

# Estudo teórico-experimental do comportamento dinâmico de telhas de aço trapezoidais formadas a frio

Gustavo Prates Mezzomo, Gladimir Grigoletti, Ignacio Iturrioz, Herbert Martins Gomes

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PROMEC-UFRGS)  
Rua Sarmento Leite 425, CEP: 90050-170, Porto Alegre, RS, Brasil  
Tel: 55 51 3316-3255  
e-mail: gpmazzomo@yahoo.com.br; grigoletti@cpovo.net  
e-mail: ignacio@mecanica.ufrgs.br; herbert@mecanica.ufrgs.br

## Resumen

Telhas de aço formadas a frio são aplicadas em fechamentos e coberturas nos mais variados tipos de estruturas de Engenharia. A união entre a telha e a estrutura se dá através de terças de fixação. Já a vinculação entre as telhas normalmente é feita através do simples trespasse das bordas de unidades adjacentes, mas pode ocorrer através do trespasse com rebites. Muitas vezes, torna-se difícil avaliar a influência das condições de contorno na rigidez deste tipo de sistema. Assim, neste trabalho, propõe-se avaliar a performance estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal sob diferentes configurações de vinculação das bordas, determinando seus modos e suas frequências naturais de vibração para cada caso. Para esse fim, realiza-se um estudo teórico e experimental, buscando evidenciar a capacidade do método proposto de descrever o comportamento estrutural das telhas trapezoidais. O modelo teórico é realizado utilizando o Método dos Elementos Finitos. Resolvendo-se uma Análise Modal através de um problema de autovalores, é possível determinar os modos e as frequências naturais de vibração de interesse. A comparação dos resultados teóricos com resultados experimentais obtidos permitiu a calibração dos modelos de elementos finitos. Uma análise detalhada, comparando-se os diferentes casos, levou às conclusões de que a vinculação das bordas não afeta a rigidez global da telha. Em contrapartida, o grau de vinculação das bordas determina diretamente a rigidez em alguns pontos da telha.

**Palavras-chave:** *telhas trapezoidais, modos de vibração, rigidez, vinculação.*

## DYNAMIC BEHAVIOUR OF COLD-FORMED TRAPEZOIDAL STEEL ROOFING SHEETS: EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ANALYSIS

### Summary

Cold-formed steel roofing sheets are applied over closings and coverings with several types of engineering structures. The connection between the structure and the sheets are often carried out through fixing purlins. The fixation between the sheets is normally done by using simple overlapping of the adjacent longitudinal edges, but it can also be done by means of rivets. Several times, it becomes difficult to evaluate the influence of the boundary conditions on the stiffness of these system types. For this reason, in the present work, the assessment of structural performance of trapezoidal steel roofing sheets regarding different boundary conditions has been carried out. In order to reach this aim, the natural frequencies and associated vibration modes for each studied case have been evaluated. A theoretical and experimental study has been developed to prove that the dynamical properties of the sheets can allow us to describe their structural behaviour. The theoretical model has been carried out by using the Finite Element Method. The comparison between theoretical and experimental results in terms of natural frequencies and eigenmodes associated with them has made it possible to calibrate the finite element models. A detailed analysis of different boundary conditions cases has permitted to arrive at some conclusions about the sheets characteristics, for example: the fixing of the sheets longitudinal edges does not affect its global stiffness, and the restriction level of the sheets edges directly determines the stiffness in some specific regions of the sheets. Discussion on the obtained results and conclusions are then presented.

**Keywords:** *trapezoidal steel sheets, modal analysis, stiffness, boundary conditions.*

## INTRODUÇÃO

Os perfis formados a frio são fabricados a partir de chapas de pequena espessura, caracterizando-se pela facilidade de produção em diferentes geometrias. Podem ser usados como cobertura ou fechamento lateral sob a forma de telhas metálicas, entre elas telhas de perfil trapezoidal. O uso de telhas de aço formadas a frio como cobertura ou fechamento é uma opção econômica, uma vez que com uma determinação adequada das dimensões da seção, podem ser obtidos componentes de grande resistência à flexão, sendo capazes de vencerem grandes vãos.

As telhas de aço formadas a frio podem ter diversas aplicações: em coberturas e fechamentos de pavilhões industriais, depósitos, ginásios esportivos, hangares, silos de armazenagem, contêineres etc. Também são usadas como fôrmas de concreto, para lajes mistas (conhecidas como *steel decks*). Em muitos casos, as telhas metálicas são usadas como diafragmas, em substituição a sistemas convencionais de contraventamento, para estabilizar estruturas de pórticos. Ainda se pode citar o emprego das telhas de aço em vigas de alma corrugada, dispensando o uso de enrijecedores ou de uma chapa de maior espessura para a alma desses componentes.

A corrugação – processo de fabricação das telhas de aço formadas a frio - é um processo de fabricação contínuo, o que permite a produção de telhas com os mais variados comprimentos; assim, as telhas normalmente dispensam a sobreposição longitudinal na formação de um telhado. Porém, ao longo do comprimento, as bordas das telhas precisam ser trespassadas com as bordas de telhas adjacentes, para concluir a vedação do telhado.

A influência das condições de contorno das bordas na rigidez das telhas é de difícil avaliação. Assim, nesse trabalho, se propõe estudar a distribuição da rigidez dessas estruturas através de resultados em termos de frequências naturais de vibração. Para esse fim, foram obtidos resultados experimentais, que foram comparados com resultados numéricos de modelos de elementos finitos.

Estudos similares já foram realizados por outros autores: através de mudanças nas propriedades dinâmicas de uma estrutura, procurou-se inferir magnitude e localização de dano. Entre eles, pode-se citar Samman<sup>1</sup>. Também, cabe destacar que estudos sobre a rigidez de telhas submetidas à flexão, com influência das condições de contorno, podem ser encontrados em Fonseca<sup>2</sup> e Mezzomo<sup>3</sup>.

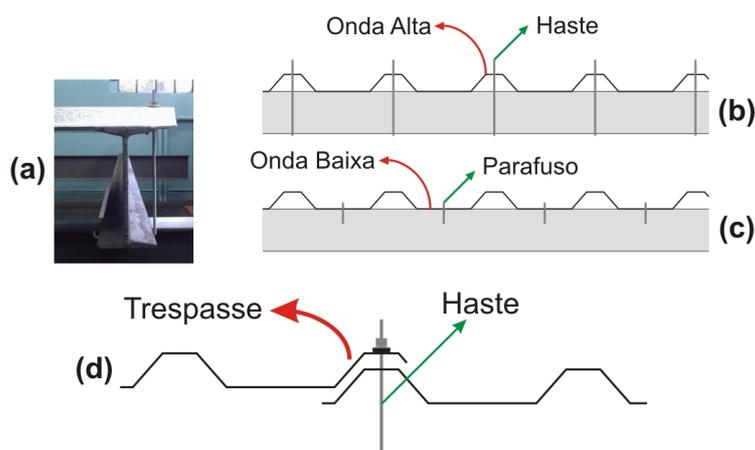
## METODOLOGIA

### Descrição geral do modelo em estudo

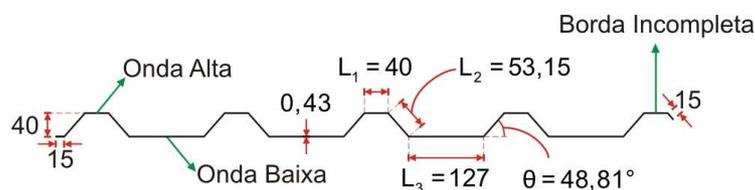
As telhas de aço de perfil trapezoidal utilizadas em coberturas são apoiadas diretamente sobre terças de fixação, podendo-se dispor apoiadas apenas em suas extremidades ou continuamente sobre três ou mais terças. Ao longo do comprimento, as bordas das telhas são trespassadas com as bordas de telhas adjacentes, concluindo a vedação do telhado. O trespasso normalmente é feito através da simples sobreposição das bordas, embora alguns fabricantes de telhas recomendem a fixação das bordas das telhas adjacentes com rebites devidamente espaçados.

Para uso em coberturas, a fixação das telhas às terças é feita com hastes atravessando as ondas altas nas extremidades, presas com porca, arruela e anel de borracha, conforme ilustra a Figura 1a e 1b. Uma fixação alternativa seria nas ondas baixas através de parafusos, configuração normalmente utilizada para fechamentos laterais (Figura 1c). O detalhe do trespasso entre duas telhas adjacentes está ilustrado na Figura 1d.

Ao longo desse trabalho, foi estudado o comportamento de uma telha com o perfil mostrado na Figura 2, cujas dimensões indicadas referem-se a um perfil comercial.



**Figura 1.** a) Fixação da telha à terço em sua extremidade. b) Fixação através de hastes atravessando as ondas altas da telha. c) Fixação com parafusos nas ondas baixas da telha. d) Detalhe do trespasse entre telhas adjacentes

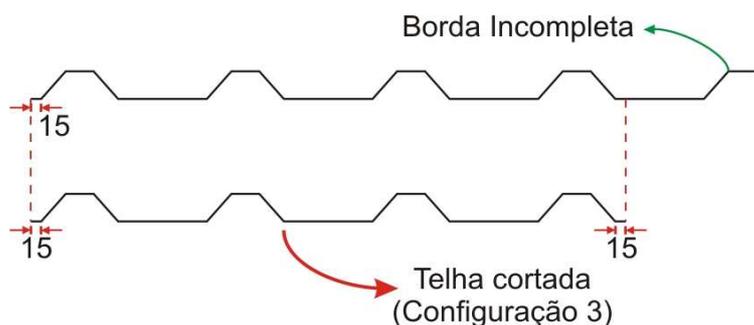


**Figura 2.** Perfil trapezoidal estudado ao longo desse trabalho (dimensões em mm)



**Figura 3.** Os três tipos de vinculação das bordas longitudinais estudados (dimensões em mm)

Foram analisados três tipos de vinculação das bordas longitudinais: bordas longitudinais livres (Configuração 1), bordas longitudinais trespessadas através de sobreposição simples com ondas de outras telhas (Configuração 2) e bordas longitudinais vinculadas (Configuração 3). O esquema das três configurações utilizadas no procedimento experimental está ilustrado na Figura 3. Todas as telhas possuem 2200 mm de comprimento, com vão de 2060 mm para as Configurações 1 e 2 e de 2070 mm para a Configuração 3; o vão é considerado como a distância entre as hastes de fixação. A telha com bordas longitudinais vinculadas (Configuração 3) foi fixada em um estrado metálico, que funciona como terças de apoio e como base para a vinculação das bordas, que se dá através de rebites, espaçados entre si por 380 mm, como mostra a Figura 3. Para que as bordas pudessem ser fixadas, a borda incompleta indicada na Figura 2 precisou ser cortada, conforme Figura 4.



**Figura 4.** Telha usada na Configuração 3

Resumindo, as configurações básicas das telhas estudadas nesse trabalho são as seguintes:

- A telha está apoiada em terças apenas em suas extremidades, como uma viga bi-apoiada.
- A fixação da telha é feita com hastes atravessando as ondas altas (telhas de cobertura).
- A espessura é de 0,43 mm.
- Foram estudados diferentes tipos de fixação das bordas longitudinais (telha com bordas livres, telha com bordas trespassadas e telha com bordas vinculadas).
- O vão é de 2060 mm (exceto para a telha com bordas vinculadas, que é de 2070 mm).
- O material da telha é o aço zincado, referente ao qual foi assumido um módulo de elasticidade longitudinal de 205000 MPa.

Assim, nesse trabalho, propôs-se avaliar as frequências naturais e os modos de vibração de telhas trapezoidais com diferentes condições de vinculação das bordas, através de um estudo teórico e experimental. A comparação entre resultados experimentais e resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos permitiu a calibração da rigidez dos modelos numéricos. Posteriormente, a comparação entre as configurações estudadas evidenciou que a análise modal permite uma visualização clara da distribuição da rigidez da estrutura em análise.

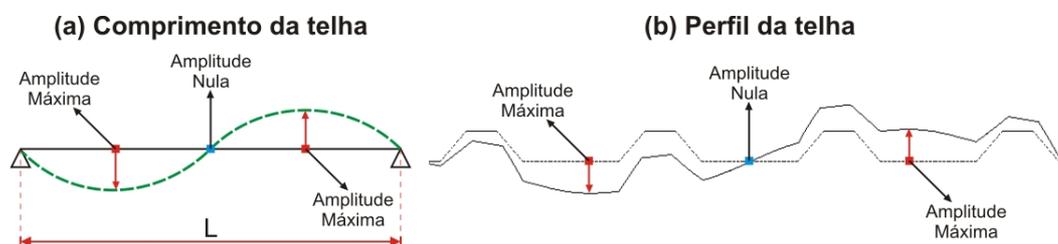
### Descrição do procedimento experimental

Foram obtidas as frequências naturais de vibração para as três configurações de telhas apresentadas na Figura 3. Cada telha foi excitada através do impacto dado por um martelo com a sua resposta sendo medida com um acelerômetro fixo em diferentes pontos da estrutura. Cuidou-se para que a duração do impacto fosse a menor possível.

Um impacto de curta duração é capaz de excitar a estrutura com uma grande faixa de valores de frequências, que amplificará as respostas de cada modo de vibração cuja frequência natural correspondente esteja dentro dessa faixa. A partir das respostas amplificadas, é possível a obtenção de suas frequências naturais através do uso da Transformada de Fourier Discreta, de acordo com Avitabile<sup>4</sup>. Assim, a partir da medição da resposta da estrutura no domínio do tempo com acelerômetros, pode-se transformá-la para a resposta no domínio frequência. A amplificação de cada resposta equivale a um pico, no domínio frequência, na frequência natural correspondente.



**Figura 5.** Determinação experimental das frequências naturais. a) Configuração 1. b) Configuração 2.

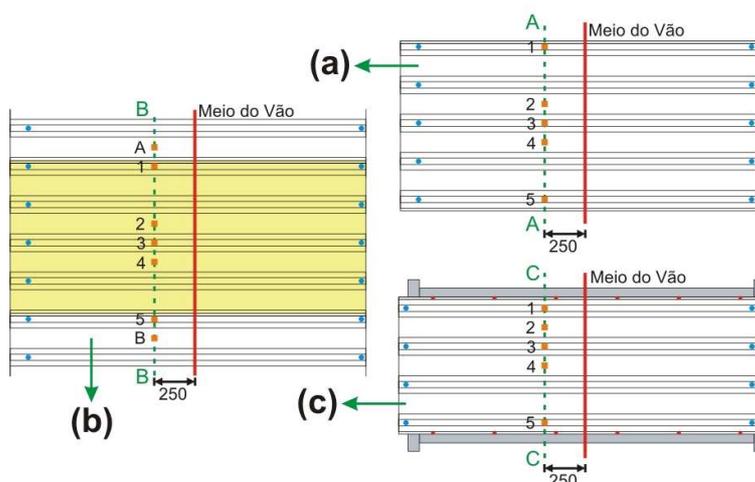


**Figura 6.** Exemplos de pontos de amplitudes máxima e nula para: a) modo de vibração “Longitudinal”; b) modo de vibração “Transversal”

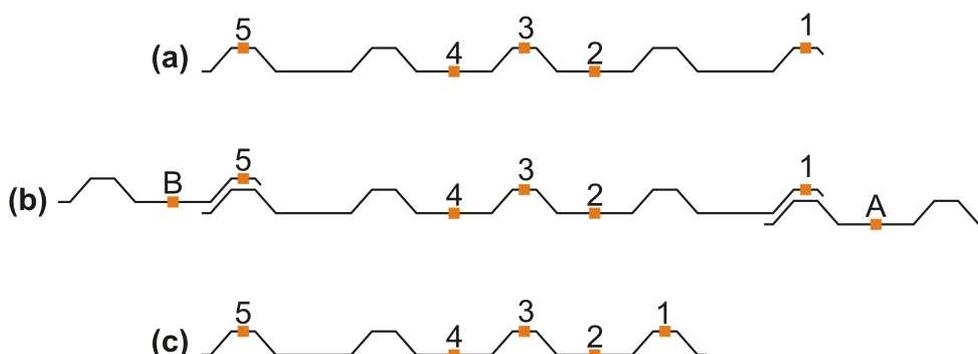
Foi utilizado um acelerômetro do tipo ADXL50 [Analog Devices, Inc.<sup>5</sup>], que mede acelerações de até  $50g$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade. A resposta do acelerômetro, no domínio tempo, foi transformada em resposta no domínio frequência através do software de aquisição de dados Agilent VEE Pro 7.5 [Agilent Technologies, Inc.<sup>6</sup>].

Para a realização dos ensaios, foi utilizado um pórtico sobre o qual as telhas foram fixadas, simulando as terças de fixação de um telhado; a Figura 5 mostra imagens dos ensaios realizados. O pórtico montado precisou ser suficientemente rígido para que sua rigidez fosse grande comparada à da telha ensaiada, não comprometendo o resultado das medições. Para o ensaio da telha com bordas vinculadas, utilizou-se o estrado da Figura 3 apoiado sobre o pórtico.

Os acelerômetros foram posicionados com a intenção de capturar as maiores amplitudes dos primeiros modos de vibração. Para isso, os pontos de medição foram escolhidos de modo que ficassem distantes de possíveis pontos de amplitude de vibração nula. A Figura 6 mostra dois exemplos de modos de vibração com seus pontos de amplitude máxima e nula. Antevendo esses pontos de amplitude nula, tanto para modos de vibração “Longitudinais” (cujas deformadas variam apenas ao longo do comprimento da telha) quanto para modos de vibração “Transversais” (cujas deformadas variam também através da seção da telha), os sensores foram distribuídos sobre uma linha a  $250\text{ mm}$  do meio do vão sobre diversos pontos do perfil da telha, como se ilustra na Figura 7 e na Figura 8. O ponto de aplicação do impacto variou para a medição em cada ponto: cuidou-se para que o ponto estivesse em alguma onda adjacente à do ponto de colagem do acelerômetro.



**Figura 7.** Layout dos pontos de medição com acelerômetros. a) Configuração 1. b) Configuração 2. c) Configuração 3

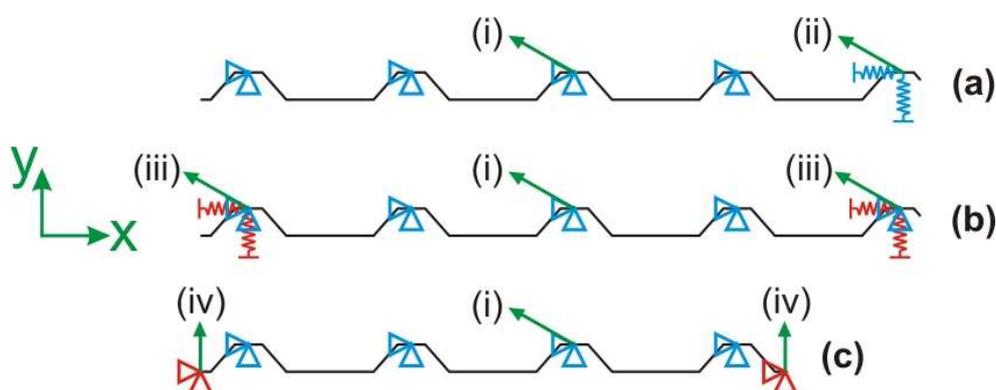


**Figura 8.** Diversos pontos de medição através do perfil da telha. a) Telha com bordas livres (seção A-A da Figura 7). b) Telha com bordas trespassadas (seção B-B da Figura 7). c) Telha com bordas vinculadas (seção C-C da Figura 7)

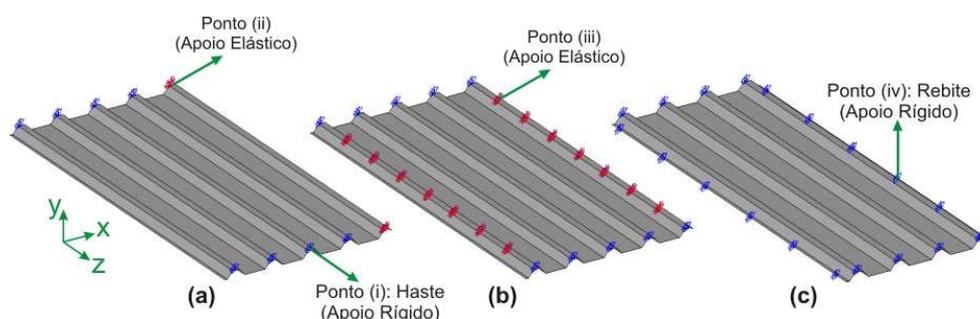
## Descrição do modelo numérico

As telhas foram modeladas através de modelos tridimensionais de elementos finitos, discretizados com elementos estruturais de casca com rigidez de membrana e de flexão, possuindo quatro nós com seis graus de liberdade em cada.

As três configurações da Figura 3 – telha com bordas longitudinais livres, telha com bordas trespassadas e telha com bordas vinculadas – foram modeladas. Os perfis estão ilustrados na Figura 9, enquanto a Figura 10 mostra os modelos tridimensionais. Nas extremidades dos modelos, foram colocadas vinculações translacionais rígidas nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , nos nós centrais das ondas altas, simulando as hastes de fixação (pontos (i) da Figura 9 e da Figura 10). Somente para o caso da telha com bordas livres, foi preciso colocar vinculações elásticas na onda alta correspondente à borda incompleta (pontos (ii) da Figura 9 e da Figura 10); essa vinculação também foi aplicada nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



**Figura 9.** Perfis das telhas com: a) bordas longitudinais livres (Configuração 1); b) bordas trespessadas (Configuração 2); c) bordas vinculadas (Configuração 3)



**Figura 10.** Modelos tridimensionais de elementos finitos: a) telha com bordas livres (Configuração 1); b) telha com bordas trespessadas (Configuração 2); c) telha com bordas vinculadas (Configuração 3)

Ao longo das ondas altas próximas às bordas, foram selecionados 7 pontos para a aplicação de vínculos elásticos para simular a rigidez da telha adjacente na região do trespasse (pontos (iii) da Figura 9 e da Figura 10); esses vínculos foram aplicados apenas nas direções  $x$  e  $y$ .

Todas as vinculações elásticas foram modeladas utilizando-se um elemento mola-amortecedor de dois nós, que oferecem rigidez elástica longitudinal. O elemento tem até três graus de liberdade em cada nó (translações nas três direções). Flexão e torção não são consideradas.

As constantes elásticas empregadas foram determinadas fazendo-se uma calibração dos modelos de elementos finitos através de resultados experimentais em termos de frequências naturais de vibração (ver Secção Resultados).

Para a telha com bordas vinculadas, foram colocados vínculos translacionais rígidos, nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , nos nós que correspondem às posições do rebites da Figura 3 (pontos (iv) da Figura 9 e da Figura 10).

Os elementos de casca são representados pelo plano médio. Assim, foi modelada apenas a linha média do perfil, cujas dimensões dos lados foram dadas na Figura 2. As dobras do perfil foram desprezadas nos modelos.

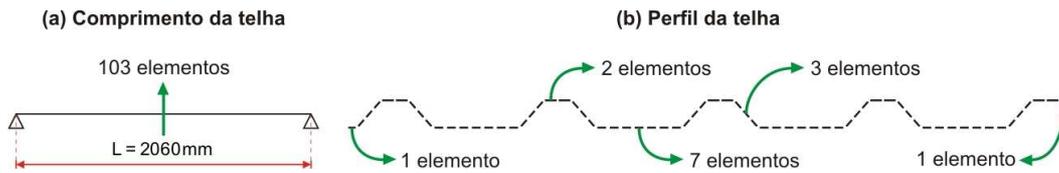


Figura 11. Discretização do modelo de elementos finitos

As telhas de perfil comercial foram discretizadas com uma malha regular com tamanho máximo dos lados do cada elemento igual a 20 mm. A quantidade de elementos resultantes está indicada na Figura 11.

Para modelos de sistemas mecânicos vibratórios discretizados, o número de frequências naturais e de modos de vibração associados será igual ao número de graus de liberdade. As frequências dependem apenas das características naturais do sistema - rigidez e massa - e são encontradas através da Eq. (1):

$$\det ([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (1)$$

onde  $[K]$  é a matriz de rigidez,  $[M]$  é a matriz de massa e  $\omega$  é qualquer frequência natural que satisfaça a equação. Maiores detalhes sobre essa formulação básica, assim como sobre as técnicas de resolução, podem ser encontrados em Clough<sup>7</sup>.

Para sistemas contínuos, existem infinitos graus de liberdade e, conseqüentemente, infinitos modos de vibração. Nesse tipo de modelo, é comum que apareçam modos de vibrações localizados em algumas partes da estrutura. Caso a massa esteja distribuída uniformemente, os modos e as frequências fornecem informação sobre a distribuição da rigidez da estrutura. Ou seja, um modo de baixa frequência natural estaria colocando em evidência que a estrutura é pouco rígida quando deformada como indica o modo.

Para a definição das constantes elásticas dos pontos (ii) e (iii) da Figura 9 e da Figura 10, foi feita uma calibração dos valores dessas constantes a partir de resultados do procedimento experimental. Para a obtenção dos resultados numéricos, foi resolvido um problema de autovalores para achar os modos e frequências dos casos estudados (Análise Modal), levando em consideração as matrizes de massa e de rigidez da estrutura discretizada [Eq. (1)].

## RESULTADOS

### Resultados experimentais

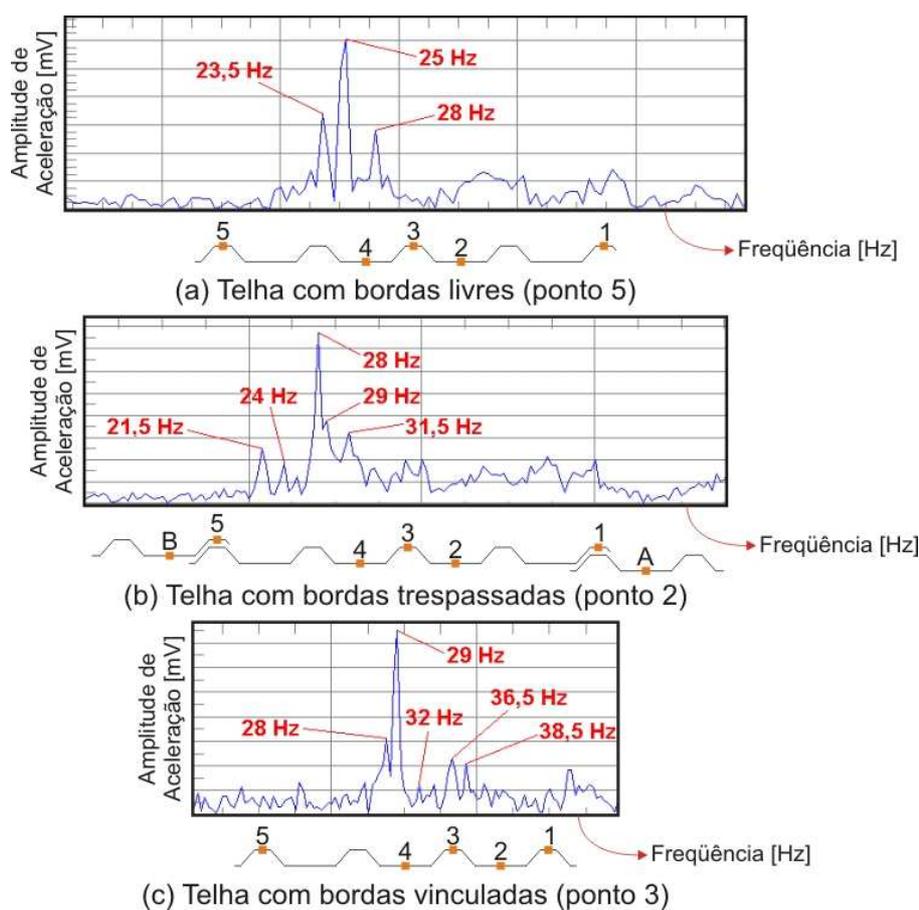
Na Tabela I, apresentam-se os principais valores (de maior magnitude) das frequências naturais medidas com os acelerômetros colocados nas posições definidas na Figura 7 e na Figura 8. A Figura 12 apresenta exemplos de gráficos de resposta no domínio frequência obtidos com o software de aquisição de dados Agilent VEE Pro 7.5, para cada configuração. Pelo exposto na Subseção Descrição do Procedimento Experimental, as amplificações das respostas dos acelerômetros correspondem a picos nas frequências naturais, nos gráficos no domínio frequência.

Os pontos de medição estão reproduzidos na Figura 12, esquematizados sobre a seção das telhas. Deve-se recordar que todos os pontos estão posicionados sobre uma linha distante 250 mm do meio do vão.

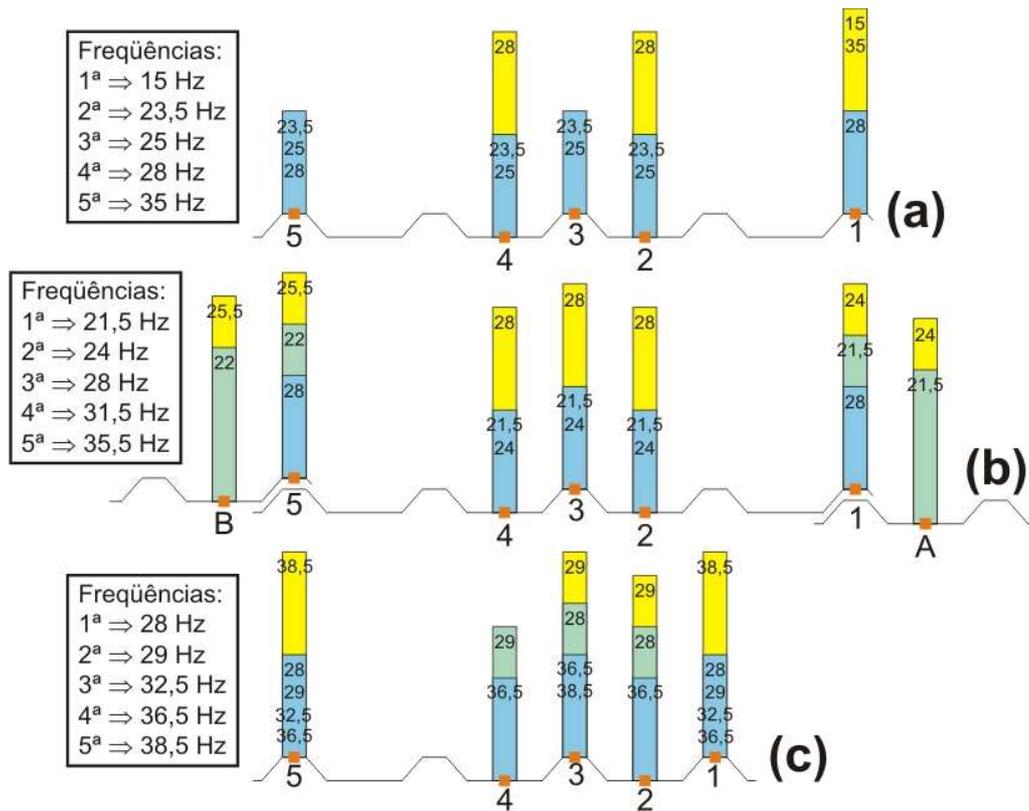
A Figura 13 resume as principais frequências naturais medidas, para as três configurações estudadas, e representa suas magnitudes através de um gráfico de barras sobre os pontos de medição. O tamanho da barra representa, qualitativamente, a magnitude da(s) frequência(s) indicada(s) sobre ela, ou seja, a amplitude do modo de vibração associado no ponto em questão. Nessa figura, as barras estão sobrepostas, sendo o tamanho das mesmas medido a partir da superfície da telha.

Ponto	Configuração 1 (Bordas Livres)	Configuração 2 (Bordas Trespasadas)	Configuração 3 (Bordas Vinculadas)
1	15 – 28 – 35	21,5 – 24 – 27,5 – 30,5 – 34,5 – 36	28 – 29 – 32,5 – 37 – 38,5
2	23,5 – 25 – 28 – 34 – 41,5 – 45,5 – 48	21,5 – 24 – 28 – 31,5 – 34,5 – 38 – 40	28 – 29 – 36,5
3	23,5 – 25 – 32 – 35,5 – 40,5 – 42,5	21,5 – 24 – 28 – 31,5 – 35,5 – 39 – 43,5	28 – 29 – 36,5 – 38,5
4	23,5 – 25 – 28 – 35 – 41,5 – 48,5	21,5 – 24 – 28 – 32 – 37,5 – 40	29 – 36,5
5	23,5 – 25,5 – 28 – 37 – 40,5	22 – 25,5 – 29 – 33,5 – 35 – 38 – 44	28 – 29 – 33 – 35,5 – 36,5 – 38,5
A	-	21,5 – 24 – 26 – 31 – 32,5 – 37,5	-
B	-	21,5 – 25,5 – 30,5 – 39	-

**Tabela I.** Primeiras freqüências naturais medidas (em Hz), para as três configurações em análise



**Figura 12.** Exemplos de respostas das telhas no domínio freqüência para as três configurações estudadas



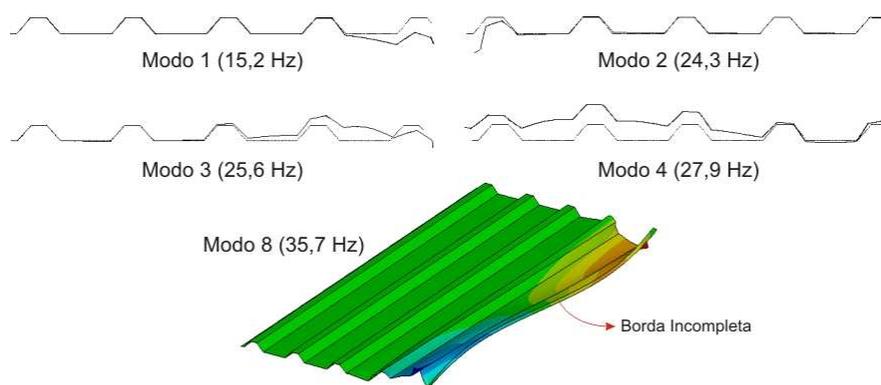
**Figura 13.** Representação qualitativa das magnitudes das frequências naturais medidas para as três configurações estudadas: a) telha com bordas livres; b) telha com bordas trespassadas; c) telha com bordas vinculadas

Dessa forma, é possível observar que, por exemplo, na Figura 13a, a quarta frequência natural (28 Hz) tem magnitudes consideráveis nos pontos 2 e 4 (barras amarelas) e tem magnitudes menores nos pontos 1 e 5 (barras azuis). Nos pontos 2 e 4, também foram obtidas frequências de 23,5 e 25 Hz, com magnitudes menores que as da frequência de 28 Hz obtida nos mesmo pontos.

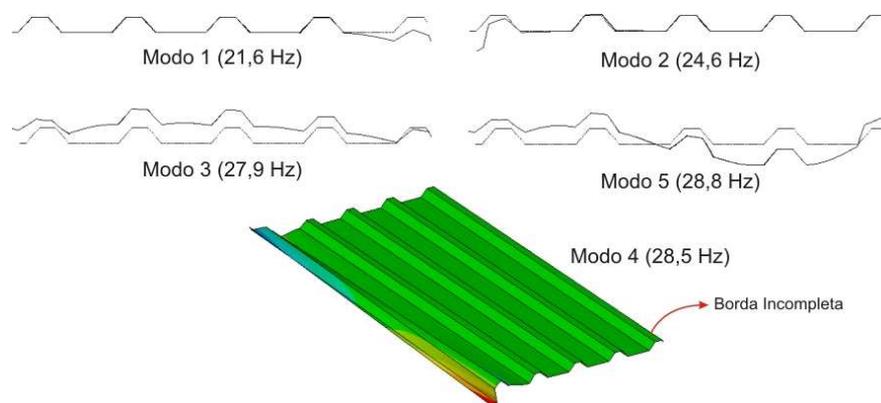
### Calibração dos modelos de elementos finitos

Foi feito um estudo da influência da rigidez da vinculação das bordas longitudinais das telhas sobre os valores de frequências naturais de vibração e sobre suas respectivas formas modais. Correlacionando resultados numéricos com experimentais, tentou-se chegar às condições de contorno que melhor representassem o problema real. Assim, foram calibradas as constantes elásticas definidas na Figura 9 e na Figura 10, para os modelos de elementos finitos das Configurações 1 e 2.

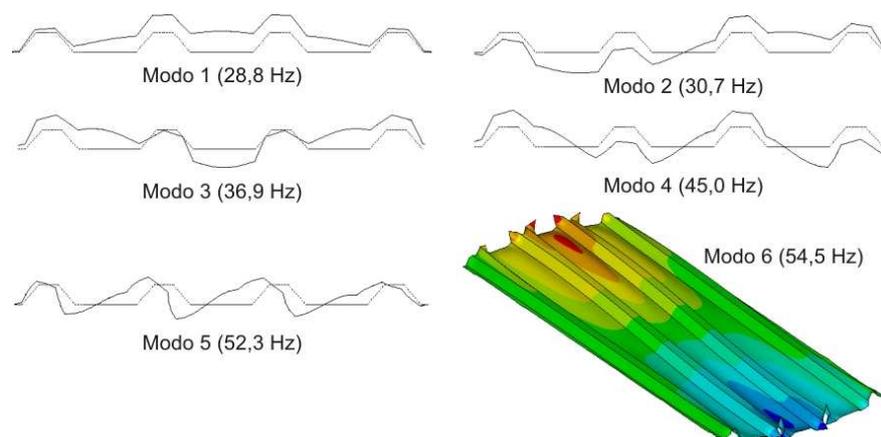
A Figura 14, a Figura 15 e a Figura 16 mostram os primeiros modos de vibração obtidos com os modelos numéricos (já devidamente calibrados no caso das Configurações 1 e 2). As deformadas dos modos chamados “Longitudinais”, que variam apenas ao longo do comprimento da telha, são apresentadas no modelo tridimensional de elementos finitos. Já as deformadas dos modos definidos como “Transversais”, que variam através da seção, estão ilustradas sobre o perfil da telha (no meio do vão).



**Figura 14.** Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas livres

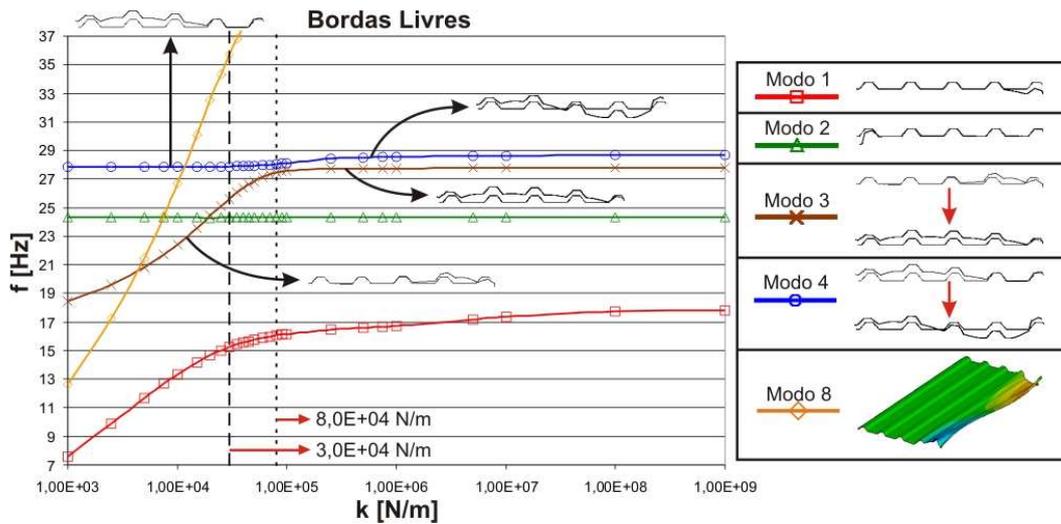


**Figura 15.** Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas trespassadas

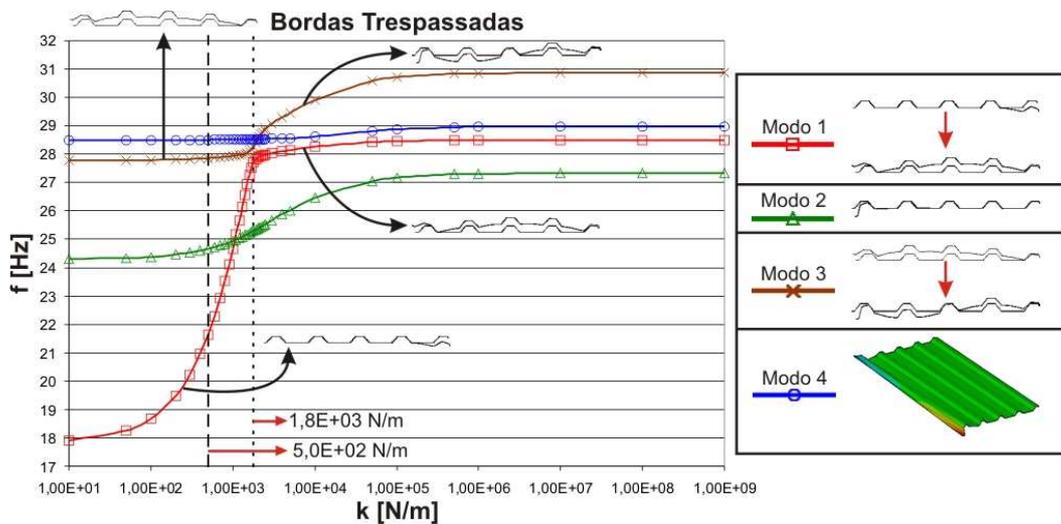


**Figura 16.** Modos de vibração obtidos com o modelo numérico, para a telha com bordas vinculadas

Na Figura 17 e na Figura 18, são apresentadas as variações das frequências naturais



**Figura 17.** Variação das primeiras freqüências naturais para a telha com bordas livres (Configuração 1) em função da constante elástica translacional aplicada no modelo numérico



**Figura 18.** Variação das primeiras freqüências naturais para a telha com bordas trespasadas (Configuração 2) em função da constante elástica aplicada no modelo numérico

correspondentes aos modos exibidos na Figura 14 e na Figura 15, com relação à rigidez dos apoios elásticos em questão.

Para a telha com bordas livres, a constante elástica refere-se às hastes de fixação dos extremos da telha, situadas na onda alta próxima à borda incompleta (pontos (ii) da Figura 9 e da Figura 10). Para a telha com bordas trespasadas, a constante elástica refere-se aos pontos distribuídos ao longo das duas bordas para a simulação do contato entre telhas (pontos (iii) da Figura 9 e da Figura 10). Por simplicidade, as constantes dos apoios elásticos foram aplicadas com o mesmo valor em todas as direções ( $x$ ,  $y$  e  $z$  para a telha com bordas livres e  $x$  e  $y$  para telha com bordas trespasadas).

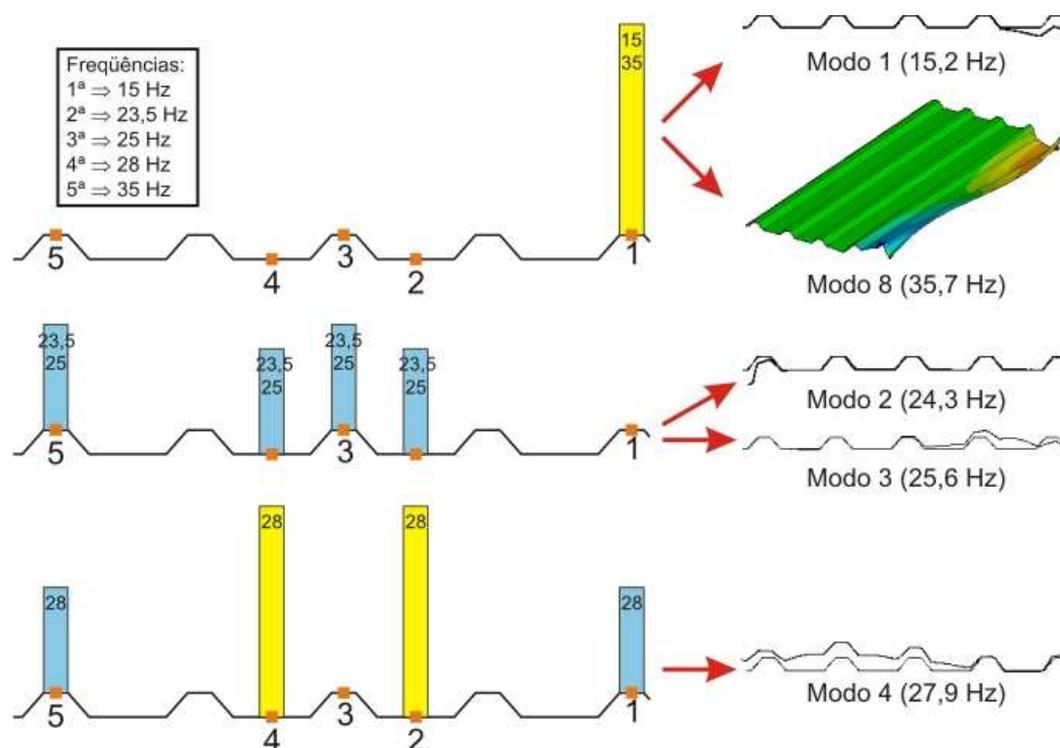
Assim, na Figura 17 e na Figura 18, o eixo das abscissas representa a constante elástica

translacional empregada em todas as direções dos apoios elásticos em questão; esse eixo está em escala logarítmica. Nos dois gráficos, é indicado o valor de constante de mola que, para cada configuração, permitiu ajustar melhor resultados numéricos e experimentais:  $3,0E+04$  N/m para a Configuração 1 (telha com bordas livres), e  $5,0E+02$  N/m para a Configuração 2 (telha com bordas trespassadas).

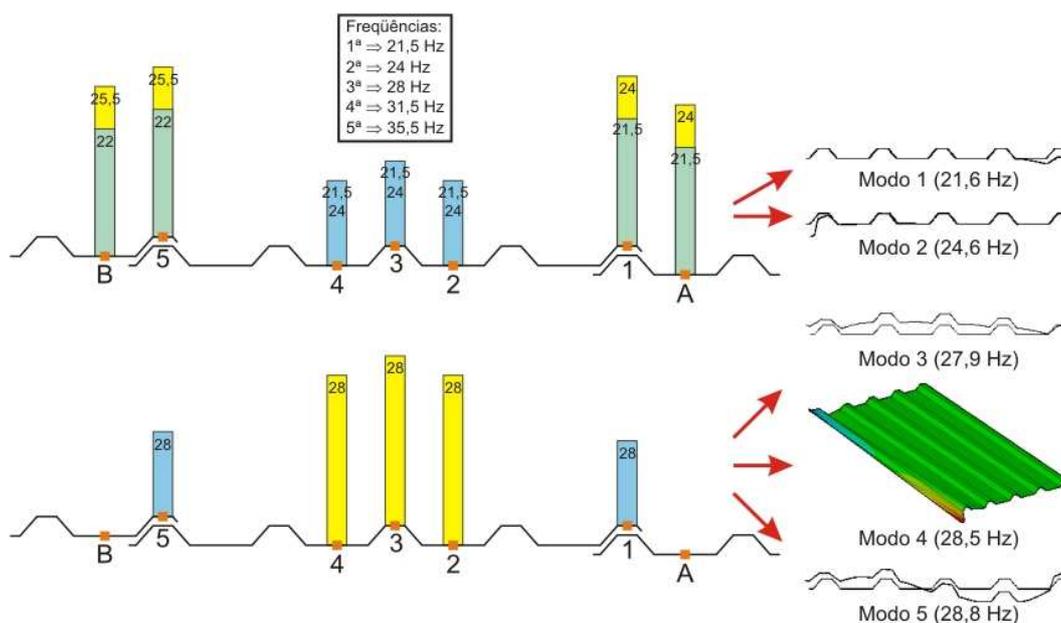
Para a definição dos valores das constantes elásticas adotadas na Figura 17 e na Figura 18, levaram-se em conta as frequências experimentais obtidas para cada um dos pontos de medição, bem como sua magnitude no gráfico de resposta no domínio da frequência:

- Primeiramente, as frequências obtidas experimentalmente devem-se aproximar dos valores obtidos com os modelos de elementos finitos.
- Adicionalmente, uma grande magnitude de medição deve corresponder a uma grande amplitude modal no modelo numérico.

A Figura 19 e a Figura 20 exibem a correlação entre os valores das frequências naturais obtidas experimentalmente e suas magnitudes e os modos de vibração obtidos com os modelos numéricos.



**Figura 19.** Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas livres



**Figura 20.** Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas trespassadas

Assim, para a telha com bordas livres considerou-se que:

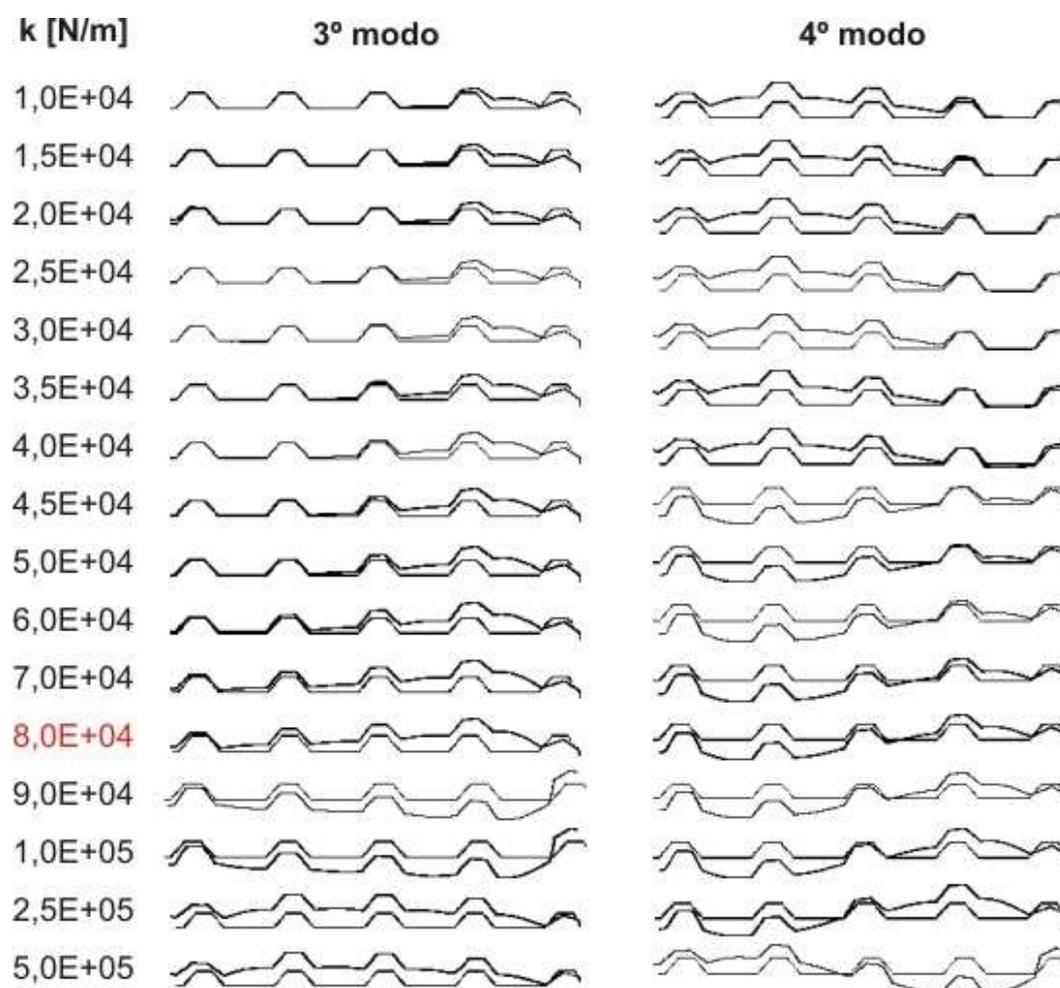
- As frequências de 15 Hz e 35 Hz medidas, com grande magnitude, apenas no ponto 1, devem corresponder a modos de vibração locais na borda incompleta. Esse foi o fator determinante para a definição da constante elástica.
- As demais frequências obtidas experimentalmente (23,5, 25 e 28 Hz) devem corresponder a modos de vibração transversais do perfil, incluindo a outra borda da telha. A partir da Figura 19, não se constatou uma perfeita correspondência entre as magnitudes medidas para essas frequências e as amplitudes modais dos modos do modelo numérico.

Para a telha com bordas trespassadas, considerou-se que:

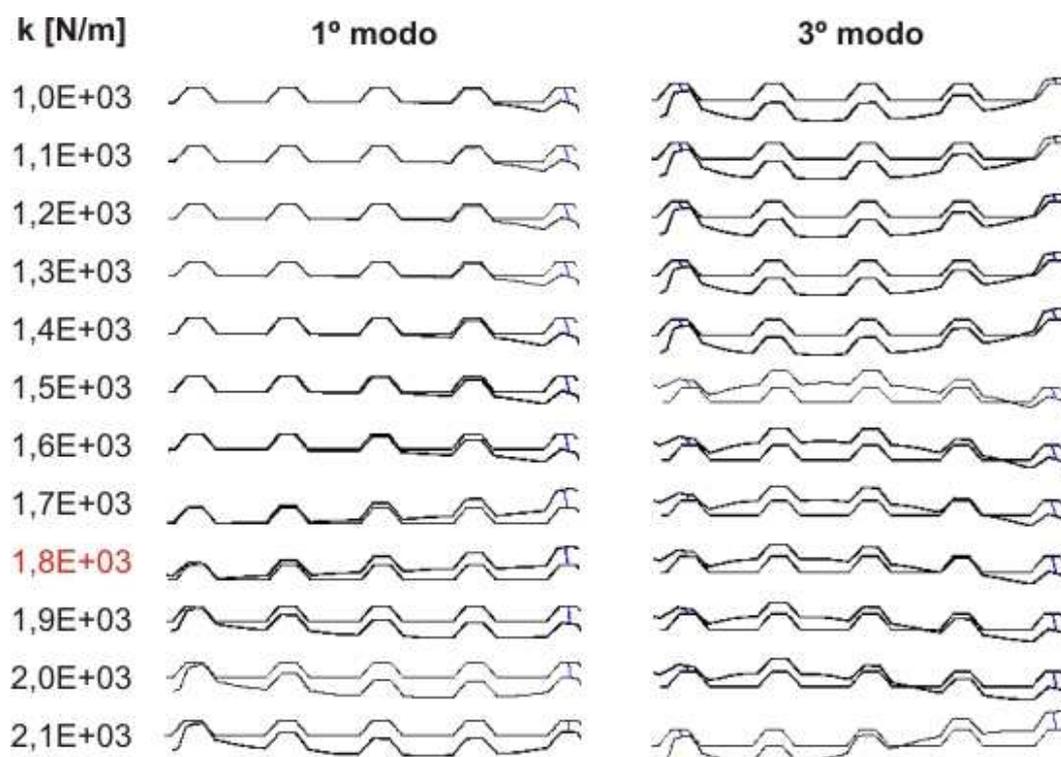
- As frequências de 21,5 Hz e 24 Hz, medidas em todos os pontos, tiveram magnitude máxima nos pontos 1, 5, A e B. Essas frequências devem corresponder a modos de vibração das duas bordas da telha. Ambos os modos foram medidos em cada uma das bordas devido à interação entre as bordas das telhas adjacentes na região do trespasse. As frequências medidas nos pontos A e B comprovam essa interação, embora as frequências medidas nos pontos 1 e A (21,5 e 24 Hz) sejam ligeiramente diferentes das medidas nos pontos 5 e B (22 e 25,5 Hz). Essas frequências também foram medidas nos pontos centrais, o que não concorda com o modelo numérico, porém, os valores dessas frequências medidos nas bordas foram determinantes na escolha da constante elástica.
- A frequência de 28 Hz foi medida em todos os pontos, tendo magnitude maior nos pontos 2, 3 e 4. Essa frequência deve corresponder a um modo de vibração transversal. Como essa frequência também foi medida nas bordas, ela também pode corresponder

a um modo de vibração de alguma borda (ver Figura 19), com uma frequência muito semelhante a do modo transversal comentado. Como a medição experimental não contou com boa resolução em frequência (o incremento das frequências medidas foi de 0,5 Hz), esses modos não puderam ser diferenciados.

Na Figura 17 e na Figura 18, nota-se que alguns modos de vibração são alterados com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. Para telha com bordas livres, os modos 3 e 4 são alterados gradativamente com o aumento da constante elástica, sendo que quando esta vale  $8,0E+04$  N/m, a alteração pode ser definida como completa. O mesmo ocorre para a telha com bordas trespassadas, cujos modos 1 e 3 são gradativamente alterados até que se atinja o valor de constante elástica de  $1,8E+03$  N/m. A Figura 21 e a Figura 22 exibem detalhadamente a transformação dos modos para as duas configurações analisadas.



**Figura 21.** Transformação gradativa dos modos 3 e 4 da telha com bordas livres com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando  $k$  vale  $8,0E+04$  N/m



**Figura 22.** Transformação gradativa dos modos 1 e 3 da telha com bordas trespassadas com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando  $k$  vale  $1,8E+03$  N/m

A Tabela II apresenta a comparação entre as frequências numéricas e experimentais equivalentes para as três configurações estudadas. Nota-se que, para as Configurações 1 e 2, frequências naturais muito próximas são de difícil distinção no procedimento experimental. Para a Configuração 3, o modelo só é compatível com o ensaio para suas duas primeiras frequências, ou seja, o modelo não capturou possíveis modos de vibração locais.

Modo	Configuração 1			Configuração 2			Configuração 3		
	Frequência [Hz]		Diferença [%]	Frequência [Hz]		Diferença [%]	Frequência [Hz]		Diferença [%]
	Ensaio	MEF		Ensaio	MEF		Ensaio	MEF	
1	15	15,2	1,33	21,5	21,6	0,465	28	28,2	0,714
2	23,5	24,3	3,40	24	24,6	2,50	29	30,7	5,86
3	25	25,6	2,40	28	27,9	-0,357	32,5	36,9	13,54
4	28	27,9	-0,357	-	28,5	-	36,5	45	23,29
5	-	28,5	-	-	28,8	-	38,5	52,3	35,84
6	-	29,9	-	31,5	31,7	0,635	-	54,5	-
7	-	34,2	-	35	36,6	4,57	-	-	-
8	35	35,7	2,00	-	-	-	-	-	-

**Tabela II.** Comparação entre frequências naturais obtidas experimental e numericamente via Método dos Elementos Finitos (MEF)

### Comparação entre as configurações analisadas

Observando a Figura 17 (Configuração 1), é possível destacar que um aumento de rigidez dos apoios elásticos da borda incompleta além do valor de  $3E+04$  N/m (valor com o qual foi calibrado o modelo numérico) não muda sensivelmente as frequências naturais e a ordem dos modos de vibração da telha. Ou seja, um aperto excessivo das hastes de fixação não produziria considerável aumento de rigidez a ponto de eliminar o modo 1, localizado na borda incompleta.

Por outro lado, observando a Figura 18 (Configuração 2), constata-se que se for possível aumentar a rigidez que o trespasse das telhas oferece em 3,6 vezes (de  $5E+02$  N/m para  $1,8E+03$  N/m), o quadro de frequências muda sensivelmente. Assim, o modo de vibração correspondente à borda incompleta não seria mais o primeiro, e mais, esse modo deixaria de ser um modo local e passaria a ser um modo de vibração transversal no perfil. Observando as curvas de calibração, nota-se que, com uma constante elástica de  $1,8E+03$  N/m, o modo 1 assume um comportamento semelhante ao do modo 3 quando com uma constante elástica menor do que  $1,8E+03$  N/m.

Uma telha trespessada, que tenha suas bordas rebitadas com as bordas das telhas adjacentes, deve apresentar comportamento semelhante ao modelo de telha trespessada com vínculos elásticos de grande rigidez, possivelmente com valor da constante elástica além de  $1,8E+03$  N/m.

Comparando a Figura 17 com a Figura 18, observa-se que ambas as configurações das telhas apresentam um modo de vibração transversal do perfil com frequência natural próxima de 28 Hz, independente das constantes elásticas adotadas para cada modelo (modo 3 ou 4 para telha com bordas livres e modo 1 ou 3 para telha com bordas trespessadas). Esse modo, com a mesma frequência natural, também é observado na telha com bordas vinculadas (Configuração 3), que é o modo 1 da figura 16. Assim, trata-se de um modo que é pouco influenciado pelas condições de contorno das bordas.

### CONCLUSÕES

Nesse trabalho, fez-se um estudo da influência das condições de contorno das bordas longitudinais de telhas de aço trapezoidais de perfil comercial sobre a rigidez das mesmas, através da determinação de frequências naturais e modos de vibração.

A determinação experimental das frequências naturais de vibração permitiu a calibração de modelos numéricos de elementos finitos. Foi possível estabelecer uma correlação entre as magnitudes de frequências naturais medidas com as frequências e modos de vibração obtidos numericamente, permitindo avaliar a rigidez das telhas com diferentes condições de vinculação através das propriedades dinâmicas.

Com os resultados obtidos, foi possível obter as seguintes conclusões:

- O método experimental e os modelos numéricos mostraram-se compatíveis quanto aos modos de vibração locais das bordas e suas frequências correspondentes. O modo de vibração transversal de frequência de 28 Hz, comum a todas as configurações analisadas, também foi bem representado pelos modelos numéricos. Isso permitiu uma calibração das rigidezes dos apoios elásticos. Os modelos calibrados podem ser utilizados satisfatoriamente para análises estáticas, como a determinação da carga crítica de flambagem elástica, por exemplo.
- Um estudo da variação da rigidez dos apoios elásticos dos modelos numéricos das Configurações 1 e 2 permitiu a avaliação da sensibilidade da rigidez da estrutura em relação a esses parâmetros através da Análise Modal.

- Com base na avaliação da sensibilidade da rigidez da telha em relação aos vínculos elásticos, estudos futuros podem determinar uma forma eficiente e econômica de aumentar a rigidez do trespasse entre telhas. Constatou-se que é o possível eliminar o modo 1 da Figura 18; essa eliminação indica que a telha oferece rigidez adequada às bordas.
- Com o modelo numérico da configuração 3, só foi possível evidenciar as duas primeiras frequências naturais obtidas experimentalmente, que correspondem a modos globais.
- Observou-se um modo de vibração transversal, com frequência natural de 28 Hz, muito parecido para as três configurações de telhas analisadas. Ou seja, trata-se de um modo que não é influenciado pela vinculação das bordas longitudinais.
- Comparando as configurações estudadas, evidenciou-se que a análise modal permite uma visualização clara da distribuição da rigidez de uma estrutura.

Finalmente, deve-se levar em conta que foi feita a calibração apenas dos apoios elásticos das bordas. Resta ser feita uma calibração dos apoios correspondentes às hastes de fixação das extremidades (apoios (i) da Figura 9 e da Figura 10). Esse aprimoramento dos modelos poderia permitir uma melhor correspondência entre modos de vibração da telha real com os modos obtidos via modelos de elementos finitos, no que se refere aos modos transversais.

## REFERÊNCIAS

- 1 M.M. Samman & M. Biswas, “Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges – I: theory”, *Journal of Structuring Engineering*, Vol. **120**, N° 1, pp. 269-289, (1994).
- 2 N.D.R. da Fonseca, “Avaliação do comportamento teórico e experimental em espécimes de telhas metálicas autoportantes submetidas à flexão”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, (2000).
- 3 G.P. Mezzomo, “Análise estrutural de telhas de aço trapezoidais formadas a frio”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC/UFRGS, Porto Alegre, (2007).
- 4 P. Avitabile, “Modal space in our own little world”, Lowell, Massachusetts, (2005). Disponível em: <http://macl.caeds.eng.uml.edu/>.
- 5 Analog Devices, Inc., “Monolithic accelerometer with signal conditioning – ADXL50”, Norwood, (1996). Disponível em: <http://www.analog.com/en/prod/0,2877,ADXL50,00.html>.
- 6 Agilent Technologies, Inc., “Agilent VEE Pro User’s Guide”, Loveland, (2005).
- 7 R.W. Clough & J. Penzien, “*Dynamics of Structures*”, McGraw-Hill, New York, (1993).