

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A. H. Barbat

**Evaluación del daño sísmico
global en edificios porticados
de hormigón armado**

R. Aguiar
A. H. Barbat
J. Canas

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA
Edificio C1, Campus Norte UPC
C/ Gran Capitán, s/n
08034 Barcelona, España.

MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA
Editor A.H. Barbat

ISSN: 1134-3249

EVALUACIÓN DEL DAÑO SÍSMICO GLOBAL EN EDIFICIOS PORTICADOS DE HORMIGÓN ARMADO
Monografía CIMNE IS-22
© Los Autores

ISBN: 84-87867-96-0

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN	5
2 COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS DE HORMIGÓN ARMADO	9
2.1 Introducción	9
2.2 Acero	11
2.2.1 Modelo trilineal	12
2.2.2 Curva completa	13
2.2.3 Comportamiento cíclico del acero	14
2.3 Hormigón	14
2.3.1 Modelos del hormigón no confinado	16
2.3.2 Modelos del hormigón confinado	16
2.3.3 Comportamiento cíclico del hormigón	20
2.4 Relaciones momento curvatura para elementos de hormigón armado	22
2.4.1 Esquema de cálculo	23
2.4.2 Método de dovelas	25
2.4.3 Aplicación al análisis no lineal	27
2.5 Comportamiento dinámico de columnas de hormigón armado	28
2.5.1 Flexocompresión uniaxial	29
2.5.2 Flexocompresión biaxial	34
2.6 Distribución de curvatura en elementos de hormigón armado	39
2.6.1 Modelos de inelasticidad	39
2.6.2 Variación de curvatura lineal	41
2.6.3 Variación de curvatura no lineal	42
2.7 Conexiones viga-columna	44
2.7.1 Cortante horizontal	44
2.7.2 Cortante vertical	50
2.7.3 Armadura de confinamiento	52
2.7.4 Adherencia hormigón-acero	55
2.7.5 Anclaje en nudos exteriores	56

2.8	Longitud de desarrollo	61
2.9	Estructuras sismorresistentes	61
	Referencias	63
3	MODELOS CONSTITUTIVOS UTILIZADOS EN HORMIGÓN ARMADO Y EL EFECTO $P - \Delta$	69
3.1	Introducción	69
3.2	Modelos constitutivos del hormigón armado	69
3.2.1	Modelo elasto-plástico	70
3.2.2	Modelo de Clough	71
3.3	Deterioro de rigidez	74
3.3.1	Deterioro de rigidez en el modelo constitutivo de los tres parámetros	74
3.3.2	Deterioro de rigidez en el modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer	75
3.4	Cierre de grietas	76
3.4.1	Efecto pinching en el modelo constitutivo de los tres parámetros	76
3.4.2	Efecto pinching en el modelo de Roufaiel y Meyer	77
3.5	Deterioro de resistencia	78
3.5.1	Deterioro de resistencia en el modelo constitutivo de los tres parámetros	79
3.5.2	Deterioro de resistencia en el modelo de Roufaiel y Meyer	79
3.6	Efecto $P - \Delta$	83
3.6.1	Análisis estructural para calcular efecto $P - \Delta$	84
3.6.2	Organización del cálculo para el efecto $P - \Delta$	85
3.6.3	Variación del período al considerar el efecto $P - \Delta$	86
	Referencias	87
4	ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO	91
4.1	Introducción	91
4.1.1	Estructura analizada para presentar modelos de daño sísmico	94
4.2	Modelos de daño sísmico	94
4.2.1	Modelo de Lybas y Sozen	95

ÍNDICE

4.2.2	Modelo de Banon y Veneziano	96
4.2.3	Modelo de Park y Ang	97
4.2.4	Modelo de Daali	99
4.2.5	Modelo de Chung, Meyer y Shinozuka	99
4.2.6	Modelo de DiPasquale y Cakmak	102
4.2.7	Modelo de Ayala	102
4.2.8	Índice de ablandamiento	103
4.3	Normalización del índice de daño sísmico	104
4.4	Conceptos energéticos	106
4.5	Comentarios	107
	Referencias	108
5	EFFECTO DE LA CURVATURA DE FLUENCIA CONSIDERANDO EL CORTANTE Y LA ADHERENCIA EN LOS ÍNDICES DE DAÑO	111
5.1	Introducción	111
5.2	Relaciones momento curvatura	112
5.3	Curvatura de fluencia por cortante y deterioro de adherencia	114
5.3.1	Relación entre curvatura y desplazamiento	114
5.3.2	Modelo numérico	114
5.3.3	Curvatura de fluencia por corte elástico	115
5.3.4	Curvatura de fluencia por deterioro de adherencia: modelo propuesto	116
5.3.5	Curvatura de fluencia por corte inelástico: modelo propuesto	119
5.3.6	Modelo de Park	119
5.4	Comparación de modelos para el cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia	121
5.4.1	Modelo de daño para comparar curvatura de fluencia	121
5.4.2	Normalización del índice de daño	121
5.4.3	Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer	122
5.4.4	Estructura analizada	122
5.4.5	Sismos utilizados en el análisis	122
5.4.6	Trayectorias de daño obtenidas	123
5.4.7	Estructura sometida al sismo de Tokachi Oki	124
5.4.8	Estructura sometida al sismo de Loma Prieta	127
5.5	Comparación de índices de daño sísmico	129

5.5.1	Modelos constitutivos	130
5.5.2	Comparación de trayectorias de daño	132
5.6	Conclusiones	137
	Referencias	138
6	MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA	143
6.1	Introducción	143
6.2	Viga de corte	145
6.2.1	Vibración libre en viga de corte	145
6.2.2	Vibración forzada en viga de corte	148
6.3	Método de cálculo del I_D propuesto	150
6.4	Estructuras analizadas	152
6.4.1	Geometría de los pórticos	152
6.4.2	Capacidad resistente de los pórticos	152
6.5	Análisis de resultados	153
6.5.1	Sismo de Tokachi Oki	153
6.5.2	Sismo de Corralito	154
6.6	Conclusiones	155
	Geometría de los pórticos analizados	156
	Capacidad resistente de pórticos analizados	160
	Comparación de resultados para sismo de Tokachi Oki	164
	Comparación de resultados para sismo de Corralito	178
	Referencias	172

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

El riesgo sísmico se define como la convolución de la peligrosidad con la vulnerabilidad, y se expresa en términos económicos. La peligrosidad depende de la naturaleza, y no es posible actuar sobre ella. En cambio es posible minimizar la vulnerabilidad sísmica de las estructuras para de esta forma mitigar las pérdidas humanas y económicas que lamentablemente dejan los terremotos, los mismos que han limitado el desarrollo de pueblos que trabajan arduamente por salir del subdesarrollo, que han visto impotentes como en un minuto, con unos segundos más o menos, se ha hido al suelo toda una estructura, llámese esta puente, edificio, central térmica, muro de contención, presa, tanque, líneas vitales, etc. De aquí la gran responsabilidad que tienen la investigación científica en este tema.

En 1906 se registró el sismo de San Francisco, con una magnitud estimada de 8.3, siendo uno de los terremotos que ha liberado la mayor cantidad de energía; el daño que causó éste evento fue cuantioso, las pérdidas materiales millonarias y el número de victimas considerable. Se puede decir que a partir de éste evento se tomó mayor conciencia sobre la importancia de diseñar estructuras que resistan la acción de los movimientos telúricos, pero para ello era necesario emprender una investigación más amplia tanto en el campo de la peligrosidad sísmica como en el del análisis estructural. En 1940, cuando se registro el sismo de El Centro, ya se contó con una gran red sísmica instalada que permitió que este evento sea registrado en una gran número de estaciones y su estudio reportó importantes avances dentro del campo de la ingeniería sísmica.

Se ha visto además que, a pesar de los grandes desarrollos en la ingeniería sismorresistente realizados en las últimas décadas, cuyos aportes han sido incluidos en los códigos y normativas de diseño y construcción, durante los sismos de México de 1985 (Ms 7.7), Loma Prieta 1989 (Ms 7.1), Northridge 1994 (Ms 6.8), Kobe 1995 (Ms 6.9), etc. muchas estructuras han colapsado o sufrieron gran daño debido a que tuvieron deficiencias estructurales. Obviamente, hay que pensar que los códigos actuales no son infalibles, y que responden al estado de conocimientos en que fueron promulgados. *Todo ello hace que los estudios de vulnerabilidad y riesgo sísmico se constituyan en un pilar fundamental dentro de los programas de mitigación de los desastres naturales*, habida cuenta que las investigaciones realizadas ya pronostican nuevos terremotos a ocurrir en los próximos años. Es así como, para el sur de California, se pronostica el BIG ONE antes del año 2024 que tendrá una magnitud superior a 7, y algo similar se espera que ocurra en la costa que limita los países de Colombia y Ecuador.

Los estudios de vulnerabilidad sísmica intentan predecir el daño esperado en una estructura, en toda una zona urbana o en toda una ciudad, si llegara

a ocurrir un terremoto definido por la peligrosidad sísmica del lugar. Una vez conocido el daño en el edificio, en la infraestructura sanitaria, en la red de telecomunicaciones, etc., se analiza la forma de reducir las pérdidas y el impacto socio-económico que dicho daño genera con base en estudios de costes que toman en cuenta el reparar y reforzar una estructura o reconstruirla.

Las nuevas contribuciones científicas que se realizan en la ingeniería sismorresistente, pueden aplicarse solamente a las construcciones nuevas, cuyo número representa un ínfimo porcentaje del número total de estructuras existentes. Por consiguiente, surge la necesidad de realizar estudios de vulnerabilidad sísmica en todas las estructuras existentes pero especialmente en las más antiguas.

La simulación en el ordenador del comportamiento sísmico de un edificio es un problema complejo, debido a que existe un gran número de variables involucradas en el cálculo de los mismos, lo que obliga a una continua investigación de las leyes constitutivas de los materiales y de los parámetros que definen las leyes mencionadas. Es abundante la literatura existente, debido a la importancia del tema, como abundante sería el trabajo de analizar la mayor parte de los modelos existentes. Todo ello con un solo objetivo: el de tratar de modelar las estructuras de la mejor forma, para que de ésta manera, cuando ocurra el sismo, el comportamiento de las mismas sea de acuerdo a lo esperado.

Como no se puede hacer nada para evitar que se produzcan los terremotos, es básico saber vivir con ésta amenaza natural; ésto conlleva a los ingenieros a diseñar estructuras que sean lo menos vulnerables a la acción de los sismos, a indicar en las estructuras existentes sus puntos más débiles con el objeto de tomar las acciones correctivas en forma oportuna, a dar recomendaciones que deben ser incluidas en una normativa sismorresistente y, para lograr todo ello, se necesita un mayor conocimiento de la respuesta que se espera en un edificio debido a un terremoto.

En el estudio del daño sísmico de las estructuras de hormigón armado existen variables que no han sido estudiadas lo suficiente hasta ahora y que son relevantes en el cálculo de la respuesta no lineal que conduce a la evaluación del daño sísmico. Se analizan algunas de ellas y se presenta una alternativa de cálculo de alguna de las mencionadas variables con la que se obtiene una mejor simulación del comportamiento de una estructura ante la acción de un terremoto.

Como consecuencia de la gran investigación desarrollada en el campo de la vulnerabilidad de las estructuras de hormigón armado ante terremotos, existe un gran número de índices de daño sísmico que requieren un análisis y revisión, con el objeto de establecer si existe alguna correlación entre los principales modelos de daño sísmico.

Por otra parte, en la actualidad existen muy pocos trabajos que incluyen definiciones del daño sísmico en estructuras de hormigón armado y de las variables que condicionan el diseño sismorresistente de dichas estructuras. Por éste motivo es fundamental que el proyectista estructural conozca la curva de capacidad de la estructura que está diseñando. Su conocimiento indudablemente le ayudará a optimizar el diseño, de igual manera que el conocer el *daño local* que se espera en sus elementos estructurales. Sin embargo es conveniente que disponga de un procedimiento de obtención de la mencionada información de una forma sencilla, rápida y fiable.

La presente monografía tiene como objetivo principal evaluar el índice de *daño global* de estructuras porticadas de hormigón armado, mediante distintos modelos de cálculo y ver el grado de correlación que existe entre ellos. Este objetivo principal ha dado lugar a los siguientes objetivos particulares:

- 1) *Identificar los parámetros que más influyen en el comportamiento sísmico de los edificios de hormigón armado y presentar alternativas de cálculo de alguno de ellos .*

En éste contexto, uno de los propósitos de la presente monografía es indicar alternativas de cálculo de variables que están involucradas en la evaluación del índice de daño sísmico en estructuras de hormigón armado, tales como la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia.

- 2) *Recopilar y analizar los principales métodos de evaluación del daño sísmico en estructuras porticadas de hormigón armado y ver el grado de correlación que existe entre ellos .*

En el pasado se han comparado los índices de daño de algunos modelos de cálculo pero trabajando con sistemas de un grado de libertad y sin considerar la armadura de la estructura, simplemente cada pórtico queda definido por su período fundamental elástico. Obviamente es posible que de ésta manera se puedan tener varias estructuras de la mismas características geométricas que tengan el mismo período pero distintas capacidades resistentes por tener diferente armadura. Por éste motivo, en la monografía se pretende estudiar la correlación que existe entre los diferentes modelos de cálculo de daño sísmico en varias estructuras con diferente armadura.

- 3) *Proponer una metodología simplificada de evaluar el daño sísmico en estructuras porticadas que describa adecuadamente el estado de daño de la estructura y que proporcione un índice global de daño .*

La acción sísmica en la mayor parte de métodos de evaluación del daño viene definida por acelerogramas, lo que requiere el uso de programas de ordenador complejos. Por otro lado, existen muy pocos métodos que calculen el daño a partir de la definición de la acción mediante espectros de respuesta. Si bien no existe una justificación teórica de la posibilidad de utilizar el análisis modal con espectros de respuesta inelásticos en el análisis sísmico de estructuras, éste tipo de cálculo está contemplado en todas las normativas de diseño sísmico del mundo. Por consiguiente se desea contar con un método de cálculo de daño sísmico utilizando espectro de respuesta, que sea de fácil uso, que pueda aplicarse a cualquier tipo de sismo, que determine las zonas que van a entrar en el rango no lineal, cual es el desplazamiento lateral máximo que se espera y que indique el índice de daño global de la estructura.

CAPÍTULO 2

COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS DE HORMIGÓN ARMADO

2.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de la monografía es evaluar el índice de daño sísmico en estructuras porticadas de hormigón armado, por ello en el presente capítulo se presentan los parámetros que más influencia tienen en el cálculo, el mismo que es dependiente de los modelos constitutivos de los materiales de ahí la gran necesidad de definir con la mayor precisión posible la curva esfuerzo deformación del acero y hormigón. La mayor parte de los ensayos que se han realizado en los materiales son de tipo monotónico a los que suele denominarse también ensayos estáticos y básicamente con los resultados de estas investigaciones se realiza el análisis y diseño. En las últimas décadas se ha dado importancia a la ejecución de ensayos ante cargas cíclicas denominados ensayos dinámicos y es fundamental su conocimiento y aplicación sobre todo en regiones de alta peligrosidad sísmica.

Se presentan inicialmente modelos matemáticos para definir el comportamiento del acero y hormigón ante cargas monotónicas y ante cargas cíclicas. En la curva correspondiente al hormigón se incluyen modelos que incorporan el confinamiento del refuerzo transversal.

En la práctica los modelos constitutivos tradicionales utilizados para la no linealidad del material están basados en las relaciones momento curvatura de las secciones de los elementos de hormigón armado. Para la obtención de estas envolventes existen varios algoritmos de cálculo pero aquí se presentan únicamente dos: el primero, calcula los puntos del diagrama variando las deformaciones del hormigón a compresión y el segundo obtiene la envolvente momento curvatura variando la curvatura. En este segundo algoritmo se discretiza la sección transversal en dovelas y se emplea el método de las fibras, que garantiza convergencia muy rápida en la obtención de la envolvente. Estos diagramas son obtenidos para cargas monotónicas crecientes.

Las investigaciones que se han realizado sobre comportamiento sísmico, fundamentalmente de columnas de hormigón armado han sido ejecutadas considerando flexión uniaxial con carga axial constante en su mayor parte pero en los edificios las columnas están sometidas a carga axial variable, razón por la cual en los últimos años se han realizado varios ensayos en laboratorio ya sea con columnas a escala natural o a escala reducida variando la fuerza axial en forma proporcional al momento a flexión o variando la fuerza axial con la deflexión

lateral de la columna. Se presenta un acopio de los principales trabajos realizados sobre esta temática más las investigaciones que se han efectuado en columnas considerando comportamiento biaxial y carga axial constante o variable. Son bastante complejos estos últimos ensayos pero es fundamental conocerlos ya que los momentos flectores biaxiales reducen la capacidad de las columnas e incrementan el deterioro de la rigidez y de la resistencia en cada uno de los ciclos histeréticos.

El cambio de curvatura a lo largo de un elemento que ha sufrido daño es variable con valores pico en los lugares en que se presentan grietas debido a la pérdida de rigidez en esos puntos; sin embargo en algunos modelos de inelasticidad extendida se considera que la variación de curvatura en un elemento es lineal. Lógicamente esto es una aproximación. El considerar que la curvatura varía linealmente implica que la rigidez a flexión varía linealmente, siendo factible obtener directamente la matriz de flexibilidad de miembro. En cambio cuando la variación de curvatura no es lineal el cambio de la rigidez a flexión tampoco lo es. En este caso, la rigidez a flexión a lo largo del elemento cambia en forma no lineal y, para obtener la matriz de flexibilidad del elemento, se debe utilizar los métodos numéricos para la evaluación de las integrales. Hay modelos que determinan la variación de la rigidez a flexión utilizando el interpolador de Lagrange pero con base a la rigidez de los extremos únicamente. Todo lo expuesto aquí se desarrolla posteriormente y se presenta una propuesta de cálculo, que proporciona una mejor aproximación al problema en el marco de los modelos de inelasticidad extendida para el análisis sísmico no lineal.

En los modelos mecánicos para el diseño sísmico de edificios de hormigón armado se contempla que en caso de un terremoto muy severo se formen rótulas plásticas en los extremos de las vigas pero que el nudo trabaje en el rango elástico, motivo por el cual se diseña el nudo fuerte y la viga débil. Es bastante complicado cumplir con esta forma de diseño si se tiene en cuenta que las zonas que van a entrar en el rango no lineal están sujetas a grandes esfuerzos y consecuentemente, el nudo también. Además dichos esfuerzos afectarán la adherencia entre el hormigón y el acero debido a las cargas cíclicas reversibles que disminuyen la resistencia del nudo. Por todo esto, se recogen aquí las recomendaciones dadas tanto por los códigos, comités técnicos y algunos investigadores sobre:

- cortante horizontal actuante y resistente en el nudo,
- cortante vertical actuante y resistente en el nudo,
- armadura de Confinamiento en el nudo,
- control del deterioro de adherencia en el nudo,
- longitud de anclaje en nudos exteriores.

Se presentan resultados obtenidos en base a ensayos en una sola junta, sin contemplar la presencia de las vigas transversales y la losa, los mismos que se comparan con resultados en que se ha tomado en cuenta el acoplamiento de las vigas transversales y la losa.

Por otra parte, se indica la importancia en el comportamiento sísmico de las estructuras de la longitud de desarrollo, especialmente en columnas. De igual manera se presenta el resultado de un estudio experimental que cuestiona la longitud de desarrollo que recomienda el código A.C.I. 318-89.

Todo ésto tiene como objetivo saber encontrar cual es el modelo constitutivo que ha de utilizarse para definir la no linealidad de material de una estructura cuyos nudos han sido armados en forma defectuosa, producto de no haber diseñado el nudo, o que no satisface las longitudes de desarrollo en los redondos longitudinales de vigas y columnas. Para éste tipo de estructuras, el modelo constitutivo que se emplee deberá contemplar un gran deterioro de rigidez en la descarga, una gran pérdida de resistencia en un nuevo ciclo histerético, al igual que una pérdida de rigidez por efecto del cierre de grietas y deterioro de adherencia. Esta tarea es compleja y difícil si se toman en cuenta los pocos estudios experimentales que se han realizado en éste campo, pero que es necesaria para encontrar primeramente la respuesta no lineal y posteriormente para evaluar el índice de daño sísmico, lo único que realmente importa en ésta monografía.

Si por el contrario se tiene una estructura muy bien detallada, que cumple con todos los principios de diseño sísmico, ésta tendrá un buen comportamiento en el rango no lineal debido a la gran capacidad de disipación de energía, debido a la gran ductilidad que tienen sus elementos y a la adecuada resistencia del nudo. Todo ésto deberá estar reflejado en el modelo constitutivo que se utilice para definir la no linealidad del material, en los diagramas esfuerzo deformación utilizados para el comportamiento del hormigón y del acero. Es fundamental la selección en forma adecuada de éstos diagramas antes de proceder a evaluar el daño sísmico en estructuras de hormigón armado.

2.2 ACERO

En la actualidad existe una serie de redondos bajo las especificaciones A.S.T.M. El interés que se tiene está centrado en las propiedades de las curvas esfuerzo deformación mas no en los detalles particulares de cada uno. Para todos los aceros el módulo de elasticidad se puede considerar constante, $E_s = 2.04 \times 10^5$ MPa, existe muy poca variación como se verá posteriormente.

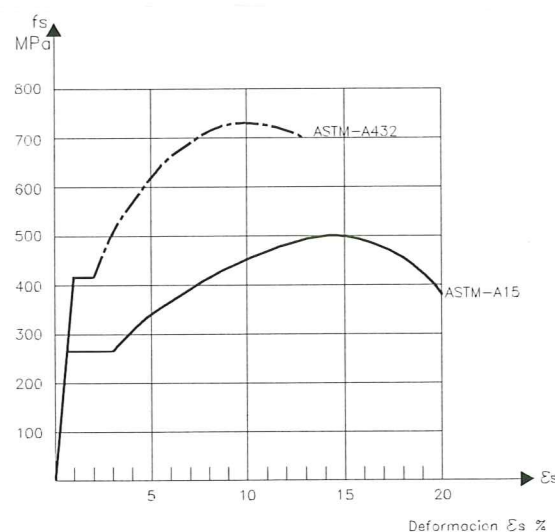


Figura 2.1 Relación esfuerzo deformación del acero.

Uno de los tipos de acero es el ASTM-A15, que es un acero de grado intermedio⁽¹⁾ con un punto de fluencia f_y de 280 MPa, antes de entrar en la zona de endurecimiento ofrece una marcada región horizontal llamada escalón de relajamiento o plataforma de fluencia. Su límite de resistencia f_{su} se encuentra alrededor de 500 MPa, fallando a una deformación ϵ_{su} de 0.2. El acero ASTM-A432, muy utilizado en las construcciones tiene una fluencia de 420 MPa y presenta una zona de relajamiento relativamente corta. En la figura 2.1 se indican las curvas esfuerzo deformación para estos dos tipos de acero.

Para el análisis o diseño es conveniente idealizar el perfil de la curva esfuerzo deformación. La forma más fácil de hacerlo es modelándolo como dos rectas; a este modelo se denomina elasto perfectamente plástico, en este caso se ignora la resistencia superior a la fluencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación. Para aceros de baja resistencia ésta simplificación es aceptable y en general el modelo es conservador.

El modelo trilineal indicado en la figura 2.2 es una idealización más exacta y sirve para cuando el elemento está sujeto a deformaciones mayores al nivel de fluencia; el modelo elasto plástico subestima el esfuerzo del acero a deformaciones elevadas lo que no ocurre con el modelo trilineal. Finalmente, si se desea mayor exactitud se puede trabajar con la curva completa del acero.

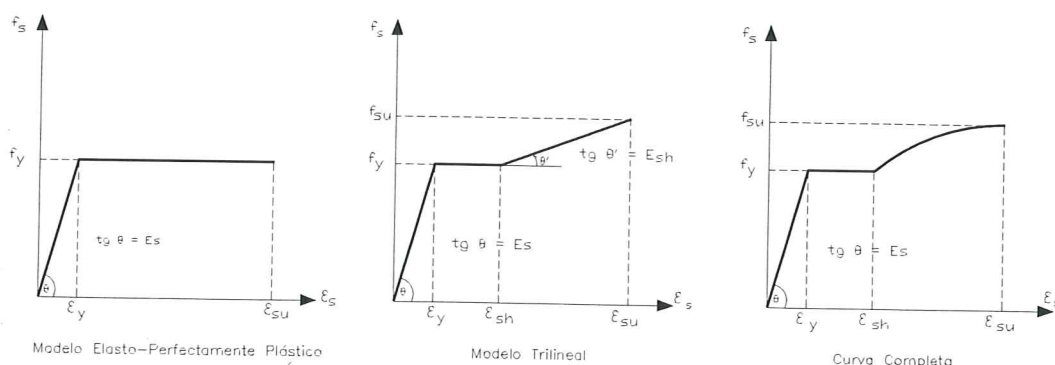


Figura 2.2 Idealizaciones de la curva esfuerzo deformación del acero.

2.2.1 Modelo trilineal

Para utilizar el modelo trilineal es necesario conocer los valores de los esfuerzos y deformaciones al inicio de la fluencia, ϵ_y , al del endurecimiento por deformación, ϵ_{sh} , y a la rotura ϵ_{su} . Ahmad y Shah^(2,3) presentan las siguientes ecuaciones para el cálculo de ϵ_{sh} , ϵ_{su} y f_{su} , para aceros con límite de fluencia mayor a 60 ksi.

$$\epsilon_{sh} = 0.0145 - 0.00009 f_y \quad (2.1)$$

$$\epsilon_{su} = 0.0867 - 0.00023 f_y \quad (2.2)$$

$$f_{su} = 73.20 + 0.523 f_y \quad (2.3)$$

Donde f_y viene dado en ksi (1ksi = 6.9 MPa). El valor de E_{sh} se obtiene en base a las variables presentadas en las ecuaciones (2.1) a (2.3) y conociendo el

valor de ϵ_y . El programa IDARC⁽⁷⁾ en su version 3.0 cuando no se especifica el valor del módulo de elasticidad en la zona de endurecimiento, E_{sh} , el programa lo evalúa dividiendo el valor de E_s para 60. El valor obtenido está en ksi. Por otra parte calcula $f_{su} = 1.4f_y$ y asume un valor de $\epsilon_{sh} = 0.03$, para el caso en que no se indican las variables anotadas.

2.2.2 Curva completa

La relación entre el esfuerzo y la deformación para las tres zonas del diagrama vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

$$f_s = E_s \times \epsilon_s \quad 0 < \epsilon_s \leq \epsilon_y \quad (2.4.a)$$

$$f_s = f_y \quad \epsilon_y < \epsilon_s \leq \epsilon_{sh} \quad (2.4.b)$$

$$f_s = f_y + Y(f_{su} - f_y) \quad \epsilon_s > \epsilon_{sh} \quad (2.4.c)$$

Ahmad y Shah⁽²⁾ definen la variable Y, correspondiente a la zona de endurecimiento de la siguiente manera:

$$Y = \frac{A \times X + (B - 1)X^2}{1 + (A - 2)X + B \times X^2} \quad (2.5)$$

$$X = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sh}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \quad (2.6)$$

las constantes A y B se han determinado experimentalmente y valen: A = 1.735 y B = 3.620. Por otra parte, Wang et al⁽⁴⁾ a la variable Y la definen así:

$$Y = \frac{A \times X + B \times X^2}{1 + C \times D + D \times X^2} \quad (2.7)$$

donde X está definida en la ecuación (2.6). En la Tabla 1 se presentan los valores de las constantes para diferentes tipos de aceros.

f_y	CARACTERISTICAS					CONSTANTES			
	f_{su}	ϵ_{sh}	ϵ_{su}	E_s	E_{sh}	A	B	C	D
60	104.6	0.0091	0.0729	29760	1222	1.74827	0.17367	-0.25173	1.17367
65	107.2	0.0086	0.0717	29490	1174	1.75624	-0.14564	-0.24376	0.85436
70	109.8	0.0082	0.0706	29220	1127	1.76682	-0.41659	-0.23317	0.58341
75	112.4	0.0077	0.0694	28940	1080	1.78052	-0.65519	-0.21948	0.34481

2.2.3 Comportamiento cíclico del acero

Las investigaciones realizadas por Soroushian et al^(5,6) indican que la resistencia del acero se incrementa significativamente si las tasas de deformación $\dot{\epsilon}$ son altas, las mismas que pueden esperarse durante un sismo severo. El modelo constitutivo propuesto por Soroushian⁽⁶⁾ para el comportamiento cíclico del acero es bilineal, y está definido por:

$$f_s(\epsilon, \dot{\epsilon}) = E_s \times \epsilon_s \quad \epsilon_s \leq \frac{f'_y}{E_s} \quad (2.8.1)$$

$$f_s(\epsilon, \dot{\epsilon}) = f'_y + E'_{sh} \left(\epsilon_s - \frac{f'_y}{E_s} \right) \quad \frac{f'_y}{E_s} < \epsilon_s < \epsilon'_{su} \quad (2.8.2)$$

donde f'_y es la fluencia dinámica del acero, E'_{sh} es el módulo de elasticidad dinámico de la zona de endurecimiento del acero y ϵ'_{su} es la deformación dinámica última del acero.

$$f'_y = f_y \left[-4.51 \times 10^{-6} f_y + 1.46 + (-9.20 \times 10^{-7} f_y + 0.0927) \log_{10} \dot{\epsilon} \right] \quad (2.9)$$

$$E'_{sh} = E_{sh} \left[2 \times 10^{-5} f_y + 0.0770 + (4 \times 10^{-6} f_y - 0.185) \log_{10} \dot{\epsilon} \right] \quad (2.10)$$

$$\epsilon'_{su} = \frac{f'_u - f'_y}{E'_{sh}} + \frac{f'_y}{E_s} \quad (2.11)$$

$$f'_u = -20 + 2.5 f_y + (-2.4 + 0.12 f_y) \log_{10} \dot{\epsilon} \quad (2.12)$$

En las ecuaciones (2.9) y (2.10) el valor de f_y viene en Psi, en cambio en la ecuación (2.12) f_y viene en ksi. En las ecuaciones indicadas $\dot{\epsilon}$ es la tasa de deformación y f'_u es el esfuerzo último del acero ante cargas dinámicas.

Las investigaciones realizadas^(5,6,8) muestran la posibilidad de incrementar la resistencia del acero en un 30% o más cuando la tasa de deformación excede 0.05 /s. Este incremento en resistencia puede provocar un fallo frágil y consecuentemente una reducción de la capacidad de disipación de energía de la estructura cuando este sometida a un sismo severo y de alta frecuencia.

2.3 HORMIGÓN

Las características de la curva esfuerzo-deformación para el hormigón son más complicadas ya que no tienen una forma definida como sucede con el acero, siendo dependiente de la duración de la carga y la calidad del material. La curva esfuerzo-deformación que se obtiene de muestras cilíndricas sometidas a esfuerzos compresivos longitudinales de corta duración y no confinadas radialmente se indica en la figura 2.3.

Se denomina f'_c a la resistencia máxima del hormigón; ϵ_o a la deformación asociada con la máxima resistencia y ϵ_u a la deformación máxima útil del hormigón. A continuación se procede a describir brevemente la curva esfuerzo deformación. Hasta aproximadamente el 50% de la resistencia a la compresión la curva es muy cercana a una línea recta; luego la pendiente decrece gradualmente hasta llegar a la máxima resistencia f'_c a una deformación ϵ_o , un valor común de ϵ_o es 0.002. Posteriormente cambia de signo la pendiente de la curva y se caracteriza porque a una deformación entre 0.003 y 0.004, valor de ϵ_u , se pueden observar a simple vista grietas longitudinales. Es importante destacar que el material puede todavía absorber carga en consecuencia puede todavía deformarse con una curva de pendiente suave⁽¹⁾, a esta zona se denomina de *tritramiento del hormigón* llegando a una deformación ϵ_{cu} que se encuentra entre 0.006 y 0.008. En ϵ_{cu} el hormigón es un aglomerado de pedazos de hormigón. Este punto se necesita definirlo para evaluar daño sísmico en estructuras de hormigón armado utilizando el modelo de Soo, Meyer y Shinozuka⁽⁹⁾.

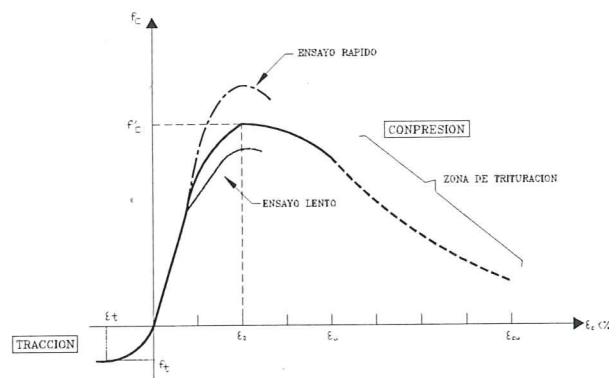


Figura 2.3 Relación esfuerzo deformación del hormigón.

Es bastante difícil la determinación de la resistencia máxima del hormigón a tracción f_t . El mismo que está comprendido entre $0.06f'_c$ y $0.10f'_c$, y está asociado a una deformación ϵ_t que puede considerarse igual a 0.0002.

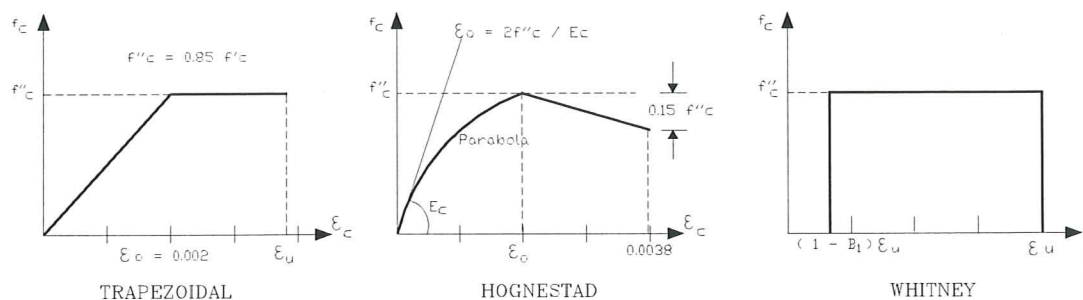


Figura 2.4 Modelos para el hormigón.

2.3.1 Modelos del hormigón no confinado

Existen algunos modelos mecánicos que definen el comportamiento del hormigón. Uno de ellos es el bloque trapezoidal o bloque de Jensen, es un diagrama bilineal que tiene una resistencia máxima de $0.85 f'_c$, es sencillo el modelo pero no está de acuerdo con la realidad. Un modelo más realista pero más complejo es el tipo parabólico utilizado por Hognestad en sus investigaciones, tiene una rama parabólica hasta ϵ_o y luego decae la resistencia linealmente. Otro modelo muy utilizado es el de Whitney o bloque rectangular adoptado por el Instituto Americano del Concreto, ACI.

En el bloque rectangular del ACI, β_1 vale 0.85 para hormigones con resistencia menor a 35 MPa.

2.3.2 Modelos del hormigón confinado

El iniciador del estudio del hormigón confinado fue Considère en 1903 en su estudio cualitativo y cuantitativo de las columnas zunchadas⁽¹⁾. Posteriormente la investigación realizada por Richart, Brandzaeg y Brown en 1928 tratan específicamente este problema⁽¹⁰⁾ y sirvieron de base para la ecuación propuesta por Park y Paulay⁽¹¹⁾ en 1975

$$f'_{cc} = f'_c + 2.05\rho_s f_y \quad (2.13)$$

donde f'_{cc} es la resistencia del hormigón confinado y ρ_s es la relación volumétrica del acero de confinamiento al núcleo del hormigón.

$$\rho_s = \frac{A_h \times P}{s \times A_{cc}} \quad (2.14)$$

siendo A_h el área de la sección transversal del refuerzo de confinamiento, P es el perímetro del núcleo de hormigón, s el espaciamiento del refuerzo transversal y A_{cc} es el área del núcleo de hormigón.

Por otra parte, al iniciarse el proceso de carga en una columna no se tiene ninguna presión lateral ya que el refuerzo transversal no entra en acción sino hasta que el hormigón empieza a expandirse lateralmente y se asume que la capacidad de la columna no cambia después de que el hormigón a perdido su recubrimiento. En consecuencia se tiene:

$$0.85 f'_c A_g = f'_{cc} A_{cc} \quad (2.15)$$

siendo A_g el área de la sección de hormigón. Al sustituir (2.13) en (2.15) se obtiene la resistencia modificada del hormigón a compresión f'_{cm} .

$$f'_{cm} = \frac{f'_c + 2.05\rho_s \times f_y}{0.85 \times A_g} \quad (2.16)$$

Existen algunos modelos para el hormigón confinado entre ellos se tiene el de Kent y Park⁽¹²⁾, que se va a estudiar con detenimiento, el bilineal de Roy y

Sozen⁽¹³⁾, la curva continua de Sargin⁽¹⁴⁾, etc. En la figura 2.5 se presenta el modelo de Kent y Park, las ecuaciones que definen el comportamiento, son:

$$f_c = f'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] \quad \epsilon_c < \epsilon_o \quad (2.17)$$

$$f_c = f'_c [1 - Z(\epsilon_c - \epsilon_o)] \quad \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \quad (2.18)$$

$$Z = \frac{0.5}{\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - \epsilon_o} \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{50u} = \frac{3 + \epsilon_o f'_c}{f'_c - 1000} \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s}} \quad (2.21)$$

en la ecuación (2.20) f'_c debe expresarse en psi, b'' es el ancho del núcleo confinado medido al exterior de los estribos. Nótese que la ecuación (2.17) supone que el refuerzo de confinamiento no afecta la curva hasta el valor de la resistencia máxima f'_c , aunque hay evidencias de que el refuerzo transversal provoca un aumento de la resistencia^(14,15) sin embargo este aumento puede ser muy pequeño o no existir, por ser conservadores se supone que no existe incremento de f'_c .

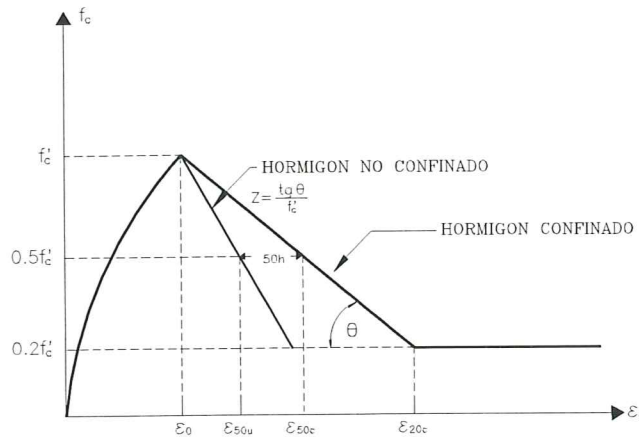


Figura 2.5 Curva esfuerzo deformación para hormigón confinado. Modelo de Kent y Park.

La variable Z define la pendiente de la rama descendente. Por otro lado, la ecuación (2.21) para ϵ_{50h} reporta la ductilidad adicional debida al refuerzo transversal^(13,15). En resumen en la rama descendente del hormigón se incluyen los efectos de confinamiento y a medida que este confinamiento se incrementa la deformación del hormigón también aumenta.

En algunas investigaciones⁽¹⁶⁾ se considera $Z = 250$ para hormigón no confinado y $Z = 80$ para hormigón confinado en el núcleo. Además se limita el valor de ϵ_u a 0.004 esto significa que la resistencia última del hormigón no llega a $0.2f'_c$ sino que tiene un valor mayor.

Uno de los trabajos para definir el comportamiento del hormigón confinado es el propuesto por Mander et al⁽¹⁷⁾, otro es el de Paulay y Priestley en 1992. En la investigación realizada por Mander et al⁽¹⁷⁾ el modelo que proponen para el comportamiento del hormigón confinado se indica en la figura 2.6.

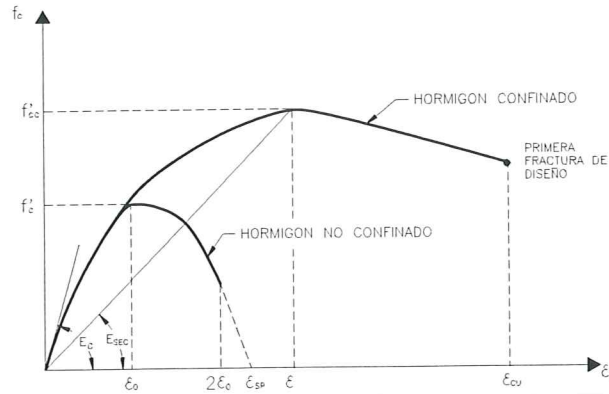


Figura 2.6 Curva esfuerzo deformación para cargas monotónicas del hormigón confinado. Modelo propuesto por Mander et al⁽¹⁷⁾.

La ecuación que define el comportamiento del hormigón para el modelo de Mander et al⁽¹⁷⁾, está basado en la ecuación propuesta por Popovics⁽¹⁸⁾ y es la siguiente:

$$f_c = \frac{f'_{cc} \times X \times r}{r - 1 + X^r} \quad (2.22)$$

como se indicó f'_{cc} es la resistencia del hormigón confinado y para el modelo en estudio está asociado a ϵ_{cc} . La variable $X = \epsilon_c / \epsilon_{cc}$.

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_o \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (2.23)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.24)$$

donde $E_c = 5000\sqrt{f'_c}$ (MPa) es el módulo de elasticidad tangente del hormigón, y $E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}}$. Para columnas circulares se tiene⁽¹⁷⁾ que:

$$f'_{cc} = f'_c \left(-1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_L}{f'_c}} - 2 \times \frac{f'_L}{f'_c} \right) \quad (2.25)$$

$$f'_L = \frac{1}{2} K_e \rho_s f_{yh} \quad (2.26)$$

$$K_e = \frac{1 - \frac{s'}{2d_s}}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.27)$$

siendo f'_L el esfuerzo lateral efectivo de confinamiento, K_e es el coeficiente de confinamiento efectivo, s' es la distancia libre entre estribos, s es la distancia

entre estribos medida de eje a eje, d_s es la distancia (diámetro) en la columna circular medida de eje a eje de los estribos.

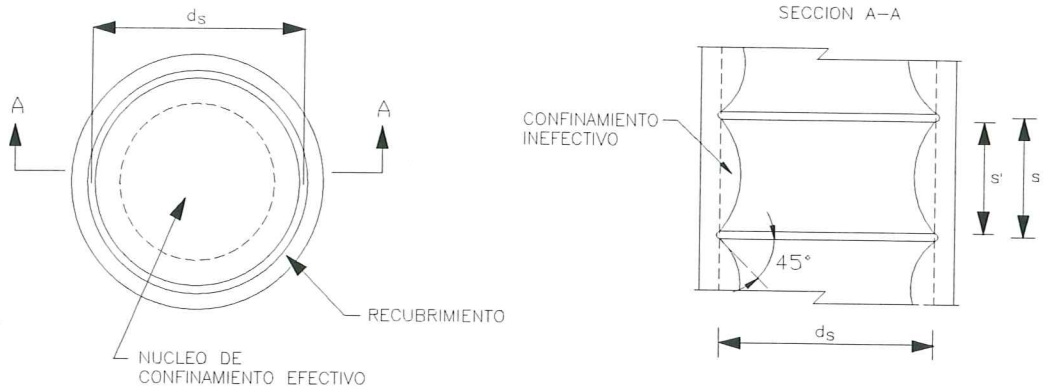


Figura 2.7 Núcleo de confinamiento efectivo para columnas circulares con refuerzo transversal.

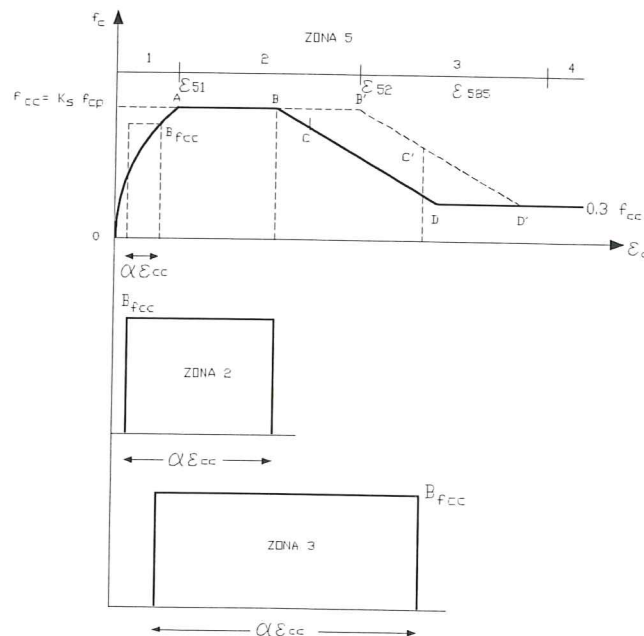


Figura 2.8 Curva esfuerzo deformación para hormigón confinado. Modelo de Sheikh y Uzumeri⁽¹⁹⁾.

Por otra parte, ρ_{cc} es la relación del área del refuerzo longitudinal de la columna al área del núcleo de hormigón confinado y f_{yh} es el esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal.

Finalmente, es interesante presentar el modelo desarrollado por Sheikh y Uzumeri^(19,20) para el comportamiento del hormigón confinado. Este modelo al igual que el de Mander et al ⁽¹⁷⁾ trabaja en función del núcleo efectivo de confinamiento el mismo que está en función de la distribución del refuerzo longitudinal y transversal. El modelo es similar en forma al de Kent y Park, desde luego con variantes. En la figura 2.8 se indica el modelo propuesto por Sheikh y Uzumeri.

Nótese que la curva esfuerzo deformación está dividida en cuatro zonas. Para fines prácticos se trabaja con las tres primeras. Lo interesante radica en que cada zona se obtiene un bloque rectangular equivalente de esfuerzos, similar al de Whitney.

2.3.3 Comportamiento cíclico del hormigón

En la figura 2.9 se indica el comportamiento cíclico del hormigón de acuerdo a las investigaciones realizadas por Sinha et al⁽²¹⁾ para tasas lentas de deformación. Esas pruebas y las de Karsan y Jirsa⁽²²⁾ demuestran que la curva envolvente es muy aproximada a la curva obtenida de una sola aplicación de carga continua.

Cuando la tasa de deformación es alta, la resistencia del hormigón considerando cargas cíclicas f'_{cd} es significativamente mayor que la resistencia del hormigón sin cargas cíclicas f'_c . Hay varias relaciones establecidas al respecto, entre ellas se tienen:

$$f'_{cd} = f'_c [1.48 + 0.160 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0127 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2] \quad (2.28)$$

$$f'_{cd} = f'_c [1.38 + 0.08 \log_{10} \dot{\epsilon}] \quad (2.29)$$

$$f'_{cd} = f'_c [1.17 + 0.173 \dot{\epsilon} + 0.06 \log_{10} \dot{\epsilon}] \quad (2.30)$$

la ecuación (2.28) fue propuesta por Soroushian⁽²³⁾, la (2.29) por Dilger et al⁽²⁴⁾ y la (2.30) por Seabold⁽²⁵⁾. Por otra parte f'_{cd} es la resistencia a la compresión dinámica, f'_c es la compresión estática para una tasa de deformación de 10^{-5} /s, y $\dot{\epsilon}$ es la tasa de deformación. Las ecuaciones (2.28) a (2.30) son para cualquier hormigón. Para hormigones secos y frescos, Soroushian⁽²³⁾ presenta las siguientes ecuaciones respectivamente.

$$f'_{cd} = f'_c [1.48 + 0.206 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0221 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2] \quad (2.31)$$

$$f'_{cd} = f'_c [2.54 + 0.580 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0543 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2] \quad (2.32)$$

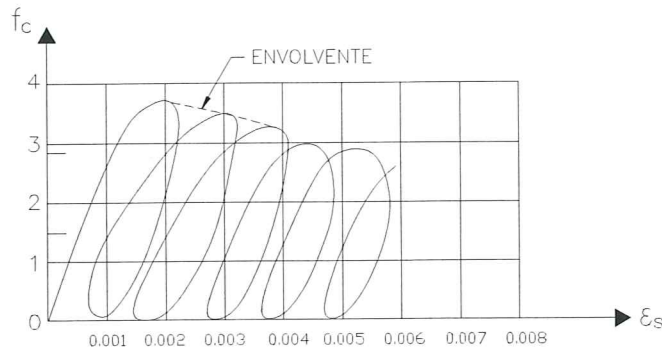


Figura 2.9 Curva esfuerzo deformación para el comportamiento cíclico del hormigón⁽²²⁾.

Con relación a la deformación ϵ_o . Dilger et al⁽²⁴⁾ consideran que la deformación debida a cargas cíclicas ϵ_{od} , decrece linealmente conforme aumenta la tasa de deformación. Obteniendo:

$$\epsilon_{od} = \epsilon_{os} \left[\frac{1.3 - 0.06 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.00007 f'_c}{1.6 + 0.00007 f'_c} \right] \quad (2.33)$$

donde ϵ_{od} es la deformación dinámica asociada a la máxima resistencia y ϵ_{os} es la deformación estática asociada a la máxima resistencia del hormigón. La ecuación que presenta Soroushian⁽²³⁾ es:

$$\epsilon_{od} = \epsilon_{os} \left[1.08 + 0.112 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0193 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \right] \quad (2.34)$$

la ecuación (2.34) presenta valores de ϵ_{od} menores a ϵ_{os} para tasas de deformación menores a 0.1 /s. Para valores superiores a esta cantidad el valor de ϵ_{od} se incrementa. Por otra parte Soroushian⁽²³⁾ presenta relaciones entre el módulo de elasticidad dinámico y el módulo de elasticidad estático pero calculando de dos formas: la primera obtiene el módulo de elasticidad tangente midiendo en el origen de coordenadas y la segunda encuentra el módulo de elasticidad secante asociado a una resistencia de $0.45 f'_c$. Los resultados encontrados, son

$$E_{cd} = E_{cs} \left[1.241 + 0.111 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.127 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \right] \quad (2.35)$$

$$E_{td} = E_{ts} \left[1.061 + 0.464 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.00683 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \right] \quad (2.36)$$

siendo E_{cd} el módulo de elasticidad dinámico secante, E_{cs} es el módulo de elasticidad estático secante, E_{td} es el módulo de elasticidad dinámico tangente, y E_{ts} es el módulo de elasticidad estático tangente. Comparando las ecuaciones (2.35) y (2.36) se concluye que en el módulo de elasticidad tangente la influencia de la carga cíclica es menor que en el módulo de elasticidad secante.

Finalmente, Soroushian^(23,26) en base a las investigaciones realizadas propone una modificación al modelo constitutivo de Kent y Park que solo contempla el confinamiento del hormigón de la siguiente manera:

- Para $\epsilon_c \leq \epsilon_o k_1 k_3$

$$f_c = k_1 k_2 f'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o k_1 k_3} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o k_1 k_3} \right)^2 \right] \quad (2.37)$$

- Para $\epsilon_c > \epsilon_o k_1 k_3$

$$f_c = k_1 k_2 f'_c [1 - Z(\epsilon_c - \epsilon_o k_1 k_3)] \geq 0.2 k_1 k_2 f'_c \quad (2.38)$$

$$k_1 = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f'_c} \quad (2.39)$$

el valor de k_2 está definido en las ecuaciones (2.28) para cualquier hormigón, en (2.31) para hormigones secos y en la (2.32) para hormigones frescos. En los tres casos k_2 es el coeficiente que multiplica a f'_c . El valor de k_3 es el coeficiente que multiplica a ϵ_{os} en la ecuación (2.34). Para tasas de deformación menores a $10^{-5}/s$ se tiene que $k_2 = k_3 = 1.0$. En la figura 2.10, se indica la forma del modelo propuesto por Soroushian^(23,26).

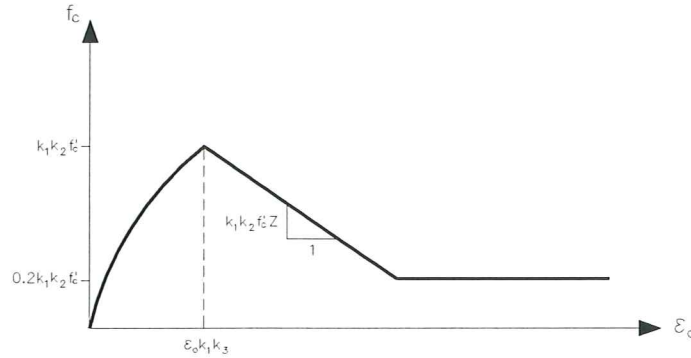


Figura 2.10 Relación esfuerzo deformación para hormigón confinado y considerando comportamiento cíclico. Propuesto por Soroushian^(23,26).

El valor de la variable Z es modificado unicamente en el valor de $\epsilon_o k_1 k_3$, quedando:

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + \epsilon_o f'_c}{f'_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s}} - \epsilon_o k_1 k_3} \quad (2.40)$$

2.4 RELACIONES MOMENTO CURVATURA PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO

La filosofía de diseño sismo resistente de edificios de hormigón armado está basada en el hecho de que la estructura al responder ante movimientos sísmicos fuertes trabaja en el rango inelástico dejando el rango elástico. Esta respuesta inelástica implica daño en la estructura y se busca principalmente en los efectos de flexión de los elementos. En la figura 2.11 se indica una curva típica de la relación momento curvatura para una viga.

Los diagramas momento curvatura de una sección permiten obtener la rigidez a flexión EI del elemento, permiten además encontrar la capacidad a flexión M_n y se puede calcular los diagramas de interacción momento-carga axial para secciones sujetas a combinaciones de carga axial y momento flector.

En la figura 2.11 se aprecia que son cinco los puntos que interesan del diagrama momento curvatura pero por ahora únicamente se analizarán los puntos: A, Y, y U. El punto A se alcanza cuando el hormigón a tracción alcanza su deformación máxima a tracción. El punto Y cuando el acero a tracción alcanza la fluencia, y el punto U cuando el hormigón a compresión llega a la deformación máxima útil. En consecuencia el diagrama se lo puede ver como formado por tres zonas: la primera antes de que se presente el agrietamiento del hormigón por

tracción, la segunda antes del punto de fluencia del acero de refuerzo colocado en la zona de tracción y la tercera zona en que se presenta un comportamiento dúctil desde el punto Y hasta el punto de máxima deformación del hormigón. En el capítulo tres se considera un nuevo punto dentro del diagrama, cual es el punto F que se denomina punto de fallo.

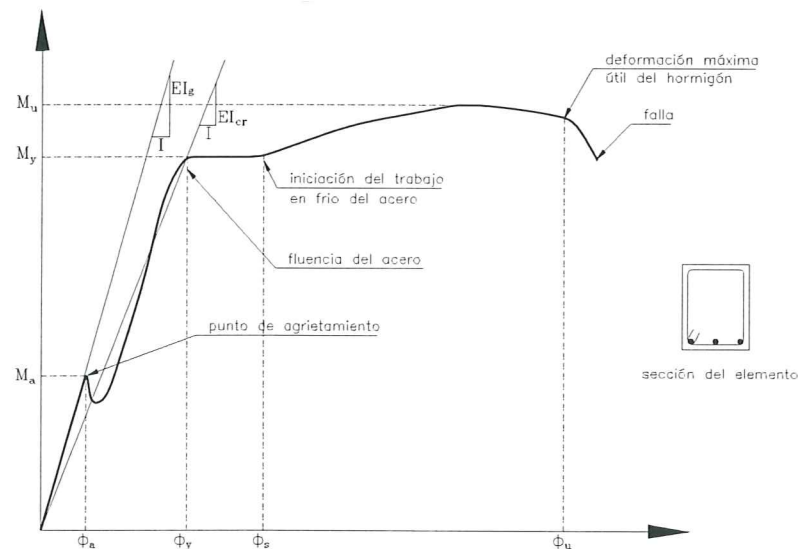


Figura 2.11 Relación momento curvatura típica de una viga de hormigón armado

En el cálculo no se incluye los efectos de deterioro de adherencia por ingreso en el rango no lineal del hormigón, lo propio el efecto de cortante elástico e inelástico.

2.4.1 Esquema de cálculo

Basicamente hay algunas formas de cálculo del diagrama momento curvatura pero todas ellas están basadas en los mismos principios que son:

- compatibilidad de deformaciones,
- equilibrio de fuerzas, y
- equilibrio de momentos.

El procedimiento de cálculo orientado a la elaboración de un programa, se indica a continuación

- i) Seleccionar un valor de deformación máxima del hormigón, ϵ_c , para obtener un punto del diagrama momento curvatura.
- ii) Imponerse una ubicación del eje neutro, y en base a esta ubicación trazar el perfil de deformación a lo largo de la profundidad de la sección.
Se supone que la deformación varía linealmente. Por medio de la compatibilidad de deformaciones se determina las deformaciones en cada fila de acero, ϵ_s , y en cualquier punto del hormigón.
- iii) Con las deformaciones obtenidas, se obtienen los correspondientes esfuerzos del acero y el hormigón en base a las curvas constitutivas de los respectivos materiales.
- iv) En función de los esfuerzos, se calculan las fuerzas que actúan sobre la

sección de acero y hormigón, multiplicando cada esfuerzo por su área respectiva.

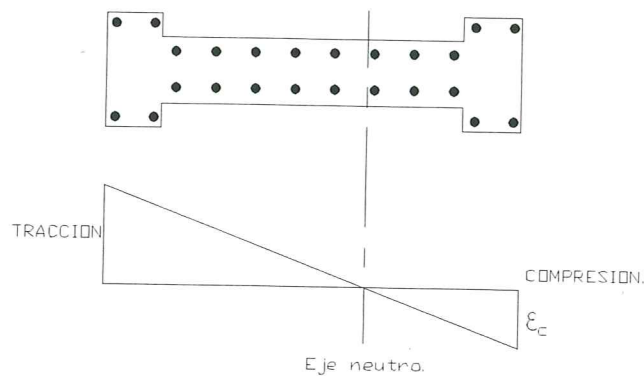


Figura 2.12a Diagrama de deformaciones.

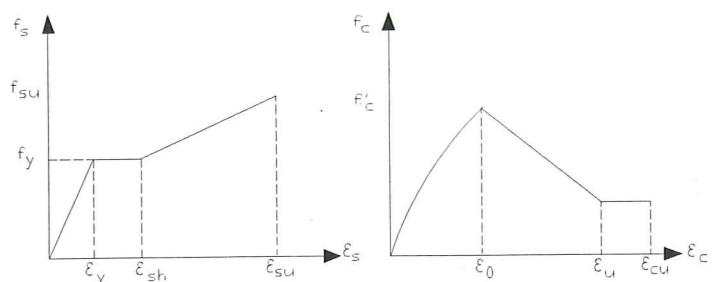


Figura 2.12b Curvas esfuerzo-deformación para el acero y el hormigón.

- v) La suma vectorial de las fuerzas representa la carga axial neta que gravita sobre la sección. Se ve que exista equilibrio de fuerzas, considerando la carga axial dada. Si no hay equilibrio se repite desde el paso 2 aumentando o disminuyendo la profundidad del eje neutro, según cual sea el caso. El cálculo es interactivo hasta tener equilibrio de fuerzas.

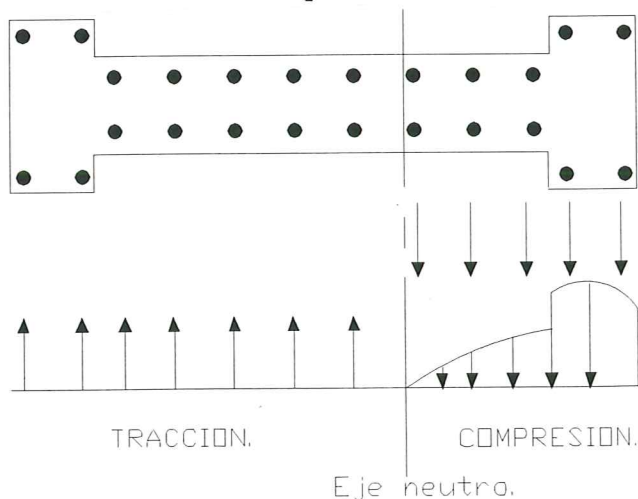


Figura 2.12c Fuerzas que actúan en la sección.

- vi) Por último, se obtiene el momento flector interno que corresponde a la última posición del eje neutro, multiplicando cada fuerza por su brazo respectivo, medido desde el eje de referencia al centroide plástico de la sección.

La curvatura se calcula como la razón de la deformación del hormigón ϵ_c , sobre la distancia al eje neutro.

De esta forma se obtiene un punto del diagrama envolvente momento curvatura. Para encontrar otro punto se impone un nuevo valor de ϵ_c y se repite del paso ii) al paso vi).

2.4.2 Método de dovelas

En el apartado anterior un punto de la envolvente de momentos se obtenía para un valor de deformación del hormigón a compresión ϵ_c , y luego se van encontrando otros puntos para otros valores de ϵ_c . En el método de las dovelas o método de las fibras^(7,28) un punto del diagrama corresponde a una curvatura dada y lo que se va incrementando es la curvatura para hallar otros puntos.

Las ideas generales del método fueron propuestas por Mander⁽²⁷⁾ y consiste en dividir la sección de hormigón en un número finito de elementos y las filas de refuerzo de acero estén completamente definidas. La deformación en una sección cualquiera, viene dada por:

$$\epsilon(z) = d\epsilon_o + zd\phi \quad (2.41)$$

donde $d\epsilon_o$ es la deformación en el centroide de la sección, z es la distancia medida desde el eje de referencia, si va al centro de una dovela se notará z_i y si va hasta una fila de acero será z_j y $d\phi$ es la curvatura de la sección para la que se está evaluando. La resultante de la carga axial N y momento M viene dada por:

$$N = \int E d\epsilon dA \quad (2.42)$$

$$M = \int E d\epsilon z dA \quad (2.43)$$

siendo E el respectivo módulo de elasticidad, si es del hormigón o del acero, según cual sea la fibra, $d\epsilon$ es la deformación de la fibra y dA es el area de la dovela de hormigón o el área de la fila de aceros.

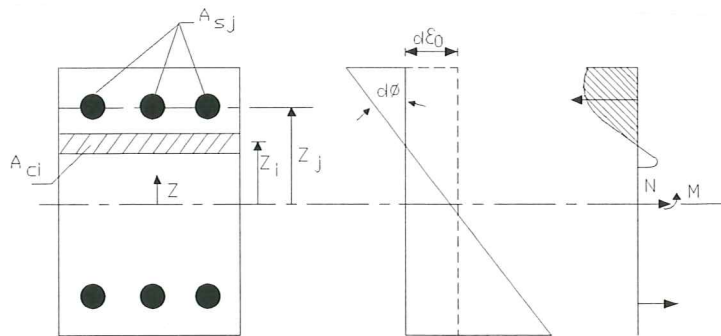


Figura 2.13 Detalle del modelo de las fibras en una sección.

Reemplazando (2.41) en (2.42) y sustituyendo la integral por la sumatoria, se tiene:

$$\Delta N = \left(\sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} \right) d\epsilon_o + \left(\sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} z_j \right) d\phi \quad (2.44)$$

donde NCC es el número de dovelas en que se ha dividido la sección transversal del hormigón y NSS es el número de filas de acero que se consideran en la sección. Por otra parte, f_{ci} , f_{si} son los esfuerzos en el hormigón y en el acero respectivamente. El procedimiento de cálculo a seguir es el siguiente

- i) Para un nuevo incremento de curvatura, se tiene:

$$d\phi_{i+1} = d\phi_i + \Delta\phi \quad (2.45)$$

- ii) El cambio en el centroide de deformación para equilibrio de fuerzas es determinado mediante la ecuación (2.44). En el primer paso se considera $\Delta N^* = P_o$; ΔN^* es igual a la carga axial que actúa en la sección y en los pasos subsiguientes $\Delta N^* = P_o - \Delta N$. El cálculo se realiza de la siguiente forma:

$$\Delta\epsilon_o = \frac{(\Delta N^* - E_x \Delta\phi)}{E_a} \quad (2.46)$$

$$E_a = \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} \quad (2.47)$$

$$E_x = \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} z_j \quad (2.48)$$

- iii) El incremento en la deformación centroidal calculado es sumado a la deformación $d\epsilon_o$, y se obtiene las deformaciones en cada dovela y fila de acero con la ecuación (2.41).

$$\begin{aligned} d\epsilon_o &= d\epsilon_o + \Delta\epsilon_o \\ \epsilon(z) &= d\epsilon_o + z d\phi \end{aligned} \quad (2.49)$$

- iv) Se obtiene la nueva carga axial y momento utilizando las ecuaciones (2.42) y (2.43) pero trabajando en forma discreta, primero con el hormigón y luego se suma la contribución del acero. Si la carga axial calculada N es aproximadamente igual (con un margen de tolerancia) a la carga P_o se procede con el cálculo, caso contrario se repite el proceso de cálculo desde el paso ii) considerando $\Delta\phi = 0$.

El procedimiento interactivo con el método de las dovelas converge rápidamente.

2.4.3 Aplicación al análisis no lineal

La no linealidad del material en estructuras de hormigón armado que contemplan los diferentes modelos constitutivos están basados en los diagramas momento curvatura y el análisis sísmico en el rango no lineal es muy dependiente del modelo hysterético que se utilice. Razón por la cual se debe definir con bastante precisión los puntos A, Y, y U que son los más utilizados.

Especial interés tiene la definición del punto Y, punto en el cual el elemento ingresa en el rango inelástico el mismo que demanda cierta dificultad si no se dispone de un programa de computación para su evaluación. En la figura 2.11 se observa que $EI_{cr} = M_y / \phi_y$, siendo EI_{cr} la rigidez a flexión correspondiente a la primera fluencia del acero a tensión. Al no disponer de un programa para evaluar M_y algunos códigos presentan fórmulas simplificadas de cálculo lo cual muestra la importancia del tema. Unicamente por indicar dos casos se indica a continuación la forma de evaluación propuesta por el código chino^(29,30) y por el American Concrete Institute ACI. Para vigas, el código chino TJ10-74 presenta las siguientes ecuaciones:

$$EI_{cr} = \frac{M_n}{\alpha \phi_y} \quad (2.50.a)$$

$$M_n = 0.875 f'_c b \zeta d^2 \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) + f'_y A'_s (d - d') \quad (2.50.b)$$

$$\zeta = \frac{f_y A_s - f'_y A'_s}{0.875 f'_c b d} \leq 0.55 \quad (2.50.c)$$

$$\alpha = 0.75 + 0.5 \frac{M}{M_n} \quad (2.50.d)$$

$$\phi_y d = (0.7 + 3.5 \zeta) \times 10^{-3} + \frac{f_y}{E_s} \quad (2.50.e)$$

donde A_s , A'_s son las armaduras a tracción y compresión respectivamente, f_y , f'_y la fluencia del acero a tracción y compresión, d es la altura efectiva de la sección, d' es la distancia del acero a compresión a la fibra extrema a compresión del hormigón, el producto ζd representa la altura del bloque rectangular a compresión, M_n es el momento nominal de la sección, y M es el máximo momento en el elemento en consideración.

Por otra parte, el código ACI-89⁽³¹⁾ presenta la siguiente ecuación para la evaluación de EI_{cr} .

$$EI_{cr} = E \times I_e \quad (2.51.a)$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (2.51.b)$$

Donde M_{cr} es el momento de agrietamiento del hormigón que se había llamado M_a pero en la ecuación (2.51.b) se mantiene la nomenclatura del ACI-89, aquí M_a es el máximo momento para el cual se desea calcular la deflexión en el

elemento, I_{cr} es el momento de inercia de la sección transformada agrietada (todo en concreto), I_g es el momento de inercia de la sección gruesa. La evaluación de EI_{cr} con la ecuación (2.51.a) es más laboriosa que al utilizar la ecuación (2.50.a).

Alwis⁽³²⁾ presenta formularios para evaluar en forma aproximada los puntos A, Y, y U de vigas rectangulares. En referencia (28) se indican formularios más completos para analizar vigas y columnas rectangulares. Por otra parte Davalath⁽³³⁾ presenta en forma detallada con diagramas de flujo el análisis y diseño de columnas circulares para poder presentar ecuaciones de cálculo simplifica el problema considerando que el acero tiene un comportamiento elasto perfectamente plástico y trabaja con el bloque rectangular del ACI para el comportamiento del hormigón.

Es muy larga la lista de investigadores que han trabajado y están trabajando en esta temática por la importancia del tema en el comportamiento inelástico de las estructuras. Es necesario indicar que es muy difícil presentar formularios para analizar elementos de hormigón armado considerando modelo trilineal o la curva real en el acero y considerando el confinamiento en el hormigón, factores que permiten predecir en forma adecuada la ductilidad por curvatura de la sección, lo mejor es contar con un programa que obtenga la envolvente del diagrama momento curvatura.

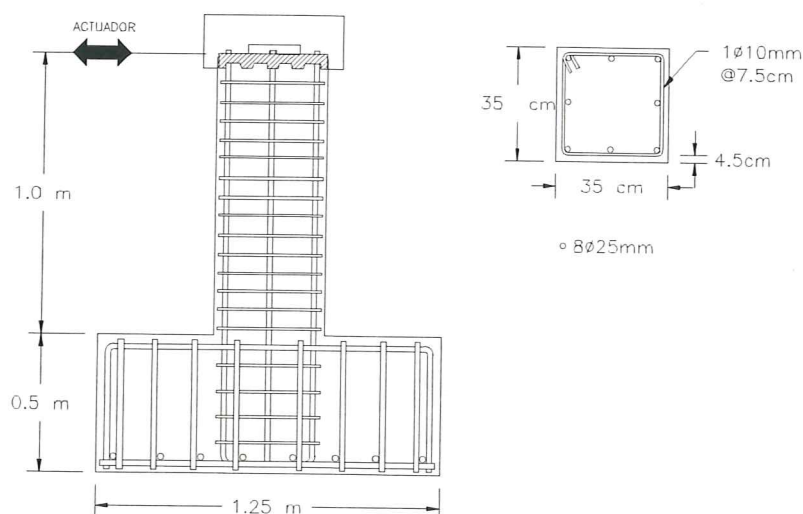


Figura 2.14 Columna sometida a un ensayo de flexión uniaxial bajo carga axial constante⁽³⁸⁾.

2.5 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO

El comportamiento descrito en los párrafos anteriores corresponde al caso de un elemento de hormigón reforzado sometido a cargas monotónicas crecientes en una dirección ha sido muy estudiado^(12,19,34) y se ha visto que la resistencia y la ductilidad se incrementan con el confinamiento del corazón del hormigón. Las investigaciones realizadas en la Universidad de Canterbury en Nueva Zelandia han reportado valiosa información sobre la resistencia y ductilidad de columnas

sometidas a cargas sísmicas^(35,36). Ahora cuando el elemento es sometido a cargas cíclicas y cuando trabaja en el rango no lineal existe en el elemento pérdida de rigidez en la descarga, pérdida de resistencia y lo que se denomina pinching behavior, efecto de cierre de grietas por corte.

2.5.1 Flexocompresión uniaxial

Varios son las investigaciones realizadas para definir el comportamiento de una columna de hormigón armado sometida a ensayos cíclicos en una dirección manteniendo la carga axial constante⁽³⁷⁻⁴³⁾ que se va a tratar en el presente numeral. La columna descrita en la figura 2.14 fue ensayada por Ozcebe y Saatcioglu⁽³⁸⁾ sometiendola a una historia de desplazamientos horizontales aplicados en la parte superior, la misma que se indica en la figura 2.15. La columna ensayada tiene una altura de 1.0 m y corresponde a la distancia desde la cimentación al punto de inflexión de una columna de planta baja. El refuerzo longitudinal está conformado por 8 redondos de 25mm de diámetro; la sección es cuadrada de 35 cm de lado.

El refuerzo transversal está constituido por un estribo cerrado de 10mm de diámetro a 7.5 cm. El hormigón utilizado tiene una resistencia a la compresión de 34.8 MPa, el refuerzo longitudinal tiene un límite de fluencia de 438 MPa y el refuerzo transversal tiene una fluencia de 470 MPa.

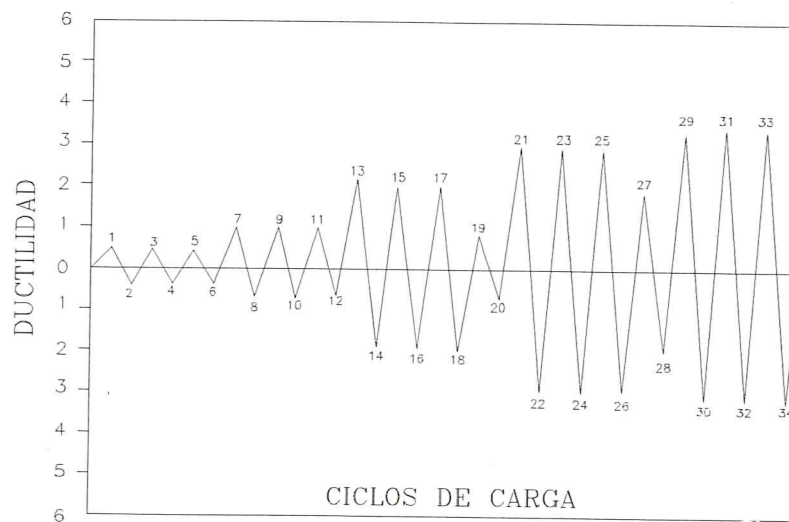


Figura 2.15 Secuencia de carga de desplazamientos horizontales

En el ensayo realizado por Ozcebe⁽³⁸⁾ se consideró una carga axial constante de 600 kN y se observó que la columna al final del tercer ciclo de desplazamiento $2\Delta_y$ pierde una resistencia del 30% la misma que se va incrementando posteriormente.

El comportamiento obtenido en el laboratorio se desea obtenerlo en el computador mediante un programa de análisis no lineal. Para lograr éste objetivo se trabajó con el modelo constitutivo del material de los tres parámetros⁽⁷⁾. Modificando las variables que definen la degradación de rigidez, pérdida de resistencia y cierre de grietas hasta obtener un comportamiento similar al encontrado en el laboratorio, el resultado obtenido se indica en la figura 2.16.

Posteriormente se analiza el comportamiento que se obtiene al incorporar dos refuerzos transversales adicionales como lo indica la figura 2.17 y al colocar estribos dobles como lo ilustra la figura 2.18. Todos los restantes datos se mantienen constantes: resistencia del hormigón, carga axial, fluencia del acero, etc. En las figuras 2.17 y 2.18 se observa que el comportamiento de la columna mejora y consecuentemente el daño disminuye con el mayor confinamiento.

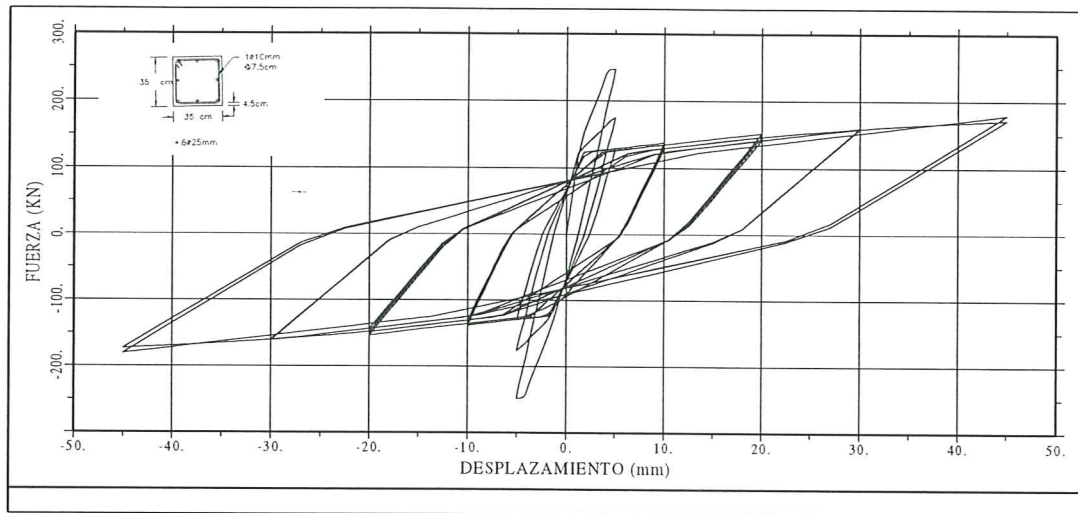


Figura 2.16 Relación fuerza-desplazamiento lateral en el tope de la columna que tiene estribos simples.

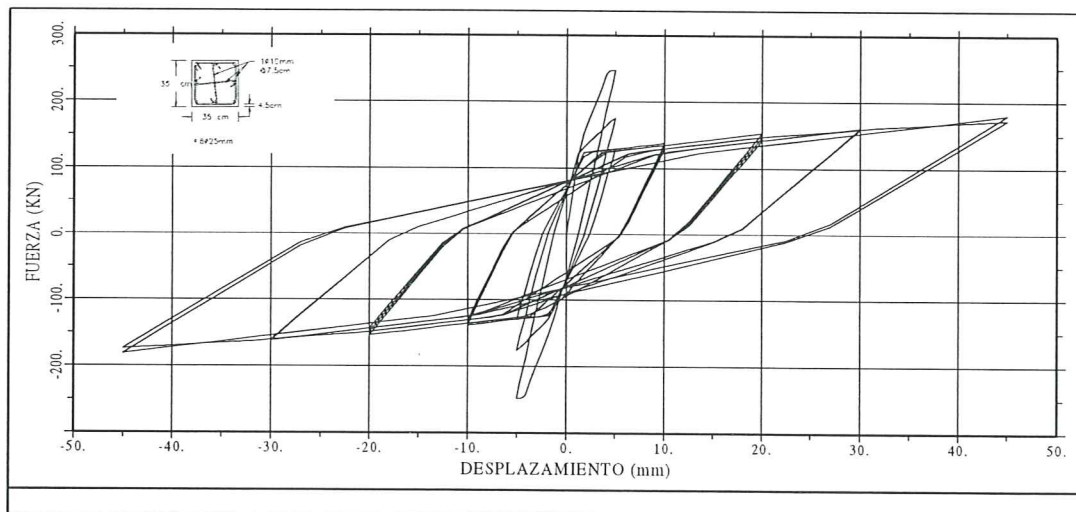


Figura 2.17 Relación fuerza-desplazamiento lateral en el tope de la columna que tiene estribo simple más doble vincha.

En la columna analizada la relación $N/(A_c f'_c)$ es de 0.14. Donde N es la carga axial (600 KN), A_c área transversal de la columna (122500 mm²) y f'_c la resistencia del hormigón (34.8 MPa). En la medida que ésta relación aumenta la degradación de resistencia con los ciclos de carga también aumenta⁽³⁷⁻³⁹⁾; sin embargo se destaca el papel fundamental que tiene el confinamiento en contrarrestar este efecto. Los estribos adecuadamente colocados y en cantidad suficiente disminuyen la pérdida de resistencia.

Por otra parte, en el estudio realizado se observó que conforme se incrementa el confinamiento, la energía disipada inelásticamente también aumenta

debido a que tiene mayor ductilidad la sección confinada. El aumento obtenido para el caso estudiado no es considerable entre uno y otro caso.

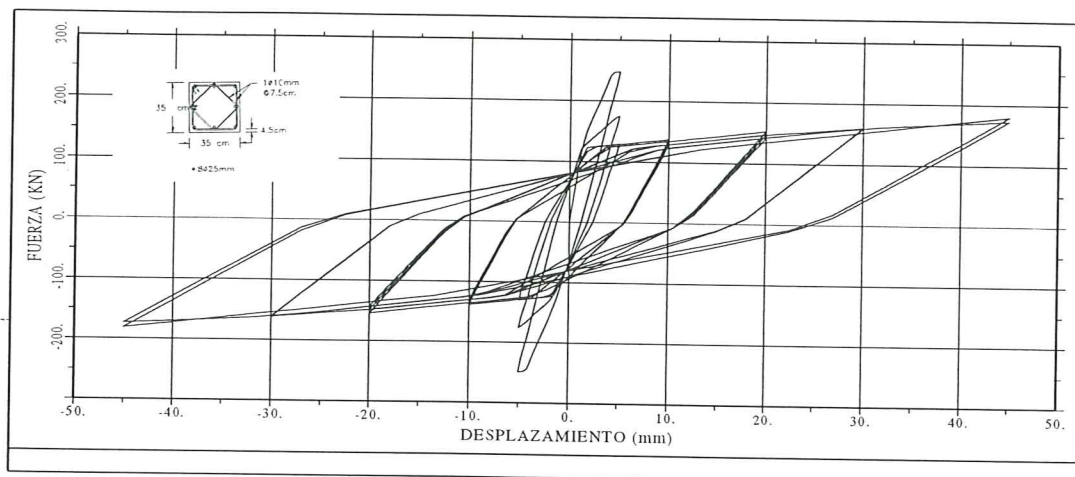


Figura 2.18 Relación fuerza-desplazamiento lateral en el tope de la columna que tiene estribos dobles

En las investigaciones realizadas⁽³⁸⁾ se ha visto que tienen un comportamiento muy similar secciones con refuerzo transversal en forma de vinchas con un ángulo de 135 grados en el un extremo y 90 grados en el otro, con secciones armadas con vinchas a 135 grados a los dos lados. De igual forma se observó que con el modelo de Sheikh y Uzumeri⁽¹⁹⁾ para definir el comportamiento del hormigón confinado se obtienen resultados que se aproximan mejor al ensayo realizado en relación a los que se obtuvo con el modelo de Kent y Park⁽¹²⁾. Realmente la diferencia es mínima y es más el modelo de Sheikh y Uzumeri reporta un mayor valor en la rotura que el obtenido en el ensayo.

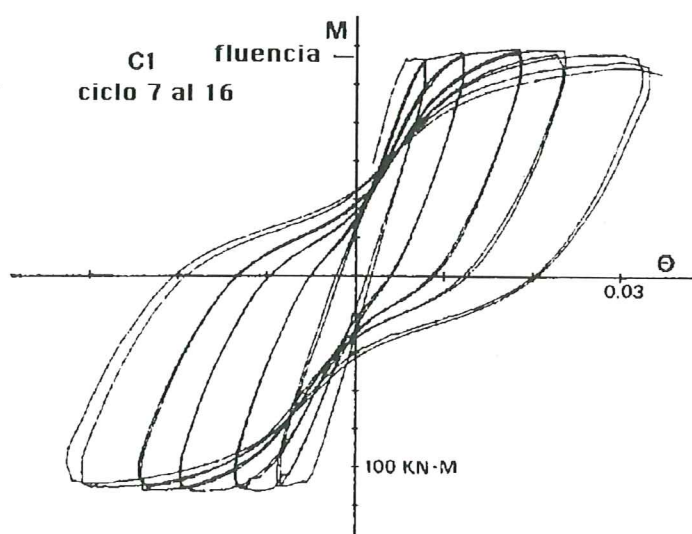


Figura 2.19 Relación momento rotación para carga axial constante. Abrams⁽⁴⁵⁾.

Se ha indicado el comportamiento de columnas sometidas a cargas laterales dinámicas reversibles en las cuales la carga axial permanece constante ahora bien las columnas de un edificio sometido a una acción sísmica están sujetos a carga

axial variable. Este efecto es importante en edificios altos de múltiples pisos en los cuales la fuerza axial cambia sustancialmente en las columnas exteriores de planta baja. A pesar de que existe investigación realizada al respecto^(44,45) poco se conoce sobre el comportamiento histéretico de estos elementos.

Uno de los trabajos más importantes para estudiar el comportamiento de flexión uniaxial con carga axial variable es el de Daniel Abrams⁽⁴⁵⁾ quien realizó 10 ensayos en columnas a escala natural de 1.60 m de alto con una sección transversal de 230mm \times 305mm con armadura longitudinal simétrica constituida por 4 hierros #6, y estribos #3. La columna se encuentra sobre una base de hormigón de 1.82m de alto por 0.76m de alto. La armadura longitudinal tiene una longitud de desarrollo de 0.50m. Los 10 ensayos se realizaron de la siguiente forma:

- i) Uno fue con carga axial constante. El diagrama momento rotación obtenido en este ensayo sirvió de comparación para los resultados que se obtuvieron con los otros ensayos, se indica en la figura 2.19. Se observa que el diagrama encontrado es simétrico.
- ii) Se han realizado seis ensayos con carga axial variable, la misma que varía directamente con el momento a flexión. En estos ensayos se observa en la figura 2.20, que la carga axial permanece relativamente constante después de entrar en el rango inelástico tanto en la carga como en la descarga lo que ocasionó que las columnas entren en fluencia a diferentes valores de momentos. Por otra parte es importante destacar que cuando la columna se está descargando axialmente esta responde más suavemente con valores de momentos más bajos a los que se tienen con carga axial constante; en cambio cuando recibe más carga axial en el rango inelástico el momento que absorbe la columna es mayor al obtenido con carga axial constante. Esto se debe a que cuando se está descargando la columna las grietas tardan mayor tiempo en cerrarse, en cambio cuando se está cargando la fuerza axial ayuda a que se cierren más rápidamente las grietas.

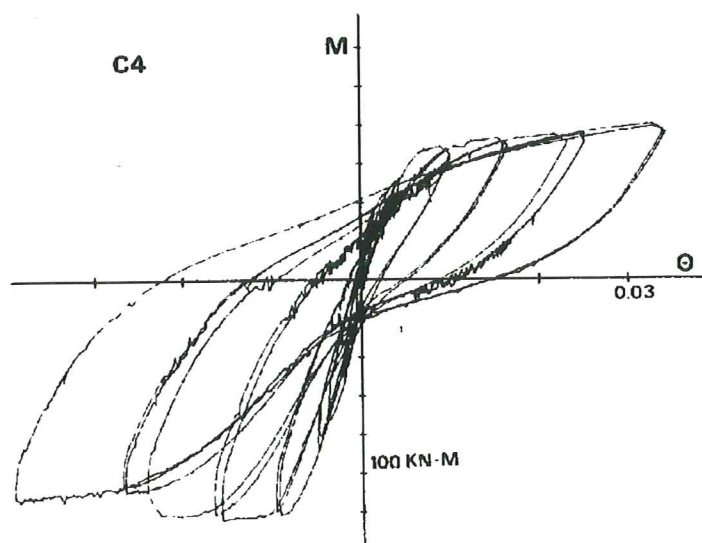


Figura 2.20 Relación momento rotación con carga axial variable proporcional al momento⁽⁴⁵⁾.

El comportamiento de la descarga puede atribuirse a:

- La compresión axial está siendo reducida y la ubicación del eje neutro se está moviendo hacia la fibra a compresión extrema consecuentemente el área efectiva de la sección agrietada está siendo reducida y se dispone de menos material efectivo para resistir flexión.
- Las reversiones de deformación fueron mayores debido a la variación de la fuerza axial y el refuerzo se encontraba en una rama con menor rigidez.
- Las grietas a flexión previamente abiertas fueron cerradas lentamente por que la compresión axial estaba siendo aligerada, adicionalmente en la cara opuesta se ampliaron rapidamente debido al desplazamiento continuo de la ubicación del eje neutro.

El efecto contrario se tiene cuando la carga axial se incrementa.

- iii) Tres ensayos se realizaron variando la fuerza axial con la deflexión lateral. En los ensayos realizados se observa en la figura 2.21, que el efecto de variación de la carga axial es menor para ciclos pequeños de deformación lateral. Por otro lado los especímenes cedieron a rotaciones ligeramente más pequeñas cuando la carga axial se estaba decrementando que cuando se incrementaba la carga axial.

Otros resultados destacados de los ensayos fueron :

- Las rigideces medidas fueron menores que los valores asumidos sobre la base de una sección agrietada.
- Las deflexiones laterales en promedio se midieron como aproximadamente el 20% del valor que pudo haberse calculado sobre la base de una sección gruesa.
- La flexibilidad adicional no fue debida a la fuerza axial pero si al deslizamiento del refuerzo el cual es omitido para todos los miembros y juntas de un pórtico.

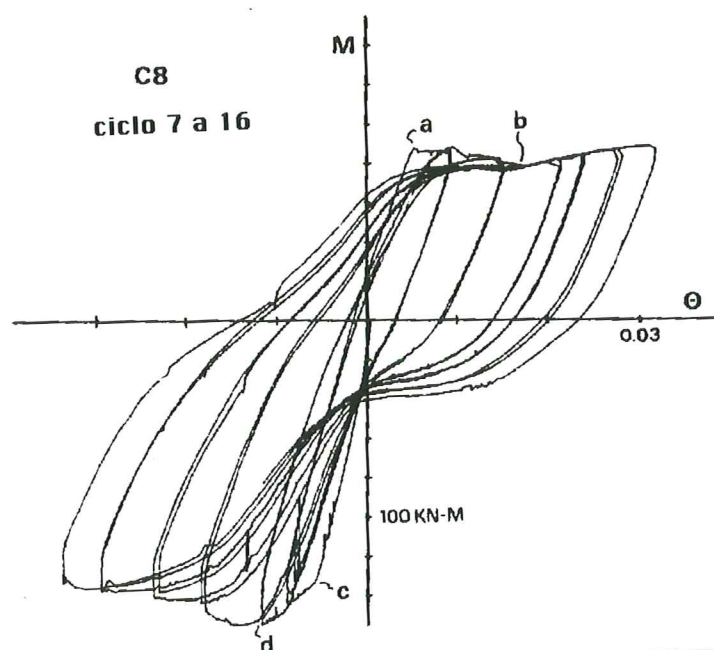


Figura 2.21 Relación momento rotacion variando la fuerza axial con la deflexión lateral⁽⁴⁵⁾.

En resumen se puede indicar que la variación de la carga axial en el comportamiento de flexión uniaxial puede influenciar en la variación de la resistencia, de la degradación de rigidez en la descarga y capacidad de deformación lateral.

Por otra parte, las relaciones momento rotación fueron asimétricas a pesar de que las secciones fueron simétricas y las deflexiones fueron iguales para cada dirección de movimiento. La forma del bucle histerético es influenciado por el rango de variación de la fuerza axial y la tasa de cambio de la fuerza axial con la deformación lateral.

La resistencia a flexión no son dependientes de la secuencia de carga axial pero si de la magnitud de la fuerza axial.

2.5.2 Flexocompresión biaxial

Las estructuras trabajan en tres dimensiones, de ahí la necesidad de estudiar el comportamiento biaxial de columnas de hormigón armado. Tarea bastante difícil por la complejidad de realizar los ensayos en laboratorio pero necesario toda vez que las pruebas experimentales han mostrado que las columnas cargadas en dos direcciones perpendiculares tienen un decaimiento pronunciado de la rigidez y resistencia a una tasa más rápida que con cargas uniaxiales.

Los efectos de la interacción de la flexión biaxial han sido estudiados por Aktan y Pecknold⁽⁴⁶⁾, Pecknold⁽⁴⁷⁾, Takizawa y Aoyama⁽⁴⁸⁾, entre otros. La necesidad surgió cuando al colocar carga oblicua sobre una sección se observó un agrietamiento y estallamiento del recubrimiento del hormigón.

Los modelos más sencillos para definir el comportamiento biaxial son los modelos bilineales (BL) que están basados en la teoría de la plasticidad. Existen algunos modelos desarrollados por Nigam⁽⁴⁹⁾, Toridis y Khozeimeh⁽⁵⁰⁾, Wen y Farhoomad⁽⁵¹⁾. Una forma típica de estos diagramas se presenta en la figura 2.22

Las falencias de los modelos bilineales, son:

- i) No tiene criterio de agrietamiento dentro del criterio de fluencia.
- ii) El criterio de fluencia se traslada en el espacio de momentos permaneciendo constante en tamaño y en forma.
- iii) No se incluye la degradación de la rigidez.

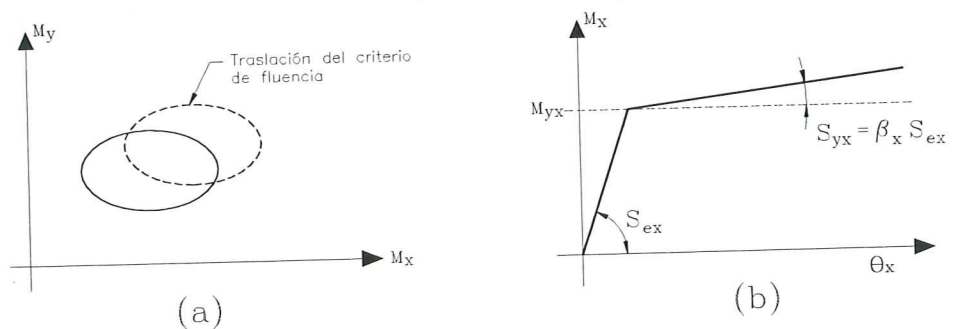


Figura 2.22 Modelo biaxial bilineal: a) traslación del criterio de fluencia en el espacio de momentos; b) relación momento rotación para la dirección X⁽⁵²⁾.

En la relación momento curvatura que se indica en la figura 2.22 (b) que

por cierto se obtiene para una carga axial constante. se tiene que S_{ex} es la rigidez elástica, S_{yx} Es la rigidez de fluencia, M_{yx} Momento de fluencia en la dirección x , θ_x es la rotación en sentido x .

S. Lai⁽⁵²⁾ ensayó seis columnas en el laboratorio y obtuvo un comportamiento real de las mismas, las cuales fueron comparadas con el comportamiento que reportan los modelos mecánicos. Concretamente comparó con el modelo bilineal BL, con el modelo trilineal TR y con el modelo triaxial de resorte LC. De los tres, el modelo bilineal BL fue el que más se apartó de la realidad.

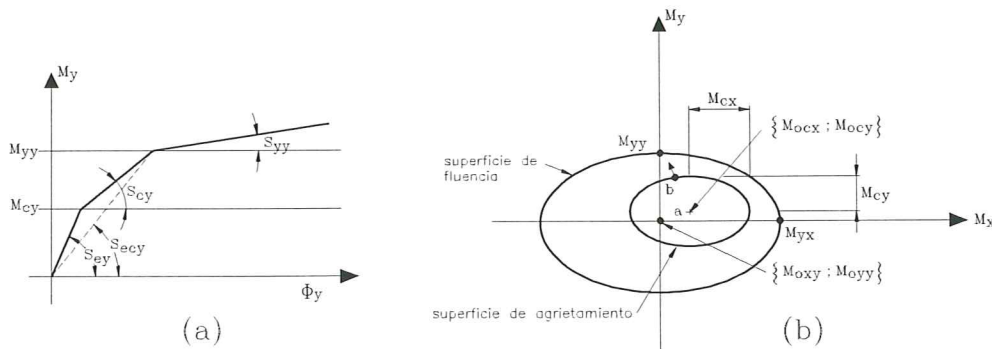


Figura 2.23 Modelo de degradación biaxial trilineal: a) curva base momento rotación para la dirección Y; b) criterio de agrietamiento y fluencia en el momento de espacio⁽⁵²⁾.

Takizawa y Aoyama⁽⁴⁸⁾, introducen el modelo Trilineal Biaxial con Degradación TR basados nuevamente en la teoría de la plasticidad. La forma del diagrama momento rotación para la dirección Y se presenta en la figura 2.23(a), donde M_{cy} es el momento de agrietamiento, M_{yy} es el momento de fluencia, θ_y es la rotación actuante en sentido Y, M_y es el momento actuante en sentido Y. S_{ey} es la rigidez elástica inicial, S_{cy} es la rigidez de agrietamiento, S_{ecy} es la rigidez secante de fluencia, S_{yy} es la rigidez de fluencia. En la figura 2.23(b) se presenta el modelo de espacio biaxial, el modelo consiste de dos superficies en forma de elipse, la interior define el criterio de agrietamiento y la exterior el criterio de fluencia.

En general se tiene que M_{oc} representa la ubicación actual de los criterios de agrietamiento y M_{oy} representa la ubicación actual de los criterios de fluencia. En la figura 2.23(b) a estas dos variables se añade la dirección en la cual actúa, lo propio se tiene con M_c que es el momento de agrietamiento y M_y el momento de fluencia. El modelo tiene diferentes rigideces y diferentes estados relacionados con puntos de los diagramas momento rotación en la base. Como se indicó el modelo contempla degradación de la rigidez la misma que depende de la deformación en cada una de las dos direcciones ortogonales; la elipse interior va cambiando de acuerdo a las solicitaciones.

En realidad es bastante complejo el modelo y computacionalmente demanda una cantidad apreciable de operaciones lo cual limita el uso en edificios con una gran número de elementos. Para definir el punto de agrietamiento en este modelo se recomienda utilizar las siguientes ecuaciones

$$M_c = \frac{1}{3} M_y \quad (2.52.a)$$

$$\theta_c = \frac{1}{6} \theta_y \quad (2.52.b)$$

En el estudio realizado por S. Lai⁽⁵²⁾ se observa que el modelo trilineal TR se aproxima bastante bien a los resultados experimentales sin embargo los ciclos histeréticos producidos parecen ser sensitivos al valor positivo del perfil de post fluencia seleccionado para las curvas base momento-rotación para ciertos tipos de rutas de desplazamientos biaxiales prescritos. Por otra parte, el modelo TR reporta mayor volumen de energía que el observado experimentalmente para un ciclo de pequeña amplitud que viene precedido por un ingreso en fluencia.

Lai, Will y Otani^(52,53) presentan el modelo triaxial de resorte LC para simular el comportamiento de columnas de hormigón reforzado con interacción fuerza axial, flexión biaxial y degradación de rigidez el cual tambien es aplicable a vigas con armadura asimétrica consiste en un elemento lineal, linealmente elástico colocado entre dos elementos inelásticos en los dos extremos del elemento. Cada extremo inelástico está constituido por 4 resortes efectivos para modelar el acero ubicados en los extremos de la sección y 5 resortes efectivos para modelar el hormigón, en total se necesitan 9 resortes en cada extremo. En los ensayos realizados por Lai⁽⁵²⁾ este fue el modelo que más se aproximó a los resultados de laboratorio. Un refinamiento a este modelo fue realizada por Ghusn y Saïidi⁽⁵⁴⁾ quienes consideran cuatro resortes compuestos en las esquinas de la sección para el comportamiento del hormigón y el acero más el resorte central del hormigón, por lo tanto se ha reducido de nueve a cinco resortes y se han obtenido resultados satisfactorios con este modelo como lo han reportado Li, Aoyama y Otani⁽⁵⁵⁾.

Por otro lado, existe otra corriente para definir el comportamiento biaxial de columnas ante acciones sísmicas de una manera más sencilla y está basada en la ecuación diferencial para sistemas histeréticos definida por:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + \alpha ku + (1 - \alpha)kZ = -m\ddot{x}_g \quad (2.53)$$

donde m, c, k son la masa, amortiguamiento viscoso y rigidez respectivamente, u, \dot{u}, \ddot{u} el desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema, Z es un parámetro histerético, α es un parámetro. Lo difícil y complejo es la forma como se define el parámetro histerético Z . Aquí se van a presentar algunas formulaciones al respecto. Y. Wen^(56,57) definen Z de la forma siguiente:

$$\dot{Z} = \dot{u} - 0.5\gamma(|\dot{u}|Z + \dot{u}|Z|) \quad (2.54.a)$$

$$\gamma = \frac{1 - \alpha}{\delta_M(\lambda - \alpha)} \quad (2.54.b)$$

$$\lambda = \frac{P_M}{K\delta_M} \quad (2.54.c)$$

siendo δ_M y P_M son las máximas respuestas alcanzadas. El parámetro α es la relación de la rigidez post fluencia, está en función de la energía máxima disipada,

de la respuesta pico y de λ . El modelo utilizado se conoce con el nombre de linealización equivalente y fue desarrollado a partir de sistemas histeréticos de vibraciones randómicas. En este modelo la fuerza restauradora se expresa como una combinación lineal de la fuerza elástica y de la fuerza plástica como lo indica la ecuación siguiente:

$$F = \alpha Ku + (1 - \alpha)KZ \quad (2.55)$$

En base al trabajo desarrollado por Park et al⁽⁵⁷⁾. Kunnath y Reinhorn⁽⁵⁸⁾ presentan la siguiente formulación para encontrar el parámetro histerético Z .

$$\dot{Z}_x = A\dot{u}_x - \beta|\dot{u}_x Z_x|Z_x - \gamma\dot{u}_x Z_x^2 - \beta|\dot{u}_y Z_y|Z_x - \gamma\dot{u}_y Z_x Z_y \quad (2.56)$$

$$\dot{Z}_y = A\dot{u}_y - \beta|\dot{u}_y Z_y|Z_y - \gamma\dot{u}_y Z_y^2 - \beta|\dot{u}_x Z_x|Z_y - \gamma\dot{u}_x Z_x Z_y \quad (2.57)$$

donde u_x, Z_x, u_y, Z_y son las componentes de desplazamiento y de los parámetros histeréticos en las direcciones x, e y respectivamente. Por otra parte A, β y γ son cantidades adimensionales que controlan la forma y magnitud del laso histerético. La relación entre momento y curvatura formulada por Kunnath y Reinhorn⁽⁵⁸⁾ viene dada de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} (EI)_x & 0 \\ 0 & (EI)_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + (1 - \alpha) \begin{pmatrix} M_x^y & 0 \\ 0 & M_y^y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_x \\ Z_y \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

siendo M_x^y y M_y^y los momentos de fluencia en la dirección x e y respectivamente. En este caso los parámetros histeréticos se calculan a partir de la solución del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales.

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}_x \\ \dot{Z}_y \end{pmatrix} = (A[I] - B[\Omega])[\Phi] \begin{pmatrix} \dot{\phi}_x \\ \dot{\phi}_y \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

siendo $[I]$ la matriz identidad, y

$$[\Phi] = \begin{pmatrix} \frac{1}{\phi_x^y} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\phi_y^y} \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

$$[\Omega] = \begin{pmatrix} Z_x^2[\text{Sgn}(\dot{\phi}_x Z_x) + 1] & Z_x Z_y[\text{Sgn}(\dot{\phi}_y Z_y) + 1] \\ Z_x Z_y[\text{Sgn}(\dot{\phi}_x Z_x) + 1] & Z_y^2[\text{Sgn}(\dot{\phi}_y Z_y) + 1] \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

donde ϕ_x^y, ϕ_y^y son las curvaturas de fluencia en las direcciones x e y, respectivamente, y

$$\text{Sgn}(\dot{\phi}_x Z_x) = 1 \quad \text{Si } \dot{\phi}_x Z_x > 0 \quad (2.62.a)$$

$$\text{Sgn}(\dot{\phi}_x Z_x) = -1 \quad \text{Si } \dot{\phi}_x Z_x < 0 \quad (2.62.b)$$

La formulación completa del modelo de Kunnath y Reinhorn se encuentra en referencia (58) e incluye degradación de rigidez y de resistencia.

Por otra parte, vale la pena indicar que Zahn, Park y Priestley⁽⁵⁹⁾ ensayaron cuatro columnas cuadradas las mismas que fueron cargadas diagonalmente a la sección; los resultados obtenidos fueron comparados con los reportes encontrados por Ang et al⁽⁶⁰⁾ en columnas cargadas uniaxialmente. La comparación teórica y experimental de la resistencia a flexión de las columnas⁽⁵⁹⁾ que tenían la misma cantidad de acero de confinamiento y nivel de carga axial indicó que hubo una muy pequeña diferencia entre las resistencia a flexión, para flexión alrededor de una sección diagonal y para flexión alrededor de un eje principal de la sección.

Por lo tanto, de manera diferente al caso de columnas de hormigón no confinado puede concluirse que para carga axial constante la superficie de interacción en el fallo de una columna de sección cuadrada confinada puede aproximarse con una elipse o por un círculo cuando $M_x = M_y$. En el mismo estudio⁽⁵⁹⁾ se encontró que la ductilidad a flexión disponible para columnas cuadradas para flexión alrededor de una sección diagonal se encontró ser no menor que para flexión similar alrededor de un eje principal.

Las cantidades de refuerzo transversal por confinamiento especificadas en los códigos derivadas para columnas con flexión uniaxial son igualmente efectivas para confinar columnas cargadas diagonalmente. Se destaca una vez más que se trabajó con columnas cuadradas. En los estudios realizados⁽⁵⁹⁾ en la Universidad de Canterbury, en la evaluación de la armadura de confinamiento para las columnas se incluye el efecto de la carga axial a diferencia del código ACI 318-83⁽³¹⁾. En efecto de acuerdo al código de Nueva Zelandia⁽⁶¹⁾, se tiene:

$$A_{sh} = 0.3 s_h h'' \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} \left(0.5 + 1.25 \frac{P_e}{\phi f'_c A_g} \right) \quad (2.63.a)$$

$$A_{sh} = 0.12 s_h h'' \frac{f'_c}{f_{yh}} \left(0.5 + 1.25 \frac{P_e}{\phi f'_c A_g} \right) \quad (2.63.b)$$

donde: A_{sh} es el área efectiva de estribos y vinchas en la dirección considerada con espaciamiento s_h , h'' es la dimensión del corazón del hormigón medido perpendicularmente a la dirección de cálculo de los estribos y desde los extremos de los estribos, A_g es el área gruesa de la sección de la columna, A_c es el área del corazón de la columna medido desde la parte exterior de los estribos, s_h es el espaciamiento de los estribos medido de centro a centro, f'_c es la resistencia del hormigón a la compresión, f_{yh} es el límite de fluencia de los estribos, P_e es la carga axial de compresión sobre la columna, ϕ es el factor de reducción de resistencia.

2.6 DISTRIBUCIÓN DE CURVATURA EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO

Cuando un elemento se encuentra en el rango elástico la variación de la curvatura es lineal y es proporcional al momento flector. En cambio cuando el elemento ingresa en el rango no lineal la variación de la curvatura es no lineal. Supongamos que al elemento de hormigón armado mostrado en la figura 2.24 se le carga más allá del rango elástico y se introducen esfuerzos en el acero por encima del esfuerzo de fluencia, el comportamiento que presenta éste elemento es el mostrado en la gráfica indicada.

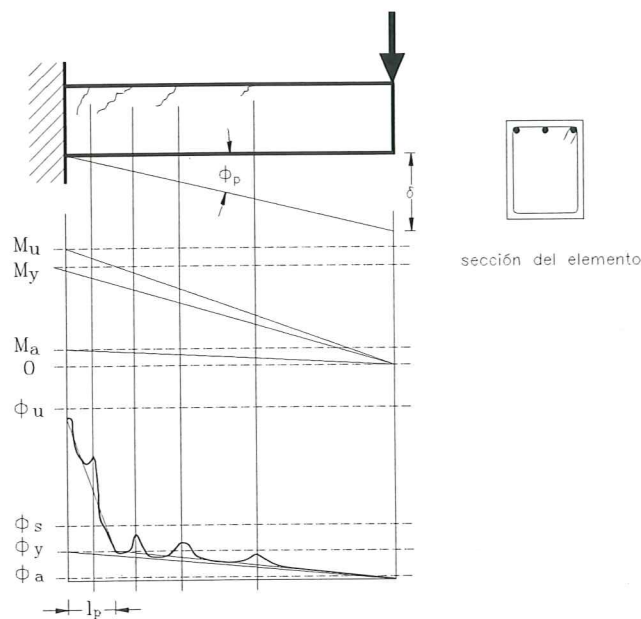


Figura 2.24 Distribución de la curvatura en una viga en voladizo que se lleva al colapso.

La región de curvatura inelástica se extiende sobre una longitud de la viga y esta región es al menos aquella donde el momento flector sobrepasa al momento de fluencia de la sección. La curvatura fluctúa debido a la mayor rigidez del elemento entre las grietas, cada uno de los picos de curvatura corresponde a una posición de grieta. Se puede idealizar la distribución de curvatura mediante dos rectas como lo indica la figura 2.24 de ésta forma se tiene definido una región elástica y una región inelástica. Por otra parte, se acostumbra trabajar con diagramas momento curvatura linealizados no con la envolvente de momentos. Por lo tanto asociado a una distribución lineal de curvatura es aceptable considerar una distribución lineal del diagrama de masas elásticas ($1/EI$).

2.6.1 Modelos de Inelasticidad

Para encontrar la respuesta no lineal de un sistema, actualmente se tienen dos tipos de modelos mecánicos: los de inelasticidad extendida y los de inelasticidad distribuida. Los modelos de inelasticidad extendida consideran que la zona inelástica se encuentra en una región determinada del elemento, en cambio los modelos de inelasticidad distribuida contemplan la posibilidad de daño a lo largo

del elemento. Los modelos de inelasticidad distribuida tienen una ventaja sobre los modelos de inelasticidad extendida y radica en el hecho de que permiten trabajar con cualquier distribución de momentos flectores en cambio los otros son apropiados para cargas sísmicas donde se sabe que los momentos flectores máximos se encuentran en los extremos y en consecuencia son esas regiones de momento máximo las que entran en el rango no lineal.

En los modelos de inelasticidad distribuida al elemento se lo subdivide en un número de sub-elementos pequeños, cada uno de ellos se representa por un resorte no lineal que responde a un modelo constitutivo del material, se determina el momento flector en el centro del sub-elemento y del modelo constitutivo o histerético respectivo se determina su rigidez. En estos modelos se generan grados de libertad adicionales en los resortes a rotación⁽⁶²⁾ con lo cual se incrementa notablemente el tiempo de procesamiento computacional pero pueden ser muy útiles en estructuras en las cuales la carga vertical que gravita en la estructura es significativa y genera momentos flectores de gran magnitud similares a los que produce la acción sísmica en este caso ya no se tiene un diagrama de momentos lineal en el elemento con valores máximos en los extremos. A estos modelos se les conoce también como modelos de resortes múltiples.

En los modelos de inelasticidad extendida, se considera que las zonas que van a entrar en el rango inelástico están en regiones definidas cuya longitud puede ir cambiando de acuerdo a la magnitud de los momentos flectores. Estas zonas normalmente corresponden a los extremos del elemento pero también puede incluirse como zona potencial de inelasticidad el centro de luz^(7,28,63). La matriz de rigidez de los elementos viene dada por la rigidez a flexión que tiene el elemento en estas zonas las mismas que se encuentran en base a los diagramas de los modelos constitutivos utilizados para la no linealidad del material. Los modelos que se exponen a continuación están dentro de los modelos de inelasticidad extendida.

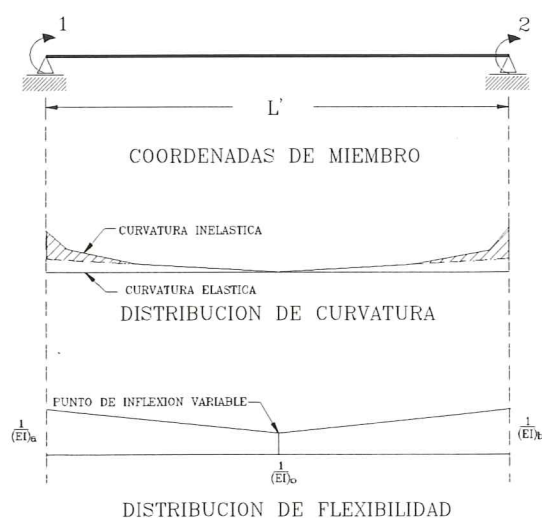


Figura 2.25 Modelo de inelasticidad extendida propuesto por Kunnath et al⁽⁶³⁾.

2.6.2 Variación de curvatura lineal

En la figura 2.25 se presenta el modelo de cálculo propuesto por Kunnath, Reinhorn y Park⁽⁶³⁾ para obtener primeramente la matriz de flexibilidad para las coordenadas del elemento indicadas en la gráfica. Como se aprecia la curvatura varía linealmente al igual que la rigidez a flexión (EI), se utilizan los subíndices a , b y o para identificar que corresponden al nudo inicial, final y punto de inflexión respectivamente. Por otra parte L' representa la longitud libre del elemento, sin tomar en cuenta las zonas rígidas de los nudos.

El modelo considera que la sección localizada en el punto de inflexión se encuentra en el rango elástico. La matriz de flexibilidad definida en forma incremental, es:

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta'_a \\ \Delta\theta'_b \end{pmatrix} = L' \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta M'_a \\ \Delta M'_b \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

donde $\Delta\theta'_a$ y $\Delta\theta'_b$ son las rotaciones incrementales asociadas a los momentos incrementales M'_a y M'_b . Es importante destacar que estas acciones son en la cara de los apoyos.

Kunnath et al⁽⁶³⁾ consideran dos casos, el primero cuando el punto de inflexión se encuentra dentro de la longitud del elemento, en éste caso se tiene doble curvatura y el segundo cuando el punto de inflexión se encuentra fuera del elemento, caso de simple curvatura. El último caso se presenta cuando ambos extremos del elemento han pasado el límite de fluencia. Para el caso de doble curvatura los elementos de la matriz de flexibilidad de miembro, son:

$$f_{11} = \frac{1}{12(EI)_a}(6\alpha - 4\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_b}(1 - 3\alpha + 3\alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_o}(3 - 3\alpha + \alpha^2) \quad (2.65.a)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{1}{12(EI)_a}(-2\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_b}(-1 + \alpha + \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_o}(-1 - \alpha + \alpha^2) \quad (2.65.b)$$

$$f_{22} = \frac{1}{12(EI)_a}\alpha^3 + \frac{1}{12(EI)_b}(3 - \alpha - \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_o}(1 + \alpha + \alpha^2) \quad (2.65.c)$$

$$\alpha = \frac{\Delta M_a}{\Delta M_a + \Delta M_b} \quad (2.66)$$

Una de las formas de controlar que el elemento no tiene punto de inflexión, es chequeando que $\Delta M_a = \Delta M_b = 0$ en este caso se han formado rótulas plásticas en sus extremos. En referencia (7) se considera que si el valor de α es menor a

0.2 se tomará $\alpha = 0.2$ y si el valor de α es mayor a 0.8 se considera $\alpha = 0.8$. Por otra parte para el caso de simple curvatura, se tiene:

$$f_{11} = \frac{1}{4(EI)_a} + \frac{1}{12(EI)_b} \quad (2.67.a)$$

$$f_{12} = f_{21} = -\frac{1}{12(EI)_a} - \frac{1}{12(EI)_b} \quad (2.67.b)$$

$$f_{22} = \frac{1}{12(EI)_a} + \frac{1}{4(EI)_b} \quad (2.67.c)$$

2.6.3 Variación de curvatura no lineal

Cuando se considera que la variación de la curvatura a lo largo del elemento es no lineal como se indica en la figura 2.26, la variación de la rigidez a flexión deja de ser lineal, es no lineal. Kunnath et al⁽⁶⁴⁾ consideran la siguiente variación de rigidez a flexión en el elemento:

$$(EI)_x = (EI)_a + \frac{x}{L}[(EI)_b - (EI)_a] \quad (2.67)$$

donde $(EI)_x$ es la rigidez a flexión en el punto x . La ecuación (2.67) establece que el valor de $(EI)_o$ es igual a la semisuma de las rigideces a flexión en los extremos del elemento y esto no siempre es cierto, cuando el punto de inflexión se encuentra en el centro de luz. Existen casos en que algún extremo se encuentre en el rango no lineal con una rigidez a flexión muy baja y todo el resto del elemento se encuentre en el rango elástico, aquí se está disminuyendo la rigidez que tiene en el punto de inflexión. Se considera que en el análisis no lineal se deben considerar tres puntos a saber: los extremos del elemento y el centro de luz; en consecuencia para los tres puntos se debe encontrar de los correspondientes modelos constitutivos la rigidez (EI) y se plantea la ecuación (2.68) para definir la inercia en un punto x .

$$\begin{aligned} (EI)_x = & (EI)_a \left(\frac{2x^2 - 3xL + L^2}{L^2} \right) + (EI)_o \left(\frac{4xL - 4x^2}{L^2} \right) \\ & + (EI)_b \left(\frac{2x^2 - xL}{L^2} \right) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Los términos de la matriz de flexibilidad se obtendrán evaluando las siguientes integrales:

$$f_{11} = \int_0^L \frac{1}{(EI)_x} \left(1 - 2\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (2.69.a)$$

$$f_{12} = -f_{21} = \int_0^L \frac{1}{(EI)_x} \left(-\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (2.69.b)$$

$$f_{22} = \int_0^L \frac{1}{(EI)_x} \left(\frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (2.69.c)$$

La matriz de rigidez del elemento \mathbf{K}_s para las dos coordenadas indicadas se obtiene invirtiendo la matriz de flexibilidad. Sea \mathbf{K}_s de la forma

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

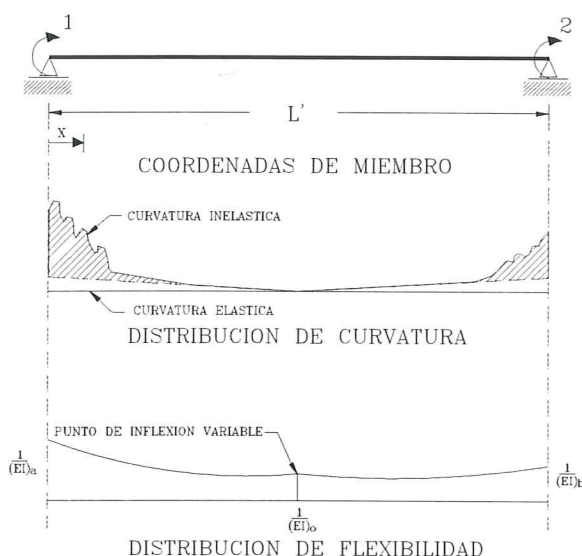


Figura 2.26 Modelo de Inelasticidad extendida considerando curvatura y rigidez a flexión variable en un elemento de sección constante.

Cuando en el nudo inicial se forma una rótula plástica, se debe condensar la matriz de rigidez a la coordenada rotacional del nudo final, quedando

$$\mathbf{K}_s = k_{22} - \frac{(k_{12})^2}{k_{11}} \quad (2.71.a)$$

en la ecuación (2.71.a) \mathbf{K}_s es una matriz de un solo elemento. Si la rótula plástica se forma en el nudo final, se tiene:

$$\mathbf{K}_s = k_{11} - \frac{(k_{12})^2}{k_{22}} \quad (2.71.b)$$

Finalmente, a partir de la matriz de rigidez \mathbf{K}_s se determina la matriz de rigidez para las coordenadas del elemento que se indican en la figura 2.30. El procedimiento de cálculo está descrito en referencia (65).

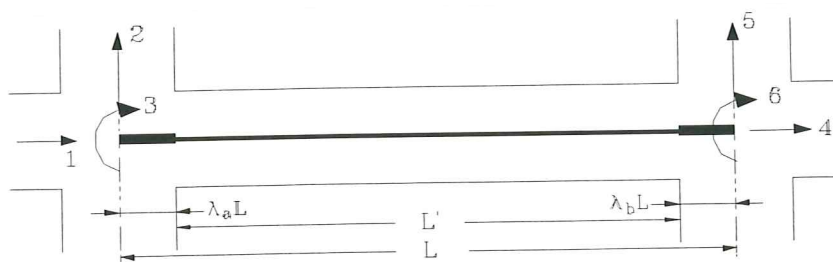


Figura 2.27 Matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales.

2.7 CONEXIONES VIGA-COLUMNA

En el pasado se distinguen dos filosofías para diseñar los nudos, la primera antes de 1977 donde realmente se tenía una gran cantidad de armadura concentrada en los nudos lo que ocasionaba una gran dificultad en colocar el hormigón a través de la armadura de confinamiento y la segunda a partir de 1977 donde se descongestiona la armadura del nudo para lo cual la sección se agranda, esto implica que los elementos que llegan al nudo incrementen sus dimensiones.

Las estructuras al entrar en el rango no lineal van a sufrir daño y se desea que el mismo se presente en las vigas más no en las columnas para lo cual se diseña con el criterio de columna fuerte viga débil; por otra parte se desea que el daño sea en la viga y más no en el nudo en consecuencia se aplicará el criterio de nudo fuerte viga débil.

En una estructura existente cuyos nudos no han sido diseñados en forma adecuada, en el modelo constitutivo del material a utilizar para el análisis no lineal se deberá penalizar el deterioro de rigidez en la descarga, la pérdida de resistencia y el efecto de cierre de grietas por corte. En algunas ocasiones se deberá trabajar con varios modelos constitutivos del material para una misma estructura, dependiendo de las características de la armadura de los nudos de ahí la gran necesidad de conocer más sobre el comportamiento sísmico de las conexiones viga-columna por una parte y tener un control para modificar los programas existentes que evalúan el daño para poder cambiar los modelos constitutivos que definen la no linealidad del material.

2.7.1 Cortante horizontal

En los nudos interiores de una estructura es necesario conocer el comportamiento del cortante horizontal que la acción sísmica transmite al nudo, es importante destacar que ante cargas verticales no es importante éste efecto ya que las fuerzas horizontales que gravitan sobre el nudo tienden a estar en equilibrio entre si, lo que no ocurre con la acción sísmica donde las fuerzas horizontales provenientes de las vigas que concurren a un nudo están en la misma dirección. Se debe chequear que el cortante actuante horizontal sea menor que el cortante resistente del nudo.

Se ha observado que parte de la losa contribuye en el cortante actuante de una conexión viga columna, su omisión conduce a una subvaloración del cortante horizontal aplicado. Para explicar lo expuesto se presenta brevemente el trabajo desarrollado por Zerbe y Durrani⁽⁶⁶⁾ quienes ensayaron cinco conexiones viga columna, la primera consiste de un pórtico plano compuesto por tres columnas de 58 in y dos vigas de 84 in cada una. Estas dimensiones se mantienen para los otros especímenes que se describirán posteriormente. A éste primer espécimen se denomina C, en las figuras posteriores en que se presentan los resultados. El segundo espécimen se denomina CTB y a la configuración del espécimen anterior se añade la presencia de vigas transversales. En el tercer espécimen, denominado CS1 se construye el pórtico con la losa. Los otros dos especímenes sirven para analizar el comportamiento aislado de un nudo interior y de un nudo exterior.

Los especímenes fueron sometidos a una historia de desplazamientos horizontales aplicados en la parte superior del pórtico, en total se sometió a 11 ciclos

de desplazamientos. Cada ciclo es un porcentaje de la deriva o distorsión de piso del pórtico. En la figura 2.28 se indican las curvas fuerza horizontal-deriva en los tres especímenes que tienen un acoplamiento estructural.

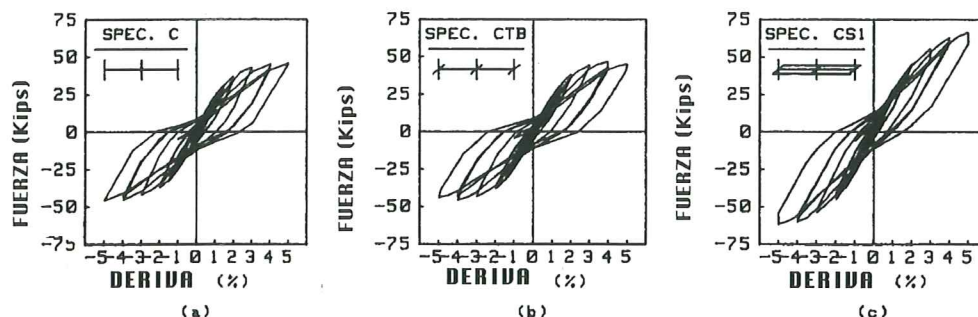


Figura 2.28 Relación fuerza-desplazamiento horizontal expresado como un porcentaje de la deriva para: (a) pórtico plano. (b) pórtico plano con vigas transversales y (c) pórtico plano con vigas transversales y losa⁽⁶⁶⁾

De las figuras 2.28.(a) y 2.28.(b) se aprecia que tienen un comportamiento similar, la carga pico ocurrió a un 4% de deriva y permanece constante hasta el fin de la prueba al 5% de deriva. Al comparar estas figuras con la figura 2.28.(c) se aprecia que el espécimen CS1 que está conformado por una losa construida monolíticamente con las vigas, la fuerza actuante en la losa se sigue incrementando y en el último ciclo de carga a una deriva del 5%, la diferencia de la fuerza actuante con respecto a los marcos sin losa llegó a ser del 40% aproximadamente. Esto pone en evidencia la necesidad de incluir en el control del cortante horizontal actuante, parte de la losa.

La pérdida de rigidez en el sistema pórtico con losa, espécimen CS1 fue menor que en los otros dos casos cuando no se tiene la losa como se observa en la figura 2.29. Al final del ciclo 11 la pérdida de rigidez fue de alrededor del 50% en los sistemas sin losa, en cambio en el sistema con losa fue de un 30%. La continuidad del sistema con la losa ayudó a reducir la pérdida de rigidez.

La rigidez fue calculada como la curva promedio de las dos líneas que se forman al unir los puntos de carga cero a los picos positivo y negativo de los ciclos de desplazamiento 1% de la deriva, que fueron los ciclos 3, 7 y 11 en los ensayos. Evidentemente el acero en el interior de la junta de la losa con vigas sufrió mayor deformación que en los otros casos como se aprecia en la figura 2.30. Por otra parte, la energía disipada por los tres especímenes fue la misma hasta una deriva del 4%, a pesar de tener una diferencia significativa en sus resistencias. Más allá de éste nivel de deriva el sistema losa viga disipó más energía que los dos especímenes sin losa. La disipación adicional es atribuida a grietas torsionales en las vigas transversales en las conexiones exteriores, las cuales se volvieron significativas a la deriva del 4%.

Existen algunos trabajos que definen el ancho efectivo de losa que debe ser considerado para el análisis de la conexión viga columna. Park y Paulay⁽⁶⁷⁾ sugieren que el ancho efectivo sea igual al ancho de la columna b_c más 8 veces el espesor de la loseta h_s a cada lado, en el caso de juntas interiores para el caso de nudos exteriores se reduce a $b_c + 4h_s$. La mayor parte de trabajos definen

el ancho efectivo en función de la deriva, mientras mayor es la deriva permitida mayor es el ancho efectivo; un valor límite aceptable de la deriva es del 3% para este valor Zerbe y Durrani⁽⁶⁶⁾ recomiendan que el ancho efectivo sea igual al ancho de la viga más dos veces a cada lado la altura de la viga para el caso de nudos interiores.

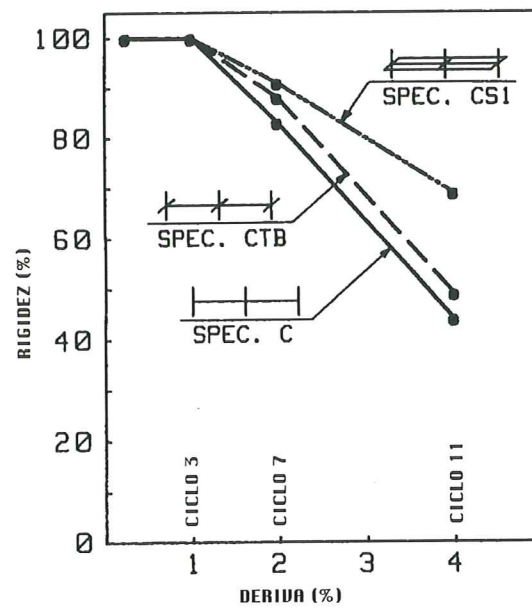


Figura 2.29 Comparación de la degradación de rigidez en conexiones múltiples⁽⁶⁶⁾

En conexiones exteriores, si el momento torsionante inducido en las vigas transversales por tensión en el refuerzo de la losa dentro del ancho efectivo de losa excede sus resistencias torsionales el ancho efectivo debe reducirse a una profundidad de la viga, a cada lado. En base a este ancho efectivo se calculará la capacidad a flexión negativa de las vigas.

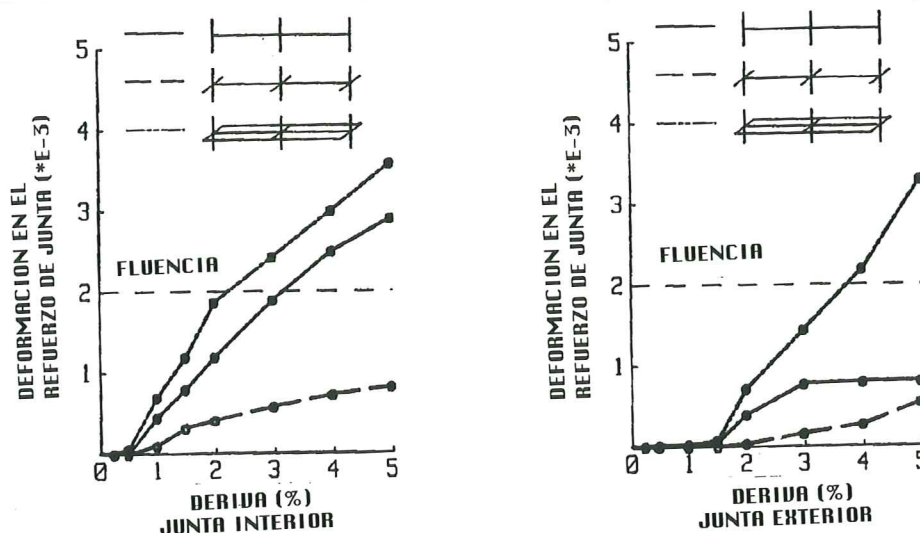


Figura 2.30 Deformación en el acero de las juntas para sistemas de conexiones múltiples⁽⁶⁶⁾

Cuando se calcula el cortante horizontal en la junta el refuerzo de la losa dentro del ancho efectivo de la losa debe ser considerado junto con el refuerzo superior de la viga. Si bien el refuerzo de la losa no pasa a travéz de la junta, la fuerza a compresión en el hormigón que equilibra la tensión en el acero superior es directamente aplicado en la junta de esta forma el cortante actuante será más alto que el que prescrito por el Comité 352 del ACI⁽⁶⁸⁾.

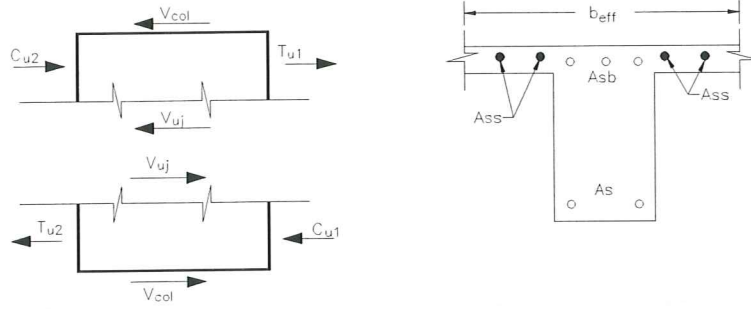


Figura 2.31 Evaluación del cortante horizontal actuante en la junta⁽⁶⁶⁾.

$$V_{jh} = T_{u1} + C_{u2} - V_{col} \quad (2.72.a)$$

$$T_{u1} = A_{sb} \alpha f_{yb} + 2A_{ss} \alpha f_{ys} \quad (2.72.b)$$

$$C_{u2} = T_{u2} = A_s \alpha f_{yb} \quad (2.72.c)$$

$$V_{col} = \frac{M_1 + M_2}{H} \quad (2.72.d)$$

Donde V_{jh} es el cortante horizontal en la junta; A_{sb} , A_s , A_{ss} armadura superior e inferior de la viga y armadura de la losa en el ancho efectivo, respectivamente, f_{yb} , f_{ys} límite de fluencia del acero de la viga y de la losa, M_1 , M_2 capacidad a flexión positiva y negativa de las vigas en el rango inelástico, H es la distancia entre puntos de inflexión en una columna, V_{col} es el cortante en la columna superior, si no existe carga axial en la viga será igual al cortante en la columna inferior, α factor que toma en cuenta la zona de endurecimiento del acero, el comité 352 del ACI considera $\alpha = 1.25$ Las recomendaciones formuladas por el NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ establecen que $\alpha = 1.4$

Por otra parte, existen trabajos que evalúan el cortante transmitido al nudo, sin contar con el aporte de la losa^(69,70). Las ecuaciones a las que se llegan son las siguientes:

$$V_{jh} = 2(A - B) \quad \text{Nudos interiores} \quad (2.73.a)$$

$$V_{jh} = A - B \quad \text{Nudos exteriores} \quad (2.73.b)$$

$$V_{jh} = 2A - B \quad \text{Nudos interiores de piso superior} \quad (2.73.c)$$

$$V_{jh} = A - \frac{B}{2} \quad \text{Nudos exteriores de piso superior} \quad (2.73.d)$$

$$A = \frac{M_b}{Z_b} \quad (2.73.e)$$

$$B = \frac{M_b}{L_c \left(1 - \frac{h_c}{L_b}\right)} \quad (2.73.f)$$

donde M_b es la capacidad a flexión de las vigas que llegan al nudo en la dirección analizada, Z_b distancia entre el refuerzo longitudinal positivo y negativo de una viga, L_c, L_b es la distancia entre puntos de inflexión de una columna y viga respectivamente, h_c altura de la sección de la columna. Se debe resaltar que el Comité 352 del ACI⁽⁶⁸⁾ no formula ecuaciones de cálculo del cortante horizontal para los nudos del piso superior.

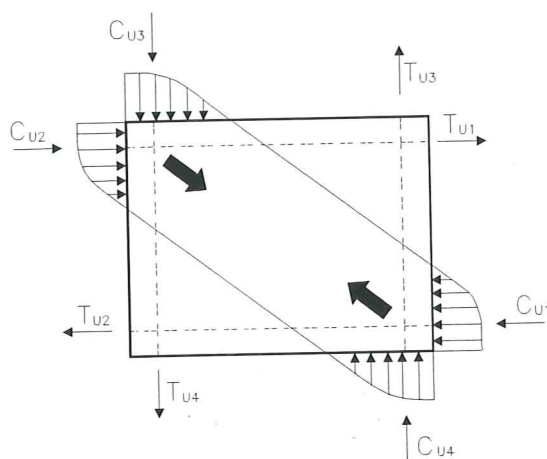


Figura 2.32 Transmisión del cortante a la junta. Analogía del puntal.

Si el nudo de la figura 2.31 se lo ve de otra forma como lo indica la figura 2.32 para presentar la analogía del Puntal, se observa que los cortantes aplicados en los bordes de las vigas y columnas son transferidos a la junta por medio de un campo de compresión diagonal. De acuerdo al presente modelo el refuerzo transversal del nudo no colabora adecuadamente para resistir las fuerzas cortantes horizontales es más el refuerzo cortante en la junta se requiere para sostener el campo de compresión diagonal antes que para proveer confinamiento al hormigón comprimido en el corazón de la junta⁽⁶⁹⁾. Por lo tanto la resistencia al corte del nudo se reduce a capacidad cortante del hormigón.

El código ACI 318-89⁽³¹⁾ recomienda que el cortante horizontal resistente de un nudo V_{nj} sea:

$$V_{nj} = 9\sqrt{f'_c}A_j \quad \text{Para nudos confinados} \quad (2.74.a)$$

$$V_{nj} = 6.757\sqrt{f'_c}A_j \quad \text{Para nudos no confinados} \quad (2.74.b)$$

$$A_j = b_j h_c \quad (2.74.c)$$

$$b_j = b_v + 2X_1 \quad (2.74.d)$$

$$b_j = b_v + 2X_2 \quad (2.74.e)$$

donde A_j es el área mínima de la sección horizontal que resiste al corte en el nudo en cm^2 , la resistencia del hormigón viene dada en kg/cm^2 . Por otra parte, h_c es la altura de la sección transversal de la columna, b_v es el ancho de la viga, X_1, X_2 son las distancias del borde de la viga al extremo de la columna. Se

considerará el menor valor de las ecuaciones (2.74.d) y (2.74.e). En referencia (71) se propone una forma de cálculo de A_j la misma que se indica en la figura 2.33.

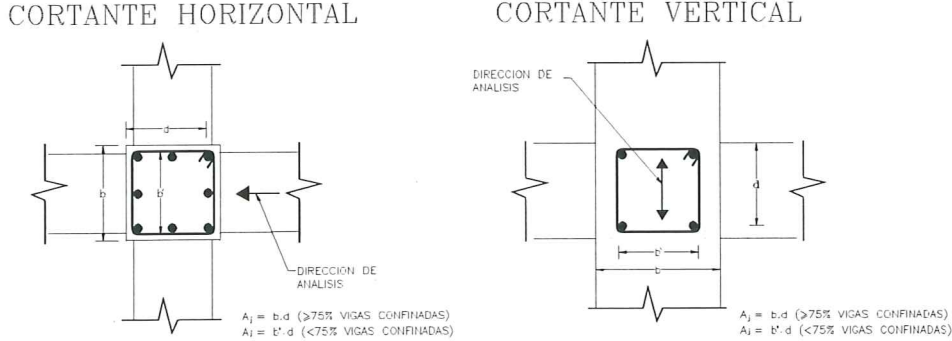


Figura 2.33 Área de la sección que resiste al corte en el nudo.

En todos los nudos se deberá controlar que $V_{jh} \leq \phi V_{nj}$. Donde ϕ es el factor de reducción de capacidad por corte y vale 0.85. De otro lado, el comité 352 del ACI⁽⁶⁸⁾ establece tres tipos de nudos: interiores, exteriores y esquineros y el cortante resistente viene definido por:

$$V_{nj} = \gamma \sqrt{f'_c} A_j \quad (2.75)$$

donde γ depende del grado de confinamiento exterior al nudo y tiene los siguientes valores: $\gamma = 3.2$ para nudos exteriores esquineros, $\gamma = 4.0$ para nudos laterales exteriores y $\gamma = 5.3$ para nudos interiores. Los valores de f'_c y A_j deberán expresarse en kg/cm² y cm² respectivamente⁽⁷²⁾. Si la resistencia del hormigón se expresa en lb/plg² y el área en plg², los valores de γ son 12, 15 y 20 respectivamente. La relación que existe entre los coeficientes de γ de acuerdo a la ubicación de los nudos en la estructura es 1.0, 1.25 y 1.65. Los valores indicados tienen una base experimental y han sido obtenidos en conexiones con un detallamiento sísmico adecuado; en nudos mal diseñados se ha observado que los valores de γ son menores^(73,74).

De otra parte el valor de $A_j = b_j h_c$, donde b_j es el menor valor de:

$$b_j = \frac{b_v + b_c}{2} \quad (2.76.a)$$

$$b_j = b_v + \frac{h_c}{2} \quad (2.76.b)$$

siendo b_v la base de la viga y b_c , h_c las dimensiones de la columna. El control del cortante se lo realiza en cada dirección.

Las recomendaciones formuladas por Nueva Zelanda, NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ controlan el cortante horizontal en los nudos en función de los esfuerzos. Sea v_{jh} el esfuerzo actuante y V_{jh} el cortante actuante en el nudo:

$$v_{jh} = \frac{V_{jh}}{b_j h_c} \quad (2.77.a)$$

donde b_j es el menor valor de $(b_c; b_v + h_c/2)$. Por otra parte, el esfuerzo cortante admisible v_{nj} viene dado por

$$v_{nj} = 4.7\sqrt{f'_c} \quad (2.77.b)$$

El valor de f'_c se expresa en kg/cm². El valor de 4.7 es para cualquier tipo de nudo y se deberá controlar que: $v_{jh} \leq v_{nj}$. Si no se cumple se deberán rediseñar los elementos que concurren al nudo. Nótese que la expresión no está afectada por el factor $\phi = 0.85$. Por otra parte, el cortante horizontal actuante en el nudo es absorbido por el hormigón V_{ch} y por el acero V_{sh} .

El cortante que absorbe el hormigón está en función de la carga axial que gravita sobre el nudo, P_u a diferencia de los criterios anteriores, entonces se considera que un elemento resistirá más cortante mientras mayor sea la carga axial que gravita sobre el. De acuerdo al NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ se tiene:

$$V_{ch} = 2\sqrt{\frac{C_j P_u}{A_g} - \frac{f'_c}{10}} b_j h_c \quad (2.78.a)$$

la ecuación (2.78.a) es aplicable siempre que

$$\frac{P_u}{A_g} > \frac{0.1 f'_c}{C_j} \quad (2.78.b)$$

Cuando no se cumple la ecuación (2.78.b) el hormigón no contribuye en el cortante horizontal; en consecuencia se considera $V_{ch} = 0$. La carga axial P_u se obtendrá para la combinación de carga definida en la ecuación (2.63.c). La variable no definida, es: C_j que es el factor de participación de carga y vale 0.5. Las unidades de las dos últimas ecuaciones están en Kg y cm. El área de refuerzo A_{jh} para absorber el cortante horizontal actuante deberá colocarse entre las barras longitudinales superiores e inferiores de la viga.

$$A_{jh} = \frac{V_{sh}}{f_{yh}} \quad (2.78.c)$$

Como se aprecia en el NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ se considera la ley aditiva en el cortante horizontal a diferencia del ACI 318-89⁽⁸¹⁾ y del ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾. Por otra parte, se obtiene una mayor cantidad de armadura con las recomendaciones estipuladas por Nueva Zelanda.

2.7.2 Cortante vertical

El cortante vertical transmitido al nudo V_{jv} según Paulay^(69,70) viene dado por:

$$V_{jv} = 2(C - D) \quad \text{Nudos interiores} \quad (2.79.a)$$

$$V_{jv} = 2C - D \quad \text{Nudos exteriores} \quad (2.79.b)$$

$$V_{jv} = C - D \quad \text{Nudos interiores de piso superior} \quad (2.79.c)$$

$$V_{jv} = C - \frac{D}{2} \quad \text{Nudos exteriores de piso superior} \quad (2.79.d)$$

$$C = \frac{M_c}{Z_c} \quad (2.79.e)$$

$$D = \frac{M_c}{L_b \left(1 - \frac{h_b}{L_c}\right)} \quad (2.79.f)$$

siendo M_c el momento flector límite en la columna, Z_c es el brazo de momento resistente interno de la columna; las restantes variables fueron definidas en las ecuaciones (2.73). Nótese que el cortante vertical actuante V_{jv} depende de la armadura longitudinal de la columna ésto se debe a que las ecuaciones fueron obtenidas de un equilibrio estático del nudo sin considerar la hipótesis de diseño de columna fuerte-viga débil. Al considerar ésta hipótesis el momento máximo en el nudo estará dado por la capacidad a flexión de las vigas que es menor a la capacidad a flexión de las columnas de tal forma que el refuerzo longitudinal de las columnas trabajará en el rango elástico en un nudo que cumpla con la hipótesis de columna fuerte-viga débil, en ese caso M_c no sería el momento flector límite sino un momento menor al momento de fluencia. Por otra parte no se indica asociado a que carga axial se debe calcular éste momento de flexión en la columna.

El comite ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ recomienda que el cortante vertical actuante se calcule en función del cortante actuante horizontal y de la geometría del nudo.

$$V_{jv} = V_{jh} \frac{h_v}{h_c} \quad (2.80)$$

donde h_v y h_c son la altura de las secciones de la viga y de la columna respectivamente. El comite ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ no establece una ecuación para el cálculo de la capacidad soportante al cortante vertical por parte del nudo. Si no que indica que si el control del cortante horizontal fue satisfactorio y si $V_{jv} < V_{jh}$ no habrá problemas de cortante vertical. Además recomienda que en el refuerzo longitudinal de la columna debe existir por lo menos un redondo intermedio en cada cara de la misma y que el espaciamiento máximo entre varillas sea menor a 20 cm. De esta forma se asegura que la columna no tendrá problemas de cortante vertical.

El NZS 3101,1982⁽⁶¹⁾ si establece una forma de cálculo del cortante vertical que absorbe el hormigón V_{cv} , mediante la siguiente ecuación:

$$V_{cv} = \frac{A'_{sc}}{A_{sc}} V_{jv} \left(0.6 + \frac{C_j P_u}{A_g f'_c} \right) \quad (2.81.a)$$

La relación $A'_{sc}/A_{sc} = 1$ para columnas con armadura simétrica, las restantes variables fueron definidas cuando se presentó la ecuación (2.78.a). Nuevamente la ley aditiva se hace presente de la siguiente manera:

$$V_{jv} = V_{cv} + V_{sv} \quad (2.81.b)$$

siendo V_{sv} la fuerza cortante a ser cubierta por los redondos intermedios de la columna. En consecuencia si V_{cv} es menor que V_{jv} la diferencia de cortante vertical actuante será absorbido por redondos intermedios como lo ilustra la figura 2.34. Sea A_{jv} el área de las varillas intermedias a calcular con la ecuación siguiente

$$A_{jv} = \frac{V_{sv}}{f_y} \quad (2.81.c)$$

Se deberá chequear que $A_{jv} \leq A_s$, siendo A_s el área de los redondos longitudinales intermedios de la columna. Si cumple la desigualdad indicada no se requiere ninguna varilla intermedia adicional en caso de no cumplir se colocará un refuerzo adicional.

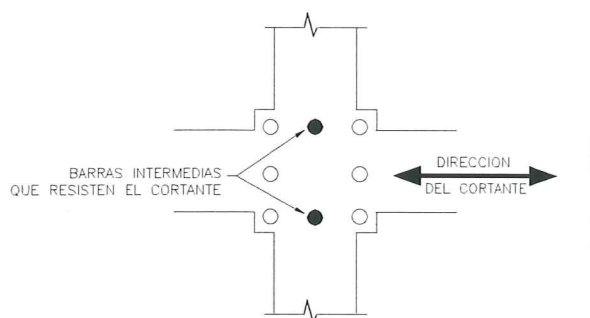


Figura 2.34 Armadura intermedia que resisten el cortante vertical^(61,72).

R. Park⁽⁷⁵⁾ manifiesta que el refuerzo vertical de la columna contribuye a absorber el cortante vertical siempre que la capacidad a flexión de la columna no se desarrolle totalmente. Por otra parte, Priestley y Calvi⁽⁷⁶⁾ no están convencidos de la ley aditiva para el cortante recomendando que la capacidad al corte soportante sea la mayor de la capacidad al corte provista por el hormigón o por el acero.

2.7.3 Armadura de confinamiento

Para que el mecanismo del puntal indicado en la figura 2.32 sea efectivo el nudo debe tener suficiente armadura transversal en forma de estribos cerrados o vinchas adicionales que den confinamiento a los redondos longitudinales de las columnas. Este refuerzo transversal asegura la integridad de la conexión viga-columna. El comité ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ indica que el espaciamiento máximo s_h entre estribos en el nudo, sea el menor valor de:

$$s_h = \text{menor} \left(\frac{b_c}{4}; \frac{h_c}{4}; 6Db_{col}; 15cm \right) \quad (2.82.a)$$

donde b_c, h_c son las dimensiones de la columna, Db_{col} diámetro del redondo de

la columna. Por otra parte, la armadura transversal A_{sh} será el mayor valor de:

$$A_{sh} = 0.3 s_h h'' \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (2.82.b)$$

$$A_{sh} = 0.09 s_h h'' \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (2.82.c)$$

Las ecuaciones (2.82.b) y (2.82.c) son similares a las (2.63.a) y (2.63.b). el significado de las variables están indicadas en éstas últimas ecuaciones. El comité ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ permite una reducción del 50 % la cantidad del refuerzo transversal para el caso de nudos interiores en las cuales el ancho de las vigas sea mayor o igual a 0.75 del ancho de la columna y además que la distancia entre la cara de la viga y la columna sea menor a 10cm, como lo ilustra la figura 2.35.

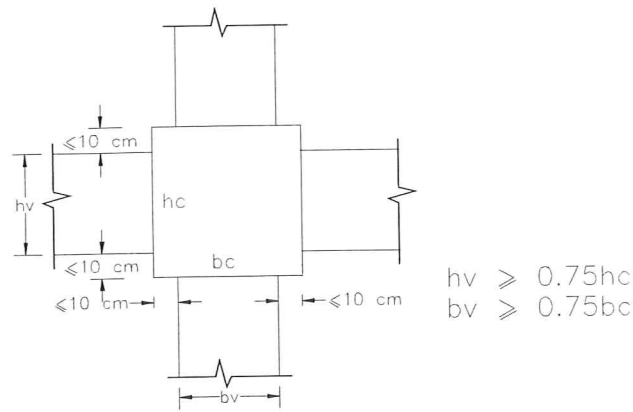


Figura 2.35 Condición para reducir la armadura de confinamiento en nudos interiores de una estructura porticada.^(61,72).

La reducción al 50% es únicamente en el área de acero transversal y más no en el espaciamiento. El cálculo de A_{sh} se realiza por separado en cada una de las direcciones de la columna rectangular. Especial preocupación ha sido entre los investigadores tratar de agrandar el espaciamiento s_h y de mejorar el comportamiento sísmico de la junta la misma que está sujeta a grandes reversiones de carga. En este sentido únicamente se presenta el trabajo desarrollado por Gefken y Ramey⁽⁷⁷⁾ que ilustra los esfuerzos que se han realizado en éste campo.

Gefken y Ramey⁽⁷⁷⁾ han ensayado juntas preparadas con hormigones que contienen un 2% de viruta de acero en volumen. Este hormigón especial ha sido colocado en la junta y en los extremos de las vigas adyacentes en una longitud de 46 cm a cada uno de los lados; en las columnas adyacentes se han extendido 30 cm en cabeza y pie de columna.

Los especímenes así construidos fueron comparados su comportamiento con otros que contenían hormigón normal y diseñados de acuerdo al ACI-ASCE 352-85. El resultado encontrado fue que la adición de virutas de acero en el hormigón simple reducen la resistencia a compresión en un porcentaje que varía entre el 6 y 10%, es importante indicar que en los especímenes con hormigón convencional el fallo en las pruebas a compresión fue de tipo explosivo lo que no ocurrió con los hormigones con viruta de acero. El comportamiento de la junta

con viruta de acero fue mejor que con hormigón normal ya que se incrementó la capacidad al corte de la junta y la ductilidad de la misma. En el estudio realizado se recomienda que *en juntas con viruta de acero el espaciamiento s_h puede incrementarse en 1.7 veces el espaciamiento nominal*.

Por otra parte, especial preocupación constituyen las edificaciones prefabricadas por la baja capacidad de disipación de energía y la demanda de resistencia en las conexiones, es decir la habilidad de las estructuras para no perder sustancialmente la resistencia. Esto ha llevado a prohibir el uso de estructuras profundidas en U.S.A. y Canada.

Con el objeto de mejorar el comportamiento sísmico de las estructuras prefabricadas, Seckin y Fu⁽⁷⁸⁾ presentan un conector para la conexión viga-columna basado en placas de acero horizontal a ser soldadas con el hierro longitudinal de las vigas y con placas de acero perpendiculares ubicadas en la columna en el nudo, éstas placas se colocarán en la parte superior e inferior de las vigas y sirven para resistir los esfuerzos a flexión tienen un espesor de 13 mm. Además existen placas de acero verticales en los bordes de la columna para resistir los cortantes horizontal y vertical; con estos conectores se mantiene la ductilidad y resistencia del nudo y presentan una excelente capacidad de disipación de energía cuando están sujetas a grandes deformaciones inelásticas bajo reversión de carga. Por lo tanto, la bondad de las estructuras prefabricadas se verá con los mecanismos de conexión que se hayan adoptado.

Volviendo nuevamente a las conexiones tipo 2 de acuerdo a la clasificación del ACI-ASCE 352-85 se debe indicar que el ACI 318-89⁽³¹⁾ no acepta la ecuación (2.82.c) manteniendo la misma ecuación que se utiliza para encontrar la armadura de confinamiento en columnas que es:

$$A_{sh} = 0.12s_h h'' \frac{f'_c}{f_{yh}} \quad (2.82.d)$$

Por lo tanto, en lugar de 0.09 se utiliza 0.12 que equivale a colocar un 25% más de armadura transversal en los nudos. Lo importante es destacar que para el ACI 318-89⁽³¹⁾ la armadura de confinamiento de la columna se extiende al nudo en consecuencia se deberá tener presente que los 15 cm estipulados en la ecuación (2.82.a) se reducen a 10 cm, en base a esta última cantidad se encontrará el valor de s_h .

Las recomendaciones de Nueva Zelandia NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ al respecto establecen que el espaciamiento máximo de los estribos en el nudo será el mayor valor de:

$$s_h = \text{menor} \left(\frac{b_c}{5}; \frac{h_c}{5}; 6Db_{col}; 20cm \right) \quad (2.82.e)$$

La armadura de confinamiento será la mayor dada por las ecuaciones (2.63.a) y (2.63.b). Al igual que el ACI-ASCE 352-85 se permite una reducción del 50% de la armadura de confinamiento. El valor de A_{sh} que se obtenga será comparada con el valor de A_{jh} , armadura transversal en la junta para resistir el cortante horizontal descrito en la ecuación (2.78.c). La mayor cantidad de A_{sh} y A_{jh} será la que se coloque en la junta de acuerdo al NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾.

2.7.4 Adherencia hormigón-acero

Las cargas cíclicas revertidas aceleran el fallo de adherencia cuando la estructura entra en el rango no lineal porque una misma sección de un redondo puede encontrarse en la zona de endurecimiento del acero trabajando a compresión y a tracción repetidas veces deteriorando la adherencia entre el hormigón y acero considerablemente con la correspondiente pérdida de ductilidad. Pero no únicamente la pérdida de ductilidad se presenta cuando el refuerzo se encuentra en la zona de endurecimiento; la pérdida de ductilidad se inicia cuando el momento de flexión que actúa en una sección del elemento sobrepasa el momento de agrietamiento M_a , en ese instante desaparece la adherencia perfecta entre el hormigón y acero produciéndose que la curvatura de fluencia ϕ_y sea mayor a la que se obtiene considerando únicamente el efecto de flexión como lo demostró experimentalmente Y. Park et al⁽⁵⁷⁾. El incremento de la curvatura de fluencia también ha sido obtenido en forma analítica por Aguiar⁽⁷⁹⁾ partiendo de la solución de la ecuación diferencial de adherencia propuesta por Yang y Cheng⁽⁸⁰⁾.

La filosofía de diseño sísmico de edificios establece que las rótulas plásticas se van a formar en los extremos de las vigas, en caso de que la estructura ingrese en el rango no lineal. Por lo tanto, el acero a flexión de las vigas estará sujeto a grandes esfuerzos y se requiere una longitud adecuada de desarrollo para que estos esfuerzos se transmitan adecuadamente, la misma que se supone se inicia en la cara de la columna.

Cuando no se han tomado las suficientes precauciones para disminuir el problema de la adherencia entre el hormigón y acero ante cargas cíclicas puede darse el caso de que los redondos de las vigas pierdan totalmente la adherencia en el tramo del nudo formándose un ducto alrededor de la misma y los redondos pasen a anclarse en las viga al otro extremo del nudo dejando de ser el nudo rígido por la gran pérdida de rigidez. No existen trabajos que puedan modelar la pérdida de rigidez en el nudo por deterioro de adherencia lo que se hace es una estimación global de todo el nudo y se decide la pérdida de rigidez la misma que es incorporada en el modelo constitutivo que define la no linealidad del elemento para el análisis inelástico. Un problema adicional que conlleva el anclaje del refuerzo en el otro lado de la viga es la degradación del hormigón por que esa zona estaba trabajando a compresión y ahora se le presenta una fuerza adicional proveniente de la viga adyacente.

El comité ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ en sus recomendaciones formuladas pretende minimizar el deterioro de adherencia en el nudo y más no evitarlo completamente, para esto en el nudo se debe verificar que:

$$h_{col} \geq 20d_{vig} \quad (2.83.a)$$

$$h_{vig} \geq 20d_{col} \quad (2.83.b)$$

siendo: h_{col} , h_{vig} la altura de la sección de la columna y de la viga en cm, d_{vig} , d_{col} es el diámetro del redondo mayor de la viga y la columna en cm, respectivamente. Por lo tanto, se deben seleccionar los redondos en forma adecuada para retardar el deterioro de adherencia.

Por otra parte, las recomendaciones formuladas por el NZS 3101, 1982⁽⁶¹⁾ consideran que se debe tener una mayor sección de columna debido a que son los redondos de las vigas las que van a trabajar en el rango no lineal. Para redondos con $f_y \leq 4200 \text{ Kg/cm}^2$, el NZS 3101, 1982 recomienda:

$$h_{col} \geq 35d_{vig} \quad (2.84.a)$$

$$h_{vig} \geq 20d_{col} \quad (2.84.b)$$

para redondos con $f_y \leq 2800 \text{ kg/cm}^2$, se debe cumplir que:

$$h_{col} \geq 25d_{vig} \quad (2.85.a)$$

$$h_{vig} \geq 15d_{col} \quad (2.85.b)$$

2.7.5 Anclaje en nudos exteriores

Con el propósito de saber cuales son las variables que intervienen en la determinación analítica de la longitud de desarrollo de los redondos en un nudo exterior se presenta rápidamente el trabajo desarrollado por Ueda et al⁽⁸¹⁾ quienes elaboraron un programa de computación para encontrar el desplazamiento en los redondos de un extremo cargado con fuerza axial. Las variables por ellos consideradas, son:

- 1) Una relación local de esfuerzos de adherencia-deslizamiento, aplicable a cualquier condición de carga.- Ueda et al⁽⁸¹⁾ trabajaron con el modelo de Hawkins et al⁽⁸²⁾ que fue obtenido para cargas monotónicas y aplicable a cargas cíclicas de baja frecuencia la misma que se indica en la figura 2.36.

Zona I

$$k_1 = 5000 \sqrt{f'_c} \quad (2.86.a)$$

$$S_c = \frac{(\tau_{max} - k_2 S_o)}{(k_1 - k_2)} \quad (2.86.b)$$

Zona II

$$k_2 = 50 f_c'^{\frac{2}{3}} + 12600 - \frac{4000}{d_b^3} \quad (2.86.c)$$

$$S_o = 0.002 \left(\frac{f'_c}{d_b} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{70}{f'_c d_b} \quad (2.86.d)$$

$$\tau_{max} = \frac{0.96 f_c'^{1.8}}{1000} + 3350000 \frac{(2.0 - d_b^3)}{\left(f'_c d_b^{\frac{3}{2}} \right)} \quad (2.86.e)$$

$$\tau_{max} \leq 5000 \text{ psi} (34.47 \text{ MPa})$$

Zona III

$$k_3 = (-0.9f'_c) + 550 - \left(\frac{1700}{d_b^3}\right) \quad (2.86.f)$$

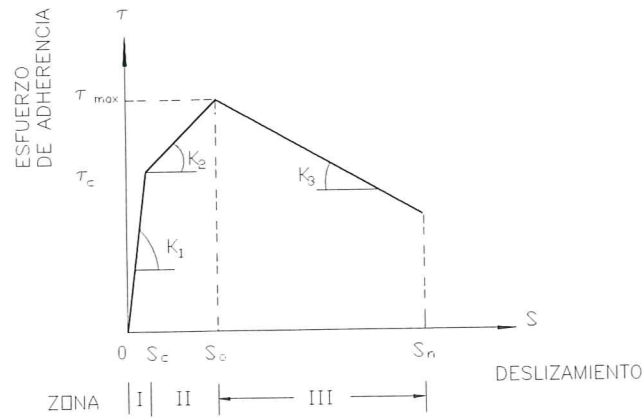


Figura 2.36 Relación esfuerzo de adherencia-deslizamiento. Modelo propuesto por Hawkins et al⁽⁸²⁾.

Las unidades de f'_c y τ_{max} son psi. Las unidades del diámetro del redondo d_b , S_o , etc. son pulgadas y las unidades de k_1 , k_2 y k_3 son lb/in^3 . Las ecuaciones esfuerzo de adherencia-deslizamiento son aplicables para hormigones con resistencia mayor a 17.2 MPa y si la resistencia del hormigón excede los 34.5 MPa se considera éste valor como límite.

- 2) Una relación esfuerzo deformación para el acero.- Ueda et al⁽⁸¹⁾ trabajaron con la curva completa del acero.
- 3) Una condición de continuidad entre el acero y el hormigón.- El modelo considera que el deslizamiento S debido a una carga axial P es igual a la integral de las deformaciones del acero más el deslizamiento en el fin de la barra S_e

$$S = \int_c^x \epsilon_s dx + S_e \quad (2.87.a)$$

$$P = A_b f_s = \int_o^x \sum_o \tau dx \quad (2.87.b)$$

- 4) Una modificación para la respuesta del hormigón no confinado.- En una conexión viga-columna las condiciones de confinamiento para el hormigón fuera de las barras de la columna son muy diferentes de aquellas de adentro. En el modelo de Ueda et al⁽⁸¹⁾ se asume que la resistencia al cortante del hormigón rodeando cualquier porción de una barra de viga fuera de las barras de la columna desaparece cuando el promedio absoluto del esfuerzo de adherencia para esa sección de la barra de viga excede τ_{cr} . Basados en resultados de arrancamiento para cabezas de prueba, el esfuerzo de adherencia crítico τ_{cr} vale:

$$\tau_{cr} = \frac{(4f'_c)\pi(d_b + L_u)}{\sum_o} \quad (2.88)$$

donde L_u es la distancia de la cara de la columna al lado posterior de las barras de la columna más próxima a esa cara. \sum_o es el perímetro de la barra de la viga. τ_{cr} es un valor limitante del esfuerzo de adherencia en el extremo cargado cuando se estira una barra y en el extremo muerto cuando se empuja.

- 5) Un criterio de fallo para la resistencia del gancho de los redondos.- Para un anclaje de barra recto un fallo de arrancamiento ocurre cuando la integral del esfuerzo de adherencia a lo largo de la barra es insuficiente para resistir la carga aplicada. Este criterio corresponde al deslizamiento local en el extremo muerto de la barra cuando el esfuerzo allí es cero, alcanzando el deslizamiento S_o asociado a τ_{max} ver figura 2.36. Para anclajes de barra con gancho consideran el criterio de Marques y Jirsa^(83.) en que se limita la capacidad a tensión del gancho f_h

$$f_h = 0.7(1 - 0.3d_b)\psi\sqrt{f'_c} \quad (2.89)$$

$$f_h \leq fy$$

donde d_b es el diámetro del redondo de la viga, ψ factor para condición de confinamiento, consideran igual a 1.4

Es importante destacar que el modelo *no considera la posibilidad de fallo debida al estallamiento del hormigón sobre el gancho.*

- 6) Un criterio de longitud de embevilamiento equivalente para un redondo con gancho.- Para el cálculo de la rigidez el gancho se remplaza con un anclaje de barra recto. En base a los resultados obtenidos experimentalmente trabajan con la siguiente ecuación:

$$L_{eq} = L_l + D_2 + d_b \quad (2.90.a)$$

siendo L_{eq} la longitud total de la barra embebida, L_l es la longitud de la barra recta de la viga, D_2 es el diámetro de la curva del gancho calculada para un gancho estandar de diámetro d_b . En referencia (85) el diámetro de la curva estandar del gancho es igual a $6d_b$ para redondos de 8 mm a 25 mm de diámetro. Por lo tanto, la ecuación (2.90.a) puede escribirse como:

$$L_{eq} = L_l + 7d_b \quad (2.90.b)$$

El modelo de Ueda et al⁽⁸¹⁾ reconoce los efectos de la variaciones en la resistencia del hormigón, el tamaño de la barra, la geometría de la superficie del redondo, el recubrimiento, efectos del refuerzo transversal y la historia de carga. La bondad del programa analítico desarrollado fue comparado con los resultados obtenidos en 22 especímenes que fueron ensayados notándose una

muy buena correlación entre el modelo mecánico y los ensayos. Los resultados fueron también comparados con la longitud de desarrollado que recomienda el ACI 318-89⁽³¹⁾ y con las del Comité ACI 408⁽⁸⁴⁾ encontrándose que estas son muy conservadoras. Ueda et al⁽⁸¹⁾ recomiendan que para conexiones exteriores *la longitud de desarrollo debería ser suficiente para desarrollar un esfuerzo en la cara de la columna de por lo menos $1.25 f_y$. Por otra parte, el desplazamiento de extremo cargado a $1.25 f_y$ no debe ser mayor que la mitad del desplazamiento predicho para el arrancamiento de la barra o fractura de la barra.*

El programa desarrollado por Ueda et al⁽⁸⁴⁾ determina el desplazamiento de las barras en función de la carga axial pero en referencia (84) no se indican expresiones de cálculo al respecto lo que si es propuesto por Eligehausen et al⁽⁸⁶⁾. Es más en la figura 2.37 presentan la forma de la relación carga axial P, deslizamiento que denominan U.

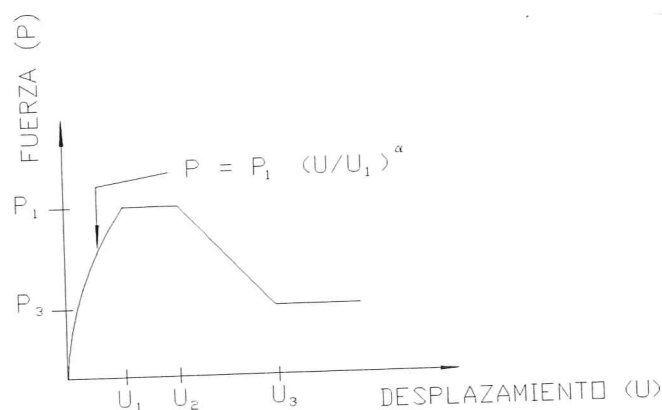


Figura 2.37 Relación fuerza axial-deslizamiento. Modelo propuesto por Eligehausen et al⁽⁸⁶⁾.

$$P = P_1 \left(\frac{U}{U_1} \right)^\alpha \quad \text{Para } U \leq U_1 \quad (2.91.a)$$

$$P = P_1 \quad \text{Para } U_1 < U \leq U_2 \quad (2.91.b)$$

$$P = P_1 + (P_3 - P_1) \frac{U - U_2}{U_3 - U_2} \geq P_3 \quad \text{Para } U > U_2 \quad (2.91.c)$$

Por otra parte, Soroushian et al⁽⁸⁷⁾ en un estudio experimental han definido los valores de: $U_1 = 2.54mm$, $U_2 = 7.62mm$, $\alpha = 0.2$ y las fuerzas P_1 y P_3 .

$$P_1 = 27.1(0.05d_b - 0.25) \quad (2.92.a)$$

$$P_3 = 14.7(0.05d_b - 0.25) \quad (2.92.b)$$

En las ecuaciones (2.92.a) y (2.92.b) la fuerza reporta en KN y el valor del diámetro del redondo d_b se indica en mm.

Es importante destacar la importancia del gancho a 90 grados en el anclaje de los redondos longitudinales en los nudos exteriores y que éstas se encuentren ancladas en el núcleo confinado de la columna como lo ilustra la figura 2.38. Los ganchos resisten fuerzas de arrancamiento y previenen grandes rotaciones en las

juntas. Se puede indicar que la resistencia de una barra con gancho está provista por la adherencia entre el acero y el hormigón a lo largo de la longitud recta embebida de la barra y por el gancho propiamente dicho⁽⁸⁷⁾. Un incremento en el ángulo de doblado del gancho reduce la rigidez de arrancamiento del gancho mientras que la resistencia de arrancamiento permanece constante.

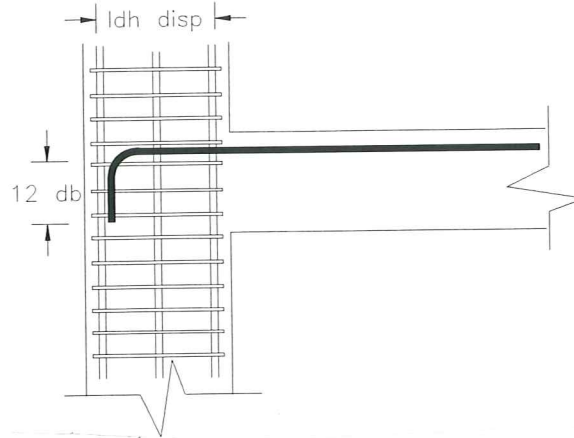


Figura 2.38 Longitud de anclaje de redondos en nudos exteriores.

Una de las conclusiones presentadas por Soroushian et al⁽⁸⁷⁾ indica que el confinamiento dado por el hormigón que rodea al gancho es un factor importante que influye en el rendimiento del gancho. El recubrimiento en forma adecuada ayuda en el fallo por estallamiento, le da más ductilidad al nudo.

El comité ACI-ASCE 352-85⁽⁶⁸⁾ establece que la longitud de anclaje requerida L_{dhreq} vale

$$L_{dhreq} = \frac{\alpha f_y d_b}{20 \sqrt{f'_c}} \quad (2.93)$$

La ecuación (2.93) reporta la longitud de anclaje requerida en cm. El valor de $\alpha = 1.25$. Las resistencias del acero y el hormigón deben expresarse en Kg/cm² y el diámetro del redondo d_b en cm. *El valor de L_{dhreq} deberá ser menor que la longitud de anclaje disponible L_{dhdisp} .* Es importante destacar que la longitud de anclaje disponible se mide a partir de la parte exterior del núcleo de la columna como lo ilustra la figura 2.38. Si el espaciamiento de estribos en el nudo s_h es menor a $3d_b$ la longitud de anclaje requerido puede reducirse en un 20%.

Las recomendaciones de Nueva Zelanda NZS 3101,1982⁽⁶¹⁾ son más exigentes en cuanto a la longitud de anclaje requerida y a la longitud de anclaje disponible. Ellos establecen:

$$L_{dhreq} = \frac{f_y d_b}{13 \sqrt{f'_c}} \quad (2.94.a)$$

$$L_{dhdisp} = h_c - 3.75 - X \quad (2.94.b)$$

$$X = \text{menorde} \left(\frac{h_c}{2}; 10d_b \right) \quad (2.94.c)$$

las unidades de las ecuaciones definidas en (2.94) son las mismas que la de ecuación (2.93).

2.8 LONGITUD DE DESARROLLO

Para poder desarrollar toda la resistencia a tensión que un redondo necesita en un punto determinado es necesario que se prolongue el redondo en el hormigón más allá del punto requerido. A ésta longitud de prolongación se conoce con el nombre de longitud de desarrollo l_d la misma que es directamente proporcional a la fuerza que actúa en el redondo e inversamente proporcional a la resistencia del hormigón. El A.C.I. 318-89⁽³¹⁾ indica que

$$l_d = \frac{0.02A_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (2.95)$$

donde A_b es el área del redondo en mm^2 , la fluencia del acero y la resistencia a la compresión del hormigón se expresan en MPa. La longitud de desarrollo obtenida al utilizar la ecuación (2.95) se obtiene en mm. Las investigaciones realizadas por Ichinose⁽⁸⁸⁾ establecen que la longitud de desarrollo propuesta por el A.C.I. 318-89 es muy conservadora e indica que las barras principales que atraviezan una columna o viga dúctil con regiones plásticas en sus 2 extremos deberían satisfacer una provisión que indique que la longitud de desarrollo debe ser no menor que

$$l_d = \frac{L}{2} - 0.7d \quad (2.96)$$

siendo L la luz libre expresada en mm y d el peralte efectivo de la sección transversal expresada en mm. Ichinose⁽⁸⁸⁾ indica que el coeficiente 0.7 puede ser mayor si la sección tiene una gran ductilidad o si las barras de acero tienen una plataforma de fluencia pequeña.

Al cambiar los diámetros de los hierros de una columna cuando estos pasan de un piso inferior a un piso superior es necesario controlar que tengan por lo menos la longitud de desarrollo establecida en la ecuación (2.96) ya que el fallo que puede presentarse es similar a la de corte, la falta de l_d disminuye la ductilidad y capacidad de disipación de energía.

2.9 ESTRUCTURAS SISMORRESISTENTES

Las estructuras situadas en zonas de alta sismicidad deben ser capaces de entrar adecuadamente en el rango no lineal para ello se necesita que la edificación sea capaz de disipar la mayor cantidad de energía inelástica y ésto se logra dándoles a los elementos una gran ductilidad para lo cual se deberá confinar adecuadamente las zonas que van a estar sujetas a grandes momentos y éstas son los extremos de los elementos, en éste contexto tiene una gran importancia el nudo puesto que debe trabajar en el rango elástico ya que no se permite daño en el nudo.

Existen estructuras en las cuales el nudo no ha sido adecuadamente diseñado, en éste caso habrá de penalizar otorgándole una mayor pérdida de rigidez, de

resistencia y efecto de cierre de grietas en el modelo constitutivo utilizado. Puede darse el caso que únicamente en algunos nudos de la estructura se tengan deficiencias, en éste caso para los elementos que convergen a ese nudo se deberá usar un modelo constitutivo diferente del que se utiliza para el resto de la estructura.

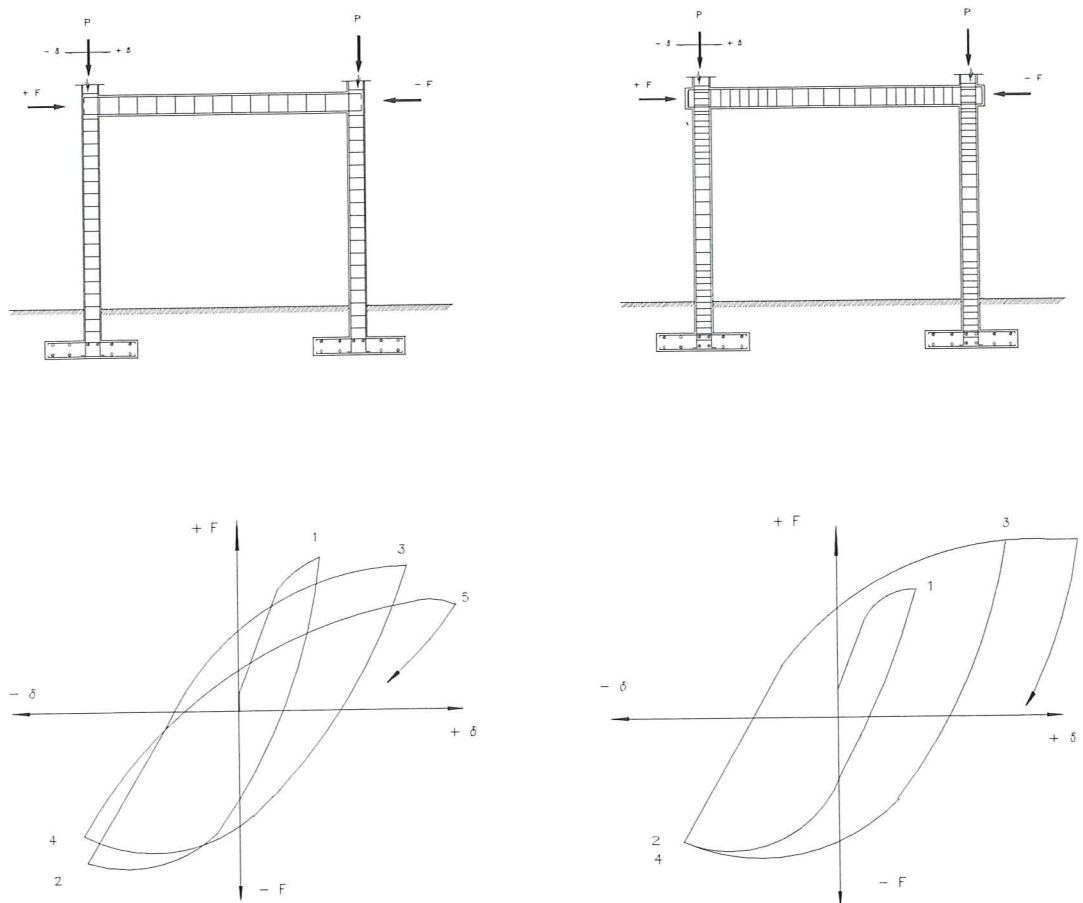


Figura 2.39 Influencia de los detalles de armado en los diagramas fuerza-desplazamiento en estructuras porticadas⁽⁹¹⁾.

Es muy poca la investigación que se ha hecho para correlacionar experimentalmente el armado de un nudo con la selección del modelo constitutivo. Kunnath et al^(89,90) de los resultados experimentales realizados indican los siguientes parámetros para conexiones con deficiencia en la resistencia de los nudos: $\alpha = 1.5$ para el deterioro de rigidez en la descarga, $HBD = 0.15$ para el deterioro de resistencia y $\gamma = 0.50$ para el efecto de cierre de grietas. Todo esto referido al modelo constitutivo de los tres parámetros⁽⁷⁾. En el capítulo tres se explica con detenimiento este modelo histerético.

Una estructura que ha sido diseñada teniendo en cuenta los siguientes principios:

- columna fuerte y la viga débil,
- nudo fuerte y la viga débil,
- piso inferior más fuerte que el piso superior,
- se ha controlado la deriva lateral de los pórticos, y
- se ha diseñado considerando resistencia y capacidad de los elementos.

Esta estructura tendrá mayor ductilidad y por consiguiente mejor comportamiento sísmico que una estructura en la cual se pasó por alto estos principios.

En la figura 2.39 se indican dos estructuras una de las cuales está muy bien diseñada y la otra no. La estructura bien diseñada presenta mayor ductilidad menor pérdida de rigidez y resistencia que la mal diseñada.

En un programa de computación que calcula daño se da como dato la armadura longitudinal y transversal de las columnas y vigas pero la resistencia de los nudos o si cumple o no con las longitudes de desarrollo o anclaje no se indica directamente, ésto se lo hace seleccionando adecuadamente el modelo constitutivo y los parámetros que definen el modelo.

REFERENCIAS

1. J. Marin, *Comportamiento del Concreto Armado en Flexocompresión*, Folleto de Estructuras N. 6. Universidad Central de Venezuela, 4ta impresión, Caracas, 1979.
2. H. Ahmad, S. Shah, "Structural properties of high strength concrete and its implications for precast prestressed concrete", *Journal Prestressed Concrete Institute*, **30 (6)**, 92-119, 1985.
3. S. Gregory, S. Ahmad, "Flexural rigidity of circular reinforced concrete sections", *Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **87 (5)**, 548-556, 1990.
4. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, "High-strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE* **104 (87)**, 1761-1773, 1978.
5. P. Soroushian, K. Obaseki, "Strain rate-dependent interaction diagrams for reinforced concrete sections", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83 (1)**, 108-116, 1986.
6. P. Soroushian, J. Sim, "Axial behavior of reinforced concrete columns under dynamics loads", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83 (6)**, 1018-1025, 1986.
7. S. Kunnath, A. Reinhorn, R. Lobo, *IDARC Version 3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
8. S. Staffier, M. Sozen, *Effect of strain rate on yield stress of model reinforcement*, Structural Research Series N. 415, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana, 1975.
9. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86 (3)**, 259-271, 1989.
10. F. Richart, A. Brandtzaeg, R. Brown, *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*, Universidad de Illinois. Estacion experimental de Ingeniería. Boletín 185, 1928.
11. R. Park, T. Paulay, *Estructuras de Concreto Reforzado*, Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Canterbury. Nueva Zelandia. Editorial Limusa México, 1979
12. D. Kent, R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE* **97 (ST7)**, 1969-1990, 1971.
13. H. Roy, M. Sozen, "Ductility of concrete", *Proceedings of the International Sympo-*

- sium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, 213-224, 1964.
14. M. Sargin, S. K. Ghosh, V. Handa, "Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete", *Magazine of Concrete Research*, **23 (75-76)**, 99-110, 1971.
 15. V. Bertero, C. Felippa, Discussion of "Ductility of concrete" by H. Roy, M. Sozen, *Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, 227-234, Miami, 1964.
 16. M. Al-Haddad, "Curvature ductility of reinforced concrete beams under low and high strain rates", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **92 (5)**, 526-534, 1995.
 17. J. Mander, M. Priestley, R. Park, "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE* **114 (8)**, 1804-1826, 1988.
 18. S. Popovics, "A numerical approach to the complete stress-strain curves for concrete", *Cement and Concrete Research*, **3 (5)**, 583-599.
 19. S. Sheikh, S. Uzumeri, "Strength and ductility of tied concrete columns", *Proceedings Structural Engineering ASCE* **106 (ST5)**, 1079-1102, 1980.
 20. S. Sheikh, C. Yeh, "Flexural behavior of confined concreted columns", *Proceedings Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83 (3)**, 259-271, 1986.
 21. B. Sinha, K. Gerstle, L. Tulin, "Stress-Strain relationships for concrete under cyclic loading", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **61 (2)**, 195-211, 1964.
 22. I.D. Karsan, J. Jirsa, "Behavior of concrete under compressive loadings", *Journal of Structural Division ASCE* **95 (ST12)**, 2543-2563, 1969.
 23. P. Soroushian, K. Choi, A. Alhamad, "Dynamic constitutive behavior of concrete", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83 (2)**, 251-259, 1986.
 24. W. Dilger, R. Koch, R. Kowalczyk, "Ductility of plain and confined concreted under different strain rates", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **81 (1)**, 73-81, 1984.
 25. R. Seabold, *Dynamic shear strength of reinforced concrete beams, Part III*, Technical Report N.R-695, U.S. Naval Civil Engineering Laboratory, 180p, Port Hueneme, 1970.
 26. P. Soroushian, J. Sim, "Axial behavior of reinforced concrete columns under dynamic loads", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83 (6)**, 1018-1025, 1986.
 27. J. Mander, "Seismic Design of Bridge Piers", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand*, 1984.
 28. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame Shear-Wall Structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
 29. L. Duan, F. Wang, W. Chen, "Flexural rigidity of reinforced concrete members", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86 (4)**, 419-427, 1989.
 30. *Code for design of reinforced concrete structures*, China Building Industry Publishing House, **TJ10-74**, Beijing, 1974.

31. ACI Committe 318, *Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, American Concrete Institute , **ACI-89**, Detroit, 1989.
32. W Alwis, "Trilinear moment-curvature relationship for reinforced concrete beams", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87 (3)**, 276-283, 1990.
33. G. Davalath, M. Madugula, "Analysis/Design of reinforced concrete circular cross sections", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **85 (6)**, 617-623, 1988.
34. J. Vallenias, V. Bertero, E. Popov, *Concrete Confined by Rectangular Hoops Subjected to Axial Loads*, Report No. UCB/EERC-77/13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 114pp, 1977.
35. R. Park, M. Priestley, W. Gill "Ductility of square confined concrete columns", *Journal of Structural Division, ASCE*, **108 (ST4)**, 929-950, 1982.
36. F. Zahn, M. Priestley, R. Park, *Strength and Ductility of Reinforced Concrete Piers-A Summary Report*, Report No. 83-7, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, 43pp, Christchurch, 1983.
37. B. Rabbat, J. Daniel, T. Weinnann, N. Hamson, "Seismic behaviour of light weight and normal weight concrete columns", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83 (4)**, 69-78, 1986.
38. G. Ozcebe, M. Saatcioglu, "Confined of concrete columns for seismic loading", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **84 (4)**, 308-315, 1987.
39. U. Ersoy, T. Tankut, S. Uzumeri, "Stress-strain relationship for confined concrete under cyclic loading and strain gradient", *Proceedings, 8th World Conference on Earthquake Engineering*, **V. 6**, 569-576, 1984.
40. R. Park, R. Sampson, "Load-moment-curvature Characteristics of reinforced concrete cross sections", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **61 (7)**, 763-777, 1964.
41. J. Wight, M. Sozen, "Strength decay of RC columns under shear reversals", *Proceedings. Journal of Structural Division, ASCE*, **101 (ST5)**, 1053-1065, 1975.
42. M. Hirose, M. Ozaki, M. Wakabayashi, "Experimental study on large models of reinforced concrete columns", *Proceedings, 5th World Conference on Earthquake Engineering*, 815-824, Rome, 1982.
43. S. Lai, G. Will, S. Otani, "Model for inelastic biaxial bending of concrete members", *Journal of Structural Engineering, ASCE* **110 (11)**, 2563-2584, 1984.
44. K. Maruyama, H. Ramirez, J. Jirsa, "Short RC columns under bidirectional loadings", *Journal of Structural Engineering, ASCE* **110 (1)**, 120-137, 1984.
45. D. Abrams, "Influence of axial force variations on flexural behavior of reinforced concrete columns" *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **84 (3)**, 246-254, 1987.
46. A. Aktan, D. Pecknold, "Response of a reinforced concrete section to two-dimensional curvature histories", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **71 (5)**, 246-250, 1974.
47. D. Pecknold, "Inelastic structural response to 2D ground motion", *Journal of Structural Engineering, ASCE* **100 (EM5)**, 949-963, 1974.
48. H. Takizawa, H. Aoyama, "Biaxial effects in modelling earthquake response of R/C structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics (Chichester)* **4**, 523-

552, 1976

49. N. Nigam, *Inelastic Interactions in the Dynamic Response of Structures*, EERL Report, California Institute of Technology, Pasadena, 1968.
50. T. Toridis, K. Khozeimeh, "Inelastic response of frames to dynamic loads", *Journal of Structural Engineering, ASCE* **97** (EM3), 847-863, 1971.
51. R. Wen, F. Farhoomand, "Dynamic analysis of inelastic space frames", *Proceedings, Journal of Structural Engineering, ASCE* **96** (EM5), 667-686, 1970.
52. S. Lai, "Post-yield hysteretic biaxial models for reinforced concrete members" *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **84** (3), 235-245, 1987.
53. S. Lai, G. Will, S. Otani, "Model for inelastic biaxial bending of concrete members", *Journal of Structural Engineering, ASCE* **110** (11), 2563-2584, 1984.
54. G. Ghosn, M. Saiidi, *A Simple Hysteretic Element for Biaxial Bending of R/C Columns and Implementation in NEABS-86*, Report N. CCEER-86-1, University of Nevada, Reno, 1986.
55. K. Li, H. Aoyama, S. Otani, "Reinforced concrete columns under varying axial load and bi-directional lateral load reversals", *Proceedings, 9th World Conference on Earthquake Engineering Paper N. 5756* Tokyo, 1988.
56. Y. Wen, "Equivalent linearization for hysteretic system under random excitations", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* **47** (1), 150-154, 1980.
57. Y. Park, A. Ang, Y. Wen, *Seismic Damage Analysis and Damage-Limiting Design of R.C. Buildings*, Structural Research Series, Report N. 516. University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, 1984.
58. S. Kunnath, A. Reinhorn, "Model for inelastic biaxial bending interaction of reinforced concrete beam-columns", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87** (3), 284-291, 1990.
59. F. Zahn, R. Park, M. Priestley, "Strength and ductility of square reinforced concrete column sections subjected to biaxial bending", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86** (2), 123-131, 1989.
60. B. G. Ang, M. J. Priestley, R. Park, *Ductility of Reinforced Concrete Bridge Piers Under Seismic Loading*, Research Report N. 81-3, University of Canterbury, 109pp, Christchurch, 1981.
61. *Code of Practice for the Design of Concrete Structures, (NZS 3101:1982)*, Standards Association of New Zealand, 127pp, Wellington, 1982.
62. M. Fardis, F. Filippou, "Frame members in bending with or without axial force", *Behaviour and Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Alternate Actions Inducing Inelastic Response*, Bulletin d'information N. 220, Comité Euro-International du Béton (CEB), **2**, 11-134, Lausanne, 1994.
63. S. Kunnath, A. Reinhorn, Y. Park, "Analytical modeling of inelastic seismic response of R/C structures", *Journal of Structural Division, ASCE* **116** (4), 996-1017, 1990.
64. S. Kunnath, A. Reinhorn, A. Abel, "A computational tool for seismic performance of reinforced concrete buildings", *Computers and Structures, Pergamon Press*, **41** (1), 157-173, 1992.
65. R. Aguiar, A. Barbat, J. Canas, A. Reinhorn, *Daño y Vulnerabilidad Sísmica*

- de Edificios de Hormigón Armado, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, Valle de los Chillos, Ecuador pp 160, Quito, 1993.
66. H. Zerbe, A. Durrani, "Seismic response of connections in two-bay reinforced concrete frame subassemblies with a floor slab", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87** (4), 406-415, 1990.
 67. T. Paulay, R. Park, *Joints in Reinforced Concrete Frames Designed for Earthquake Resistance*, Research Report N. 84-9, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, 71pp, Christchurch, 1984.
 68. ACI-ASCE Committee 352, "Recommendations for design of beam-column joints in monolithic reinforced concrete structures", *American Concrete Institute (ACI 352-R85)*, 18 pp, Detroit, 1985.
 69. T. Paulay, "Equilibrium criteria for reinforced concrete beam-column joints", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86** (6), 635-643, 1989.
 70. T. Paulay, M. Priestley, *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1992.
 71. G. Hoffmann, S. Kunnath, A. Reinhorn, J. Mander, "Gravity-Load-Designed Reinforced Concrete Buildings: Seismic Evaluation of Existing Construction and Detailing Strategies for Improved Seismic Resistance", *Technical Report NCEER-92-0016*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1992.
 72. P. Placencia, "Conexiones Viga Columna", *Memorias del III Curso de Actualización de Conocimientos Básicos de Estructuras*, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, 1989.
 73. A. Beres, R. White, P. Gergely, *Seismic Behaviour of Reinforced Concrete Frame Structures with Nonductile Details, Part I: Summary of Experimental Findings of Full Scale Beam-Column Joint Tests*, Technical Report NCEER-92-0024, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1992.
 74. A. Beres, S. El-Borgi, R. White, P. Gergely, *Experimental Results of Repaired and Retrofitted Beam-Column Joint Test in Lightly Reinforced Concrete Frame Buildings*, Technical Report NCEER-92-0025, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1992.
 75. R. Park, "Ductile design approach for reinforced concrete frames", *Earthquake Spectra*, **2**(3), 565-620, 1986.
 76. M. Priestley, G. Calvi, "Towards a capacity-design assessment procedure for reinforced concrete frames", *Earthquake Spectra*, **7**(3), 413-437, 1991.
 77. P. Gefken, M. Ramey, "Increased joint hoop spacing in type 2 seismic joints using fiber reinforced concrete", *American Concrete Institute, ACI Structural Journal*, **86** (2), 168-172, 1989.
 78. M. Secking, H. C. Fu, "Beam-column connections in precast reinforced concrete construction", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87** (3), 252-261, 1990.
 79. R. Aguiar, *Índices de Daño Sísmico en Edificios de Hormigón Armado*, Monografías de Ingeniería Sísmica, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña, **CIMNE IS-17**, 99 pp, Barcelona, 1996.

80. S. Yang, J. Cheng, "Bond slip and crack width calculations of tension members", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **85** (4), 414-422, 1988.
81. T. Ueda, I. Lin, N. Hawkins, "Beam bar anchorage in exterior column-beam connections", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **Proceedings 83** (3), 412-422, 1986.
82. N. Hawkins, I. Lin, F. Jeang, "Local bond strength of concrete for cyclic reversed loadings", *Bond in Concrete*, Applied Science Publishers, 151-161, London, 1982.
83. J. Marques, J. Jirsa, "A study of hooked bar anchorages in beam-column joints", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **Proceedings 72** (5), 198-209, 1975.
84. ACI Committee 408, "Suggested Development, Splice, and Standard Hook Provisions for Deformed Bars in Tension", *American Concrete Institute*, **ACI 408.1R-79**, 3 pp, Detroit, 1979.
85. Winter, Nilson, *Proyecto de Estructuras de Hormigón*, Editorial Reverté, S.A. 1985
86. R. Eligehausen, V. Bertero, E. Popov, "Hysteretic behavior of reinforcing deformed hooked bars in R/C joints, *Proceedings, 7th European Conference on Earthquake Engineering*, **V. 4**, 171-178, Athens, 1982.
87. P. Soroushian, K. Obaseki, M. Nagi, M. Rojas, "Pullout behavior of hooked bars in exterior beam-column connections, *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **85** (3), 269-276, 1988.
88. T. Ichinose, "Splitting bond failure of columns under seismic action", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **92** (5), 535-542, 1995.
89. S. Kunnath, G. Hoffmann, A. Reinhorn, J. Mander, "Gravity-load-designed reinforced concrete buildings, Part I: Seismic evaluation of existing construction", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **92** (3), 343-354, 1995.
90. S. Kunnath, G. Hoffmann, A. Reinhorn, J. Mander, "Gravity-load-designed reinforced concrete buildings, Part II : Evaluation of detailing enhancements", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **92** (4), 471-478, 1995.
91. J. Grases, "Concreto Armado en Zonas Sísmicas", DIVISIDER, Division Siderurgica de Empresas SIVENSA, 253pp, Caracas, 1987.
92. E. Mena, A. Fuentes, J. Prince, "Estudio sobre las propiedades del concreto y las trabes de la línea cuatro del metro", *Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*, **1**, 241-258, 1982.

CAPÍTULO 3

MODELOS CONSTITUTIVOS UTILIZADOS EN HORMIGÓN ARMADO Y EL EFECTO $P - \Delta$

3.1 INTRODUCCIÓN

Aspecto fundamental de la evaluación del daño sísmico de estructuras de hormigón armado constituye el análisis dinámico no lineal, cuya solución numérica ha sido tratado por el autor de la presente monografía en referencia (1) de acuerdo a los lineamientos descritos por Barbat y Canet⁽²⁾. Uno de los algoritmos utilizados con mayor frecuencia para encontrar la respuesta dinámica, paso a paso, es el método β de Newmark descrito en forma resumida y orientada a la elaboración de un programa de ordenador por Barbat et al⁽³⁾. Por éste motivo se omite la presentación de éste tema que es básico dentro de la evaluación del índice de daño sísmico.

En el presente capítulo se describen dos aspectos que se consideran fundamentales dentro de la evaluación dinámica, que son:

- Los modelos constitutivos utilizados para definir el comportamiento no lineal del material, y
- El efecto $P - \Delta$, que define la no linealidad geométrica debido a grandes desplazamientos.

La respuesta dinámica no lineal depende del modelo constitutivo que se utilice, de ahí la necesidad de conocer más a fondo éste tema. En el presente capítulo se describe con detenimiento los modelos constitutivos que se emplean en los capítulos subsiguientes. Por otra parte, en estructuras esbeltas que experimentan grandes desplazamientos laterales es necesario incluir el efecto $P - \Delta$ en el análisis.

3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS DEL HORMIGÓN ARMADO

En la década de los años sesenta se inició el estudio del comportamiento del hormigón armado, ante acciones sísmicas, mediante los modelos constitutivos. Tarea sumamente difícil por que se pretendía y se pretende plasmar en un modelo mecánico que sea de fácil uso lo observado experimentalmente en el laboratorio. Uno de los primeros modelos en aparecer fue el de Clough y Johnston⁽⁴⁾ 1966, que será estudiado posteriormente en el numeral 3.2.2. Cronológicamente y por citar algunas contribuciones científicas importantes es necesario mencionar los trabajos desarrollados por Anderson y Townsend⁽⁵⁾ 1977, Saiidi⁽⁶⁾ 1982, Moehle

y Cavanagh⁽⁷⁾ 1985, Lin y Mahin⁽⁸⁾ 1985, Saatcioglou y Ozcebe⁽⁹⁾ 1989, Ang et al⁽¹⁰⁾ 1989, Fardis y Filippou⁽¹¹⁾, 1994, entre otros.

En la medida que se tenga un mayor conocimiento del comportamiento de los materiales: acero y hormigón, temas éstos que fueron tratados con cierto detenimiento en el capítulo anterior; de la adherencia entre el hormigón y acero que será abordado en el capítulo 5, de la influencia de la armadura de confinamiento, del grado de detallamiento en el armado. En la medida que éstas variables sean mejor conocidas se tendrán modelos constitutivos más realistas sin perder de vista el carácter práctico que éstos deben tener.

Los ensayos realizados y que han servido de base para la formulación de modelos constitutivos se pueden clasificar en dos grandes grupos a saber:

- Ensayos en los que no se ha considerado la carga axial, como los realizados por Saatcioglou y Ozcebe⁽⁹⁾, Ang et al⁽¹⁰⁾, Fardis y Filippou⁽¹¹⁾, Hwang y Scribner⁽¹²⁾, Darwin y Nmai⁽¹³⁾. y,
- ensayos en los cuales se ha considerado la carga axial como los realizados por Priestley y Park⁽¹⁴⁾, Bousias et al⁽¹⁵⁾, Rabbat et al⁽¹⁶⁾, Abrams⁽¹⁷⁾, que fue descrito en el capítulo anterior, Ristic⁽¹⁸⁾, entre otros.

En el primer grupo se ha dividido en: Ensayos sobre elementos con sección transversal simétrica y armadura simétrica; se debe indicar que la forma de la sección transversal influye en la obtención del modelo constitutivo. Y en ensayos sobre elementos con sección transversal asimétrica y armadura asimétrica caso éste último que corresponde al acoplamiento de la losa a las vigas.

En cambio los del segundo grupo se dividen en ensayos con carga axial constante y ensayos con carga axial variable, todo esto demuestra el gran interés que tiene actualmente el tema.

Existe una serie de modelos constitutivos que definen la no linealidad del material, unos más complicados que otros pero en la mayor parte de éstos modelos se consideran tres factores, a saber:

- Deterioro de rigidez en la descarga inelástica.
- Cambio de rigidez por cierre de grietas.
- Deterioro en la resistencia.

3.2.1 Modelo elasto-plástico

La no linealidad del material se define en los diagramas momento-curvatura, momento- rotación o fuerza-desplazamiento. Uno de los modelos más utilizados para encontrar relaciones prácticas⁽¹⁹⁾, que permite incluir la no linealidad del material en el análisis elástico, para encontrar fórmulas de fácil uso que consideren aspectos inelásticos es el diagrama elasto-plástico que se indica en la figura 3.1. Es un modelo bilineal.

En los diagramas elasto-plásticos básicamente se trabaja con una rigidez (EI) que corresponde a la rigidez del sistema elástico. La misma que viene definida por la relación entre el momento cedente M_y a la curvatura cedente ϕ_y .

$$EI = \frac{M_y}{\phi_y} \quad (3.1)$$

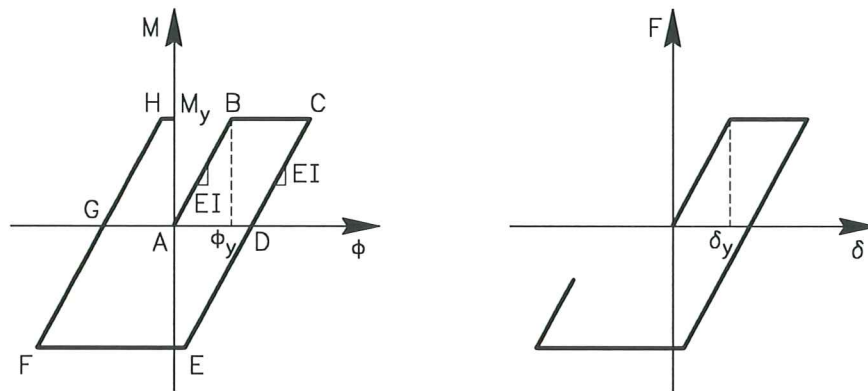


Figura 3.1 Modelos elasto-plásticos.

La rigidez de la rama de descarga y de recarga en el otro sentido es paralela a la rama elástica y vale EI , hasta alcanzar la fluencia. El modelo elastoplástico no considera el endurecimiento por deformación razón por la cual se observa que la curva post-fluencia tiene pendiente nula⁽²⁰⁾. El modelo reporta ciclos histeréticos muy anchos, en consecuencia sobrestima la cantidad de energía disipada por el elemento. Finalmente debe indicarse que éste modelo no contempla deterioro de rigidez, deterioro de resistencia y efecto de cierre de grietas.

3.2.2 Modelo de Clough

En la figura 3.2 se presenta el modelo de Clough⁽⁴⁾. Cuando la sección analizada de la estructura a la cual pertenece el modelo se encuentra en el rango elástico esta se mueve a lo largo de la recta BAE.

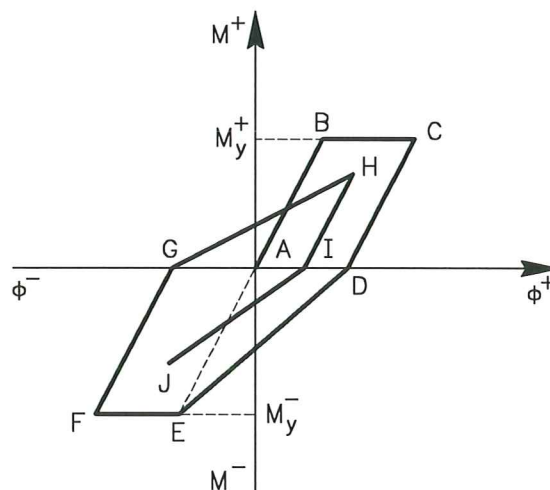


Figura 3.2 Modelo de Clough

Si el momento M en un tiempo determinado de la historia de carga supera el momento de fluencia M_y la sección ingresa en el rango inelástico, en la recta

BC donde la rigidez a flexión es nula de acuerdo al modelo, puesto que BC es paralela al eje ϕ , lo cual en la realidad no es cierto ya que el elemento que ingresó en el rango no lineal tiene cierta rigidez a flexión.

En la descarga tramo CD se mantiene la rigidez elástica hasta llegar al punto D, a partir del cual se orienta al punto de plastificación inicial en el caso del primer ciclo histerético, si la sección ya entró en el rango plástico anteriormente el punto se dirige hacia el punto de deformación máxima alcanzada en el ciclo anterior. Esta hipótesis mantienen la mayoría de modelos constitutivos y viene a ser como que el *modelo tiene memoria*, situación que ha servido de base para la publicación de artículos en los cuales se corrige el modelo como los realizados por Mahin y Bertero⁽²¹⁾, y Riddell y Newmark⁽²²⁾.

Por otra parte al considerar rigidez no nula en la zona de endurecimiento, el modelo cambia a lo mostrado en la figura 3.3.

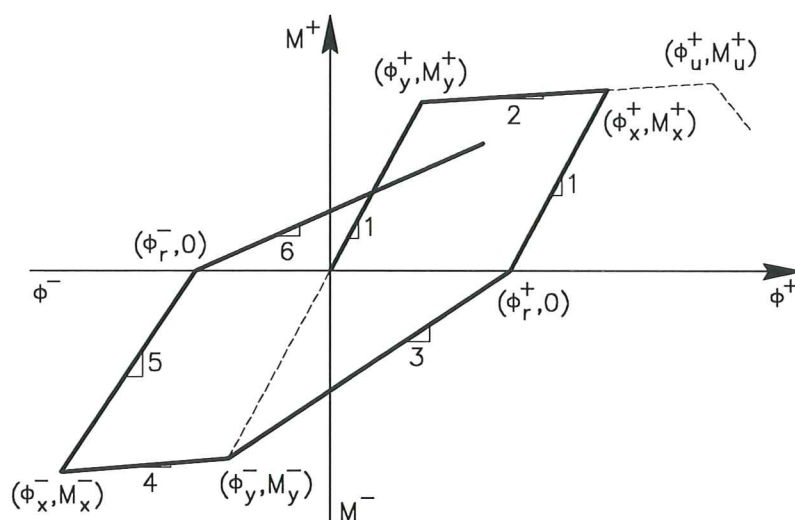


Figura 3.3 Modelo modificado de Clough

Con la nomenclatura indicada en la figura 3.3, las rigideces a flexión en las diferentes ramas del modelo constitutivo de Clough modificado vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

$$(EI)_1 = \frac{M_y^+}{\phi_y^+} \quad (3.2.a)$$

$$(EI)_2 = \frac{M_u^+ - M_y^+}{\phi_u^+ - \phi_y^+} \quad (3.2.b)$$

$$(EI)_3 = \frac{M_y^-}{\phi_y^- - \phi_r^+} \quad (3.2.c)$$

$$(EI)_4 = \frac{M_u^- - M_y^-}{\phi_u^- - \phi_y^-} \quad (3.2.d)$$

$$(EI)_5 = \frac{M_y^-}{\phi_y^-} \quad (3.2.e)$$

$$(EI)_6 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^-} \quad (3.2.f)$$

Nótese que la ecuación (3.2.c) se ha escrito cambiada de signo. Las rectas de rigidez $(EI)_2$ y $(EI)_4$ constituyen una cota superior, no se puede pasar de éstas rectas en ningún tiempo del análisis. En la prolongación de las mismas se tiene los puntos (ϕ_u^+, M_u^+) y (ϕ_u^-, M_u^-) . Si se sobrepasan estos valores la sección colapsa.

Cuando la sección ingresa en el rango inelástico, rectas (2 y 4), se obtiene el momento M_x^+ cuando la velocidad relativa del sistema es cero y la curvatura ϕ_x^+ se encuentra con la siguiente ecuación

$$\phi_x^+ = \phi_y^+ + \frac{M_x^+ - M_y^+}{(EI)_2} \quad (3.2.g)$$

Para el punto ϕ_x^- se procede de igual forma. En un programa de ordenador conviene deducir y programar las ecuaciones en el primer cuadrante, y cuando se tienen las curvaturas y momentos negativos estos se invierten al primer cuadrante para su programación. El punto (ϕ_x^+, M_x^+) al igual que el punto (ϕ_x^-, M_x^-) deben almacenarse ya que éstos valores se requieren para el próximo ciclo de carga.

Para poder determinar el punto de momento nulo asociado a la curvatura ϕ_r^+ se considera que la descarga tiene la misma rigidez a flexión que la zona elástica, es decir la misma pendiente. Luego:

$$\phi_r^+ = \phi_x^+ - \frac{M_x^+}{(EI)_1} \quad (3.2.h)$$

las ecuaciones para definir ϕ_x^- y ϕ_r^- , son:

$$\phi_x^- = \phi_y^- + \frac{M_x^- - M_y^-}{(EI)_4} \quad (3.2.i)$$

$$\phi_r^- = \phi_x^- - \frac{M_x^-}{(EI)_5} \quad (3.2.j)$$

En los ensayos realizados por Fardis y Filippou⁽¹¹⁾ en los cuales no se consideró la fuerza axial y en los que tanto la sección transversal como la armadura son simétricos, se puede decir que son los que más se aproximan al modelo planteado. Si bien en la descarga, ellos encontraron que la rigidez era tan alta, como la que tenía el elemento en el rango elástico, ésta rama de la descarga se suaviza con pérdida de rigidez especialmente cuando las fuerzas tienden a cero es decir en las proximidades a la recarga. En la recarga definitivamente el modelo de Clough modificado difiere especialmente al inicio por el efecto de cierre de grietas que se analizará posteriormente.

3.3 DETERIORO DE RIGIDEZ

En los modelos anteriores la descarga se considera que se realiza con la misma rigidez inicial del rango elástico. Esto no está bien, debido a que cuando el elemento entra en el rango inelástico sufre daño y ya no se puede hablar de que la rigidez es la misma, hay pérdida de rigidez y mientras mayor sea la incursión en el rango no lineal mayor será la pérdida.

Existen varios modelos que consideran este aspecto como son las curvas constitutivas de Fukada (1969), Tani (1973), Takeda (1970), Park (1972) y Muto (1973). Hay otros modelos que a más del deterioro de rigidez consideran otros factores que se describirán en los próximos apartados, razón por la cual se los omite por ahora.

El programa IDARC^(23,24) Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete, define un modelo constitutivo denominado de *los tres parámetros*, ya que emplea tres variables denominadas α , β y γ , para considerar el deterioro de rigidez y resistencia y el efecto de cierre de grietas. Con el parámetro α , se determina el deterioro de rigidez, el mismo que se explica a continuación.

3.3.1 Deterioro de rigidez en el modelo constitutivo de los tres parámetros

En la figura 3.4, se indica la definición del parámetro α . Sea M_y el momento de fluencia en la carga del elemento, cuando se produce la descarga esta apunta al valor αM_y como lo ilustra la figura 3.4. Cuanto mayor es la incursión en el rango no lineal, la pendiente de este punto, con αM_y es menor. Luego se tiene un mayor deterioro de la rigidez.

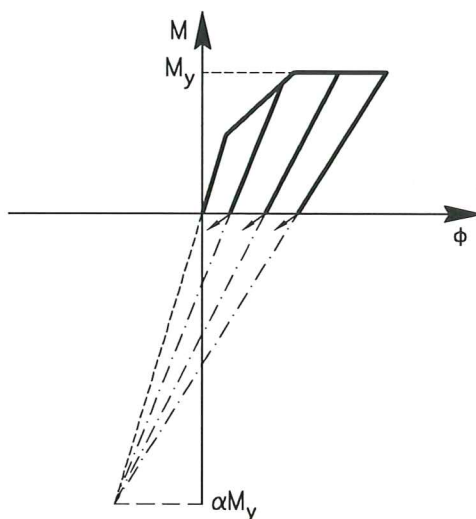


Figura 3.4 Deterioro de rigidez en modelo de los tres parámetros.

En la figura 3.4 se ha dibujado tres ciclos de descarga y únicamente lo concerniente al primer cuadrante. Esto se ha realizado por facilidad de explicación. Si el parámetro $\alpha = 0$ las rectas de descarga se orientan al origen de coordenadas

del diagrama momento-curvatura, y si $\alpha = \infty$ significa que no hay deterioro de rigidez en la descarga.

3.3.2 Deterioro de rigidez en el modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer

Se va a explicar en éste apartado únicamente la pérdida de rigidez en el modelo constitutivo propuesto por Roufaiel y Meyer⁽²⁵⁾. Para tal efecto en la figura 3.5 se presenta una parte del modelo.

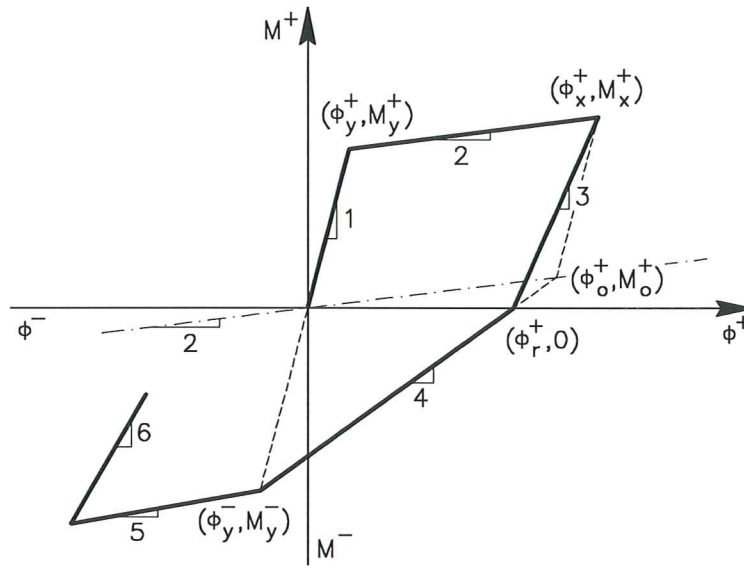


Figura 3.5 Deterioro de rigidez en modelo de Roufaiel y Meyer.

Primero se define el punto de coordenadas (ϕ_o^+, M_o^+) , para ello se tiene que la recta que une este punto con el punto (ϕ_x^+, M_x^+) tiene la misma pendiente que la carga (recta denominada 1), y además pasa por el origen de coordenadas con una recta de pendiente 2 que corresponde a la rigidez inelástica. Con estas dos condiciones se obtiene

$$\phi_o^+ = \frac{M_x^+ - \phi_x^+(EI)_1}{(EI)_2 - (EI)_1} \quad (3.3.a)$$

$$M_o^+ = \phi_o^+(EI)_2 \quad (3.3.b)$$

$(EI)_1$ Definida en la ecuación (3.2.a)

$(EI)_2$ Definida en la ecuación (3.2.b)

M_x^+ Es el momento máximo alcanzado en el ciclo de carga en rango inelástico.

ϕ_x^+ Es la curvatura máxima alcanzada en el ciclo de carga en rango inelástico.

El punto (ϕ_o^+, M_o^+) se alinea con el punto (ϕ_y^-, M_y^-) en el primer ciclo para determinar el punto $(\phi_r^+, 0)$ como lo ilustra la figura 3.5. En los ciclos subsiguientes se alineará con el punto (ϕ_x^-, M_x^-) . Para el primer ciclo se tiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_y^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_y^-}{M_o^+ + M_y^-} \quad (3.3.c)$$

para los subsiguientes ciclos de carga, se obtiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_x^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_x^-}{M_o^+ + M_x^-} \quad (3.3.d)$$

finalmente, la rigidez $(EI)_3$ que interesa se evaluará con la siguiente ecuación

$$(EI)_3 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^+} \quad (3.3.e)$$

En forma similar se obtienen las ecuaciones para (ϕ_o^-, M_o^-) , $(\phi_r^-, 0)$ y la rigidez a flexión correspondiente a la descarga que de acuerdo a la figura 3.5 es $(EI)_6$.

3.4 CIERRE DE GRIETAS

Una vez que termina la descarga y se inicia la recarga en el otro sentido la sección analizada tiene rigidez a flexión baja debido a que las nuevas cargas empiezan a causar agrietamiento en el sentido de aplicación de la carga pero todavía no se han cerrado por completo las grietas en el sentido opuesto, éste gradual cierre de grietas genera una progresiva rigidización de las secciones, dando como resultado un estrechamiento del ciclo histerético a lo que se denomina ...*efecto pinching*... o cierre de grietas. El mismo que puede ser más pronunciado en elementos que tienen deficiencias en la armadura. Una vez que se han cerrado las grietas del sentido opuesto la rigidez a flexión en ésta etapa de la recarga se incrementa. Este tema ha sido muy estudiado por Chung et al⁽²⁶⁻²⁸⁾.

Los modelos constitutivos que contemplan el efecto pinching son entre otros el de Kustu (1975), Iwan (1973); pero estos dos modelos no contemplan deterioro de rigidez. El modelo de Atalay (1975) considera estos dos parámetros.

3.4.1 Efecto pinching en el modelo constitutivo de los tres parámetros

El parámetro γ define el efecto pinching. En la figura 3.6 se ilustra su comportamiento. Después de un ciclo de carga nos encontramos en el punto H de la figura 3.6

Al no considerar éste parámetro en el diagrama Momento Curvatura M-C, se uniría el punto H con el punto C. Ahora en éste segmento no se tiene una sola rigidez si no dos como se verá a continuación.

Se determina el punto D, considerando la intercepción de la recta γM_y con la perpendicular levantada desde el punto E que corresponde al punto $(\phi_r^+, 0)$. Un valor de $\gamma = \infty$ significa no tomar en cuenta éste efecto.

Al no considerar este parámetro el punto C era el punto objetivo, ahora este punto pasa a ser D en una primera fase, luego C en una segunda fase.

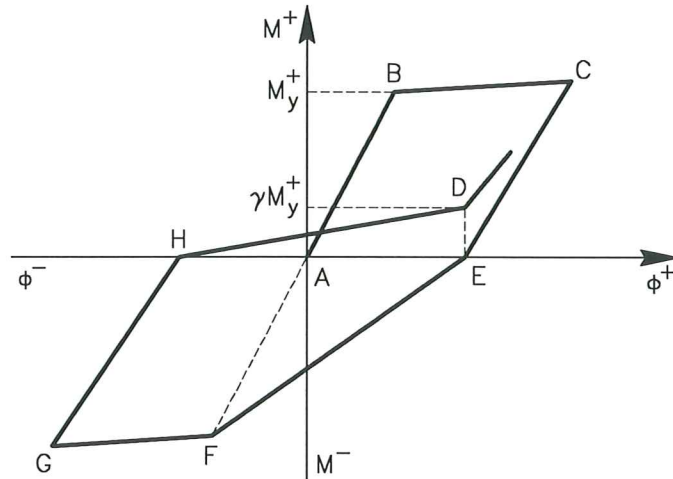


Figura 3.6 Efecto de cierre de grietas en modelo de los tres parámetros.

3.4.2 Efecto pinching en el modelo de Roufaiel y Meyer

En la figura 3.7 se indica el modelo de Roufaiel y Meyer⁽²⁵⁾ considerando deterioro de rigidez y el cierre de grietas de corte, todavía falta un parámetro más en el modelo, el mismo que se explicará en numeral 3.5.

Una vez que se halla en el punto $(\phi_r^-, 0)$ se alinea con (ϕ_x^+, M_x^+) , es decir, en la recta de pendiente 6 que se había definido en la ecuación (3.2.6) de la figura 3.3, y se determina el punto de coordenadas (ϕ_n^+, M_n^+) que se encuentra con la intercepción de la recta de pendiente 1.

$$\phi_n^+ = \frac{\phi_r^-(EI)_6}{(EI)_6 - (EI)_1} \quad (3.4.a)$$

$$M_n^+ = \phi_n^+(EI)_1 \quad (3.4.b)$$

$(EI)_1$ Definido en ecuación (3.2.a)

$(EI)_6$ Definido en ecuación (3.2.f). En figura 3.7 $(EI)_6$ corresponde a otra pendiente.

ϕ_r^- Es la curvatura negativa asociada a momento nulo.

El punto de cierre de grietas o pinching se define por (ϕ_p^+, M_p^+) de la siguiente forma

$$M_p^+ = \alpha_p M_n^+ \quad (3.4.c)$$

$$\phi_p^+ = \frac{M_p^+}{(EI)_1} \quad (3.4.d)$$

α_p Factor de quiebre de recta que varía entre 0 y 1

Un valor de $\alpha_p = 1$, significa que el efecto de cierre de grietas no es importante. En consecuencia las rectas 7 y 8 son una sola. Por el contrario, $\alpha_p = 0$, significa que es muy importante el efecto de cierre de grietas.

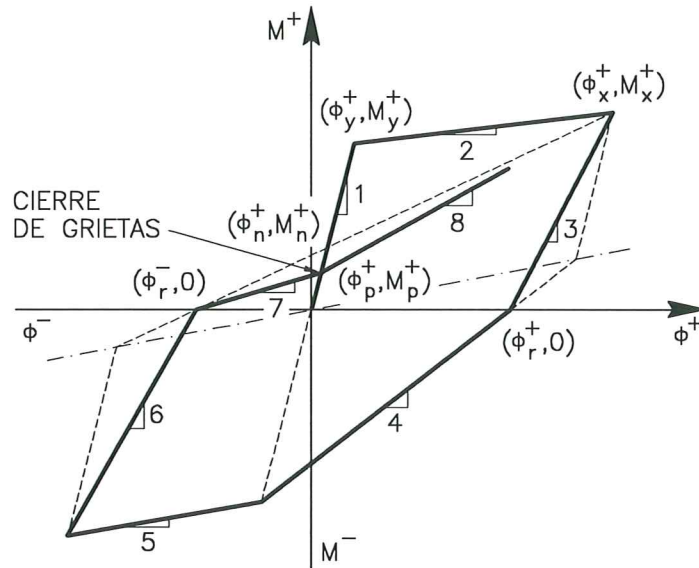


Figura 3.7 Modelo de Roufaiel y Meyer sin considerar deterioro de resistencia.

Las rigideces para las rectas 7 y 8, son

$$(EI)_7 = \frac{M_p^+}{\phi_p^+ - \phi_r^-} \quad (3.4.e)$$

$$(EI)_8 = \frac{M_x^+ - M_p^+}{\phi_x^+ - \phi_p^+} \quad (3.4.f)$$

Nuevamente las ecuaciones para el momento negativo son similares. Finalmente, la curvatura en las ramas de rigidez 7 y 8, son

$$\phi = \phi_r^- + \frac{M}{(EI)_7} \quad \text{si} \quad M \leq M_p^+ \quad (3.4.g)$$

$$\phi = \phi_p^+ + \frac{M - M_p^+}{(EI)_8} \quad \text{si} \quad M > M_p^+ \quad (3.4.h)$$

3.5 DETERIORO DE RESISTENCIA

En cada ciclo de carga reversible los elementos de hormigón armado experimentan un deterioro de la resistencia, su diagrama momento-curvatura inicial va decayendo por las fisuras que se van produciendo en el hormigón por la pérdida del recubrimiento. Otro aspecto por el cual se presenta la pérdida de resistencia es el deterioro de la adherencia a lo largo de los redondos, el mismo que se va incrementando en cada ciclo de carga con lo cual aumenta el espesor de las grietas, éste deterioro es mayor cuando los redondos longitudinales son de mayor diámetro. En vigas bien diseñadas, con materiales adecuados y bien detalladas el deterioro de resistencia es mínimo durante un sismo intenso.

Los modelos constitutivos de Aoyama (1971), Takayanagi (1977) y Nakata (1978) entre otros contemplan también el deterioro de resistencia.

3.5.1 Deterioro de resistencia en el modelo constitutivo de los tres parámetros

La variable β se utiliza para definir el deterioro de resistencia en el modelo de los tres parámetros. En la figura 3.8 se indica en forma gráfica el significado de una variable asociada con β .

Después de un ciclo de carga la rama ascendente no apunta al momento máximo obtenido en el ciclo anterior, si no que lo hace a un punto más bajo. Es decir, hay un decremento en el momento y consecuentemente un deterioro en la rigidez. Al prolongar este punto a la alineación de la rama inelástica se obtiene $d\delta_m$, la misma que viene definida por

$$d\delta_m = \beta \frac{dE}{M_y} \quad (3.5.a)$$

dE Es la energía disipada inelásticamente por el elemento.

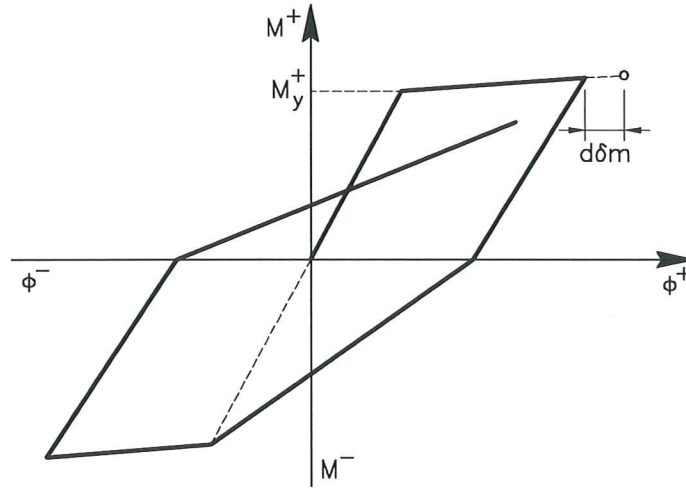


Figura 3.8 Deterioro de resistencia en el modelo de los tres parámetros.

3.5.2 Deterioro de resistencia en el modelo de Roufaiel y Meyer

En base a la figura 3.7, la incorporación del deterioro de resistencia en el modelo constitutivo queda como se ilustra en la figura 3.9. Únicamente se presentan las variables principales asociadas al tema que se trata ahora.

Después de un ciclo de carga se produce una caída del momento ΔM como lo ilustran las figuras 3.9 y 3.10. Se define el Índice de caída de resistencia^(25,26) S_d de la siguiente manera

$$S_d = \frac{\Delta M}{\Delta M_f} = \left(\frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \quad (3.5.b)$$

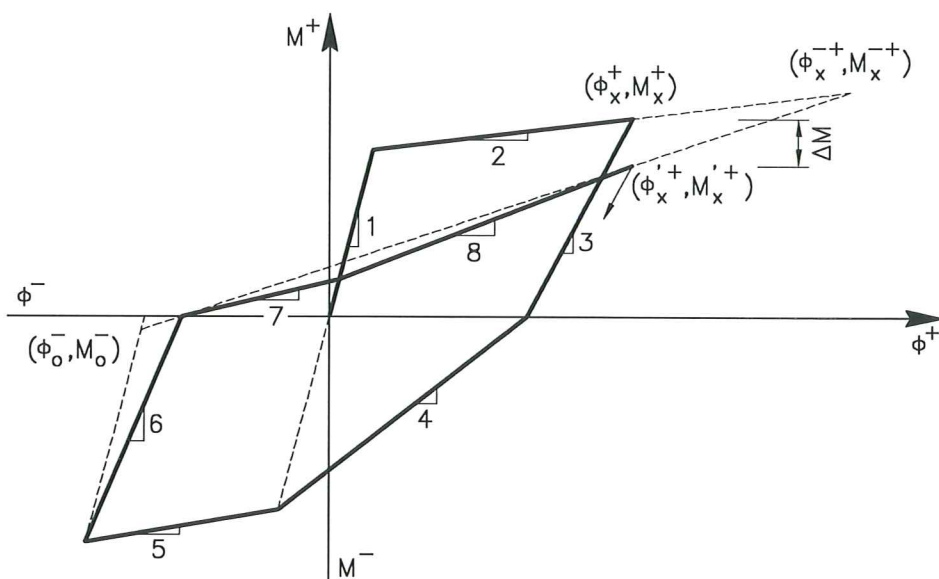


Figura 3.9 Deterioro de resistencia (Roufaiel-Meyer, 1987).

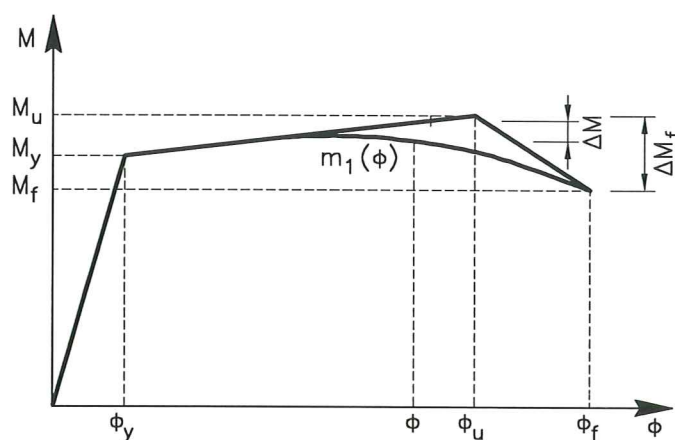


Figura 3.10 Diagrama momento curvatura con deterioro de resistencia.

w Es un parámetro de calibración. Se recomienda considerarlo igual a 1.5
La nueva resistencia del diagrama momento-curvatura viene definida por $m_1(\phi)$

$$m_1(\phi) = M_y + (\phi - \phi_y)(EI)_2 - [(\phi_f - \phi_y)(EI)_2 + M_y - M_f] \left(\frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \quad (3.5.c)$$

Cada vez que el momento sobrepasa el momento de fluencia se hace presente el “deterioro de resistencia”. De la siguiente manera es el procedimiento de cálculo:

- a) El momento ya no es el mismo del diagrama momento-curvatura inicial. Ahora el momento de la sección llega a un valor máximo $m_1(\phi)$ definido en la ecuación (3.5.c). De acuerdo a la figura 3.9 para $\phi = \phi_x^+$ el valor de m_1 se convierte en $M_x'^+$.
- b) Sea (\bar{EI}) la rigidez de la recta que une los puntos $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$ y (ϕ_o^-, M_o^-) de la figura 3.9, la misma que viene definida por

$$(\bar{EI}) = \frac{M_x'^+ - M_o^-}{\phi_x^+ - \phi_o^-} \quad (3.5.d)$$

$$(\bar{EI}) = \frac{\bar{M}_x^+ - M_o^-}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_o^-} \quad (3.5.e)$$

Con la ecuación (3.5.d) se determina (\bar{EI})

- c) Se determinan las coordenadas del punto crítico $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$ utilizando las ecuaciones (3.5.e) y (3.5.f).

$$(EI)_2 = \frac{\bar{M}_x^+ - M_y^+}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+} \quad (3.5.f)$$

De las ecuaciones (3.5.e) y (3.5.f) se obtiene

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_x^+ &= \frac{1}{(\bar{EI}) - (EI)_2} \\ &\times [M_y^+ - M_o^- - \phi_y^+ (EI)_2 + \phi_o^- (\bar{EI})] \end{aligned} \quad (3.5.g)$$

$$\bar{M}_x^+ = M_y^+ + (EI)_2 [\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+] \quad (3.5.h)$$

- d) Se determina las rigideces 7 y 8 en base al punto inmaginario $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$. Con este punto se evaluará ϕ_r para el deterioro de rigidez.

Es importante destacar la incorporación del punto de fallo F en el diagrama momento curvatura lo que no se había realizado antes, donde los modelos de cálculo de los diagramas momento-curvatura estaban definidos por tres puntos:

- el punto A, que se alcanza cuando el hormigón llega a su máxima resistencia a tracción.
- el punto Y, se alcanza cuando el acero a tracción llega a su límite de fluencia, y
- el punto U, se obtiene cuando el hormigón alcanza su máxima deformación útil a compresión. El acero de refuerzo se encuentra en la zona de post fluencia.

Algunos modelos no consideran de importancia al punto A, razón por la cual los omiten como es el caso presente.

Ahora con el modelo de Roufaiel y Meyer⁽²⁵⁾, se debe definir el punto F para ésto en el laboratorio se deberán hacer las adecuaciones necesarias para llevar al hormigón a la zona de aplastamiento descrito en el capítulo anterior.

Analíticamente el punto F queda definido cuando se alcanza primero una de las siguientes condiciones:

- El acero longitudinal llega a la rotura ϵ_{su} , numeral 2.2 del capítulo 2.
- El hormigón a compresión llega al aplastamiento ϵ_{cu} , numeral 2.3 del capítulo 2. $\epsilon_{cu} > \epsilon_u$.
- Cuando la pérdida del recubrimiento en el refuerzo a compresión ocasiona el fallo por pandeo del mismo.

El modelo propuesto por Roufaiel y Meyer ha tenido innovaciones, una de ellas es la presentada por Chung⁽²⁹⁾ quien presenta una nueva forma de cálculo de la pérdida de resistencia, la misma que se indica en la figura 3.11

Por otra parte, se empieza a dar importancia a un nuevo punto del diagrama momento curvatura, cual es el punto S, que se encuentra después del punto de fluencia (Y), y antes del punto (U). Se alcanza el punto S, cuando el acero que se encuentra en la zona inelástica termina la plataforma de fluencia e inicia la zona de endurecimiento.

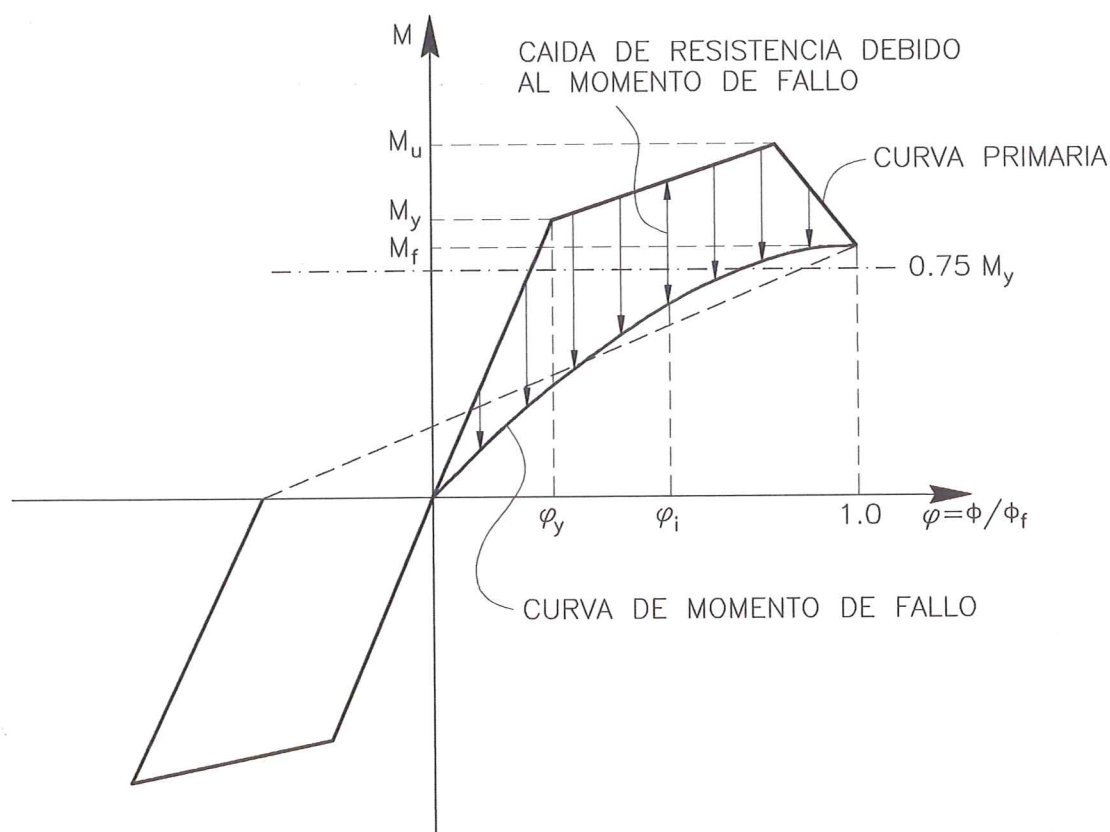


Figura 3.11 Diagrama momento curvatura con deterioro de resistencia. Modelo de Chung⁽²⁹⁾

Los modelos numéricos descritos son el resultado de las investigaciones realizadas en los laboratorios, los mismos que responden satisfactoriamente en elementos aislados, todavía falta por verse el comportamiento de toda la estructura. Las investigaciones que actualmente se efectúan tratan de involucrar a la mayor cantidad de elementos estructurales.

3.6 EFECTO $P - \Delta$

Normalmente cuando se efectúa un análisis sísmico de un edificio es práctica común realizar un análisis elástico, y de esta forma se obtienen los desplazamientos laterales los mismos que son multiplicados por la ductilidad global del edificio para encontrar los desplazamientos inelásticos despreciándose los efectos de segundo orden, entendiéndose por éstos los efectos de la gravedad actuando sobre la posición deformada de la estructura, lo que se denomina efecto $P - \Delta$.

Cuando el sismo es intenso la estructura trabaja en el rango inelástico con desplazamientos laterales lo suficientemente grandes, de tal forma que los efectos de segundo orden no son despreciables.

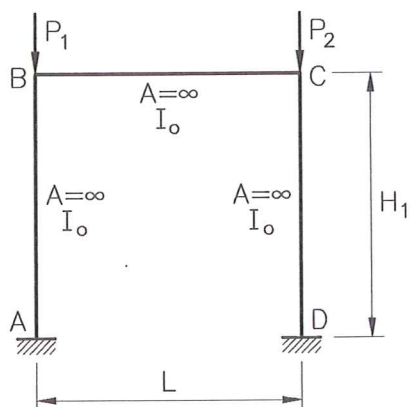


Figura 3.12 Pórtico de análisis

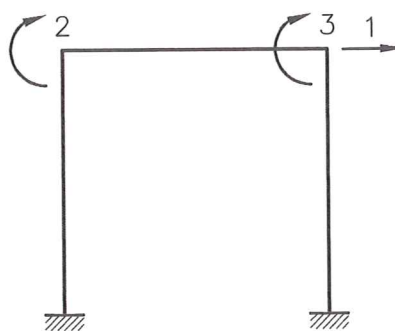


Figura 3.13 Grados de libertad

En el análisis no lineal se considera fundamentalmente la no linealidad del material y la no linealidad geométrica. En este apartado se detalla la forma de cálculo de esta última debido a las fuerzas verticales que gravitan sobre un pórtico plano.

Al cuantificar el daño de un edificio esbelto considerando únicamente la no linealidad del material puede llevar a subestimar éste cálculo cuando se trata de un terremoto severo toda vez que la fuerza de la gravedad empieza a tener un papel muy importante, por ésta razón se incorpora en el análisis.

3.6.1 Análisis estructural para calcular efecto $P - \Delta$

Por facilidad, la explicación teórica se realiza en el pórtico plano de la figura 3.12 en el que se considera que las columnas y la viga son axialmente rígidas; la carga vertical que gravita en el pórtico se concentra en los nudos, sean éstas P_1 y P_2 . En la figura 3.13 se indican los grados de libertad seleccionados para el análisis sísmico y en la figura 3.14 se presenta una deformada general de la estructura por efecto de un sismo en un tiempo t_i genérico.

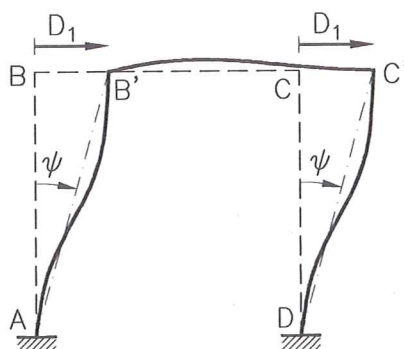


Figura 3.14 Deformada General

$$\delta D_1 = 1 \text{ y } \delta D_i = 0 \text{ para } i \neq 1$$

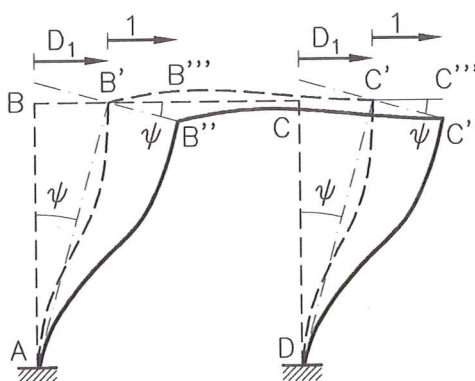


Figura 3.15 Deformada virtual elemental

Cuando se considera la componente horizontal de movimiento del suelo los giros de los nudos no son significativos con relación a la componente horizontal. En consecuencia el grado de libertad notado por 1 es el que interesa. Al aplicar trabajos virtuales en la estructura deformada de la figura 3.14, se obtiene la deformada virtual presentada en la figura 3.15.

El trabajo virtual (T.V.) que producen las cargas verticales P_1 y P_2 vale

$$T.V. = P_1 * B'' B''' + P_2 * C'' C'''$$

pero en la figura 3.15 se aprecia que

$$B''B''' = C''C''' = tg\psi * 1$$

por otra parte de la figura 3.14, se tiene que

$$tg\psi = \frac{D1}{H1}$$

de donde:

$$T.V. = P1 \frac{D1}{H1} + P2 \frac{D1}{H1} = \frac{D1}{H1} (P1 + P2)$$

se denomina \mathbf{Q} al vector de cargas generalizadas y Q_i un elemento cualquiera, el trabajo virtual calculado corresponde a Q_1 . Por otro lado sea $W1$ el peso total de la primera planta igual a $P1 + P2$. Para el pórtico analizado, se tiene

$$Q_1 = \frac{D1}{H1} W1 \quad (3.6)$$

al ser únicamente significativo este grado de libertad, el vector de cargas generalizadas, es

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{D1}{H1} W1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$D1$ Es la componente de desplazamiento horizontal del primer piso.

$W1$ Es el peso total de la primera planta.

$H1$ Es la altura de la primera planta.

En base al vector (3.7) se puede generalizar el cálculo para un pórtico de varios pisos.

3.6.2 Organización del cálculo para el efecto $P - \Delta$

En forma esquemática el procedimiento de cálculo al considerar el efecto $P - \Delta$ es el siguiente

- Para el instante de tiempo t_i se encuentra el incremento de desplazamiento $\Delta \mathbf{D}$ correspondiente a la aceleración del suelo (sismo) mediante un algoritmo de análisis adecuado.
- Con el vector de desplazamiento $\Delta \mathbf{D}$ se actualizan las coordenadas de los nudos de la estructura a la nueva posición deformada. En general el vector $\Delta \mathbf{D}$ contiene incrementos de desplazamiento en X ($\Delta \mathbf{X}$) y en Y ($\Delta \mathbf{Y}$) de los nudos.

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i-1} + \Delta \mathbf{X}_i \quad (3.8)$$

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{Y}_{i-1} + \Delta \mathbf{Y}_i \quad (3.9)$$

- c) Se obtiene la matriz de rigidez \mathbf{K} de la estructura tomando en cuenta las nuevas coordenadas de los nudos y considerando las inercias a flexión que tienen los elementos en el tiempo t_i .
- d) Se encuentra el vector de cargas generalizadas debido al efecto $P - \Delta$ de acuerdo a lo indicado en el numeral anterior. Nótese que únicamente las coordenadas laterales tienen valores diferentes de cero y que se trabaja con desplazamientos relativos. Desde un punto de vista riguroso debe indicarse que no se calcula \mathbf{Q} sino $\Delta\mathbf{Q}$, incremento de cargas para la posición deformada.
- e) Se obtienen los incrementos de desplazamiento $\Delta\mathbf{D}^*$ que genera $\Delta\mathbf{Q}$, resolviendo el sistema de ecuaciones

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{K}\Delta\mathbf{D}^* \quad (3.10)$$

- f) Se hallan los incrementos de fuerzas y momentos $\Delta\mathbf{F}$ en los elementos debidos a $\Delta\mathbf{D}^*$.
Tanto el vector de desplazamientos $\Delta\mathbf{D}^*$ como el vector de cargas $\Delta\mathbf{F}$ son para el tiempo t_i .
- g) Finalmente hay que actualizar los desplazamientos y fuerzas sumando $\Delta\mathbf{D}^*$ y $\Delta\mathbf{F}$ a los que tenía la estructura en el tiempo t_i debido al sismo.

3.6.3 Variación del período al considerar el efecto $P - \Delta$

Para sistemas de un grado de libertad se puede demostrar a partir de la ecuación (3.6) que la rigidez lateral (rigidez condensada al desplazamiento lateral de piso) vale

$$K = K_o(1 - \alpha^*) \quad (3.11)$$

K_o Es la rigidez lateral sin efecto $P - \Delta$

$$\alpha^* = \frac{m * g}{K_o * H} \quad (3.12)$$

m es la masa del sistema.

g es la aceleración de la gravedad.

H es la altura del entrepiso.

El parámetro α^* , que cuantifica el efecto $P - \Delta$ en la rigidez lateral del sistema^(30,31), varía entre 0 y 1. El valor de $\alpha^* = 0$ significa despreciar el efecto $P - \Delta$ y el valor de $\alpha^* = 1$ implica inestabilidad al ser nula la rigidez lateral. Con respecto a la inestabilidad en general se debe indicar que un programa de análisis no lineal debe controlar en cada instante de tiempo si la matriz de rigidez de la estructura es definida positiva, ya que si el daño que sufre la estructura es muy alto no es raro que la estructura se convierta en inestable.

Por otra parte, el período natural T del sistema, incluyendo el efecto $P - \Delta$ en función del parámetro α^* , viene definido por

$$T = T_o \sqrt{\frac{1}{1 - \alpha^*}} \quad (3.13)$$

donde

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_o}} \quad (3.14)$$

Al observar la ecuación (3.13) se aprecia que a medida que α^* crece el período también se incrementa y viceversa. Esto nos da una idea de la importancia de incluir el efecto $P - \Delta$ en el análisis sísmico, sobre todo si se van a analizar edificios altos con grandes masas y sometidos a sismos muy intensos.

REFERENCIAS

1. R. Aguiar, "Daño Sísmico en Pórticos de Hormigón Armado", *Tesis de Master en Ingeniería*, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Catalunya, Barcelona, 1993.
2. A. H. Barbat y J. M. Canet, *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*, 2da. Edición, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, 1994.
3. N. Molinares, A. H. Barbat, "Edificios con aislamiento de base no lineal", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería CIMNE, IS-5*, Barcelona, 1994.
4. R. W. Clough y S. B. Johnston, "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements", *Proceedings of the Japan Earthquake Engineering Symposium*, Tokyo, 195-198, 1966.
5. J. C. Anderson y W. H. Townsend, "Model for R/C frames with degrading stiffness", *Journal of Structural Division, ASCE*, **103 (ST12)**, 1977.
6. M. Saiidi, "Hysteresis models for reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **108 (ST5)**, 1077-1087, 1982.
7. J. Moehle y T. Cavanagh, "Confinement effectiveness of cross ties in reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111 (10)**, 2105-2120, 1985.
8. J. Lin y S. A. Mahin, "Effect of inelastic behaviour on the analysis and design of earthquake resistant structures", *Report No. UCB/EERC-85/08*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1985.
9. M. Saatcioglu y G. Ozcebe, "Response of reinforced concrete columns to simulate seismic loading", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86(1)**, 3-12, 1989.
10. B. G. Ang, M. J. Priestley y T. Paulay, "Seismic shear strength to circular reinforced concrete columns", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **86(1)**, 45-58, 1989.
11. M. N. Fardis y F. C. Filippou, "Frame members in bending with or without axial forced", *Behaviour and Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Alternate Actions Inducing Inelastic Response*, Bulletin d'information No. 220, Comité Euro-International du Béton (CEB), **2**, 11-134, Lausanne, 1994.

12. T. H. Hwang y C. F. Scribner, "Reinforced concrete member cyclic response during various loadings" *Journal of Structural Division, ASCE*, **110 (ST3)**, 477-489, 1984.
13. D. Darwin y C. K. Nmai, "Lightly reinforced concrete beams under cyclic load", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83**, 777-783, 1986.
14. M. J. Priestley y R. Park, "Strenght and ductility of concrete bridge columns under seismic loadings", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **84(1)**, 61-76, 1987.
15. S. N. Bousias, G. Verzelletti, M. N. Fardis y G. Magonette, "R.C. columns in cycle biaxial bending and axial load", *Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, **6**, 3041-3046, 1992.
16. B. Rabbat, J. I. Daniel, T. L. Weinnann y N. W. Hamson, "Seismic behaviour of light, weight and normal weight concrete columns", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **83(1)**, 69-78, 1986.
17. D. Abrams, "Influence of axial forces variations on flexural behaviour of reinforced concrete columns", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **84(3)**, 246-254, 1987.
18. D. Ristic, Y. Yamada y H. Iemura, "Effects of variation of axial forces to hysteretic earthquake response of reinforced concrete structures", *Proceedings of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering*, Lisboa, **7 (4)**, 49-56, 1986.
19. J. Grases, *Concreto armado en zonas sísmicas*, DIVISIDER, Division Siderurgica de Empresas. SIVENSA, Caracas, 1987.
20. H. Akiyama, *Earthquake-Resistant Limit-State Design for Buildings*, University of Tokio Press, 1985.
21. S. A. Mahin y V. Bertero, "Nonlinear seismic response of a coupled wall system", *Journal of Structural Division, ASCE*, **102 (ST9)**, 1759-1780, 1976.
22. R. Riddell y N. Newmark, "Force-deformation models for nonlinear analysis", *Journal of Structural Division, ASCE*, **105 (ST12)**, 2773-2778, 1979.
23. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
24. S. Kunnath, A. Reinhorn, R. Lobo, *IDARC Version 3.0: A program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
25. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer, "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113 (ST3)**, 429-444, 1987.
26. Y. S. Chung, M. Shinozuka, C. Meyer *SARCF User's guide seismic analysis of reinforced concrete frames*, Technical Report NCEER-88-0044, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1988.
27. Y. S. Chung, C. Meyer, S. Masanobu, "Modeling of concrete damage" *Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **86(3)**, 1989.
28. Y. S. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, *Seismic damage assessment of reinforced concrete members*, Technical Report NCEER-87-0022, National Center for Earth-

- quake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
29. Y. S. Chung, "Automated Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Frames", *Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics*, Columbia University, New York, 1988.
 30. E. Castilla, O. López, "Influencia de la fuerza de gravedad en la respuesta sísmica de estructuras", *Boletín Técnico N.- 67 Instituto de Materiales y Modelos Estructurales. Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Central de Venezuela*, Caracas, 1980.
 31. C. Sun, G. Berg, R. Hanson, "Gravity effect on single degree inelastic system " *ASCE Vol 99, N.- EM1, Proc. paper 9565 Journal of the Engineering Mechanics Division*, 183-200, 1973.

CAPÍTULO 4

ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

4.1 INTRODUCCIÓN

Antes de la década de los años setenta los investigadores especializados en la ingeniería sismorresistente estudiaban las causas por las que habían colapsado o sufrido daño determinadas estructuras luego de un terremoto, es así como se llegó a conocer las principales causas que producen los fallos, es más se los dió un nombre como por ejemplo: piso blando, columna corta, fallo de cortante, etc. El conocimiento adquirido en base a las lecciones que dejan los sismos fue muy valioso, pero no ha sido suficiente por la complejidad misma que entraña una estructura, hay demasiadas variables involucradas en el comportamiento sísmico de un edificio como la calidad de los materiales, la configuración en planta y en elevación, el aporte resistente de los elementos no estructurales, etc., por éste motivo se continua investigando en esa área y en otras, como la simulación en un ordenador de la forma de respuesta que tendrá un edificio ante un evento telúrico. Simulación que ha sido cuantificada mediante los índices de daño que serán tratados en el presente capítulo.

Los índices de daño sísmico en estructuras porticadas de hormigón armado, cuantifican mediante un número el grado de deterioro de un elemento, de un grupo de elementos o de una estructura; para una acción sísmica determinada. Tarea sumamente difícil por la gran cantidad de elementos estructurales y no estructurales que conforman un edificio. Los diferentes puntos de vista, por llamarlo de alguna forma, para evaluar el daño sísmico, están basados en:

- Relación entre la demanda sísmica y la capacidad de deformación de la estructura.
- Relación entre la demanda sísmica y la capacidad de resistencia de la estructura.
- Relación entre la demanda sísmica y la capacidad de energía disipada por la estructura.
- Relación entre la demanda sísmica y la capacidad de carga o deformación o energía disipada, de la estructura. Es una combinación de las variables mencionadas.
- Relación entre demanda sísmica y la capacidad evaluada en forma de sumatorio, las variables: deformación, carga o energía, ya sea trabajando individualmente con una de ellas o con una combinación de las mismas.

- Evaluación basada en parámetros vibracionales.

El primer enfoque de evaluación que se ha señalado, está basado en la relación *demanda sísmica-capacidad de deformación*, expresada normalmente en términos de ductilidad de la siguiente manera: demanda de ductilidad que genera el sismo con relación a la ductilidad local que es capaz de soportar el elemento obtenido para cargas monotónicas. Entre los trabajos que se han realizado con ésta relación se pueden mencionar los de Toussi y Yao⁽¹⁾, Ferrito⁽²⁾, Mahin y Bertero⁽³⁾, Mahin y Lin⁽⁴⁾, entre otros.

Tiene sus desventajas considerar únicamente éstos parámetros ya que no toman en cuenta la disipación de energía que presenta una estructura durante los varios ciclos que incursiona en el rango no lineal por éste motivo éste enfoque de evaluación ha sido complementado por otros investigadores de lo cual se hablará más adelante.

El segundo enfoque o criterio de de evaluación está basado en la relación *demanda sísmica-capacidad de resistencia*, que en la mayor parte de los casos normalizan el daño entre cero y la unidad, correspondiéndole el cero al inicio del rango no lineal y uno al colapso. Es arbitraria la variable de evaluación que se selecciona, puede ser el momento a flexión de un elemento, el cortante, etc.

En general, sea r la variable de evaluación; el índice de daño de acuerdo a éste enfoque viene dado por la relación entre el valor que alcanza la variable r debido al sismo menos el valor de r en la fluencia, con respecto a la capacidad última de la variable r menos la capacidad a nivel de fluencia de la indicada variable. Realmente el presente enfoque constituye una variante del indicado en el parrafo anterior en que no se trabaja con deformaciones sino con cargas por consiguiente tiene las mismas desventajas que ya fueron indicadas. Se puede indicar dentro de éste enfoque de cálculo los trabajos de Hasselman et al⁽⁵⁾.

El tercer criterio para evaluar el daño sísmico de una estructura está basado en la relación *demanda sísmica-capacidad de energía disipada*, realmente un gran número de índices de daño contemplan a la energía disipada como un parámetro básico para definir el grado de daño de una estructura y esto tiene su fundamento en el sentido de que las estructuras tienen una limitada capacidad de disipación de energía y se sabe que el daño es directamente proporcional a la energía que disipa.

En verdad, los índices de daño que se han propuesto en ésta corriente adicionan a éstos parámetros algunos de los indicados anteriormente con lo cual se complementa mejor el modelo. Entre los principales trabajos desarrollados en el presente contexto se puede indicar los de Banon et al⁽⁶⁾, Banon y Veneziano⁽²⁶⁾, Park⁽²⁷⁾ y Park et al^(7,28).

Las tres formas que se han indicado para evaluar el daño están enmarcadas en el grupo de evaluación que relaciona la *...demanda con la capacidad...*, demanda generada por el sismo comparada con la capacidad resistente de la estructura expresada en terminos de cargas, deformaciones o energías. Los índices de daño que se evalúan de ésta manera son a nivel local de elementos y para encontrar el daño global de la estructura, se selecciona un criterio de combinación, normalmente en términos energéticos como los utilizados por Park et al⁽⁷⁾, Kunnath et al⁽²¹⁾, Reinhorn et al⁽²⁰⁾, Bracci et al⁽¹⁹⁾.

Por otra parte y con los mismos enfoques de deformación, capacidad y principios energéticos pero considerando el efecto acumulado de la historia de carga se han propuesto otros modelos de daño como los desarrollados por Stephens y Yao⁽¹⁰⁾, Wang y Shah⁽¹¹⁾, Wang y Wang⁽¹²⁾, Jeong e Iwan⁽¹³⁾, Chung et al^(32,37) los modelos de daño de los autores expuestos consideran como parámetro de evaluación, a la deformación, pero expresados en términos de ductilidad. Ahora dentro de los modelos que miden la degradación estructural de los elementos se tiene el de Shibata y Sozen⁽⁸⁾, también publicado por Lybas y Sozen⁽²⁵⁾ que relaciona la rigidez a flexión elástica con la rigidez secante a flexión correspondiente a la máxima curvatura; una variante de éste modelo es el de Banon et al⁽⁶⁾ y el de Roufaiel y Meyer⁽⁹⁾ entre otros.

Finalmente entre los modelos de daño acumulado basado en principios energéticos se tienen los trabajos realizados por Gosain et al⁽¹⁴⁾, Filippou et al⁽¹⁵⁾, Darwin y Nmai⁽¹⁶⁾. Existen también índices de daño combinados que utilizan algunos de los parámetros anotados entre ellos se tienen el de Krawinkler y Zohrein⁽¹⁷⁾, Hwang y Scribner⁽¹⁸⁾, Bracci et al⁽¹⁹⁾ por mencionar algunos de ellos.

Como se aprecia es enorme la cantidad de modelos de daño que existen para estructuras de hormigón armado y la mayor parte de ellos tienen una característica en común, cual es evaluar la respuesta no lineal, paso a paso, de una estructura ante una acción sísmica expresada por su acelerograma lo cual demanda un considerable tiempo de ejecución.

En todos los modelos indicados anteriormente se evalúa el daño en cada uno de los elementos de la estructura. Existen modelos basados en parámetros vibracionales; el período de la estructura, es el parámetro vibracional utilizado para calcular el daño a nivel global de la estructura, es decir se tiene un solo valor de daño, con el inconveniente de que no se sabe con éstos modelos cual es el grado de daño de sus elementos. Entre éstos modelos se tienen el de Roufaiel y Meyer⁽²²⁾, Mork⁽²³⁾, Nielsen et al⁽²⁴⁾, DiPasquale y Cakmak⁽³⁵⁾.

Es fundamental resaltar, que el grado de valides de los modelos se mide ya sea en laboratorio o en base al daño que han dejado los terremotos en las estructuras algunos de los modelos indicados han comparado su simulación en el ordenador, con resultados reales.

Ahora lo que se pretende en los siguientes capítulos es ver el grado de correlación que existe entre algunos de ellos para lo cual se han seleccionado algunos modelos de daño que se consideran los más representativos de los diferentes enfoques ya anotados.

En el presente capítulo se indicará el marco teórico de los modelos seleccionados que son: Lybas y Sozen⁽²⁵⁾; Banon y Veneziano⁽²⁶⁾; Park y Ang⁽²⁹⁾; Daali⁽³¹⁾; Chung et al⁽³²⁾; DiPasquale y Cakmak⁽³⁵⁾; Ayala⁽³⁶⁾ y el denominado índice de ablandamiento⁽³⁵⁾. Los cinco primeros evalúan el daño a nivel local del elemento y los tres últimos calculan directamente el daño de toda la estructura.

A manera de ejemplo se evalúa la *...trayectoria de daño...* en un pórtico plano ante el sismo de Tokachi Oki de 1968. Se denominan trayectorias de daño a la variación en el tiempo del índice de daño de la estructura hasta alcanzar el colapso, como sucede con la estructura analizada en el presente capítulo, o en general hasta que el edificio deje de moverse por efecto del sismo. El cálculo

se realiza en primer lugar, sin normalizar el daño y luego, normalizando con el criterio de que cuando la estructura se encuentra en el rango elástico el daño es cero, y cuando toda la estructura colapsa el daño es uno.

4.1.1 Estructura analizada para presentar modelos de daño sísmico

La estructura analizada corresponde a un pórtico plano de un solo piso y de un vano, que tiene una luz de 4.00 m y una altura de 2.50 m. Todos los elementos tienen la misma sección transversal 30cm×30cm. Las columnas tienen como refuerzo longitudinal 8 ϕ de 12 mm repartidos uniformemente en su perímetro, con un recubrimiento de 5cm, y la viga tiene 2 ϕ de 14 mm que pasan a todo lo largo del elemento. Además tiene un refuerzo de 1 ϕ de 14 mm en la parte superior en los extremos y en la parte central del elemento. Igualmente, el recubrimiento es de 5 cm. Los estribos se consideran de 10 mm de diámetro a 10 y 20 cm, tal como lo estipula la normativa ACI-95⁽⁴²⁾.

En el análisis dinámico se considera que los elementos son axialmente rígidos y transversalmente flexibles, de tal forma que el modelo mecánico tiene 3 grados de libertad, un corrimiento horizontal de piso y dos rotaciones en los nudos.

Respecto al material, se considera que el hormigón y el acero tienen las siguientes características: módulo de elasticidad del hormigón $E_c = 21000$ MPa; módulo de corte $G = 8400$ MPa; módulo de elasticidad del acero $E_s = 210000$ MPa; esfuerzo de fluencia del acero $f_y = 280$ MPa; resistencia máxima del hormigón $f'_c = 30$ MPa; deformación del hormigón correspondiente a la máxima resistencia $\epsilon_o = 0.002$; deformación del hormigón en la rotura $\epsilon_u = 0.004$; deformación del hormigón en el trituramiento del hormigón $\epsilon_{tu} = 0.006$. La masa vale 10000 Ns²/m. La estructura tiene un período fundamental en el rango elástico de 0.163s y se considera un coeficiente de amortiguamiento del 5%.

El criterio de colapso de la estructura viene dado por una de las siguientes condiciones:

- El momento actuante es mayor o igual al momento último.
- La curvatura actuante es mayor o igual a la curvatura última.
- La matriz de rigidez de la estructura no es definida positiva.
- El daño es excesivo que afecta la estabilidad de la estructura.

Para el modelo de daño de Ayala⁽³⁶⁾ el límite de colapso de la estructura se consideró cuando la viga alcanzó el momento último, correspondiente a la máxima deformación útil del hormigón.

4.2 MODELOS DE DAÑO SÍSMICO

Se cuantifica el I_D para la estructura indicada ante el sismo de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour. La estructura presenta colapso en la parte superior de las columnas y en el nudo inicial y final de la viga, simultáneamente a los 3.5 s. El modelo constitutivo del material considerado es el de Roufaiel⁽⁹⁾ descrito en el capítulo tres, que contempla deterioro de rigidez, pérdida de resistencia y efecto de cierre de grietas. No se considera el efecto del cortante y deterioro de adherencia por agrietamiento del hormigón en el cálculo de la curvatura de fluencia, que se indicará en el siguiente capítulo.

4.2.1 Modelo de Lybas y Sozen

Es uno de los primeros modelos de evaluación del índice de daño⁽²⁵⁾ basado en la degradación estructural, y relaciona la rigidez a flexión del elemento ante cargas monotónicas con la rigidez a flexión correspondiente a la máxima deformación que alcanza el elemento durante la respuesta dinámica.

$$I_D = \frac{(EI)_y}{(EI)_m} \quad (4.1)$$

Al sustituir la rigidez a flexión en función del momento y curvatura, la ecuación (4.1) se transforma en

$$I_D = \frac{M_Y \phi_m}{\phi_Y M_m} \quad (4.2)$$

M_Y Es el momento de fluencia debido a cargas monotónicas.

ϕ_Y Es la curvatura de fluencia debido a cargas monotónicas.

ϕ_m Es la curvatura máxima alcanzada en la respuesta dinámica.

M_m Es el momento asociado a la curvatura máxima.

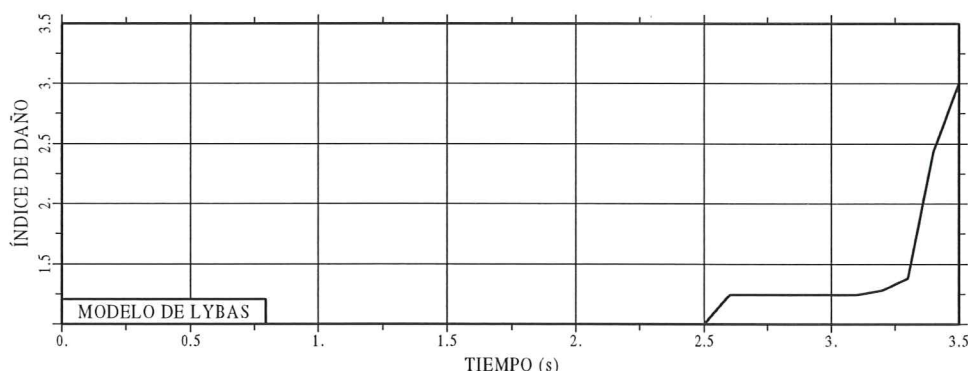


Figura 4.1 Trayectoria del índice de daño sin normalizar. Modelo de Lybas y Sozen (1977).

La estructura analizada en el presente capítulo tiene un comportamiento elástico hasta los 2.4 s. En éste rango el índice de daño del modelo propuesto por Lybas y Sozen tiene un valor de 1, y en el colapso llega a un valor de 3. En consecuencia el modelo tiene una cota inferior en 1 y no tiene cota superior en el caso general.

Banon et al⁽⁶⁾ modifican ligeramente el modelo con lo que denominan: factor de daño a flexión FDR, que relaciona la rigidez a flexión en el punto de rotura a la rigidez a flexión máxima alcanzada en la respuesta sísmica con ésta variante los índices de daño serán menores a la unidad.

Posteriormente Roufaiel y Meyer⁽⁹⁾ modifican el FDR con lo que denominaron MFDR que relacionan las flexibilidades de la sección de la siguiente forma: flexibilidad máxima alcanzada por el elemento en la respuesta sísmica menos la flexibilidad correspondiente al punto de fluencia, ésta diferencia la dividen para la diferencia entre la flexibilidad de rotura menos la flexibilidad en el punto de

fluencia de ésta manera inclusive ya tienen normalizado el daño entre cero y uno lo que no se tenía en los dos casos anteriores.

4.2.2 Modelo de Banon y Veneziano

El modelo que se va a describir fue propuesto por Banon y Veneziano⁽²⁶⁾ combina dos parámetros que son: *demanda sísmica-capacidad de deformación* que para el presente caso se denomina d_1 y *demanda sísmica-capacidad de energía disipada* que en el presente modelo se denomina d_2 . El primer parámetro relaciona el desplazamiento máximo δ_m con relación al desplazamiento cedente δ_y , y el segundo relaciona la energía inelástica disipada E_h con relación a la energía elástica. Por lo tanto, se tiene

$$d_1 = \frac{\delta_m}{\delta_y} \quad d_2 = \frac{E_h}{E_s} \quad (4.3)$$

Por otra parte, los parámetros d_1 y d_2 son modificados de la siguiente manera

$$d_1^* = d_1 - 1 \quad d_2^* = a d_2^b \quad (4.4)$$

Donde a y b son parámetros que caracterizan el problema estructural y se obtienen experimentalmente. Para elementos de hormigón armado se recomienda utilizar $a = 1.1$ y $b = 0.38$. El valor de a caracteriza el deterioro cíclico del elemento y varía entre 1.1 y 2. En el plano d_1^*, d_2^* la circunferencia con centro en el origen define las líneas con igual probabilidad de colapso. Con éste antecedente la función de daño para el modelo analizado queda

$$I_D = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2} \quad (4.5)$$

Nótese que d_2 viene a ser una normalización de la energía inelástica con respecto a la energía elástica, y el parámetro d_1 es la demanda de ductilidad cinemática μ_s . En consecuencia el modelo de Banon y Veneziano combina dos variables a saber: ductilidad y energía inelástica. Para la estructura analizada la variación de estas variables para el nudo inicial de la viga se presenta en la figura 4.2.

Mahin y Bertero (1981) definen la ductilidad inelástica de la siguiente manera

$$\mu_e = \frac{E_h}{F_y \delta_y} + 1 \quad (4.6)$$

F_y Es la máxima fuerza que soporta la estructura en el rango elástico.

En función de μ_s y μ_e los parámetros d_1 y d_2 se transforman en

$$d_1 = \mu_s \quad d_2 = 2(\mu_e - 1) \quad (4.7)$$

Al variar el coeficiente a desde 1.1 hasta 1.9 varia la trayectoria de daño para la estructura analizada. Ello se muestra en la figura 4.3. Evidentemente en la medida que el valor a crece el índice de daño sísmico también crece.

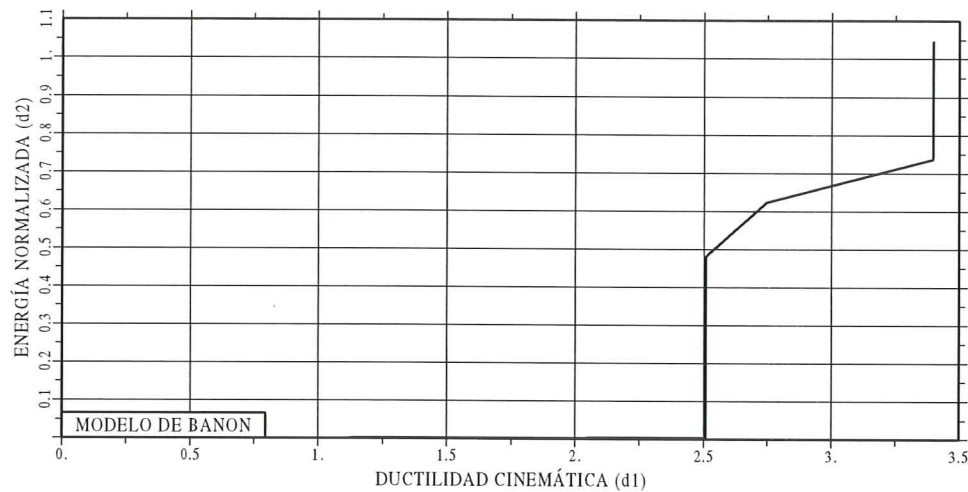


Figura 4.2 Trayectoria de la fallo para el nudo inicial de la viga.

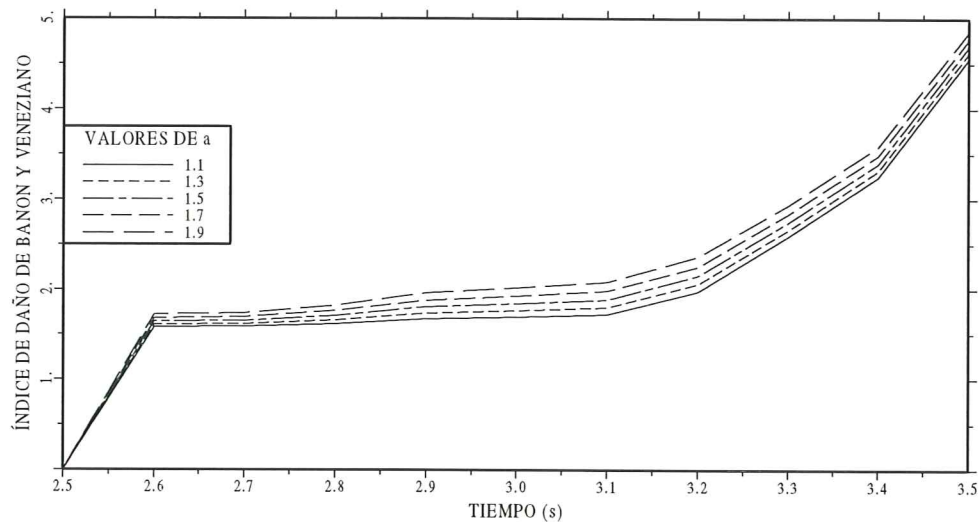


Figura 4.3 Variación de a en el cálculo del índice de daño. Modelo de Banon y Veneziano⁽²⁶⁾ (1982).

Para el rango elástico el valor del índice de daño del modelo de Banon y Veneziano es cero y no tiene cota superior. Nótese que existen valores superiores a 4.

4.2.3 Modelo de Park y Ang

La función de daño de Park y Ang^(27,28,29), una de las más empleadas en estructuras de hormigón armado, está definida en la ecuación (4.8).

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta E_h}{F_y \delta_y \mu_{\text{mono}}} \quad (4.8)$$

- μ_{mono} Es la ductilidad del elemento debido a cargas monotónicas, y
 β Factor experimental de calibración del deterioro de esfuerzos.
 Al reemplazar (4.6) en (4.8) se obtiene

$$I_D = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (4.9)$$

El valor de β no es fácil definir, Y. Park⁽²⁷⁾ inicialmente presentó la ecuación (4.10) para su evaluación, basándose en resultados experimentales.

$$\beta = [0.37\eta_o + 0.36(k_p - 0.2)^2] 0.9^{\rho_s} \quad (4.10)$$

$$\eta_o = \frac{N}{b \times df'_c} \quad (4.11.a)$$

$$\rho_s = \frac{2A_v}{s_h \times h'} \quad (4.11.b)$$

η_o es la relación de la carga axial N para el área efectiva de la sección multiplicada por la resistencia del hormigón a compresión y ρ_s es la relación volumétrica de los estribos respecto al área del núcleo del hormigón, por unidad de longitud. En la ecuación (4.11.b) h' es el ancho del corazón o núcleo de hormigón medido desde fuera del refuerzo transversal.

$$k_p = \frac{p_t f_y}{0.85 f'_c} \quad (4.12.a)$$

$$p_t = \frac{A_s}{b \times d} \quad (4.12.b)$$

Posteriormente Park⁽²⁹⁾ modificó la ecuación obtenida experimentalmente para calcular β por la (4.13).

$$\beta = \left(-0.447 + 0.73 \frac{L_s}{d} + 0.24\eta_o + 0.314p_t \right) 0.7^{\rho_s} \quad (4.13)$$

L_s/d Es la relación del claro de cortante.

Lo cierto es que β es función de la carga axial, del claro de cortante, de la sección transversal y de la armadura longitudinal y transversal. Se destaca que β no es función de la excitación sísmica, es decir, no depende de la historia de carga. Investigaciones realizadas⁽³⁰⁾ han demostrado que β varía entre 0.03 y 1.2 con un valor medio de 0.15

La respuesta del índice de daño al variar β en el rango indicado se presenta en la figura 4.4.

En el modelo de Park, no se aprecia cuando la estructura entra en el rango inelástico, a diferencia de los dos modelos enunciados. Por otra parte, la variación de β es significativa a pesar de que la disipación de energía inelástica en la estructura analizada no es mayor. El modelo no tiene una cota superior.

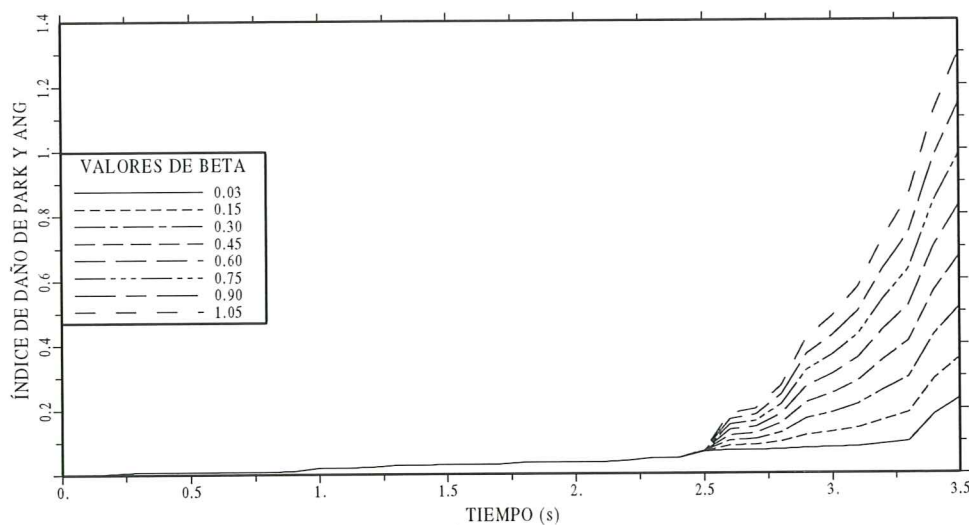


Figura 4.4 Variación de β en el cálculo del índice de daño. Modelo Y. Park y A. Ang (1984).

4.2.4 Modelo de Daali

El modelo de daño propuesto por Daali⁽³¹⁾ es una modificación del desarrollado por Park y Ang. Efectivamente, se mantiene el primer término de la ecuación (4.8), y en el segundo término se relaciona la energía disipada inelásticamente con la deformación residual plástica.

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta \sum (\mu_i - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (4.14)$$

$$\mu_i = \frac{\delta_{\text{rpi}}}{\delta_y} + 1 \quad (4.15)$$

δ_{rpi} Es el desplazamiento residual plástico en el ciclo i .

En la figura 4.5 se presenta la variación del parámetro β en el cálculo del índice de daño I_D . Nótese que no se diferencia el inicio del rango inelástico y, aparentemente, la variación de β no es significativa como en el modelo de daño de Park y Ang.

4.2.5 Modelo de Chung, Meyer y Shinozuka

Este modelo se encuentra dentro del enfoque de *daño acumulado basado en las deformaciones*. El modelo de daño propuesto por Chung et al.^(32,37) presenta una forma de cálculo un tanto diferente a los anteriores, y está basado en el número de ciclos que la estructura incursiona en el rango no lineal y en la curvatura del momento de fallo, que se explicará posteriormente. La ecuación (4.16) define el índice de daño.

$$I_D = \sum_i \left(\alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right) \quad (4.16)$$

i Es el indicador del nivel de desplazamiento o curvatura.

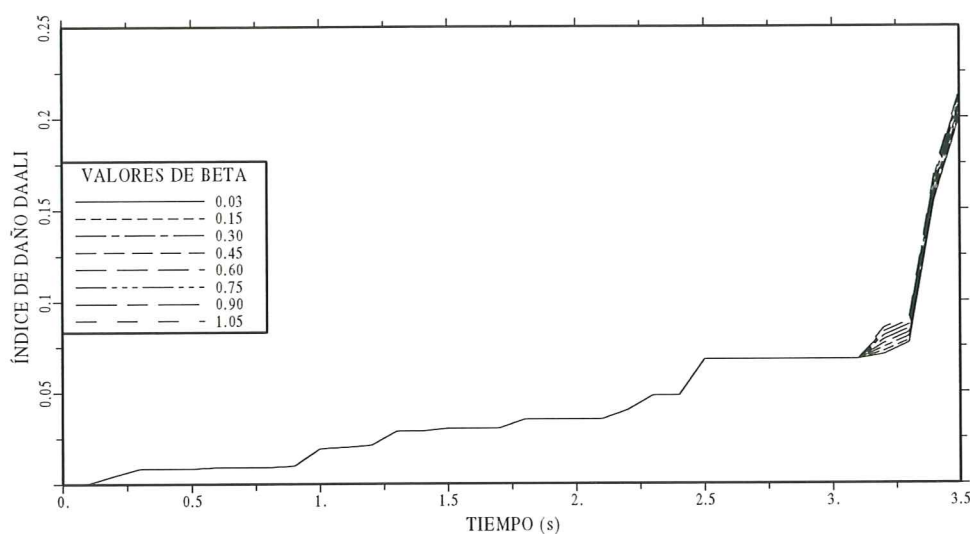


Figura 4.5 Variación de β en el cálculo del índice de daño. Modelo de Daali (1995).

N_i Es el número total de ciclos que causan el fallo en el nivel de curvatura i , definido en (4.17).

n_i Es el número actual de ciclos en el nivel de curvatura i .

α_i Es un parámetro modificador del daño.

El significado de los signos $+$ y $-$ ha sido indicado con detenimiento en los capítulos anteriores.

No todos los ciclos de carga son contabilizados, sino únicamente aquellos que superan la curvatura cedente y además que estén sobre la primera línea de rigidez 2 (línea entrecortada) de la figura 5.7. del capítulo 5.

$$N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i} \quad (4.17)$$

$$M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1} \quad (4.18)$$

$$\Phi_i = \frac{\phi_i}{\phi_f} \quad (4.19)$$

M_{fi} Es el momento de fallo para el nivel de curvatura i .

M_f Es el momento de fallo.

ϕ_f Es la curvatura de fallo.

ΔM_i Está definido en numeral 3.5.2 del capítulo 3.

El modelo considera la historia de la carga a que ha estado sometida la estructura por medio del parámetro α_i , que considera la energía disipada inelásticamente.

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (4.20)$$

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} M_{ij}^+}{n_i^+ \left[M_{i1}^+ - \frac{(N_i^+ - 1)\Delta M_i^+}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (4.21)$$

$$K_i^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+} \quad (4.22)$$

$$\bar{K}_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} K_{ij}^+ \quad (4.23)$$

K_{ij}^+ Es la rigidez durante el ciclo j de carga en el nivel i .

\bar{K}_i^+ Es la rigidez promedio durante N_i^+ ciclos de carga en el nivel i .

$$M_{ij}^+ = M_{i1}^+ - (j - 1)\Delta M_i^+ \quad (4.24)$$

M_{ij}^+ Es el momento alcanzado en el ciclo de carga j para el nivel i .
Para el signo - las ecuaciones son

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} K_{ij}^-}{n_i^- \times \bar{K}_i^-} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (4.25.a)$$

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} M_{ij}^-}{n_i^- \left[M_{i1}^- - \frac{(N_i^- - 1)\Delta M_i^-}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (4.25.b)$$

$$K_i^- = \frac{M_{ij}^-}{\phi_i^-} \quad (4.26)$$

$$\bar{K}_i^- = \frac{1}{N_i^-} \sum_{j=1}^{N_i^-} K_{ij}^- \quad (4.27)$$

$$M_{ij}^- = M_{i1}^- - (j - 1)\Delta M_i^- \quad (4.28)$$

Para la estructura analizada los valores de I_D que se obtienen con el modelo de Chung et al^(32,37) que posteriormente se identificará como modelo de Mayer, se presentan en la figura 4.6.

A diferencia de los otros modelos, el índice de daño empieza a cuantificarse después del primer ciclo de carga en el rango no lineal, en la figura 4.6 se aprecia que alrededor de 3.12 segundos empieza a medirse.

Chung et al^(38,39) han incorporado los modelos de daño en el diseño sismo resistente de estructuras y es así que recomiendan que las columnas de un edificio tengan un valor $I_D < 0.01$ y para todas las vigas el promedio de sus índices de daño debe ser menor a 0.3 De acuerdo a la filosofía de diseño sísmico en una estructura de hormigón armado se admite daño en las vigas y no en columnas. Por lo tanto, los valores indicados son razonables sin embargo como última opción se permite daño únicamente en los pies de las columnas del primer piso, por consiguiente para éstos sitios el límite de daño aceptado debe ser mayor al propuesto.

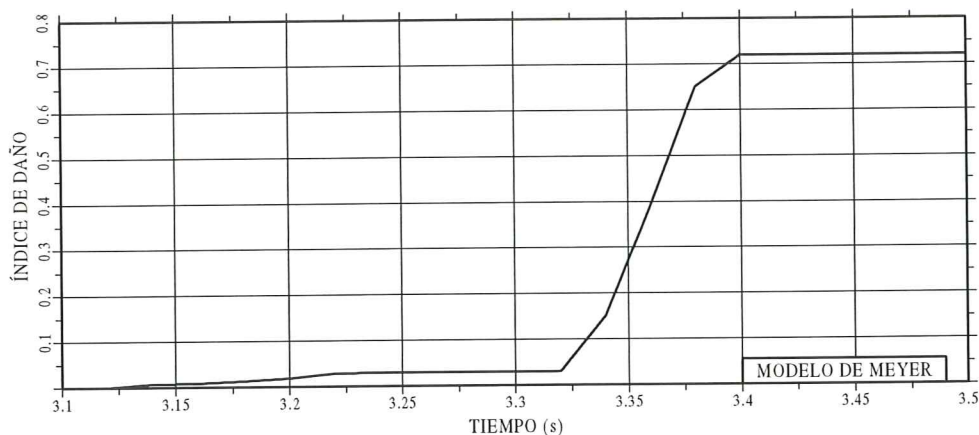


Figura 4.6 Trayectoria del índice de daño con el modelo propuesto por Chung, Meyer y Shinozuka^(32,37).

4.2.6 Modelo de DiPasquale y Cakmak

Como se indicó en la Introducción el índice de daño de DiPasquale y Cakmak⁽³⁵⁾ es de toda la estructura y se basa en el cálculo del período natural de vibración debido al deterioro de la misma por efecto de un sismo. Luego el enfoque corresponde al de *índices de daño provenientes de parámetros vibracionales*. Cuando la estructura sufre daño la matriz de rigidez de la estructura se va degradando y consecuentemente cambia en el tiempo y los períodos de vibración que dependen de la matriz de rigidez y de la matriz de masas, cambian. Los modelos basados en parámetros vibracionales normalmente trabajan con el primer modo de vibración.

Varios son los trabajos realizados por DiPasquale y Cakmak^(35,40,41) en ésta línea de investigación que tienen un respaldo experimental y estadístico basados en la evolución del período de estructuras sometidas a varias acciones sísmicas.

El índice de daño en estudio⁽³⁵⁾, está en función del período máximo alcanzado por la estructura durante la respuesta, T_{\max} y el período inicial, en rango elástico T_o .

$$I_D = 1 - \frac{T_o}{T_{\max}} \quad (4.29)$$

La trayectoria de daño obtenida para la estructura analizada se presenta en la figura 4.7, empieza a cuantificarse una vez que el pórtico plano ingresa al rango plástico desde un valor de cero hasta un valor máximo de uno.

4.2.7 Modelo de Ayala

El modelo propuesto por Ayala⁽³⁶⁾ calcula el índice de daño sísmico en función de los períodos de vibración de la siguiente manera:

$$I_D = \frac{T_{\text{final}} - T_o}{T_u - T_o} \quad (4.30)$$

Las variables no definidas son: T_{final} es el período al terminar el sismo, en el cálculo de las trayectorias de daño esta variable corresponde al período

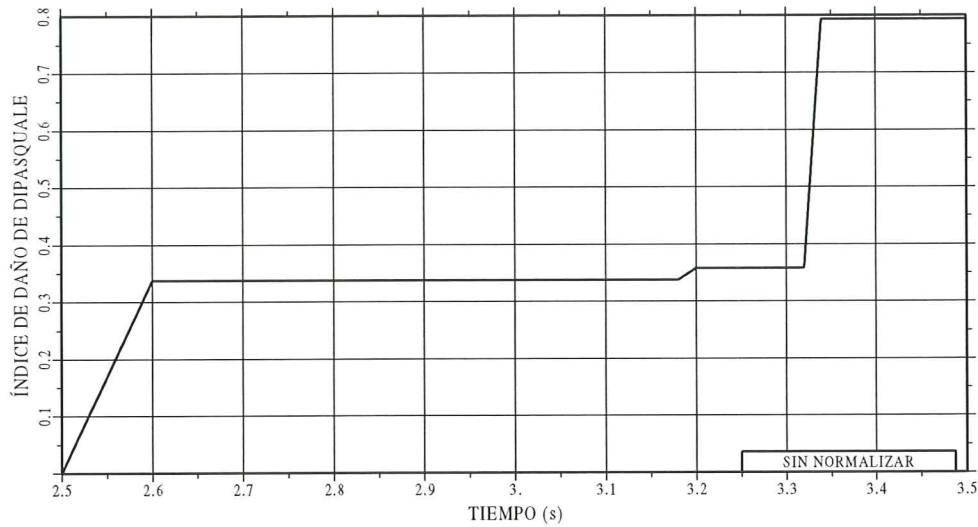


Figura 4.7 Trayectoria del índice de daño obtenida con el modelo de DiPasquale y Cakmak.

que tiene la estructura en el tiempo analizado, y T_u es el período asociado con un nivel límite seleccionado de colapso. Para encontrar el valor de T_u se debe construir la curva de capacidad resistente del pórtico la misma que se detalla en el capítulo 6 ante cargas estáticas monotónicas crecientes. Para el pórtico analizado el valor de T_u seleccionado es de 0.25 s.

La ecuación (4.30) se obtiene por interpolación lineal, considerando que cuando la estructura se encuentra en el rango elástico y por consiguiente tiene el período T_o el valor del índice de daño es cero y que cuando la estructura llega al criterio definido de colapso con el período T_u el índice de daño es la unidad. Para el T_{final} que alcanza la estructura en la respuesta sísmica, por interpolación lineal entre los valores indicados se obtiene la ecuación (4.30).

En la figura 4.8 se indica la trayectoria de daño obtenida con el modelo de Ayala. Nótese que los valores de daño aumentan y disminuyen en el tiempo, esto se debe a que el valor de T_{final} en cada instante de tiempo también varía en forma creciente y decreciente dependiendo de la rama del modelo constitutivo en que se encuentre el elemento.

El índice de daño, sin normalizar no tiene una cota superior definida en la figura 4.8 se observa que alcanza valores superiores a seis.

4.2.8 Índice de ablandamiento

El índice de ablandamiento⁽³⁵⁾ es un índice similar al de daño razón por la cual se lo escribirá con la misma variable, viene definido de la siguiente forma

$$I_D = 1 - \frac{T_o^2}{T_{final}^2} \quad (4.31)$$

En la figura 4.9 se tiene la trayectoria⁽³⁵⁾ de daño encontrada con éste índice para la estructura analizada. Su trayectoria en el tiempo es creciente y decreciente, igual que el índice de Ayala pero los valores obtenidos son menores que la unidad.

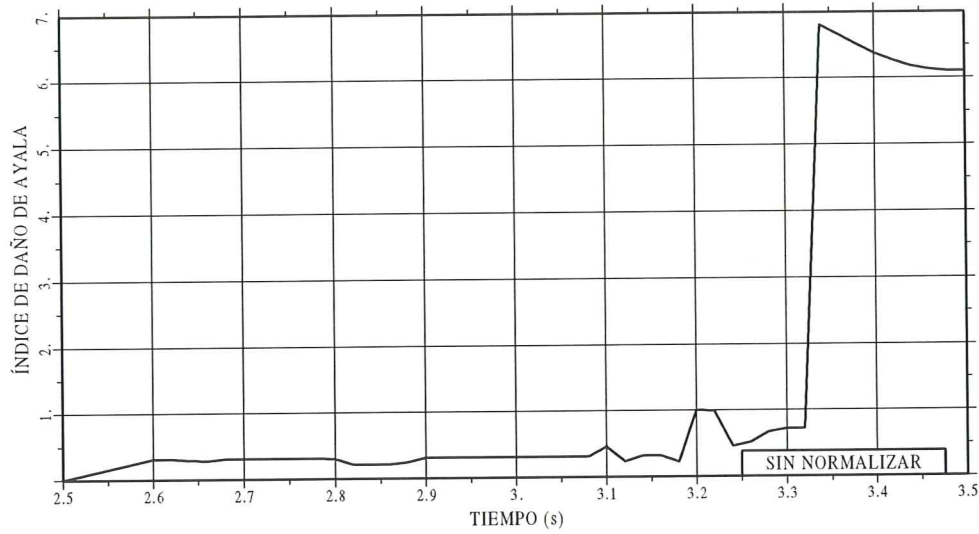


Figura 4.8 Trayectoria del índice de daño encontrada con el modelo propuesto por Ayala.

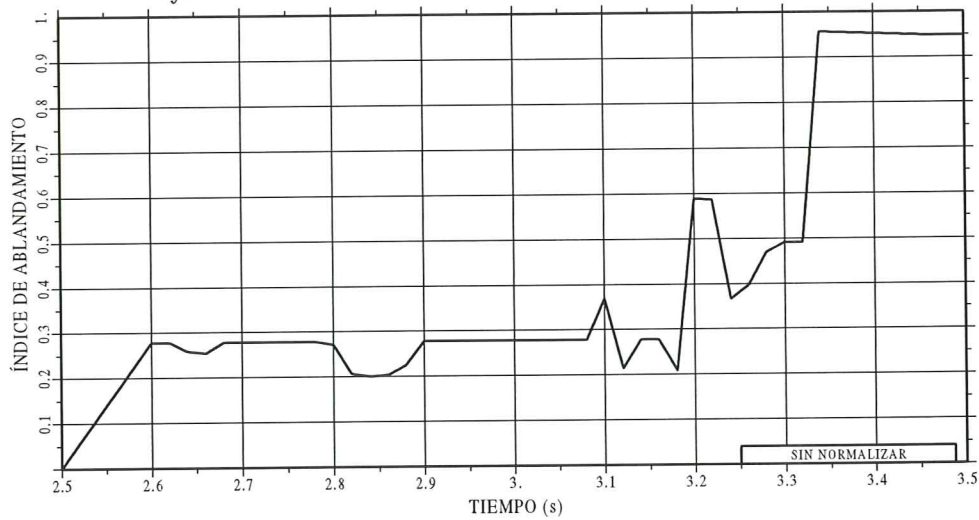


Figura 4.9 Trayectoria del índice de ablandamiento.

4.3 NORMALIZACIÓN DEL ÍNDICE DE DAÑO SÍSMICO

Para poder comparar los valores de I_D con los diferentes modelos presentados en el apartado anterior es necesario normalizar el daño de alguna manera. En éste capítulo se normaliza de tal forma que si un elemento se encuentra en el rango elástico el $I_D = 0$ y si el elemento colapsa, el valor de $I_D = 1$.

Las funciones de daño indicadas en el apartado anterior son a nivel local del elemento. Para encontrar el daño global de la estructura se debe seleccionar un criterio de combinación. En el presente caso, el criterio seleccionado está en función de las energías como lo indica la ecuación (4.32). Las trayectorias de daño indicadas en el presente capítulo son a nivel global de la estructura.

$$I_{Dt} = \sum_{i=1}^n I_{Di} \frac{E_i}{E_t} \quad (4.32)$$

- I_{Di} Es el índice de daño del elemento i .
 I_{Dt} Es el índice de daño de la estructura.
 E_i Es la energía del elemento i .
 E_t Es la energía total de la estructura.

La trayectoria de daño normalizada para la estructura analizada y para el modelo de Lybas y Sozen se presenta en la figura 4.10. Nótese que ahora el índice de daño alcanza un valor máximo de 0.825, a diferencia del obtenido en la figura 4.1 por la normalización.

Por otra parte, la trayectoria de daño encontrada con el modelo de Banon y Veneziano es la misma que la del modelo de Lybas y Sozen y es independiente de la variación del coeficiente a para la estructura analizada.

Como los valores del modelo de Banon y Veneziano sin normalizar son bastante altos, como se aprecia en la figura 4.3, al normalizar se ha obtenido una sola curva situación que no se presenta con los modelos de Park y Daali, en los cuales los valores son bajos. Las figuras 4.1 y 4.3, donde se evalúa el índice de daño con los modelos de Lybas y Banon, no se pueden comparar porque no están normalizados.

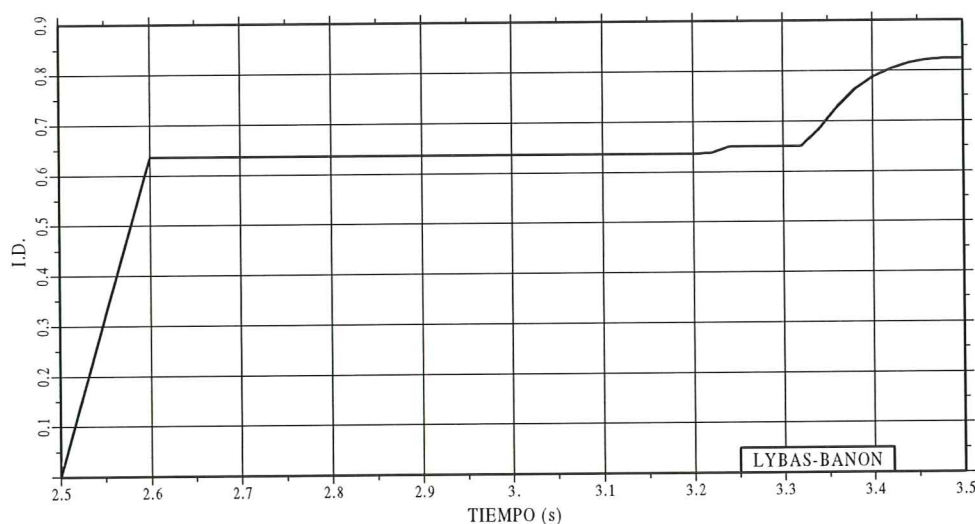


Figura 4.10 Trayectoria de daño normalizada obtenida con los modelos de Lybas y Sozen; y, Banon y Veneziano.

En el gráfico 4.11.(a) se indica el índice de daño normalizado para diferentes valores de β del modelo de Y. Park. Es interesante notar que para 3.5s, cuando la estructura presenta colapso, se tiene el mismo índice de daño para los valores de β que van desde 0.60 a 1.05. Algo similar se apreciará con esta variable en el modelo de Daali cuando la estructura está severamente dañada. En la figura 4.11.(b) se presenta la trayectoria de daño normalizado utilizando el modelo de Daali. Nótese que a partir de los 3.4 s el índice de daño es independiente del valor de β . Para el modelo de Meyer, en la figura 4.11.(c) se presenta la trayectoria de daño normalizado.

En los índices de daño de DiPasquale y Cakmak; Ayala y en el cálculo del índice de ablandamiento se obtiene el daño a nivel de toda la estructura, para poder compararlos con los ya indicados se partió de la siguiente hipótesis:

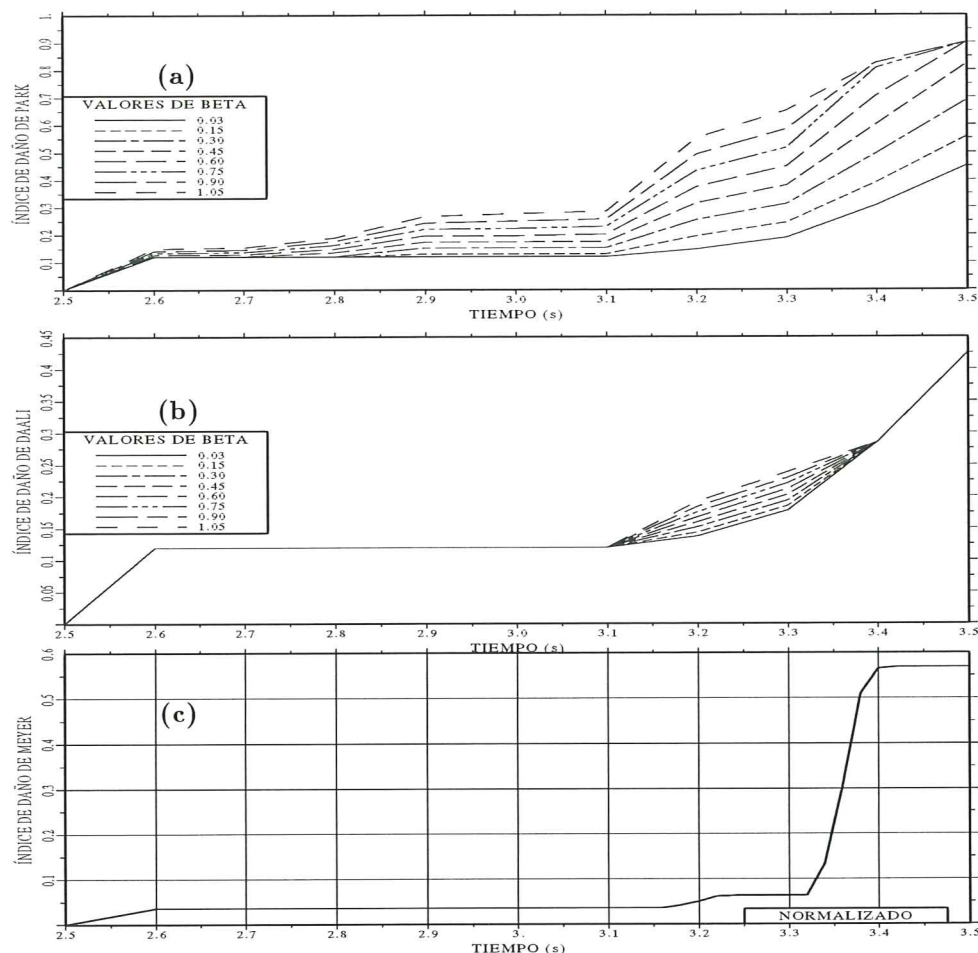


Figura 4.11 Comparación de trayectorias de daño obtenidas empleando los siguientes modelos de daño: (a) Park y Ang. (b) Daali. (c) Chung, Meyer y Shinozuka.

El daño total obtenido se considera igual en cada elemento y luego en base a la curvatura que tiene cada sección se realiza primeramente la normalización y luego se encuentra el daño total considerando la energía de ésta forma se pueden comparar posteriormente los diferentes índices de daño. Los resultados obtenidos se indican en la figura 4.12.(a) para DiPasquale y Cakmak, 4.12.(b) para Ayala y 4.12(c) para el índice de ablandamiento.

4.4 CONCEPTOS ENERGÉTICOS

Siendo la energía un concepto fundamental en la evaluación del daño es necesario hablar sobre su cuantificación para los fines que se persiguen. A partir del sistema de ecuaciones diferenciales para sistemas de n grados de libertad, se demuestra⁽³⁴⁾ que

$$E_I = E_k + E_d + E_s + E_h \quad (4.33)$$

E_I Es la energía que absorbe el sistema debido a la acción sísmica.

E_k Es la energía cinética de la estructura.

E_d Es la energía disipada por amortiguamiento viscoso.

La energía inelástica E_h y la energía elástica o de deformación E_s han sido

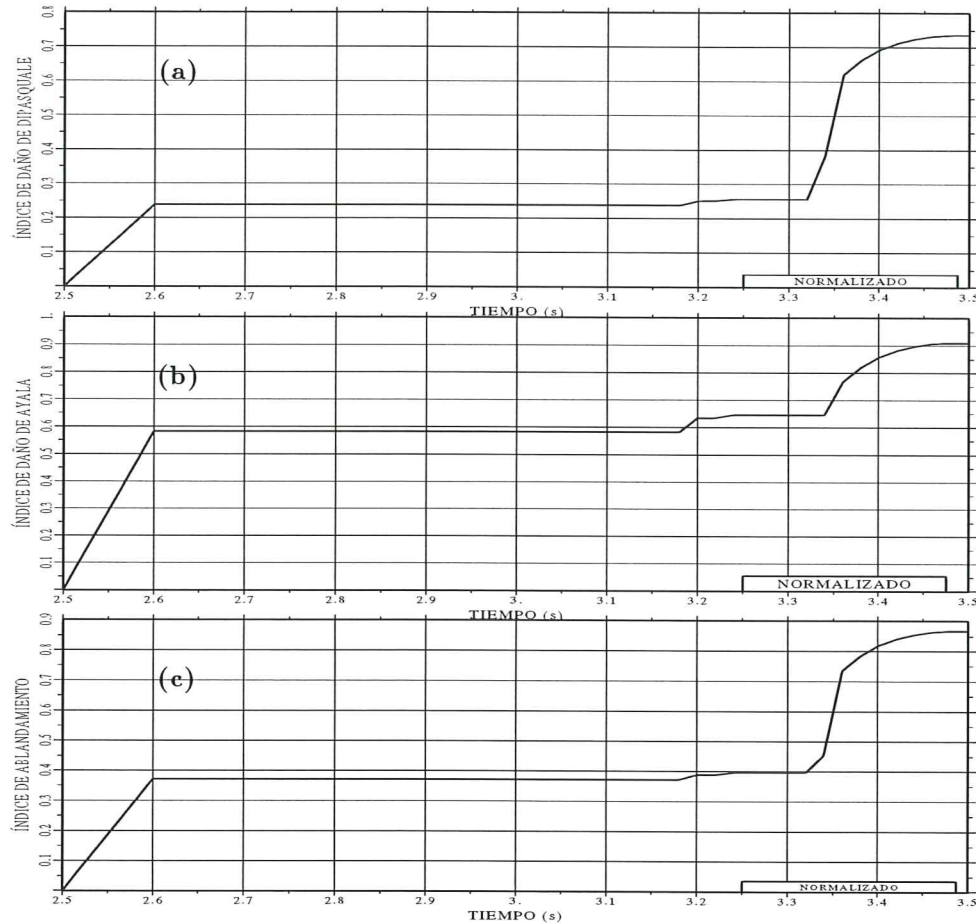


Figura 4.12 Comparación de trayectorias de daño obtenidas empleando los siguientes modelos de daño: (a) DiPasquale y Cakmak. (b) Ayala. (c) índice de ablandamiento.

señaladas a lo largo del capítulo, debiendo indicarse como se calculan.

$$E_s + E_h = \int_0^t R[D(t)] \dot{D}(t) dt \quad (4.34)$$

$R[D(t)]$ Es la fuerza que actúa en el sistema.

$D(t)$ Es el desplazamiento del sistema.

$\dot{D}(t)$ Es la velocidad del sistema.

Cuando la estructura se encuentra en el rango elástico, al aplicar la ecuación (4.34) se obtendrá E_s y cuando ingresa en el rango inelástico se obtiene E_h .

4.5 COMENTARIOS

estructuras de hormigón armado

En el presente capítulo se ha presentado una visión general de los modelos que se han publicado para evaluar el daño sísmico en edificios de hormigón armado, realmente es muy grande el número de modelos que existen al respecto. Posteriormente se han seleccionado los modelos más representativos, a criterio del autor, que existen de los diferentes enfoques de evaluación. Estos son: Lybas y Sozen⁽²⁵⁾; Banon y Veneziano⁽²⁶⁾; Park y Ang⁽²⁹⁾; Daali⁽³¹⁾; Chung et al⁽³²⁾; DiPasquale y Cakmak⁽³⁵⁾; Ayala⁽³⁶⁾ y el denominado índice de ablandamiento⁽³⁵⁾.

Los cinco primeros calculan el daño a nivel local del elemento, con el objeto de tener el daño a nivel global de la estructura se ha empleado un criterio de combinación energético. En cambio en los tres últimos se calcula directamente el daño a nivel global de la estructura.

Estos modelos serán utilizados en el capítulo cinco para ver la bondad del Modelo Propuesto para evaluar la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y por corte inelástico que se propone en el capítulo 5 y para ver el grado de correlación que existe entre los modelos de daño sísmico. Por este motivo se ha presentado un estudio bastante detallado de los modelos seleccionados, construyendo trayectorias de daño en una estructura ante el sismo de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour.

REFERENCIAS

1. S. Toussi y J. T. P. Yao, "Hysteresis identification of existing structures", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, **109** (5), 1189-1203, 1983.
2. J. M. Ferrito, "Economics of seismic design for new buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, **110**, 2925-2938, 1984.
3. S. A. Mahin y V. V. Bertero, "Problems in establishing and predicting ductility in aseismic design", *Proceedings of International Conference on Earthquake Structural Engineering*, Saint Louis, 613-628, 1976.
4. S. A. Mahin y J. Lin, "Construction of inelastic response spectra for single degree of freedom systems", *Report No. UCB/EERC-83/17*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1983.
5. T. Hasselman, R. Eguchi y J. Wiggins, "Assessment of Damageability for Existing Buildings in a Natural Hazards Environment", *Technical Report No. 80-1332-1*, J. H. Wiggins Company, California, 1980.
6. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine, "Seismic damage in reinforced concrete frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **107** (ST9), 1713-1729, 1981.
7. Y. J. Park, A. H. S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings" *Journal of Structural Division, ASCE*, **111**, 740-757, 1985.
8. A. Shibata y M. A. Sozen, "The substitute-structure method for seismic design in reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **102**, 1-18, 1976.
9. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer, "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113** (ST3), 429-444, 1987.
10. J. E. Stephens y J. T. P. Yao, "Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113** (4), 787-801, 1987.
11. M. L. Wang y S. P. Shah, "Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concepts", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 993-1003, 1987.
12. M. L. Wang y J. Wang, "Nonlinear dynamic analysis of reinforced concrete shear-wall structures", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **11** (5), 255-268, 1982.
13. G. D. Jeong y W. D. Iwan, "Effect of earthquake duration on the damage of structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **16** (8), 1201-1211, 1988.
14. N. K. Gosain, R. H. Brown y J. O. Jirsa, "Shear requirements for load reversals

- on RC members", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87** (3), 326-340, 1990.
15. F. C. Filippou, E. P. Popov y V. V. Bertero, "Analytical studies of hysteretic behaviour of R/C joints", *Journal of Structural Division, ASCE*, **112** (7), 1605-1622, 1986
 16. D. Darwin y C. K. Nmai, "Energy dissipation in RC beams under cyclic load" *Journal of Structural Division, ASCE*, **112** (8), 1829-1846, 1986.
 17. H. Krawinkler y M. Zohrein, "Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions", *Computer & Structures*, **16** (14), 531-541, 1983.
 18. T. H. Hwang y C. F. Scribner, "Reinforced concrete member cyclic response during various loadings" *Journal of Structural Division, ASCE*, **110** (ST3), 477-489, 1984.
 19. J. M. Bracci, A. M. Reinhorn, J. B. Mander y S. K. Kunnath, "Deterministic Model for Seismic Damage Evaluation of Reinforced Concrete Structures", *Technical Report NCEER-89-0033*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1989.
 20. A. M. Reinhorn, S. K. Kunnath y J. M. Mander, "Seismic design of structures for damage control", *Nonlinear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings*, Elsevier Applied Science Publishers Ltd., London, A. Fajfar y H. Krawinkler (Editors), 63-76, 1992.
 21. S. K. Kunnath, A. M. Reinhorn y Y. J. Park, "Analytical modeling of inelastic seismic response of R/C structures", *Journal of Structural Division, ASCE*, **116** (4), 996-1017, 1990.
 22. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer, "Reliability of concrete frames damaged by earthquakes", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113** (3), 429-444, 1987.
 23. K. J. Mork, "Stochastic analysis of reinforced concrete frames under seismic excitation", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **11** (3), 145-161, 1992.
 24. S. R. K. Nielsen, H. U. Kogluoglu y A. S. Cakmak, "One and two dimensional maximum softening damage indicators for reinforced concrete structures under seismic excitation", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **11** (8), 435-443, 1992.
 25. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444*, University of Illinois, Urbana, 1977.
 26. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (1), 179-193, 1982.
 27. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, 1984*.
 28. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC: Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
 29. Y. Park, A. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE* **111**, 722-739, 1985.
 30. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "An evaluation of the use of damage functionals in earthquake-resistant design", *Proceedings of Nineth Europa Conference*

Earthquake Engineering, pp 303-312, Moscow, 1990.

31. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Montreal, Canada, 1995.
32. Y. S. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *Journal of the American Concrete Institute*, ACI, **86** (3), 259-271, 1986.
33. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **22**, 855-868, 1993.
34. H. Kuwamura, T. Galambos, "Earthquake load for structural reliability" *ASCE Journal of Structural Engineering*, **15**(6) , 1446-1462, 1989.
35. E. DiPasquale, A. Cakmak, *On the relation between local and global damage indices*, Technical Report NCEER-89-0034, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1989.
36. G. Ayala, Y. Xianguo, "Analytical evaluation of the structural seismic damage of reinforced concretes frames", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Montreal, Canada, 1995.
37. Y. S. Chung, C. Meyer y M. Shinozuka, "Seismic Damage Assessment of Reinforced Concrete members", Technical Report NCEER-87-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.
38. Y. S. Chung, C. Meyer y M. Shinozuka, "Automated seismic design of reinforced concrete building frames", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87**(3), 326-340, 1990.
39. Y. S. Chung, M. Shinozuka y C. Meyer, "Automated Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings", Technical Report NCEER-88-0024, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1988.
40. E. DiPasquale y A. S. Cakmak, "Detection and Assessment of Seismic Structural Damage", Technical Report NCEER-87-0015, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.
41. E. DiPasquale y A. S. Cakmak, "Identification of The Serviceability Limit State and Detection of Seismic Structural Damage", Technical Report NCEER-88-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1988.
42. ACI Committe 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, **ACI-95** and *Comentary* (ACI 318R-95), Farmington Hills, M.I. 48333.

CAPÍTULO 5

EFFECTO DE LA CURVATURA DE FLUENCIA CONSIDERANDO EL CORTANTE Y LA ADHERENCIA EN LOS ÍNDICES DE DAÑO

5.1 INTRODUCCIÓN

Aspecto fundamental en el diseño y análisis de estructuras que se encuentran en zonas sísmicas constituye la definición de la ductilidad local de los elementos^(1,2,3) la misma que puede expresarse en función de los desplazamientos, de la rotación o de la curvatura. En éste último caso se tiene que la ductilidad es la relación de la curvatura última a la curvatura de fluencia. Si no se evalúa adecuadamente la curvatura de fluencia se puede estar sobreestimando la ductilidad local, que es el caso corriente, de ahí la necesidad de definir con la mayor exactitud éste término que se constituye en materia del presente capítulo.

Estrictamente se considera que una sección de hormigón armado ingresa en el rango no lineal o inelástico cuando los esfuerzos en el hormigón han superado su máxima capacidad soportante a tracción. Por consiguiente en la evaluación del punto de fluencia Y , a más del efecto de flexión, es importante considerar el deterioro de adherencia, al igual que el cortante elástico e inelástico. Al ignorar éstas tres últimas variables se obtiene un valor menor de la curvatura de fluencia por consiguiente se piensa que la sección analizada tiene mayor ductilidad, lo cual es falso por cuanto la curvatura de fluencia tiene un valor mayor.

La evaluación de la curvatura de fluencia considerando las variables anotadas en el párrafo anterior ha sido realizada por Park⁽⁴⁾, Park et al^(4,5,6,9,10), Park y Ang⁽⁸⁾ a éstos trabajos realizados se denominará en lo posterior *modelo de Park* el mismo que tiene un sustento numérico y un respaldo experimental de 244 elementos: vigas y columnas que han sido ensayados.

En el presente capítulo se deducen expresiones de cálculo para evaluar la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y por cortante inelástico, basados en la solución de la ecuación diferencial que gobierna la adherencia entre el hormigón y el acero. A las ecuaciones que se obtienen se denomina *modelo propuesto*.

En el numeral 5.4 se encuentra primeramente la respuesta dinámica de una estructura sometida a dos acciones sísmicas, en las cuales se ha considerado los dos modelos indicados para evaluar la curvatura de fluencia por cortante inelástico y deterioro de adherencia, y posteriormente se obtienen trayectorias de daño para cinco modelos numéricos de evaluación del índice de daño. En base a los resultados obtenidos se comenta la bondad del *modelo propuesto*.

Por otra parte, en el numeral 5.5 se comparan trayectorias de daño sísmico

que se obtienen en una estructura al emplear los modelos numéricos de daño propuestos por Lybas y Sozen⁽³³⁾, Banon y Veneziano⁽³⁴⁾, Daali⁽³⁶⁾, Chung, Meyer y Shinozuka^(37,38), Ayala^(39,40) y el modelo de DiPasquale y Cakmak⁽⁴¹⁾, utilizando dos modelos constitutivos para definir la no linealidad del material en los cuales la curvatura de fluencia por cortante inelástico y deterioro de adherencia han sido calculados con el *modelo propuesto*, con el objeto de conocer que relación existe entre los modelos de daño seleccionados que son los más representativos de los diferentes enfoques de daño sísmico que se indicó en el capítulo cuatro.

5.2 RELACIONES MOMENTO CURVATURA

La respuesta no lineal de un sistema es dependiente del modelo constitutivo que se utilice y éste tiene su base en la envolvente de las relaciones momento curvatura, $M - \phi$, las mismas que son obtenidas para cargas monotónicas crecientes. Con éste antecedente, para encontrar primero los diagramas momento curvatura se debe seleccionar el modelo que define el comportamiento de los materiales: acero y hormigón.

Para el primer material se tiene que el modelo trilineal propuesto por Ahmad y Sha^(11,12) permite modelar en forma lineal creciente la zona de endurecimiento del acero, si se desea trabajar con una curva parabólica en vez de la lineal se puede emplear el modelo de Wang et al⁽¹³⁾. Los modelos indicados corresponden a ensayos monotónicos estáticos pero los modelos propuestos por Soroushian et al^(14,15), Staffier y Sozen⁽¹⁶⁾ dan la posibilidad de considerar las relaciones esfuerzo deformación del acero provenientes de resultados obtenidos en ensayos dinámicos.

Para el segundo material se debe seleccionar un modelo para hormigón confinado, uno de los más utilizados es el de Kent y Park⁽¹⁷⁾, también se puede trabajar con el modelo bilineal de Roy y Sozen⁽¹⁸⁾ o con la curva continua de Sargin⁽¹⁹⁾. Los modelos indicados aparecieron en la década de los años sesenta y principios de los años setenta sin embargo tienen vigencia especialmente el primero de ellos. Como resultado de las investigaciones realizadas en ésta última década se tienen los siguientes modelos propuestos para el hormigón confinado: el de Mander et al⁽²⁰⁾, el de Sheikh y Uzumeri⁽²¹⁾ cuya curva tiene la forma del modelo de Kent y Park, el de Sheikh y Yeh⁽²²⁾. Nuevamente los modelos anotados son obtenidos de ensayos estáticos; entre los modelos provenientes de ensayos dinámicos se puede citar a los trabajos realizados por Sinha et al⁽²³⁾, Karsan y Jirsa⁽²⁴⁾, Soroushian et al⁽²⁵⁾, Dilger et al⁽²⁶⁾ y Seabold⁽²⁷⁾.

Una vez que se han definido los modelos constitutivos del acero y del hormigón se procede al cálculo interactivo de la envolvente momento curvatura, ya sea en forma analítica, utilizando el algoritmo del incremento de las deformaciones en el hormigón $d\epsilon_c$ o empleando el algoritmo de la variación de la curvatura $d\phi$ *método de las dovelas* descritos en el capítulo 2. Por otra parte, puede obtenerse en forma experimental la relación momento curvatura midiendo los desplazamientos verticales y luego transformar los desplazamientos verticales en curvatura de acuerdo al modelo que se analiza. Experimentalmente también se puede encontrar la relación momento rotación midiendo las rotaciones de dos secciones transversales muy cercanas.

Luego que se tiene la envolvente de momentos, ésta se puede linealizar^(28,29)

para facilitar la obtención de la rigidez a flexión en el modelo constitutivo que se emplee para el análisis no lineal. El modelo matemático linealizado de la relación momento curvatura se presenta en la figura 5.1

La descripción y el cálculo simplificado de los diferentes puntos del diagrama que relaciona el momento a flexión con la curvatura descrito en la figura 5.1 se encuentra en referencia (30). Basicamente para la determinación de los diferentes puntos del diagrama lo que se hace es: compatibilidad de deformaciones y equilibrio de fuerzas en la sección analizada, considerando las respectivas curvas constitutivas de los materiales. Park⁽⁴⁾ y Park et al⁽⁷⁾ también presentan formularios simplificados de cálculo que tiene un sustento teórico y estadístico sobre todo para describir el comportamiento no lineal de los materiales acero y hormigón.

De los puntos indicados en la figura 5.1, la curvatura de fluencia que se está tratando corresponde al punto Y del diagrama. Los signos más y menos tienen que ver con la forma como trabaja a flexión el elemento, en el sentido de si es concava o convexa. Para una viga por ejemplo, si la armadura inferior se encuentra trabajando a tracción el momento y curvatura serán positivos en cambio si es la armadura superior es la que está trabajando a tracción éstos valores serán negativos.

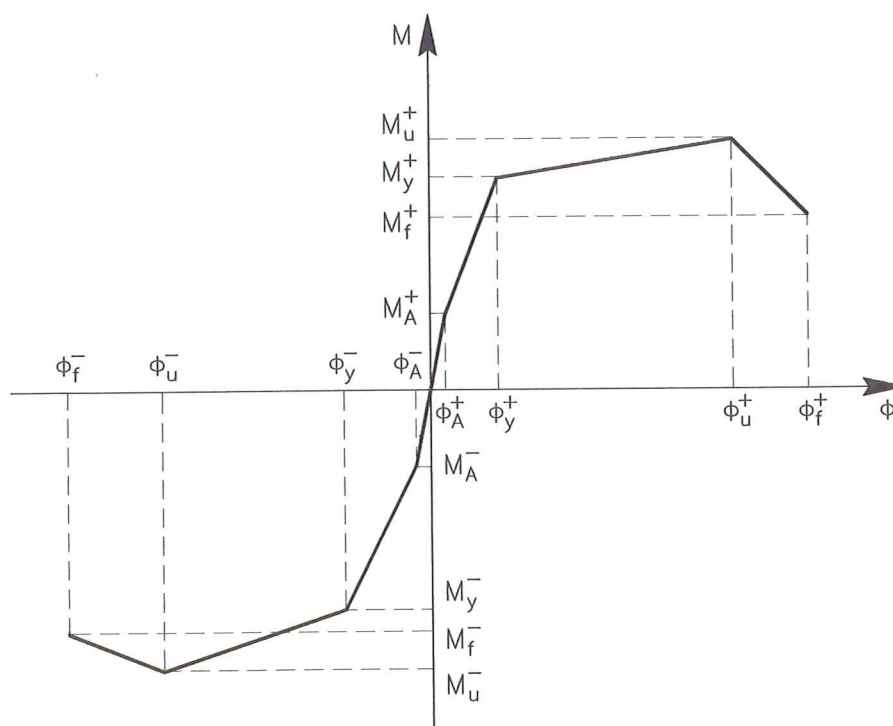


Figura 5.1 Relación momento-curvatura, para una sección de hormigón armado.

5.3 CURVATURA DE FLUENCIA POR CORTANTE Y DETERIORO DE ADHERENCIA

5.3.1 Relación entre curvatura y desplazamiento

En la figura 5.2 se presenta una viga en voladizo de longitud L_s sobre la que gravita una carga puntual P_o en el extremo libre. Se llama Δ a la flecha o desplazamiento vertical que interesa calcular. El diagrama de momentos reporta un momento máximo en el empotramiento $M = P_o L_s$, y al dividir éste valor para la rigidez a flexión (EI) se tiene el diagrama de cargas elásticas, el mismo que es triangular, para el presente caso, tiene un valor de 0 en el extremo libre y $M/(EI)$ en el empotramiento. Pero éste valor es la curvatura ϕ . De la figura 5.2, se obtiene

$$\Delta = \frac{\phi L_s^2}{3} \quad (5.1)$$

Para el modelo numérico descrito y que se va a utilizar posteriormente, de la ecuación (5.1) se tiene que la curvatura ϕ en función del corrimiento vertical Δ viene dado por

$$\phi = \frac{3\Delta}{L_s^2} \quad (5.2)$$

5.3.2 Modelo numérico

Ante cargas laterales el diagrama de momentos en los elementos de un pórtico plano es triangular. En la figura 5.3 se indica por ejemplo este diagrama para una viga. Donde L_s es la distancia desde el nudo inicial al punto de inflexión. Se puede considerar en forma aproximada que

$$L_s = 0.5L \quad (5.3)$$

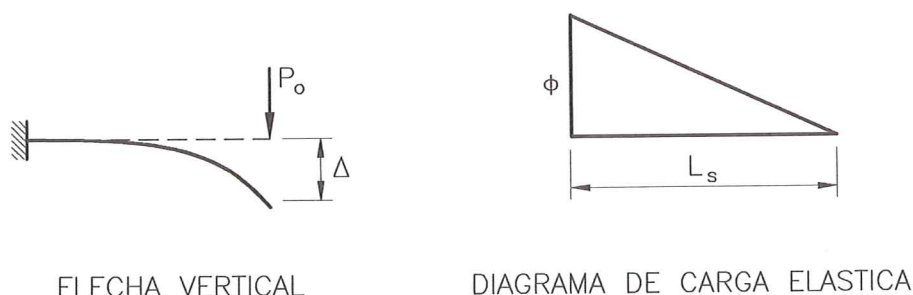


Figura 5.2 Relación entre el desplazamiento vertical Δ y la curvatura ϕ .

Como se indicó en la introducción del presente capítulo, normalmente para el punto Y se encuentra el momento y curvatura únicamente por flexión, no se incorporan las variables que se están analizando. Cuando se llega al punto de fluencia el hormigón presenta daño el mismo que empezó cuando se superó el punto de agrietamiento, correspondiente a la resistencia máxima a tracción del

hormigón. Luego existen grietas en el elemento, las mismas que generan un deterioro de adherencia y un cortante inelástico en el hormigón, que deben ser consideradas en la evaluación. Al incorporar todas estas variables, la ecuación para el cálculo de la curvatura de fluencia⁽⁴⁾ es

$$\phi_Y = \phi_{Yf} + \phi_{Ye} + \phi_{Yb} + \phi_{Ys} \quad (5.4)$$

- ϕ_{Yf} Es la curvatura de fluencia por flexión.
- ϕ_{Ye} Es la curvatura de fluencia por corte elástico.
- ϕ_{Yb} Es la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia.
- ϕ_{Ys} Es la curvatura de fluencia por corte inelástico.

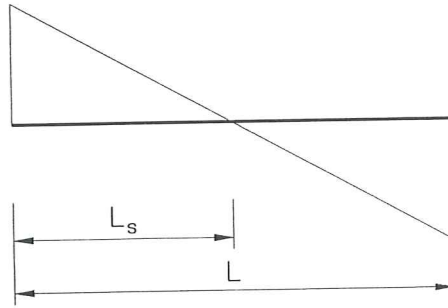


Figura 5.3 Diagrama de momentos en un elemento.

Para la evaluación de ϕ_{Ye} , ϕ_{Yb} y ϕ_{Ys} se utilizará el modelo descrito en los apartados 5.3.1 y 5.3.2 que es el mismo modelo utilizado por Park^(4,6,7). A éstas hipótesis de cálculo se adaptará el modelo que se propone.

5.3.3 Curvatura de fluencia por corte elástico

La rigidez por flexión $(EI)_f$ y la rigidez por corte elástico $(EI)_s$ se modelan como dos resortes en serie. En consecuencia la rigidez equivalente $(EI)_{eq}$ vale

$$(EI)_{eq} = \frac{(EI)_s(EI)_f}{(EI)_s + (EI)_f} \quad (5.5)$$

$$(EI)_s = \frac{K_s L_s^3}{3} \quad (5.6)$$

$$K_s = \frac{G * A}{1.2 L_s} \quad (5.7)$$

$$(EI)_f = \frac{M_{Yf}}{\phi_{Yf}} \quad (5.8)$$

$$\phi_{Yf} + \phi_{Ye} = \frac{M_{Yf}}{(EI)_{eq}} \quad (5.9)$$

- G Es el módulo elástico de corte.
- A Es el área de la sección transversal.

5.3.4 Curvatura de fluencia por deterioro de adherencia: modelo propuesto

Se presentan dos soluciones para el cálculo de la curvatura por fluencia por deterioro de adherencia. La que se detalla en éste apartado está basada en la solución de la ecuación diferencial de adherencia, que es una propuesta de cálculo. La que se describe en 5.3.6 corresponde a los resultados numéricos y experimentales obtenidos por Park^(4,7).

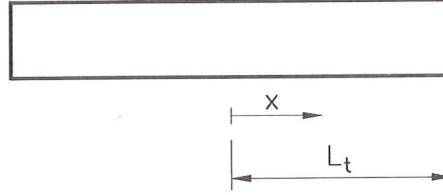


Figura 5.4 Segmento de hormigón armado.

La ecuación diferencial de adherencia entre hormigón y acero en función del esfuerzo de adherencia ($\tau(x)$), es

$$S''(x) = \alpha \tau(x) \quad (5.10)$$

$$\alpha = \frac{4(1 + n_p)}{D_b E_s} \quad (5.11)$$

$$n_p = \frac{A_s E_s}{A_c E_c} \quad (5.12)$$

- A_s Es el área del acero a tracción.
- A_c Es el área del hormigón a tracción.
- E_s Es el módulo de elasticidad del acero.
- E_c Es el módulo de elasticidad del hormigón.
- D_b Es el diámetro del redondo a tracción.
- $S(x)$ Es el deslizamiento del refuerzo con respecto al hormigón.

En la figura 5.4 se presenta un segmento de hormigón armado que se considera que está fisurado en sus dos extremos. La abscisa x se mide desde el centro del segmento.

L_t Longitud de transferencia, que es la distancia desde el origen (centro del segmento) al extremo de la grieta.

La solución de la ecuación diferencial (5.10) reporta⁽³¹⁾.

$$S(y) = 2A^* \times \left[\text{Cosh}(\lambda y) - \frac{(\lambda y)^2 \text{Cosh}(\lambda)}{2} + \gamma^2 (\text{Cosh}(\lambda) - 1) \left(1 - \text{Cos}\left(\frac{\pi y}{2}\right) \right) - 1 \right] \quad (5.13)$$

$$y = \frac{x}{L_t} \quad (5.14)$$

$$\lambda = \sqrt{\alpha k} L_t \quad (5.15)$$

$$\gamma = \frac{2\lambda}{\pi} \quad (5.16)$$

$$2A^* = \frac{\epsilon_o^* L_t}{\lambda [\text{Senh}(\lambda) - \lambda \text{Cosh}(\lambda) + \gamma [\text{Cosh}(\lambda) - 1]]} \quad (5.17)$$

ϵ_o^* Es la deformación unitaria en el refuerzo.

Como valor de k , notado en ecuación (5.15), se recomienda⁽³¹⁾ considerar 816.57 MPa/cm. Por otra parte, interesa evaluar la ecuación (5.13) en el borde de la grieta, para ello, al reemplazar $y = 1$, se tiene

$$S_{(y=1)} = 2A^* \left[(\text{Cosh}(\lambda) - 1)(1 + \gamma^2) - \frac{\lambda^2 \text{Cosh}(\lambda)}{2} \right] \quad (5.18)$$

Se considera que las grietas por corte se forman a 45° , como lo ilustra la figura 5.6. La primera grieta se forma a 5 cm de la cara de la columna o viga y con un patrón uniforme definido. Todas las grietas se forman a una distancia “ z ” que es la distancia entre el refuerzo a tracción y compresión. En el elemento de longitud L_s , l' es la longitud donde no se forman grietas y $(L_s - l')$ la longitud donde se forman grietas a una distancia z cada una de ellas. Este es el patrón de grietas considerado por Y. Park⁽⁴⁾

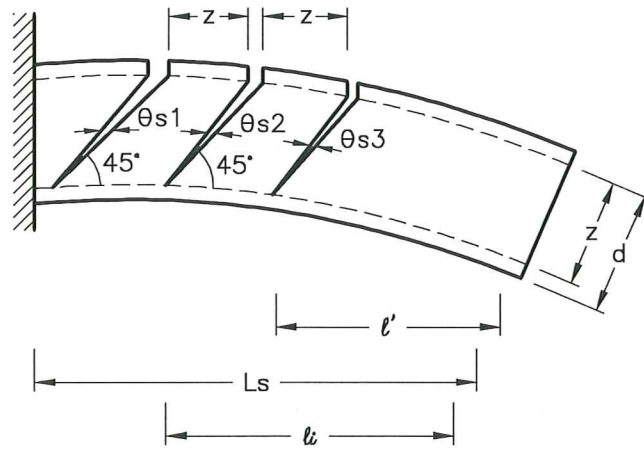


Figura 5.5 Patrón de grietas adoptado.

En el punto de aparición de la primera grieta actúa un momento determinado, el mismo que se obtiene considerando la distribución triangular del diagrama de momentos, figura 5.3. Para la segunda grieta el momento actuante es menor y así sucesivamente. Por lo tanto, el deslizamiento s_1 en la primera grieta será mayor que el deslizamiento s_2 de la segunda, etc. La suma de todos estos deslizamientos S será lo que se desliza el redondo a tracción en el nudo, y la que provoca la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia. En el gráfico 5.5 se observa que la rotación por corte θ_s varía en cada una de las grietas, la mayor será θ_{s1} , y las restantes menores. Y. Park^(4,7) considera que las rotaciones por corte son iguales en todas las grietas.

Para determinar la longitud l' donde no se forman grietas se emplea la ecuación (5.19), la misma que se obtiene considerando el diagrama de momentos triangular y la definición del patrón de grietas.

$$l' = \frac{M_A}{M_Y} L_s + z \quad (5.19)$$

Después se evalúa la longitud del elemento donde se van a formar grietas ($L_s - l'$). De acuerdo al patrón de grietas indicado anteriormente, en cada punto se calcula el momento que actúa, luego se obtiene la deformación unitaria ϵ_o^* en el refuerzo y el deslizamiento s_i en cada grieta utilizando la ecuación (5.18). Con la nomenclatura indicada y el patrón de grietas definido se tiene

$$L_t = \frac{z}{2} \quad (5.20)$$

como se indicó, el sumatorio de s_i reporta S , la misma que se presenta en la figura 5.6. Del gráfico se desprende que

$$\Delta b = \frac{L_s S}{z} \quad (5.21)$$

al reemplazar (5.21) en (5.2) pero llamando a la curvatura ϕ_{Yb} , se obtiene

$$\phi_{Yb} = \frac{3S}{zL_s} \quad (5.22)$$

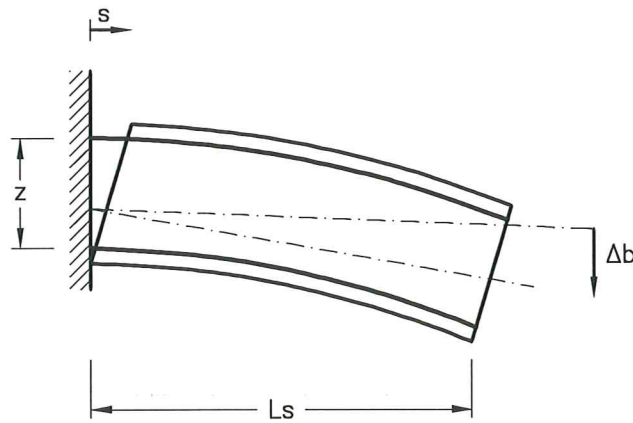


Figura 5.6 Modelo de deterioro de adherencia.

5.3.5 Curvatura de fluencia por corte inelástico: modelo propuesto

En la figura 5.5 se define “ l_i ” como la distancia desde el extremo libre hasta el punto de aparición de la grieta. Se destaca que el extremo libre en un elemento corresponde al centro de luz por la analogía presentada en la figura 5.3. Sea Δ_s el corrimiento vertical en el extremo libre (centro de luz) en forma similar a la ecuación (5.20), se tiene

$$\Delta_s = \sum l_i \theta_{si} \quad (5.23)$$

θ_{si} Es la rotación por corte de la grieta i.

l_i Es la distancia desde el centro de luz al punto de aparición de la grieta.

$$\theta_{si} = \frac{s_i}{\sqrt{2}z} \quad (5.24)$$

s_i Es el deslizamiento por deterioro de adherencia, ecuación (5.18)

Al sustituir (5.24) en (5.23) y todo esto en (5.2) y llamando ϕ_{Ys} a la curvatura cedente por corte inelástico, se encuentra

$$\phi_{Ys} = \frac{3 \sum l_i \theta_{si}}{L_s^2} \quad (5.25)$$

El sumatorio se extiende a todas las grietas que en total son $(L_s - l') / z$.

5.3.6 Modelo de Park

El modelo empleado por Y. Park^(4,7) para relacionar el deslizamiento S con el esfuerzo de adherencia promedio τ es el indicado en la ecuación (5.26).

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \left(\frac{S}{S_o} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.26)$$

$$S_o \sim \frac{D_b}{40} \quad (5.27)$$

τ_m Es el esfuerzo máximo de adherencia.

S_o Es el deslizamiento correspondiente al máximo valor de τ_m .

Ferguson et al⁽³²⁾, recomiendan los siguientes valores para τ_m : 10.546 MPa para redondos ubicados en la parte inferior y 6.328 MPa para redondos ubicados en la parte superior. En base a la ecuación (5.26) Y. Park plantea la siguiente *solución aproximada* a la ecuación diferencial descrita en (5.10).

$$S = 0.0003 f_y^{1.5} \tau_m^{-0.75} D_b \quad (5.28)$$

Finalmente la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia se obtiene con la ecuación (5.22).

Para el cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico se considera que la rotación por corte es igual en todas las grietas y la cuantificación viene

dada por las ecuaciones (5.29) a (5.31), las mismas que fueron deducidas en forma experimental.

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} \quad \text{para } u < 5 \text{ o } \frac{L_s}{d} > 4 \quad (5.29)$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} [1 + 0.27(u - 5)] \quad \text{para } u > 5 \text{ y } 2.5 < \frac{L_s}{d} < 4 \quad (5.30)$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} \left[1 + 0.185 \frac{(u - 5)}{\sqrt{\rho_s} - 0.4} \right] \quad \text{para } u > 5 \text{ y } \frac{L_s}{d} < 2.5 \quad (5.31)$$

$$u = \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} \quad (5.32)$$

u Es el esfuerzo de adherencia normalizado promedio.

τ_b Es el promedio efectivo del esfuerzo de adherencia a lo largo del elemento.

$$\tau_b = \frac{\Delta F}{\psi(L_s - 1.71nd_e)} \quad (5.33)$$

ΔF Es la diferencia de las fuerzas en los extremos reforzados de un elemento calculado por flexión.

ψ Es el perímetro del refuerzo longitudinal.

n Es el número de pares de estribos en L_s .

d_e Es el diámetro de estribos.

Además se deberá tener en cuenta que si $L_s / d < 1.5$ se sustituirá L_s / d por 1.5, debido a la gran dispersión que existen en los resultados experimentales para ese rango de valores. En consecuencia, θ_s no depende de esa relación en el rango indicado. Por otra parte, si $\rho_s < 0.2\%$ se reemplazará $\rho_s = 0.2$.

La ecuación (5.33) considera la presencia del resalte en las varillas, las mismas que al friccionarse contra el hormigón que los rodea generan microgrietas cónicas con un ángulo de 45° . Esta es la razón del factor 1.71 que contiene la ecuación.

Al analizar las ecuaciones (5.29) a (5.31) se desprende que ρ_s es importante únicamente en elementos cuya relación $L_s / d < 2.5$, es decir, en elementos cortos. Si L_s / d es demasiado alta no tiene mayor incidencia la curvatura cedente por corte inelástico. Para valores de $u < 5$ la rotación θ_s es independiente de u.

Con el objeto de aportar mayores valores de juicio a ésta temática se indica que los estudios realizados por el Comité Japones de columnas cortas en el período 1973-1977 han demostrado que, a medida que la cuantía de estribos se incrementa hasta alrededor del 1%, las deformaciones por corte se reducen. Pero a partir de ese porcentaje es muy incierto predecir que las deformaciones por corte se reduzcan, considerándose que θ_s es independiente de ρ_s para valores mayores a 1%.

Una vez que se ha calculado θ_s se utiliza la ecuación (5.25) para encontrar la curvatura cedente por corte inelástico, pero considerando que θ_s es constante en cada una de las grietas.

5.4 COMPARACIÓN DE MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA CURVATURA DE FLUENCIA POR CORTE INELÁSTICO Y DETERIORO DE ADHERENCIA

En el presente numeral se aplica la metodología de cálculo propuesta para encontrar la curvatura de fluencia por cortante inelástico y deterioro de adherencia, la misma que se obtiene de la solución de la ecuación diferencial que gobierna la adherencia entre el hormigón y el acero. Los resultados obtenidos son comparados con el *modelo de Park*. Dicha comparación se realiza construyendo trayectorias de daño para cinco modelos de daño empleando dos eventos sísmicos. Como se verá posteriormente, utilizando las hipótesis adoptadas con el *modelo de Park* se obtienen valores más altos de la curvatura de fluencia que mediante el *modelo propuesto*.

5.4.1 Modelos de daño para comparar curvatura de fluencia

En el numeral 4.1 del capítulo cuatro se presentó en forma general los diferentes enfoques de cálculo de los índices de daño sísmico I_D de edificios. Sin embargo vale la pena indicar que el valor de I_D dependen del desplazamiento máximo registrado durante la excitación sísmica, δ_m , dividido por el desplazamiento de fluencia bajo cargas monotónicas, δ_y , o por el desplazamiento último debido a cargas monotónicas, δ_u . Alternativamente se formulan con respecto a la razón de la energía inelástica, E_h , respecto a la energía elástica, E_s . También existen modelos basados en el número de ciclos en que la estructura permanece en el rango no lineal, con el consiguiente deterioro de su resistencia, aunque en el fondo se utilizan conceptos energéticos.

Por otra parte, en el capítulo cuatro se analizó con detenimiento los modelos de daño desarrollados por: Lybas y Sozen⁽³³⁾, Banon y Veneziano⁽³⁴⁾, Park y Ang⁽⁸⁾, Daali⁽³⁶⁾, Chung, Meyer y Shinozuka^(37,38) que se van a utilizar en el presente estudio.

5.4.2 Normalización del índice de daño

Para poder comparar los valores del índice de daño que se obtienen con los diferentes modelos de daño sísmico indicados, es necesario normalizarlo de alguna manera. En este capítulo, la normalización se realiza de la siguiente forma: si la estructura se encuentra en el rango elástico, $I_D = 0$; si la estructura colapsa, $I_D = 1$. Los criterios de colapso fueron indicados en apartado 4.1.1 de capítulo cuatro.

Las funciones de daño indicadas son a nivel local del elemento. Para encontrar el índice de daño total de la estructura se considera que el daño total es proporcional a la energía de deformación elástica e inelástica de cada elemento

$$I_{Dt} = \sum_{i=1}^n I_{Di} \frac{E_i}{E_t} \quad (5.34)$$

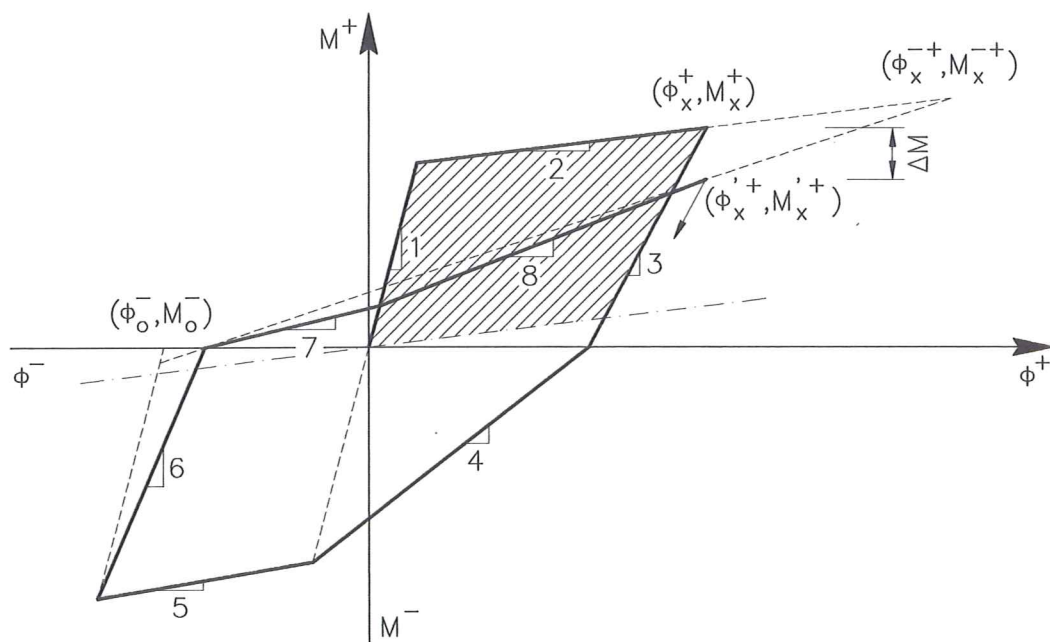


Figura 5.7 Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer⁽⁴²⁾, considerado en el estudio.

donde I_{Di} es el índice de daño del elemento i , I_{Dt} es el índice de daño de la estructura, E_i es la energía del elemento i y E_t es la energía total de la estructura.

5.4.3 Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer

El modelo de Roufaiel y Meyer⁽⁴²⁾ es utilizado para definir la no linealidad del material, está presentado en la figura 5.7, y considera deterioro de rigidez, deterioro de resistencia y cierre de grietas por cortante. Las ecuaciones que definen las rigideces a flexión en cada una de las diferentes ramas del modelo constitutivo, fueron detalladas en el capítulo tres.

5.4.4 Estructura analizada

La estructura analizada corresponde al pórtico plano de un solo piso y de un vano, que se utilizó en el capítulo cuatro, la misma que se indica en la figura 5.8. Las características de los materiales y más datos relacionados con la estructura están indicadas en el apartado 4.1.1. En el análisis se consideró tres grados de libertad, el corrimiento horizontal de piso y las rotaciones de los nudos interiores.

5.4.5 Sismos utilizados en el análisis

Se han considerado dos registros sísmicos, uno de alta frecuencia, el de Loma Prieta en 1989 registrado en Corralito Eureka Canyon, y otro de frecuencia intermedia, el de Tokachi Oki en 1968.05.16 registrado en Hachinoe Harbour.

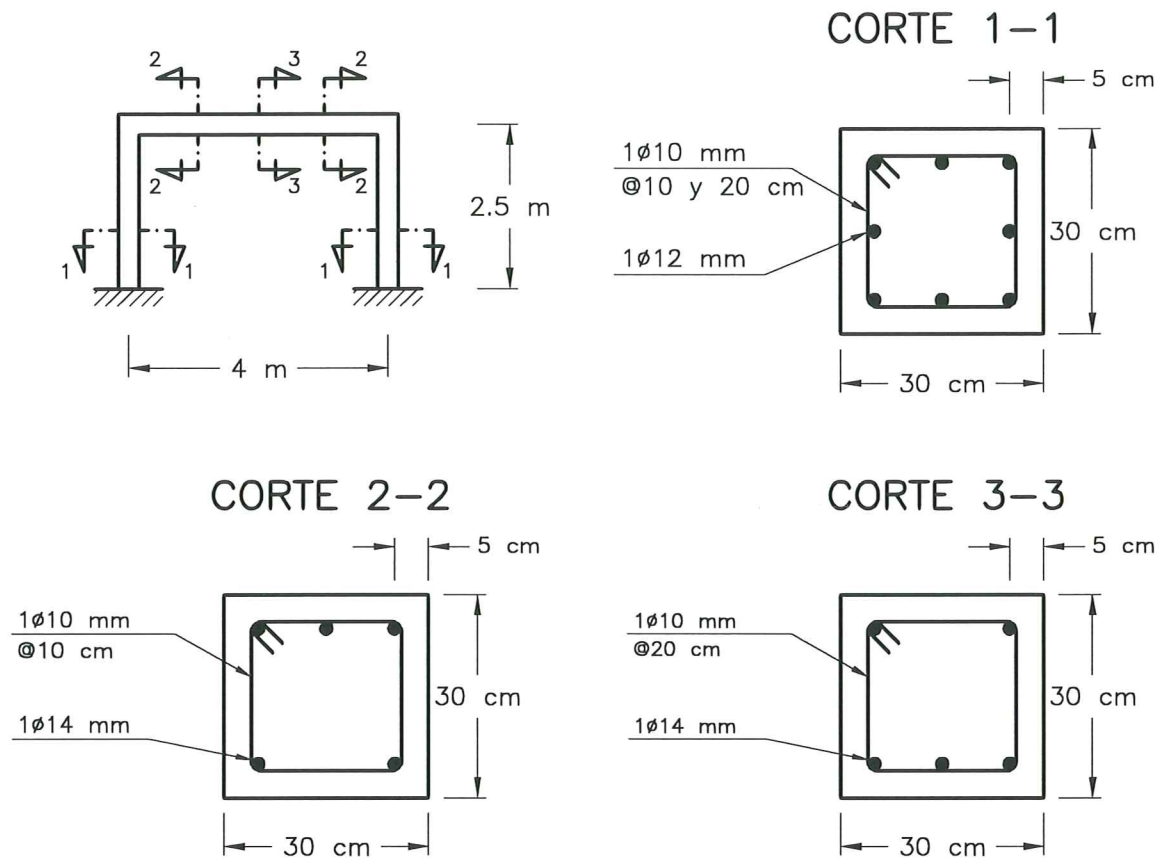


Figura 5.8 Estructura de análisis y detalles constructivos.

Con el objeto de que se pueda realizar una buena comparación de los resultados, el sismo de Loma Prieta ha sido normalizado a una aceleración máxima de 0.19g. Con el acelerograma de Tokachi Oki no se realiza ninguna normalización. En las figuras 5.9 y 5.10 se presentan los acelerogramas utilizados. En éstas condiciones se logra llevar a la estructura seleccionada al colapso y se logra además que se formen rótulas plásticas en todos los elementos.

5.4.6 Trayectorias de daño obtenidas

Esta sección presenta diversas trayectorias de daño para el pórtico considerado el cual tiene una ductilidad local por curvatura de alrededor de 17 en la viga y de 15 en las columnas. La ductilidad por curvatura es la relación entre la curvatura última a la curvatura de fluencia. Realmente se tiene una estructura dúctil, lo cual permitió que todos los elementos ingresen al rango no lineal antes del colapso.

Es importante destacar que con el *modelo de Park* la curvatura de flexión se incrementa en alrededor del 20% al considerar el cortante inelástico y deterioro de adherencia en cambio con el *modelo propuesto* éste incremento está alrededor del 7%; en el estudio realizado. Ahora, el *modelo de Park*, presenta valores superiores

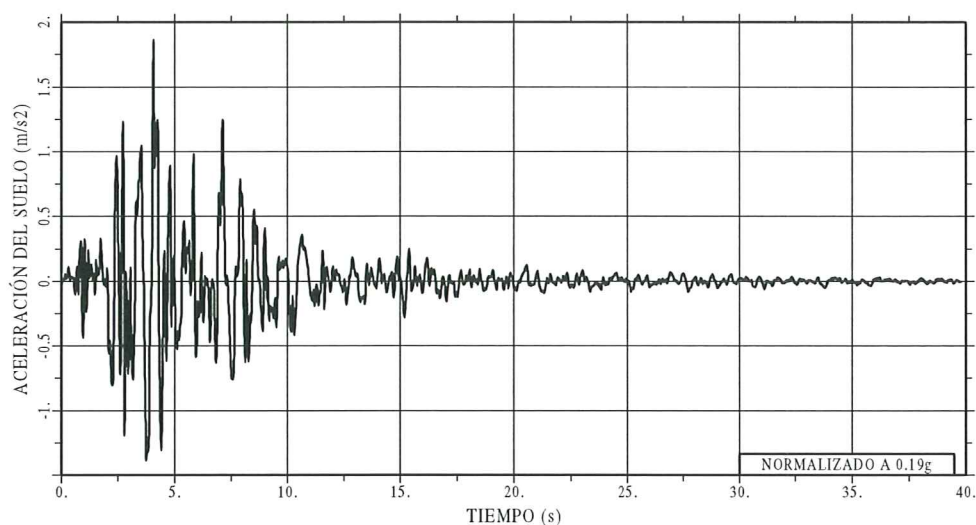


Figura 5.9 Registro del sismo de Loma Prieta (89.10.18).

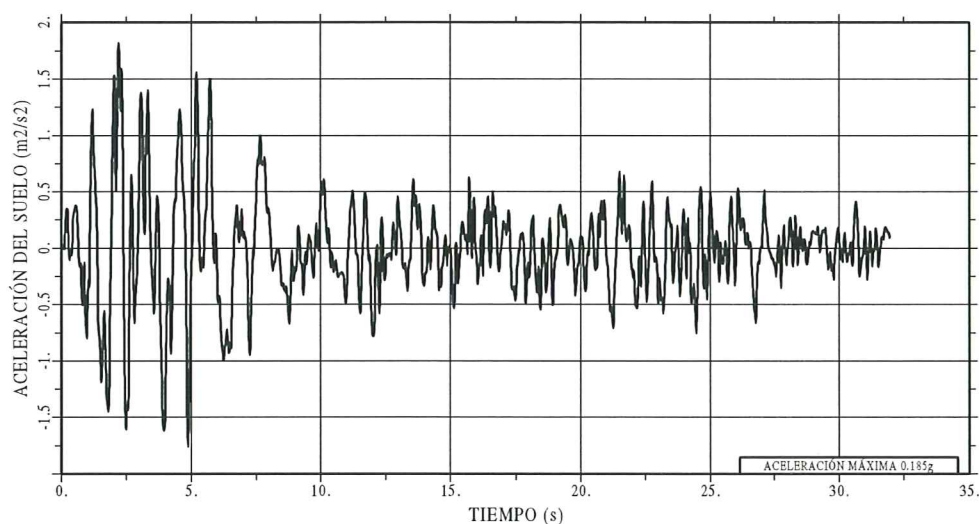


Figura 5.10 Acelerograma del sismo de Tokachi Oki (68.05.16).

en alrededor del 10% con respecto al *modelo propuesto* en la curvatura de fluencia, en el estudio realizado. Ésto se debe a las hipótesis de cálculo indicadas.

5.4.7 Estructuras sometidas al sismo de Tokachi Oki

En la figura 5.11 se indican las trayectorias de daño para los diferentes modelos seleccionados, con los dos modelos que se analizan. Para el modelo de daño de Park se aprecia, en la figura 5.11.(a), que las dos trayectorias de daño son similares, únicamente cerca del colapso difieren ligeramente pero el valor final del índice de daño que es lo que realmente interesa es prácticamente el mismo en los dos modelos.

Con relación a los resultados obtenidos al emplear el modelo de Daali, figura 5.11.(b), se puede indicar que también se tiene una buena aproximación

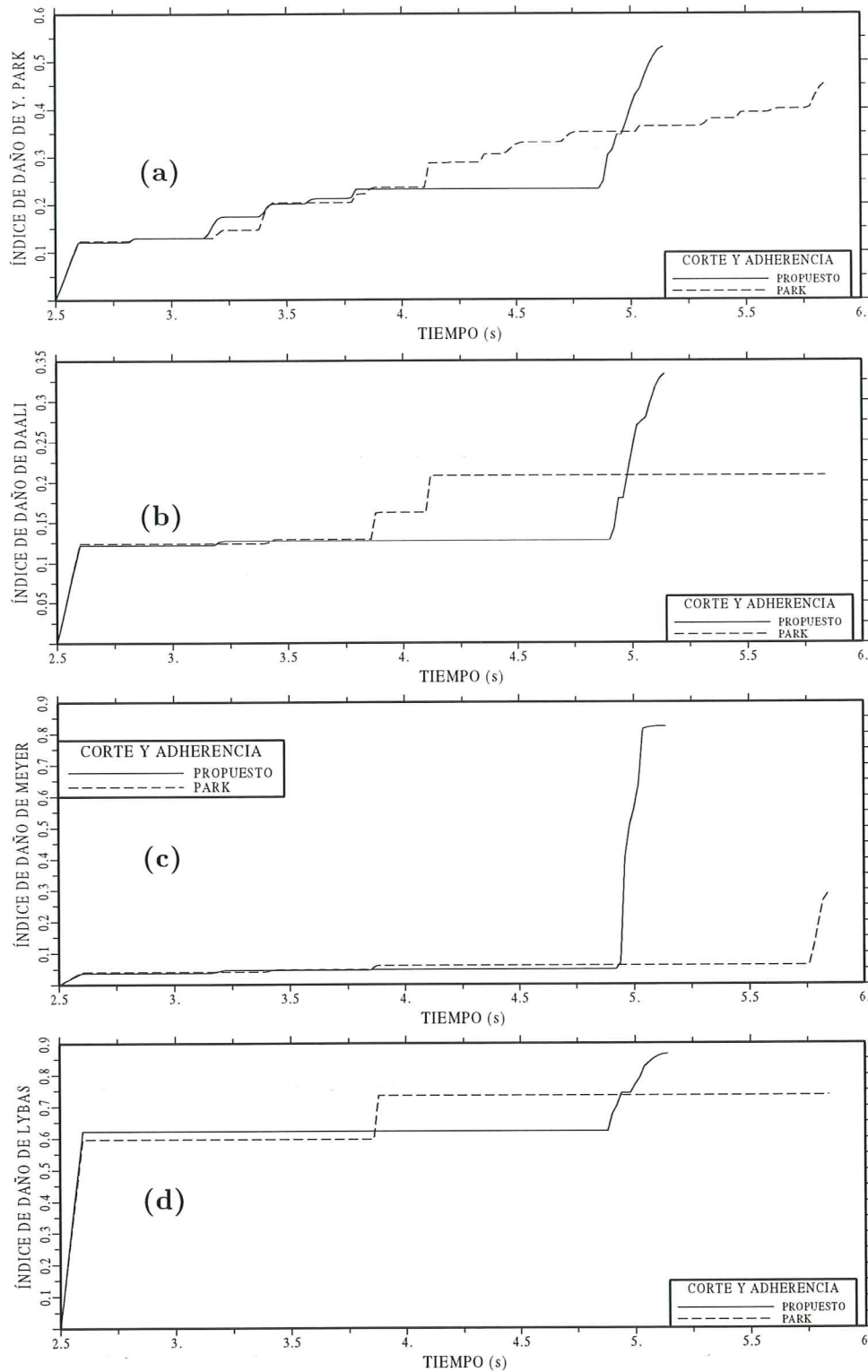


Figura 5.11 Comparación de trayectorias de daño obtenidas empleando los diferentes modelos de daño. Sismo de Tokachi Oki.

en las trayectorias de daño variando nuevamente cerca del colapso.

Cuando se emplea el modelo de daño de Meyer^(37,38), figura 5.11.(c), los dos modelos presentan una trayectoria de daño muy similar hasta los cinco segundos,

aproximadamente, luego la diferencia es notable. La mayor diferencia en las trayectorias de daño, entre el *modelo propuesto* y el *modelo de Park* para las dos acciones sísmicas se presentan con el modelo de Meyer para la estructura analizada.

Al calcular el índice de daño con los modelos de Lybas y Sozen⁽³³⁾ y Banon y Veneziano⁽³⁴⁾, se obtuvieron las mismas trayectorias de daño, razón por la cual en la figura 5.11.(d) se indica solamente la obtenida con el modelo de Lybas y Sozen. De la gráfica se observa, una muy buena aproximación en las trayectorias de daño. Como característica común se puede indicar que con el *modelo propuesto* reporta ligeramente valores mayores de daño respecto a los obtenidos con el *modelo de Park*.

En la figura 5.12 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Daali, Park, Meyer y Lybas al emplear, en el cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia, el *modelo propuesto*. Se observa que el modelo de Lybas es una cota superior y, como se indicó anteriormente, el modelo de Banon presenta los mismos resultados. Por otro lado, el colapso en el modelo de Meyer presenta valores muy altos. Finalmente, se observa que las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Park y Daali tienen similar comportamiento, con valores superiores en el modelo de Park.

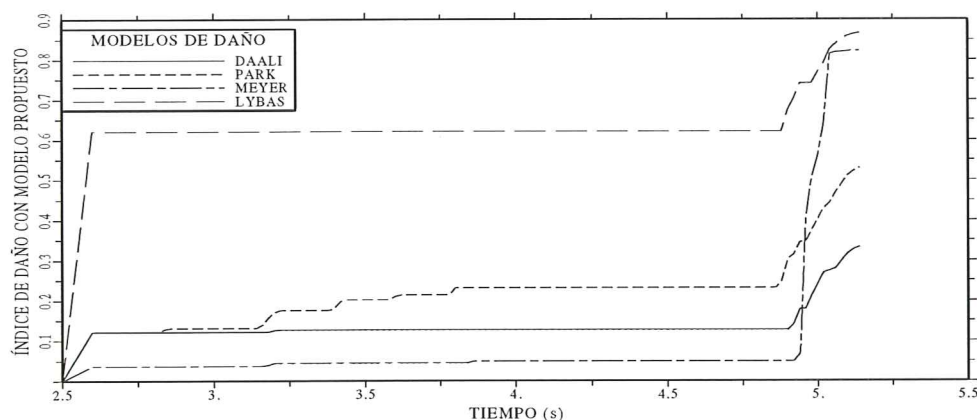


Figura 5.12 Comparación de trayectorias de daño empleando el modelo propuesto en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia. Sismo de Tokachi Oki.

La comparación de las trayectorias de daño obtenidas al utilizar el *modelo de Park* en la cuantificación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia se indican en la figura 5.13. En forma general se pueden hacer comentarios similares a los obtenidos con el *modelo propuesto*, con la salvedad de que ahora el índice de daño obtenido con el modelo de Meyer presenta valores muy bajos. Por otra parte, con este modelo, la incursión en el rango no lineal tiene un tiempo hasta llegar al colapso ligeramente mayor al encontrado mediante el modelo propuesto hasta llegar al colapso.

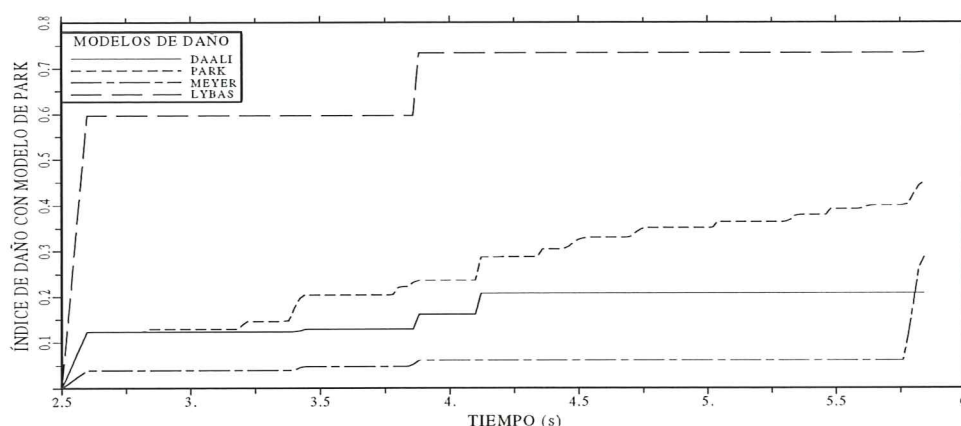


Figura 5.13 Comparación de trayectorias de daño empleando el modelo de Y. Park en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia. Sismo de Tokachi Oki.

5.4.8 Estructuras sometidas al sismo de Loma Prieta

En la figura 5.14 se indican el daño para los diferentes modelos analizados y que ha sido obtenido para el registro de Corralito Eureka Canyon, durante el sismo de Loma Prieta de 1989. En las figuras 5.14.(a) y 5.14.(b) se encuentran las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de daño de Lybas y Sozen⁽³³⁾, y Banon y Veneziano^(33,34). Es interesante notar que, las trayectorias obtenidas mediante el *modelo propuesto* y mediante el *modelo de Park* muestran un comportamiento muy similar, destacándose que el *modelo propuesto* presenta valores ligeramente menores en el instante de colapso. Los resultados encontrados al utilizar los modelos de daño de Daali y Park se indican en la figura 5.14.(c) y 5.14.(d). Puede apreciarse el mismo comportamiento en las trayectorias de daño del *modelo propuesto* y del *modelo de Park*, tal como se indicó en párrafos anteriores. Con todos los modelos de daño indicados, a excepción del modelo de Meyer, de la figuras 5.14.(e) se observa que existe una buena correlación entre las curvas obtenidas con el *modelo propuesto* y con el *modelo de Park*, con una pequeña diferencia cerca del colapso. Al calcular las trayectorias mediante el modelo de daño de Meyer, se observa que hasta los 4.4 segundos, las dos curvas presentan prácticamente los mismos resultados y, cerca del colapso, se separan notablemente.

En resumen, ante el sismo de Loma Prieta es mínima la diferencia entre las trayectorias obtenidas con el *modelo propuesto* y el *modelo de Park*, se da prácticamente en el colapso. En cambio ante el sismo de Tokachi Oki la diferencia es un tanto mayor especialmente en el colapso.

En la figura 5.15 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con los diferentes índices de daño analizados y empleando el *modelo propuesto* en la cuantificación de la curvatura de fluencia, apreciándose un comportamiento similar al indicado utilizando el sismo de Tokachi Oki. Por otro lado, en la figura 5.16 se comparan las trayectorias de daño, aunque en este caso empleando el *modelo de Park* en la evaluación de la curvatura de fluencia. Los comentarios que se pueden hacer al respecto son los mismos que ya se han expuesto.

Tan importante como la selección del modelo constitutivo para definir la

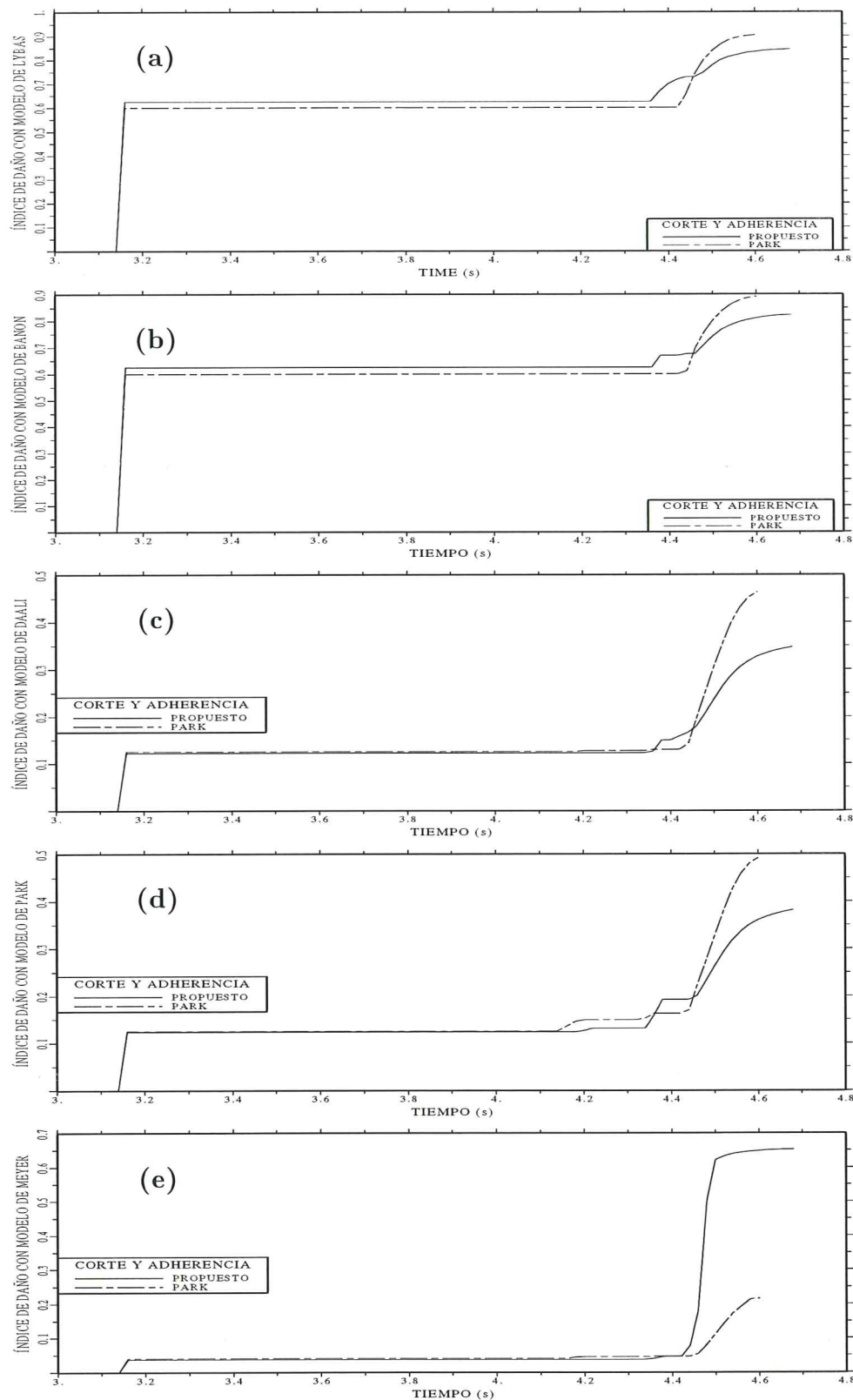


Figura 5.14 Comparación de trayectorias de daño obtenidas empleando los diferentes modelos de daño. Sismo de Loma Prieta.

no linealidad del material es la consideración de las curvaturas por corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia en el cálculo de la curvatura por fluencia, ya que de ésta manera se puede obtener un modelo que se aproxima mejor a la

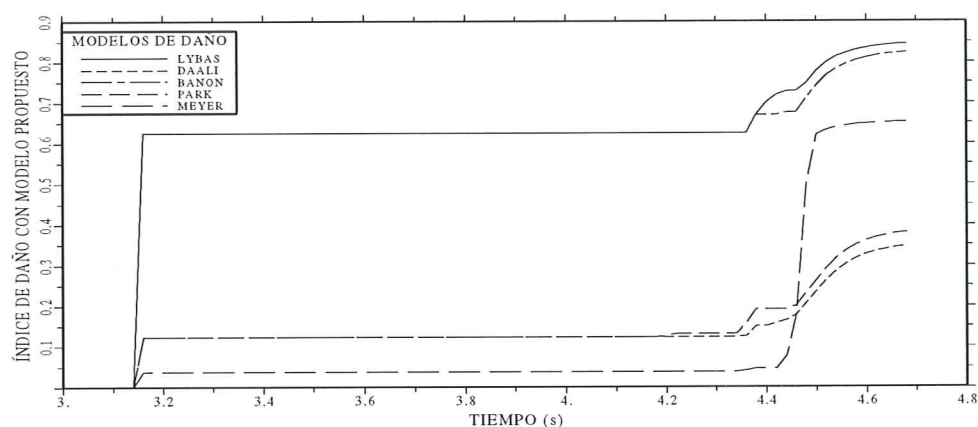


Figura 5.15 Comparación de trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño, con modelo propuesto para evaluación de curvatura de fluencia. Sismo de Loma Prieta.

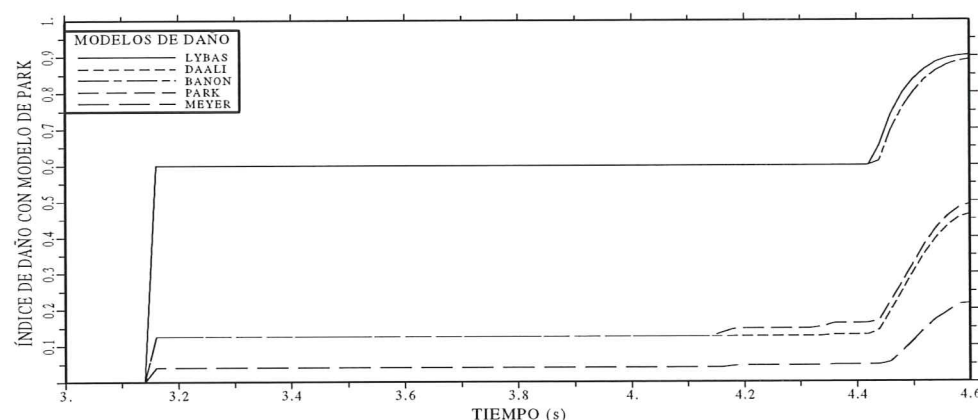


Figura 5.16 Comparación de trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño, con modelo propuesto para evaluación de curvatura de fluencia. Sismo de Loma Prieta.

realidad.

Por otra parte, no se puede predecir un comportamiento de la estructura al considerar las variables indicadas en el párrafo anterior, ya que la respuesta no lineal depende de varios factores, entre ellos la propia excitación sísmica, el modelo constitutivo utilizado para la no linealidad del material, conjuntamente con la característica geométrica de la estructura y el modelo empleado para calcular el índice de daño.

5.5 COMPARACIÓN DE ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO

Como se indicó en el capítulo cuatro, en las últimas décadas se ha trabajado intensamente en modelos que definan el comportamiento sísmico de edificios mediante el denominado índice de daño. En efecto, existe abundante información relacionada con este índice, incluyendo metodologías de cálculo y programas de computación que las implementan^(6,43-46). Estas metodologías suelen necesitar diversos parámetros de definición del modelo de cálculo ocasionando una complicación adicional en su empleo. Por ello, recientemente se investigaron procedimientos simplificados de cálculo⁽⁴⁷⁻⁵⁰⁾ para evaluar el daño en edificios de

hormigón armado. De igual forma, en el análisis no lineal espacial de edificios de hormigón armado se ha propuesto⁽⁵¹⁾ una solución simplificada de cálculo que incluye la torsión espacial. Es claro que el estudio de éstos índices de daño es importante para minimizar la vulnerabilidad de estructuras nuevas o existentes. En diseño sismorresistente es importante desarrollar metodologías de cálculo que evalúen el comportamiento de un edificio ante un potencial movimiento sísmico es más se ha involucrado índices de daño sísmico en el diseño^(52,53). Las metodologías propuestas, en general, permiten obtener el índices de daño a nivel local del elemento, información muy valiosa que permita tomar acciones correctivas si el caso amerita, o encontrar el índice de daño total de la estructura. Un nuevo modelo de daño ha sido propuesto recientemente por Ayala^(39,40) para la evaluación del índice de daño en edificios de hormigón armado y su eficacia en describir el comportamiento de las estructuras bajo acciones sísmicas ha sido probado con edificios que sufrieron daño en ciudad de México en el sismo de 1985.

Este numeral presenta un estudio comparativo entre diversos índices de daño propuestos para simular el comportamiento sismorresistente de edificios de hormigón armado. Los modelos de daño empleados en la comparación son los de Lybas y Sozen⁽³³⁾, Banon y Veneziano⁽³⁴⁾, Park y Ang^(8,35), Daali⁽³⁶⁾, Chung, Meyer y Shinozuka^(37,38), Ayala^(39,40), DiPasquale y Cakmak⁽⁴¹⁾. En la Tabla 1 se indican las ecuaciones de cálculo de los modelos de daño indicados. Algunos de éstos índices de daño han sido previamente comparados⁽⁵⁴⁾ pero trabajando con un sistema simple de un sólo grado de libertad. En el presente trabajo se realiza una comparación más real considerando un portico de hormigón armado con varios grados de libertad.

Los primero cinco modelos de daño sísmico indicados calculan el índice de daño a nivel de elemento, en cambio los modelos de Ayala y el de DiPasquale y Cakmak determinan el índice de daño a nivel de estructura. Adicionalmente los modelos de Ayala y de DiPasquale y Cakmak proporcionan un índice de daño único al final del movimiento sísmico. Si se emplean sus modelos en cada instante de tiempo se obtendría un índice de daño variable, no necesariamente monotónico creciente, especialmente con el modelo de Ayala. En consecuencia, para poder compararlos es necesario que los siete modelos se encuentren en las mismas condiciones y por esta razón se ha considerado que el índice de daño total obtenido mediante los dos últimos modelos es el mismo en todos los elementos de la estructura. Con esta hipótesis de cálculo, se ha utilizado el mismo procedimiento de análisis que el considerado en los otros casos, que consiste en normalizar el índice de daño I_D entre cero, cuando la estructura trabaja en el rango elástico y uno cuando se presenta el colapso. Posteriormente se ha expresado el índice de daño de la estructura en función de la energía de deformación y de la energía disipada inelásticamente por cada elemento, empleando la ecuación (4.32) de capítulo cuatro.

5.5.1 Modelos constitutivos

Se consideran dos modelos constitutivos para definir la no linealidad del material. El de Roufaiel y Meyer⁽⁴²⁾, indicado en la figura 5.7, que incluye diversos efectos no lineales del comportamiento del hormigón armado tales como el deterioro de rigidez, cierre de grietas por corte y deterioro de resistencia y

Tabla 1 Métodos de cálculo del índice de daño sísmico.

Índice de daño	Autores
$I_D = \frac{(EI)_y}{(EI)_m}$ $(EI)_y$ Rigidez elástica inicial $(EI)_m$ Rigidez máxima deformación	Lybas y Sozen
$I_D = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2}$ $d_1^* = d_1 - 1 \quad d_2^* = a d_2^b$ $d_1 = \mu_s \quad d_2 = 2(\mu_e - 1)$ $\mu_s = \frac{\delta_m}{\delta_y} \quad \mu_e = \frac{E_h}{F_y \delta_y} + 1$ δ_m Desplazamiento máximo δ_y Desplazamiento de fluencia E_h Energía inelástica E_s Energía elástica F_y Fuerza máxima elástica μ_s Ductilidad cinemática μ_e Ductilidad inelástica a, b Deterioro cíclico, (a=1.1 b=0.38)	Banon y Veneziano
$I_D = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{mono}}$ β Deterioro cíclico (0.15) μ_{mono} Ductilidad monotónica Restantes variables ya definidas	Park y Ang
$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{mono}} + \frac{\beta \sum (\mu_i - 1)}{\mu_{mono}}$ $\mu_i = \frac{\delta_{rpi}}{\delta_y} + 1$ δ_{rpi} Desplazamiento residual plástico ciclo i	Daali
$I_D = \sum_i \left(\alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right)$ $N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i}$ $M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1} \quad \Phi_i = \frac{\phi_i}{\phi_f}$ $\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+}$ N_i Número total de ciclos, en curvatura i n_i Número actual de ciclos en curvatura i α_i Parámetro modificador del daño M_{fi} Momento de fallo en curvatura i M_f Momento de fallo ϕ_f Curvatura de fallo ΔM_i Definido en figura 1 K_{ij}^+ Rigidez en ciclo de carga j para curvatura i \bar{K}_i^+ Rigidez promedio durante N_i ciclos	Chung, Meyer, Shinozuka
$I_D = \frac{T_{fin} - T_o}{T_u - T_o}$ T_o Período inicial T_{fin} Período al fin del sismo T_u Período seleccionado límite en el colapso	Ayala
$I_D = 1 - \frac{T_o}{T_{max}}$ T_{max} Período máximo	DiPasquale y Cakmak

el modelo constitutivo de Clough y Johnston⁽⁵⁵⁾, que más se lo conoce como modelo de Clough, presentado en la figura 5.17, ampliamente empleado en diseño sismorresistente, no considera de forma explícita las variables de degradación indicadas anteriormente. Este modelo constitutivo considera la degradación del hormigón únicamente variando la rama de rigidez inelástica.

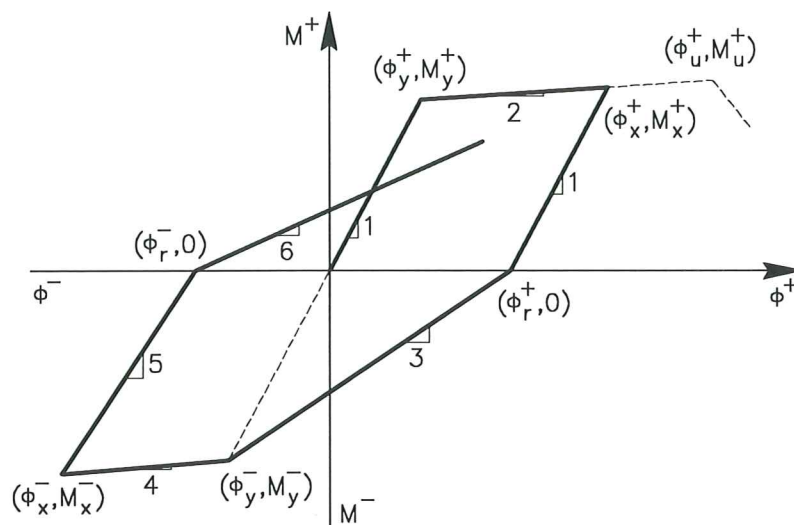


Figura 5.17 Modelo constitutivo de Clough Y Johnston⁽²⁶⁾.

En los dos modelos constitutivos del material se considera, en la evaluación de la curvatura en el punto de fluencia, la contribución del cortante elástico, inelástico y deterioro de adherencia además de la curvatura de flexión. El *modelo propuesto* descrito en los numerales 5.3.4 y 5.3.5 se ha utilizado en la evaluación de la curvatura de fluencia por cortante inelástico y deterioro de adherencia.

La comparación de los índices de daño sísmico se realiza en base a los resultados obtenidos en la estructura indicada en la figura 5.8 y sometida a los sismos de Loma Prieta y Tokachi Oki, indicados en las figuras 5.9 y 5.10, respectivamente. Con relación a los criterios de colapso definidos en el numeral 4.1.1 se debe indicar que los dos primeros criterios están relacionados con la capacidad de sección última en cada elemento estructural. Los dos últimos criterios son relativamente conservadores debido a que consideran la formación de un mecanismo como una condición de colapso. Estos criterios se incluyen, sin embargo debido a que los modelos de daño total basados en el período final de la estructura proporcionan valores muy altos para estados cercanos al de un mecanismo.

Para la evaluación del índice de daño con el modelo de Ayala^(39,40) se considera $T_u = 0.25s$, que es el período seleccionado en el colapso de la estructura ante cargas crecientes monotónicamente.

5.5.2 Comparación de trayectorias de daño

En todas las graficas de las trayectorias de daño se ha agrupado los modelos de daño de: Lybas y Sozen; Banon y Veneziano; y el de Ayala por un lado, y los de Daali; Park y Ang; Chung, Meyer y Shinozuka; y el de DiPasquale y Cakmak por otro. Con el objeto de distinguir claramente sus resultados.

Los modelos de daño de Lybas y Sozen⁽³³⁾, Banon y Veneziano⁽³⁴⁾, y el de Ayala^(39,40) presentan una muy buena correlación en las trayectorias de daño, tal como se observa en las figuras 5.18 a 5.21.

Para el sismo de Loma Prieta, se tiene en las figuras 5.18 y 5.19 que el modelo de Lybas y Sozen es el que presenta los mayores valores de daño durante la

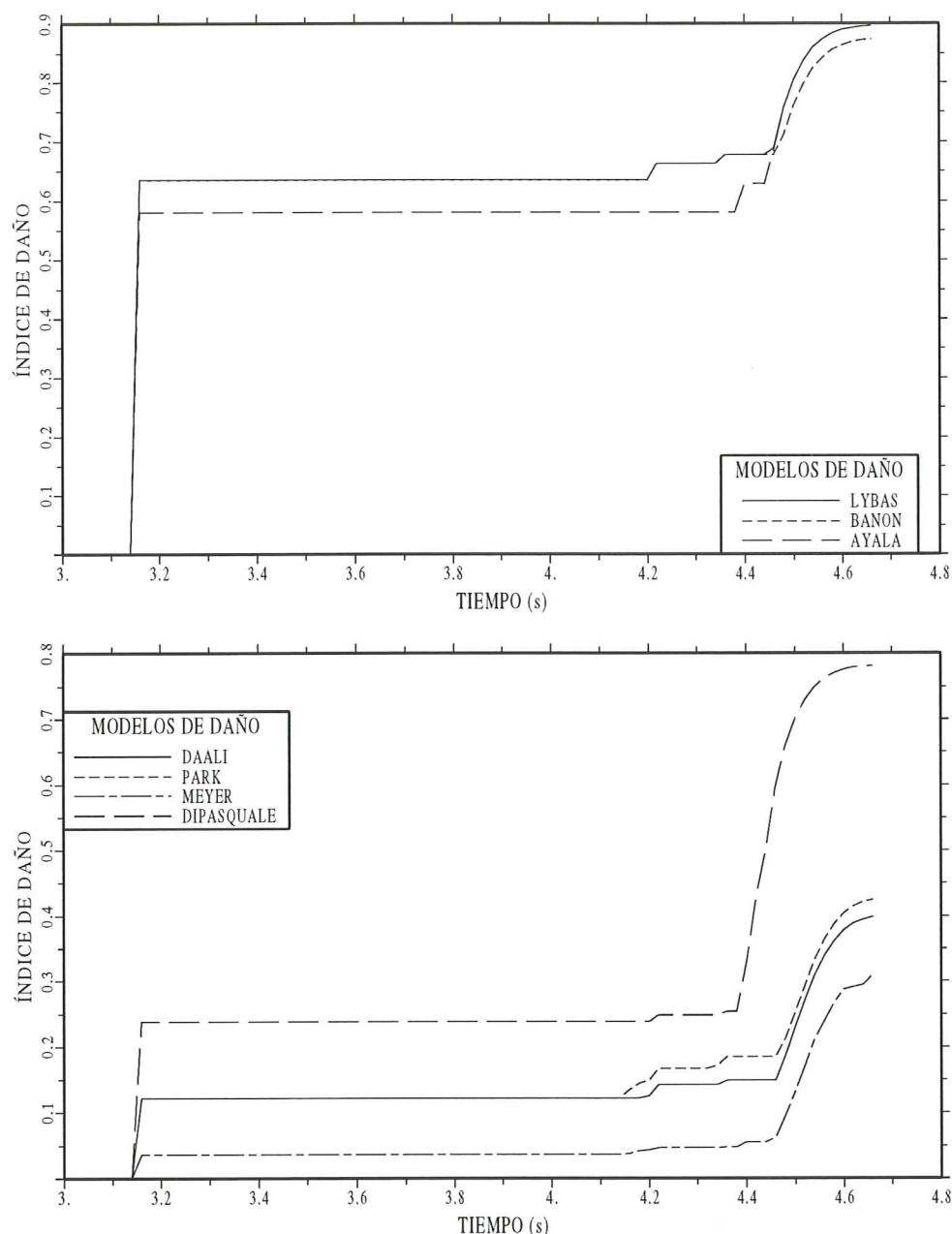


Figura 5.18 Comparación de trayectorias de daño obtenidas en la estructura, empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Loma Prieta, considerando el modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer⁽⁴²⁾.

trayectoria y en el tiempo cercano al colapso son iguales los valores obtenidos con el modelo de daño de Ayala. El modelo de Banon y Veneziano presenta valores ligeramente inferiores a los dos modelos indicados, la diferencia es mínima.

Para el sismo de Tokachi Oki los modelos de Lybas y Sozen, y Banon y Veneziano, presentan las mismas trayectorias de daño como se observa en las figura 5.20 y 5.21. Las trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Ayala se aproximan muy bien con los dos modelos anotados. En la figura 5.20, que corresponde al modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer, los índices de daño obtenidos con el modelo de Ayala son ligeramente mayores en el colapso y en la figura 5.21, que corresponde al modelo constitutivo de Clough la trayectoria

de daño obtenida con el modelo de Ayala es menor, nuevamente se tiene que la diferencia es mínima.

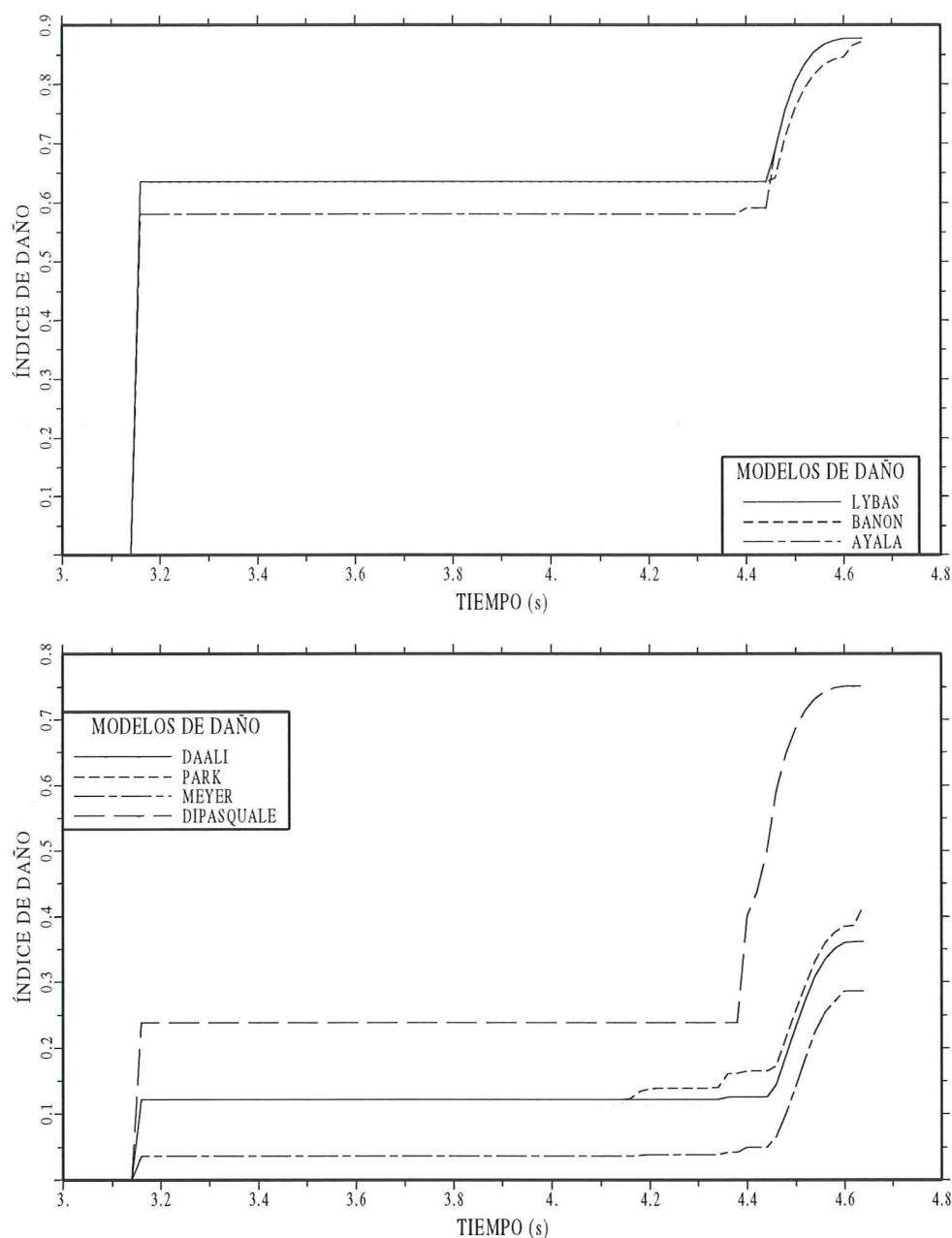


Figura 5.19 Comparación de trayectorias de daño obtenidas en la estructura, empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Loma Prieta, considerando el modelo constitutivo de Clough.

La razón por la que el modelo de daño de Lybas y Sozen se correlaciona muy bien con el modelo de Banon y Veneziano es debido a que los dos modelos de daño en su evaluación consideran a la ductilidad cinemática μ_s definida como la relación entre el desplazamiento máximo δ_m que alcanza la estructura durante el sismo, al desplazamiento de fluencia δ_y . Cuando la energía disipada inelásticamente no alcanza valores muy altos, como en el presente estudio, el índice de daño sísmico viene gobernado por los desplazamientos. En el mo-

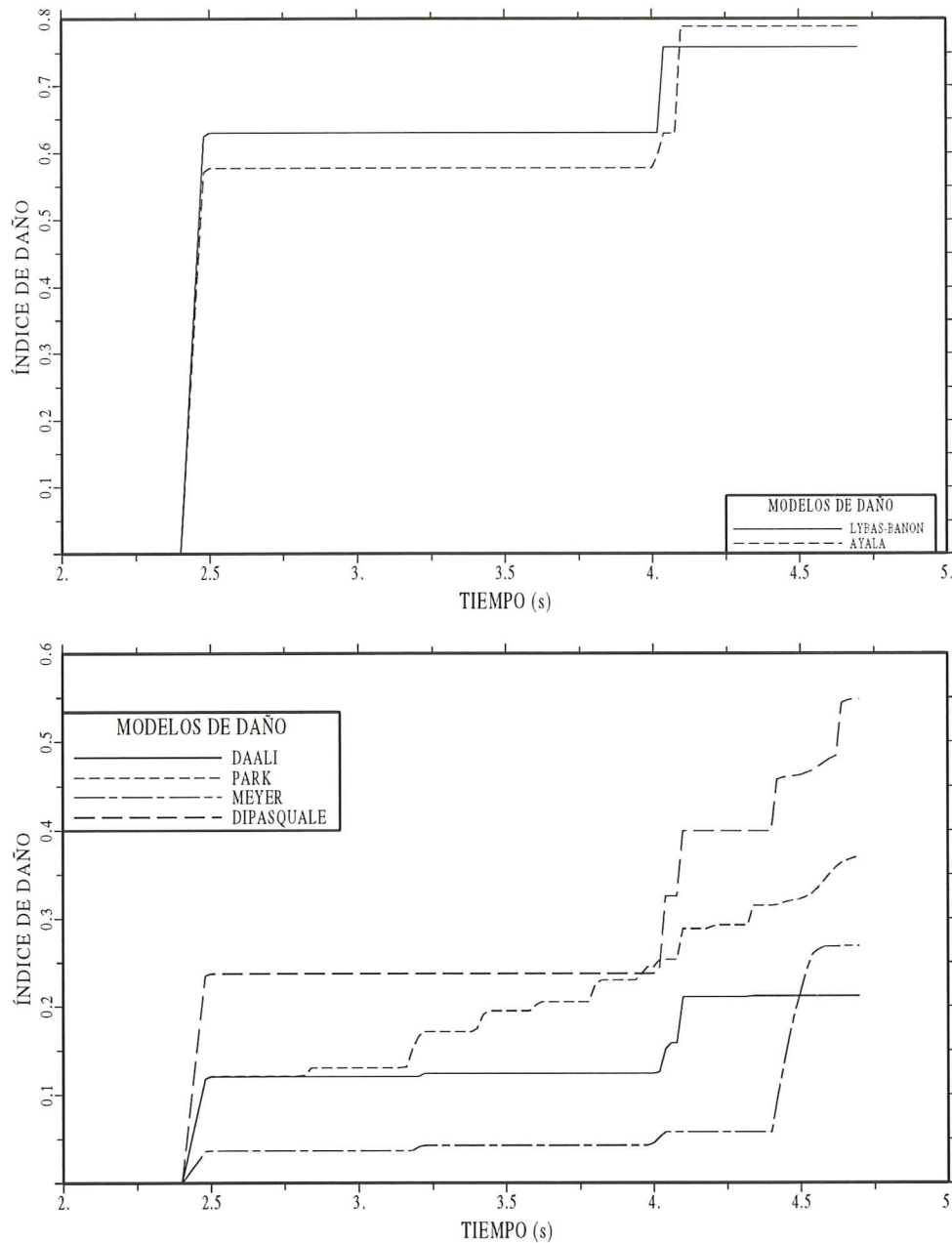


Figura 5.20 Comparación de trayectorias de daño obtenidas en la estructura, empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Tokachi Oki, considerando el modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer⁽⁴²⁾.

delo de daño de Ayala, es más complicado indicar la causa para la muy buena correlación que tiene el modelo con los ya indicados, por la naturaleza de las variables de cálculo, sin embargo se puede indicar que los desplazamientos que tiene la estructura están relacionados con la matriz de rigidez de la misma y por ende con el período de vibración. Para éstos modelos el valor del índice de daño sin normalizarlos es mayor que uno y los tres presentan resultados diferentes. Al normalizarlos entre cero y uno tienden a unificarse. Las trayectorias de daño obtenidas con estos tres modelos presentan valores superiores a los encontrados con los otros índices de daño analizados.

Es importante tener en cuenta que en los modelos de daño de Park y Ang⁽⁸⁾

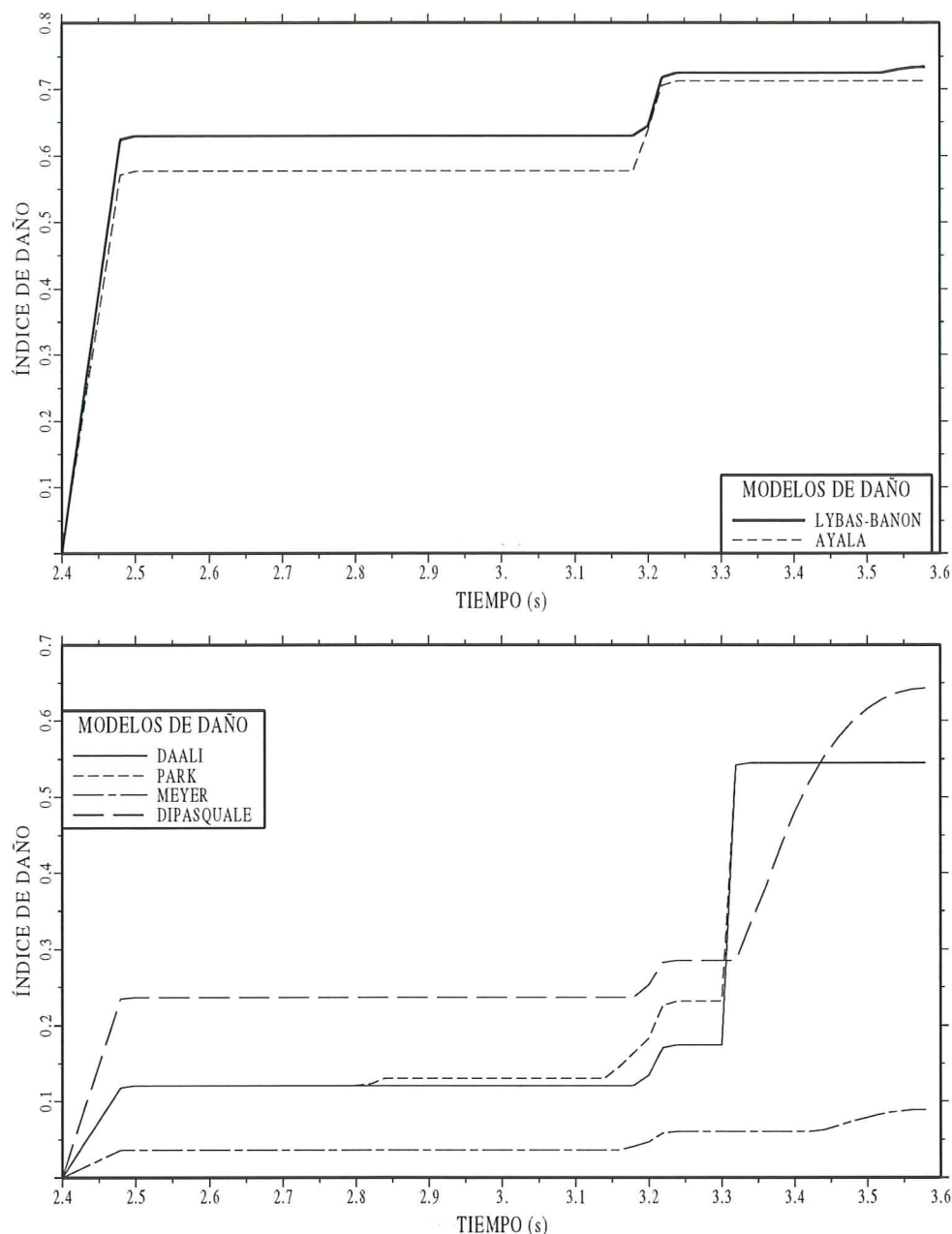


Figura 5.21 Comparación de trayectorias de daño obtenidas en la estructura, empleando los diferentes modelos de daño ante sismo de Tokachi Oki, considerando el modelo constitutivo Clough.

y Daali⁽³⁶⁾ en el cálculo del índice de daño se relaciona a más de la energía, se relaciona la ductilidad cinemática con respecto a la ductilidad debida a cargas monotónicas μ_{mono} que conduce a la relación del desplazamiento máximo δ_m al desplazamiento último δ_u y ésta relación es menor que uno.

Por otra parte, las trayectorias de daño obtenidas con las funciones de Daali; Park y Ang; Chung, Meyer y Shinozuka; y el de DiPasquale y Cakmak son comparables entre si como se aprecia en las figuras 5.18 a 5.21. La correlación no es tan buena como la que se obtuvo con los otros tres modelos. En general el modelo de Chung, Meyer y Shinozuka presenta los menores valores, especialmente al inicio de la trayectoria de daño. Este resultado se debe a que el modelo empieza

a medir el daño una vez que se tiene un ciclo de carga en el rango no lineal, y los restantes modelos tienen cierto daño cuando el de Meyer inicia la cuantificación. Por otra parte, el modelo de daño de DiPasquale y Cakmak es el que presenta los mayores valores es más en el colapso los índices de daño obtenidos son parecidos a los encontrados por el modelo de daño sísmico de Ayala por la semejanza de las variables involucradas en la evaluación del I_D .

Existe una muy buena correlación entre las trayectorias de daño de Park y Ang con las de Daali. En efecto, para el sismo de Loma Prieta la diferencia es mínima, figuras 5.18 y 5.19. Para el sismo de Tokachi Oki se tiene algo similar en la figura 5.21 cuando se trabaja con el modelo constitutivo de Clough, la diferencia se incrementa en la figura 5.20 para el modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer.

Es importante destacar que los valores del índice de daño obtenidos con el modelo de Ayala^(39,40) dependen del valor seleccionado del período en el fallo de la estructura T_u . Si el valor seleccionado es bajo los índices de daño que se obtengan serán altos, como en el presente caso y si el valor seleccionado de T_u es alto los índices de daño serán bajos.

5.6 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha presentado un método de cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y corte inelástico debido al agrietamiento del hormigón. El método está basado en la solución de la ecuación diferencial que define la adherencia entre el hormigón y acero. Se comparan los resultados obtenidos al analizar el daño sísmico en un pórtico plano ante dos sismos empleando el modelo propuesto y el modelo de Park.

Además, se han comparado los índices de daño que se obtienen al utilizar siete modelos numéricos de cálculo de daño sísmico con el objeto de establecer la correlación que existe entre ellos en el pórtico estudiado considerando dos modelos constitutivos para la no linealidad del material. Del estudio realizado en el presente capítulo se encuentran las siguientes conclusiones:

- Como primera conclusión del estudio realizado se puede afirmar que es más realista considerar que el giro por corte, en cada una de las grietas del elemento dañado, varía en función de la distribución de esfuerzos a lo largo del elemento. A partir de esta hipótesis se ha propuesto un método de cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico.
- El cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia, se modela mejor considerando el deslizamiento entre el hormigón y el acero que se genera en cada grieta de la zona dañada; el deslizamiento total es igual al sumatorio de los valores parciales obtenidos en cada grieta. Así es como se obtiene el deslizamiento total para calcular la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia en el método propuesto.
- En general las trayectorias de daño que se han obtenido calculando la curvatura de fluencia con el *modelo propuesto* y con el *modelo de Park* para los dos eventos sísmicos son muy similares. Mejor aproximación se obtuvo con el Sismo de Loma Prieta en donde difieren muy poco las dos trayectorias.

- La correlación obtenida en las trayectorias de daño con los dos modelos es satisfactoria especialmente cuando los índices de daño corresponden a los modelos de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano, Park y Ang, y Daali.
- La curvatura de fluencia calculada mediante el *modelo propuesto* es un 10% menor que la que se obtiene al utilizar el *modelo de Park*. Por todo lo indicado es claro que el *modelo propuesto* es una alternativa más precisa de cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia.
- Los modelos de daño de Lybas y Sozen; Banon y Veneziano y Ayala presentan una muy buena correlación entre ellos. Para fines prácticos se puede indicar que los tres modelos proporcionan el mismo índice de daño. En el modelo de Banon y Veneziano se ha considerado $a=1.1$ y $b=0.38$.
- El modelo de daño de Park y Ang presenta una buena correlación con el modelo de Daali. El modelo de Park, por lo general, presenta valores superiores a los del modelo de Daali. A pesar de que en la referencia (54) se ha indicado que hay una buena correlación entre los resultados obtenidos mediante el índice de daño de Banon y Veneziano y el modelo de Park y Ang, en el presente trabajo no ha sido apreciado dicha correlación.
- El modelo de daño de Chung, Meyer y Shinozuka tiende a relacionarse de mejor forma con los modelos de Park y Daali que con los de Lybas y Banon.
- En el colapso de la estructura, los índices de daño obtenidos con el modelo de daño de DiPasquale y Cakmak son similares a los del modelo de Ayala.

REFERENCIAS

1. L. M. Bozzo y A. H. Barbat, *Diseño sísmico de edificios de hormigón armado*, Monografía de Ingeniería Sísmica, IS-15, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería CIMNE, Barcelona, 1995.
2. J. Moehle y T. Cavanagh, "Confinement effectiveness of cross ties in reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111** (10), 2105-2120, 1985.
3. J. Lin y S. A. Mahin, "Effect of Inelastic Behaviour on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures", *Report No. UCB/EERC-85/08*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1985.
4. Y. Park, "Seismic Damage Analysis and Damage Limiting Design of R/C Structures", *Ph.D Thesis*, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1985.
5. Y. J. Park, A. H-S. Ang y Y. K. Wen, "Damage-limiting aseismic design of buildings", *Earthquake Spectra*, **3**(1), 1-26, 1987.
6. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame Shear-Wall Structures", *Technical Report NCEER-87-0008*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.
7. Y. J. Park, A. H-S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic Damage Analysis and Damage

- Limiting Design of R.C. Buildings ", *Structural Research Series*, Report N.- 516, University of Illinois at Urbana - Champaign, Urbana, 1984.
8. Y. J. Park y A. H-S. Ang, "Mechanistic seismic damage model of reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111** (ST4), 722-739, 1985.
 9. Y. J. Park, Y.K. Wen y A. H-S. Ang, "Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **14**, 543-557, 1986.
 10. Y. J. Park, A. M. Reinhorn y S. K. Kunnath, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo, **7**, 211-216, 1988.
 11. H. Ahmad, S. Shah, "Structural properties of high strength concrete and its implications for precast prestressed concrete", *Journal Prestressed Concrete Institute*, **30** (6), 92-119, 1985.
 12. S. Gregory, S. Ahmad, "Flexural rigidity of circular reinforced concrete sections", *Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **87** (5), 548-556, 1990.
 13. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, "High-strength concrete in ultimate strength design", *Journal Structural Engineering ASCE* **104** (87), 1761-1773, 1978.
 14. P. Soroushian, K. Obaseki, "Strain rate-dependent interaction diagrams for reinforced concrete sections", *Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83** (1), 108-116, 1986.
 15. P. Soroushian, J. Sim, "Axial behavior of reinforced concrete columns under dynamics loads", *Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83** (6), 1018-1025, 1986.
 16. S. Staffier, M. Sozen, *Effect of strain rate on yield stress of model reinforcement*, Structural Research Series N. 415, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana, 1975.
 17. D. Kent, R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal Structural Engineering ASCE* **97** ST7, 1969-1990, 1971.
 18. H. Roy, M. Sozen, "Ductility of concrete", *Proceedings of the International Symposium on flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI*, 213-224, 1964.
 19. M. Sargin, S. K. Ghosh, V. Handa, "Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete", *Magazine of Concrete Research*, **23** (75-76), 99-110, 1971.
 20. J. Mander, M. Priestley, R. Park, "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *Journal Structural Engineering ASCE* **114** (8), 1804-1826, 1988.
 21. S. Sheikh, S. Uzumeri, "Strength and ductility of tied concrete columns", *Proceedings Structural Engineering ASCE* **106** ST5, 1079-1102, 1980.
 22. S. Sheikh y C. Yeh, "Flexural behaviour of confined concreted columns", *Proceedings. Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83** (3), 259-271, 1986.
 23. B. Sinha, K. Gerstle, L. Tulin, "Stress-Strain relationships for concrete under cyclic loading", *Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **61** (2), 195-211, 1964.
 24. I. D. Karsan y J. Jirsa, "Behaviour of concrete under compressive loadings", *Journal Structural Division ASCE* **95** ST12, 2543-2563, 1969.

25. P. Soroushian, K. Choi, A. Alhamad, "Dynamic constitutive behavior of concrete", *Proceedings. Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83** (2), 251-259, 1986.
26. W. Dilger, R. Koch, R. Kowalczyk, "Ductility of plain and confined concrete under different strain rates", *Proceedings. Structural Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **81** (1), 73-81, 1984.
27. R. Seabold, *Dynamic shear strength of reinforced concrete beams, Part III*, Technical Report N.R-695, U.S. Naval Civil Engineering Laboratory, 180p, Port Hueneme, 1970.
28. Y. S. Chung, "Automated Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Frames", *Ph.D. Thesis*, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York, 1988.
29. J. Marín, "Comportamiento del concreto armado en flexocompresión", *Folleto de Estructuras N.- 6*, Universidad Central de Venezuela, cuarta impresión, Caracas, 1979.
30. R. Aguiar, "Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado", Monografía de Ingeniería Sísmica, **IS-17**, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería CIMNE, Barcelona, 1996.
31. S. Yang y J. Chen, "Bond slip and crack width calculations of tension members", *ACI American Concrete Institute Structural Journal, Technical paper title N.- 85-S39, Vol 85 N.-4*, 1988.
32. P. M. Ferguson, J. E. Breen y J. N. Thompson, "Pull-out test on high strength reinforcing bars", *ACI American Concrete Institute Structural Journal*, **62**, 933-950, 1965.
33. J. Lybas y M. Sozen, *Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls*, Civil Engineering Studies, Structural Research, Series N.- 444, University of Illinois, Urbana, 1977.
34. H. Banon y D. Veneziano, "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (2) 179-193, 1982.
35. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine, "Seismic damage in reinforced concrete frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **107** (ST9), 1713-1729, 1981.
36. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
37. Y. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *American Concrete Institute Structural Journal ACI*, **86** (3), 259-271, 1989.
38. Y. S. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Automated seismic design of reinforced concrete building frames", *American Concrete Institute ACI Structural Journal*, **87** (3), 326-340, 1990.
39. G. Ayala, Y. Xianguo, "Analytical evaluation of the structural seismic damage of reinforced concrete frames", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
40. G. Ayala, A. Tayebi, X. Ye, "Dynamic response of a reinforced concrete frame compared with observed earthquake damage", *Submitted to 11 World Conf. on Earthquake Engineering, Acapulco, México*, 1996.

41. E. DiPasquale, A. Cakmak, *On the relation between local and global damage indices*, Technical Report NCEER-89-0034, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1989.
42. M. Roufaiel, C. Meyer "Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **113** (3), 429-444, 1987.
43. A. Reinhorn, S. Kunnath, N. Panahshahi, *Modeling of R/C building structures with flexible floor diaphragms (IDARC-2D)*, Technical Report NCEER-88-0035, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1988.
44. S. Kunnath y A. Reinhorn, *Inelastic three-dimensional response analysis of reinforced concrete building structures (IDARC-3D) Part I Modeling*, Technical Report NCEER-89-0011, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1989.
45. S. Kunnath, A. Reinhorn, F. Lobo, *IDARC Version 3.0: A program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
46. Y. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, *Seismic damage assessment of reinforced concrete members*, Technical Report NCEER-87-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
47. P. Fajfar y P. Gašpersič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25** (1) 31-46, 1996.
48. J. Flores, "Simplified model of unilateral damage for RC frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **121** (12), 1765-1772, 1995.
49. Y. Chai, K. Romstad, S. Bird, "Energy-based linear damage model for high-intensity seismic loading", *Journal of Structural Engineering ASCE* **121** (5), 857-864, 1995.
50. K. Shen y T. Soong, "Design of energy dissipation devices based on concept of damage control", *Journal of Structural Engineering ASCE* **122** (1), 76-82, 1996.
51. J. De la Llera, A. Chopra, "A simplified model for analysis and design of asymmetric-plan buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **24** (4) 573-594, 1995.
54. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **22** (6) 855-868, 1993.
55. R. W. Clough y S. B. Johnston, "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements", *Proceedings of the Japan Earthquake Engineering Symposium*, Tokyo, 195-198, 1966.

CAPÍTULO 6

MÉTODO DE CÁLCULO DEL ÍNDICE DE DAÑO UTILIZANDO ESPECTROS DE RESPUESTA

6.1 INTRODUCCIÓN

La mayor parte de métodos que existen para evaluar daño sísmico en edificios de hormigón armado, lo realizan considerando un acelerograma para definir la excitación sísmica, basta citar los desarrollados por Banon et al⁽¹⁾, Wang y Sha⁽²⁾, Roufaiel y Meyer⁽³⁾, Williams y Sexsmith⁽⁴⁾, Carvalho y Cohelho⁽⁵⁾, Powell y Allahabadi⁽⁶⁾, Hasselman et al⁽⁷⁾, Y. Park et al⁽⁸⁾, Shibata y Sozen⁽⁹⁾, Stephens y Yao⁽¹⁰⁾ entre otros. De tal manera, que la evaluación se realiza para un determinado sismo. Si se considera el tiempo que demanda encontrar la respuesta dinámica en el rango no lineal y luego el tiempo que conlleva evaluar el daño sísmico, se observa que es demasiado el trabajo que se ejecuta para simular el comportamiento de una estructura ante un determinado evento sísmico. En la práctica, las estructuras deben ser analizadas para varios eventos telúricos con lo cual el trabajo de evaluación del comportamiento ante terremotos, cuando se trabaja con acelerogramas, es muy extenso.

En cambio, cuando se trabaja con espectros de diseño^(11,12) se cubre el comportamiento de varios sismos, los que sirvieron de base para definir el espectro. Esto en si es una gran ventaja del espectro en relación a los acelerogramas. En éste contexto existen muy pocos métodos para evaluar daño sísmico en estructuras utilizando espectros de respuesta uno de ellos es el método N2 desarrollado por Fajfar y Gašperšič⁽¹³⁾ en el cual de la estructura real, se obtiene un sistema equivalente de un grado de libertad y es en éste sistema donde se evalúa el daño en función de espectros de energía. Estos espectros han sido obtenidos por los autores del método para dos curvas de modelos constitutivos del material y para determinados sismos. Posteriormente, y en base a los resultados obtenidos en el sistema de un grado de libertad se retorna al edificio real a calcular el grado de deterioro de la misma, utilizando el modelo de daño sísmico de Park y Ang, descrito en capítulos anteriores

Realmente el método N2 es más sencillo que los descritos⁽¹⁻¹⁰⁾ cuando se trabaja con acelerograma, es más no se necesita un ordenador para su cálculo, se lo puede hacer manualmente. Un serio limitante del método N2 es que el usuario tiene que evaluar el daño para los espectros de energía que han sido publicados por los autores. En consecuencia si desea evaluar el daño sísmico para un edificio ubicado en una zona sísmica cuyos acelerogramas no han sido considerados por Fajfar y Gaspersick no puede aplicar el método N2. Esto fue lo que motivó a

desarrollar el método de cálculo que se describe en el presente capítulo, el mismo que permite evaluar el daño sísmico utilizando espectros de respuesta o de diseño del sitio de interés.

Si bien es cierto, no existe una justificación rigurosa para el uso de espectros de diseño o de respuesta, elásticos o inelásticos, en el diseño sísmico de estructuras; no es menos cierto que todas las normativas del mundo lo contemplan cuando se realiza un análisis modal utilizando espectros. Por lo expuesto más los resultados obtenidos en el presente estudio, demuestran que si se puede tener una metodología de cálculo del daño sísmico de estructuras de hormigón armado utilizando espectros.

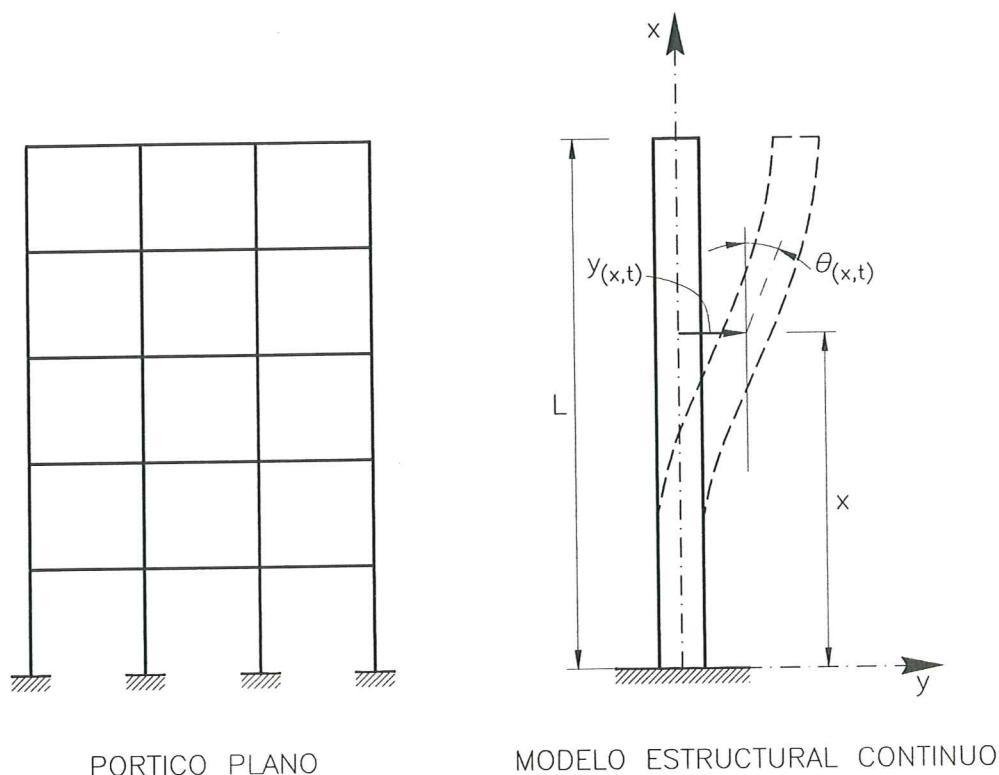


Figura 6.1 Modelo mecánico como un sistema continuo.

El método que se propone, está basado en la respuesta dinámica de estructuras continuas^(14,15) trabajando únicamente con el primer modo de vibración. Si la estructura está constituida únicamente por vigas y columnas se puede modelar ésta como una *...viga de corte...* que es el caso que se desarrolla posteriormente en el numeral 6.2. Aspecto fundamental para poder emplear el método que se va a desarrollar es contar con la curva de capacidad de la estructura a ser analizada la misma que puede ser obtenida mediante la aplicación de cargas incrementales^(13,16) monotónicas constantes. La obtención de las curvas de capacidad puede hacerse utilizando un programa de análisis no lineal estático que es muy sencillo desarrollarlo en comparación con un programa de análisis no lineal dinámico. Por otra parte las curvas de capacidad dan una visión clara del comportamiento sísmico de la estructura. Por lo tanto, con el método que se propone en el presente numeral para evaluar el daño sísmico de estructuras porticadas de hormigón armado, se tiene una visión muy objetiva del índice de daño

que se encuentra, ya que el mismo es obtenido teniendo como base el colapso de la estructura definido por el proyectista estructural.

6.2 VIGA DE CORTE

Como se indicó un pórtico plano constituido por vigas y columnas sin muros de corte puede modelarse como una viga de corte, que es el modelo mecánico que se estudia a continuación en dos etapas. En la primera se analiza el caso de vibración libre, el cual para el presente estudio finaliza con el cálculo de las formas modales; y en la segunda parte se analiza el caso de vibración forzada orientada únicamente al cálculo del desplazamiento lateral máximo en el tope del edificio d_t variable que se necesita calcular para el método que se propone.

6.2.1 Vibración libre en viga de corte

En la figura 6.1 se presenta un marco plano con su correspondiente modelo estructural en el cual la masa tiene una variación por unidad de longitud $\mu(x)$, y sea $A(x)$, la sección transversal, para el caso general de sección constante o variable. Sea $G(x)$ el módulo de corte y $\beta(x)$ el coeficiente de forma que da la reducción por cortante.

Para el caso de vibración libre, la deformada del sistema continuo, en el instante de tiempo t , es la presentada en la figura 6.1. Al analizar un elemento diferencial Δx y considerando el primer término de la serie de Taylor para la variación de las fuerzas, las cargas que actúan en éste elemento diferencial están indicadas en la figura 6.2.

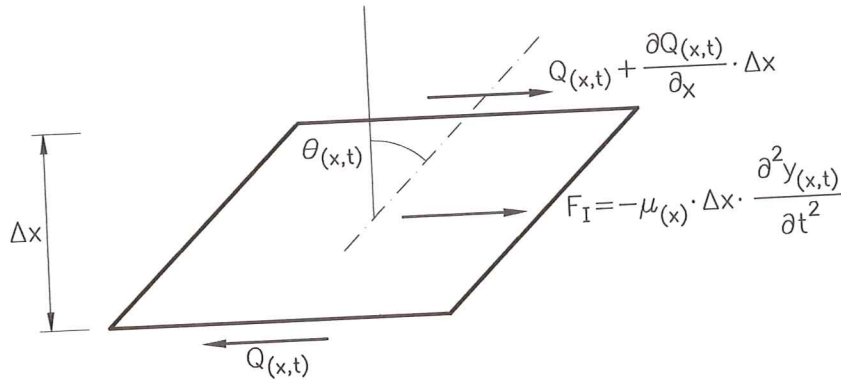


Figura 6.2 Equilibrio de fuerzas en un elemento diferencial del continuo.

Siendo $Q(x,t)$ la fuerza de corte y F_I la fuerza inercial. Del equilibrio de fuerzas en el elemento diferencial, se obtiene:

$$Q(x,t) + \frac{\delta Q(x,t)}{\delta x} \Delta x - \mu(x) \Delta x \frac{\delta^2 Y(x,t)}{\delta t^2} - Q(x,t) = 0$$

al dividir para Δx , se obtiene luego de simplificar términos:

$$\frac{\delta Q(x,t)}{\delta x} - \mu(x) \frac{\delta^2 Y(x,t)}{\delta t^2} = 0 \quad (6.1)$$

por otra parte de la teoría de la elasticidad se sabe que:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \Rightarrow \theta_{(x,t)} = \frac{Q_{(x,t)}/A_{c(x)}}{G_{(x)}}$$

siendo $A_{c(x)}$ el área efectiva de corte que es igual a $A_{(x)}$ dividida para $\beta_{(x)}$, al reemplazar éste valor se tiene:

$$\theta_{(x,t)} = \frac{Q_{(x,t)}\beta_{(x)}}{G_{(x)}A_{(x)}} \quad (6.2)$$

pero $\theta_{(x,t)} = \frac{\delta Y_{(x,t)}}{\delta x}$. Luego de la ecuación 6.2 se obtiene el cortante $Q_{(x,t)}$

$$Q_{(x,t)} = \frac{G_{(x)}A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \frac{\delta Y_{(x,t)}}{\delta x} \quad (6.3)$$

Reemplazando la ecuación (6.3) en (6.1) se encuentra la ecuación diferencial que define el problema de vibración libre en la viga de corte. Esta es:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{G_{(x)}A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \right) - \mu_{(x)} \frac{\delta^2 Y_{x,t}}{\delta t^2} = 0$$

la misma que puede escribirse de la forma:

$$\left(\frac{G_{(x)}A_{(x)}}{\beta_{(x)}} Y' \right)' - \mu_{(x)} \ddot{Y} = 0 \quad (6.4)$$

Considerando que la solución es dependiente del espacio como del tiempo, la solución de la ecuación diferencial definida en (6.4) se puede expresar como el producto de dos funciones:

$$Y_{(x,t)} = \phi_{(x)} Y_{(t)} \quad (6.5)$$

al reemplazar (6.5) en (6.4) y luego de dividir para $Y_{(t)}\mu_{(x)}\phi_{(x)}$ y reescribiendola, se obtiene:

$$\frac{\left(\frac{G_{(x)}A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \phi'_{(x)} \right)'}{\mu_{(x)}\phi_{(x)}} = \frac{\ddot{Y}_{(t)}}{Y_{(t)}} = -W^2 = cte$$

siendo W la frecuencia natural del sistema. En consecuencia la solución de la ecuación diferencial (6.4) se ha desacoplado en dos problemas a saber:

$$\left(\frac{G_{(x)}A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \phi'_{(x)} \right)' + W^2 \mu_{(x)} \phi_{(x)} = 0 \quad (6.6.a)$$

$$\ddot{Y}_{(t)} + W^2 Y_{(t)} = 0 \quad (6.6.b)$$

la solución de la ecuación (6.6.b) es de la forma:

$$Y_{(t)} = A \operatorname{Sen} Wt + B \operatorname{Cos} Wt \quad (6.7.a)$$

siendo A, B constantes de integración las mismas que se obtienen en base a las siguientes condiciones de borde:

- Condición Geométrica

$$Y_{(x,t)}|_{x=0} = 0 \Rightarrow Y_{(0,t)} = \phi_{(0)} Y_{(t)} = 0 \Rightarrow \phi_{(0)} = 0 \quad (6.7.b)$$

- Condición de Equilibrio

$$Q_{(x,t)}|_{x=L} = 0 \Rightarrow Q_{(L,t)} = \frac{G_{(x)} A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \frac{\delta Y_{(x,t)}}{\delta x} |_{x=L} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{G_{(x)} A_{(x)}}{\beta_{(x)}} \phi'_{(x)} Y_{(t)} |_{x=L} = 0 \Rightarrow \phi'_{(L)} = 0$$

En resumen para encontrar las constantes de integración A y B. Las condiciones de borde geométrica y de equilibrio conducen a:

$$\phi_{(0)} = 0 \quad \phi'_{(L)} = 0$$

para el caso de **sección constante** se simplifica notablemente el problema; la ecuación (6.6.a) queda:

$$\frac{GA}{\beta} \phi''_{(x)} + W^2 \mu \phi_{(x)} = 0$$

de donde:

$$\phi''_{(x)} + \frac{\mu \beta W^2}{GA} \phi_{(x)} = 0 \quad (6.7.c)$$

se denomina:

$$p^2 = \frac{\mu \beta W^2}{GA} \Rightarrow p = W \sqrt{\frac{\mu \beta}{GA}} \quad (6.7.d)$$

con lo cual la ecuación (6.7.c) se transforma en:

$$\phi'' + p^2 \phi_{(x)} = 0 \quad (6.7.e)$$

la ecuación diferencial (6.7.e) es de la forma de la ecuación (6.6.b). Por lo tanto la solución es:

$$\phi_{(x)} = A \operatorname{Sen} px + B \operatorname{Cos} px \quad (6.8)$$

las condiciones de borde y el cálculo de las constantes A y B, reportan:

$$\phi(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\phi'(L) = 0 \Rightarrow Ap \cos pL = 0 \Rightarrow \cos pL = 0$$

de donde:

$$pL = (2n - 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow p = \frac{(2n - 1)\pi}{2L}$$

al reemplazar en la ecuación (6.7.d) se obtiene:

$$W = \frac{(2n - 1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{GA}{\mu\beta}} \quad (6.9)$$

en consecuencia la forma modal $\phi(x)$ resulta:

$$\phi(x) = A \sin\left(\frac{(2n - 1)\pi}{2L} x\right) \quad (6.10)$$

6.2.2 Vibración forzada en viga de corte

Se considera que en la viga de corte actúa un sismo definido por su acelerograma, como lo ilustra la figura 6.3

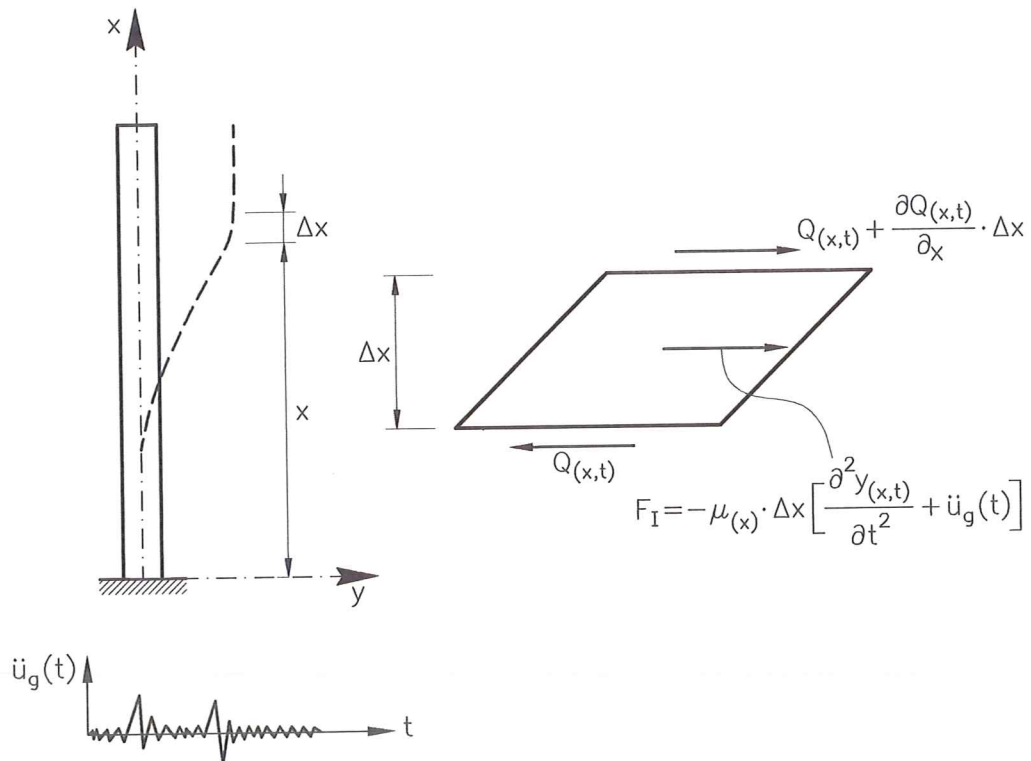


Figura 6.3 Modelo matemático para el caso de vibración forzada.

Procediendo de igual forma que en el caso anterior, se llega a obtener la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de una viga de corte para el caso de excitación sísmica. Esta es:

$$\left(\frac{G(x)A(x)}{\beta(x)} Y'_{(x,t)} \right)' - \mu(x) \ddot{Y}_{(x,t)} = \mu(x) \ddot{U}_g(t) \quad (6.11)$$

en éste caso, la solución de la ecuación diferencial definida por (6.11) es de la forma:

$$Y_{(x,t)} = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_{i(x)} Y_{i(t)} \quad (6.12)$$

al sustituir la ecuación (6.12) en la ecuación (6.11) y considerando la ortogonalidad de los modos de vibración para simplificar términos, se llega a:

$$Y_{(x,t)} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^* \phi_{i(x)} A_{i(t)}}{W_i^2 \int_0^L \mu(x) \phi_{i(x)}^2 dx} \quad (6.13)$$

siendo:

$$m_i^* = \frac{(\int_0^L \mu(x) \phi_{i(x)} dx)^2}{\int_0^L \mu(x) \phi_{i(x)}^2 dx} \quad (6.14)$$

$A_{i(t)}$ es la aceleración espectral para el modo de vibración i .

Para el caso de sección constante se tiene que al reemplazar la forma modal definida en la ecuación (6.10) y considerando que μ es constante, se obtiene de la ecuación (6.14) que:

$$m_i^* = \frac{8}{(2i-1)^2 \pi^2} M_t \quad (6.15)$$

donde M_t es la masa total del sistema. Ahora al trabajar únicamente con el primer modo de vibración se obtiene para $i=1$, en la ecuación (6.15), que:

$$m_1^* = 0.811 M_t \quad (6.16)$$

al encontrar el desplazamiento en $X = L$ que se denominará D_t , desplazamiento en el tope, y al considerar solamente el primer modo de vibración, la ecuación (6.13) reporta:

$$D_t = \frac{1.274}{W_1^2} A_d \quad (6.17)$$

se ha denominado A_d a la aceleración espectral correspondiente al primer modo de vibración, y W_1 es la frecuencia del primer modo.

6.3 MÉTODO DE CÁLCULO DEL I_D PROPUESTO

El procedimiento de cálculo a seguir para encontrar el índice de daño sísmico I_D , el desplazamiento en el tope y el estado de deterioro en que se encuentra la estructura por un sismo definido por su espectro de respuesta elástico, es el siguiente:

- 1) Se construye la curva de capacidad resistente de la estructura en base a la geometría de la misma y a la armadura de cada uno de sus elementos. Se puede encontrar la curva de capacidad con un programa de análisis no lineal estático en el cual se impone una distribución de cargas a ser aplicada en los nudos, la misma que se va incrementando de tal forma que se van formando rótulas plásticas en los miembros, cuando esto sucede el programa cambiará la matriz de rigidez del elemento considerando donde se formó la articulación plástica.

La curva de capacidad resistente relaciona el corte basal V_o con el desplazamiento en el tope del edificio D_t . En ésta curva se debe definir cual es el estado de colapso, si se selecciona un valor bajo de D_t como estado límite de colapso el índice de daño que se obtenga será un valor muy alto por el contrario si el valor de D_t que se selecciona como estado límite de colapso es muy alto el valor del índice de daño que se obtenga será bajo.

Se destaca que la curva de capacidad resistente, se determina mediante un análisis lineal elástico de la estructura.

- 2) En la curva de capacidad resistente se determina el punto en el cual se forma la primera rótula plástica. Sea V_{o1} y D_{t1} , las coordenadas asociadas con la primera rótula. En base a éstos dos valores se determina la rigidez equivalente del sistema K

$$K = \frac{V_{o1}}{D_{t1}} \quad (6.18)$$

- 3) Se obtiene el período fundamental de vibración T_o para la estructura. Se puede utilizar las fórmulas simplificadas que reportan los códigos⁽¹⁷⁾ o algún programa de valores propios pero en éste caso se trabajará con la matriz de masas \mathbf{M} de la estructura y con su respectiva matriz de rigidez \mathbf{K} .
- 4) Con el valor de K obtenido en el paso dos y con el valor del período fundamental T_o calculado en el paso anterior se obtiene la masa equivalente M del sistema con la ecuación (6.19) que es válida para un sistema de un grado de libertad.

$$M = \frac{T_o^2 K}{4\pi^2} \quad (6.19)$$

Se considera que la masa equivalente M permanece constante durante todo el análisis sísmico.

- 5) Con el valor de T_o se obtiene del espectro de respuesta o de diseño, con el que se trabaje, el valor de A_d que es la aceleración espectral elástica

asociada al período T_o y asociada a un coeficiente de amortiguamiento ζ . Si se estima que la estructura va a estar sometida a un sismo muy fuerte y en consecuencia va a sufrir un daño considerable, el valor de ζ con el que se trabaje será alto. En todo caso se sabe que ζ depende del grado de esfuerzo a que esta sujeta la estructura⁽¹⁸⁾.

- 6) Se determina W_1 dividiendo el valor de la rigidez K obtenida en el paso dos para la masa M encontrada en el paso cuatro y sacando la raíz cuadrada de ésta división. $W_1 = \sqrt{K/M}$. Luego con el valor de A_d y W_1 se encuentra el desplazamiento en el tope del edificio D_t utilizando la ecuación (6.17)
- 7) Con el valor de D_t obtenido se va a la curva de capacidad resistente del pórtico y se ve el estado en el cual queda la estructura por efecto del sismo. Para facilitar la explicación se denomina D_t^* a éste desplazamiento lateral del tope del edificio. Ahora se debe encontrar cual es el período T^* que tiene la estructura asociado al corrimiento encontrado. Sea V_o^* el cortante asociado a D_t^* y K^* la rigidez del sistema en el rango inelástico.

$$K^* = \frac{V_o^* - V_{o1}}{D_t^* - D_{t1}} \quad (6.20)$$

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K^*}} \quad (6.21)$$

Si el valor de D_t^* es menor que el valor de D_{t1} la estructura no sufre daño, se encuentra trabajando en el rango elástico.

- 8) Para el estado límite de colapso definido en el paso uno, se determina el período límite T_u . Sean V_{ou} y D_{tu} las coordenadas asociadas al estado límite y K_u la rigidez equivalente asociada al colapso.

$$K_u = \frac{V_{ou} - V_{o1}}{D_{tu} - D_{t1}} \quad (6.22)$$

$$T_u = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K_u}} \quad (6.23)$$

- 9) Para encontrar el índice de daño se considera que cuando la estructura tiene el período T_o el índice de daño es cero en cambio cuando la estructura alcanza el período T_u correspondiente al colapso el valor del índice de daño es uno. Para el período T^* el valor del índice de daño se interpola linealmente entre los valores indicados, llegando a obtenerse la siguiente ecuación:

$$I_D = \frac{T^* - T_o}{T_u - T_o} \quad (6.24)$$

6.4 ESTRUCTURAS ANALIZADAS

Con el fin de ver la bondad del método que se ha descrito en el numeral anterior se analizan cuatro estructuras planas de cinco y siete pisos las mismas que serán sometidas a los sismos de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour y el sismo de Loma Prieta del 89.10.18 registrado en Corralito, con los cuales se ha venido trabajando en la presente tesis. Estos eventos sísmicos han sido normalizados para diferentes aceleraciones máximas del suelo las mismas que se indicarán oportunamente. Se evaluará el daño sísmico utilizando el método propuesto y se compararán los resultados con los que reporta el programa IDARC⁽¹⁹⁾ normalizando en éste último el índice de daño entre cero y uno, donde el valor de cero corresponde al rango elástico y el valor de uno al colapso.

6.4.1 Geometría de los pórticos

Se considera que todos los pórticos analizados tienen un hormigón con una resistencia a la compresión de 21 MPa y el acero de refuerzo tiene un límite de fluencia de 420 MPa. En la figura 6.4 se indica la geometría de uno de los pórticos de cinco pisos, en éste marco plano las dimensiones de las columnas se mantienen constantes por lo que se denominará pórtico de *...sección constante...* Las vigas también tienen las mismas dimensiones en todos los pisos.

El método propuesto está desarrollado para una viga de corte de sección constante por lo que se espera que los resultados ha obtenerse se aproximen mejor en pórticos cuya variación de secciones especialmente en columnas sea mínima. El presentado en la figura 6.4 satisface muy bien éstas condiciones pero también se desea ver el grado de valides del modelo en un pórtico en el cual las dimensiones de columnas y vigas varían conforme crece en elevación la estructura para esto se considera el pórtico de la figura 6.5 al cual se lo identificará en lo posterior como pórtico de *...sección variable...*

Con igual criterio se procede con los pórticos de siete pisos. El indicado en la figura 6.6 se denomina de *...sección constante...* y el presentado en la figura 6.7 de *... sección variable...*

6.4.2 Capacidad resistente de los pórticos

Para encontrar las curvas momento curvatura que definen el comportamiento de los elementos de los marcos planos se trabaja con los modelos trilineal para el acero⁽²⁰⁾ y con el modelo de Kent y Park⁽²¹⁾ para el hormigón confinado.

Es importante resaltar la importancia que tienen las curvas de capacidad resistente, tanto en el diseño como en el análisis. En efecto, cuando se diseña una estructura teóricamente las rótulas plásticas deben formarse primeramente en todas las vigas y finalmente en los pies de columna de planta baja. En todo caso se diseña con el criterio de columna fuerte viga debil pero por no seguir estrictamente lo estipulado en los códigos⁽¹⁷⁾ a veces se da que la primeras rótulas plásticas se forman en las columnas y el proyectista si no construye éstas curvas de capacidad resistente no detecta el problema que tiene.

Por otro lado, cuando se analiza una estructura no necesariamente se debe pensar que se tienen que formar rótulas en todas las vigas para definir el colapso. En algunas ocasiones el colapso se presenta por la formación de rótulas en cabeza

y pie de todas las columnas de un determinado piso sin que las vigas sufran un severo daño.

Es importante el criterio del proyectista estructural para saber definir cuando se considera que la estructura a colapsado si bien los programas de ordenador pueden seguir admitiendo daño luego del punto límite de colapso seleccionado pero esto ya no tiene sentido. Lo último expuesto se presenta en algunos pórticos que se analizan posteriormente.

En la figura 6.8 se presenta la curva de capacidad resistente para el pórtico plano de cinco pisos de sección constante y en la figura 6.9 para el de sección variable.

Nótese que cuando se ha definido el colapso para los dos casos las vigas del último piso no se han rotulado por completo pero fue necesario definir éstos estados como de colapso por el gran corrimiento lateral que experimentó la estructura. El pórtico de sección constante tiene desplazamientos laterales en el último piso del orden de los 80 cm y el pórtico de sección variable de 70 cm cantidades que se las considera excesivas teniendo presente que los pórticos son de cinco pisos.

Para los pórticos de siete pisos en las figuras 6.10 y 6.11 se presentan las curvas de capacidad resistente para los marcos planos de sección constante y variable respectivamente.

Nuevamente es importante destacar que en los valores límites seleccionados de colapso las vigas de los dos últimos pisos no se han presentado rótulas plásticas pero los desplazamientos son considerables, alrededor de los 100 cms.

6.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con los acelerogramas de los sismos seleccionados e indicados al comienzo del numeral 6.4 y utilizando el programa IDARC⁽¹⁹⁾ se procedió a calcular el daño sísmico en las estructuras seleccionadas, cuyos resultados se muestran de las figuras 6.12 a 6.19. Luego manualmente se evalúa el daño con el procedimiento propuesto pero trabajando con los espectros de respuesta elástico de los mencionados eventos sísmicos.

6.5.1 Sismo de Tokachi Oki

Para el pórtico de cinco pisos de sección constante, los resultados obtenidos utilizando el programa IDARC y el método propuesto se presentan en la figura 6.12 para aceleraciones máximas del suelo de 0.15g, 0.20g y 0.25g. Es importante destacar que el acelerograma del sismo de Tokachi Oki fue normalizado para las aceleraciones máximas indicadas al igual que el espectro de respuesta elástico.

El Índice de daño que se obtiene con el modelo propuesto está en función del valor límite seleccionado de colapso, lo que se explicó en párrafos anteriores. En la figura 6.12 se observa que en términos generales el modelo propuesto describe bastante bien el daño con respecto a lo que se obtiene con el programa IDARC. Los desplazamientos en el tope son ligeramente mayores con el modelo propuesto sin embargo el daño que reporta es menor.

En la figura 6.13 se indican los resultados obtenidos para el pórtico de cinco

pisos de sección variable. Los desplazamientos laterales obtenidos son prácticamente iguales tanto con el programa IDARC que con el método propuesto.

El modelo propuesto fue desarrollado para una viga de corte de sección constante en consecuencia se esperaba que exista una apreciable diferencia en los resultados obtenidos más se observa que ésta diferencia no es considerable. Únicamente en el último piso hay una gran diferencia en el daño sísmico para los restantes pisos la correlación es muy buena.

Los resultados obtenidos para el pórtico de siete pisos de sección constante se indican en la figura 6.14. Es fundamental destacar que de acuerdo a la curva de capacidad resistente de éste marco plano en los dos últimos pisos no contempla la formación de articulaciones plásticas porque se consideró que el daño que presentaba la estructura cuando se formaban rótulas en éstos pisos era muy grande. Para una aceleración máxima del suelo de 0.15g la correlación es bastante buena y ésta correlación disminuye para 0.25g.

En la figura 6.15 se indican los resultados alcanzados para el pórtico de siete pisos de sección variable. Aquí la diferencia es más marcada que en los casos anteriores en cuanto se refiere a describir el daño de la estructura. Se destaca que de acuerdo a la curva de capacidad resistente del marco, figura 6.11, no se presentan rótulas en las vigas de los dos últimos pisos con esta consideración los resultados obtenidos son muy buenos especialmente para el sismo normalizado a 0.25g.

6.5.2 Sismo de Corralito

La figura 6.16 presenta la comparación de resultados obtenidos para la estructura de cinco pisos de sección constante sometida al sismo de Loma Prieta cuyo registro es el de Corralito, razón por la cual se la identifica con éste nombre. Nuevamente en forma general se puede decir que la correlación de daño es muy buena entre los resultados obtenidos por el programa IDARC y el modelo propuesto. Es muy buena en el sentido de la descripción de los lugares donde se forman las articulaciones plásticas.

Para el pórtico de cinco pisos de sección variable, los resultados se muestran en la figura 6.17, para aceleraciones máximas del suelo de 0.25g, 0.35g y 0.45g. Del análisis de la gráfica se observa que la correlación no es tan buena para el sismo de 0.25g pero mejora notablemente para los sismos de 0.35g y 0.45g.

En la figura 6.18 se muestran los resultados alcanzados para la estructura de siete pisos de sección constante. Notandose que la correlación es buena, hay una gran aproximación en los desplazamientos en el tope del edificio y en éste caso los valores de D_t son ligeramente menores con el modelo propuesto en comparación a los que reporta el programa IDARC lo que no había sucedido en los casos anteriores.

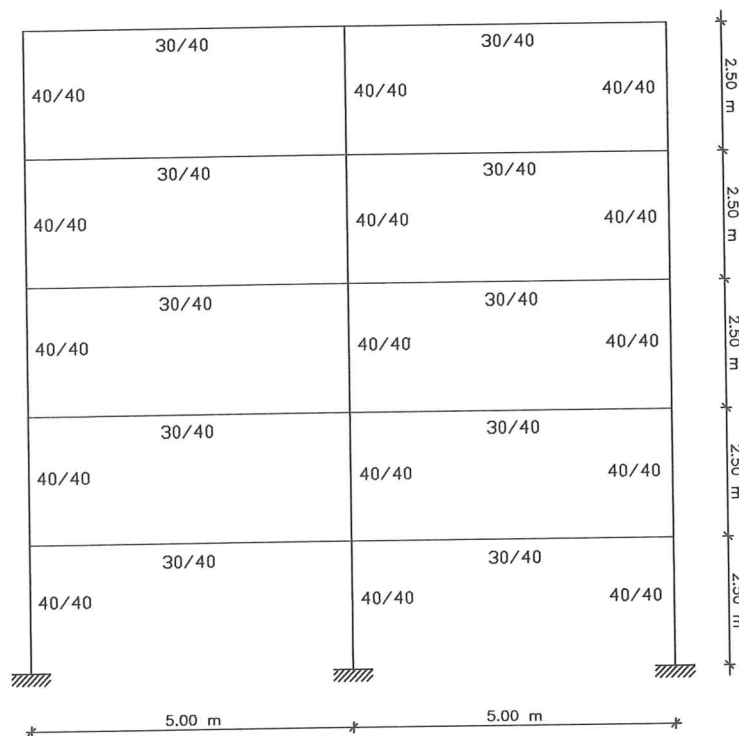
Finalmente, en la figura 6.19 se indican los resultados obtenidos para el pórtico de siete pisos, notandose que es buena la correlación entre lo reportado por el programa IDARC y la metodología propuesta.

6.6 CONCLUSIONES

Se han analizado cuatro estructuras, dos de cinco pisos y dos de siete pisos, en las dos estructuras del mismo número de pisos se ha considerado que la rigidez en elevación es: constante y variable; se han calculado para dos sismos: el de Loma Prieta del 89.10.18 cuyo registro es el de Corralito, que corresponde a un sismo de alta frecuencia; y el de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour que corresponde a un sismo de frecuencia intermedia, normalizados para diferentes valores de aceleración máxima del suelo. Del estudio realizado se obtienen las siguientes conclusiones luego de calcular el daño sísmico utilizando un acelerograma y con el programa IDARC por una parte; y, utilizando el espectro de respuesta elástico con el método propuesto por otra.

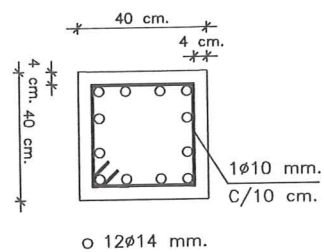
- Las curvas de capacidad resistente de los pórticos que relacionan el Corte Basal V_o con el Desplazamiento en el Tope del edificio D_t suministran una información muy importante tanto para el diseño como para el análisis de estructuras. En éste último caso que nos interesa en el presente estudio, en las curvas de capacidad resistente se puede definir cual es el estado límite de colapso cuando la estructura ha experimentado demasiado daño. Los programas que evalúan daño corresponden a modelos matemáticos y pueden seguir calculando daño en una estructura que ya está seriamente agrietada es necesario que el analista estructural en cada caso defina un estado en el cual se puede considerar que la estructura ha colapsado, en base a su experiencia. Esto se lo puede realizar únicamente analizando las curvas de capacidad resistente.
- Una vez que se disponga la curva de capacidad resistente de la estructura que va a ser analizada y el espectro de diseño elástico para el cual se desea calcular el daño sísmico. El cálculo con el método propuesto se lo realiza con una calculadora elemental y en muy corto tiempo lo que es practicamente imposible con los algoritmos de cálculo en que se tiene que encontrar la respuesta dinámica no lineal primeramente para evaluar luego el daño local de los elementos y finalmente el nivel de daño global de la estructura, éstos métodos demandan una gran cantidad de tiempo en su evaluación.
- Para estructuras en las cuales se puede modelar como una viga de corte de sección constante el método propuesto con las ecuaciones deducidas reportan valores de daño satisfactorios con relación a los que se obtiene utilizando el programa IDARC. Satisfactorios en el sentido de que describe bastante bien los lugares de la estructura donde se van a formar rótulas plásticas. Estas estructuras son aquellas en donde las dimensiones de columnas en elevación varían muy poco en elevación. Para estructuras cuyo comportamiento se adapta mejor a una viga de corte de sección variable el método propuesto es aconsejable siempre y cuando se deduzca las ecuación que reporta el desplazamiento en el tope D_t para sección variable.

GEOMETRIA DEL PORTICO



SECCIONES TRANSVERSALES

COLUMNAS



VIGAS

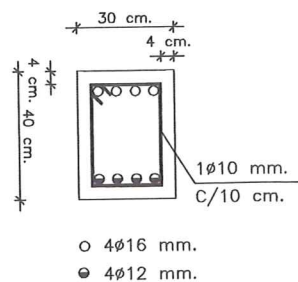
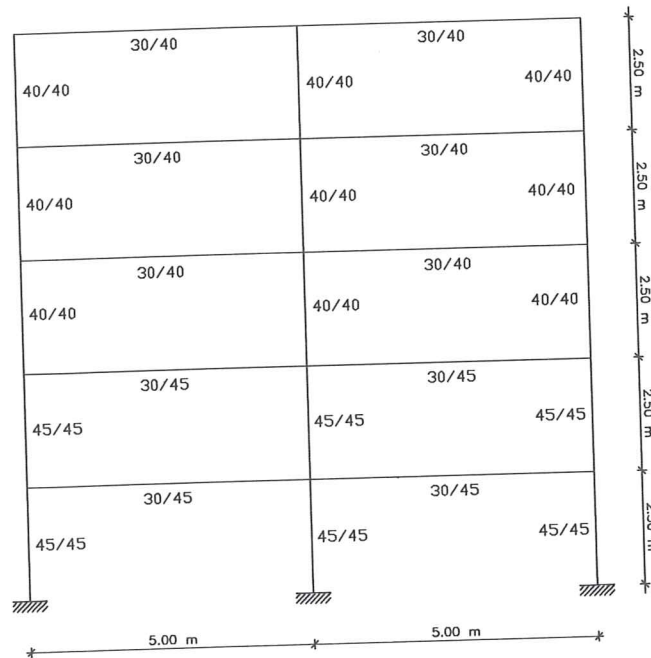


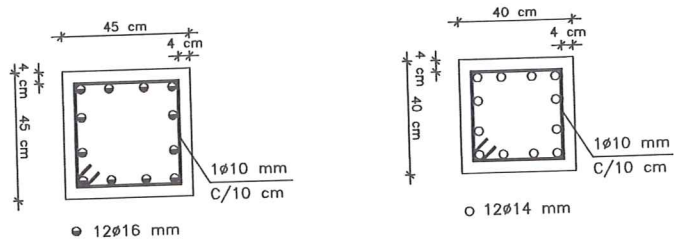
Figura 6.4 Geometría del pórtico de cinco pisos denominado ...sección constante...

GEOMETRIA DEL PORTICO



SECCIONES TRANSVERSALES

COLUMNAS



VIGAS

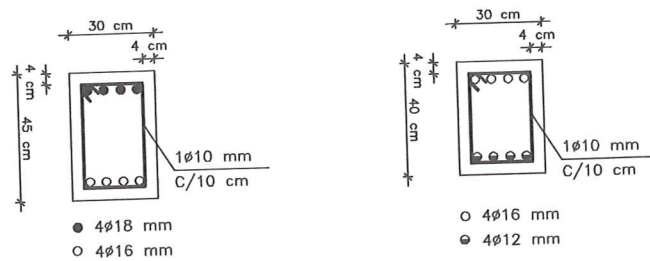
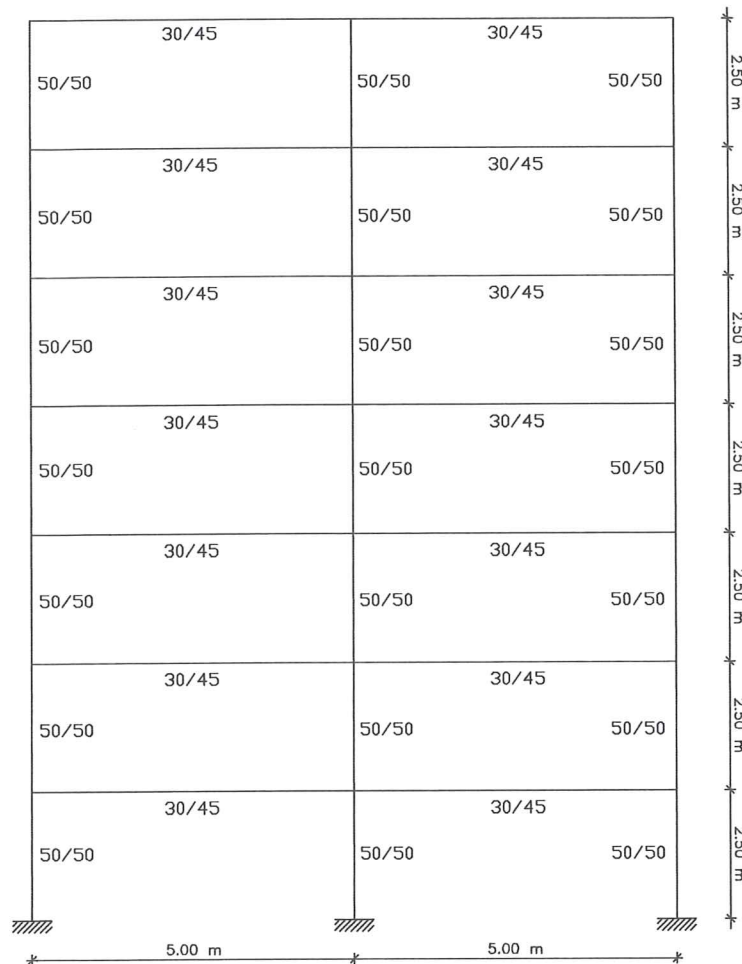


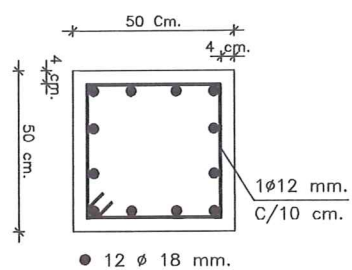
Figura 6.5 Geometría del pórtico de cinco pisos denominado ...sección variable...

GEOMETRIA DEL PORTICO



SECCIONES TRANSVERSALES

COLUMNAS



VIGAS

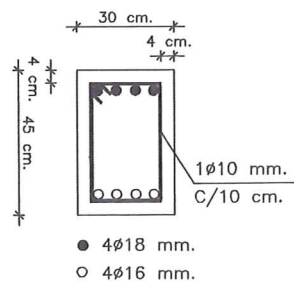


Figura 6.6 Geometría del pórtico de siete pisos denominado ...sección constante...

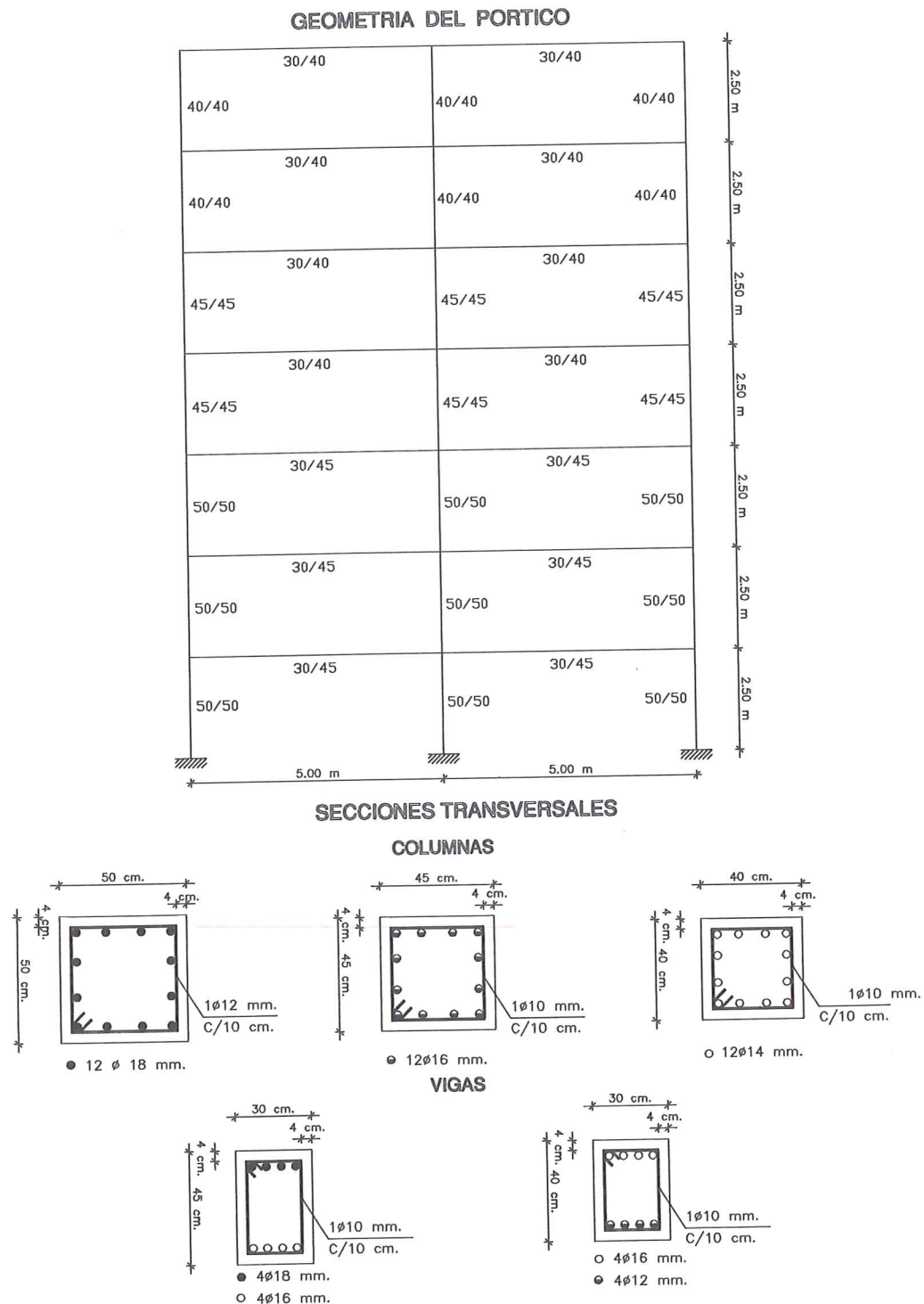


Figura 6.7 Geometría del pórtico de siete pisos denominado *...sección variable...*

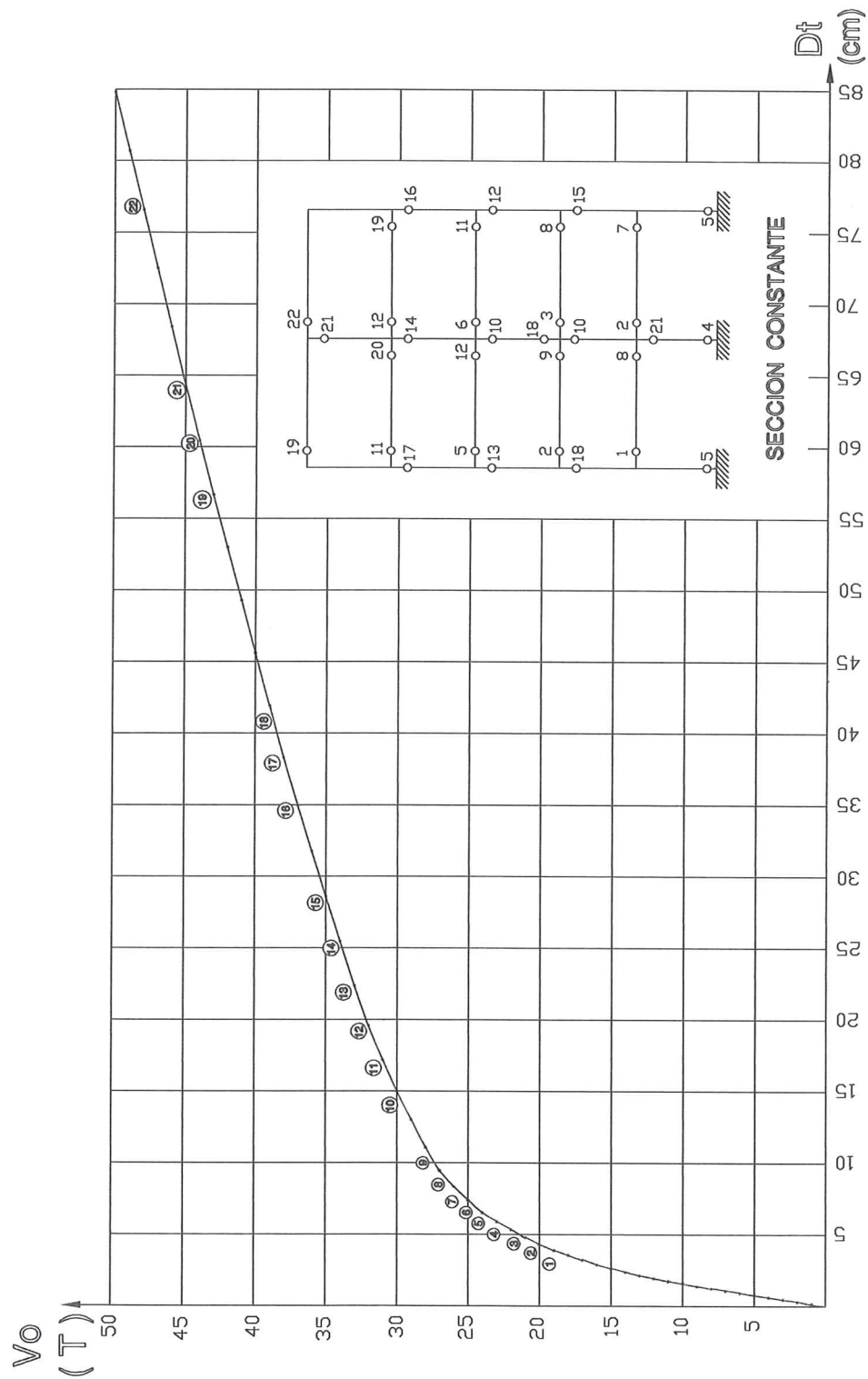


Figura 6.8 Capacidad resistente del marco plano de cinco pisos de ...sección constante...

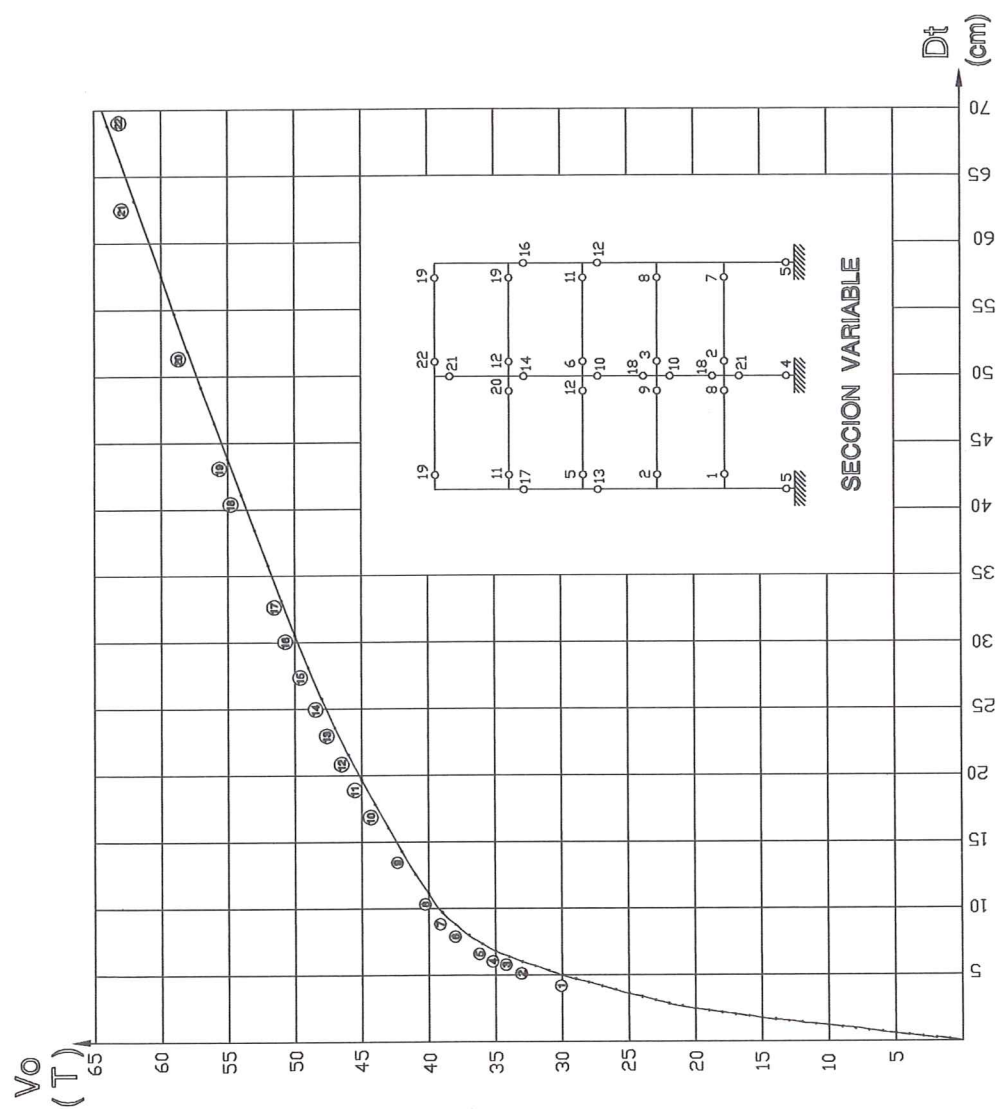


Figura 6.9 Capacidad resistente del pórtico de cinco pisos de ...sección variable...

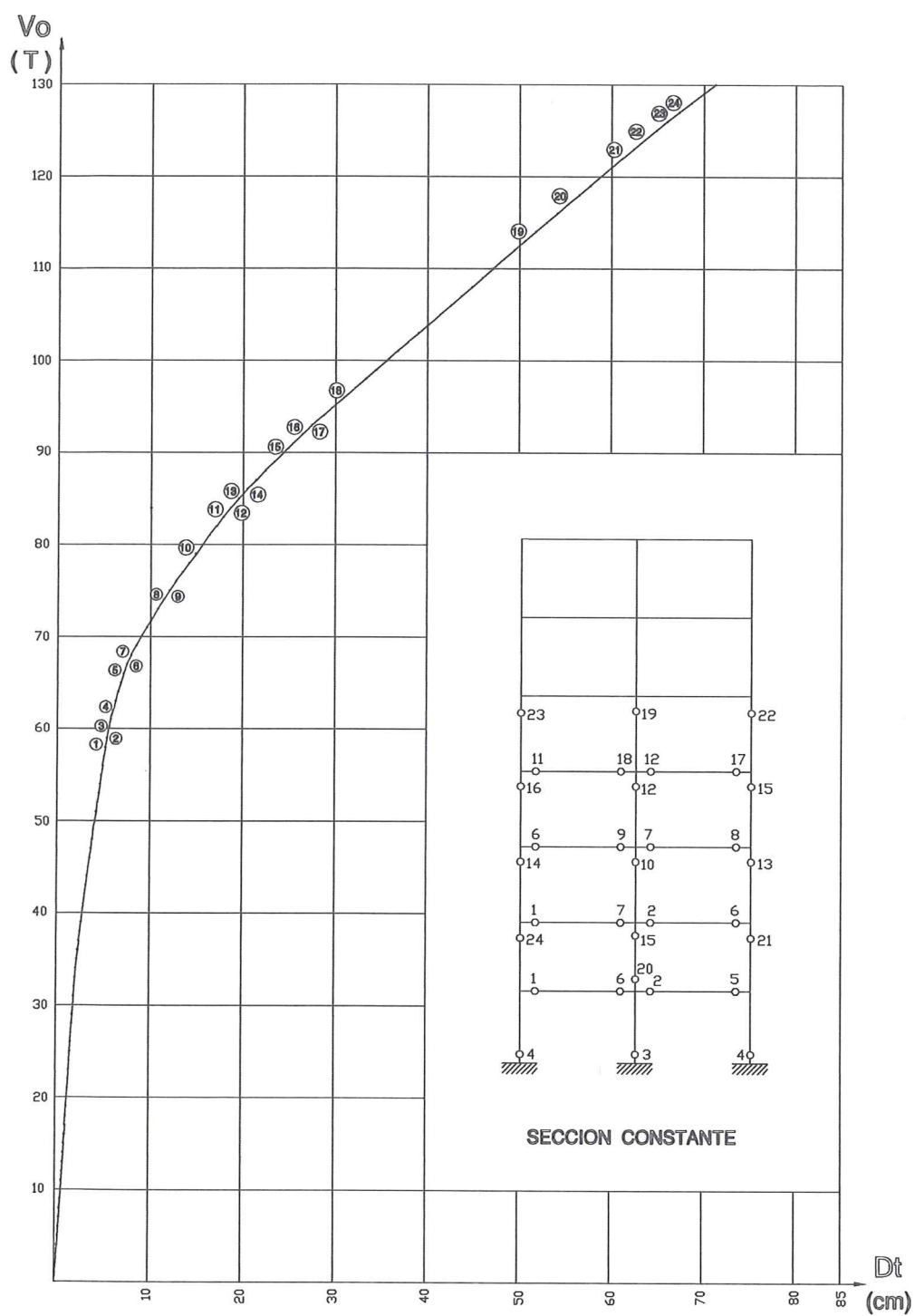


Figura 6.10 Capacidad resistente del pórtico de siete pisos de ...sección constante...

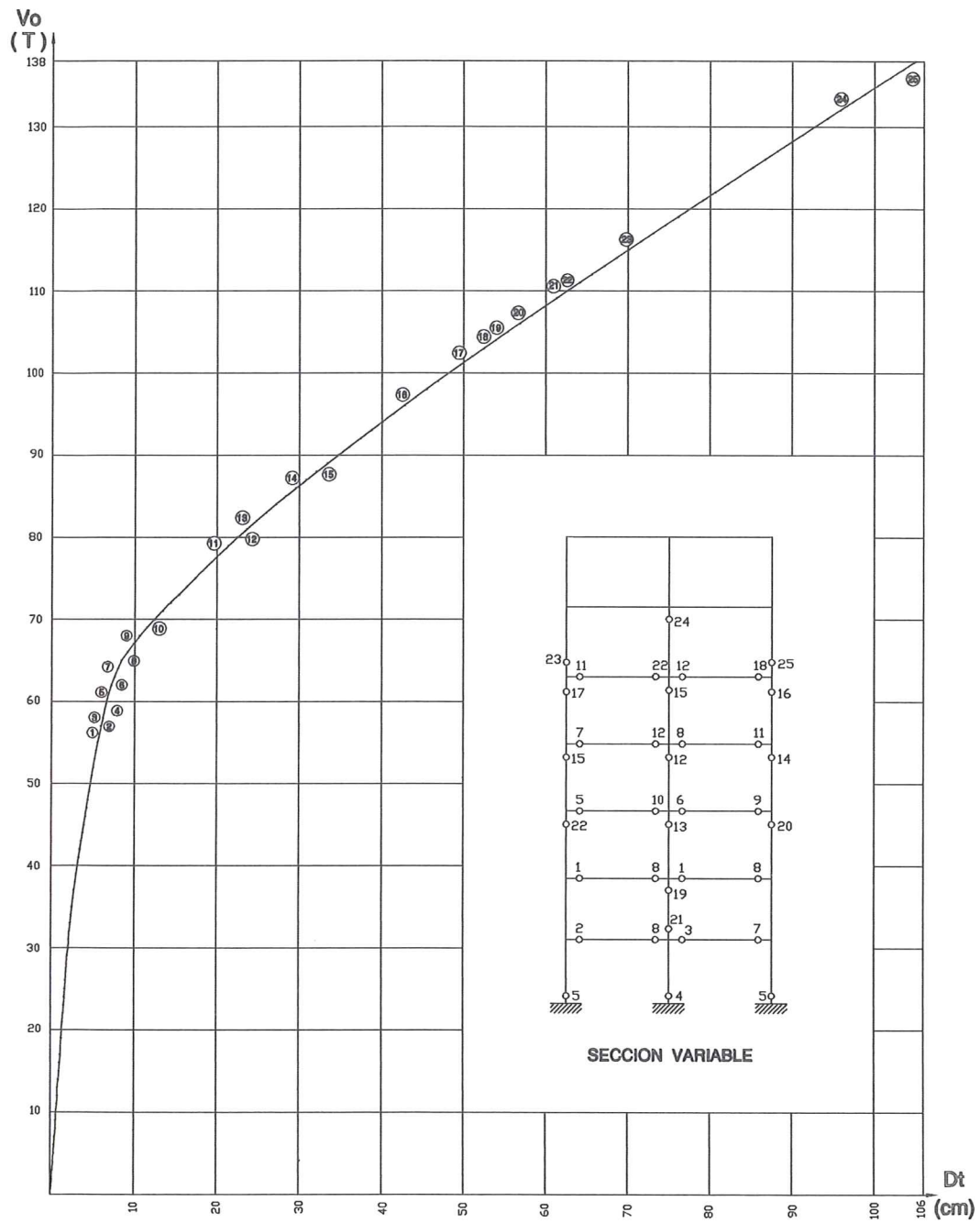


Figura 6.11 Capacidad resistente del pórtico de siete pisos de ...sección variable...

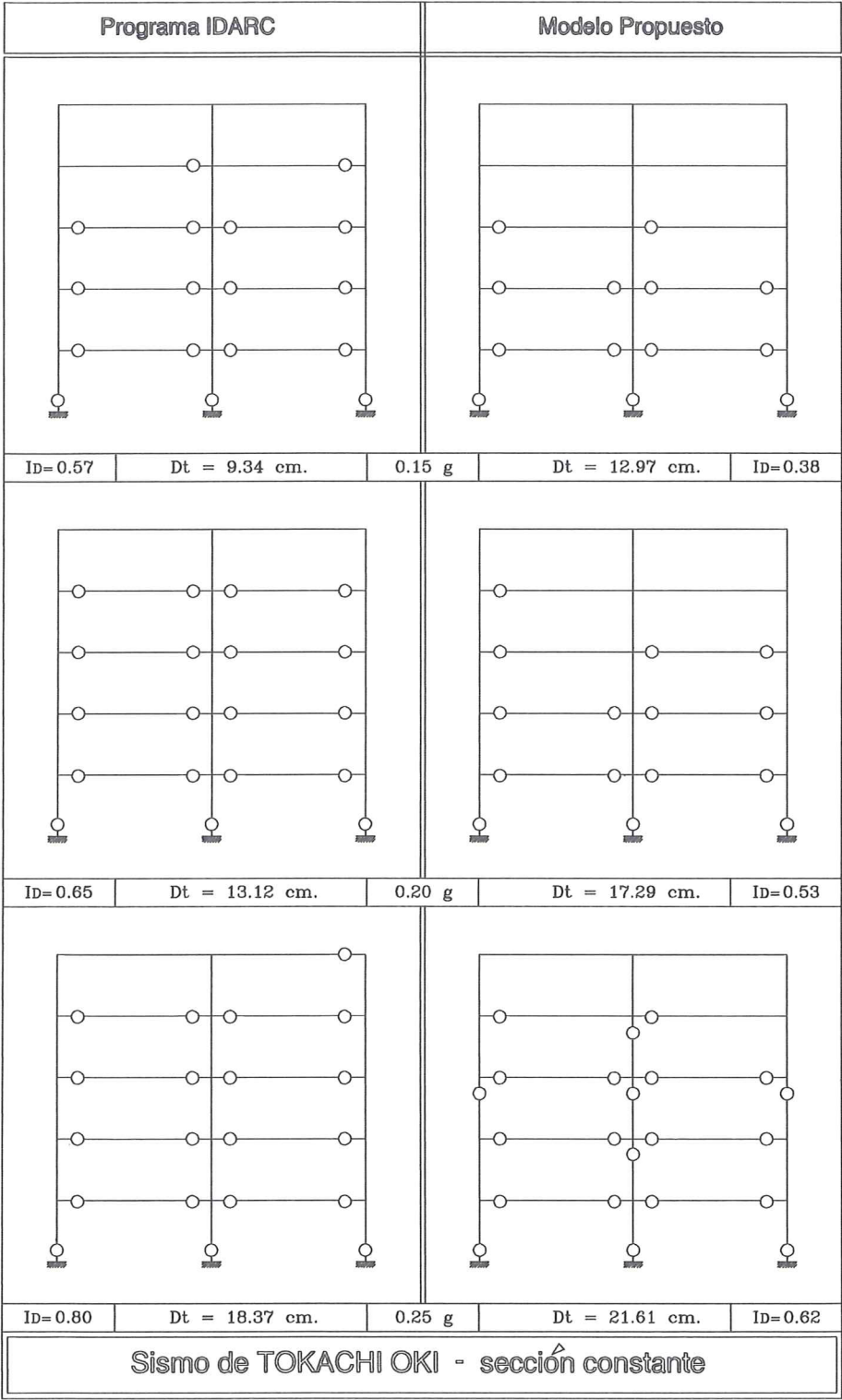


Figura 6.12 Comparación del daño sísmico en el pórtico de cinco piso de sección constante. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

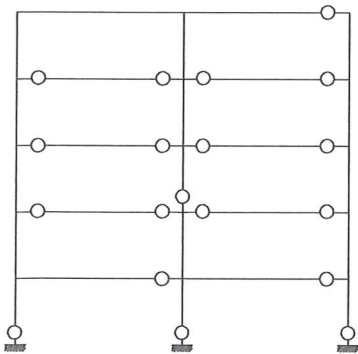
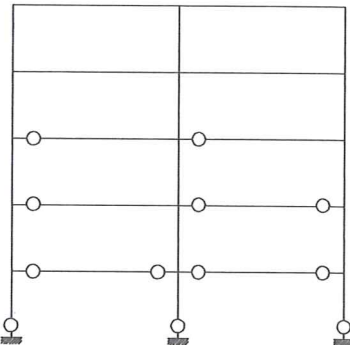
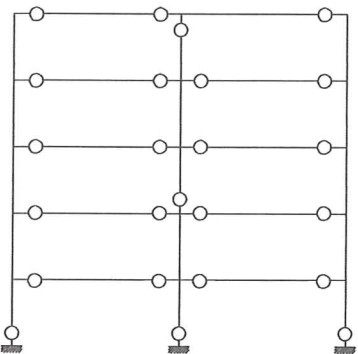
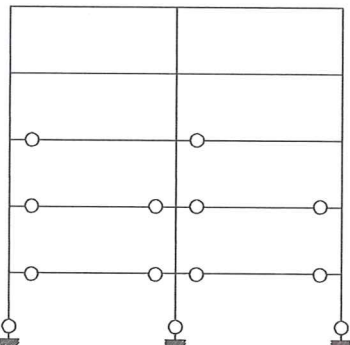
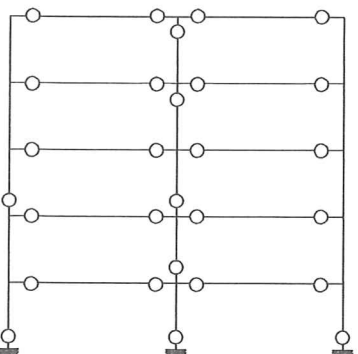
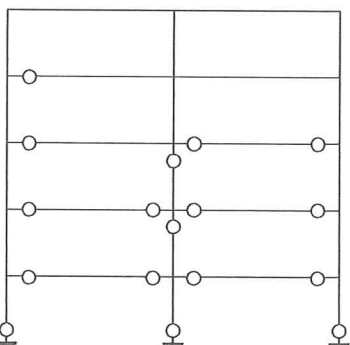
Programa IDARC			Modelo Propuesto		
					
$I_D=0.48$	$D_t = 9.78 \text{ cm.}$	0.15 g	$D_t = 10.08 \text{ cm.}$	$I_D=0.33$	
					
$I_D=0.58$	$D_t = 13.07 \text{ cm.}$	0.20 g	$D_t = 13.45 \text{ cm.}$	$I_D=0.44$	
					
$I_D=0.74$	$D_t = 15.55 \text{ cm.}$	0.25 g	$D_t = 16.81 \text{ cm.}$	$I_D=0.57$	
Sismo de TOKACHI OKI - sección variable					

Figura 6.13 Comparación del daño sísmico en el pórtico de cinco pisos de sección variable. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

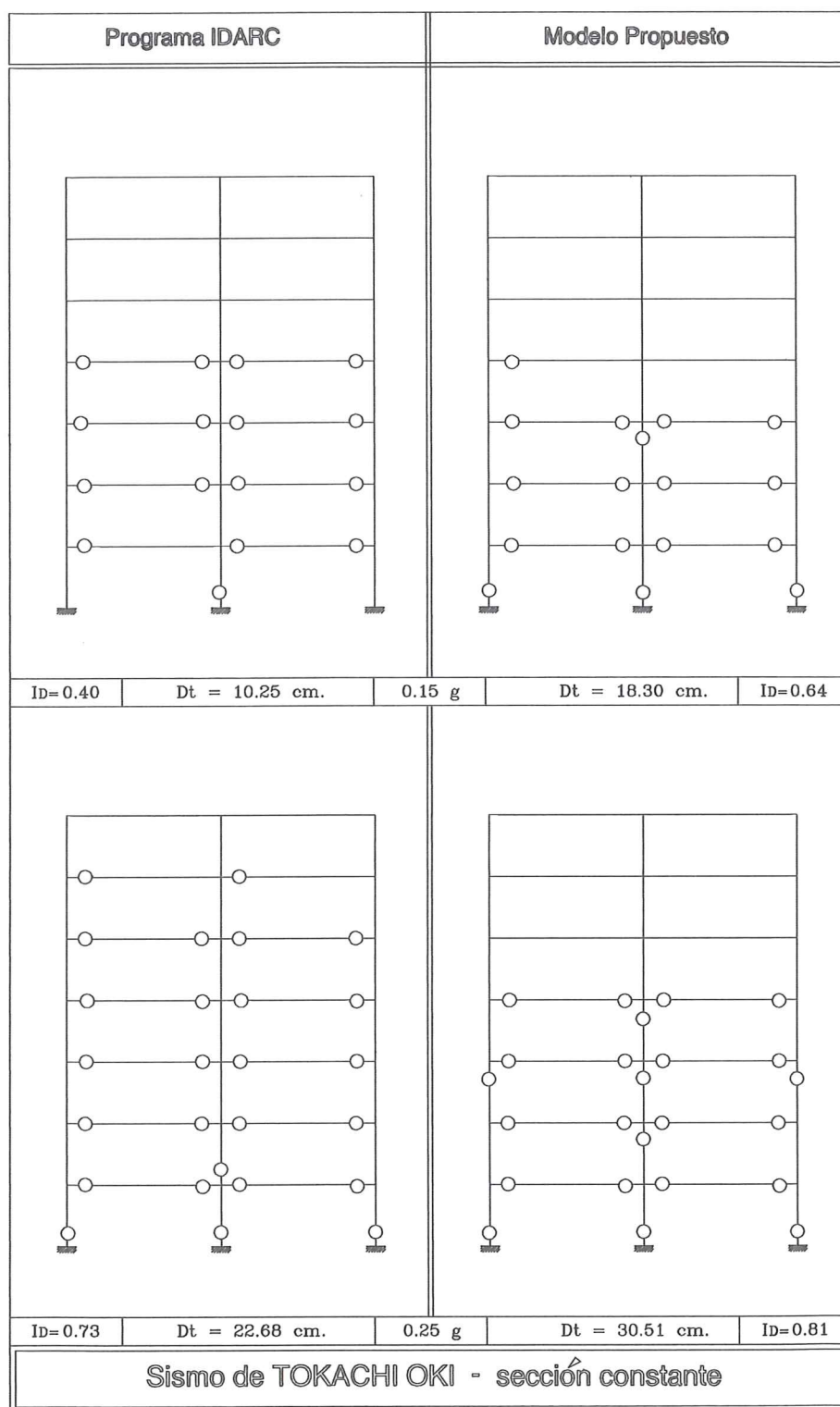


Figura 6.14 Comparación del daño sísmico en el pórtico de siete pisos de sección constante. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

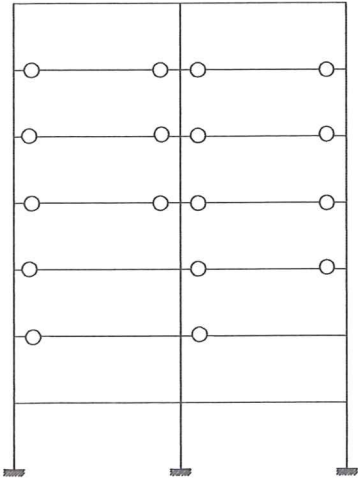
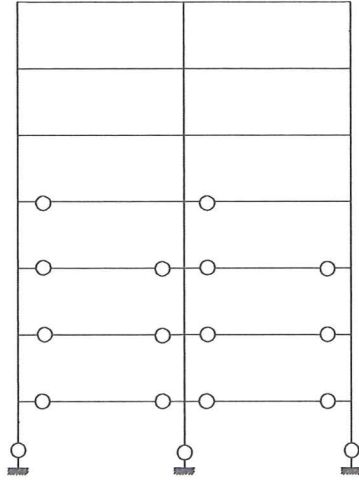
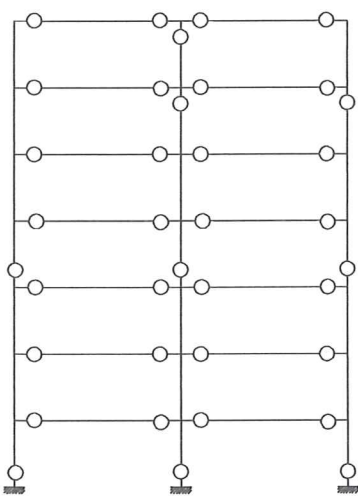
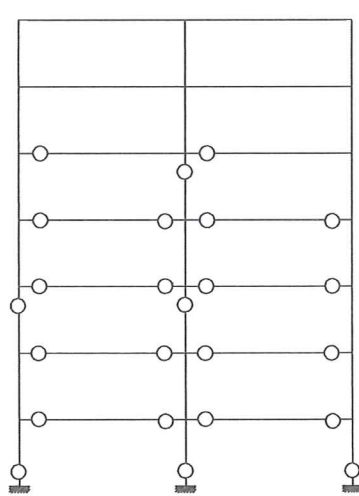
Programa IDARC			Modelo Propuesto		
					
Id=0.42	Dt = 12.17 cm.	0.15 g	Dt = 18.31 cm.	Id=0.61	
					
Id=0.76	Dt = 23.31 cm.	0.25 g	Dt = 31.81 cm.	Id=0.76	
Sismo de TOKACHI OKI - sección variable					

Figura 6.15 Comparación del daño sísmico en el pórtico de siete pisos de sección variable. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

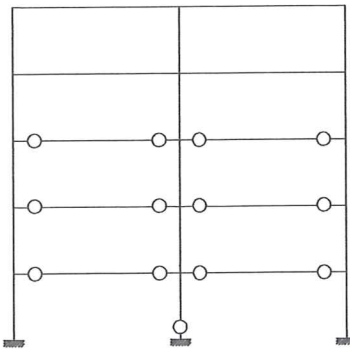
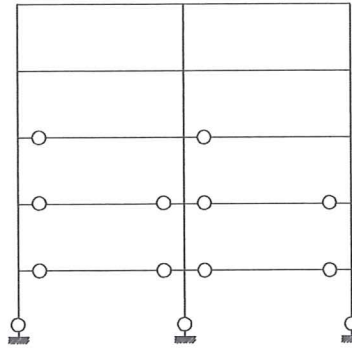
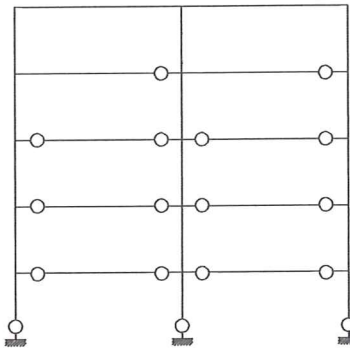
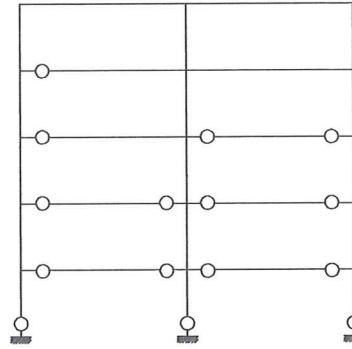
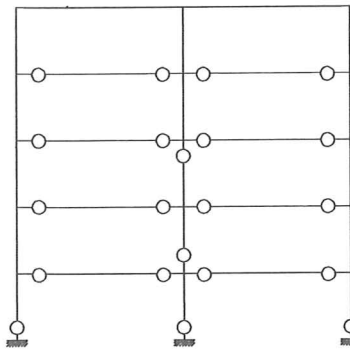
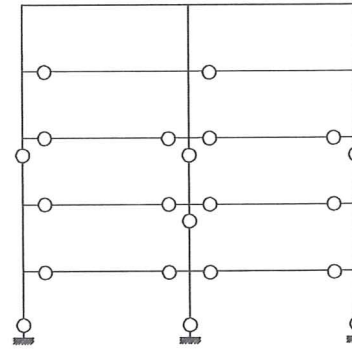
Programa IDARC			Modelo Propuesto		
					
Id=0.41	Dt = 7.66 cm.	0.30 g	Dt = 13.56 cm.	Id=0.46	
					
Id=0.65	Dt = 12.80 cm.	0.40 g	Dt = 18.08 cm.	Id=0.54	
					
Id=0.75	Dt = 16.32 cm.	0.50 g	Dt = 22.60 cm.	Id=0.63	
Sismo de CORRALITO - sección constante					

Figura 6.16 Comparación del daño sísmico en el pórtico de cinco pisos de sección constante. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

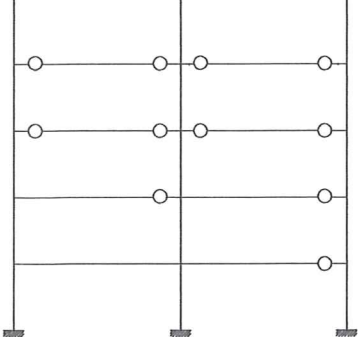
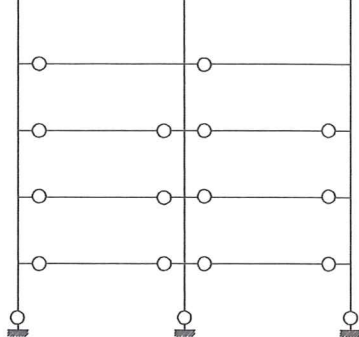
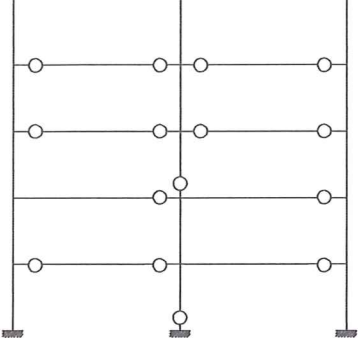
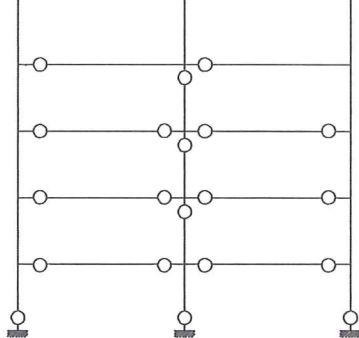
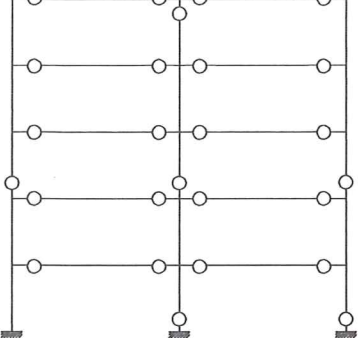
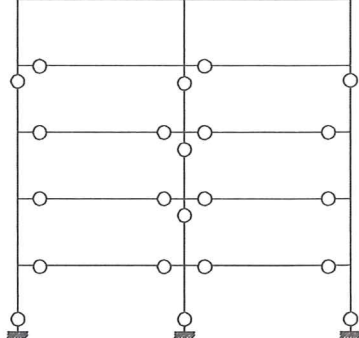
Programa IDARC			Modelo Propuesto		
					
ID=0.39	Dt = 6.72 cm.	0.25 g	Dt = 14.04 cm.	ID=0.44	
					
ID=0.52	Dt = 8.47 cm.	0.35 g	Dt = 19.64 cm.	ID=0.60	
					
ID=0.59	Dt = 11.46 cm.	0.45 g	Dt = 25.26 cm.	ID=0.66	
Sismo de CORRALITO - sección variable					

Figura 6.17 Comparación del daño sísmico en el pórtico de cinco pisos de sección variable. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

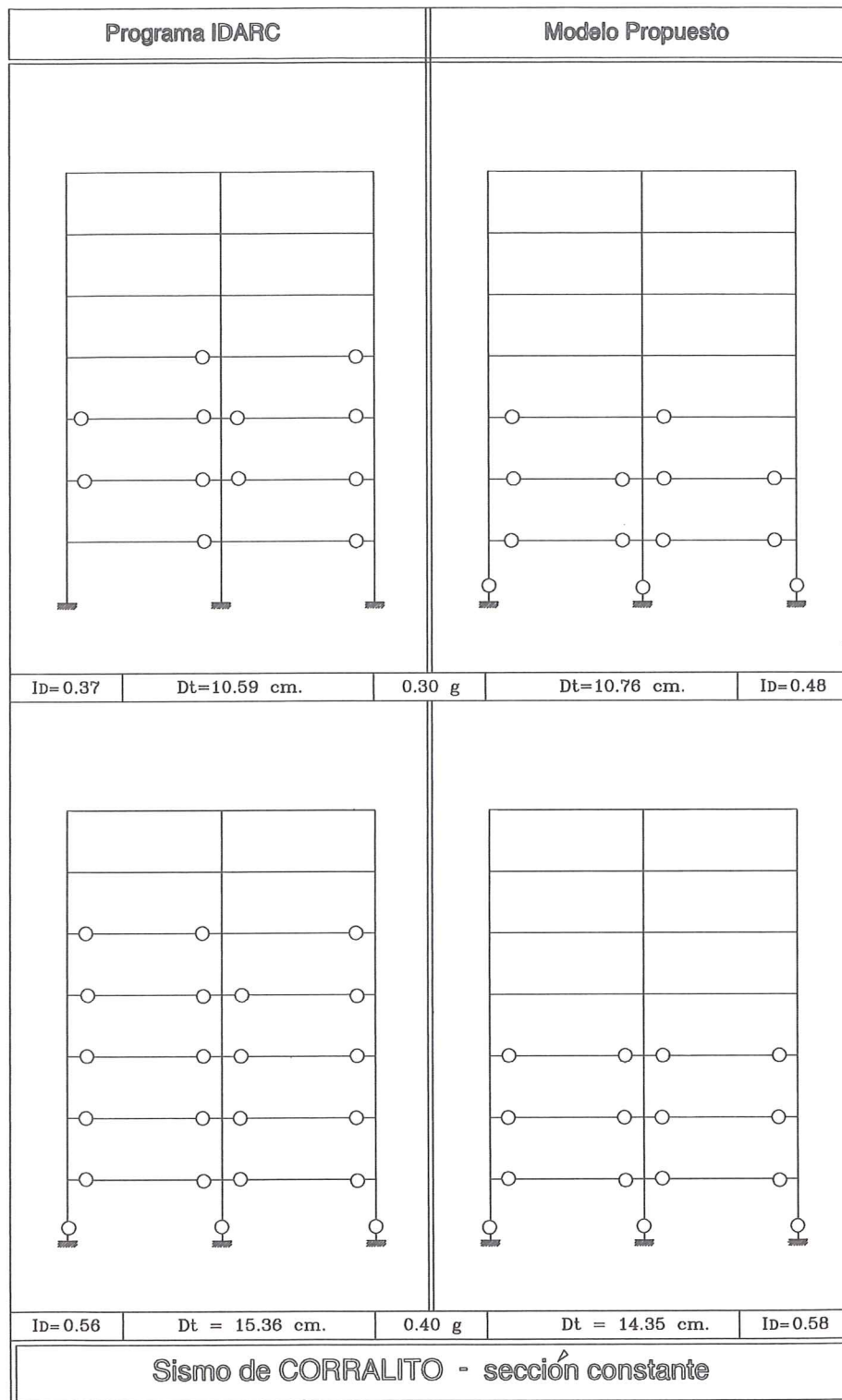


Figura 6.18 Comparación del daño sísmico en el pórtico de siete pisos de sección constante. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

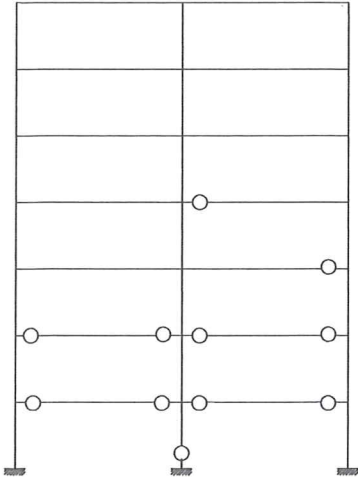
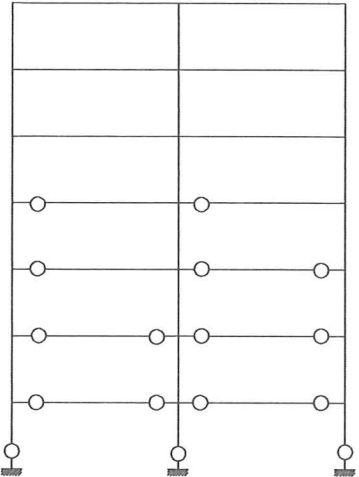
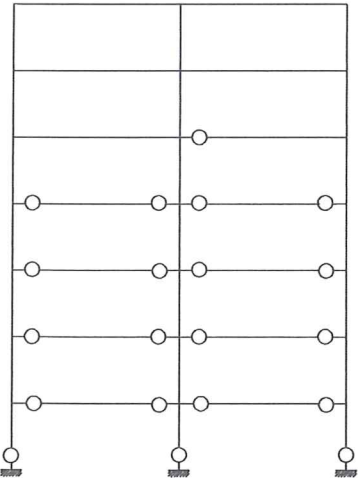
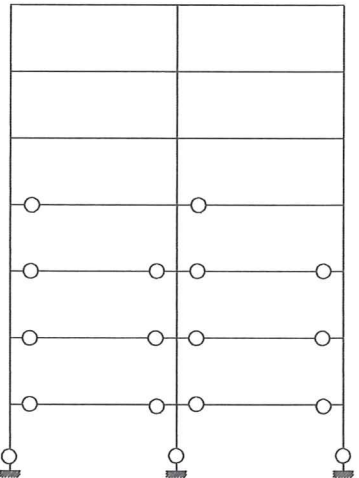
Programa IDARC			Modelo Propuesto		
					
ID= 0.39	Dt = 11.51 cm.	0.25 g	Dt=10.97 cm.	ID=0.41	
					
ID= 0.51	Dt = 13.41 cm.	0.35 g	Dt = 15.36 cm.	ID=0.56	
Sismo de CORRALITO - sección variable					

Figura 6.19 Comparación del daño sísmico en el pórtico de siete pisos de sección variable. Utilizando el programa IDARC y el método propuesto.

REFERENCIAS

1. H. Banon, J. M. Biggs y H. M. Irvine "Seismic damage in reinforced concrete frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **107**(ST9), 1713-1729, 1981.
2. M. L. Wang y S. P. Shah, "Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concepts", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 993-1003, 1987.
3. M. S. L. Roufaiel y C. Meyer "Analytical modelling of hysteretic behaviour of R/C frames", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113**(ST3), 429-444, 1987.
4. M. S. Williams y R. G. Sexsmith, "Seismic damage indices for concrete structures: A state-of-the-art review", *Earthquake Spectra*, **11**(2), 319-349, 1995.
5. E. C. Carvalho y E. Coelho, "Global structural behaviour of bare frames", *Behaviour and Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Alternate Actions Inducing Inelastic Response*, Bulletin d'information No. 220, Comité Euro-International du Béton (CEB), **2**, 222-309, Lausanne, 1994.
6. G. H. Powell y R. Allahabadi, "Seismic damage prediction by deterministic methods: concepts and procedures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **16**, 719-734, 1988.
7. T. Hasselman, R. Eguchi y J. Wiggins, "Assessment of Damageability for Existing Buildings in a Natural Hazards Environment", *Technical Report No. 80-1332-1*, J. H. Wiggins Company, California, 1980.
8. Y. J. Park, A. H. S. Ang y Y. K. Wen, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *Journal of Structural Division, ASCE*, **111**, 740-757, 1985.
9. A. Shibata y M. A. Sozen, "The substitute-structure method for seismic design in reinforced concrete", *Journal of Structural Division, ASCE*, **102**, 1-18, 1976.
10. J. E. Stephens y J. T. P. Yao, "Damage assessment using response measurements", *Journal of Structural Division, ASCE*, **113**(4), 787-801, 1987.
11. L. Esteva y E. Rosenblueth, "Espectros de temblores a distancias moderadas y grandes", *Boletín de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, **2**, 1-18, 1964.
12. L. Esteva y R. Villaverde, "Seismic risk, design spectra and structural reliability", *Proceedings of the fifth World Conference on Earthquake Engineering*, **2**, 2586-2597, Roma, 1973.
13. P. Fajfar y P. Gašpersič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25** (1), 31-46, 1996.
14. J. Cassis y J. Monge, "Curso Avanzado de Ingeniería Sísmica", *Universidad de Chile*, 1987.
15. S. Lamar, "Curso de Dinámica de Estructuras", *Universidad Central de Venezuela, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales IMME*, 1982.
16. L. Bozzo y A. H. Barbat, "Diseño Sismorresistente de Edificios de Hormigón Armado", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Monografía de Ingeniería Sísmica*, CIMNE **IS-17**, 185 pp, Barcelona, 1996.
17. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, American Concrete Institute, **ACI-95**, 1995.
18. J. Grases, "Concreto Armado en Zonas Sísmicas", *Division Siderurgica de Empresas*

DIVISIDER, 235 pp Caracas, 1987.

19. S. Kunnath, A. Reinhorn, R. Lobo, *IDARC Version 3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*, National Center for Earthquake Engineering Studies, Technical Report NCEER92-0022, University of New York at Buffalo, 1992.
20. P. Wang, S. Shah, A. Naaman, "High strength concrete in ultimate strength design", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **104** (87), 1761-1773, 1978.
21. D. Kent y R. Park, "Flexural members with confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **97 ST7**, 1969-1990, 1971.

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA

Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numericos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1 *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2 *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almasa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3 *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4 *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5 *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN: 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6 *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, R. Aguiar 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7 *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango Gonzalez, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.
- IS-8 *Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base*, A.H. Barbat, N. Molinares, J. Rodellar, 124 pp., ISBN 84-87867-46-4, 1994.
- IS-9 *Análise estocástica da resposta sísmica nao-linear de estruturas*, A.M. F. Cunha, 199 pp., ISBN: 84-87867-47-2, 1994
- IS-10 *Definición de la acción sísmica*, A.H. Barbat, L. Orosco, J.E. Hurtado, M. Galindo, 122 pp., ISBN: 84-87867-448-0, 1994
- IS-11 *Sismología y peligrosidad sísmica*, J.A. Canas Torres, C. Pujades Beneit, E. Banda Tarradellas, 87 pp., ISBN: 84-87867-49-9, 1994
- IS-12 *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, F. Yépez, A.H. Barbat, J.A. Canas, 104 pp., ISBN: 84-87867-50-2, 1995
- IS-13 *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-57-X, 13 pp., 1995
- IS-14 *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, F. Yépez, A.H. Barbat y J.A. Canas, ISBN: 84-87867-58-8, 103 pp., 1995

- IS-15 *Diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado*, L. Bozzo, A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-59-6, 185 pp., 1995
- IS-16 *Modelo tridimensional de atenuación anelástica de las ondas sísmicas en la Península Ibérica*, J.O. Caselles, J. A. Canas, Ll. G. Pujades, R.B. Herrmann, ISBN: 84-87867-60-X, 119 pp., 1995
- IS-17 *Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, R. Aguiar ISBN: 84-87867-43-X, 99 pp., 1996
- IS-18 *Experimental study of a reduced scale model seismically base isolated with Rubber-Layer Roller Bearings (RLRB)*, D. Foti, J.M. Kelly ISBN: 84-87867-82-0, 112 pp., 1996
- IS-19 *Modelos de evaluación del comportamiento sísmico no lineal de estructuras de hormigón armado*, F. Yépez Moya ISBN: 84-87867-80-4, 96pp., 1996
- IS-20 *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, F. Yépez Moya, A.H. Barbat, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-81-2, 1996
- IS-21 *Modelización de la peligrosidad sísmica. Aplicación a Cataluña*, J.A. Canas, J.J. Egozcue, J. Miquel Canet y A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-83-9, 101pp., 1996
- IS-22 *Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de hormigón armado*, R. Aguiar, A.H. Barbat and J. Canas, ISBN: 84-87867-96-0, 173pp., 1997
- IS-23 *Daño sísmico global en edificios con muros de cortante*, R. Aguiar, ISBN: 84-89925-00-3, 101 pp., 1997

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.