

# Radiación acústica por superficies planas: aplicación a altavoces

Jesús Alba, Jaime Ramis, Víctor Espinosa y Víctor Sánchez

Departamento de Física Aplicada  
Escuela Politécnica Superior de Gandía  
Universidad Politécnica de Valencia  
Carretera Nazaret – Oliva s/n  
46730 Grao de Gandia, Valencia, España  
Tel.: 34-96-284 93 14, 34-96-284 93 00  
Fax: 34-96-284 93 09  
e-mail: jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es  
e-mail: vespinos@fis.upv.es, victorsm@fis.upv.es

## Resumen

En los sistemas de reproducción sonora es habitual la utilización de altavoces dinámicos. Sin embargo, en aplicaciones específicas, puede ser necesaria y/o conveniente la utilización de altavoces alternativos con superficies planas como diafragma, como los electrostáticos o los basados en la tecnología NXT<sup>®</sup>. Estos altavoces generan el campo acústico mediante la vibración de una superficie rectangular. Se puede suponer, en una primera aproximación, que todos los puntos sobre su superficie se mueven con la misma amplitud y fase. En este trabajo se analiza el comportamiento directivo de este tipo de superficies para la generación del campo acústico y se simula su comportamiento, comparándolo con medidas experimentales.

## ACOUSTIC RADIATION OF PLANE RECTANGULAR PLATE: APPLICATION TO LOUSPEAKERS

## Summary

In this work we present the results of application of numerical techniques of integration for the determination of directivity of loudspeakers with rectangular and plain surfaces of diaphragm. In order to demonstrate the accuracy of the prediction a comparative between predicted and experimental results is presented.

## INTRODUCCIÓN

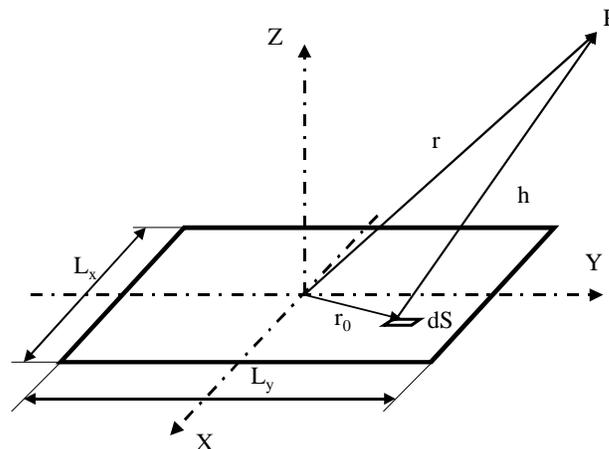
Los altavoces electrostáticos<sup>1</sup> y los altavoces basados en la tecnología NXT<sup>©2</sup> generan el campo acústico mediante el movimiento de una superficie plana rectangular. Estos sistemas están caracterizados por una rigidez a flexión alta, por lo que puede considerarse que se mueven aproximadamente con la misma amplitud y fase.

La obtención de características direccionales de este tipo de altavoces en laboratorio puede ser complicada. Por un lado, siempre está justificado el esfuerzo en disponer de una herramienta matemática con la que predecir sus características directivas antes incluso de construirlo. Por otro, los altavoces cuadrados o rectangulares basados en la tecnología NXT<sup>©</sup> están pensados para funcionar en condiciones difícilmente reproducibles en una cámara anecoica: montados en el techo como si fuesen paneles de membrana, con diferentes cámaras de aire detrás, u ocultos tras una fotografía colgada en la pared. El montaje en pantalla plana infinita, es decir, en una superficie rígida de tamaño mucho mayor que el del altavoz dentro de la cámara anecoica, recomendado para otros altavoces, no parece adecuado para estos.

En este trabajo se analiza el comportamiento directivo de este tipo de superficies para la generación del campo acústico y se simula numéricamente su comportamiento, comparándolo con medidas experimentales. En particular, para la simulación de la directividad se ha escogido un altavoz electrostático comercial QUAD ESL-63 y se comparan las medidas experimentales. Además, se predice el comportamiento directivo de un altavoz basado en la tecnología NXT<sup>©</sup> (Wharfedale LoudPanel<sup>3</sup>) diseñado para poder ser instalado, entre otros sitios, en el techo.

## PRESIÓN RADIADA POR SUPERFICIES RECTANGULARES

Para la modelización del comportamiento de los altavoces comerciales mencionados desde el punto de vista de la radiación generada, se utiliza el modelo de pistón plano y rectangular. Este modelo consiste en una superficie en la que todos sus puntos vibran con la misma amplitud e idéntica fase. Diversos autores señalan las condiciones en las cuales esta hipótesis se puede aplicar<sup>4,5</sup>.



**Figura 1.** Pistón rectangular vibrante

El modelo de pistón parte de la hipótesis de que, en general, la radiación producida por la vibración de una superficie extendida, tal como un pistón, diafragma, etc., se puede obtener

como la suma de presiones que producirían una asociación de fuentes simples de superficie  $dS$ . La presión producida en un punto por una fuente simple viene dada por (Figura 1)

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0 dS}{h} e^{jk(h-ct)} \quad (1)$$

siendo  $j = \sqrt{-1}$  la unidad imaginaria,  $\rho_0$  la densidad del aire,  $f$  la frecuencia de la onda emitida por la fuente simple,  $u_0$  la amplitud de velocidad de la superficie vibrante,  $h$  la distancia del elemento diferencial al punto en el que se quiere evaluar la presión,  $c$  la velocidad de propagación de la onda en el aire,  $t$  el tiempo y  $k$  el número de onda. El valor de  $h$  viene dado por el módulo de la magnitud vectorial

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) - (x, y, 0) = (x_0 - x, y_0 - y, z_0) \quad (2)$$

siendo  $\mathbf{r}$  el vector de posición del punto de observación y  $\mathbf{r}_0$  el vector de posición del diferencial de superficie. Por tanto

$$h = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2} \quad (3)$$

Si la velocidad de vibración  $u_0$  es constante y en la dirección del eje  $OZ$ , es decir, la superficie elemental estará contenida en el plano transversal a  $OZ$ , con lo que  $dS = dx dy$ , y la expresión asociada a la fuente simple puede escribirse en coordenadas cartesianas como

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0 dx dy}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}} e^{jk\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2} - ct} \quad (4)$$

Si la superficie rectangular tiene por dimensiones  $L_x$  y  $L_y$ , la presión total se obtendrá, a partir de (4), como

$$p = -j \rho_0 f u_0 e^{-j\omega t} \int_{x=-\frac{L_x}{2}}^{x=\frac{L_x}{2}} \int_{y=-\frac{L_y}{2}}^{y=\frac{L_y}{2}} \frac{e^{jk\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}}}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}} dx dy \quad (5)$$

La integral dada por (5) carece de solución analítica exacta, por lo que, aún en el caso más simple en que la velocidad de vibración es constante en todos los puntos de la superficie, se requiere de una integración numérica. Otros trabajos abordan con más detalle el estudio anterior y su resolución numérica<sup>6,7</sup>.

En el caso concreto de que la velocidad de vibración de la superficie no sea constante en todos sus puntos la expresión (5) ya no es válida, puesto que la velocidad es función del punto,  $u_0(x, y)$ , en la superficie considerada. Sin embargo, suponiendo que la velocidad de vibración sea perpendicular a la superficie, el producto escalar que aparece en la expresión (1) se puede escribir como producto de módulos, con lo que se reduce a

$$dp = -j \frac{\rho_0 f u_0(x, y) dS}{h} e^{j(h-ct)} \quad (6)$$

En este caso, la presión total radiada por una superficie rectangular con velocidad de vibración  $u_0(x, y)$  armónica queda

$$p = -j \rho_0 f u_0 e^{-j\omega t} \int_{x=-\frac{L_x}{2}}^{x=\frac{L_x}{2}} \int_{y=-\frac{L_y}{2}}^{y=\frac{L_y}{2}} \frac{u_0(x, y) e^{jk\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}}}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}} dx dy \quad (7)$$

que es una generalización de la ecuación (5). Sustituyendo en (7) la velocidad de vibración de la superficie, se puede obtener la presión radiada en un punto del espacio, lo que permite predecir el campo de presiones generado por la placa.

## RESOLUCIÓN NUMÉRICA PROPUESTA

Las expresiones que permiten obtener la presión en cualquier punto del espacio vistas en el apartado anterior requieren de algoritmos numéricos de cálculo de integrales, ya que este tipo de expresiones carece de solución analítica exacta. Existen diferentes métodos numéricos que permiten realizar la integración, desde algunos tan simples como reemplazar la integral por un sumatorio (método de los rectángulos) hasta aquellos que realizan desarrollos en serie de distintas funciones tipo trigonométricas, hiperbólicas, etc.<sup>8,9</sup>. La ventaja de reemplazar la integral por un sumario es obvia: la sencillez de la expresión. Sin embargo, el error cometido en esta aproximación es grande y para su disminución se necesita un elevado número de puntos.

Por otro lado, la realización de desarrollos en serie de funciones tiene un alto coste computacional, por lo cual es conveniente elegir un método no demasiado complicado y cuyo error no sea demasiado elevado. El método elegido en este caso ha sido el de Romberg<sup>8</sup>. Este método combina la regla del trapecio para la obtención de las aproximaciones iniciales de la integral y luego aplica el proceso de extrapolación de Richardson para la obtención de correcciones a las aproximaciones. Los pasos del algoritmo de Romberg son los siguientes:

*Paso 0:* Inicialización de variables (introducción de los extremos del intervalo de integración  $[a,b]$ , la función a integrar  $f(x)$  y el número de bucles del algoritmo  $N$ )

- $h = b - a$
- $R_{11} = \frac{h}{2}(f(b) + f(a))$

*Paso 1:* Bucle ( $R_{ij}$  simboliza las distintas aproximaciones de la integral)

- desde  $i = 2, \dots, n$ 

$$R_{2i} = \frac{1}{2} \left( R_{1i} + h \sum_{k=1}^{2^{i-2}} f(a + (k-0,5)h) \right)$$
 desde  $j = 2, \dots, i$ 

$$R_{2j} = \frac{4^{j-1}R_{2j-1} - R_{1j-1}}{4^{j-1} - 1}$$
 fin
 
$$h = \frac{h}{2}$$
 desde  $j = 1, \dots, i$ 

$$R_{1j} = R_{2j}$$
 fin

El valor último de  $R_{ij}$  obtenido es la mejor aproximación de la integral. Se puede demostrar que el error del método es del orden  $O(h_k^{2N})$ , siendo  $N$  el número de pasos del algoritmo y  $h_k = b - a/2^{k-1}$ . Dicho error asegura que, al duplicar el número de pasos, el error decrece de forma cuadrática.

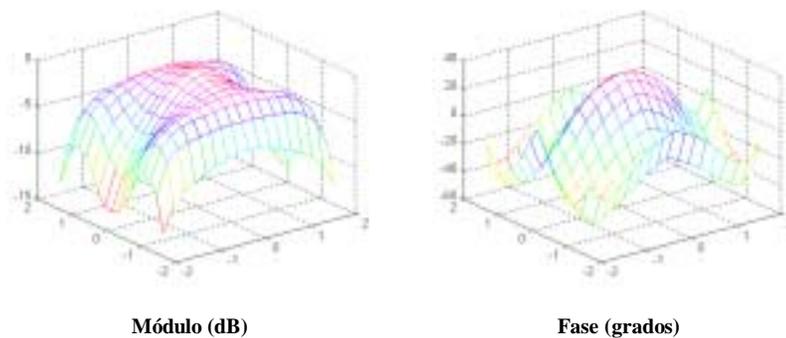
Para la resolución de las integrales de superficie anteriores, será necesario aplicar dos veces el algoritmo, evaluando en cada paso una variable.

En el siguiente apartado se muestran los resultados de la integración numérica para distintos valores de los parámetros.

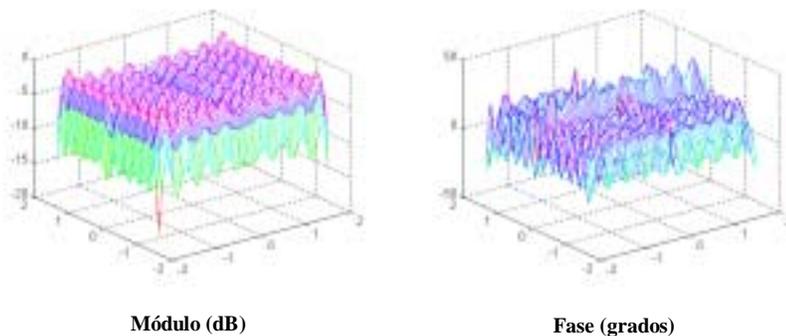
## RESULTADOS

### Distribución de niveles de presión en función de la distancia

Se han obtenido distintos diagramas de niveles de presión en función de la frecuencia para una superficie rectangular de  $38 \times 30 \text{ cm}^2$ . En la Figura 2 se representan los niveles de presión normalizados respecto al máximo, a una distancia de 1 mm de la superficie y para una frecuencia de oscilación de 125 Hz, en módulo y fase. En la Figura 3 se muestra el mismo caso, a la frecuencia de 1 kHz. Se puede observar en estas figuras cómo la presión radiada no es constante a una distancia fija de la fuente, sino que presenta modulaciones o variaciones de presión en la dirección transversal. Estas modulaciones están más acentuadas conforme se aumenta la frecuencia, aumentando por tanto la directividad del campo radiado.

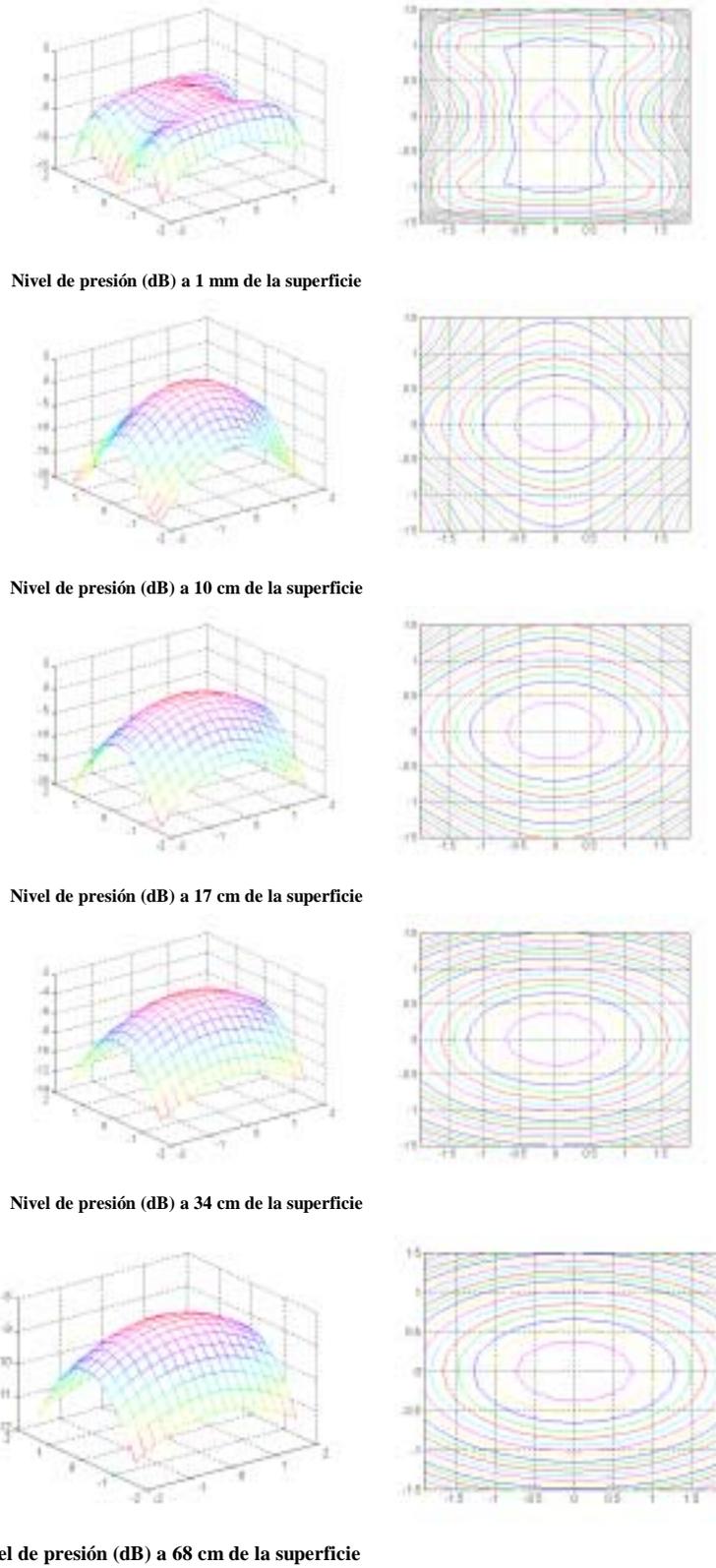


**Figura 2.** Niveles de presión a 1 mm de la superficie. Vibración a 125 Hz



**Figura 3.** Niveles de presión a 1 mm de la superficie. Vibración a 1 kHz

En la Figura 4 se representan los niveles de presión normalizados respecto al valor máximo a la distancia de 1 mm respecto a la superficie anterior, en función de la distancia, para estudiar su propagación, a una frecuencia de 125 Hz. Se puede observar que, duplicando la distancia de 34 a 68 cm, el nivel de presión disminuye en 5 dB. Este resultado revela que el punto de observación está situado en una región aún no comprendida en el campo lejano, ya que este se considera habitualmente como la distancia a la cual la disminución de presión es  $6 \text{ dB}^5$ . Se puede observar cómo la distribución de niveles tiende a una forma definida, como debe ocurrir en campo libre cuando la distancia es mayor que las dimensiones de la superficie vibrante.



**Figura 4.** Niveles de presión en función de la distancia de una superficie de  $38 \times 30 \text{ cm}^2$ . Vibración a 125 Hz

Todos los cálculos anteriores se han realizado en un ordenador Pentium II a 333 MHz. Se ha realizado un mallado de  $65 \times 65$  puntos para cada caso. El método de Romberg evalúa en cada punto el valor de la presión realizando un barrido sobre  $257 \times 257$  valores de la superficie de integración. En total se realizan 4,3 millones de integrales de superficie para cada gráfica, en un tiempo medio de 5 horas y media.

### Directividad del QUAD ESL-63<sup>10</sup>

Se presentan en este apartado resultados de directividad para una superficie de  $92,5 \times 66$  cm, dimensiones que coinciden con la de la superficie rectangular del altavoz electrostático Quad ESL-63<sup>10</sup>. En la Figura 5 se muestran las directividades obtenidas mediante la simulación a frecuencias de 125, 500, 2000 y 8000 Hz y un metro de distancia. En la Figura 6 se muestran las medidas experimentales.

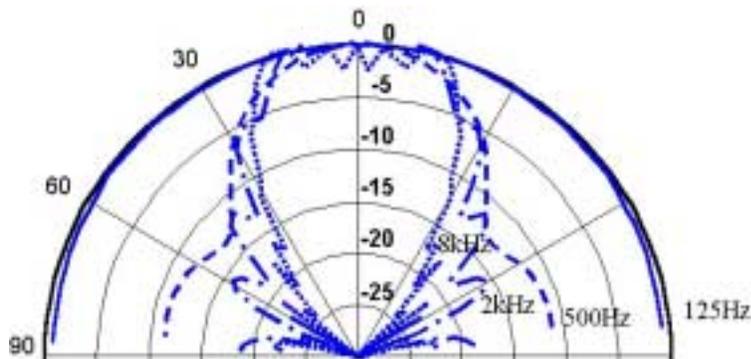


Figura 5. Simulación de la directividad para un Quad ESL-63

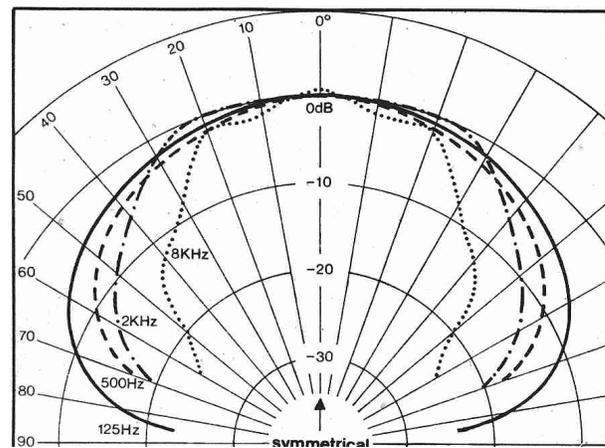
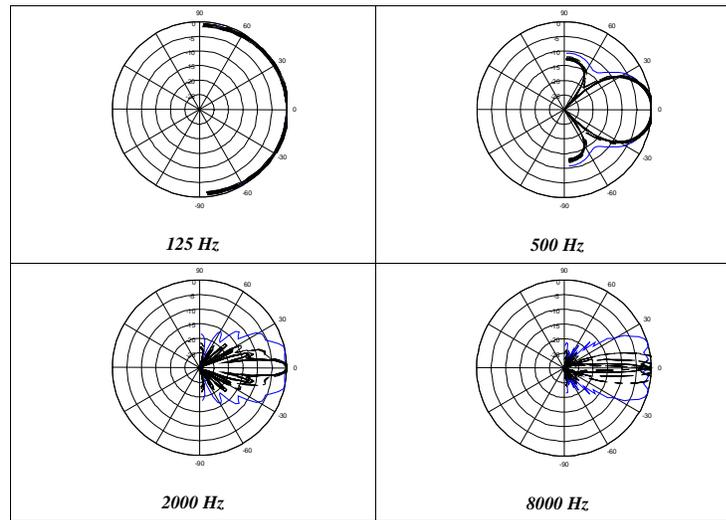


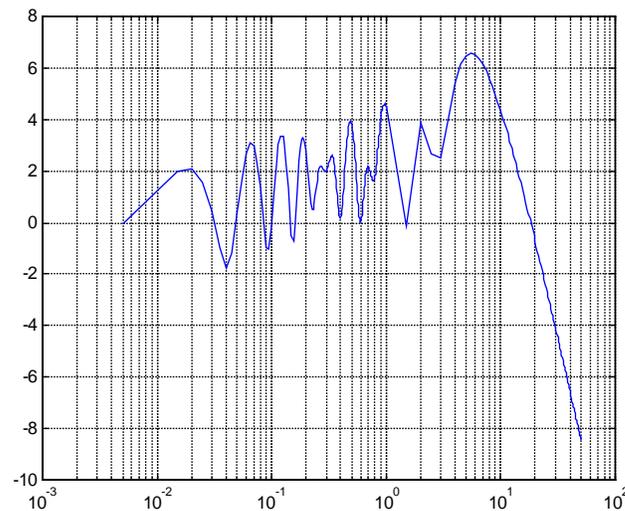
Figura 6. Medidas experimentales del Quad ESL-63

En la Figura 7 se estudia la influencia con la distancia. El diagrama de directividad tiende a una forma determinada cuando se realizan las medidas en campo lejano, donde la distancia a la fuente es mucho mayor que su tamaño. Se han realizado simulaciones a distancias de 1, 2, 4, 8 y 16 m. En la Figura 8 se muestra la evolución del nivel de presión al aumentar la distancia a una frecuencia de 8 kHz. Se puede observar que, para este caso,

la distancia a la fuente, a partir de la cual se puede suponer que estamos en campo lejano (donde el nivel de presión empieza a decrecer), es de 10 m.



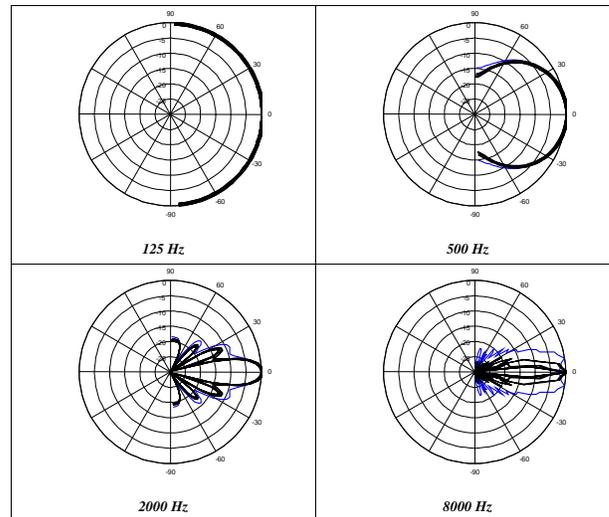
**Figura 7.** Simulación de la directividad para un Quad ESL-63 en función de la distancia



**Figura 8.** Evolución del nivel de presión con la distancia a 8 kHz. Se ha normalizado respecto al valor más cercano a la fuente

### Predicción de la directividad de un altavoz NXT<sup>©</sup>

Por último, se ha simulado mediante el método propuesto el campo radiado por un altavoz basado en la tecnología NXT<sup>©2</sup> con dimensiones  $60 \times 60$  cm. En la Figura 9 se muestran los resultados de la simulación. Se han realizado simulaciones a 1, 2, 4, 8 y 16 m. Nótese que las curvas se hacen más directivas conforme se aumenta la frecuencia. Además, al aumentar la distancia, las curvas se estrechan hasta converger (campo lejano).



**Figura 9.** Simulación de la directividad para un NXT<sup>©</sup> de superficie cuadrada ( $60 \times 60$  cm) en función de la distancia

## CONCLUSIONES

Las diferentes simulaciones muestran un buen acuerdo con las mediciones experimentales del campo radiado por diferentes altavoces comerciales. Existen divergencias en los ángulos cercanos a 90 grados que se pueden asociar a las condiciones de fijación de los altavoces comerciales. Estos elementos pueden pegarse o colocarse a una distancia cercana a la pared o al techo. Pueden estar fijados con elementos rígidos o elásticos. En posteriores trabajos se abordará este problema.

La directividad viene determinada por las dimensiones de la superficie y la frecuencia. Normalmente la medida de directividad debe realizarse en cámara anecoica, recinto en el cual se simulan las características de campo libre, por lo que no será posible alejarse 10 m de la fuente como sería necesario, por ejemplo, en el caso del altavoz QUAD ESL-63 a 8 kHz. Por último, cabe resaltar el interés de la predicción de la directividad de altavoces como los estudiados, ya que para poder caracterizar este tipo de altavoces en laboratorio sería necesario reproducir exactamente las condiciones de montaje (colocación de un falso techo, etc.), lo que puede tener un coste elevado o no ser representativa.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte de un proyecto financiado por la Consellería de Educación y Ciencia de la Generalitat Valenciana (GV00-107-1).

## REFERENCIAS

- 1 J. Jouhaneau, “Notions élémentaires d’acoustique. Electroacoustique”, Technique & Documentation-Lavoisier, Collection CNAM, Paris, pp. 486–493, (1994).
- 2 <http://www.nxtsound.com>
- 3 <http://www.wharfedale.com>

- 4 A.L. Goldstein y S.N.Y. Gerges, "Numerical modelling and measurement of the vibroacoustic characteristics of loudspeakers", *InterNoise'97*, pp. 1691–1694, (1997).
- 5 P.M. Morse, "*Vibration and sound*", Acoustical Society of America, 5ª edición, (1991).
- 6 J. Alba y J. Ramis, "Estudio de superficies vibrantes para la predicción de su radiación acústica", *II Congreso Iberoamericano de Acústica, Tecniacústica 2000*.
- 7 J. Alba y J. Ramis, "Influencia del perfil de los conos para altavoces en la radiación sonora", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **16**, N° 3, pp. 359–367, (2000).
- 8 W.H. Press, A.S. Teukolsky, W.T Vetterling y B.P. Flannery, "*Numerical recipes in C*", 2ª edición, Cambridge University Press, (1992).
- 9 G. Lindfield y J. Penny, "*Numerical methods using matlab*", L. Ellis Horwood, (1995).
- 10 <http://www.euronet.nl/users/temagm/audio/esl63>