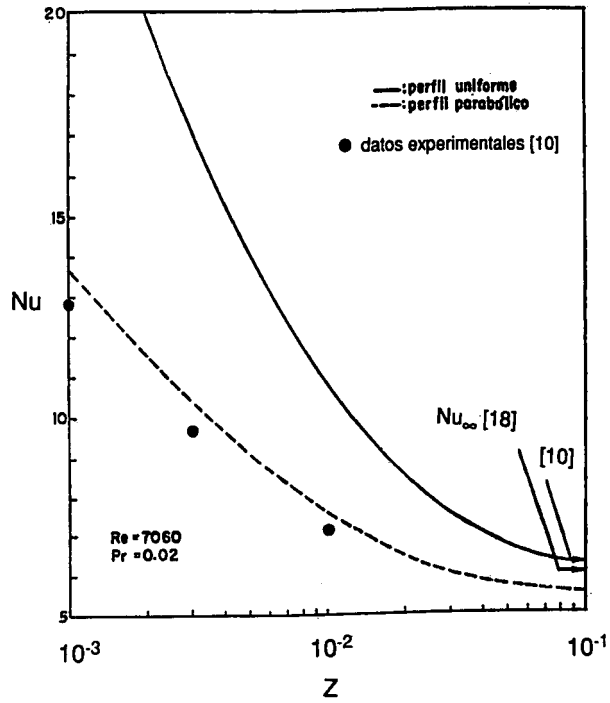


Figura 4. Distribución del número de Nusselt local. Comparación con datos experimentales.

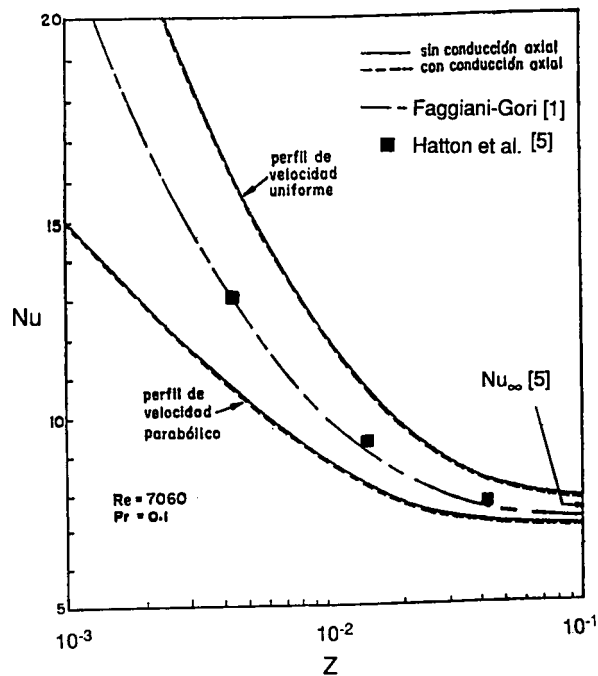


Figura 5. Distribución del número de Nusselt local.

Efecto de $Re = 73620$

El grupo de Figuras 6-8 corresponde a un régimen de alta turbulencia, en donde el número de Reynolds se ha incrementado un orden de magnitud, o sea $Re = 73600$. En la Figura 6 para $Pr = 0.002$ se evidencia que la curva de Nu pronosticada en [1] equidista de las de los casos límites. Asimismo, para este flujo con $Pe = 147$ la acción de la conducción axial en el fluido es prácticamente nula. Las variaciones de Nu para $Pr = 0.01$ se dibujan en la Figura 7. Aquí se repite el comportamiento en donde las cotas de carácter hidrodinámico enmarcan los resultados numéricos de [1]. Las observaciones experimentales de [10] están confinadas por ambas cotas también, reflejándose una proximidad mayor a la cota inferior asociada al perfil parabólico. Conviene destacar que las correlaciones de [10,18] predicen valores de Nu_{∞} que se salen de la banda acotada. Las discrepancias con el número de Nu_{∞} reportado en [10,18] se hacen más pronunciadas cuando $Pr = 0.02$, como lo refleja la Figura 8. En general se puede concluir que a medida que Pe aumenta, los resultados de [18] basados en $Pr_t = 1$ sobreestiman los valores del número de Nu asintótico en comparación con los datos numéricos y experimentales reportados.

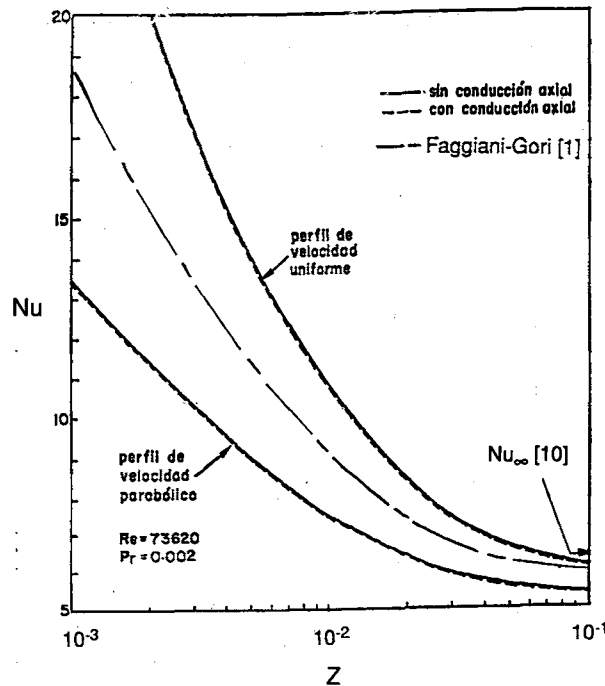


Figura 6. Distribución del número de Nusselt local.

Efecto de la conducción molecular axial

Los efectos de la conducción molecular axial pueden ser razonablemente ignorados en el análisis de la transmisión de calor turbulenta de fluidos no metálicos a través de conductos rectangulares. Sin embargo, esto puede carecer de una justificación

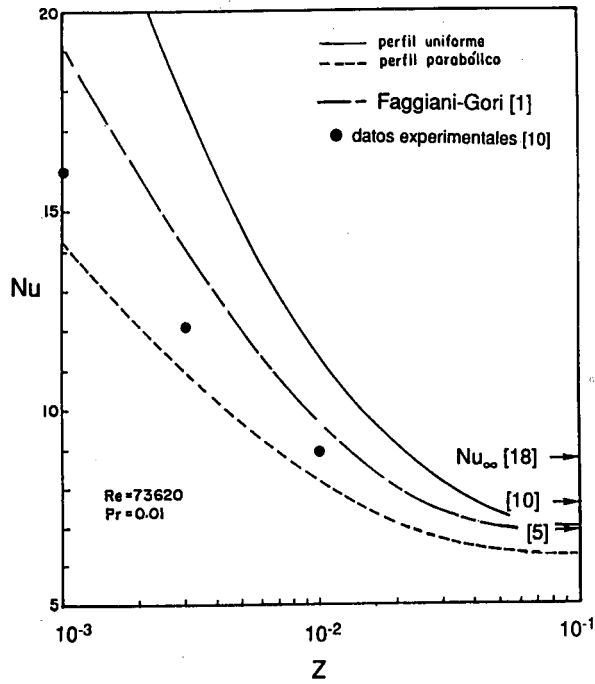


Figura 7. Distribución del número de Nusselt local. Comparación con datos experimentales.

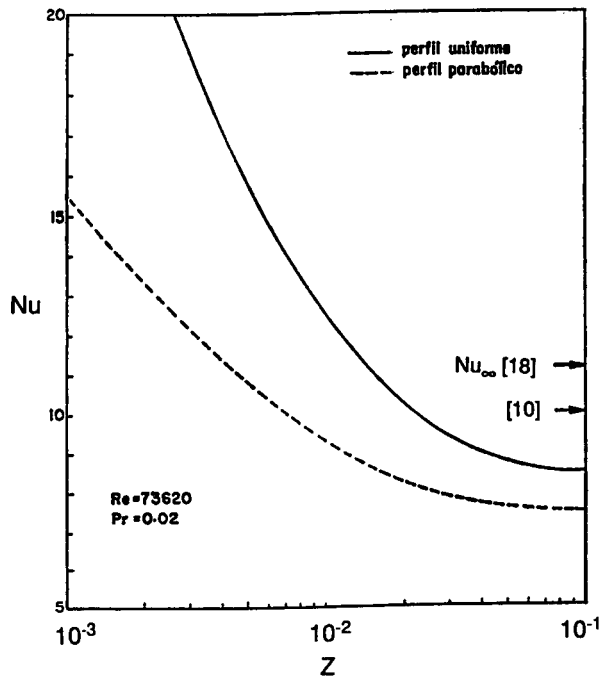


Figura 8. Distribución del número de Nusselt local.

adecuada para metales líquidos fluyendo aún a velocidades turbulentas relativamente bajas. Para estos casos, su acción se manifiesta a través de una sensible reducción del coeficiente convectivo de transferencia de calor en la región de entrada térmica. Este comportamiento peculiar se evidencia en la Figura 9 empleando $Re = 7060$ y varios números de Prandtl para ambas cotas hidrodinámicas. Especial mención merece el hecho de que el número de Nusselt local se reduce al inicio de la región de entrada y luego asciende en la otra porción de dicha región, produciéndose un punto de intercepción característico. Las cualidades de este efecto cambian según el tipo de perfil, debido a la variación entre el balance difusivo-convectivo implicado por cada perfil. Asimismo, cambia también el punto de intercepción, el cual está aproximadamente alrededor de $z = 0.004$ para el perfil parabólico y de $z = 0.01$ para el perfil uniforme, respectivamente. Esta tendencia es semejante a la reportada por Hennecke¹⁹ para la convección laminar en tuberías circulares y por Faggiani y Gori¹ para la convección forzada turbulenta entre placas paralelas y calentamiento asimétrico. La incidencia de la conducción axial ocasiona también un aumento de la temperatura de ingreso del flujo a la zona de calentamiento directo, como resultado de conducción de calor en sentido contrario al flujo. Esta particularidad es responsable de que la acción de la conducción axial se reduzca al aumentar la velocidad del flujo. Sin embargo, la existencia de un perfil de velocidad implica que en las cercanías de la pared se registran normalmente velocidades comparativamente bajas. Por consiguiente, en dichas zonas este mecanismo tiende a deformar el perfil de temperatura antes de la zona calentada directamente. Por lo tanto, en muchos casos se obtienen diferencias muy marcadas con respecto al perfil uniforme ($z = 0$) que ignora este fenómeno. Este efecto de precalentamiento puede

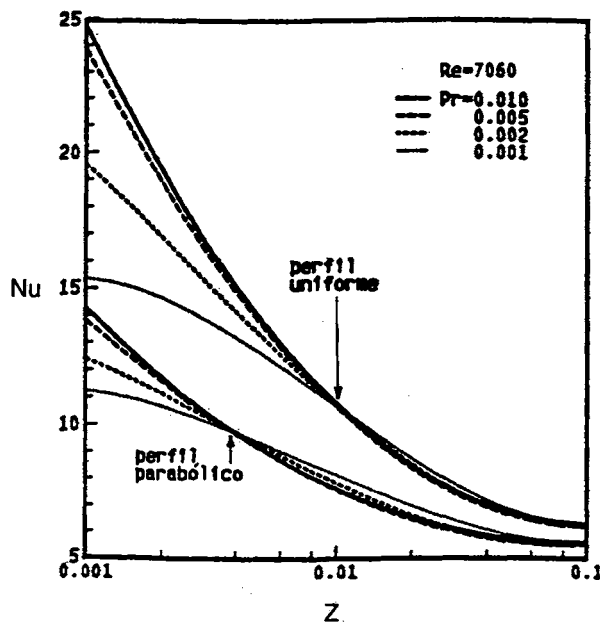


Figura 9. Influencia del mecanismo de conducción molecular axial.

ser observado en términos de la temperatura volumétrica media θ_m . Dichos valores se encontraron principalmente por integración numérica de la ecuación (22) y fueron comparados con los obtenidos por la vía de una formulación concentrada birregional despreciando el efecto de la turbulencia axial. En todos los casos examinados, las diferencias absolutas entre las temperaturas calculadas por ambos procedimientos no excedió la pequeña cifra de 5×10^{-3} , factor que avala la confiabilidad predictiva del método numérico. En consecuencia, es posible utilizar la expresión analítica producto de una formulación concentrada para determinar la variación de la temperatura volumétrica media, Esto es:

$$\theta_m = \begin{cases} \frac{2}{Pe^2} \exp(Pe^2 z), & -\infty < z < 0 \\ \frac{2}{Pe^2} + 2z, & 0 \leq z \leq +\infty \end{cases} \quad (26)$$

Para efectos de análisis, las curvas generadas por la ecuación (26) se han dibujado en la Figura 10, con el fin de facilitar la observación del citado efecto de precalentamiento que es producido por el fenómeno conductivo axial para bajos números de Peclet. Debe notarse cómo a medida que se reduce Pe , la temperatura volumétrica media de ingreso $\theta_m(0)$ se incrementa sensiblemente, en especial para Pe bajos. Fundamentalmente hablando, en este caso, el comportamiento de la temperatura volumétrica media responde directamente al balance energético del sistema. En este aspecto, su distribución es independiente del perfil de velocidad considerado.

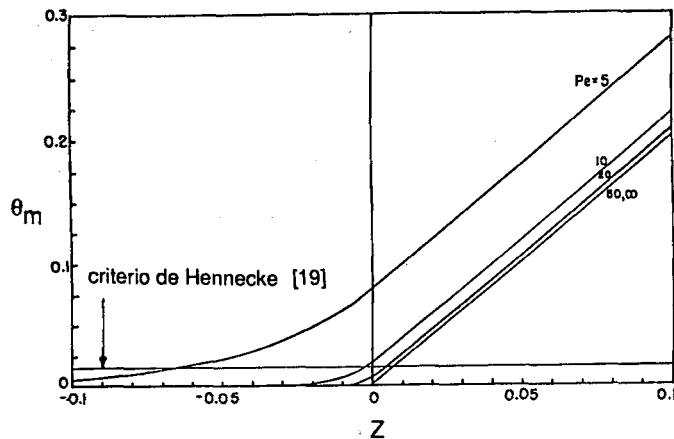


Figura 10. Distribución birregional de la temperatura volumétrica media.

Adicionalmente, se presenta en la Figura 10, el criterio introducido por Hennecke¹⁹ para flujo laminar en conductos circulares, traducido en función de la definición ineludible del diámetro hidráulico. Dicho criterio establece que los efectos de la conducción axial pueden ser descartados siempre y cuando las desviación de θ_m en el origen sea inferior a 0.02 unidades. Este criterio corresponde a $Pe > 10$. Sin embargo, de la observación de la Figura 9 se deduce que el número de Nusselt puede presentar ciertas variaciones para $Pe > 10$. No obstante, desde el punto de vista ingenieril el criterio rígido de la referencia [19] es más que suficiente.

Por otra parte, una combinación de las ecuaciones (21) y (26) permite calcular la temperatura de la pared calentada en la segunda región donde ocurre el calentamiento directo, resultando:

$$\theta_w(z) = \frac{1}{Nu} + \frac{2}{Pe^2} + 2z \quad (27)$$

Esta temperatura tiene gran importancia en el diseño de equipos de intercambio de calor, ya que corresponde a la temperatura máxima en cualquier sección del conducto. Además, es también la clave en el cálculo de los esfuerzos térmicos que sufre el material.

CONCLUSIONES

Las conclusiones más relevantes que se pueden extraer de esta investigación son las siguientes:

1. La suposición de un perfil hidrodinámico uniforme (plano) conforma siempre la cota superior para el cálculo de la transmisión de calor.
2. Para flujos con número de Reynolds bajos e intermedios el perfil parabólico laminar proporciona resultados adecuados para un estimado acertado de la transmisión del calor.
3. Para flujos de número de Prandtl bajo la conducción molecular axial puede tener una influencia apreciable. Esta influencia tiende a reducir el número de Nusselt en el entorno del origen ($z = 0$).
4. El desenvolvimiento de la temperatura volumétrica media puede estimarse eficazmente empleando una formulación concentrada para las dos regiones conjugadas del conducto.
5. En el rango de los números de Re y Pr estudiados, la diferencia entre los valores asintóticos de los números de Nusselt encontrados con ambos extremos hidrodinámicos se matuvo prácticamente constante. Dicha diferencia fue aproximadamente de un 10% del valor asintótico para los casos examinados. Este rango se encuentra dentro lo aceptado en las correlaciones empíricas. Por lo tanto, para la determinación aproximada de Nu_∞ , el perfil de velocidad supuesto puede carecer de relevancia.

NOMENCLATURA

- c calor específico
- C_f coeficiente de fricción
- D_h diámetro hidráulico, $4L$
- h coeficiente convectivo local
- k conductividad térmica
- L semiancho del conducto
- L^+ semiancho adimensional, ecuación (12)
- Nu número de Nusselt local, hD_h/k

- Nu_{∞} valor asintótico de Nu
 Pe número de Peclet, $RePr$
 Pr número de Prandtl, ν/α
 Pr_t número de Prandtl turbulento, ecuación (25)
 Re número de Reynolds, ecuación (12)
 q_w densidad de flujo de calor en la pared
 \bar{T} temperatura media temporal
 \bar{T}_m temperatura volumétrica media, ecuación (10)
 T_0 temperatura de entrada
 T_w temperatura de la pared calentada
 \bar{u} velocidad media temporal
 U velocidad adimensional, ecuación (11)
 V_m velocidad media, ecuación (9)
 x, y coordenadas
 Y coordenada transversal adimensional, ecuación (11)
 z coordenada axial adimensional, ecuación (11)
 α difusividad térmica molecular
 ϵ_M difusividad de cantidad de movimiento turbulento, ecuación (24)
 ϵ_H difusividad térmica turbulenta, ecuación (12)
 θ temperatura adimensional, ecuación (11)
 κ parámetro de proporcionalidad, $\kappa = 0.4$
 ν viscosidad cinemática

REFERENCIAS

1. S. Faggiani y F. Gori, "Influence of streamwise molecular heat conduction on the heat transfer coefficient for liquid metals in turbulent flow between parallel plates", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 292-296, (1980).
2. V. Javeri, "Laminar heat transfer in a rectangular channel for the temperature boundary condition of third kind", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1029-1034, (1978).
3. B. Leckner, "Heat transfer in the entrance region with fully developed turbulent flow between parallel plates", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 35-42, (1972).
4. A.P. Hatton y A. Quarmby, "The effect of axially varying and unsymmetrical boundary conditions on heat transfer with turbulent flow between parallel plates", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 6, pp. 903-914, (1963).
5. A.P. Hatton, A. Quarmby y I. Grundy, "Further calculations on the heat transfer with turbulent flow between parallel plates", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 2, pp. 817-823, (1964).
6. H.M. Tan y W. Charters, "An experimental investigation of forced-convective heat transfer for fully developed turbulent flow in a rectangular duct with asymmetric heating", *Solar Energy*, Vol. 13, pp.121-135, (1970).
7. J.F. Vetterle y E.C. Fernández, "Coeficientes de transferencia para o escoamento turbulento entre placas paralelas", *Anales del Congreso Brasileiro de Ingeniería Mecánica*, I, pp. 163-172, Sao Paulo, Brasil, (1981).

8. M. Sakakibara, "Analysis of heat transfer in the entrance region with fully developed turbulent flow between parallel plates - the case of uniform wall heat flux", *Memories of the Faculty of Engineering, Fukui University, Fukui, Japan*, pp. 107-120, (1982).
9. E.M. Sparrow, A.García y W. Chuck, "Numerical and experimental turbulent heat transfer results for a one-sided heated rectangular duct", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 9, pp. 301-322, (1986).
10. L. Duchatelle y L. Vautrey, "Détermination des coefficients de convection d'un alliage NaK en écoulement turbulent entre plaques planes parallèles", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, 1017-1031, (1964).
11. H. Fuchs, "Heat transfer to flowing sodium: Theoretical and experimental investigation on temperature fluctuations in a tube", Edig Institut for Reaktorforschung Würelingen, Schweiz, Germany, (1973).
12. P.M.S. Araujo, "A semi-analytical approach to turbulent flow through concentric annuli", *Congresso Nazionale sulla Trasmissione de Calore, Firenze, Italy*, (1989).
13. F.S. Sherman, "*Viscous Flow*", McGraw-Hill, New York, (1990).
14. H. Reichardt, "Vollstinddige darstellung der turbulenten geschwindigkeitsverteilung in glatten leitungen", *Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Mecanik*, Vol. 31, 7, pp. 108-219, (1951).
15. N.Z. Azer y B.T. Chao, "A mechanism of turbulent heat transfer in liquid metals", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, pp.121-138. (1960).
16. S.V. Patankar, "*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*", McGraw-Hill, New York, USA, (1980).
17. S.V. Patankar, "A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 409-425, (1981).
18. D.E. Dwyer y P.S. Tu, "Unilateral heat transfer to liquid metals flowing in annuli", *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 15, pp. 58-68, (1962).
19. D.K. Hennecke, "Heat transfer by Hagen-Poiseuille flow in the thermal development region with axial conduction", *Wärme und Stoffübertragung*, Vol. 1, pp.177-184, (1968).