

EIX2 | Determinants del context macroeconòmic

Un Nuevo Nuevo Keynesianismo para Cataluña

Leonardo Tariffi

Professor substitut del Departament d'Empresa de la Universitat de Barcelona i professor associat al Departament d'Economia i Empresa de la Universitat Pompeu Fabra.

RESUMEN

El comportamiento del PIB en Cataluña tiene principalmente dos explicaciones. La primera esta relacionada con variaciones vinculadas a la relación de corto plazo y la segunda nace con los efectos de los determinantes fundamentales en el largo plazo. La motivación principal de la presente investigación se basa en profundizar sobre el mecanismo a través del cuál se establecen las dos relaciones tanto a nivel teórico como a nivel empírico. Por lo tanto, el principal interés del presente estudio se centra en explicar a ciencia cierta, el comportamiento de la actividad real y de los niveles de producción en Cataluña a través de los dos mencionados niveles de comprensión teniendo en cuenta también dos diversos momentos en el tiempo.

Clasificación JEL: E23, C32, C61

Palabras claves: Crecimiento económico, Cataluña, determinantes fundamentales, Nuevo Nuevo Keynesianismo, relaciones de corto y largo plazo

ABSTRACT

There are mainly two frameworks to explain the behaviour of GDP in Catalonia. The first one is related to changes and variations in the short term and the second one is linked to the effects of the fundamental determinants in the long run. The motivation of this research is based on delving deeper into both the theoretical and empirical mechanisms through which it can be explained the behaviour of production levels taking into account the two aforementioned periods of time. Therefore, the main interest of the study is to focus on explaining with certainty the aggregate production increases and decreases and the real economic activity growth in Catalonia applying several technical approaches.

JEL Classification: E23, C32, C61

Keywords: Economic growth, Catalunya, fundamental determinants, New New Keynesianism, short and long term relationships

1. Introducción

¿Existe un modelo para explicar la economía de Cataluña? ¿Cómo puede ser explicado el crecimiento económico regional? Responder a estas nobles preguntas es sin duda contribuir a mejorar el conocimiento económico sobre la relevancia internacional de una región particular en la economía global. Este análisis se justifica por la preponderancia de la producción como variable hegemónica que sirve de indicador del bienestar material de las sociedades actuales. En el gráfico 1, se puede observar la evolución del crecimiento económico en Cataluña medido a través del producto interno bruto (PIB) en volumen durante el período T1:2001 - T2:2024. El indicador de variación porcentual interanual de actividad económica para la economía catalana refleja caídas significativas de la producción en -al menos- algunos trimestres correspondientes a los años 2009, 2012 y 2020. Así mismo, datos desestacionalizados del PIB del último dato actualizado para el segundo trimestre del año 2024 muestran que la economía catalana creció un 3% interanual.

Gráfico 1: Producto Interno Bruto

Volumen corregido de estacionalidad (Var % Interanual)



Fuente: Idescat. Contabilidad trimestral

Por su parte, el crecimiento económico regional basado en la variación porcentual del producto interno bruto (PIB) a precios corrientes se puede observar en el gráfico 2.

Gráfico 2: Producto Interno Bruto Precios Corrientes (Var %)

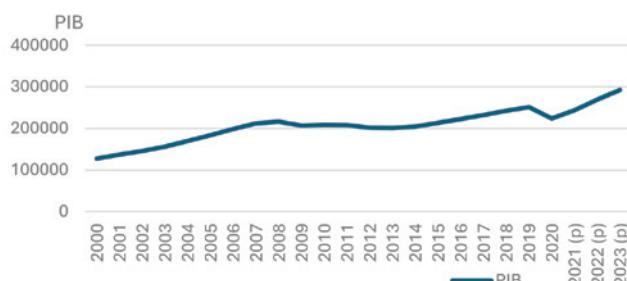


Fuente: Idescat. Contabilidad trimestral

A pesar del crecimiento negativo evidente en el gráfico de líneas durante los años 2009, 2011, 2012, 2013 y 2020, la variación porcentual del PIB se mantuvo en promedio alrededor del 3,8% en las últimas dos décadas según datos del Instituto de Estadísticas de Cataluña (Idescat). Nótese que se incluyen en este gráfico, las cifras provisionales ("p") para los últimos 3 años del período 2000-2023.

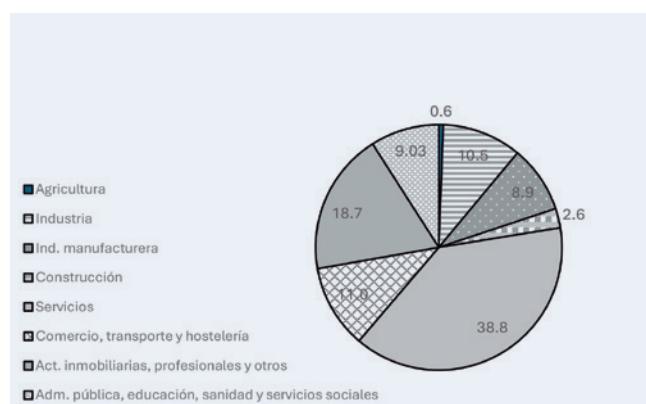
El PIB anual a precios corrientes se puede apreciar en el gráfico 3. La producción agregada medida en millones de euros para la Comunidad Autónoma de Cataluña presenta una tendencia positiva desde principios de siglo. El PIB en niveles ha estado creciendo medianamente en las últimas dos décadas hasta alcanzar un máximo calculado de 223.906 millones de euros en el año 2020 y un valor máximo estimado de 292.474 para el año 2023. Datos actuales publicados recientemente sitúan al PIB a precios corrientes en 243.791, 269.533 y 292.503 millones de euros durante los años 2021, 2022 y 2023, respectivamente. Por su parte, el segundo trimestre del año 2024 terminó con un PIB interanual de 302.098 millones de euros.

Gráfico 3: Producto Interno Bruto Precios Corrientes
(Millones euros)



En el año 2020, entre los principales sectores económicos que contribuyeron a la producción agregada en la región se encuentran el sector de servicios con un 38,8% del total y el sector de las actividades inmobiliarias, profesionales y otras con un 18,7% del total. Tanto el sector del comercio, el transporte y la hostelería como el sector de la industria apenas sobrepasaron cada uno el 10% del total mientras que el sector de la administración pública, educación, sanidad y servicios sociales se situó alrededor del 9% del total.

Gráfico 4: Producto Interno Bruto por sectores Año 2020 (% del total - Precios Corrientes)



Los sectores de la industria manufacturera, la construcción y la agricultura representaron el 8,9%, el 2,6% y el 0,6% del total, respectivamente. El PIB a precios corrientes desagrega-

do por sectores se presenta en el gráfico 4.

El gráfico 5 muestra el PIB trimestral en niveles a precios corrientes en millones de euros para el período T1/2000 - T2/2024. Los datos brutos para la economía catalana provienen de la Contabilidad Trimestral del Idescat.

La literatura que explica el comportamiento de la producción agregada ha sido ampliamente debatida. El mecanismo teórico que explica las variaciones de la producción tanto desde el punto de vista de la demanda como desde el lado de la oferta se basa en los modelos formales de equilibrio general. Solow (1956) hace énfasis en la importancia del ahorro y del capital físico como variables determinantes de la producción en el largo plazo. Koopmans (1963)-basado en Ramsey (1928)- destaca la importancia del comportamiento de la demanda para maximizar la utilidad del consumo de bienes y servicios producidos sujeta a una restricción presupuestaria intertemporal. Siguiendo a Obstfeld y Rogoff (1996), el presente trabajo de investigación se basa principalmente en ecuaciones diferenciales para plantear un modelo de equilibrio general donde la producción agregada depende no sólo del capital físico y del capital humano sino también del consumo agregado que a su vez depende del consumo privado y del gasto público.

Gráfico 5: Producto Interno Bruto Precios Corrientes
(Millones euros)



Fuente: Idescat. Contabilidad trimestral

En principio, el gasto gubernamental entrará como variable explicativa de manera exógena dentro de los modelos de series de tiempo para analizar la contribución del sector público, con sus diferentes niveles agregados de expansión y contracción fiscal, en la relación anteriormente planteada entre la economía real y sus variables determinantes.

A nivel estadístico, la metodología utiliza el proceso de cointegración (Johansen, 1988 y 1991) para establecer la relación de largo plazo entre las variables (Engle y Granger, 1987) bajo el supuesto de intercepto irrestricto y tendencia restringida de Pesaran, Shin y Smith (2000) mientras que la metodología econométrica de mínimos cuadrados ordinarios con mecanismo de correcciones de errores permite encontrar la relación de corto plazo (Tariffi, 2024) utilizando el procedimiento "de lo general a lo específico" como especificado por Campos et al. (2005) y Hendry (2024). Además, se llevan a cabo las pruebas de raíz unitaria basada en el test de Dickey - Fuller aumentado (Dickey y Fuller, 1979 y 1981) teniendo en cuenta el número de rezagos óptimo calculado a través del criterio de información de Schwarz y los valores críticos establecidos por MacKinnon al 1, 5 y 10% (MacKinnon, 1996 y 2010).

Es así como el principal objetivo de la presente comunicación es utilizar herramientas matemáticas y económicas que logren explicar los vínculos entre las mencionadas variables fundamentales y los niveles de actividad económica y los niveles de producción se han desenvuelto positiva o negativamente.

2. Modelo

En principio, la función de producción tiene los dos insumos principales que son el capital y el trabajo para producir bienes y servicios.

$$Y_s = A_s F(K_s, L_s)$$

Donde Y corresponde a los niveles de producción, K es el capital físico, L es el trabajo y A es nivel tecnológico. La producción presenta rendimientos constantes a escala en $F(\cdot)$ y rendimientos positivos y decrecientes en cada uno de los insumos. Notar que en el límite, las primeras derivadas de $F(\cdot)$ satisfacen la condición de Inada.

De acuerdo con el supuesto de los rendimientos constantes a escala, la función de producción $F(K, L)$ puede ser reescrita como $F(K, L) = L/L * F(K, L) = L * F(K/L, L/L) = L * F(k, 1) = L * f(k)$, donde $k = K/L$ es el ratio capital-trabajo y por definición $f(k) = F(k, 1)$. Notar que al derivar la función de producción con respecto a K y L respectivamente, las condiciones de primer orden permiten obtener las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \partial f(k) / \partial K &= f'(k) \\ \partial f(k) / \partial L &= f(k) - f'(k)k. \end{aligned}$$

Las empresas maximizan beneficios teniendo en cuenta los tres supuestos mencionados en el párrafo anterior:

$$\pi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} (1/(1+z))^{s-t} [P * A_s F(K_s, L_s) - w_s L_s - r_s K_s]$$

El parámetro $(1/(1+z)) \in [0, 1]$ es el factor de descuento, P son los precios de bienes y servicios, w es el nivel de salario por trabajador, r es el precio del capital. Por simplicidad, se asume que la depreciación del capital es igual a cero.

Teniendo en cuenta las condiciones de primer orden, se pueden obtener las siguientes funciones correspondientes al salario y al precio del capital:

$$\partial\pi/\partial K=0 \rightarrow P^*Af'(k)-r=0 \rightarrow r=P^*Af'(k) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial\pi/\partial L=0 &\rightarrow P^*A[f(k)-f'(k)k]-w=0 \\ w &= P^*A[f(k)-f'(k)k] \end{aligned} \quad (2)$$

Es así como las empresas escogen el nivel del ratio capital-trabajo $k = K/L$ para producir bienes y servicios hasta que logran igualar el producto marginal del capital $f'(k)$ al precio del capital r teniendo en cuenta la tecnología A y los precios de los bienes y servicios P . Además, el beneficio llega a ser igual a cero cuando el nivel de salario por trabajador iguala a su vez al producto marginal del trabajo correspondiente al valor de k que satisface la ecuación (2).

La función de utilidad con horizonte infinito está representada por la ecuación

$$U_t = \sum_{s=t} B^{s-t} u(c_s)$$

Donde β es el factor de descuento subjetivo en las preferencias y C es el consumo agregado (ver apéndice para más detalles). El consumidor maximiza la utilidad, primero sujeto a la restricción de la identidad de economía abierta, y segundo, sujeto a la restricción de condición terminal:

$$B_{s+1} - B_s = iB_s + P^*A_s F(K_s, L_s) - C_s - r_s K_s - G_s B_{t+T+1} = 0$$

Donde B son los activos externos, G es el gasto público e i es la tasa que devengan los activos externos en cada período. La derivada de primer orden con respecto a B y K permite encontrar para cada período $s \geq t$, las siguientes dos condiciones:

$$u'(C_s) = Bu'[(1+r)(C_{s+1})] \text{ (la ecuación de Euler)}$$

$$P^*A_{s+1} f'(k_{s+1}) = i$$

Notar que al reordenar algebraicamente la primera restricción de la identidad de economía abierta y substituirla en la función de utilidad se obtiene:

$$U_t = \sum_{s=t} B^{s-t} u[(1+i)B_s - B_{s+1} + P^*A_s F(K_s, L_s) - r_s K_s - G_s]$$

Al suponer que el modelo representa una economía pequeña y abierta -como es el caso de la economía catalana-, la tasa de interés mundial i iguala el rendimiento del capital r .

3. Evidencia empírica

Se utilizan básicamente tres técnicas econométricas. En primer lugar, se lleva a cabo la prueba de raíz unitaria basada en el test de Dickey - Fuller aumentado (Dickey y Fuller, 1979 y 1981). El número de rezagos óptimo a incluir en esta prueba se calcula a través del criterio de información de Schwarz y los valores críticos a comparar son los establecidos por MacKinnon al 1,5 y 10% (MacKinnon, 1996 y 2010).

Luego, se utiliza la metodología de Johansen (1988 y 1991) para evaluar la existencia de vectores de cointegración en vectores autorregresivos (VAR) según Engle y Granger (1987) para encontrar la relación de largo plazo entre las variables bajo el supuesto de intercepto irrestringido y tendencia restringida de Pesaran, Shin y Smith (2000).

Finalmente, se aplica la metodología de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) con un algoritmo que minimiza la suma de los residuos al cuadrado de la regresión lineal bajo ciertos supuestos y propiedades en los estimadores poblacionales. En el modelo de MCO, se incluye el mecanismo de correcciones de errores (MCE) con el vector estacionario encontrado con el test de cointegración para encontrar la relación

de corto plazo (Tariffi, 2024). El procedimiento econométrico para estimar los parámetros del modelo es robusto por cuanto se aplica el método “de lo general a lo específico” como especificado por Campos et al. (2005) y Hendry (2024).

Como especificado en el apartado anterior, la producción depende -en principio- del capital físico y el trabajo por el lado de la oferta, y del consumo privado, el gasto público y la apertura económica por el lado de la demanda. Los datos presentan el período de estudio comprendido entre el primer trimestre del año 2000 y el segundo trimestre del año 2024. Las cifras se presentan para la Comunidad Autónoma de Cataluña a precios corrientes en millones de euros según los datos brutos de la Contabilidad Trimestral del Instituto de Estadística de Cataluña (Idescat).

Las variables proxies de la producción agregada y sus determinantes, tanto en el largo como en el corto plazo, son las siguientes:

1. La producción agregada corresponde al producto interno bruto (PIB).
2. El capital físico corresponde a la formación bruta de capital físico (FBCF).
3. El capital humano corresponde al sector de la administración pública, educación, sanidad y servicios sociales en la producción desagregada según tipo de sector productivo. (CAHU).
4. El consumo privado corresponde a la suma del consumo de los hogares más el consumo de los extranjeros en el territorio catalán (CO).
5. El gasto público corresponde al consumo de las administraciones públicas (G).
6. La apertura económica corresponde a la sustracción de las exportaciones de bienes y servicios menos las importaciones de bienes y servicios (XM).

Se utiliza la prueba de raíz unitaria estándar

aumentada de Dickey-Fuller con la hipótesis nula de una raíz unitaria ($I(1)$). Se utiliza el software Eviews 12 (Startz, 1994) para calcular la estacionariedad de las variables del modelo. Se tiene en cuenta el criterio de información Schwarz con un número máximo de 11 rezagos e intercepto para calcular el número óptimo de rezagos. Se utilizan los valores críticos de MacKinnon (1996 y 2010) para estimar las probabilidades asociadas a los estadísticos. La tabla 1 presenta los resultados de estacionariedad. Se puede observar que las variables PIB, CO y XM son integrales de orden 1 mientras que el resto de las variables son integrales de orden 2.

Tabla 1: Prueba de raíz unitaria (Dickey-Fuller aumentado)

| Variable | Order de integración |
|----------|----------------------|
| PIB | $I(1)$ |
| FBCF | $I(2)$ |
| CAHU | $I(2)$ |
| CO | $I(2)$ |
| G | $I(2)$ |
| XM | $I(1)$ |

Fuente: Cálculos propios

Con todas las variables $I(1)$, se procede a encontrar y calcular los vectores autorregresivos (VAR) multivariados de cointegración con el software Microfit 5.5 (Pesaran y Pesaran, 2009) bajo el supuesto de intercepto irrestringido y tendencia restringida como estipulado en Pesaran, Shin y Smith (2000). En las tablas 2 y 3, se pueden observar los resultados de la prueba de cointegración con el número de variables rezagadas igual a 1.

Tabla 2: Cointegración con intercepto sin restringir y tendencia restringida en el VAR

Prueba de Cointegración LR basado en el Máximo Eigenvalor

96 observations from 2000Q3 to 2024Q2. Order of VAR = 1.

List of variables included in the cointegrating vector:

| PIB | FBCF | CAHU | CO | XM | G | Trend |
|-----|------|------|----|----|---|-------|
|-----|------|------|----|----|---|-------|

List of I(1) exogenous variables included in the VAR: G

List of eigenvalues in descending order:

.99392 .79942 .36326 .088072 .057233

| Null | Alternative | Statistic | 95% Critical Value | 90% Critical Value |
|--------|-------------|-----------|--------------------|--------------------|
| r = 0 | r = 1 | 489.8319 | 40.8900 | 37.9200 |
| r <= 1 | r = 2 | 154.2294 | 34.7000 | 32.1200 |
| r <= 2 | r = 3 | 43.3337 | 28.7200 | 26.1000 |
| r <= 3 | r = 4 | 8.8507 | 22.1600 | 19.7900 |
| r <= 4 | r = 5 | 5.6579 | 15.4400 | 13.3100 |

Fuente: Cálculos propios.

Teniendo en cuenta que el estadístico r es mayor a los valores críticos calculados como una distribución asintóticamente no estándar según la metodología de Johansen (1988 y 1991) en el caso de al menos 2 vectores (cuando $r \leq 2$), no se rechaza la hipótesis nula de 2 relaciones de cointegración (ver tabla 2).

Tabla 3: Vectores de cointegración estimados según el método de Johansen

Cointegración con intercepto sin restricción y tendencia restringida en el VAR

96 observations from 2000Q3 to 2024Q2. Order of VAR = 1.

List of variables included in the cointegrating vector:

| PIB | FBCF | CAHU | CO | XM | G | Trend |
|-----|------|------|----|----|---|-------|
|-----|------|------|----|----|---|-------|

List of I(1) exogenous variables included in the VAR: G

| PIB | Vector 1 | | Vector 2 | | Vector 1 | | Vector 2 | |
|------|------------|-------------|----------|--|----------|------------|------------------------|--|
| | | | | | | | | |
| | .1869E-5 | -.1198E-4 | | | XM | -.8333E-6 | -.1348E-4 ^a | |
| | (-1.0000) | (-1.0000) | | | | (.44588) | (-1.1249) | |
| FBCF | -.1033E-4 | -.1458E-3 | | | G | -.4186E-5 | .3279E-5 | |
| | (5.5244) | (-12.1669) | | | | (2.2395) | (.27372) | |
| CAHU | -.8087E-4 | .8523E-4 | | | Trend | -.1349E-3 | .0031418 | |
| | (43.2682) | (7.1137) | | | | (72.1765) | (262.2347) | |
| CO | -.2379E-5 | .1167E-4 | | | | | | |
| | (1.2728) | (.97434) | | | | | | |

Fuente: Cálculos propios. Valores normalizados entre paréntesis.

La relación de largo plazo entre el PIB y sus determinantes fundamentales se puede apreciar en la tabla 3 con los valores de los parámetros de los vectores de cointegración encontrados. Nótese que el vector 1 presenta todos los signos de los coeficientes positivos. Después de calcular el MCE con el primer vector encontrado, se estiman los coeficientes del modelo en la relación de corto plazo a través del método de MCO (Tariffi, 2024) utilizando el robusto procedimiento econométrico "de lo general a lo específico" como especificado por Campos et al. (2005) y Hendry (2024).

Nuevamente, se utiliza el software Eviews 12 (Startz, 1994) con todas las variables I(0) para calcular el modelo de corto plazo. La tabla 4 presenta los resultados.

**Tabla 4: Vectores de cointegración estimados según el
método de Johansen
Modelo de regresión por mínimo cuadrados ordinarios**

Dependent Variable: DPIB
Method: Least Squares
Date: 10/31/24 Time: 12:57
Sample (adjusted): 2001Q1 2024Q2
Included observations: 94 after adjustments

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| C | -443.9089 | 263.1079 | -1.687174 | 0.0952 |
| D2FBCF | 1.286371 | 0.150378 | 8.554223 | 0.0000 |
| D2CAHU | 4.786266 | 1.151089 | 4.158033 | 0.0001 |
| D2CAHU(-1) | 2.660634 | 0.508104 | 5.236394 | 0.0000 |
| DCO | 0.880313 | 0.086916 | 10.12832 | 0.0000 |
| DCO(-1) | 0.317297 | 0.083935 | 3.780261 | 0.0003 |
| D2G(-2) | 0.521729 | 0.157821 | 3.305821 | 0.0014 |
| DXM | -0.705729 | 0.215443 | -3.275709 | 0.0015 |
| MCE | -55680.04 | 18453.68 | -3.017286 | 0.0034 |
| R-squared | 0.899747 | Mean dependent var | 505.8085 | |
| Adjusted R-squared | 0.890312 | S.D. dependent var | 3209.906 | |
| S.E. of regression | 1063.096 | Akaike info criterion | 16.86660 | |
| Sum squared resid | 96064685 | Schwarz criterion | 17.11011 | |
| Log likelihood | -783.7304 | Hannan-Quinn criter. | 16.96496 | |
| F-statistic | 95.35717 | Durbin-Watson stat | 2.458570 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Teniendo en cuenta las probabilidades asociadas a los estadísticos, se puede observar que la única variable estadísticamente significativa al 10% es el intercepto.

El resto de las variables son estadísticamente significativas al 1%. Nótese que D significa primeras diferencias, D2 son las segundas diferencias, los valores en paréntesis indican el nivel de rezago y el MCE tiene signo negativo. Con excepción del coeficiente de la variables proxy de la apertura económica, todos los coeficientes presentan los signos positivos. Este hecho puede insinuar una relación positiva entre importaciones de bienes y servicios y producción agregada en niveles y en el corto plazo. El modelo se ajusta a los datos en prácticamente un 90% ($R^2 = 0,899$).

4. Conclusiones

El interés primordial de la presente investigación se centra en explicar a ciencia cierta la importancia del comportamiento de la actividad económica real y de los niveles de producción agregada a través de sus principales determinantes de corto y largo plazo en la Comunidad Autónoma de Cataluña.

Para conseguir este objetivo, primero se ha especificado el mecanismo teórico a través del cual se establecen las relaciones entre las variables, y segundo, se ha mostrado la evidencia empírica con la metodología de cointegración para el largo plazo y el método de mínimos cuadrados ordinarios en el corto plazo. Por un lado, el modelo teórico en la presente investigación profundiza sobre el mecanismo a través del cual se establecen las relaciones entre las variables. Por otro lado, las técnicas estadísticas permiten comprobar las relaciones estadísticamente significativas.

La relación de largo plazo entre el PIB y sus determinantes fundamentales se puede apreciar a través de los valores de los parámetros de los vectores de cointegración encontrados. La relación de corto plazo se presenta en los coeficientes de las variables estacionarias con diferentes niveles de rezagos. El modelo se ajusta prácticamente en un 90% a los datos.

Futuras líneas de investigación pueden centrarse en encontrar cuáles son los cambios estructurales que presenta la serie de tiempo del producto interno bruto en Cataluña y endogeneizar la variable del gasto público para comprobar si existe alguna relación entre el multiplicador fiscal del gasto público y otras variables macroeconómicas como la deuda pública.

5. Apéndices

Apendice A

El problema del consumidor para una economía de dos períodos es el siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{c_2^i}{1+r} &= y_1^i + \frac{y_2^i}{1+r} - c_1^i \\ c_2^i &= (1+r) \left(y_1^i + \frac{y_2^i}{1+r} - c_1^i \right) \\ c_2^i &= (1+r)(y_1^i - c_1^i) + (1+r) \frac{y_2^i}{1+r} \end{aligned}$$

Substituyendo (A3) en ecuación (A1), se obtiene:

$$\max_{c_1^i} U_1^i = u(c_1^i) + \beta u[(1+r)(y_1^i - c_1^i) + y_2^i],$$

La condición de primer orden (CPO) se deriva del siguiente modo:

$$u'(c_1^i) + \beta u'[(1+r)(y_1^i - c_1^i)](-1) = 0,$$

La CPO puede ser reescrita como

$$u'(c_1^i) = \beta u'[(1+r)(c_2^i)] \text{ and } u'(c_1^i) = \beta u'[(1+r)(c_2^i)].$$

Finalmente, la ecuación intertemporal de Euler está dada por:

$$u'(c_1^i) = (1+r) \beta u'(c_2^i)$$

Es decir,

$$\frac{\beta u'(c_2^i)}{u'(c_1^i)} = \frac{1}{1+r}.$$

El problema del consumidor en el modelo dinámico redefine el modelo de dos períodos a un modelo con un entorno multiperíodo finito T (sin definirse el período final). Asumiendo que todos los individuos en la economía son idénticos y una población de tamaño igual a 1 (homogénea) la ecuación (A1) puede ser reescrita como

$$\sum_{t=1}^T \beta^{t-1} u(C_t).$$

Luego,

$$\max_{C_t} U_1 = u(C_1) + \beta u(C_2) + \beta^2 u(C_3) + \dots + \beta^{T-1} u(C_T)$$

Notar que $c^i = C$ y $y^i = Y$ para todo individuo i donde C es el consumo agregado, Y es la producción agregada y T puede ser cualquier número mayor a cero.

Al pasar de un modelo con dos períodos de consumo a un modelo con T diferentes períodos de consumo y dos períodos específicos t y s , la función generalizada natural de utilidad para un horizonte aditivo y finito (comenzando en el período t y terminando en el período $t+T$) es la siguiente:

$$U_t = \lim_{T \rightarrow \infty} [u(C_t) + \beta u(C_{t+1}) + \beta^2 u(C_{t+2}) + \dots + \beta^T u(C_{t+T})] = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(C_s)$$

| Variables del modelo empírico a precios corrientes. Datos brutos en millones de euros | | | | | | |
|---|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| Trimestre | PIB | FBCF | CAHU | CO | G | XM |
| T1/2000 | 31136 | 7486 | 3050 | 19129 | 3331 | -3143 |
| T2/2000 | 33417 | 8150 | 3590 | 18826 | 4065 | -2953 |
| T3/2000 | 29466 | 7555 | 3015 | 18797 | 3639 | -2261 |
| T4/2000 | 33586 | 8630 | 3519 | 19919 | 4797 | -2492 |
| T1/2001 | 33075 | 8130 | 3204 | 20077 | 3568 | -2356 |
| T2/2001 | 35327 | 8843 | 3789 | 20169 | 4418 | -2326 |
| T3/2001 | 32245 | 8217 | 3199 | 20260 | 3870 | -2208 |
| T4/2001 | 36305 | 9098 | 3754 | 21355 | 5275 | -1827 |
| T1/2002 | 35065 | 8544 | 3487 | 21251 | 3872 | -1984 |
| T2/2002 | 37878 | 9369 | 4130 | 21621 | 4803 | -2089 |
| T3/2002 | 34084 | 8741 | 3498 | 21513 | 4256 | -1970 |
| T4/2002 | 38919 | 10046 | 4088 | 22733 | 5736 | -2337 |
| T1/2003 | 37357 | 9372 | 3860 | 22613 | 4340 | -2520 |
| T2/2003 | 40431 | 10159 | 4559 | 22745 | 5233 | -2391 |
| T3/2003 | 36897 | 9637 | 3859 | 22707 | 4674 | -2139 |
| T4/2003 | 41988 | 11064 | 4515 | 24062 | 6109 | -2631 |
| T1/2004 | 40574 | 9990 | 4214 | 24499 | 4839 | -3070 |
| T2/2004 | 43447 | 10997 | 4972 | 24855 | 5848 | -3272 |
| T3/2004 | 40751 | 10567 | 4212 | 24667 | 5202 | -3242 |
| T4/2004 | 45159 | 12413 | 4903 | 25942 | 6755 | -3603 |
| T1/2005 | 43585 | 11121 | 4590 | 26096 | 5283 | -3513 |
| T2/2005 | 47631 | 12405 | 5401 | 26732 | 6436 | -3730 |
| T3/2005 | 43806 | 11919 | 4565 | 27577 | 5559 | -3498 |
| T4/2005 | 48559 | 13173 | 5320 | 27300 | 7532 | -3939 |
| T1/2006 | 48117 | 12806 | 5011 | 27973 | 5709 | -4070 |
| T2/2006 | 51246 | 13931 | 5907 | 28784 | 7036 | -3792 |
| T3/2006 | 47174 | 13655 | 4990 | 29292 | 6148 | -3361 |
| T4/2006 | 52616 | 15086 | 5816 | 29161 | 8391 | -3937 |
| T1/2007 | 51994 | 14059 | 5472 | 30032 | 6314 | -4054 |
| T2/2007 | 54763 | 15237 | 6417 | 30558 | 7812 | -4309 |
| T3/2007 | 49647 | 14486 | 5622 | 31195 | 6853 | -3662 |
| T4/2007 | 55840 | 16343 | 6611 | 31459 | 9251 | -4099 |
| T1/2008 | 53582 | 14403 | 6002 | 31951 | 6966 | -3815 |
| T2/2008 | 56278 | 15020 | 7222 | 31672 | 8662 | -3121 |
| T3/2008 | 51442 | 13956 | 6093 | 31989 | 7512 | -2158 |
| T4/2008 | 54919 | 14741 | 7260 | 30430 | 10222 | -2361 |
| T1/2009 | 50650 | 11861 | 6358 | 30188 | 7562 | -1339 |
| T2/2009 | 52515 | 11518 | 7729 | 29705 | 9446 | -395 |
| T3/2009 | 49771 | 11339 | 6403 | 30299 | 8219 | -745 |
| T4/2009 | 53877 | 12142 | 7654 | 29333 | 10971 | -1299 |
| T1/2010 | 50833 | 10416 | 6604 | 30020 | 7882 | -1255 |
| T2/2010 | 54159 | 11074 | 8012 | 30373 | 9852 | -1324 |
| T3/2010 | 50127 | 10589 | 6513 | 31156 | 8200 | -582 |
| T4/2010 | 53474 | 11404 | 7669 | 30385 | 10676 | -663 |

Fuente: Idescat. Contabilidad trimestral.

Apéndice B

| Variables del modelo empírico a precios corrientes. Datos brutos en millones de euros | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Trimestre | PIB | FBCF | CAHU | CO | G | XM |
| T1/2011 | 51361 | 9736 | 6599 | 30577 | 7806 | -1170 |
| T2/2011 | 53953 | 10092 | 7890 | 31025 | 9388 | -270 |
| T3/2011 | 50876 | 9515 | 6548 | 31859 | 8027 | 344 |
| T4/2011 | 52150 | 9698 | 7829 | 30024 | 10571 | 600 |
| T1/2012 | 50636 | 8387 | 6842 | 30688 | 7584 | 103 |
| T2/2012 | 51448 | 8658 | 7780 | 30884 | 9034 | 1124 |
| T3/2012 | 49470 | 8209 | 6812 | 31723 | 7787 | 1208 |
| T4/2012 | 50213 | 8734 | 7496 | 29314 | 9529 | 1548 |
| T1/2013 | 49076 | 7685 | 6905 | 29102 | 7265 | 1162 |
| T2/2013 | 51488 | 7997 | 7806 | 29784 | 8669 | 1855 |
| T3/2013 | 49797 | 7770 | 6767 | 31710 | 7537 | 1974 |
| T4/2013 | 51170 | 8419 | 7684 | 29297 | 9912 | 1349 |
| T1/2014 | 50101 | 8004 | 7016 | 29311 | 7301 | 867 |
| T2/2014 | 52107 | 8292 | 7921 | 30641 | 8694 | 1315 |
| T3/2014 | 50422 | 8062 | 6933 | 32742 | 7689 | 1539 |
| T4/2014 | 52267 | 8668 | 7771 | 30154 | 10010 | 1657 |
| T1/2015 | 51716 | 8591 | 7261 | 30420 | 7814 | 1368 |
| T2/2015 | 54407 | 9130 | 8389 | 31525 | 9379 | 1800 |
| T3/2015 | 52656 | 8916 | 7070 | 33608 | 8249 | 1939 |
| T4/2015 | 54968 | 9555 | 8362 | 31326 | 10659 | 1958 |
| T1/2016 | 53258 | 8999 | 7405 | 31074 | 8146 | 1549 |
| T2/2016 | 57236 | 9651 | 8632 | 32193 | 9413 | 2161 |
| T3/2016 | 54883 | 9366 | 7341 | 34431 | 8424 | 2911 |
| T4/2016 | 57136 | 10196 | 8653 | 32379 | 10659 | 2076 |
| T1/2017 | 56196 | 9894 | 7588 | 32691 | 8065 | 1089 |
| T2/2017 | 59694 | 10245 | 8900 | 34189 | 9679 | 2135 |
| T3/2017 | 56978 | 10295 | 7504 | 36061 | 8628 | 2294 |
| T4/2017 | 59319 | 10861 | 8866 | 33307 | 10995 | 2272 |
| T1/2018 | 58525 | 10574 | 7880 | 34129 | 8245 | 1271 |
| T2/2018 | 62597 | 11445 | 9212 | 35507 | 9794 | 1542 |
| T3/2018 | 59332 | 11004 | 7803 | 37506 | 8699 | 1306 |
| T4/2018 | 61980 | 11831 | 9262 | 34946 | 11636 | 699 |
| T1/2019 | 61559 | 11250 | 8264 | 35205 | 8526 | -95 |
| T2/2019 | 65004 | 11556 | 9604 | 36430 | 10401 | 1250 |
| T3/2019 | 61676 | 11387 | 8058 | 38609 | 9108 | 1012 |
| T4/2019 | 63317 | 11659 | 9504 | 35341 | 12028 | 2168 |
| T1/2020 | 58868 | 11065 | 8276 | 31572 | 8920 | 1214 |
| T2/2020 | 50597 | 9743 | 9633 | 24468 | 10501 | 2102 |
| T3/2020 | 55891 | 10909 | 8051 | 31078 | 9532 | 2685 |
| T4/2020 | 58550 | 11460 | 9684 | 29963 | 13397 | 1612 |
| T1/2021 | 57170 | 11311 | 8423 | 30149 | 9375 | 2786 |
| T2/2021 | 62040 | 11871 | 9967 | 31333 | 11626 | 3037 |
| T3/2021 | 60179 | 11974 | 8332 | 32329 | 10124 | 2703 |
| T4/2021 | 64402 | 12827 | 10247 | 34942 | 14458 | 2676 |

Fuente: Idescat. Contabilidad trimestral.

| Variables del modelo empírico a precios corrientes. Datos brutos en millones de euros | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| Trimestre | PIB | FBCF | CAHU | CO | G | XM |
| T1/2022 | 64081 | 12684 | 8969 | 34930 | 10348 | 1657 |
| T2/2022 | 69950 | 13410 | 10708 | 37155 | 12238 | 2692 |
| T3/2022 | 66791 | 13248 | 8955 | 37709 | 11023 | 1946 |
| T4/2022 | 68711 | 13872 | 10729 | 38429 | 14767 | 3832 |
| T1/2023 | 71328 | 13408 | 9521 | 38519 | 10746 | 4386 |
| T2/2023 | 75466 | 13848 | 11480 | 40774 | 12965 | 4943 |
| T3/2023 | 71283 | 12984 | 9503 | 39379 | 11323 | 4508 |
| T4/2023 | 74426 | 13926 | 11370 | 41327 | 15691 | 4758 |
| T1/2024 | 75257 | 14140 | 10024 | 41302 | 14635 | 3420 |
| T2/2024 | 81132 | 15222 | 12155 | 44388 | 14551 | 3547 |

6. Referencias bibliográficas

- BAI, J., & PERRON, P. (1998). "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes". *Econometrica*, 66(1), 47-78.
- BAI, J., & PERRON, P. (2003a). "Critical values for multiple structural change tests". *Econometrics Journal*, 6, 72-78.
- BAI, J., & PERRON, P. (2003b). "Computation and analysis of multiple structural change models". *Journal of Applied Econometrics*, 18, 1-22.
- BARRO, R. J., & SALA-I-MARTIN, X. (2001). "Economic Growth". The MIT Press, third edition, pp. 539.
- CAMPOS, J., ERICSSON, N., y HENDRY, D. (2005). "General-to-specific modeling: an overview and selected bibliography", International Finance Discussion Papers, 838, Board of Governors of the Federal Reserve System(U.S.).
- DICKEY, D., & FULLER, W. (1979). "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- DICKEY, D., & FULLER, W. (1981). "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root". *Econometrica*, 49(4), 1057-1072.
- ENGLE, R. F., & GRANGER, C. W. J. (1987). "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing". *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- GALI, J. (1999). "Technology, employment, and the business cycle: Do technology shocks explain aggregate fluctuations?". *American Economic Review*, 89(1), 249-271.
- GALI, J., LÓPEZ-SALIDO, J. D., & VALLES, J. (2007). "Understanding the effects of government spending on consumption". *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227-270.
- HENDRY D., (2024). "A Brief History of General-to-specific Modelling", *Oxford Bulletin of economics and statistics*, 86(1), 0305-9049. doi: 10.1111/obes.12578
- INSTITUT D'ESTADISTICA DE CATALUNYA (IDESCAT). (2024). PIB. Per sectors. A preus corrents. Barcelona. Publicación on-line. <https://www.idescat.cat/indicadors/?id=aec&n=15332&tema=macro>
- JOHANSEN, S. (1988). "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- JOHANSEN, S. (1991). "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autorregresive models", *Econometrica*, 59(6), 1551-1580.
- KOOPMANS, T. C. (1963). "On the Concept of Optimal Economic Growth". Cowles Foundation Discussion Papers, 392. <https://elischolar.library.yale.edu/cowles-discussion-paper-series/392>
- MACKINNON, J. (2010). "Critical Values for Cointegration Tests", Queen's Economics Department Working Paper, No. 1227.
- OBSTFELD, M., & ROGOFF, K. (1996). "Foundations of International Macroeconomics", The MIT Press, cuarta edición, Cambridge-Massachusetts, pp. 804.
- PESARAN B., & PESARAN, M. H. (2009). "Time Series Econometrics using Microfit 5.0: A User's Manual", Oxford University Press.
- PESARAN, M. H. (2007). "A simple panel unit root test in the presence of cross-section dependence". *Journal of Applied Econometrics*, 22, 265-312.
- PESARAN, M. H., SHIN, Y., & SMITH, R. (2000). "Structural analysis of vector error correction models with exogenous I(1) variables", *Journal of Econometrics*, 97, 293-343.
- RAMSEY, F. P. (1928). "A Mathematical Theory of Saving". *The Economic Journal*, 38:152, 543-559.
- SOLOW, R. M. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70:1, 65-94. <https://doi.org/10.2307/1884513>
- STARTZ, R. (1994). "EVViews Illustrated", IHS Global Inc, pp. 442.
- TARIFI, L. (2024). "Desalineación cambiaria del euro con respecto al dólar", CIVREF Working Paper Series, vol. 1, pp. 31.
- TSAY, R. S. (1989). "Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes". *Journal of the American Statistical Association*, 84:405, 231-240.
- TSAY, R. S. (1998). "Testing and Modeling Multivariate Threshold Models". *Journal of the American Statistical Association*, 93(443), 1188-1202.
- TSAY, R. S. (2002). "Analysis of financial times series". Wiley series in Probability and statistics, 448.