

Análisis numérico de los fenómenos hidrodinámicos en escolleras con aplicaciones a presas de materiales sueltos

R. Juan
A. Larese
E. Oñate

Análisis numérico de los fenómenos hidrodinámicos en escolleras con aplicaciones a presas de materiales sueltos

R. Juan
A. Larese
E. Oñate

Publicación CIMNE N°-348, Noviembre 2010

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LOS FENÓMENOS HIDRODINÁMICOS EN ESCOLLERAS CON APLICACIONES A PRESAS DE MATERIALES SUELTOS

Autora: Raquel Juan Hernández

Tutores: Antonia Larese De Tetto, Eugenio Oñate Ibañez de Navarra

RESUMEN

***Palabras claves:** presas de materiales sueltos, sobrevertido, filtración, elementos finitos, CIMNE, CEDEX, UPM, XPRES del Plan Nacional I+D del Ministerio de Educación y Ciencia, presas de escollera, Kratos, datos experimentales, modelos teóricos.*

Actualmente las **presas de materiales sueltos** son la tipología cuya elección es más frecuente debido, en parte, a los grandes avances que se han hecho en el estudio de los materiales que se utilizan en este tipo de estructuras, a la gran facilidad de encontrarlos y a su bajo coste y, por otra parte, a su adaptabilidad a una amplia variedad de emplazamientos. Sin embargo, hay que tener en cuenta su gran vulnerabilidad frente a fenómenos de **sobrevertido**, que pueden comprometer seriamente la estructura e incluso causar su colapso. Es por todo esto que en los últimos años se está manifestando un interés creciente en el estudio del comportamiento de las **presas de material sueltos** frente a fenómenos extremos.

Esta tesina se enmarca en el contexto del proyecto **XPRES del Plan Nacional I+D del Ministerio de Educación y Ciencia** [2], cuyo principal objetivo es desarrollar un método computacional para el análisis de la evolución de la filtración, así como el seguimiento del proceso de rotura en las **presas de escollera** en caso de sobrevertido. Este objetivo requiere el desarrollo de dos modelos numéricos acoplables, uno que modelice el proceso de **filtración** en el cuerpo de la presa y otro que modelice la respuesta estructural.

Se pretende abordar la validación de los algoritmos desarrollados por **CIMNE** para la modelización de la filtración y determinar cuál de ellos presenta las mejores características para su aplicación en casos reales. La validación se llevará a cabo utilizando **Kratos** [4], un código abierto C++ que se está desarrollando en **CIMNE** pensado para resolver problemas de multifísica mediante el método de los **elementos finitos**. Los resultados numéricos se compararán los **datos experimentales** proporcionados por **CEDEX** y **UPM** y los **modelos teóricos** obtenidos por **UPM** [1]. Esta validación se centrará, principalmente, en el modelo en dos dimensiones, aunque se hará extensible al caso en tres dimensiones.

NUMERICAL ANALYSIS OF HYDRODYNAMIC PHENOMENA IN ROCKFILL SLOPES WITH PARTICULAR APPLICATIONS TO EMBANKMENTS DAMS

Autora: Raquel Juan Hernández

Tutores: Antonia Larese De Tetto, Eugenio Oñate Ibañez de Navarra

ABSTRACT

Key Words: *embankment dams, overtopping, seepage, finite elements, CIMNE, CEDEX, UPM, XPRES del Plan Nacional I+D del Ministerio de Educación y Ciencia, rockfill dams, Kratos, experimental data, theoretical models.*

In the last years technology on **embankment dams** has developed a lot due to the advances in soil mechanics knowledge, and in all related sciences. This aspect, combined with the evident economic advantage of construction, make often this kind of structure a more appealing choice with respect to traditional concrete dams. Nevertheless their vulnerability to **overtopping** still remains their weakest point in comparison with concrete structures.

This thesis is part of the **XPRES project of the National R&D Plan of the Ministry of Education and Science** [2], whose main objective is to develop a computational method for analyzing the stability of the structure, as well as monitoring the initial stage of failure in **rockfill** dams caused by overtopping. This goal requires the development of a coupled numerical model, combining a code to simulate **seepage** in the body of the dam and another to simulate the structural response.

The present work aims to validate the algorithms developed by **CIMNE** for modeling the seepage and to determine which is the best choice for a simulation of a real case. The validation is carried out using **Kratos** [4], an open source C++ for the treatment of multiphysics problems being developed at CIMNE, suitable to carry out numerical simulations with **finite elements**. The numerical results will be compared with the **experimental data** provided by **CEDEX** and **UPM** and the **theoretical models** obtained by UPM.

The principal objective of this thesis is the solution of 2D problems even if also a 3D analysis is carried out.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	9
ÍNDICE DE TABLAS	14
1 Introducción	15
1.1 El problema físico	15
1.1.1 Contextualización histórica de las presas.....	15
1.1.2 Tipologías de presas de materiales sueltos.....	16
1.1.3 Rotura de las presas de materiales sueltos.....	19
1.1.4 Criterios de elección, ventajas e inconvenientes	19
1.2 El problema numérico	20
1.2.1 Flujo en medio poroso	20
1.2.2 La ley de Darcy	20
1.2.3 Fórmulas no lineales de flujo en medios porosos.....	21
1.3 Objetivos	24
1.4 Herramientas.....	24
1.4.1 Programas y lenguajes de uso.....	24
1.4.2 El pre proceso (GID)	25
1.4.3 El cálculo (archivo Python)	28
1.4.4 El post proceso (GID).....	29
2 Aproximación numérica a la filtración	31
2.1 Funcionamiento general de los algoritmos.....	31
2.1.1 Las variables del problema de la filtración en un medio poroso	31
2.1.2 Ecuaciones que gobiernan la filtración	32
2.2 Función LEVELSET.....	32
2.2.1 La función extrapolación.....	33
2.2.2 Cálculo de la función distancia.....	34
2.3 Algoritmo Elembased	35
2.4 Algoritmo Edgebased	36
2.5 Ejemplos numéricos.....	37
2.5.1 Conservación de la masa.....	37
2.5.2 Agua quieta	41
2.5.3 Columna horizontal sin gravedad.....	45

2.5.4	Columna vertical.....	51
3	Aplicación a las presas de escollera	63
3.1	Aplicación a la presa de escollera con pantalla impermeable	63
3.1.1	Modelo experimental.....	63
3.1.2	Modelo numérico.....	68
3.1.3	Modelo teórico.....	71
3.2	Aplicación a la presa de escollera núcleo impermeable	72
3.2.1	Modelo experimental.....	72
3.2.2	Modelo numérico.....	77
3.2.3	Modelo teórico.....	83
3.2.4	Modelo 3D.....	86
4	Conclusiones.....	97
5	Agradecimientos	101
6	Referencias.....	103
	Apéndices	105
	Interfaz python <i>Edgebased</i>	107
	Interfaz python <i>Elembased</i>	113

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Presa se ubica en Tehri en el estado de Uttarakhand en la India y su altura sobre cimientos son 371m	15
Figura 1.2 Presa de materiales sueltos con pantalla asfáltica de Palma d’Ebre, cuya altura sobre cimientos es 30,5m	15
Figura 1.3 Dimensiones habituales de las presas de tierras en función de la altura h	17
Figura 1.4 Dimensiones habituales de las presas de escollera en función de la altura h	17
Figura 1.5 Presa de materiales sueltos con núcleo impermeable	18
Figura 1.6 Presa de materiales sueltos con pantalla impermeable	18
Figura 1.7 Presa homogénea con dren	18
Figura 1.8 Posición del aliviadero: separado del cuerpo (izquierda) y separado de hormigón en un lateral (derecha).....	18
Figura 1.9 Esquema de trabajo	25
Figura 1.10 a) condición SLIP y b) condición NO SLIP.....	26
Figura 1.11 Diagrama de velocidades reales de un fluido, diagrama SLIP y diagrama NO SLIP..	27
Figura 1.12 Discretización del medio continuo por una malla e identificación de conceptos....	28
Figura 2.1 Representación gráfica de la velocidad del fluido \mathbf{v} y de la velocidad de Darcy \mathbf{v}	31
Figura 2.2 Representación de la función Level Set en el dominio Ω_0	33
Figura 2.3 Representación de la función Level Set en el dominio de extrapolación en el dominio Ω_0	34
Figura 2.4 Unidad básica del algoritmo <i>Elembased</i>	35
Figura 2.5 Representación de la unidad básica del algoritmo <i>Edgebased</i> frente al elemento de la malla	36
Figura 2.6. Depósito de <i>Conservación de la masa</i>	37
Figura 2.7 Modelo geométrico, vista de los materiales, izquierda, y superficies, derecha	38
Figura 2.8 Malla 1 y malla 2, respectivamente	38
Figura 2.9 Condiciones de contorno	39
Figura 2.10 Situación depósito lleno	40
Figura 2.11 Geometría real de <i>Agua Quieta</i>	41
Figura 2.12 Modelo geométrico, vista de las superficies, de <i>Agua quieta</i>	42
Figura 2.13 Malla empleada.....	42
Figura 2.14 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas	42
Figura 2.15 Distribución de presiones en N/m ² obtenida con <i>Elembased</i>	43
Figura 2.16 Posición de la superficie libre en $y=5\text{m}$ para <i>Elembased</i>	44
Figura 2.17 Posición de la superficie libre en $y=5\text{ m}$ para <i>Edgebased</i>	44
Figura 2.18 Distribución de presiones en N/m ² obtenida con <i>Edgebased</i>	45
Figura 2.19 Geometría de <i>Columna Horizontal sin gravedad</i>	45
Figura 2.20 Modelo geométrico, vista de los materiales arriba y superficies abajo	46
Figura 2.21 Malla utilizada en <i>Columna Horizontal sin gravedad</i>	46
Figura 2.22 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas	46
Figura 2.23 Sección de control en el análisis de los resultados de <i>Columna Horizontal sin gravedad</i>	47

Figura 2.24 Gráfico de la distribución de presiones obtenidas con <i>Elembased</i>	49
Figura 2.25 Representación de las isobaras obtenidas con <i>Elembased</i> en N/m ²	49
Figura 2.26 Gráfico de la distribución de presiones obtenidas con <i>Edgebased</i>	50
Figura 2.27 Representación de las isobaras obtenidas con <i>Edgebased</i> en N/m ²	50
Figura 2.28 Gráfico de comparación de la distribución de presiones obtenidas con <i>Edgebased</i> y <i>Elembased</i>	51
Figura 2.29 Geometría de <i>Columna Vertical</i>	52
Figura 2.30 Geometría del modelo	52
Figura 2.31 Malla utilizada en la modelización de <i>Columna Vertical</i>	53
Figura 2.32 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas	53
Figura 2.33 Secciones de análisis de <i>Columna Vertical</i>	55
Figura 2.34 Distribución de las presiones en la sección x=5 obtenida con <i>Elembased</i>	56
Figura 2.35 Distribución de las presiones en la sección y=2,5m obtenidas con <i>Elembased</i>	57
Figura 2.36 Distribución de las presiones en la sección y=7,5m obtenidas con <i>Elembased</i>	57
Figura 2.37 Distribución de las presiones en la sección x=5m obtenidas con <i>Edgebased</i>	58
Figura 2.38 Distribución de las presiones en la sección y=2,5m obtenidas con <i>Edgebased</i>	58
Figura 2.39 Distribución de las presiones en la sección y=7,5m obtenidas con <i>Edgebased</i>	59
Figura 2.40 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección x=5m obtenidas con <i>Elembased</i> y <i>Edgebased</i>	60
Figura 2.41 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección y=2,5m obtenidas con <i>Elembased</i> y <i>Edgebased</i>	60
Figura 2.42 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección y=7,5m obtenidas con <i>Elembased</i> y <i>Edgebased</i>	61
Figura 3.1 Fotografía del ensayo realizado por CEDEX	64
Figura 3.2 Curva granulométrica del material de ensayo	65
Figura 3.3 Dimensiones de la presa con pantalla impermeable	65
Figura 3.4 Ubicación de los puntos de medición	66
Figura 3.5 Posición de los limnímetros	67
Figura 3.6 Modelo geométrico, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo.....	68
Figura 3.7 Representación de las condiciones de contorno impuesta, con detalle de la zona de entrada y la pantalla impermeable	68
Figura 3.8 Mallas empleadas en el modelo numérico de presa con pantalla impermeable	69
Figura 3.9 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico, con cada una de las tres mallas, y la obtenida con los resultados del ensayo realizado por CEDEX	70
Figura 3.10 Comparación de la posición de la superficie libre para el modelo experimental (datos obtenidos con la malla 3), los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental.	71
Figura 3.11 Vista del ensayo de la presa con núcleo	72
Figura 3.12 Cuerpo de la presa ensayada y vista del núcleo impermeable	73
Figura 3.13 Curva granulométrica del material de ensayo	74
Figura 3.14 Dimensiones de la presa, el cuerpo sólido en negro es la representación del núcleo	74
Figura 3.15 Ubicación de los puntos de medición	75
Figura 3.16 Modelo geométrico 1, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo.....	77

Figura 3.17 Modelo geométrico, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo.....	78
Figura 3.18 Representación gráfica de las condición de contorno impuestas.....	78
Figura 3.19 Mallas empleadas, malla 1 y malla2, en el modelo numérico de la <i>presa con núcleo impermeable</i>	79
Figura 3.20 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico con la mallas 1 y 2 y el modelo experimental.....	80
Figura 3.21 Malla 3 empleada con el modelo geométrico 2 de la <i>presa con núcleo impermeable</i>	80
Figura 3.22 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3 y el modelo experimental de UPM para el caudal 4,00l/s.....	80
Figura 3.23 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3 y el modelo experimental de UPM para el caudal 9,00l/s.....	81
Figura 3.24 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 15,00l/s.....	81
Figura 3.25 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 21,50l/s.....	81
Figura 3.26 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 26,50l/s.....	81
Figura 3.27 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 30,60l/s.....	82
Figura 3.28 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 36,00l/s.....	82
Figura 3.29 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 41,50l/s.....	82
Figura 3.30 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 45,60l/s.....	82
Figura 3.31 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 53,00l/s.....	83
Figura 3.32 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 4,00l/s	83
Figura 3.33 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 9,00l/s	83
Figura 3.34 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 15,00l/s	84
Figura 3.35 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 16,70l/s	84
Figura 3.36 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 21,50l/s	84

Figura 3.37 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 26,50/s	84
Figura 3.38 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 30,60l/s	85
Figura 3.39 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 36,00l/s	85
Figura 3.40 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 41,50/s	85
Figura 3.41 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 45,60/s	85
Figura 3.42 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 53,00l/s	86
Figura 3.43 Geometría del modelo 3D.....	86
Figura 3.44 Malla empleada en el modelo numérico 3D.....	87
Figura 3.45 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=5s$	88
Figura 3.46 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=10s$	89
Figura 3.47 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=15s$	90
Figura 3.48 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=20s$	91
Figura 3.49 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=25s$	91
Figura 3.50 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=30s$	92
Figura 3.51 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=35s$	93
Figura 3.52 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=40s$	94

Figura 3.53 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D, de los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y del modelo 3D en las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, en estado estacionario..... 95

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Características de las mallas.....	39
Tabla 2.2 Tiempos de llenado (segundos) en función de la malla con <i>Elembased</i>	40
Tabla 2.3 Tiempos de llenado (segundos) en función de la malla con <i>Edgebased</i>	40
Tabla 2.4 Tiempo de cálculo de <i>Horizontal Column</i> con cada uno de los algoritmos.....	51
Tabla 2.5 Tiempo de cálculo de <i>Columna Vertical</i> con los dos algoritmos.....	61
Tabla 3.1 Datos del ensayo granulométrico.....	64
Tabla 3.2 Caudales aproximados y reales de ensayo, l/s y m ³ /s.....	66
Tabla 3.3 Lecturas de caudal, de los limnímetros y estado de la presa en cada salto de caudal.....	67
Tabla 3.4 Lecturas de los piezómetros en cm.....	67
Tabla 3.5 características de las tres mallas empleadas.....	70
Tabla 3.6 Datos del ensayo granulométrico.....	73
Tabla 3.7 Lecturas de caudales en l/s con los diferentes sistemas de medición.....	75
Tabla 3.8 Nomenclatura de los puntos de medición, correspondencia con la figura 3.15.....	76
Tabla 3.9 Lecturas de presión en cm, para los 11 caudales de ensayo.....	77
Tabla 3.10 Características de las mallas empleadas en el modelo numérico, incluyendo la malla 3 correspondiente a la geometría 2.....	79

1 INTRODUCCIÓN

1.1 El problema físico

Para entender el problema físico que lleva a estudiar la filtración en medio poroso es muy importante tener unas ideas básicas sobre el objeto de éste, las presas de materiales sueltos. Por esta razón es necesario contextualizar históricamente, de forma general, las presas, diferenciar las tipologías de presas de materiales sueltos y sus principales características, los mecanismos de rotura de estas estructuras y, finalmente, los criterios de elección que llevan a la construcción de una presa de materiales sueltos en lugar de otras tipologías.



Figura 1.1 Presa se ubica en Tehri en el estado de Uttarakhand en la India y su altura sobre cimientos son 371m



Figura 1.2 Presa de materiales sueltos con pantalla asfáltica de Palma d'Ebre, cuya altura sobre cimientos es 30,5m

1.1.1 Contextualización histórica de las presas

Las primeras presas conocidas son las presas naturales, en cuyo proceso de formación no interviene el hombre, siendo reseñables las formadas por fenómenos sísmicos y las formadas por animales, tales como el castor.

El origen de la presa artificial se remonta a la prehistoria, cuando se hacía recrecer estas estructuras simplemente al tirar piedras al cauce. Entorno al 6000-8000 a.C. el origen de la

agricultura en Mesopotamia lleva a la construcción de canales que permiten el transporte del agua para el regadío lo que conlleva la necesidad de crear obras de derivación: las presas.

Alrededor del 4000 a.C., en China se construye un canal que va de norte a sur, y que hoy en día todavía resiste, con canales transversales, para el transporte y el abastecimiento de agua, y las correspondientes obras de captación, que no han resistido hasta hoy.

Los egipcios aplicaron los avances tecnológicos de su civilización al desarrollo de las presas. Existen datos históricos que apuntan hacia la existencia de al menos una presa de mampostería para la derivación de las aguas de regadío, cuya característica principal era su adaptación a las grandes avenidas del río Nilo ya que sería resistente al sobrevertido. Se cree que las grandes aportaciones de sedimento de este río colgó la presa, de la que se desconoce su posible ubicación.

Los romanos se percataron de que las presas tenían dos puntos débiles: las grandes avenidas y la colmatación por sedimentos. Esto les llevó a desarrollar el aliviadero y desagüe de fondo en estas estructuras. El fundamento teórico de estas presas es el mismo que el de las actuales, manteniendo en común los elementos principales. Es destacable que, para contrarrestar el efecto de las avenidas y minimizar el caudal sólido, su ubicación se relegaba a cuencas laterales, lo que implicaba un aumento de la vida útil. Las tipologías que desarrollaron son las mismas que existen hoy en día (tierra, gravedad, bóveda...). Las presas romanas de Proserpina y Cornalvo todavía abastecen de agua a la ciudad de Mérida.

La caída del Imperio Romano supuso un parón en la construcción de presas y no es hasta la llegada del esplendor cultural de los árabes que se retoma el diseño de sistemas de regadío con presas de captación, pero no de regulación. Las conocidas en España como “Presas de los moros” destacan por la resistencia a las avenidas, por la clara reducción de la altura de presa y por la filosofía aplicada a su construcción respecto al río.

En América, Mayas e Incas acumularon notables conocimientos de hidrología, desarrollando canales para transporte, presas,... de los que apenas quedan vestigios.

Posteriormente a la Revolución Francesa, los franceses descubren la forma idónea de las presas pero aún así se caen. No es hasta principios del siglo XIX, con el descubrimiento de la presión intersticial, que se percatan que aumentando el talud se solventa el problema de las presiones intersticiales y que la aplicación de otros cambios sobre esta forma “ideal” también lleva a la reducción del talud sin provocar el fallo de la estructura.

En definitiva, actualmente se mantienen esquemas estructurales y fundamentos teóricos generados durante el Imperio Romano, mejorados con los conocimientos desarrollados a partir de la Revolución Francesa.

1.1.2 Tipologías de presas de materiales sueltos

Las dos tipologías de presas de materiales sueltos, en lo que al material que las compone respecta, son las presas de tierras y las de escollera. La diferencia fundamental entre unas y otras radica en el material empleado en su construcción, como se verá a continuación.

Las presas de tierras se caracterizan por contar con materiales con ángulo de rozamiento bajo y una permeabilidad alta. La cohesión es un factor que no influye por lo que admiten materiales con cualquier valor de este parámetro. Su construcción resulta barata por el precio del material y porque la maquinaria necesaria es la misma que para la construcción de taludes. Su altura se ve limitada por la gran cantidad de material necesario. Las relaciones habituales entre sus dimensiones quedan recogidas en la figura 1.3.

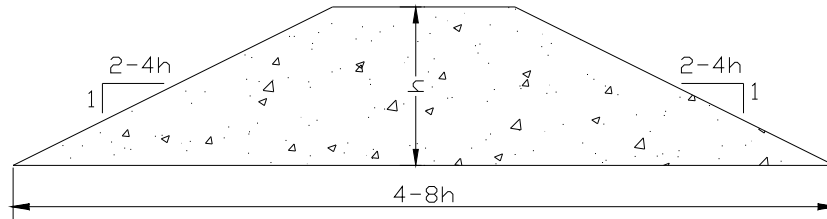


Figura 1.3 Dimensiones habituales de las presas de tierras en función de la altura h

Las presas de escollera, como su nombre indica, se construyen con escollera o material extraído de cantera por voladura. Este hecho hace más caro el material y, en consecuencia, este tipo de presas, pero por otra parte, sus dimensiones son menores que las de la presa de tierras. Se caracterizan por tener el ángulo de rozamiento elevado, la cohesión nula y permeabilidad total, por lo que es necesario impermeabilizar la estructura. Las relaciones habituales entre sus dimensiones quedan recogidas en la figura 1.4.

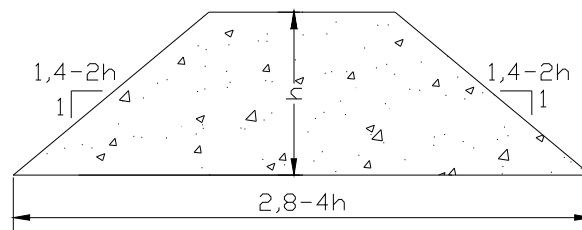


Figura 1.4 Dimensiones habituales de las presas de escollera en función de la altura h

Una de las soluciones para evitar la filtración a través de las presas de materiales sueltos es la impermeabilización y los procedimientos habituales son el núcleo y la pantalla. De esta manera se origina una segunda clasificación de las presas de materiales sueltos.

Las presas zonadas con núcleo impermeable de arcilla (ver figura 1.5), constan de dos o más tipos de materiales. La impermeabilización mediante el núcleo se consigue con la colocación de una masa de arcilla (núcleo) que al cabo de los años se consolida por completo y requiere poco mantenimiento. La anchura y posición de este núcleo, respecto al resto de los materiales o espaldones, pueden ser muy diversos. Los principales problemas de este procedimiento son la propia consolidación del núcleo que puede llegar a tener asentamientos del orden del 2% y la dificultad para abastecerse de la arcilla requerida para su construcción.

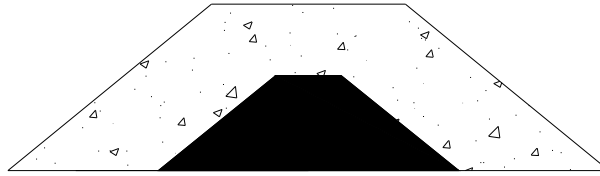


Figura 1.5 Presa de materiales sueltos con núcleo impermeable

En las presas de pantalla el elemento impermeable (ver figura 1.6) consiste en una pantalla relativamente delgada o lámina. Los materiales empleados habitualmente en estas pantallas son hormigones asfálticos, telas plásticas (en presas pequeñas) o el hormigón armado. El principal problema de las pantallas asfálticas es que requieren ser reparadas cada 25 años porque los rayos ultravioleta rigidizan el material generando fisuras, fenómeno que también acontece en las pantallas de tela plástica.

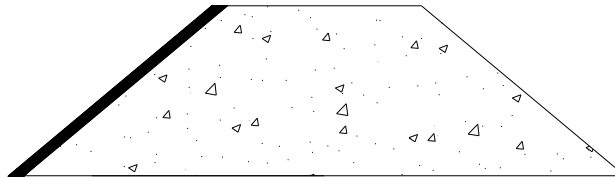


Figura 1.6 Presa de materiales sueltos con pantalla impermeable

Otra tipología de presas son las de sección homogénea (figura 1.7), en las que toda o casi toda la sección transversal se compone de un mismo material, formado por tierras compactadas de baja permeabilidad o todo uno, que requiere una reducción de la saturación mediante drenes.

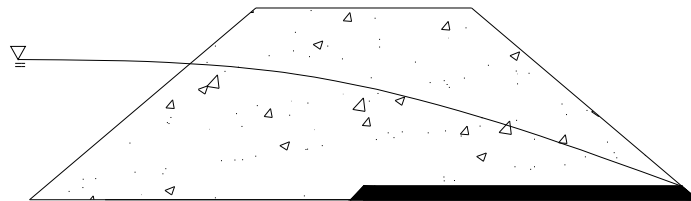


Figura 1.7 Presa homogénea con dren

Las presas de materiales sueltos no pueden verter por coronación por esto requieren que el aliviadero esté separado del cuerpo de presa para evitar filtraciones u otras afecciones al material, presentándose dos tipologías: aliviadero separado del cuerpo y aliviadero separado de hormigón en un lateral (ver figura 1.8).

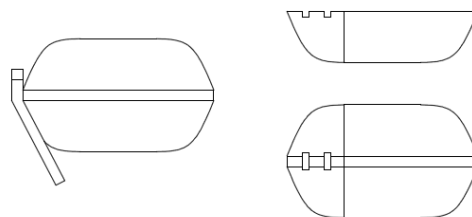


Figura 1.8 Posición del aliviadero: separado del cuerpo (izquierda) y separado de hormigón en un lateral (derecha)

1.1.3 Rotura de las presas de materiales sueltos

Los mecanismos que propician la rotura de las presas de materiales sueltos son

- Rotura circular o semicircular a favor de materiales de baja resistencia o contactos, especialmente durante un vaciado rápido.
- Sifonamiento o erosión interna en los materiales de cimentación.
- Erosión del núcleo e infiltración a través del cuerpo o erosión en la superficie a raíz de la formación de una brecha
- Asientos en la presa por suelos blandos compresibles

Consecuentemente, los factores críticos para una presa de materiales sueltos son la presencia de zonas de debilidad y permeables en la cimentación, la resistencia al corte, la durabilidad, gradación y emplazamiento de los materiales de construcción de la presa, la eficacia de las inyecciones y los sistemas de drenaje y, finalmente, la estabilidad de los taludes.

El sobrevertido en presas de materiales sueltos es la causa más frecuente de rotura, seguida de los problemas relacionados con la cimentación y la erosión interna del cuerpo de la presa. Por esta razón es importante profundizar en el fenómeno de sobrevertido, para mejorar la seguridad de este tipo de presas.

Los dos mecanismos básicos de rotura por sobrevertido en una presa de materiales sueltos son el deslizamiento de una parte de una parte del espaldón de aguas abajo como consecuencia de la saturación progresiva del mismo y el arrastre o erosión progresiva de los materiales que componen el espaldón. En ambos, el punto más débil del espaldón es el pie de la presa.

El proceso de modelización de la rotura de la presa por estos mecanismos requiere como primer paso conocer el proceso de filtración en el cuerpo de la presa, especialmente en el espaldón.

1.1.4 Criterios de elección, ventajas e inconvenientes

Las presas de materiales sueltos destacan por la libertad de elección de su altura máxima en lo que a criterios resistentes de la estructura se refiere, solamente limitado por el volumen de material empleado necesario y los aspectos económicos que acarrea, y por funcionar en terrenos con una relativamente mala capacidad portante, debido a que los esfuerzos cortantes que desarrolla son pequeños en comparación con las presas de gravedad y las de bóveda, que necesitan calidades de cimentación mucho mejores.

Los dos grandes inconvenientes de las presas de materiales sueltos son que el desvío del río para esta tipología es más caro que para las otras dos y que en ningún caso resisten un sobrevertido. Esto supone que se debe estudiar en profundidad las condiciones y el régimen hidrográfico de la zona para el diseño, mantenimientos y funcionamiento de la estructura. Se debe tener en cuenta que en cerradas estrechas y con un buen material de cimentación las presas de bóveda resisten mejor los empujes hidrostáticos y las sobrecargas.

Habitualmente, en la construcción de las presas de materiales sueltos se acostumbra a aprovechar el material del propio interior del embalse para su construcción, lo que en general

condiciona el diseño de la estructura, haciendo decantar por uno u otro tipo de estructura de materiales sueltos. Además, supone una reducción de los costes de construcción y un aumento de la capacidad de embalse, que las hace económicamente muy rentables.

En definitiva, lo que condiciona la elección de las presas de materiales sueltos frente a las de gravedad o las de bóveda son las características portantes y de deformabilidad del terreno de cimentación, la facilidad de acceso y transporte del material de construcción y el propio coste de la misma construcción. La elección entre presas de tierras y presas de escollera se reduce a la facilidad de acceso al material de construcción, el coste del mismo, y a tener en cuenta que las presas de tierras requieren un volumen de material mayor que las de escollera.

1.2 El problema numérico

En el estudio de la filtración en suelos ha jugado un papel fundamental la ley de Darcy, pues desde su descubrimiento se aplicó al estudio de numerosos casos de flujo en suelos, pero está limitada por su campo de aplicación, pues sólo es válida en un rango de velocidades relativamente bajas. Cuando un suelo está compuesto por gravas y arenas gruesas, el movimiento del agua a través del mismo se produce a unas velocidades suficientemente elevadas como para que la ley de Darcy lineal pierda su validez. Este último es el contexto de las presas de escollera, en las que en el estudio de la filtración en su cuerpo no es posible aplicar la ley de Darcy lineal. Esto significa que si se desea modelizar la filtración en esta tipología de presas es necesario buscar otra formulación. En el presente documento, se analizarán las posibles formulaciones a aplicar en este ámbito.

1.2.1 Flujo en medio poroso

La caracterización del medio poroso, según [1], está influenciada por el peso específico y la viscosidad del fluido, así como, el tamaño, colocación, forma, la graduación de tamaños y la rugosidad de las partículas.

Una primera aproximación al flujo en medio poroso es el tratamiento del flujo que se produce entre los granos como si fuera un flujo en tuberías, con una serie de consideraciones y correcciones empíricas adecuadas. Pero esta analogía no se ajusta a la complejidad del flujo en medio poroso, pues no contempla los factores de caracterización del medio poroso mencionados antes. Para ampliar la información relativa a la analogía entre flujo en tubería y el flujo en medio poroso consultar [1].

En vista que la ley de Darcy lineal y la analogía al flujo en tubería, no son suficientes para el análisis de la filtración en medio poroso, es necesario estudiar la ley de Darcy, como fórmula de resistencia para movimiento en medio poroso, y su ámbito de aplicación, así como, las fórmulas no lineales de flujo en medio porosos.

1.2.2 La ley de Darcy

Henry Darcy, en 1896, demostró empíricamente que en el flujo de agua en suelos porosos existía linealidad entre la velocidad y el gradiente hidráulico

$$v = ki = k \frac{H_1 - H_2}{L} \quad \text{ec. 1.1}$$

donde v es la velocidad media de filtración en el medio poroso

k es la permeabilidad del suelo

i es el gradiente hidráulico

$H_1 - H_2$ es la diferencia de alturas piezométricas entre los dos puntos por donde circula el flujo

L es la distancia que recorre el flujo

Desde entonces se trabajó en el análisis de su validez, determinándose que esta ley era válida para todo tipo de tipo de flujo en suelos, aunque dejaba de tener validez para velocidades de flujo muy elevadas.

1.2.3 Fórmulas no lineales de flujo en medios porosos

Las fórmulas no lineales surgidas desde entonces respondían a dos tipologías, las fórmulas de tipo cuadrático y las de tipo exponencial. La expresión general de las primeras, propuesta por Forchheimer en 1901 es

$$i = rv + sv^2 \quad \text{ec. 1.2}$$

en la que como valores extremos el valor de r se correspondería con el régimen laminar, y el valor de s con el régimen turbulento.

La expresión general de las fórmulas de tipo exponencial, propuesta originalmente por Prony en 1804 e informada por Jaeger en 1956 es

$$i = av^N \quad \text{ec. 1.3}$$

donde a y N dependen de las condiciones del flujo, las características del medio poroso y del fluido.

Estas fórmulas de resistencia no lineal (cuadrática y exponencial) manifiestan que el flujo de filtración en presas de escollera es muy superior comparado con una presa de materiales sueltos tradicional y las fuerzas de filtración sobre las partículas de la roca son muy diferentes a las actuantes en materiales donde la Ley de Darcy es aplicable.

Los estudios desde entonces se han orientado hacia la determinación empírica de los parámetros r , s , a y N [1].

En la presente tesina, se destacan seis autores, los más importantes en esta temática:

- Ergun(1952)
- Wilkins (1956)
- McCorquodate y otros (1978)
- Stephenson (1979)

- Martins (1990)
- Gent (1991)

Ergun [1] en 1952, dentro de la Ingeniería Química, presentó la ecuación

$$i = \frac{[150v(1-n)^2 + v^2 1.75d(1-n)]}{[d^2gn^3]} \quad \text{ec. 1.4}$$

donde i es el gradiente hidráulico

v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

n es la porosidad

d es el tamaño medio del grano

g es la aceleración de la gravedad

En 1956 Wilkins [1], analizó el flujo de agua sobre y a través de presas de escollera con objeto de que las investigaciones sirvieran para la aplicación al diseño de presas y ensayó los tamaños realmente empleados en las presas de escollera, proponiendo finalmente la fórmula

$$v_v = W \cdot m^{0,5} \cdot i^{0,54} \quad \text{ec. 1.5}$$

donde v_v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

m es la radio hidráulico medio

W es la constante que incluye el factor de forma y de la rugosidad de las partículas

i es el gradiente hidráulico

Mc. Corquodate [1] y otros en 1978, propuso la fórmula siguiente

$$i = \left[\frac{70v}{gnm^2} \right] v + \left[\frac{0,54}{gn^{0,5m}} \frac{(f_o + f_e)}{2f_o} \right] v^2 \quad \text{ec. 1.6}$$

donde v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

m es la radio hidráulico medio

n es la porosidad

f_o es el factor de fricción obtenido del diagrama de Moody que hidráulicamente tenga la misma superficie y el mismo número de Reynolds

f_e es el factor de fricción efectivo Darcy-Weisbach para el material de roca

ν es la viscosidad cinemática en m^2/s

g es la aceleración de la gravedad

i es el gradiente hidráulico

En 1979, la fórmula propuesta por Stephenson [1] fue la siguiente

$$\begin{aligned}
 i &= \left(\frac{800}{R_e}\right) \frac{v}{gdn^2} && \text{válida para el flujo laminar} \\
 i &= \left(\frac{800}{R_e} + f_t\right) \frac{v}{gdn^2} && \text{válida en la región de transición} \\
 i &= f_t \frac{v^2}{gdn^2} && \text{válida para el flujo turbulento}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 1.7}$$

donde v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

n es la porosidad

f_t es el factor de fricción

ν es la viscosidad cinemática en m^2/s

g es la aceleración de la gravedad

i es el gradiente hidráulico

R_e es el número de Reynolds

Martins [1] en 1990 presentó la siguiente expresión para el flujo turbulento

$$v_v = \frac{c}{Cu^\alpha} \cdot \sqrt{2gedi} \tag{ec. 1.8}$$

donde v_v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

C es la constante igual a 0,56 para las partículas angulares y 0,75 para partículas redondeadas

Cu es el coeficiente de uniformidad $Cu = d_{60}/d_{10}$

g es la aceleración de la gravedad

α es un exponente empírico para Cu y vale 0,26

e es el índice de poros $e = \frac{n}{(1-n)}$

i es el gradiente hidráulico

Finalmente, la expresión propuesta por Gent [1] en 1991 fue

$$i = \frac{[1207,56v(1-n)^2v + 1,209d(1-n)v^2]}{[d^2gn^3]} \tag{ec. 1.9}$$

donde i es el gradiente hidráulico

v es la velocidad promedio del agua a través de los poros

n es la porosidad

d es el tamaño medio del grano

g es la aceleración de la gravedad

ν es la viscosidad cinemática en m^2/s

1.3 Objetivos

Esta tesina se enmarca en el contexto del proyecto XPRES del Plan Nacional I+D del Ministerio de Educación y Ciencia [2], que cuenta con la participación de CIMNE, el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, la ETS de Ingenieros de Caminos de la UPM y el Centro de Estudios Hidrográficos (CEDEX). El principal objetivo de este proyecto es desarrollar un método computacional para el análisis de la estabilidad de la estructura, así como, el seguimiento del proceso de rotura en las presas de materiales sueltos en caso de sobrevertido. Este objetivo requiere el desarrollo de dos modelos numéricos, uno que modelice el proceso de filtración en el cuerpo de la presa y otro que modelice el comportamiento de la estructura, y ambos deberán ser acoplables.

La presente tesina pretende abordar la validación de los dos algoritmos desarrollados por CIMNE para la modelización de la filtración y determinar cuál de ellos presenta las mejores características para su aplicación en casos reales. La validación se llevará a cabo mediante la comparación de los datos numéricos obtenidos con los algoritmos, que requieren el uso de las herramientas descritas en el próximo apartado "*Herramientas*", los datos experimentales proporcionados por CEDEX y UPM y los modelos teóricos obtenidos por UPM[1]

Esta validación se centrará, principalmente, en el modelo en dos dimensiones, aunque se hará extensible al caso en tres dimensiones.

1.4 Herramientas

1.4.1 Programas y lenguajes de uso

La modelización numérica de cualquiera de los casos que se ejecutan en la presente tesina requiere el uso del programa GiD, del software de programación Kratos y el lenguaje de programación Python.

GiD [3] es un programa tipo CAD desarrollado en CIMNE para la creación de la geometría y la malla y la imposición de condiciones y parámetros del modelo numérico en la fase de pre proceso y para la evaluación y tratamiento de los resultados en la fase de post proceso. El cálculo se realiza mediante Kratos.

Kratos [4] es un código abierto en lenguaje C++ para el tratamiento de problemas multifísica que se está desarrollando en CIMNE y que es adecuado para llevar a cabo simulaciones numéricas con elementos finitos.

Kratos utiliza Python [5] como interfaz entre GiD y él mismo y, a su vez, como herramienta para el desarrollo de partes específicas del código. Python es un lenguaje de programación

interpretado, muy útil en el desarrollo del código porque permite hacer modificaciones al mismo sin necesidad de volver a compilarlo.

1.4.1.1 Esquema de trabajo

El esquema de trabajo que se emplea en la presente tesina es

- En la fase de pre proceso, mediante GID, se dibuja la geometría, se definen las condiciones de contorno, las características del material y otros parámetros del modelo numérico. A continuación se genera la malla del modelo. GID genera una serie de archivos con estas condiciones y los datos de la malla que se emplean en la fase de cálculo. En caso necesario, cuando por la circunstancia que sea no se pueda introducir algún parámetro directamente a través de GID, éste puede ser modificado directamente en el archivo script de Python.
- En la fase de cálculo se ejecuta el archivo Python, que llama a Kratos, pasando las informaciones necesarias desde los archivos generados en el pre proceso en GID.
- En la fase de post proceso se visualizan en GID los resultados, permitiendo su tratamiento y análisis.

Gráficamente, este esquema queda resumido en la figura 1.9

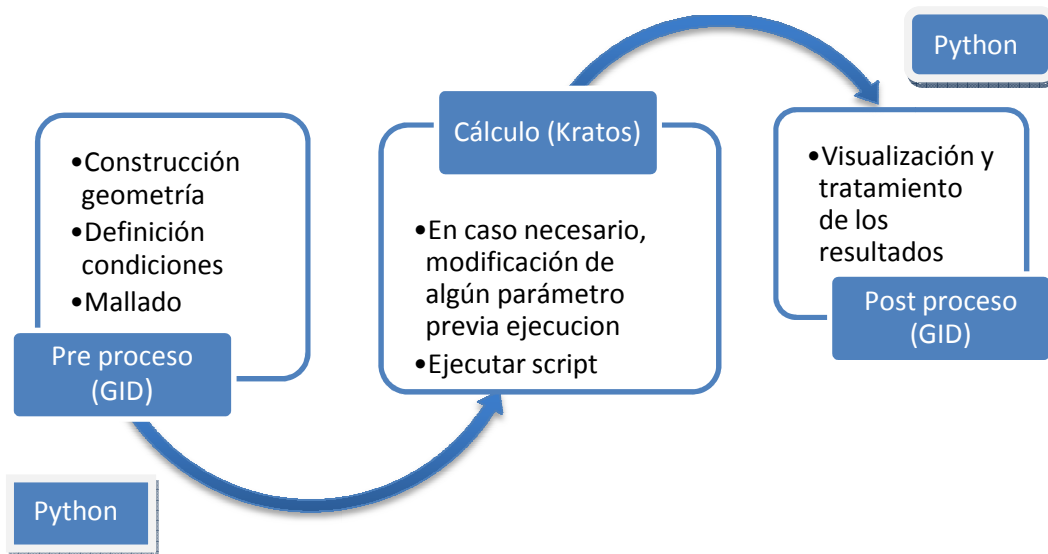


Figura 1.9 Esquema de trabajo

1.4.2 El pre proceso (GID)

1.4.2.1 Geometría

GID está programado para seguir una estructura jerárquica en la definición de la geometría, siendo necesarios los puntos para definir las líneas, las líneas para definir las superficies y éstas para poder generar volúmenes. En consecuencia, la definición de cualquiera de las geometrías de los ejemplos en dos dimensiones (2D) se realiza mediante puntos, líneas y superficies, mientras que las geometrías de los ejemplos en tres dimensiones (3D) se realiza mediante la inserción de los anteriores elementos más volúmenes

1.4.2.2 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno son aquellas condiciones que definen el modelo en sus límites y son necesarias en la resolución de numérica del sistema en derivadas parciales.

Una condición de contorno es de tipo Dirichlet si, siendo $u(x,y,z,t)$ la función que se desea determinar, la condición impuesta, en una determinada zona del contorno definida como (x_0, y_0, z_0) , es del tipo $u(x_0, y_0, z_0, t) = \phi(t)$. Por otra parte, una condición de contorno es de tipo Neumann si, para la misma función empleada en la definición de condición Dirichlet, en una zona de contorno (x_0, y_0, z_0) , la condición es del tipo $\frac{\partial u}{\partial x}(x_0, y_0, z_0, t) = \Psi(t)$, $\frac{\partial u}{\partial y}(x_0, y_0, z_0, t) = \Psi(t)$ o $\frac{\partial u}{\partial z}(x_0, y_0, z_0, t) = \Psi(t)$.

En el dominio de análisis Ω , se define Γ como el contorno de Ω . Considerando que Γ_u es el contorno con condiciones de contorno de tipo Dirichlet y Γ_q , el contorno con condiciones de contorno de tipo Neumann, debe cumplirse necesariamente que:

$$\begin{aligned} \Gamma_u \cup \Gamma_q &= \Gamma \\ \Gamma_u \cap \Gamma_q &= \emptyset \end{aligned} \quad \text{ec. 1.10}$$

Las condiciones de contorno que se emplean, definidas de una manera u otra en función del algoritmo considerado, son la condición *SLIP* y la condición de velocidad de entrada, como condiciones de contorno tipo Dirichlet, y la condición de presión fija, como condición de contorno tipo Neumann.

Es interesante entrar a detallar los aspectos relativos a la condición *SLIP* o *NO SLIP*. Según la dinámica de fluidos, una condición *NO SLIP* define un contorno sólido en el que el fluido en contacto tiene velocidad nula, de manera que la ley de velocidades es de la forma se puede observar en la figura 1.10 mientras que la condición *SLIP* define una ley de velocidades constantes, es decir, de tipo rectangular, como la observada en la figura 1.10.

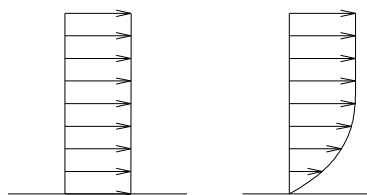


Figura 1.10 a) condición *SLIP* y b) condición *NO SLIP*

Un fluido real está sometido a una ley de velocidades como la que determina el contorno *NO SLIP*, figura 1.11. A priori, y fruto de la puntualización anterior, cabe pensar que para la modelización numérica la condición a aplicar en el contorno es la *NO SLIP*, pero al discretizar el medio continuo en una malla de elementos finitos, aún utilizando una malla densa en dicho contorno, los elementos de ésta siguen siendo de un tamaño mucho mayor que la zona en la que la ley de velocidades es variable, por lo que la condición que realmente se debe aplicar es la *SLIP*. La razón de esta elección, a la luz de lo explicado, es que aplicar la condición que recrea la situación real induce más error que emplear la condición *SLIP*.

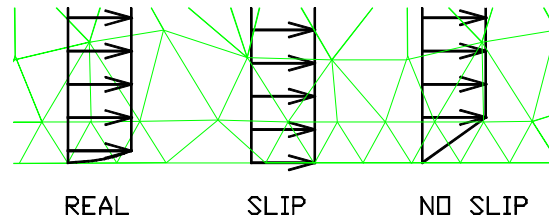


Figura 1.11 Diagrama de velocidades reales de un fluido, diagrama SLIP y diagrama NO SLIP

En algunos de los ejemplos que se desarrollan en los capítulos 3 y 4, la condición de entrada del fluido es un caudal en lugar de una velocidad, esto significa que es necesaria una transformación de la primera en la segunda para poder imponer la condición de contorno correspondiente. Dicha transformación requiere la definición de una superficie de entrada, dado que caudal y velocidad están relacionados por la siguiente expresión

$$Q = v \cdot A \rightarrow v = \frac{Q}{A} \quad \text{ec. 1.11}$$

En la tesina de Cristian Tapia [6], se constató que los algoritmos, para velocidades de entrada del fluido muy bajas y en aquellas situaciones en las que es más influyente la gravedad impuesta sobre el fluido que ésta que velocidad impuesta, producen fallos en el cálculo del modelo, haciendo necesario una disminución del área de entrada que suponga el incremento de la velocidad. Este condicionante se ha tenido presente en el desarrollo de los casos de la presente tesina y en la elección del área de entrada del fluido.

1.4.2.3 Propiedades del fluido

Las propiedades del fluido aplicadas a todo el dominio en los diferentes ejemplos son:

$$\text{Viscosidad cinemática } \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Viscosidad dinámica } \mu = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\text{Densidad } \rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

1.4.2.4 Propiedades del medio poroso

La porosidad es el parámetro que define el medio poroso. Se puede asignar desde GID directamente, aunque si es necesario se puede imponer en el script de Python.

El diámetro medio d_{50} es el otro parámetro que se aplica al medio poroso.

1.4.2.5 Otras condiciones del modelo numérico

La estabilidad y la convergencia del modelo numérico se controlan a través de otros parámetros que dependen del algoritmo en cuestión.

1.4.2.6 Mallado

El método de elementos finitos, para la aproximación de la solución de ecuaciones diferenciales, requiere la discretización del dominio, o lo que es lo mismo, su partición en elementos. Los puntos de unión de las aristas de los elementos de discretización se conocen como nodos y constituyen los puntos de unión entre elementos (ver figura 1.12). Por otra parte, el conjunto de los elementos de discretización es lo que se conoce como malla.

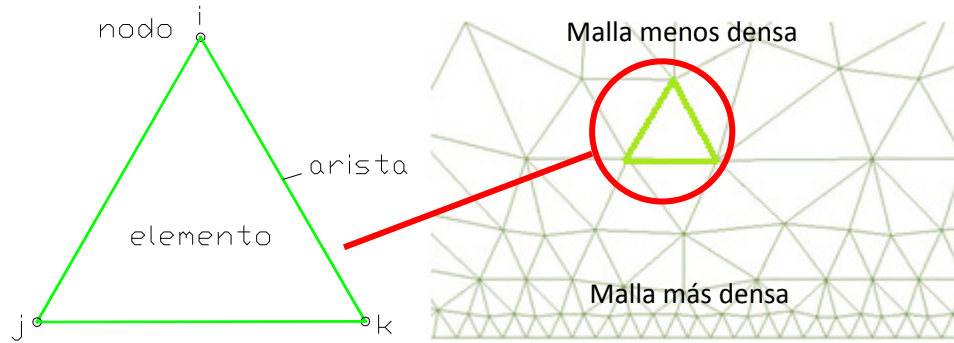


Figura 1.12 Discretización del medio continuo por una malla e identificación de conceptos

Los elementos empleados en el caso 2D para la discretización son elementos lineales triangulares de 3 nodos y para el caso 3D se han empleado elementos lineales tetraédricos de 4 nodos. Los primeros son elementos sencillos y versátiles, ideales para procesos bidimensionales, pero en contrapartida requieren mallas más tupidas para conseguir buenos resultados, debido a su precisión limitada. El elemento tetraédrico de 4 nodos es el análogo tridimensional del elemento triangular de 3 nodos y su comportamiento es muy similar.

GID permite definir una malla más o menos densa por zonas, de manera que en función de la dificultad numérica o del interés que suscite para el cálculo se modificará el tamaño de la misma. Cabe tener en cuenta, que a mayor densidad de malla, mayor coste computacional, y, por lo tanto, es recomendable optimizar la malla en función de las necesidades de cálculo. Así pues, en aquellas zonas en las que se prevea que no se producirá el flujo del fluido se podrá tomar una malla menos densa.

1.4.2.7 Cálculo desde GID

El cálculo desde GID crea una serie de archivos, sea cual sea el algoritmo:

- <nombre fichero>.cnd
- <nombre fichero>.geo
- <nombre fichero>.info
- <nombre fichero>.msh
- <nombre fichero>.prb
- <nombre fichero>.rdr
- <nombre fichero>.lin
- <nombre fichero>.mdpa
- <nombre fichero>_var.py
- script.py

que sirven como ficheros de datos para la ejecución de Kratos. El script de Python define el cálculo que se va a llevar a cabo.

1.4.3 El cálculo (archivo Python)

En el anexo 1 se incluyen archivos python que sirven para ejecutar los dos algoritmos considerados en la presente tesina.

La estructura general del script de Python presenta cuatro partes muy diferenciadas:

- La primera parte contiene la programación que indica la ruta del programa Kratos, las librerías y las aplicaciones que se importan para solucionar el algoritmo.
- La segunda, que lee el modelo que proviene de GID, mediante la importación de los archivos mencionados en el apartado *Cálculo desde GID*. Esta es la parte en la que se introducen las modificaciones relativas a la porosidad del medio y los valores de la función distancia, en aquellos casos que en los que sea necesario.
- La tercera parte, detalla el desarrollo de pasos del algoritmo.

La cuarta, y última, parte del archivo desarrolla el algoritmo de impresión de los resultados.

1.4.4 El post proceso (GID)

En el apartado post proceso de GID se pueden abrir los archivos que contienen los resultados, visualizar diferentes variables tales como la presión, la velocidad y la función distancia. Además, se puede animar los datos mediante la opción de selección múltiple pudiendo observar la evolución del fluido y las variables anteriores.

El interés en una u otra radicará en los datos de que se disponga para comparar. Por otra parte, en todos los casos estudiados en la presente tesina, el objeto de análisis es el estado estacionario, esto significa, que los resultados a analizar son aquellos en los que la posición del fluido no varía con el tiempo.

2 APROXIMACIÓN NUMÉRICA A LA FILTRACIÓN

2.1 Funcionamiento general de los algoritmos

2.1.1 Las variables del problema de la filtración en un medio poroso

Las variables del problema son:

- \mathbf{v} velocidad Darcy del fluido. Esta variable es por definición la velocidad del fluido promediada sobre el volumen total, mientras que la velocidad del fluido es $\bar{\mathbf{v}}$ promediada sobre el volumen de fluido. La ecuación de Dupuit-Forchheimer relaciona estas dos variables:

$$\mathbf{v} = n\bar{\mathbf{v}} \quad \text{ec. 2.1}$$

donde n es la porosidad.

Una forma sencilla de diferenciar la velocidad de Darcy \mathbf{v} y la velocidad promediada del fluido $\bar{\mathbf{v}}$ es el esquema representado en la f.

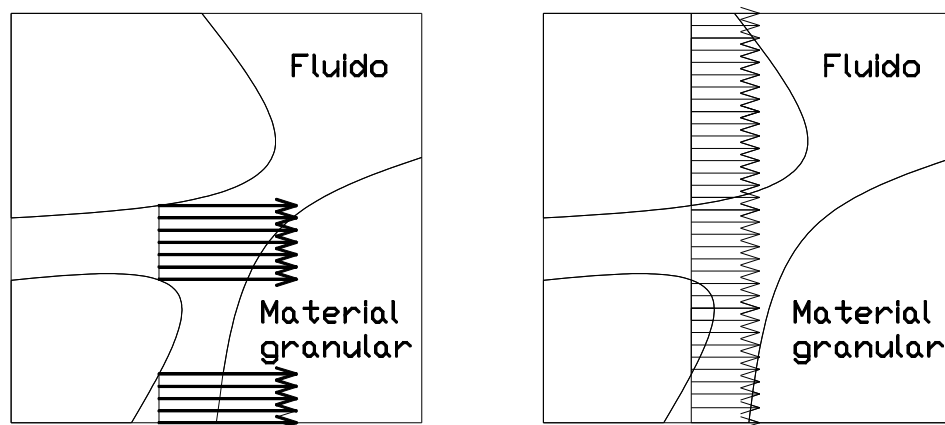


Figura 2.1 Representación gráfica de la velocidad del fluido $\bar{\mathbf{v}}$ y de la velocidad de Darcy \mathbf{v}

- p presión del fluido;

ρ es la densidad del fluido. El agua en todo este documento y en los modelos numéricos que serán presentados se considera un fluido incompresible con densidad constante en todo el dominio del fluido, tanto dentro como fuera del medio poroso. La porosidad de dicho medio n se define como

$$n = \frac{V_{VACIO}}{V_{TOTAL}} \quad \text{ec. 2.2}$$

En este caso la porosidad se considera únicamente dependiente de la posición, despreciando la variación de ésta en función del tiempo.

El fluido es considerado como un continuo en el que la presencia del medio poroso es tenida en cuenta a través de la porosidad n .

2.1.2 Ecuaciones que gobiernan la filtración

El principal objetivo del código de cálculo desarrollado en CIMNE, es poder simular la evolución de la línea de filtración fuera y dentro de la presa o del talud de forma unificada.

Se modificaron las clásicas ecuaciones de Navier Stokes para fluidos incompresibles para tener en cuenta la porosidad cuando el fluido entra en el medio poroso. Sin embargo, se recupera la forma clásica de las ecuaciones de Navies Stokes cuando el fluido abandona la zona porosa.

Las ecuaciones de la conservación de la masa y de conservación de la cantidad de movimiento oportunamente modificadas (para más información consultar [7] y [8]) son:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \rho \partial_t \mathbf{v} + \rho \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v} + n \nabla p - \mu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{D} - \rho \mathbf{b} n &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad \text{ec. 2.3}$$

donde $\partial_t \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$

\mathbf{D} es el término de Darcy, que representa los efectos disipativos debidos a la interacción ente el sólido y la parte fluida. \mathbf{D} desaparece cuando el fluido abandona la región porosa, pues $n = 1$ y entonces $k \rightarrow \infty$.

La ley de Darcy generalizada elegida en este caso, de entre las seis expuestas en el primer capítulo, es la de Ergun. Como se ha visto se trata de una formulación de tipo cuadrático y en la que se anula el gradiente hidráulico cuando el fluido se encuentra fuera del medio poroso, permitiendo el tratamiento del fluido fuera y dentro del medio poroso mediante un modelo único. La matriz de Darcy para la formulación de Ergun es

$$\mathbf{D} = \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1,75}{\sqrt{150}} \frac{\rho}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} \quad \text{ec. 2.4}$$

donde k es la permeabilidad definida en función de la porosidad n y el diámetro medio de las partículas que constituyen el medio poroso d_{50}

$$k = \frac{n^3 d_{50}^2}{150(1-n)^2} \quad \text{ec. 2.5}$$

2.2 Función LEVELSET

En los algoritmos desarrollados para la modelización de la filtración en un material granular se ha empleado la formulación Euleriana o espacial y, en consecuencia, la malla es fija. En esta formulación la determinación de la superficie libre no es automática.

Si $\Omega^0 \subset \mathbb{R}_d$ (donde d es la dimensión del espacio) es el dominio global de análisis y el dominio del fluido, definido previamente, es $\Omega(t) \subset \Omega^0$. El contorno del dominio del fluido es definido en parte por $\partial\Omega^0$ y por un contorno móvil llamado $\partial\Omega_{\text{libre}}(t) = \partial\Omega(t) \setminus \partial\Omega^0 \cap \partial\Omega(t)$. Esta parte móvil de $\partial\Omega(t)$ es definida usando la función level set. La parte móvil del contorno está

compuesta por puntos con valor nulo de la función level set, función suave como mínimo continua Lipschitz $\varphi(\mathbf{x}, t)$

$$\partial\Omega(t) = \{\mathbf{x} | \varphi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad \text{ec. 2.6}$$

definiendo la función level set como (ver figura 2.2)

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}, t) &> 0 && \text{si } \mathbf{x} \notin \Omega; \\ \varphi(\mathbf{x}, t) &= 0 && \text{si } \mathbf{x} \equiv \partial\Omega_{\text{libre}}(t); \\ \varphi(\mathbf{x}, t) &< 0 && \text{si } \mathbf{x} \in \Omega; \end{aligned} \quad \text{ec. 2.7}$$

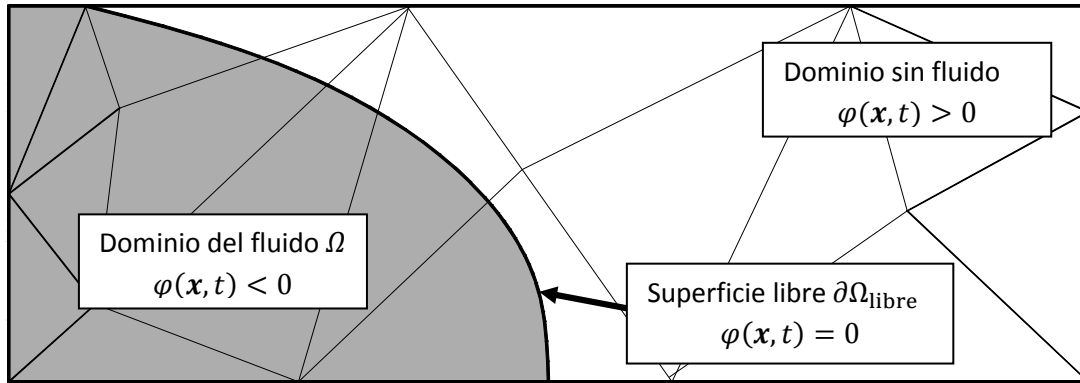


Figura 2.2 Representación de la función Level Set en el dominio Ω^0

En los algoritmos desarrollados por CIMNE para la modelización de la filtración en un material granular, la función level set es la función distancia Euclidiana

$$d(\mathbf{x}) = \min(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|) \quad \forall \mathbf{x}_i \in \partial\Omega_{\text{libre}} \quad \text{ec. 2.8}$$

Entonces la función level set para un tiempo t dado es

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}) &= d(\mathbf{x}) > 0 && \text{si } \mathbf{x} \notin \Omega, t \in (0, T); \\ \varphi(\mathbf{x}) &= d(\mathbf{x}) = 0 && \text{si } \mathbf{x} \equiv \partial\Omega_{\text{libre}}(t), t \in (0, T); \\ \varphi(\mathbf{x}) &= d(\mathbf{x}) < 0 && \text{si } \mathbf{x} \in \Omega, t \in (0, T); \end{aligned} \quad \text{ec. 2.9}$$

Para más detalle consultar [13].

2.2.1 La función extrapolación

Para permitir la convección en la superficie libre $\partial\Omega_{\text{libre}}$ en las regiones de Ω^0 fuera de $\Omega(t^n)$ es necesaria una extrapolación del campo de velocidades en el área próxima a la superficie libre pero externa a $\Omega(t^n)$.

Se define, entonces, un dominio de extrapolación que permita no tener que extrapolar el campo de velocidades en todas las regiones de Ω^0 fuera de $\Omega(t^n)$ y poder reducir el coste computacional que acarrea esta actuación. En este dominio de extrapolación se sitúan los nodos de la zona susceptible de ser en la que se encuentre la superficie libre en t^{n+1} (ver figura 2.3). Cabe decir que este dominio debe ser suficientemente grande como para garantizar que la superficie libre en t^{n+1} se encontrará en él.

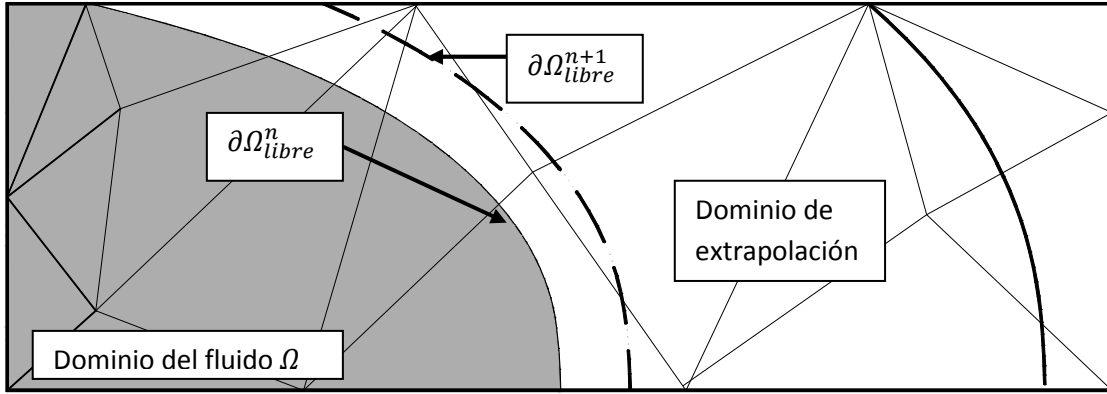


Figura 2.3 Representación de la función Level Set en el dominio de extrapolación en el dominio Ω^0

2.2.2 Cálculo de la función distancia

El proceso de filtración de un fluido en un medio poroso hace necesario redefinir la función distancia en cada paso de tiempo. El cálculo de esta función se realiza siguiendo la metodología desarrollada en [9], donde la función de Eikonal es utilizada como condición de contorno.

$$\|\nabla T\| \cdot F = 1 \text{ (Ecuación de Eikonal)} \quad \text{ec. 2.10}$$

donde T es el tiempo de llegada del frente y F es la velocidad en el frente.

Cuando $F = 1$

$$\|\nabla T\| = \|\nabla \varphi\| \quad \text{ec. 2.11}$$

Es decir, la función T coincide con la función distancia φ definida al principio de esta sección.

El cálculo de la función distancia $\varphi(x, t)$ se realiza mediante interpolación con elementos finitos, siendo su discretización en cada elemento

$$\|\nabla \varphi^e\| = \|\mathbf{B}^T \mathbf{d}\| \quad \text{ec. 2.12}$$

donde $\mathbf{d}^T = (d_1, d_2, d_3, d_4)$ es el vector nodal de las distancias de un elemento tetraédrico y \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} N_{1,x} & N_{1,y} & N_{1,z} \\ N_{2,x} & N_{2,y} & N_{2,z} \\ N_{3,x} & N_{3,y} & N_{3,z} \\ N_{4,x} & N_{4,y} & N_{4,z} \end{bmatrix} \quad \text{ec. 2.13}$$

es la matriz de derivadas de las funciones de forma en las tres direcciones cartesianas.

Entonces la función distancia queda reescrita como

$$\begin{bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,x}d_1 + N_{2,x}d_2 + N_{3,x}d_3 + N_{4,x}d_4 \\ N_{1,y}d_1 + N_{2,y}d_2 + N_{3,y}d_3 + N_{4,y}d_4 \\ N_{1,z}d_1 + N_{2,z}d_2 + N_{3,z}d_3 + N_{4,z}d_4 \end{bmatrix} \quad \text{ec. 2.14}$$

y la ecuación de Eikonal puede reescribirse como

$$(d_x + N_{4,x}d_4)^2 + (d_y + N_{4,y}d_4)^2 + (d_z + N_{4,z}d_4)^2 = 1 \quad \text{ec. 2.15}$$

donde

$$\begin{aligned} d_x &= N_{1,x}d_1 + N_{2,x}d_2 + N_{3,x}d_3 \\ d_y &= N_{1,y}d_1 + N_{2,y}d_2 + N_{3,y}d_3 \\ d_z &= N_{1,z}d_1 + N_{2,z}d_2 + N_{3,z}d_3 \end{aligned} \quad \text{ec. 2.16}$$

cuando la distancia de tres de los cuatro nodos del elemento son conocidas, siendo únicamente incógnita la distancia del cuarto nodo d_4 . El máximo valor entre las dos posibles soluciones de (ec. 2.15) será la solución del problema. En caso que la solución sea imaginaria, existe la posibilidad de definir la distancia en función de otro elemento y si no es posible el nodo puede ser saltado y la solución interpolada al final.

2.3 Algoritmo Elembased

El algoritmo *Elembased* está desarrollado utilizando una típica formulación de elementos finitos donde la unidad básica es el mismo elemento (ver figura 2.4). Se utilizan elementos lineales en velocidad y presión. Las ecuaciones (ec. 2.3) se tendrán que modificar oportunamente para superar los problemas numéricos que se derivan de la condición de incompresibilidad y del término convectivo. Por ello se utiliza una técnica de estabilización oportuna, por más detalle consultar [7].

El problema es transitorio y para la integración temporal se utiliza un esquema de Crank Nicholson de 2º orden implícito en velocidad y presiones.

Esto implica que para obtener el valor de las variables al paso de tiempo actual se deberá resolver un sistema de ecuaciones. El coste computacional es elevado pero el método es incondicionalmente estable (el paso de tiempo no tiene porque respetar ninguna condición para que el método sea estable).

El sistema de ecuaciones resultantes, en su forma matricial se resuelve monolíticamente.

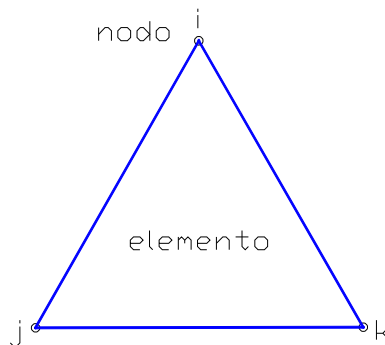


Figura 2.4 Unidad básica del algoritmo *Elembased*.

2.4 Algoritmo Edgebased

En la formulación del problema mediante el algoritmo *Edgebased*, la unidad de análisis es la arista de la malla [10] (ver figura 2.5). Las ecuaciones para resolver son las mismas que se resuelven en el algoritmo *Elembased*, sin embargo en este caso se utiliza un método de paso fraccionado donde se divide la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para permitir un desacoplamiento de los grados de libertad del sistema. Esto permite tener una sola incógnita por ecuación. Para más detalle ver a [11].

El problema es transitorio y se necesitará un esquema de integración temporal.

El algoritmo, a pesar de tratar implícitamente la presión, resuelve explícitamente la velocidad utilizando un esquema de Runge Kutta de 4º orden para la integración temporal [7]. Utilizar un esquema explícito implica no tener que resolver un sistema de ecuaciones, de aquí la extrema ganancia en término de eficiencia temporal. Aun así, la ventaja de un esquema explícito acarrea una contrapartida destacable, es condicionalmente estable. Esto significa que para garantizar la estabilidad se debe de cumplir a cada paso de tiempo la condición de Courant-Levy-Friedrich (CFL)

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} < C \quad \text{ec. 2.17}$$

donde v es la velocidad del fluido en la malla

Δx es la dimensión física de la malla utilizada

Δt es el intervalo de tiempo

C es una constante impuesta al introducir el modelo cuya finalidad es evaluar Δt para garantizar el cumplimiento de (ec.2.17)

$$\Delta t < C \frac{\Delta x}{v} \quad \text{ec. 2.18}$$

El aprovechamiento de los procesadores disponibles en el ordenador, trabajando paralelamente en ellos, permite reducir el coste computacional.

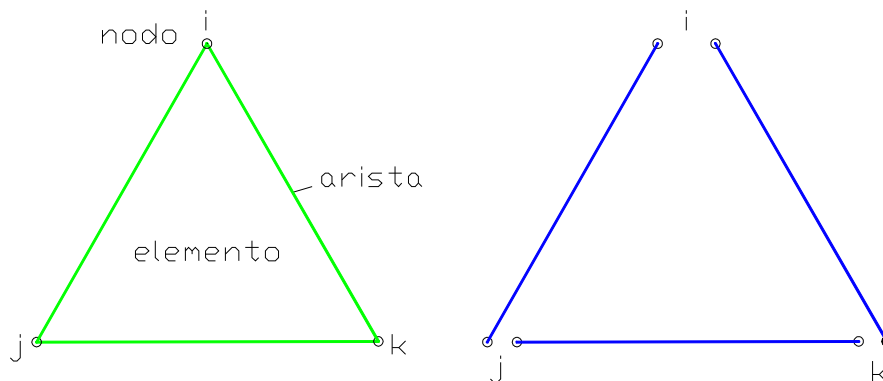


Figura 2.5 Representación de la unidad básica del algoritmo *Edgebased* frente al elemento de la malla

2.5 Ejemplos numéricos

En esta sección se presentan cuatro ejemplos numéricos ejecutados con los algoritmos descritos en el apartado anterior. La finalidad de cada uno de ellos es verificar el correcto funcionamiento de los dos algoritmos en cuestión y, posteriormente, dar validez a los resultados obtenidos con éstos para casos más complejos, como serán los que se desarrollarán en el próximo capítulo.

Se comprobará entre otros aspectos el cumplimiento de la ecuación de Ergun y del principio de la conservación de la masa, además de la correcta modelización del estado hidrostático.

Cabe destacar que para poder establecer una analogía entre los resultados obtenidos con el algoritmo *Edgebased* y el algoritmo *Elembased* se han empleado las mismas mallas al ejecutar los ejemplos con uno y otro.

2.5.1 Conservación de la masa

El primer ejemplo, llamado *Conservación de la masa*, es la modelización en dos dimensiones de un depósito, de volumen conocido, en el que se produce la entrada de un caudal dado constante por su base inferior hasta su completo llenado. Este sencillo ejemplo es suficiente para comprobar el cumplimiento del principio de conservación de la masa y la influencia de la malla sobre éste. El procedimiento para valorar si se ha producido una variación de masa será la comparación del tiempo teórico que tardaría el fluido incompresible en abandonar el dominio por su parte superior y el que realmente tarda con cada una de las mallas y para ambos algoritmos, considerando que en el instante $t=0s$ se inicia el llenado.

Las dimensiones del depósito que se han considerado en éste análisis son $5 \times 10 \times 5$ m y el caudal de entrada es $5 \text{ m}^3/\text{s}$. El depósito se encuentra vacío y por esta razón el valor de la porosidad tomado es $n=1$ (ver figura 2.6).

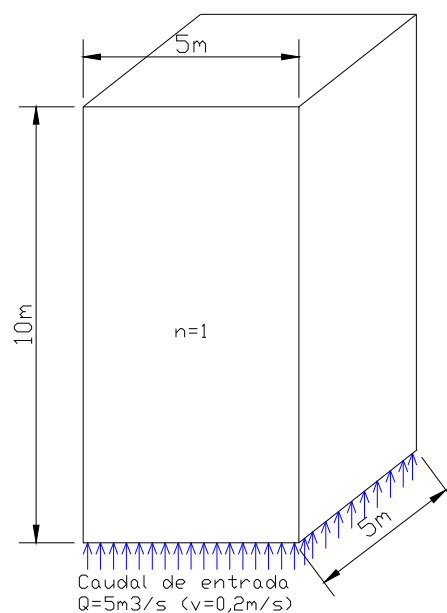


Figura 2.6. Depósito de *Conservación de la masa*

2.5.1.1 Modelo geométrico

El modelo geométrico en 2D empleado en *Conservación de la masa* consiste en una única superficie de dimensiones 5x10m en la que la entrada del fluido se produce por la arista inferior (ver figura 2.7).

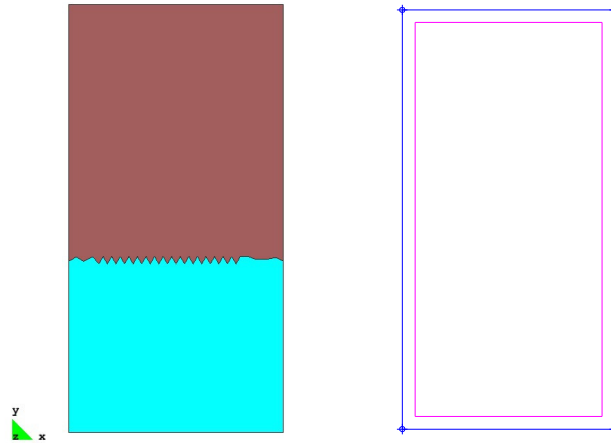


Figura 2.7 Modelo geométrico, vista de los materiales, izquierda, y superficies, derecha

La simplificación del modelo a dos dimensiones se realiza obviando la tercera dimensión, el espesor $B=5\text{m}$. Dicho valor no se debe dejar de lado, a pesar que no aparece directamente en el modelo, pues es necesario para la determinación de una de las condiciones de contorno, la velocidad de entrada, que se verá más adelante.

Como se ha introducido anteriormente, el interés de este ejemplo radica en comprobar que los algoritmos verifican el principio de conservación de la masa, evaluando la influencia de la malla. Es por esta razón que se ha ejecutado *Conservación de la masa* con tres mallas triangulares no estructuradas (ver figura 2.8) cuyas características quedan recogidas en la tabla 2.1.

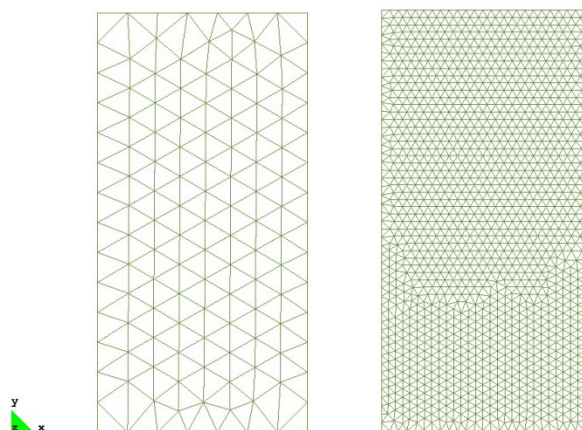


Figura 2.8 Malla 1 y malla 2, respectivamente

	Tamaño de los elementos (m)	Número de nodos	Número de elementos
Malla 1	0,7	132	220
Malla 2	0,2	1501	2850

Tabla 2.1 Características de las mallas

2.5.1.1.1 Condiciones de contorno

Conocido el caudal ($Q = 5m^3/s$) y la velocidad de entrada ($A' = 25m^2$) el caudal por unidad de área en la entrada es:

$$Q = v \cdot A \rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{5 m^3/s}{25 m^2} = 0,2m/s$$

Entonces, en la arista inferior se impone, conjuntamente, la función distancia nula y la velocidad de entrada 0,2m/s. La presión de salida del fluido por la arista superior se supone nula y en las otras dos aristas la condición de contorno impuesta es la condición SLIP (ver figura 2.9).

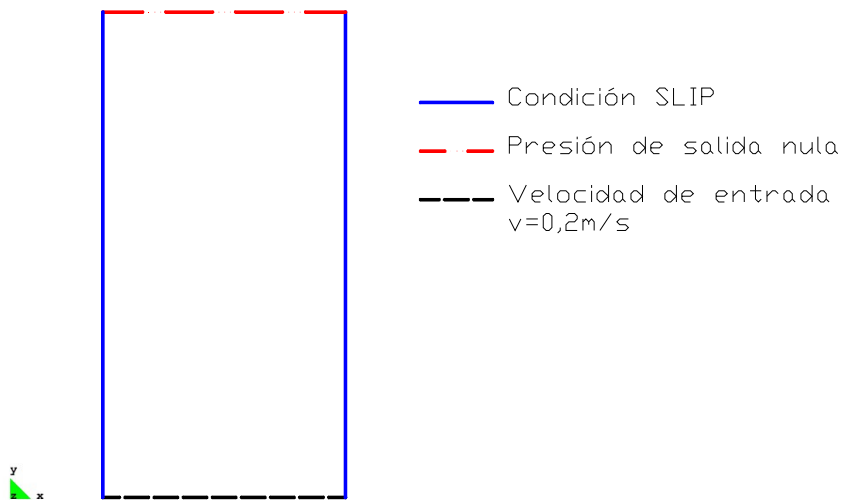


Figura 2.9 Condiciones de contorno

Es necesario asignar valor negativo a la función distancia en la arista inferior para que cualquiera de los algoritmos interprete que es la zona de entrada del fluido.

2.5.1.2 Resultados

El principio de conservación de la masa dice que la masa del medio continuo (y, por lo tanto, la de cualquier volumen material de este que se considere) es siempre la misma [8].

El volumen total del depósito son $250m^3$ y, como ya se ha indicado en las secciones anteriores, el caudal de entrada es $5m^3/s$. La relación entre ambas variables permite llegar a obtener el tiempo de llenado:

$$V = Q \cdot t \rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{250}{5} = 50s$$

Cualquier tiempo de llenado distinto a 50s implica variación de masa. Si el tiempo es superior se produce pérdida de masa y si el tiempo es inferior implica ganancia de masa. Más adelante,

en función de los resultados obtenidos para cada algoritmo se entrará más en detalle en esta cuestión.

El criterio aplicado para considerar que el fluido ha abandonado el dominio es que la superficie con valor nulo de la función distancia haya alcanzado la arista superior del mismo (ver figura 2.10).

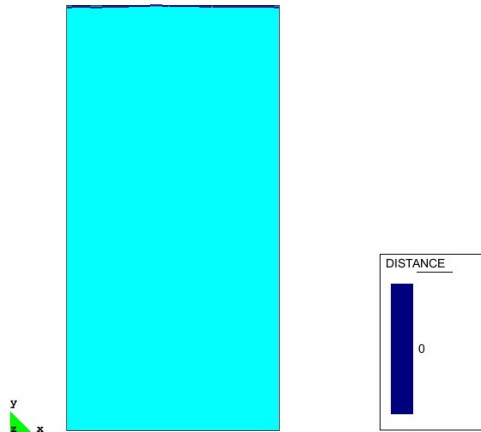


Figura 2.10 Situación depósito lleno

2.5.1.2.1 Resultados obtenidos con Elembased

Los tiempos de llenado conseguidos al ejecutar el modelo con el algoritmo *Elembased*, para las mallas 1, y 2 se recogen en la tabla 2.2:

	Malla 1	Malla 2
Tiempo de llenado (s)	50,11	50,11

Tabla 2.2 Tiempos de llenado (segundos) en función de la malla con *Elembased*

La diferencia existente entre los resultados obtenidos con *Elembased* y el tiempo de comparación, 50s, 0,11s o lo que es lo mismo, un 0,22% respecto del valor esperado es despreciable. Por lo tanto, se está en condiciones de afirmar que este algoritmo no produce variaciones de masa.

2.5.1.2.2 Resultados obtenidos con Edgebased

Los tiempos obtenidos al ejecutar el modelo con el algoritmo *Edgebased*, para las mallas 1 y 3 se recogen en la tabla 2.3:

	Malla 1	Malla 2
Tiempo de llenado (s)	49,11	49,61

Tabla 2.3 Tiempos de llenado (segundos) en función de la malla con *Edgebased*

En este caso, la diferencia de tiempo entre el valor esperado y lo obtenido es mayor que con *Elembased*. Analizando el volumen llenado en los tiempos recogidos en la tabla 2.3 se puede establecer qué tipo de variación de masa se produce:

$$V(t_{malla1}) = Q \cdot t_{malla1} = 5 \cdot 49,11 = 245,55m^3$$

$$V(t_{malla2}) = Q \cdot t_{malla2} = 5 \cdot 49,61 = 248,05m^3$$

Para la malla1, si en 49,11s se ha llenado un volumen de 250m³, en lugar de los 245,55m³ que en realidad se deberían de haber llenado, quiere decir, que se ha producido una ganancia de masa de 4,45m³, que presenta un 1,78% respecto del volumen total. De la misma manera, para la malla 2, si en 49,61s se ha llenado el volumen de control, en lugar de los 248,05m³ que debería, entonces también se ha producido una ganancia de masa de 1,95m³, menor que en el caso de la malla 1, que representa un 0,7% respecto del volumen total.

En definitiva, *Edgebased* produce una leve ganancia de masa que disminuye con el refinado de la malla.

2.5.2 Agua quieta

El segundo ejemplo es un dominio cuadrado de lado $L = 10m$, que contiene en una parte un medio poroso, y en el que se encuentra un fluido en reposo. El nombre dado a este caso es *Agua quieta*, y es la modelización en dos dimensiones de un depósito con las características anteriormente descritas.

Para modelizar la presencia del medio poroso se considera la existencia de dos medios, el aire y el medio 1, cuyas porosidades son $n=1$ y $n=0,5$, respectivamente, y su distribución en el dominio queda recogida en la figura 2.11.

El objetivo principal perseguido con *Agua quieta* es verificar que tanto *Elembased* como *Edgebased* modelizan correctamente la distribución de presiones.

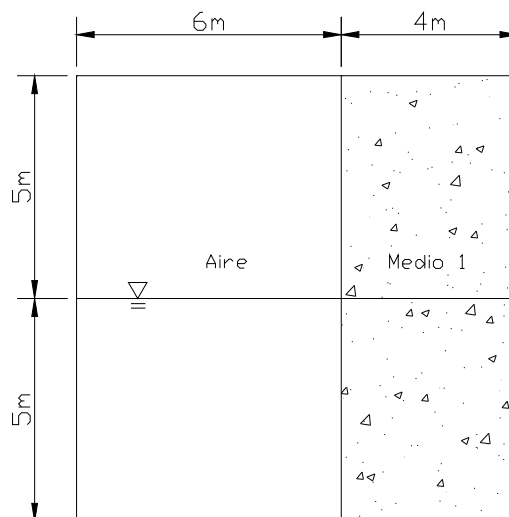


Figura 2.11 Geometría real de Agua Quieta

El fluido ocupa la mitad inferior del dominio, es decir, el calado del mismo es $y = 5m$ y para facilitar la comprobación se ha tomado el valor de la gravedad como $a_y = -\frac{10m}{s^2}$.

2.5.2.1 Modelo geométrico

Para la modelización de *Agua quieta* se emplea una única superficie de dimensiones 10x10m (ver figura 2.12)

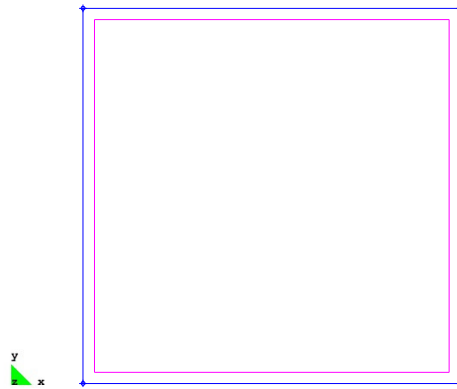


Figura 2.12 Modelo geométrico, vista de las superficies, de Agua quieta

La malla empleada en este modelo es una malla estructurada de elementos triangulares de 3 nodos, cuyo tamaño es 0,7m (ver figura 2.13), compuesta por 113 nodos y 196 elementos.

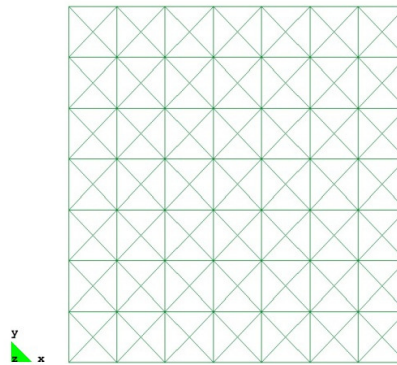


Figura 2.13 Malla empleada

2.5.2.1.1 Condiciones de contorno

El fluido, como ya se ha indicado está en reposo en el interior del dominio, esto se traduce en que no es necesario introducir una velocidad de entrada. De esta forma únicamente se tiene que imponer la presión nula en la arista superior, al considerarse que el dominio está abierto en su parte superior, estableciendo una analogía con el caso de un recipiente, y la condición SLIP en las otras tres aristas que definen la superficie (ver figura 2.14).

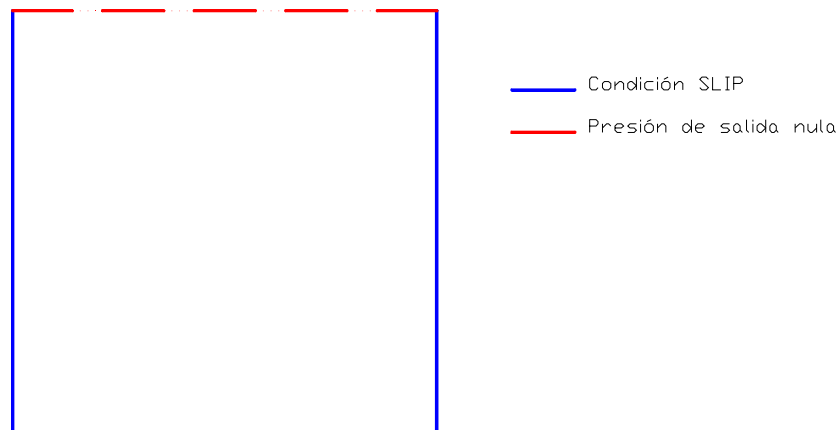


Figura 2.14 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas

Desde el script, como se ha indicado anteriormente, se asigna la posición del fluido y la superficie libre, para ello se le indica que el valor de la función distancia es nulo en $y = 5m$ y negativo en cualquier que cumpla que su cota es menor que $5m$ ($y < 5m$).

2.5.2.2 Resultados

El fluido se encuentra en reposo y estado estacionario desde el instante inicial de cálculo.

La altura de agua de la columna en el dominio es $5m$, de manera que la presión máxima alcanzada, en la base del dominio, debe ser

$$P = \gamma \cdot h = \rho \cdot g \cdot h = 10000 \cdot 10 \cdot 5 = 50000N/m^2$$

La comprobación de los resultados tiene entonces tres vertientes, verificar que la posición de la superficie libre se encuentra justamente en la sección $y = 5m$, que la presión en la sección $y = 0m$ es $50000N/m^2$ y que la distribución de presiones sea lineal.

2.5.2.2.1 Resultados obtenidos con Elembased

La presión de la sección $y = 0m$ con el algoritmo *Elembased* es $50000N/m^2$, y además es el valor máximo de esta variable en el dominio.

La correcta modelización de la distribución de las presiones en estado hidrostático se ha verificado mediante la comprobación el paralelismo de las isolíneas que representan las presiones $0, 10000, 20000, 30000, 40000$ y $50000N/m^2$ son paralelas a la base del dominio, como puede observarse en la figura 2.15. También se observa que en la parte en la que del dominio que no contiene fluido la presión es nula, como cabía esperar.

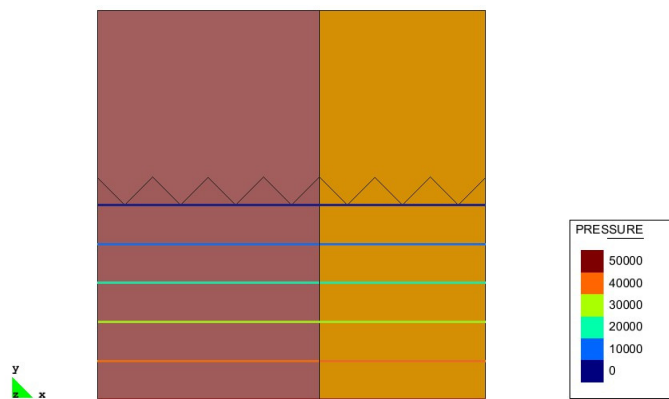


Figura 2.15 Distribución de presiones en N/m^2 obtenida con *Elembased*

La figura anterior permite comprobar que la superficie libre, aquella sección del fluido con presión nula, se encuentra en $y = 5m$, aunque también se puede emplear la función distancia para hacer la misma verificación, al encontrarse el valor nulo en la $y = 5m$ (ver figura 2.16).

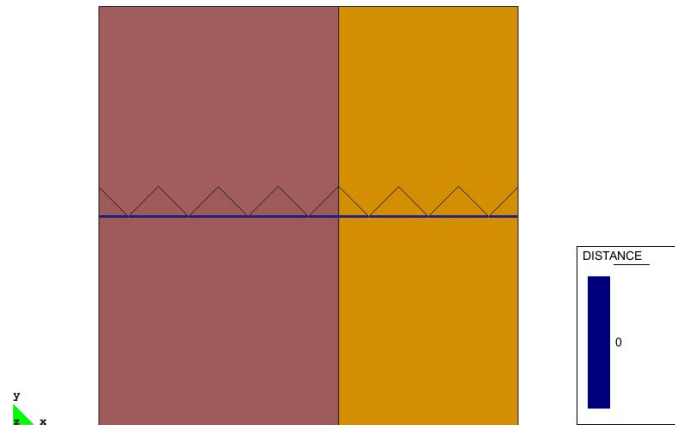


Figura 2.16 Posición de la superficie libre en $y=5m$ para *Elembased*

2.5.2.2.2 Resultados obtenidos con *Edgebased*

Las presión máxima obtenida con *Edgebased* es ligeramente superior a $50000N/m^2$, de hecho su valor es exactamente $51205 N/m^2$, en la arista inferior del dominio, aunque la superficie libre se encuentra en la sección $y = 5m$ (ver figura 2.17). La razón fundamental que origina esta anomalía en los resultados obtenidos con *Edgebased* radica en que dicho algoritmo no permite imponer de forma exacta la presión nula en la superficie libre del fluido, al contrario de lo que sucede con *Elembased*. En este caso *Edgebased* ha asignado la presión nula en $y = 5,1205m$ lo que supone una desviación de apenas $12,05cm$, bastante razonable si se tiene en cuenta que el tamaño de los elementos de la malla es $0,7m$.

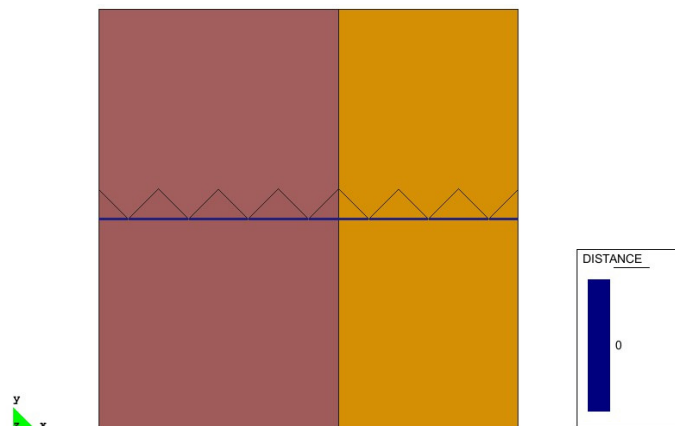


Figura 2.17 Posición de la superficie libre en $y=5 m$ para *Edgebased*

Pero dejando de lado donde establece el valor de la presión nula este algoritmo, la distribución de presiones que se puede observar en la figura 2.18 es hidrostática.

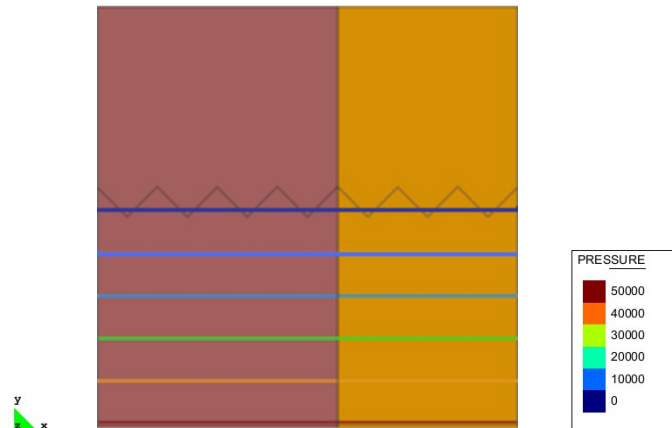


Figura 2.18 Distribución de presiones en N/m^2 obtenida con *Edgbased*

2.5.3 Columna horizontal sin gravedad

El tercer ejemplo es *Columna horizontal sin gravedad*, que consiste en un dominio rectangular de longitud 30m y altura 10m, en el que se produce el paso de un fluido que no está sometido a la acción de la gravedad, y contiene dos medios porosos de iguales características y diferentes dimensiones (ver figura 2.19). La velocidad de entrada del fluido en el dominio es 1m/s.

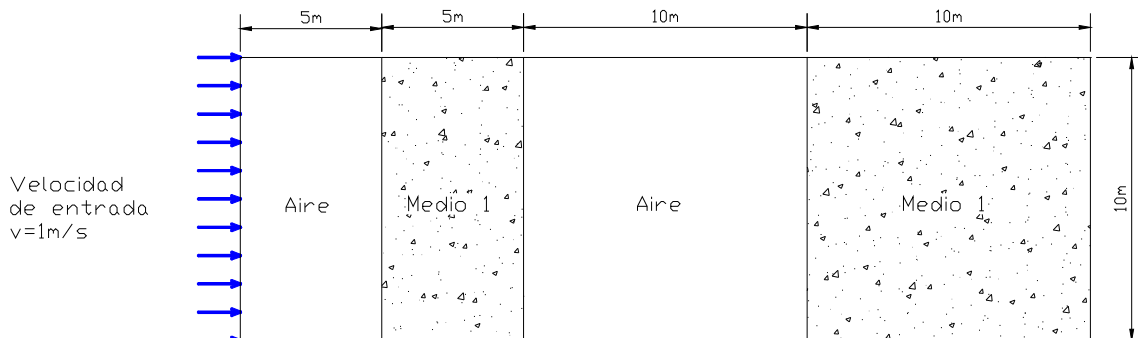


Figura 2.19 Geometría de *Columna Horizontal sin gravedad*

La presencia del medio poroso hace necesario definir dos medios, el medio 1, cuya porosidad es $n=0,5$, y el aire, con porosidad $n=1$ y diámetro medio de las partículas 0,01m.

Este dominio rectangular es la modelización en 2D de una tubería en la que se produce el flujo del fluido en presión, por lo tanto la teoría del estado hidrostático ya no es válida.

El objetivo perseguido al desarrollar este caso es comprobar la correcta modelización de las presiones, coherentes con las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido en material granular, además de estudiar el comportamiento del fluido al travesar interfaces de medios poroso.

2.5.3.1 Modelo geométrico

Se requieren cuatro superficies para la definición del dominio y las características de los medios porosos en él presentes (ver figura 2.20).

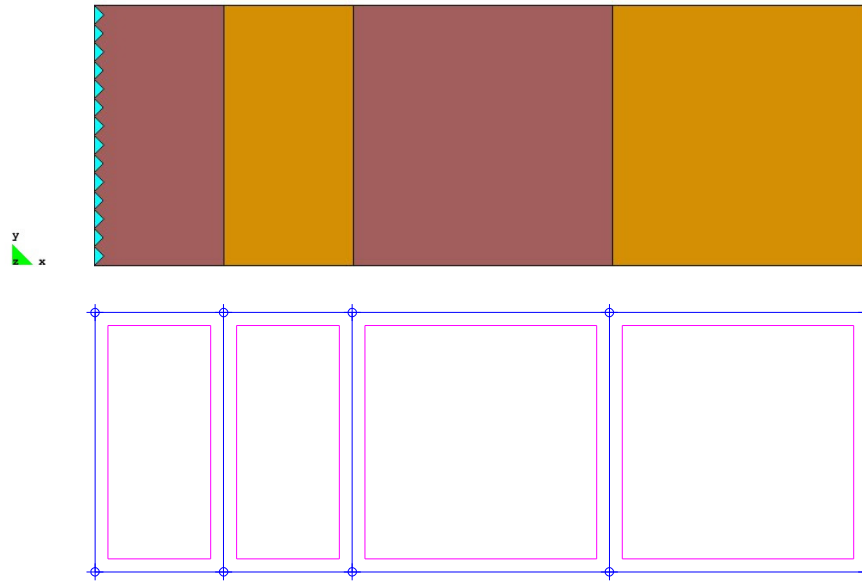


Figura 2.20 Modelo geométrico, vista de los materiales arriba y superficies abajo

La malla empleada en el cálculo es una malla estructurada de elementos triangulares, de tamaño 0,7m, que está compuesta por 645 nodos y 1176 elementos y que se ve representada en la figura 2.21.

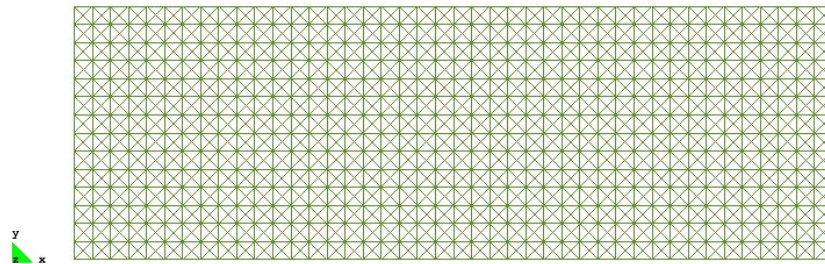


Figura 2.21 Malla utilizada en *Columna Horizontal sin gravedad*

2.5.3.1.1 Condiciones de contorno

Las condiciones impuestas en el modelo quedan recogidas en la figura 2.22. A modo descriptivo indicar que en las aristas horizontales se ha impuesto la condición SLIP, en la arista vertical derecha se impone la salida del fluido a presión nula y en la arista vertical izquierda se produce la entrada del fluido, por ello se impone el un valor negativo de la función distancia y la velocidad de entrada del fluido, 1m/s.

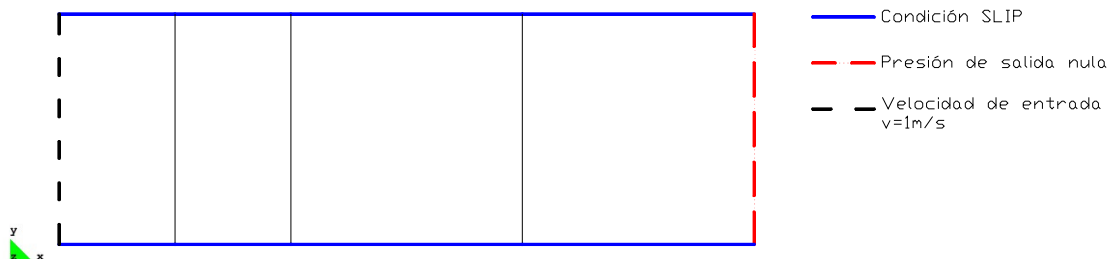


Figura 2.22 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas

2.5.3.2 Resultados

El análisis y las reflexiones sobre *Columna Horizontal sin gravedad* se hacen cuando se ha alcanzado el estado estacionario, es decir, cuando el fluido circula por todo el dominio, a sección completa y ha alcanzado la arista de salida.

En lo que respecta a la velocidad de Darcy del fluido en la dirección x, está debe ser constante en todo el dominio y exactamente la velocidad impuesta en la entrada del fluido. En la dirección y, perpendicular a la dirección del flujo, debe ser nula.

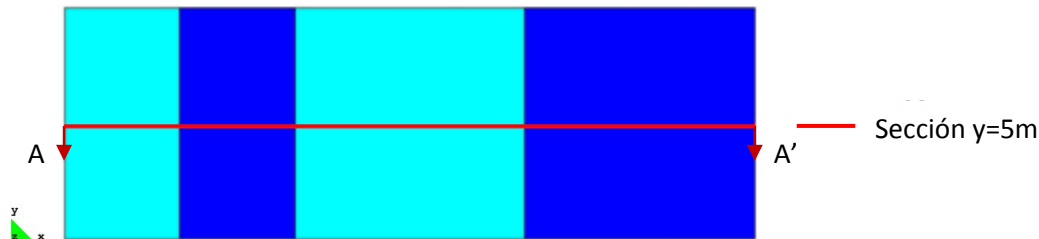


Figura 2.23 Sección de control en el análisis de los resultados de *Columna Horizontal sin gravedad*

El régimen de presiones al que se ve sometido el fluido no es hidrostático, dado que el flujo se produce en presión. Por lo tanto en el análisis de los resultados de la sección $y = 5m$ (ver figura 2.23), sea cual sea el algoritmo, y extensible a cualquier sección $y = cte$, en el medio 2 la presión del fluido debe ser constante porque la porosidad es $n=1$ y en el medio 1 la presión debe variar linealmente con la dirección x. Además debe existir continuidad de valores al saltar de un medio a otro. Cualquier comportamiento de la presión diferente al descrito debe hacer pensar en la existencia de algún problema en el algoritmo que se esté comprobando.

Para justificar lo anteriormente descrito, se recuerda que la ecuación de Navier –Stokes para un fluido en material granular es:

$$\rho \partial_t \mathbf{v} + \rho \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v} + n \nabla p - \mu \Delta \mathbf{v} + \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} - \rho \mathbf{b}n = \mathbf{0}$$

donde \mathbf{v} representa la velocidad de Darcy.

La velocidad de entrada del fluido es constante lo que implica que la velocidad de Darcy es constante. Esto significa que los términos que impliquen variación de la velocidad, bien sea respecto el tiempo o de la posición serán nulos. Además el fluido no está sometido a fuerzas exteriores. De esta manera la ecuación quedaría como:

$$\frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \nabla p = 0$$

Siendo estos términos la contribución lineal de la presión, contribución no lineal de la filtración y la término de variación de la presión, respectivamente.

Por otro lado, el material 2 no se trata de un material granular y su porosidad es $n=1$, en consecuencia, la permeabilidad sería infinita, lo que llevaría a que:

$$\nabla p = 0$$

Como las condiciones impuestas son simétricas respecto del eje x y el ejemplo *Columna horizontal sin gravedad*, no considera la acción de la gravedad, no existe variación respecto de la dirección y, luego:

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

e integrando respecto de x:

$$p = cte$$

Para el medio 1 la permeabilidad vale:

$$k = \frac{n^3 d_{50}^2}{150(1-n)^2} = \frac{0.5^3 \cdot 0.01^2}{150(1-0.5)^2} = 3. \hat{3} \cdot 10^{-7} m^2$$

Sabiendo que la velocidad es 1m/s, que es conocida la permeabilidad y porosidad del medio 1, la densidad y la viscosidad del fluido y que, como ya se apuntó en el análisis para el medio 2, la presión varía exclusivamente según la dirección x, se puede determinar cómo varía la presión en dicho medio:

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \nabla p = 0 \rightarrow \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ - \frac{10^{-3}}{3. \hat{3} \cdot 10^{-7}} - \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{1000}{\sqrt{3.3 \cdot 10^{-7}}} \frac{1}{0.5^{3/2}} = \frac{dp}{dx} \\ -7,03 \cdot 10^5 = \frac{dp}{dx} \end{aligned}$$

E integrando respecto a x:

$$p = -7,03 \cdot 10^5 \cdot x + C \text{ en } \frac{N}{m^2}$$

Ahora ya se está en situación de determinar cuál sería la distribución de presiones en una sección $y = cte$ y se sabe que en $x = 30m$ la presión es nula. Así pues se irá de $x = 30m$ a $x = 0m$, imponiendo compatibilidad en los cambios de medio.

Se define entonces la siguiente función a trozos:

$$p(x) = \begin{cases} -7,03 \cdot 10^5 \cdot (x - 30) & \text{si } 20 \leq x \leq 30m \\ 7,03 \cdot 10^6 & \text{si } 10 \leq x \leq 20m \\ 7,03 \cdot 10^6 - 7.03 \cdot 10^5 \cdot (x - 10) & \text{si } 5 \leq x \leq 10m \\ 1,055 \cdot 10^7 & \text{si } 0 \leq x \leq 5m \end{cases}$$

La distribución de las presiones deberá ser perpendicular a la dirección del flujo del fluido porque como se ha indicado no actúa ninguna fuerza externa, ni tan sólo fuerzas másicas, que haga variar la presión en la dirección paralela al mismo.

Queda comprobar si los resultados proporcionados por los algoritmos *Edgebased* y *Elembased* para la sección $y = 5m$ se ajustan a la función presión $p(x)$ anterior.

2.5.3.2.1 Resultados obtenidos con Elembased

Los resultados obtenidos con *Elembased* quedan recogidos en la figura 2.24:

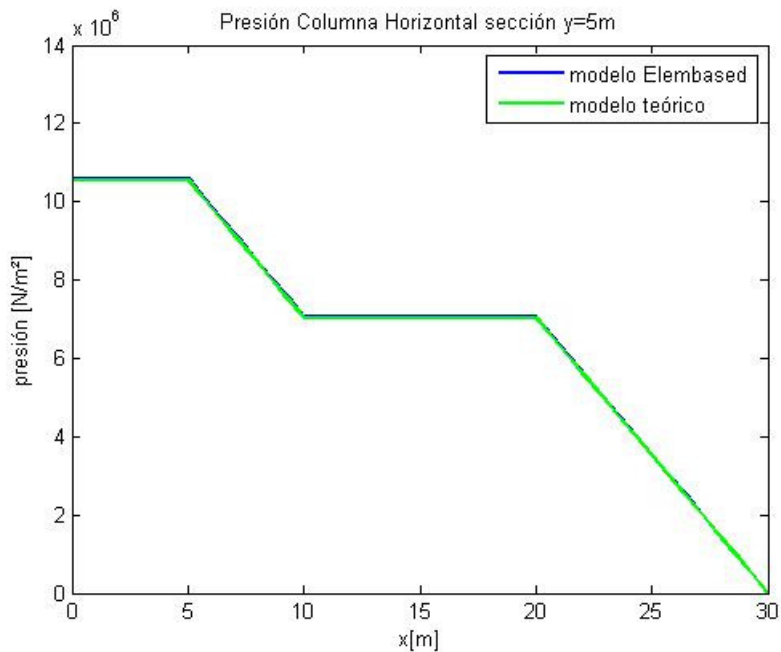


Figura 2.24 Gráfico de la distribución de presiones obtenidas con *Elembased*

Entre $x = 10m$ y $x = 20m$ el valor de la presión se mantiene constante en $7,06 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ y entre $x = 0m$ y $x = 5m$ el valor de la presión también es constante, y vale $1,09 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$. Estas dos secciones de presión constante coinciden con las zonas en las que el fluido atraviesa el medio 2. La aproximación de los valores obtenidos con *Elembased* al modelo teórico es óptima. Esto nos indica que a pesar de emplear una malla bastante gruesa, el algoritmo *Elembased* realiza una buena modelización de las presiones.

Por otra parte, como cabía esperar, la distribución de las isobaras (líneas definidas por puntos con el mismo valor de la presión) es perpendicular al eje x , dirección del flujo, como puede verse en la figura 2.25.

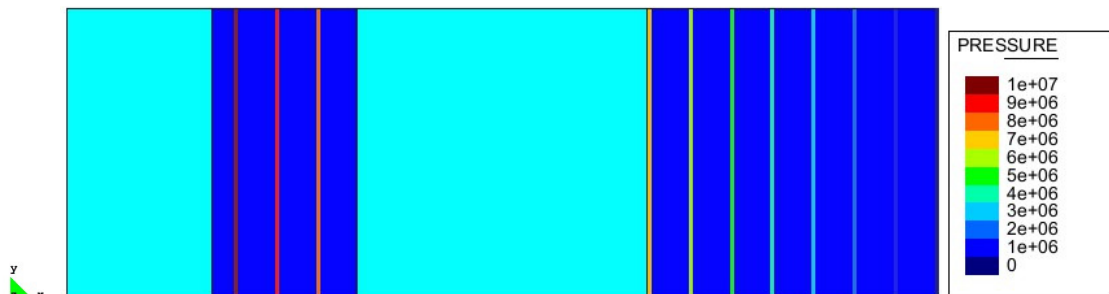


Figura 2.25 Representación de las isobaras obtenidas con *Elembased* en N/m^2

2.5.3.2.2 Resultados obtenidos con Edgebased

Los resultados obtenidos *Edgebased* quedan recogidos en la figura 2.26:

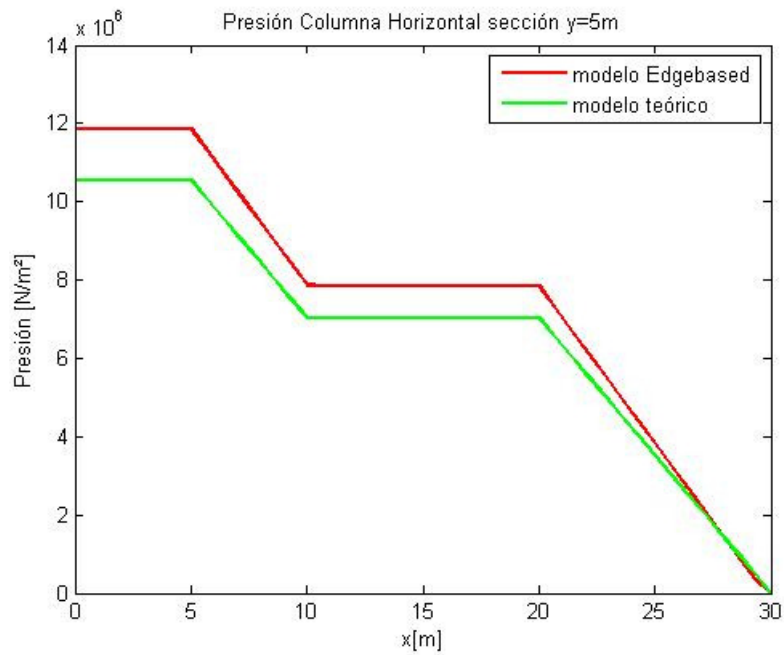


Figura 2.26 Gráfico de la distribución de presiones obtenidas con *Edgebased*

En la figura 2.26 se observa que entre $x = 10m$ y $x = 20m$ el valor de la presión se mantiene constante en $7,85 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ y entre $x = 0m$ y $x = 5m$ el valor de la presión también es constante, y vale $1,19 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$. Estas dos secciones de presión constante coinciden con las zonas en las que el fluido atraviesa el medio 2. Estos valores son superiores a los esperados en el desarrollo teórico, como consecuencia se puede afirmar, que para la misma malla, la modelización de las presiones con *Edgebased* no es tan buena como con *Elembased*.

Como cabía esperar, la distribución de isobaras es perpendicular a la dirección del flujo (según el eje x), como puede verse en la figura 2.27.

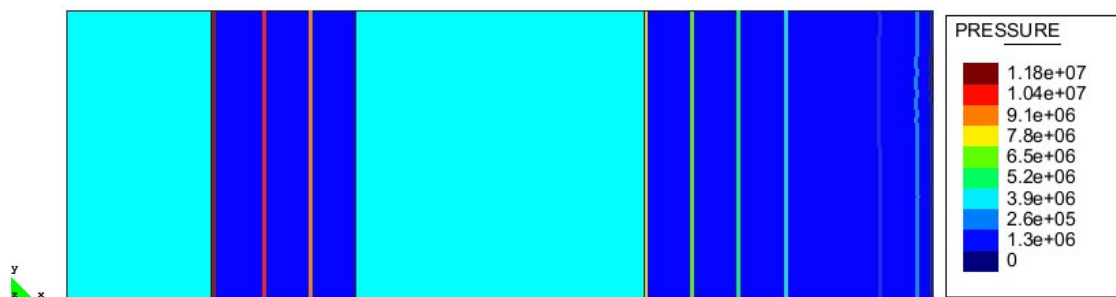


Figura 2.27 Representación de las isobaras obtenidas con *Edgebased* en N/m^2

2.5.3.2.3 Comparación de los resultados obtenidos con *Edgebased* y *Elembased*

Si ahora se comparan los resultados obtenidos con *Elembased* y *Edgebased* se puede observar que la diferencia entre uno y otros son muy reducidas (ver figura 2.28):

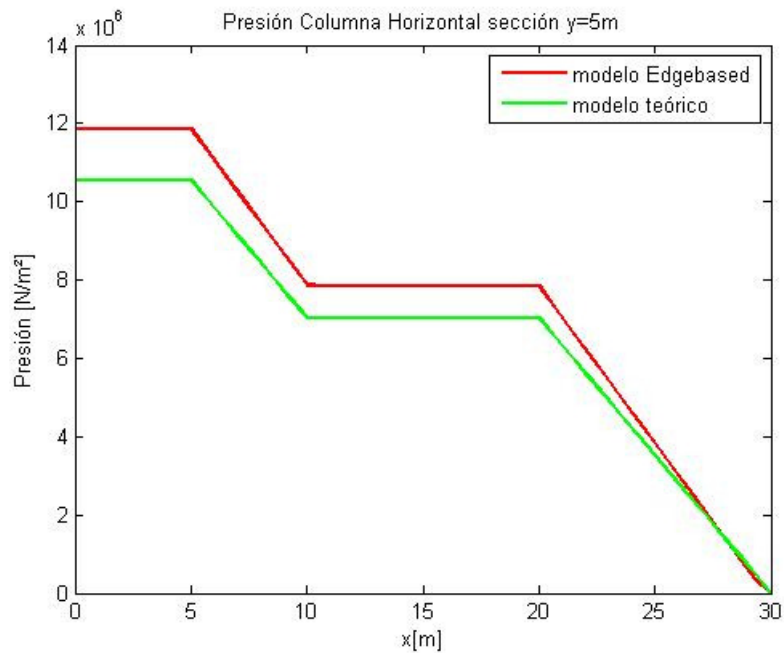


Figura 2.28 Gráfico de comparación de la distribución de presiones obtenidas con *Edgebased* y *Elembased*

Es destacable que para ser dos algoritmos con metodologías numéricas muy diferentes, aunque persiguen el mismo objetivo, los resultados son suficientemente próximos. La diferencia más importante entre uno y otro, dejando de lado por un momento la variable presión, se encuentra en que el tiempo de cálculo necesario para ejecutar *Columna horizontal sin gravedad*, es muy superior para *Elembased* (ver tabla 2.4). Esto significa que el coste computacional de *Edgebased* es menor.

	<i>Elembased</i>	<i>Edgebased</i>
Tiempo de cálculo (s)	136	720

Tabla 2.4 Tiempo de cálculo de *Horizontal Column* con cada uno de los algoritmos

2.5.4 Columna vertical

El último de los ejemplos desarrollados es *Columna vertical*. Este consiste en un dominio cuadrado de lado 10m, en el que se produce la entrada de un fluido por la arista inferior y la salida por la arista superior. En esta conducción modelizada en dos dimensiones el flujo es vertical, y se produce a través de un medio poroso que ocupa una parte de la misma. La velocidad de entrada del fluido en el dominio es 1m/s.

La presencia del medio poroso hace necesario la definición de dos medios, el medio 1, cuya porosidad es $n=0,5$ y el diámetro medio de las partículas es 0,01m, y el aire, cuya porosidad es $n=1$ (ver figura 2.29).

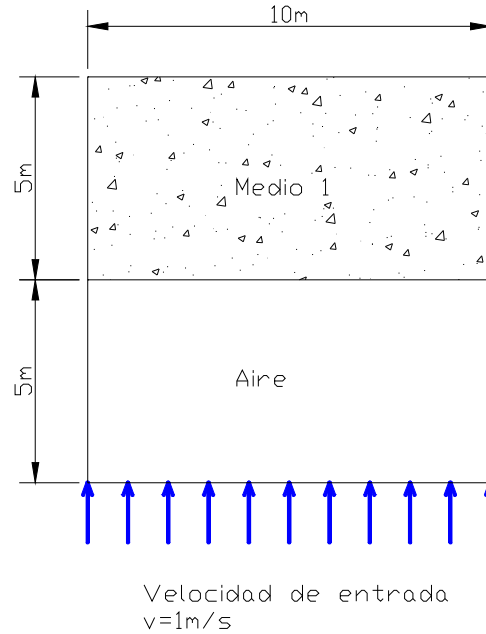


Figura 2.29 Geometría de Columna Vertical

El objetivo perseguido con este último caso es el mismo que el perseguido con *Columna vertical*, comprobar la correcta modelización de las presiones, coherentes con las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido en material granular, pero ahora para un flujo vertical y bajo la actuación de la gravedad.

2.5.4.1 Modelo geométrico

El modelo se reduce al empleo de una superficie, aunque a priori pueda parecer que sean necesarias dos para introducir las características de los dos medios porosos. Pero como ya se hizo con *Agua quieta*, se ha trabajado directamente desde el script para introducir las porosidades, lo que supone la necesidad de ejecutar el cálculo directamente a partir de dicho script, sin la intermediación de GID (ver figura 2.30).

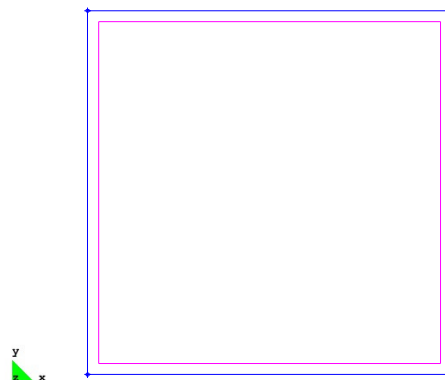


Figura 2.30 Geometría del modelo

La malla empleada para la ejecución de *Columna vertical* es una malla estructurada 2D de elementos triangulares de tamaño 0,7m, compuesta por 113 nodos y 196 elementos (ver figura 2.31).

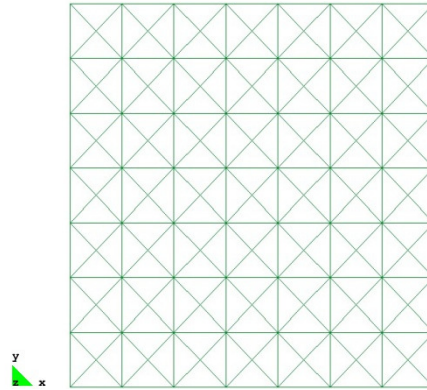


Figura 2.31 Malla utilizada en la modelización de *Columna Vertical*

2.5.4.1.1 Condiciones de contorno

Las condiciones impuestas en el modelo quedan recogidas en la figura 2.32. En las aristas verticales se ha impuesto la condición SLIP, en la arista horizontal superior se impone la salida del fluido a presión nula y en la arista horizontal superior se produce la entrada del fluido, por ello se impone un valor negativo de la función distancia y la velocidad de entrada del fluido, 1m/s.

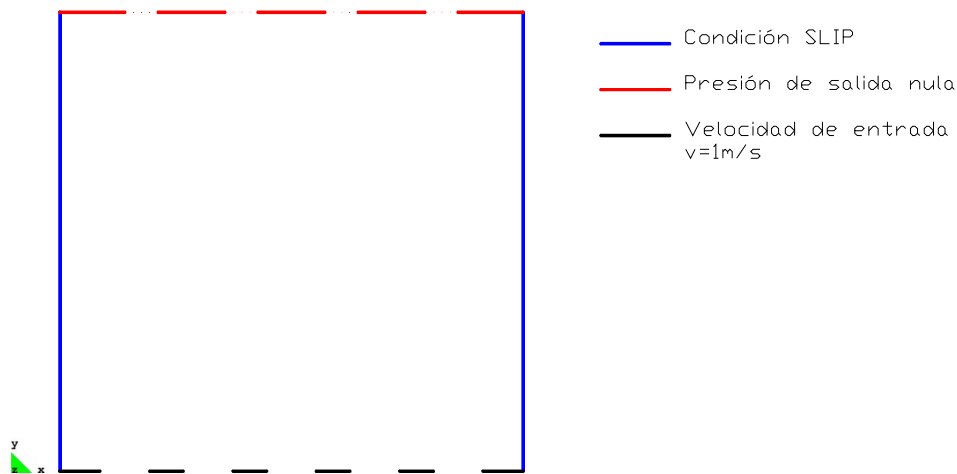


Figura 2.32 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas

2.5.4.2 Resultados

El análisis de *Columna Vertical*, como ya sucedía con *Columna Horizontal sin gravedad*, se hace cuando se ha alcanzado el estado estacionario, es decir, cuando el fluido circula por todo el dominio, a sección completa y ha alcanzado la arista de salida.

El régimen de presiones al que se ve sometido el fluido no es hidrostático, dado que el flujo se produce en presión. En el medio 2, en el que la porosidad es 1, la presión debe decrecer linealmente con la dirección por efecto de la gravedad y en el medio 1, en el que la porosidad es distinta de 1, la variación también deberá ser lineal con la dirección y, por efecto de la gravedad y por la propia filtración a través del material granular. El desarrollo a realizar para

justificar lo anteriormente expuesto es análogo al realizado con *Columna Horizontal sin gravedad*.

De nuevo se parte de la ecuación de Navier –Stokes para un fluido en material granular es:

$$\rho \partial_t \mathbf{v} + \rho \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v} + n \nabla p - \mu \Delta \mathbf{v} + \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} - \rho \mathbf{b} n = \mathbf{0}$$

donde \mathbf{v} representa la velocidad de Darcy.

Nuevamente la velocidad de entrada del fluido es constante lo que implica que la velocidad de Darcy es constante. De esta manera se desprecian los términos que impliquen variación de la velocidad, bien sea respecto el tiempo o de la posición. En esta ocasión el fluido está sometido a la acción de la gravedad:

$$\frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \nabla p = -\rho \mathbf{g}$$

Siendo estos términos la contribución lineal de la presión, contribución no lineal de la filtración y la término de variación de la presión, respectivamente.

Por otro lado, el material 2 no se trata de un material granular y su porosidad es $n=1$, en consecuencia, la permeabilidad sería infinita, lo que llevaría a que:

$$\nabla p = -\rho \mathbf{g}$$

Como las condiciones impuestas son simétricas respecto del eje y en la dirección x no actúa aceleración ni fuerza alguna que influyan sobre la presión en esta dirección, no existe variación respecto de la dirección x , luego:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

e integrando respecto de x :

$$p = C - \rho g y$$

Para el medio 1 la permeabilidad vale:

$$k = \frac{n^3 d_{50}^2}{150(1-n)^2} = \frac{0.5^3 \cdot 0.01^2}{150(1-0.5)^2} = 3.3 \cdot 10^{-7} m^2$$

Sabiendo que la velocidad es 1m/s, que es conocida la permeabilidad y porosidad del medio 1, la densidad y la viscosidad del fluido y que, como ya se apuntó en el análisis para el medio 2, la presión varía exclusivamente según la dirección y , se puede determinar cómo varía la presión en dicho medio:

$$\frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \nabla p = 0 \rightarrow \frac{\mu}{k} \mathbf{v} + \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} \frac{|\mathbf{v}|}{n^{3/2}} \mathbf{v} + \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \mathbf{g}$$

$$-\frac{10^{-3}}{3,3 \cdot 10^{-7}} - \frac{1,75}{\sqrt{150}} \frac{1000}{\sqrt{3,3 \cdot 10^{-7}}} \frac{1}{0,5^{3/2}} - \rho g = \frac{dp}{dx}$$

$$-7,03 \cdot 10^5 - \rho g = \frac{dp}{dx}$$

E integrando respecto a x:

$$p = (-7,03 \cdot 10^5 - 9810) \cdot x + C = -7,128 \cdot 10^5 \cdot x + C \text{ en } \frac{N}{m^2}$$

Ahora ya se está en situación de determinar cuál sería la distribución de presiones en una sección $x = cte$ y se conoce que en $y = 10m$ la presión es nula. Así pues se irá de $y = 10m$ a $y = 0m$, imponiendo compatibilidad en la interfaz entre medios.

Se define entonces la siguiente función a trozos:

$$p(x) = \begin{cases} -7,128 \cdot 10^5 \cdot (y - 10) & \text{si } 5 \leq y \leq 10m \\ 3,56 \cdot 10^6 - 9810 \cdot (y - 5) & \text{si } 0 \leq y \leq 5m \end{cases}$$

Esto significa que tomando como puntos de referencia (5,0) y (5,5) la presión a obtener debería ser, respectivamente, $3,61 \cdot 10^6$ y $3,56 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$.

El procedimiento a seguir con los resultados obtenidos con los algoritmos *Elembased* y *Edgebased* será verificar que la distribución de las presiones en la sección $x = 5m$ se ajusta a lo descrito anteriormente (ver figura 2.33). Además de comprobar que, para una sección $y = cte$ en cada uno de los medios, la distribución de presiones es constante. En este caso nos bastará con las secciones $y = 2,5m$ y $y = 7,5m$, en las que la presión deberá valer $2,55 \cdot 10^6$ y $1,26 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ (ver figura 2.33).

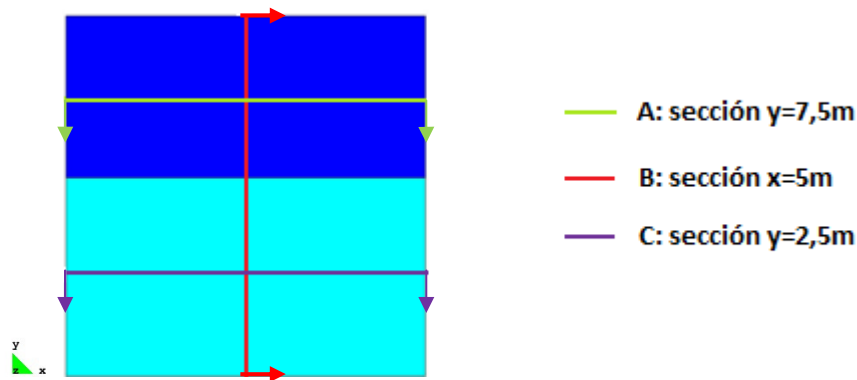


Figura 2.33 Secciones de análisis de *Columna Vertical*

2.5.4.2.1 Resultados obtenidos con *Elembased*

La distribución de presiones obtenida para la sección $x = 5m$ queda representada en la figura 2.34.

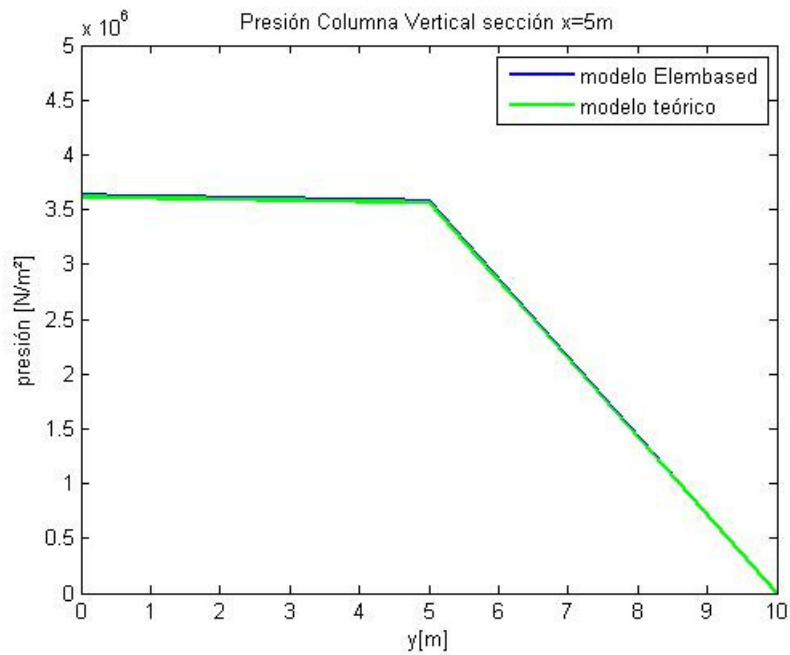


Figura 2.34 Distribución de las presiones en la sección $x=5$ obtenida con *Elembased*

En el punto $y = 5m$ la presión es $3,56 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en ambos modelos y en $y = 0m$, es $3,63 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en el modelo *Elembased* y $3,61 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en el teórico.

Si ahora se analiza la distribución de presiones en las secciones con $y = cte$ (ver figuras 2.35 y 2.36) se puede ver como la aproximación al modelo teórico sigue siendo excelente, verificándose que la presión es constante tanto para $y = 2,5m$ como para $y = 7,5m$. En el caso de la sección $y = 2,5m$ la presión es $3,60 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en el modelo *Elembased* y $3,59 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en el modelo teórico, y en el caso de la sección $y = 7,5m$ ambos valores coinciden, pues son $1,78 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$.

En definitiva, la aproximación a las presiones teóricas obtenida con *Elembased* es excelente a pesar de trabajar con una malla poco densa.

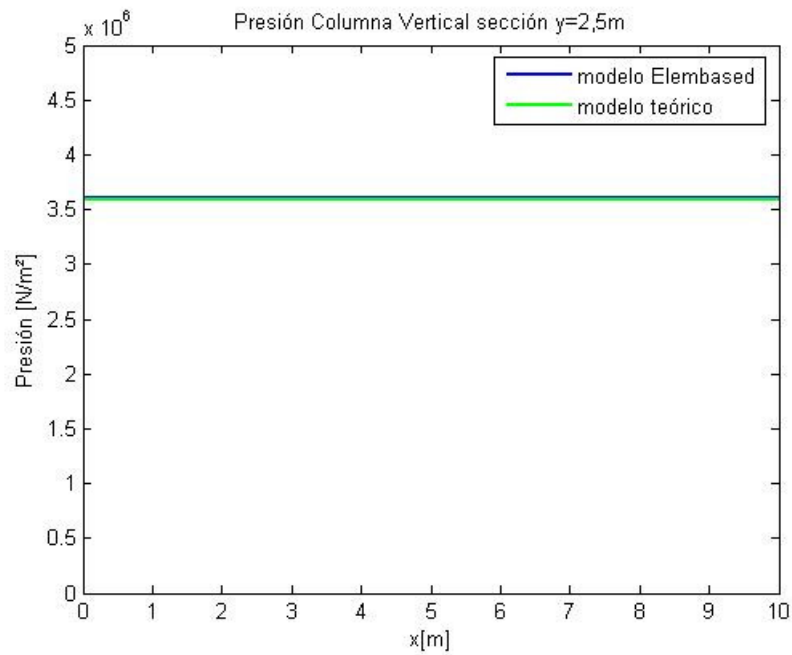


Figura 2.35 Distribución de las presiones en la sección y=2,5m obtenidas con *Elembased*

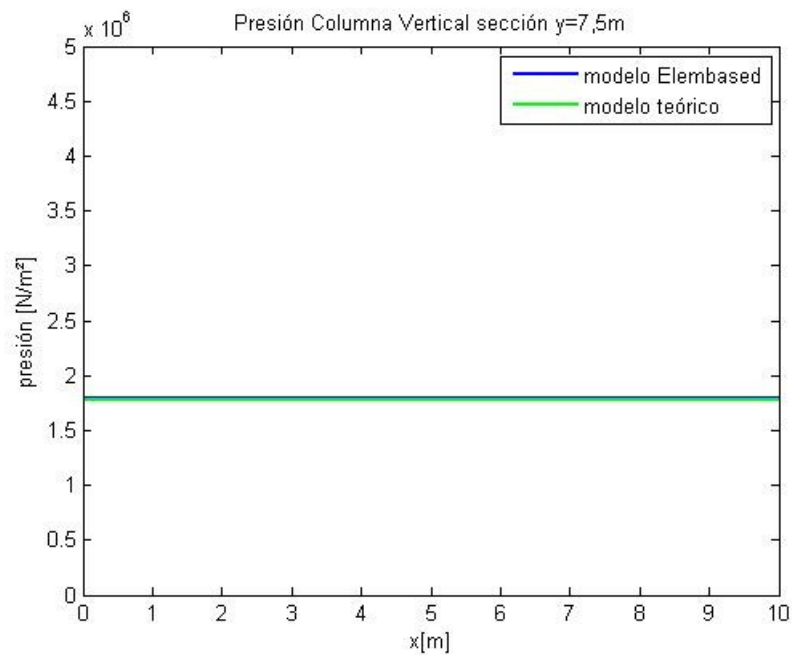


Figura 2.36 Distribución de las presiones en la sección y=7,5m obtenidas con *Elembased*

2.5.4.2.2 Resultados obtenidos con *Edgebased*

Comparado el modelo teórico con los resultados proporcionados por *Edgebased* en la sección $x = 5m$ para los puntos de control $y = 0m$ y $y = 5m$ (ver figura 2.37), se observa que los valores de la presión obtenidos con este algoritmo son superiores a los del modelo teórico, siendo, respectivamente, $3,82 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ y $3,77 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ frente a $3,61 \cdot 10^6$ y $3,56 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$, que es lo que el modelo teórico proporciona.

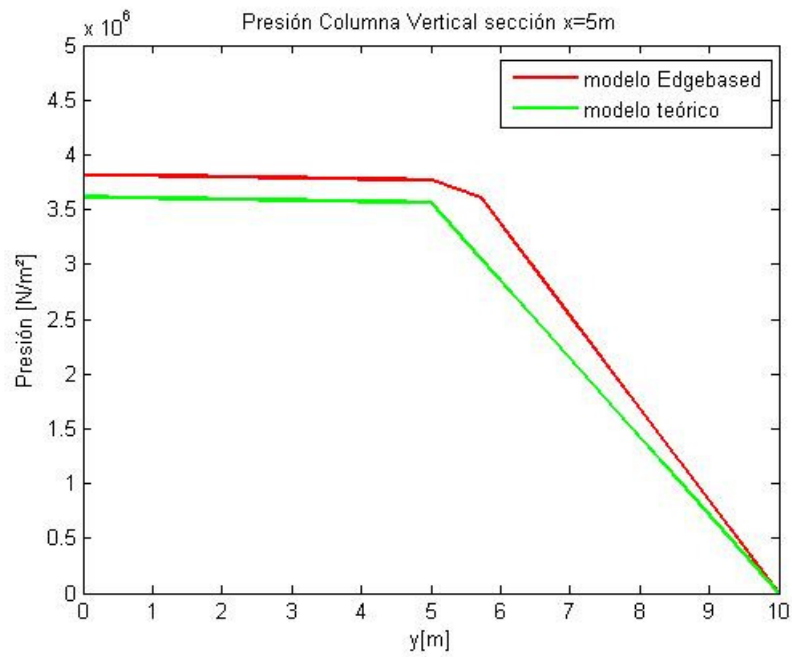


Figura 2.37 Distribución de las presiones en la sección x=5m obtenidas con *Edgebased*

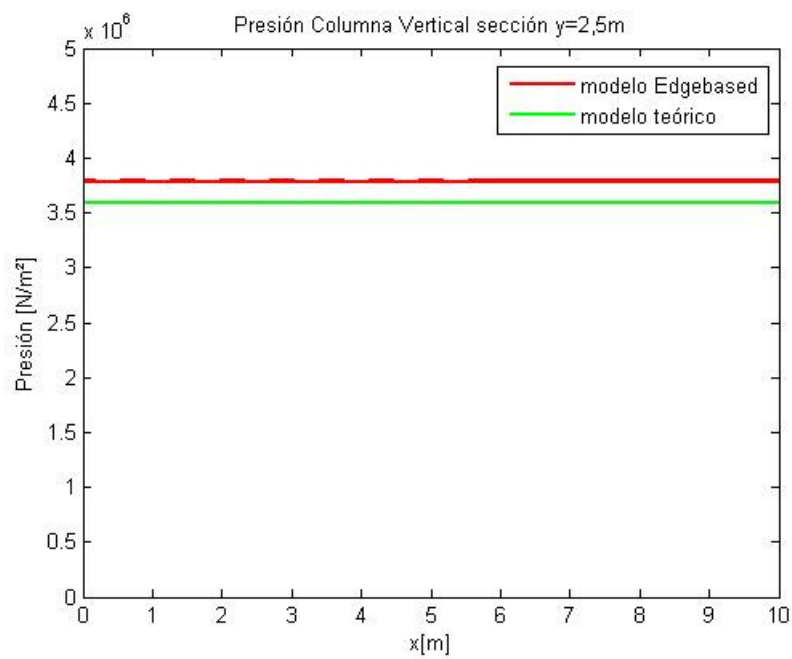


Figura 2.38 Distribución de las presiones en la sección y=2,5m obtenidas con *Edgebased*

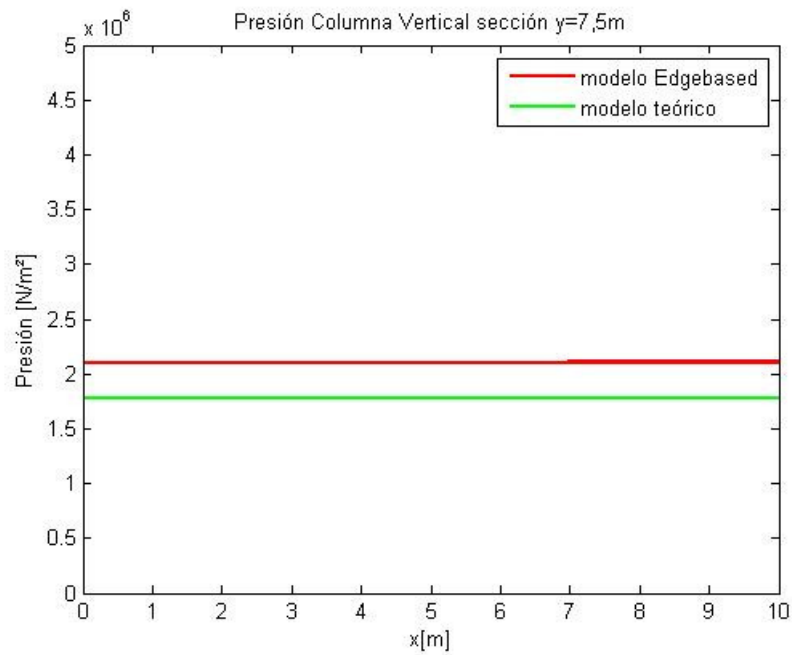


Figura 2.39 Distribución de las presiones en la sección $y=7,5m$ obtenidas con *Edgebased*

Para las secciones con $y = cte$ se observa que con este algoritmo la distribución de presiones es constante como cabía esperar, aunque existe una divergencia respecto del modelo teórico. De hecho para $y = 2,5m$ (ver figura 2.38) la presión vale $3,79 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ y para la sección $y = 7,5m$ (ver figura 2.39), $2,10 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ en lugar de los $2,55 \cdot 10^6$ y $1,26 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$, respectivamente, del modelo teórico.

2.5.4.2.3 Comparación de los resultados obtenidos con *Edgebased* y *Elembased*

Los resultados obtenidos con *Elembased* y *Edgebased* ratifican las conclusiones obtenidas en *Columna horizontal sin gravedad*, la aproximación a la presiones es peor con el segundo algoritmo que la obtenida con el primero (ver figuras 2.40, 2.41 y 2.42).

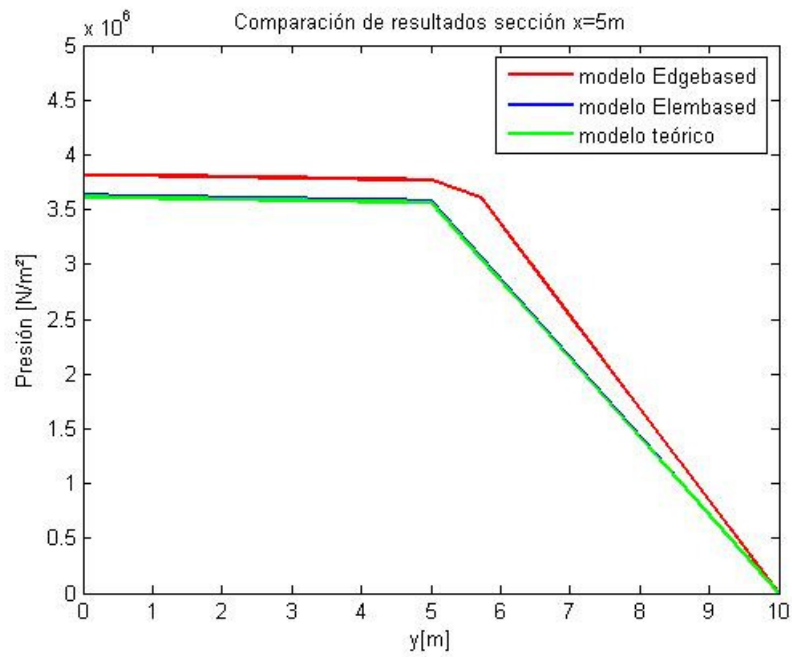


Figura 2.40 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección $x=5m$ obtenidas con *Elembased* y *Edgebased*

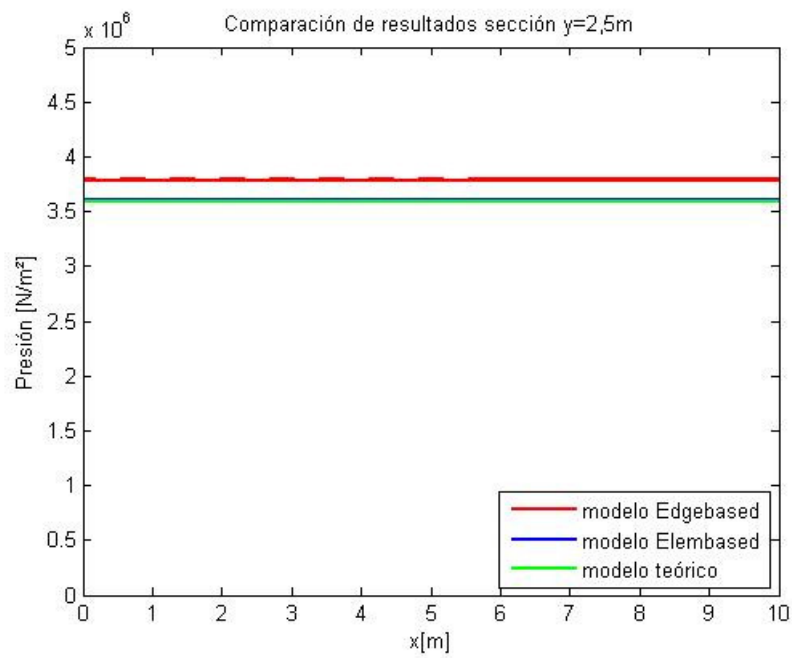


Figura 2.41 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección $y=2,5m$ obtenidas con *Elembased* y *Edgebased*

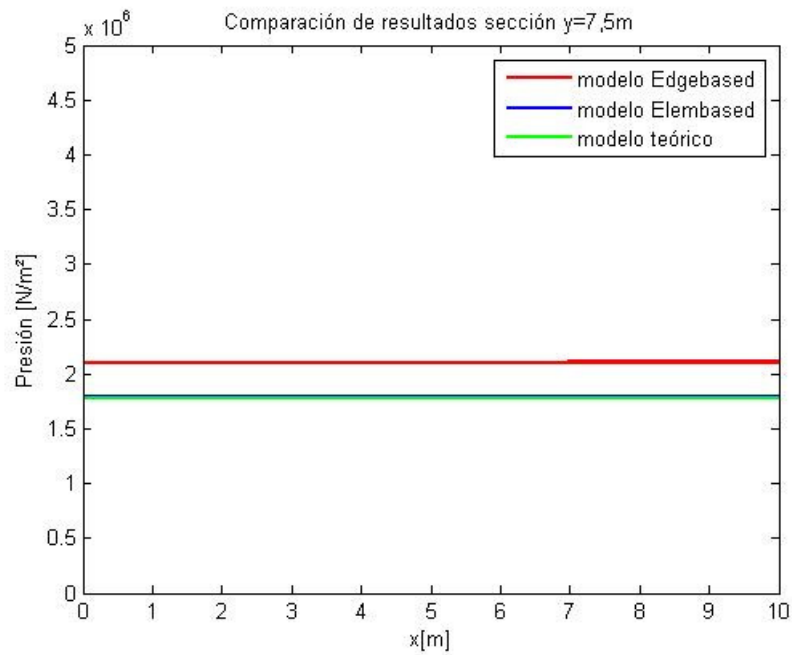


Figura 2.42 Comparación de las distribuciones de las presiones en la sección y=7,5m obtenidas con *Elembased* y *Edgebased*

Ahora sólo queda evaluar el comportamiento de uno y otro algoritmo a nivel numérico, comparando el tiempo de cálculo requerido por uno y otro algoritmo para ejecutar *Columna Vertical* hasta llegar al estado estacionario. En la tabla 2.5 se recogen estos tiempos en segundos y como puede observarse es superior el tiempo requerido por *Elembased*, y en consecuencia, el coste computacional de *Edgebased* es menor que el de *Elembased*.

	<i>Elembased</i>	<i>Edgebased</i>
Tiempo de cálculo (s)	55	176

Tabla 2.5 Tiempo de cálculo de *Columna Vertical* con los dos algoritmos

3 APLICACIÓN A LAS PRESAS DE ESCOLLERA

En este capítulo se pretende abordar una validación definitiva de la modelización numérica de la filtración en medio poroso desarrollada por CIMNE. Para ello se ha establecido una triple comparación entre un modelo experimental y sus respectivos modelo numérico y modelo teórico. Los modelos experimentales son fruto de los ensayos llevados a cabo por el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), del Ministerio de Fomento, y la Universidad Politécnica de Madrid (UPM).

Como se indicó en el apartado *Estado del arte* dos soluciones frecuentes para impermeabilizar una presa de materiales sueltos son colocar una pantalla impermeable o ejecutar un núcleo impermeable. A la vista de este hecho, se consideró necesario verificar que se estaba en condiciones de modelizar no sólo la filtración en presas de materiales sueltos homogéneas, ya estudiado en la tesina [6], sino que también era posible en presas con estas soluciones de impermeabilización. Este es el motivo por el que se han elegido los ensayos sobre una presa de materiales sueltos con pantalla impermeable y una presa de materiales sueltos con núcleo impermeable, desarrollados en CEDEX y UPM, respectivamente.

Si se retoman las conclusiones obtenidas en el Capítulo 4, las pocas ventajas del algoritmo *Elmbased* sobre el algoritmo *Edgebased* no compensan su gran lentitud. Además, como ya se ha visto, los resultados obtenidos con *Elmbased* y con *Edgebased* en la modelización de las presiones son muy similares. En casos simples como los recogidos en el capítulo anterior la lentitud que acarrea este modelo resulta aceptable pero en casos de mayor complejidad, como son los modelos presa con pantalla impermeable o presa con núcleo, por no hablar de una presa de materiales sueltos real, resulta inasumible. Esta es la razón por la que los modelos numéricos de este punto en adelante se han desarrollado exclusivamente con el algoritmo *Edgebased*.

3.1 Aplicación a la presa de escollera con pantalla impermeable

3.1.1 Modelo experimental

En el contexto de las campañas experimentales desarrolladas por CEDEX, en febrero de 2009, se ensayó una presa de gravas con una pantalla impermeable en el talud de aguas arriba (ver figura 3.1).

Este ensayo consistió en aplicar una serie incremental de caudales cada vez que la curva de saturación de la presa para el caudal previo se estabilizaba, hasta llegar a la rotura de la presa. El objetivo perseguido fue estudiar el efecto de la filtración del agua en el cuerpo de la presa y conocer mejor el proceso de rotura de la presa de materiales sueltos.

Durante este proceso se controlaron, mediante piezómetros en la solera, las presiones en el cuerpo de la presa, y mediante modelos digitales de control del terreno, la longitud de la brecha medida a lo largo del paramento de aguas abajo desde la línea de coronación y la longitud de la brecha medida a lo largo del paramento de aguas abajo desde el pie de la presa.

A continuación se procede a conocer en profundidad los pormenores de este ensayo con el fin de contextualizar los datos experimentales que se emplearán en la comprobación del modelo, presentando el material y la geometría de la presa, las características del canal de ensayo y los caudales empleados y, finalmente, los resultados obtenidos en CEDEX.



Figura 3.1 Fotografía del ensayo realizado por CEDEX

3.1.1.1 Material y geometría de la presa

El material granular empleado en la presa tiene porosidad $n = 0.425$ y el diámetro medio de las partículas es $D_{50} = 15mm$.

El análisis granulométrico del material que compone la presa ensayada se recoge en la tabla 3.1 y queda representada según la curva granulométrica de la figura 3.2.

Tamiz (mm)	Peso retenido(Kg)	%	% Pasa
25	0,4	2,4	100,0
20	5,4	42,9	97,6
17	2,7	16,5	64,6
15	0,9	5,5	48,2
14	4,4	20,1	42,7
10	2,6	15,9	22,6
< 10	1,1	6,7	6,7
TOTAL	16,4	100	100

Tabla 3.1 Datos del ensayo granulométrico

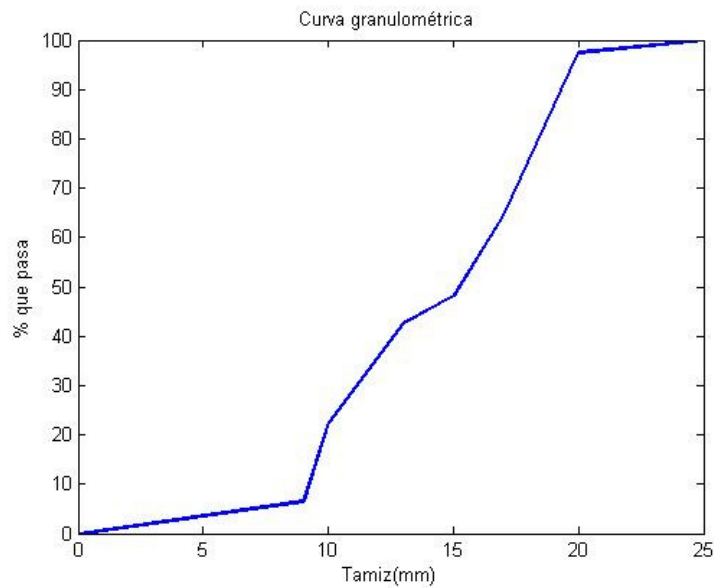


Figura 3.2 Curva granulométrica del material de ensayo

El análisis de la curva granulométrica permite establecer algunas características del material empleado en la construcción de la presa a ensayar. Como se puede observar en la figura 3.2, la curva en el rango de 10 a 20mm es bastante vertical. Esto indica que se trata de un suelo mal gradado y en consecuencia bastante uniforme.

La geometría de la presa es la representada en la figura 3.3. Se asume la pantalla, ubicada en el talud o paramento de aguas arriba, es perfectamente impermeable y que no se produce flujo a través de ella. En consecuencia el vertido se produce por coronación.

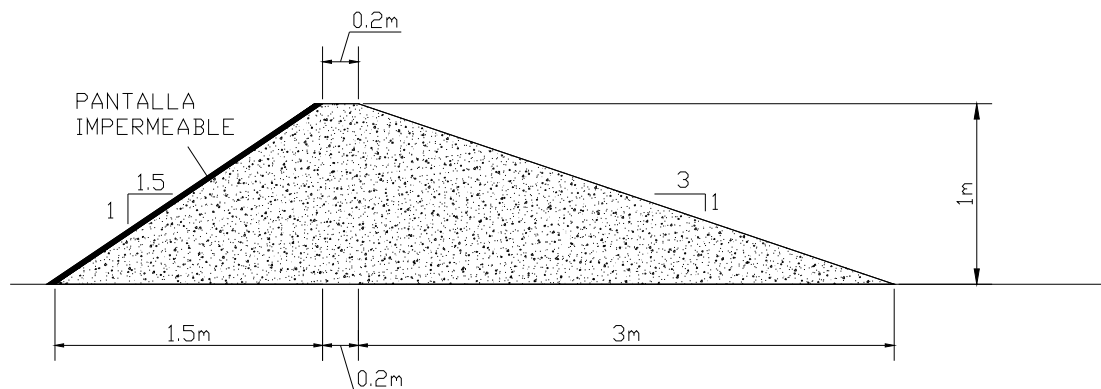


Figura 3.3 Dimensiones de la presa con pantalla impermeable

3.1.1.2 Canal de ensayo y caudales empleados

El canal de ensayo es un canal de sección rectangular, de 1,0 metro de ancho y 1,1 metros de alto.

Los caudales empleados en el ensayo se recogen en la tabla 3.2. Los incrementos de caudal se produjeron con escalones de caudal de aproximadamente 2l/s y el caudal de partida fue de aproximadamente 9l/s.

Caudal [l/s]		Caudal [m ³ /s]	
Aprox.	Real	Aprox.	Real
9,088	9,088	0,009	0,009
11,045	11,167	0,011	0,011
14,015	14,046	0,014	0,014
14,986	14,964	0,015	0,015
17,146	17,146	0,017	0,017
18,957	18,878	0,019	0,019
21,174	21,087	0,021	0,021
22,929		0,024	
25,050		0,025	

Tabla 3.2 Caudales aproximados y reales de ensayo, l/s y m³/s

La tabla recoge el caudal aproximado que se quería ensayar y el real ensayado. Se puede observar para los dos últimos escalones no aparece ningún caudal real, el motivo es sencillo, la rotura de la presa se produjo antes de poder aplicar estos caudales.

3.1.1.3 Resultados del ensayo

Es preciso conocer, antes de ver el resumen de los resultado obtenidos en el ensayo, los puntos de medida de la presión cuando se alcanzaba el estado estacionario de la curva de saturación. Estos puntos se encontraban distribuidos a lo largo de la solera del canal, en el tramo comprendido entre 20cm aguas abajo de la coronación y 10cm aguas abajo del talud de aguas abajo (ver figura 3.4). La instrumentación empleada consiste en un medidor de presiones Scanivalve, capaz de medir presiones en los 45 puntos representados en la figura 3.4.

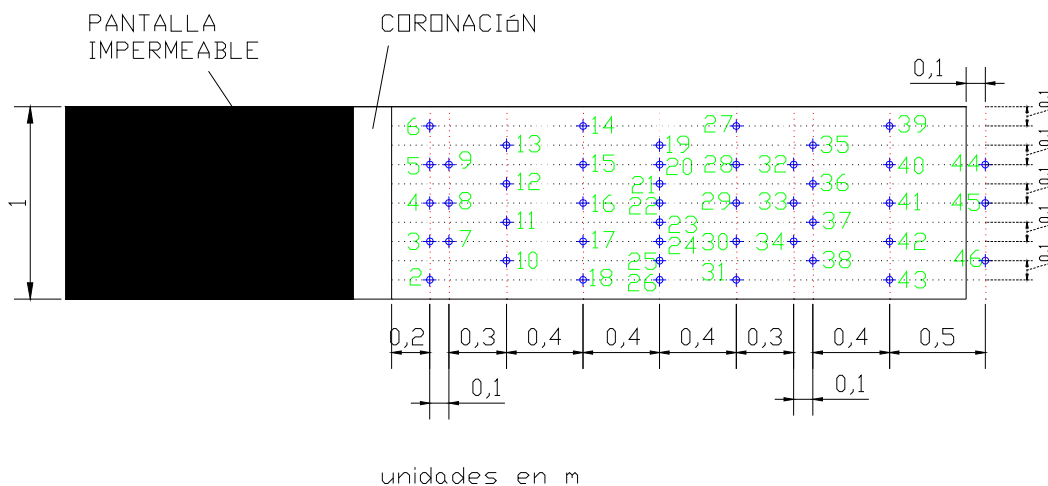


Figura 3.4 Ubicación de los puntos de medición

También se instalaron dos limnímetros electrónicos por ultrasonido, calibrados a cero con la solera, y colocados aproximadamente a 1,75m del borde de coronación más cercano aguas arriba y a 4,20m del borde de coronación más cercano aguas abajo (ver figura 3.5).

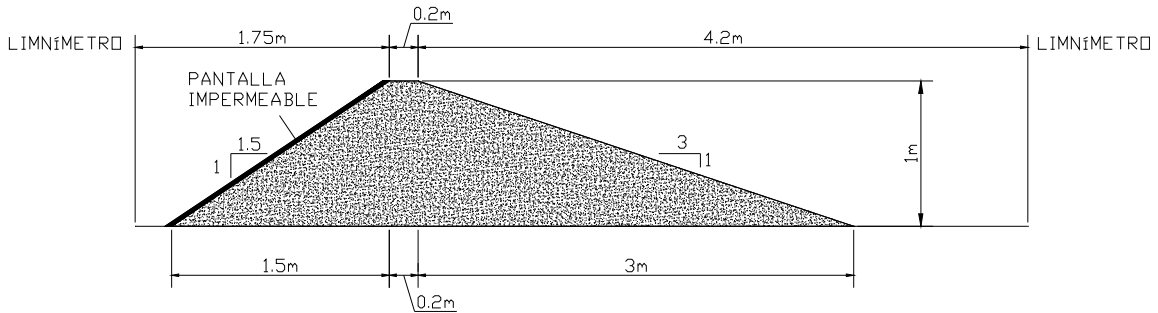


Figura 3.5 Posición de los limnímetros

Las medidas proporcionadas por los limnímetros, para los caudales anteriormente indicados, se recogen en la tabla 3.3. Además se indica en que caudal se inician los daños en el cuerpo de la presa.

Lectura aforador [cm]		Caudal [l/s]		Lecturas limnímetros		Estado de la presa
Aprox.	Real	Aprox.	Real	Aguas arriba [cm]	Aguas abajo [mm]	
17,04	17,04	9,088	9,088	24.5-24.9	29-44	
18,14	18,20	11,045	11,167	28.1-28.7	42-45	Brecha poco definida
19,14	19,14	14,015	14,046	41.4-42.2	44-47	Incremento de los daños
20,04	20,02	14,986	14,964	45.2-45.8	48-51	
20,94	20,94	17,146	17,146	49.2-40.0	52-55	
21,64	21,60	18,957	18,878	42.2-42.9	48-52	
22,44	22,40	21,174	21,087	46.1-46.8	-	Rotura
24,04		22,929				
24,74		25,050				

Tabla 3.3 Lecturas de caudal, de los limnímetros y estado de la presa en cada salto de caudal

De todos estos caudales el único que servirá para la comparación con el modelo numérico es el caudal 9,088m/s, pues es el único caso en el que la presa no ha sufrido daños y, en consecuencia, no se ha alterado su geometría. Las presiones proporcionadas por el medidor Scanivalve para este caudal se recogen en la tabla 3.4. Cabe puntualizar que este medidor proporciona estas lecturas en cm valiéndose de que el estado de presiones es hidrostático.

Punto		Punto		Punto		Punto	
2	48,46	13	44,74	25	45,15	36	25,68
3	47,48	14	49,64	26	45,28	37	24,00
4	47,79	15	49,91	27	45,45	38	24,44
5	47,24	16	40,28	28	40,04	39	11,84
6	47,46	17	40,00	29	41,55	40	14,20
7	46,60	18	40,22	30	40,40	41	14,54
8	46,62	19	46,66	31	40,46	42	14,98
9	46,54	20	45,60	32	26,61	43	14,04
10	44,04	22	46,72	33	26,84	44	4,61
11	44,24	23	46,29	34	28,12	45	4,59
12	44,75	24	45,00	35	47,97	46	4,14

Tabla 3.4 Lecturas de los piezómetros en cm

3.1.2 Modelo numérico

La geometría del modelo se ha implementado con cuatro superficies, tres de ellas empleadas para simular el cuerpo de la presa e imponer sus propiedades y una para simular el canal (ver figura 3.6).

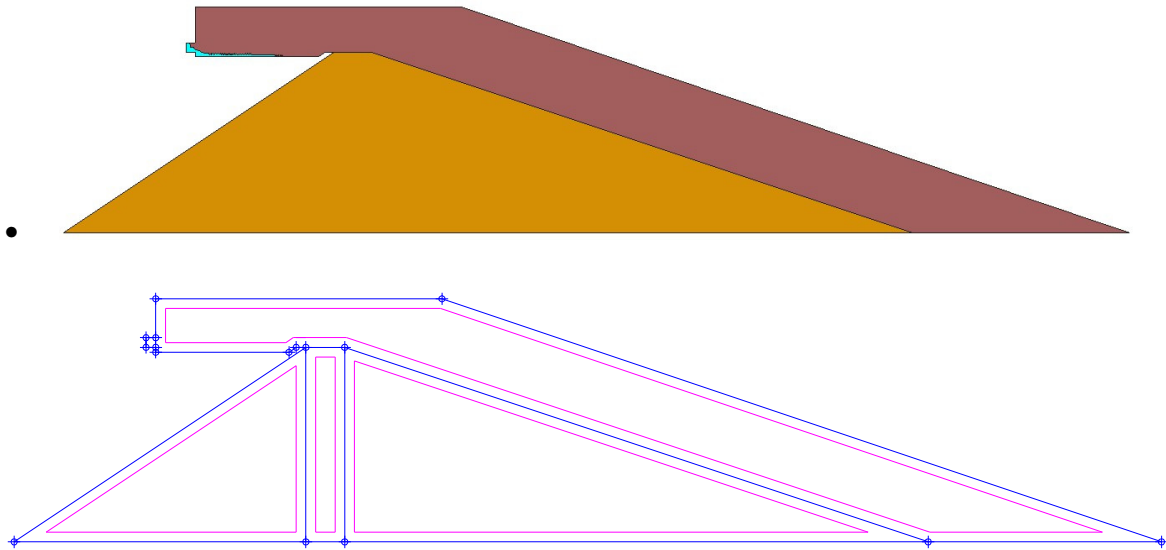


Figura 3.6 Modelo geométrico, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo

La geometría del modelo puede parecer muy alejada del modelo real, pero se ha realizado tratando de optimizar el dominio de cálculo para minimizar el coste computacional. Se ha preservado el cuerpo de la presa y se ha reducido al máximo el canal. Para simular el efecto de llenado aguas arriba producido por la pantalla impermeable de la presa se ha implementado una pequeña zona de remanso a este fin (ver figura 3.7).

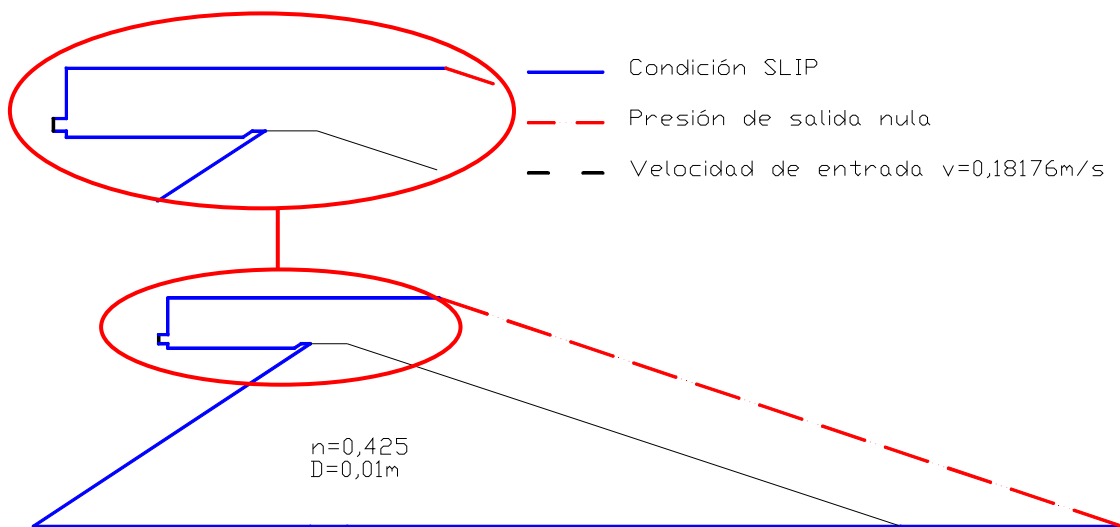


Figura 3.7 Representación de las condiciones de contorno impuesta, con detalle de la zona de entrada y la pantalla impermeable

Para simular la pantalla impermeable se ha impuesto la condición SLIP en las aristas que la representan, entre ellas la arista del talud de aguas arriba de la presa (ver figura 3.7). Aquellas aristas que también han servido para representar el canal también se ha impuesto esta condición.

La longitud de la arista de entrada se ha tomado 0,05m, siendo, entonces, el área de entrada, definida por la longitud de la arista de entrada l y el espesor de la presa B , dimensión omitida en la modelización 2D, $A' = l \cdot B = 0,05 \cdot 1 = 0,05m^2$. Esta área es suficientemente pequeña como para garantizar que la velocidad de entrada:

$$Q = v \cdot A \rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{0,009088 \frac{m^3}{s}}{0,05m^2} = 0,18176 \frac{m}{s}$$

es suficientemente alta como para no condicionar los resultados del modelo numérico.

Las mejoras introducidas en el modelo numérico desde [6] han resultado favorables al uso de mallas variables, que permiten, al poder definir una malla más densa en aquellas zonas que resulten de más interés, una optimización del coste computacional, aspecto especialmente problemático en casos complejos.

En *Presa con pantalla impermeable* se han empleado tres mallas no estructuradas de elementos triangulares 2D diferentes, cuyas características se recogen en la tabla 3.5 (ver figuras 3.8). La generación de esta zona justifica la necesidad de modelizar el cuerpo de la presa mediante tres superficies en lugar de hacerlo directamente con una.

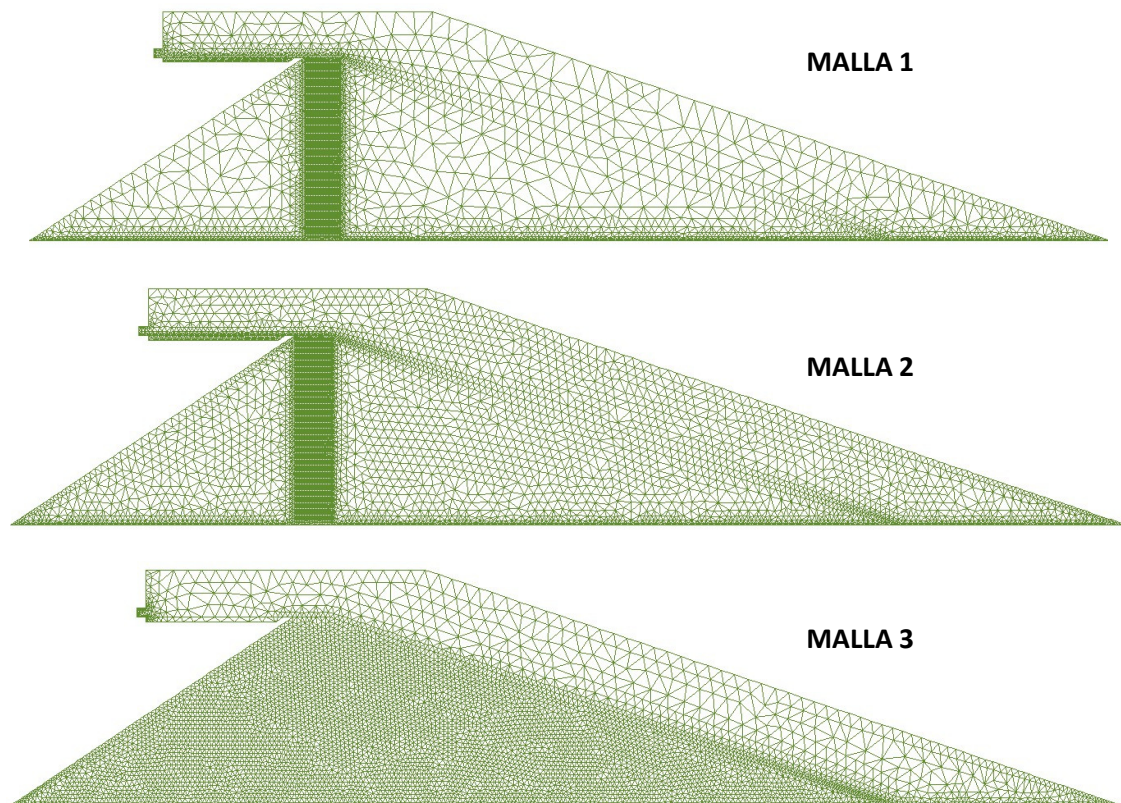


Figura 3.8 Mallas empleadas en el modelo numérico de presa con pantalla impermeable

	Tamaño del elemento cuerpo de la presa (m)	Número de nodos	Número de elementos
Malla 1	0,1	7208	14579
Malla 2	0,05	8274	15624
Malla 3	0,01	7589	14416

Tabla 3.5 Características de las tres mallas empleadas

En la tabla 3.5 se puede observar que el número de nodos y el número de elementos de la malla 3, a pesar de ser el tamaño del elemento en el cuerpo de la presa menor que el de la malla 2, es inferior que al número de nodos y el número de elementos de la malla 2. La razón es que al refinar la malla en el cuerpo de la presa se optó por disminuir la densidad de la malla en la superficie que representa el canal para tratar de optimizar el coste computacional al ejecutar el modelo. En las mallas 1 y 2 se asignó el mismo tamaño de elemento a la superficie del canal que al cuerpo de la presa, exceptuando la zona de vertido vertical antes señalada. En esta zona, el tamaño de elemento es 0,01m, para las tres mallas.

La última particularidad del mallado de *Presa con pantalla impermeable* común a las tres mallas es que en la zona de la solera del canal, así como en la entrada del fluido hasta la coronación de la presa, se ha impuesto una malla más densa (de tamaño de elemento 0,01m) para garantizar el buen funcionamiento del modelo y la correcta modelización de las presiones en la solera, que serán las que proporcionen la posición de la superficie de libre del fluido y serán comparadas con los resultados experimentales y los teóricos.

Los resultados obtenidos con el modelo numérico se recogen en la figura 3.9.

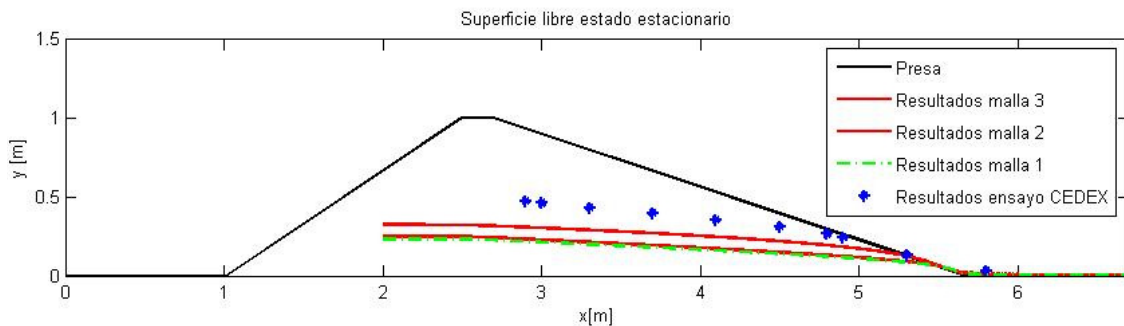


Figura 3.9 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico, con cada una de las tres mallas, y la obtenida con los resultados del ensayo realizado por CEDEX

La mejora de los resultados del modelo numérico al ejecutarlo con la malla 2 en lugar de la malla 1 es prácticamente inapreciable, sin embargo al ejecutar dicho modelo con la malla 3 la modificación es más que significativa. La homogeneidad de la malla en el cuerpo de la presa, en el caso de la malla 3, puede ser uno de los factores que haya propiciado dicha mejora tan sustancial.

En el capítulo 1, en la parte dedicada al problema físico, se indicó que en los proceso de rotura el punto más débil de la presa resulta ser el pie de la misma, es por esta razón que ésta es la zona donde la modelización numérica debe ajustarse mejor. Como puede observarse en la figura 3.9, a pesar de la diferencia existente entre el modelo numérico y el experimental aguas

arriba, en el pie de presa la aproximación de resultados de ambos modelo mejora notablemente.

Se debe tener en cuenta que un error en la compactación del material de la presa, que afecte al valor real de la porosidad, en la determinación de la propia porosidad o en la medición del caudal de ensayo condiciona los resultados, originando un error que se suma al intrínseco del propio modelo numérico, puesto que se varían las condiciones que se tratan de reproducir.

3.1.3 Modelo teórico

En el capítulo 1, se han presentado seis formulaciones (Ergun, Wilkins, McCorquodale, Stephenson, Martins y Gent) que relacionan la velocidad del fluido con el gradiente hidráulico. Como ya se ha indicado en el capítulo 2, de estas formulaciones la que se ha utilizado en los algoritmos evaluados en esta tesina es la de Ergun, por ser de tipo cuadrático y ser posible anular el gradiente de presiones, permitiendo su uso en un modelo de tratamiento único del agua fuera y dentro de la presa. Pero para la comparación de los resultados numéricos y experimentales se tomará Ergun, por ser el empleado en el algoritmo, y Wilkis por tratarse de una formulación de tipo exponencial.

En la figura 3.10, se puede apreciar como los modelos teóricos Ergun y Wilkins se encuentran entre los modelos numérico y experimental y que el modelo numérico se aproxima bastante al modelo de Ergun, como cabía esperar pues se fundamenta en esta formulación.

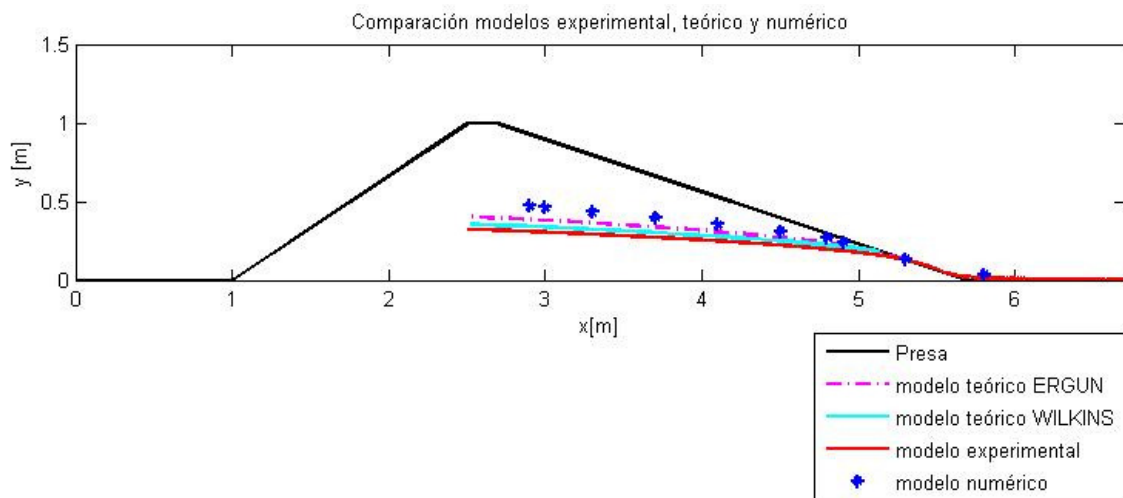


Figura 3.10 Comparación de la posición de la superficie libre para el modelo experimental (datos obtenidos con la malla 3), los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental.

3.2 Aplicación a la presa de escollera núcleo impermeable

3.2.1 Modelo experimental

Paralelamente a los trabajos desarrollados en CEDEX, la UPM también realizó diversas campañas experimentales en el campo de las presas de materiales sueltos. El que compete a este documento es la campaña llevada a cabo sobre una presa de materiales sueltos cuyo talud de aguas arriba ha sido sustituido por un núcleo de material impermeable (ver figura 3.11 y figura 3.12).

El procedimiento seguido en este ensayo es el mismo que CEDEX aplicó en el ensayo de la presa de materiales sueltos con pantalla impermeable. Se recuerda que dicho procedimiento consistía en aplicar una serie incremental de caudales cada vez que la curva de saturación de la presa para el caudal previo se estabilizaba, hasta llegar a un caudal que producía la rotura de la presa. También se controló durante este proceso, mediante la instrumentación pertinente, las presiones en el cuerpo de la presa así como la longitud de la brecha medida a lo largo del paramento de aguas abajo desde la línea de coronación y la longitud de la brecha medida a lo largo del paramento de aguas abajo desde el pie de la presa.

El objetivo de este ensayo, como ya sucedía con en el ensayo anterior, es estudiar el efecto de la filtración del agua en el cuerpo de la presa y conocer mejor el proceso de rotura de la presa de materiales sueltos.

A continuación se describe el material y la geometría de la presa, las características del canal de ensayo y los caudales empleados y, finalmente, los resultados obtenidos en CEDEX.



Figura 3.11 Vista del ensayo de la presa con núcleo



Figura 3.12 Cuerpo de la presa ensayada y vista del núcleo impermeable

3.2.1.1 Geometría y material de la presa

El material granular empleado en la presa tiene porosidad $n = 0.4052$ y el diámetro medio de las partículas es $D_{50} = 45mm$.

El análisis granulométrico del material que compone la presa ensayada se recoge en la tabla 3.6 y queda representada según la curva granulométrica de la figura 3.13.

Tamiz UNE (mm)	% que pasa
64	100,0
40	76,6
41,5	41,0
20	0,1
14	0,1
12,5	0,1
8	0,1
6,4	0,1
5	0,1
4	0,1
2	0,1
1	0,1
0,5	0,1
0,25	0,1
0,125	0,1
0,064	0,1

Tabla 3.6 Datos del ensayo granulométrico

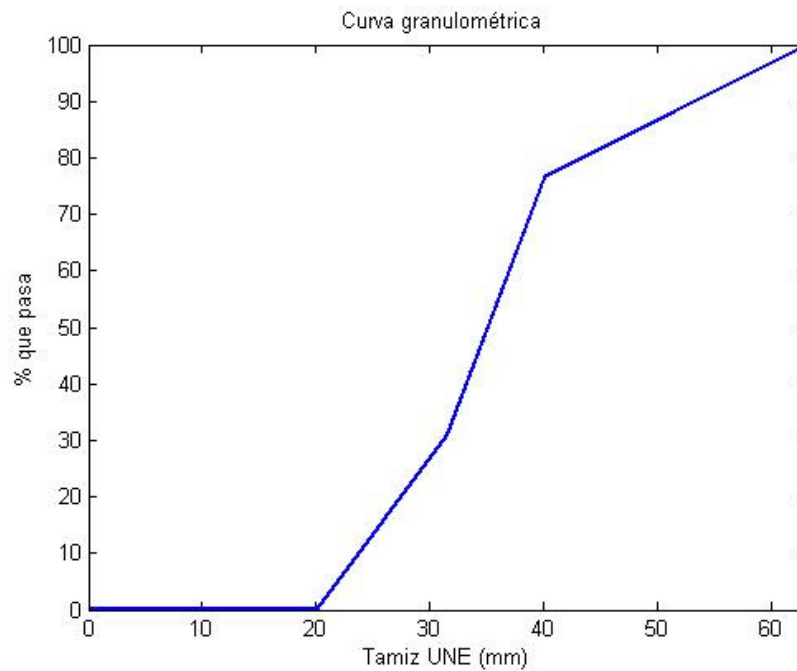


Figura 3.13 Curva granulométrica del material de ensayo

La curva granulométrica proporciona información acerca del material empleado en la construcción de la presa. La curva es bastante tendida, en el rango de 40 a 64mm, pero en el rango de 20 a 40 mm es bastante vertical. Entonces, se puede establecer que se trata de un material mal gradado y bastante uniforme, a pesar de que, el material empleado en el ensayo de la presa con pantalla impermeable es mucho más uniforme.

La geometría de la presa es la representada en la figura 3.14. El núcleo, que sustituye el talud de aguas arriba de la presa, tiene una longitud de 26cm y se considera perfectamente impermeable, sin flujo a través de él. En consecuencia el vertido se produce por coronación.

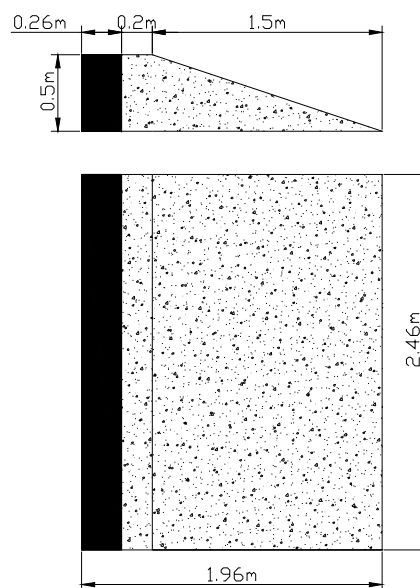


Figura 3.14 Dimensiones de la presa, el cuerpo sólido en negro es la representación del núcleo

3.2.1.2 Canal y caudales empleados en los ensayos

El canal de ensayo es un canal de sección rectangular, de 2,46 metro de ancho y 1,47 metros de alto en la zona en la que se ubica la presa.

Los caudales fueron medidos de tres maneras, con un medidor de tubo Venturi, con un medidor Fluxus y la medición con vertedero (ver tabla 3.7). Para los cálculos se tomará como reales los caudales obtenidos con el tubo de Venturi por la precisión de este tipo de instrumentos. Sin embargo, los caudales proporcionados por el medidor Fluxus serán los utilizados para la nomenclatura de los casos ejecutados, pues resultan más cómodos.

Caudales (l/s)

Venturi	3,58	9,13	14,99	16,99	21,94	26,81	31,03	35,55	42,39	47,39	53,74
Fluxus	4	9	15	16,7	21,5	26,5	30,6	36	41,5	45,6	53
Vertedero	3,34	8,14	13,75	15,12	19,43	24,45	28,37	33,25	39,20	43,77	50,27

Tabla 3.7 Lecturas de caudales en l/s con los diferentes sistemas de medición

3.2.1.3 Resultados de los ensayos

La distribución de los puntos de medición de la presión en la solera queda representada en la figura 3.15, la numeración correspondiente a cada uno de estos puntos se recoge en la tabla 3.8. Es de destacar que se distribuyeron en 7 filas y 12 columnas y según esto se numeraron estos puntos de medición. Así por ejemplo el punto (1,1) es el punto que está en la primera fila de puntos de medición en la primera columna.

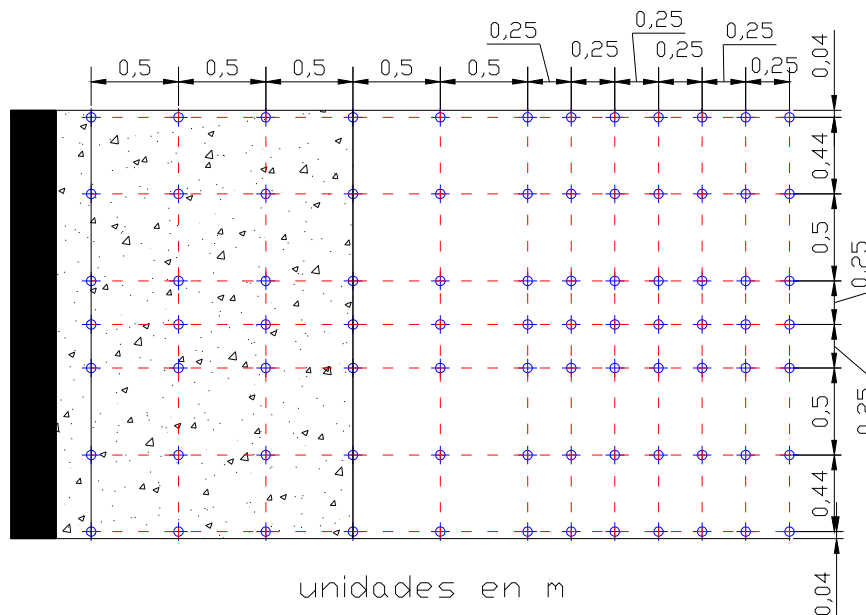


Figura 3.15 Ubicación de los puntos de medición

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(1,9)	(1,10)	(1,11)	(1,12)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(2,8)	(2,9)	(2,10)	(2,11)	(2,12)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)	(3,8)	(3,9)	(3,10)	(3,11)	(3,12)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)	(4,8)	(4,9)	(4,10)	(4,11)	(4,12)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)	(5,8)	(5,9)	(5,10)	(5,11)	(5,12)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)	(6,8)	(6,9)	(6,10)	(6,11)	(6,12)
(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)	(7,8)	(7,9)	(7,10)	(7,11)	(7,12)

Tabla 3.8 Nomenclatura de los puntos de medición, correspondencia con la figura 3.15

Los valores proporcionados por el medidor de presiones se recogen en la tabla 3.9. La presión en todos los puntos de las columnas 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 no se recogen, porque estos valores son nulos. La unidad empleada para dar estas lecturas es el cm, puesto que el estado de presiones es hidrostático.

	Caudales (l/s)										
	4	9	15	16,7	21,5	26,5	30,6	36	41,5	45,6	53
Z(1,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,2	41,7
Z(1,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	35	36,5	38
Z(1,3)	7,8	12,5	17,4	18	20,5	21,6	22,5	23,5	24	24,8	25
Z(1,4)	5,6	8	9,5	9,4	10	10	10	10	11	10,4	10,5
Z(1,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(2,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,2	41,7
Z(2,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	34,5	36	37
Z(2,3)	7,8	12,5	17,4	18,2	20,5	21,7	22,7	23,5	24,2	25	25
Z(2,4)	5,6	8	9,5	10,3	10,7	10,5	10	11	11	11	11
Z(2,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(3,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,5	41,7
Z(3,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	35	36,2	37,5
Z(3,3)	7,8	12,5	17,4	18,5	20,5	22,3	23,6	25	25,5	26,2	27
Z(3,4)	5,6	8	9,5	10	10,4	10,5	10,5	10,5	11	10,6	10,6
Z(3,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(4,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,5	41,7
Z(4,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	34,4	35,8	37,4
Z(4,3)	7,8	12,5	17,4	18,5	20,5	22	23	24	25	25,2	25,5
Z(4,4)	5	8	9,5	10	10,3	10,2	10,5	10,3	11	10,5	10,5
Z(4,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(5,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,2	41,7
Z(5,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	34,5	35	37,5
Z(5,3)	7,8	12,5	17,4	18,5	20,5	22	23,6	25	26	26,5	27
Z(5,4)	5	8	9,5	9,5	10	10	10	10	11	10,6	11
Z(5,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(6,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,8	41,7
Z(6,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	34	35,8	37,3
Z(6,3)	7,8	12,5	17,4	18,5	20,5	22,4	23,6	24,5	25,4	26	26
Z(6,4)	5	8	9,5	9	9,7	10	10	10,5	11	10,6	10,5
Z(6,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6
Z(7,1)	10	16	22,3	23,8	27	30,5	32,8	35,5	38,5	40,5	41,7

Z(7,2)	9	14,8	20,5	22	25	28	30,2	32	34	35,8	37,2
Z(7,3)	7,8	12,5	17,4	18,3	20,5	22,3	23,5	24,5	25,3	25,5	26
Z(7,4)	5	8	9,5	9,8	10,5	10,3	10	10,4	11	10,6	10,4
Z(7,5)	2,4	3	3,8	4	0	5	5	5,3	6	6	6,6

Tabla 3.9 Lecturas de presión en cm, para los 11 caudales de ensayo

Ninguno de los caudales produjo la rotura de la presa ensayada, por lo que todos ellos son válidos para establecer una comparación con el modelo numérico

3.2.2 Modelo numérico

La modelización numérica de la presa con núcleo se realizó con dos geometrías con tres superficies, siendo la segunda necesaria para poder extraer resultados con los dos caudales menores (ver figura 3.16 y figura 3.17). En presa con pantalla impermeable, el área de entrada, fue suficientemente pequeña como para no condicionar el resultado, pero la elección del área de entrada en el presente caso sí lo hizo para los caudales 4,00 y 9,00l/s. Se constató, de nuevo, que el algoritmo *Edgebased* para velocidades de entrada bajas produce errores de cálculo, solucionándose mediante el uso de la segunda geometría para estos caudales.

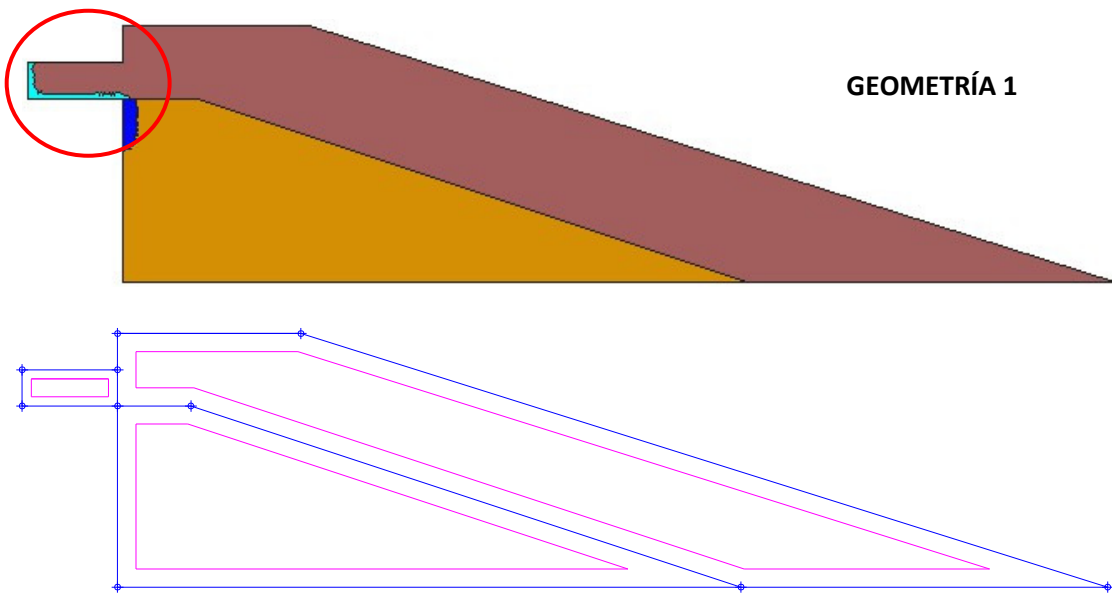
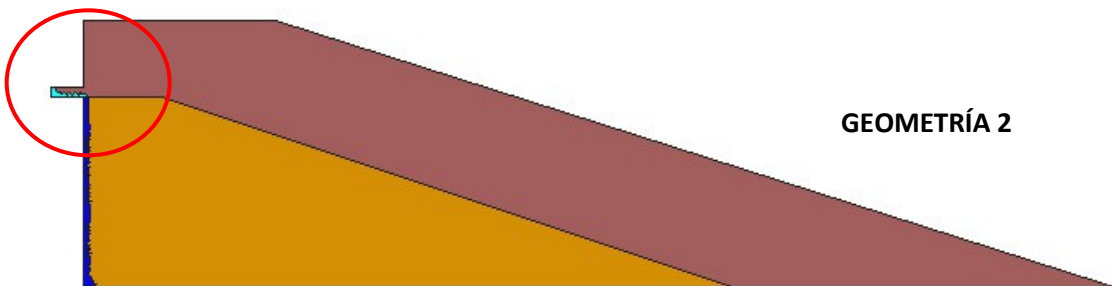


Figura 3.16 Modelo geométrico 1, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo



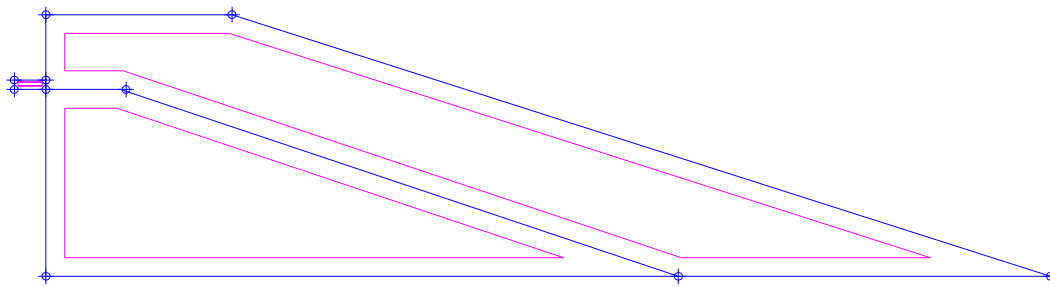


Figura 3.17 Modelo geométrico, vista de los materiales, arriba, y superficies, abajo

Esta geometría puede resultar muy diferente a la real, pero se ha simplificado, como ya se hizo en el caso de *presa con pantalla impermeable*, se ha diseñado la geometría de tal manera que se elida en el cálculo todo el proceso de llenado de la parte del canal posterior al elemento impermeable, que supondría un incremento del tiempo de cálculo y la aportación de información que no es necesaria porque ya se sabe que el vertido se produce por coronación.

Como puede observarse, la única diferencia entre la geometría 1 y la geometría 2 es la superficie en la zona de entrada, siendo mucho menor en la segunda que en la primera. Lo realmente importante es que la altura de la en la primera es 0,1m y en la segunda 0,025m, es decir, cuatro veces menor, que supone que la velocidad de entrada sea 4 veces mayor en la geometría 2 con respecto a la geometría 1.

Las condiciones de contorno son las mismas para las dos geometrías (ver figura 3.18). El núcleo impermeable se ha representado mediante dos aristas con la condición SLIP, una en la superficie que representa el cuerpo de la presa y la otra en la superficie de la zona de entrada. La longitud del núcleo, 26cm, no es relevante en el cálculo pues lo único que interesa de este elemento es que hace verter el fluido por coronación y que la presa está apoyada sobre una superficie vertical impermeable. Para obtener las velocidades de entrada se ha empleado la ecuación 1.11.

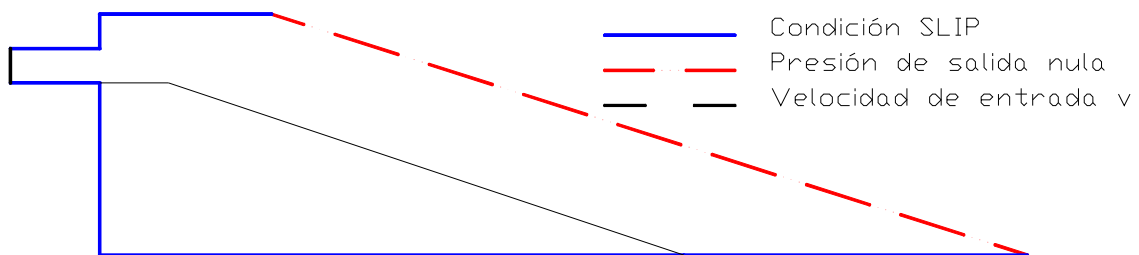


Figura 3.18 Representación gráfica de las condiciones de contorno impuestas

Los caudales que se han analizado son 11, esto hizo que en el momento que se planificaron los trabajos de modelización numérica de la presa, se plantease la necesidad de determinar cuál sería la malla óptima con la que trabajar la mayoría de los casos y no tener que los con varias mallas. Se analizó el comportamiento del modelo en lo que respecta a la influencia de la malla. Las dimensiones de la presa son bastante reducidas y esto permite trabajar con mallas de elementos triangulares de tamaño bastante reducido. Así, se evaluó el caso de caudal 16,70l/s

con dos mallas (ver figura 3.19) cuyas características quedan recogidas en la tabla xxx. Puntualizar que, como puede observarse especialmente en la primera malla, se presenta una gran variabilidad de tamaños para optimizar el modelo, el tamaño de elemento recogido en la tabla 3.10 es el de la mayor parte del cuerpo de la presa, pues esta la zona en la que realmente conocer el proceso de filtración.

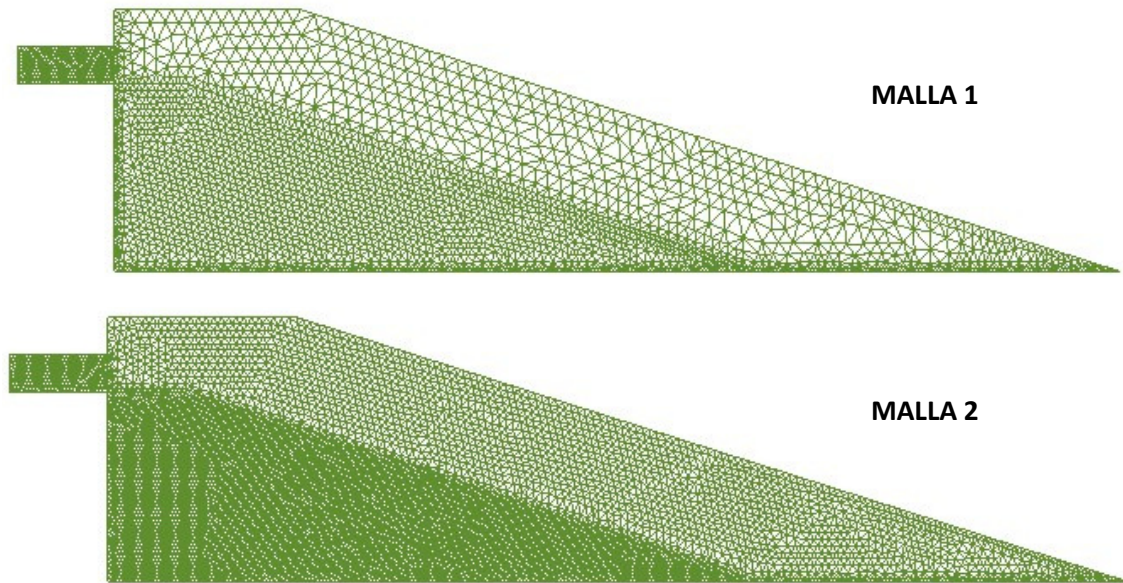


Figura 3.19 Mallas empleadas, malla 1 y malla2, en el modelo numérico de la presa con núcleo impermeable

	Tamaño del elemento cuerpo de la presa (m)	Número de nodos	Número de elementos
Malla 1	0,01	8038	15525
Malla 2	0,02	2864	5245
Malla 3	0,01	7840	15137

Tabla 3.10 Características de las mallas empleadas en el modelo numérico, incluyendo la malla 3 correspondiente a la geometría 2

Los datos experimentales fueron utilizados para comparar los resultados obtenidos con la malla 1 y la 2. En la figura 3.20 puede verse como malla 1 proporciona una aproximación a los datos experimentales más ajustada que la proporcionada por la malla 2. Por otro lado, el estado estacionario ya se había alcanzado en el segundo 30 y el tiempo de cálculo que necesita el algoritmo hasta llegar a él fue el dato empleado para valorar el coste computacional de una y otra malla. El tiempo de cálculo de la malla 2, 646 segundos, era notablemente inferior al de la malla1, 1784 segundos. Se concluyó que la buena aproximación a los datos del modelo experimental conseguido con la malla 1, justifica su elección por encima del mayor coste computacional que acarrea.

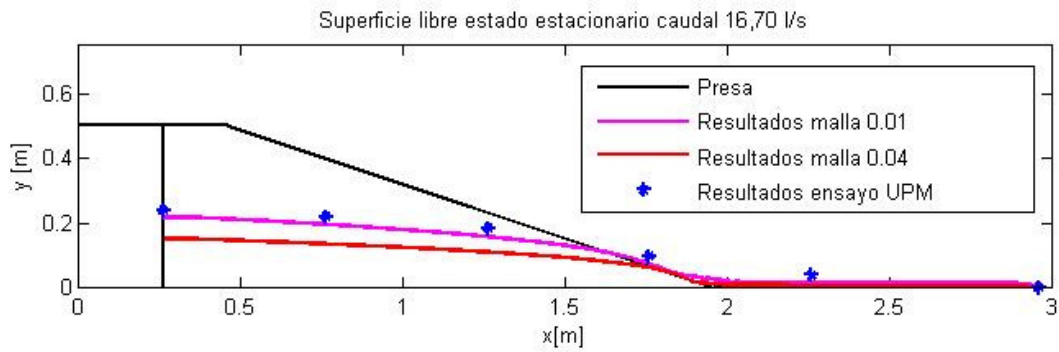


Figura 3.20 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico con la mallas 1 y 2 y el modelo experimental

Una vez determinado que el tamaño de elemento 0,01 metros, generaba la malla con mejores resultados, como era esperado, también se aplicó en la geometría 2 (ver figura 3.21). Como puede observarse en la tabla 3.11, las características de esta malla, denominada malla 3, difieren levemente de las de la malla 1, se reducen el número de nodos y elementos porque se ha disminuido la superficie en la zona de entrada.

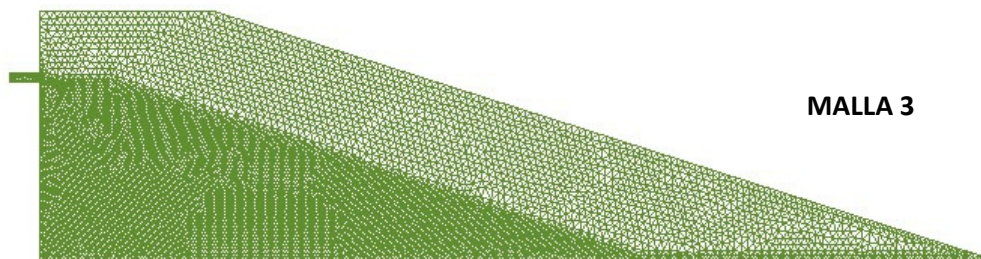


Figura 3.21 Malla 3 empleada con el modelo geométrico 2 de la presa con núcleo impermeable

Los resultados obtenidos para los demás caudales se recogen a continuación (figura 3.22 a figura 3.31). La aproximación a los resultados experimentales para los tres caudales menores (4,00, 9,00 y 15,00l/s) es ligeramente peor que la aproximación para los caudales mayores, donde se logra un ajuste bastante bueno, especialmente en la zona de pie de presa.

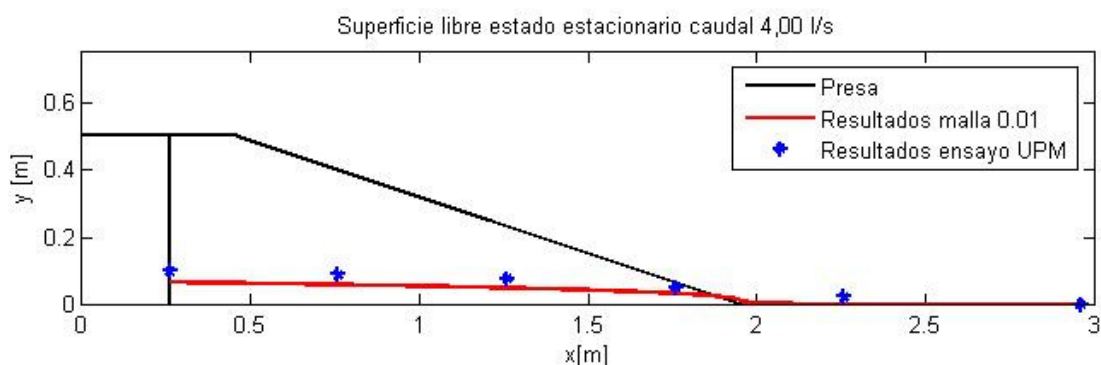


Figura 3.22 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3 y el modelo experimental de UPM para el caudal 4,00l/s

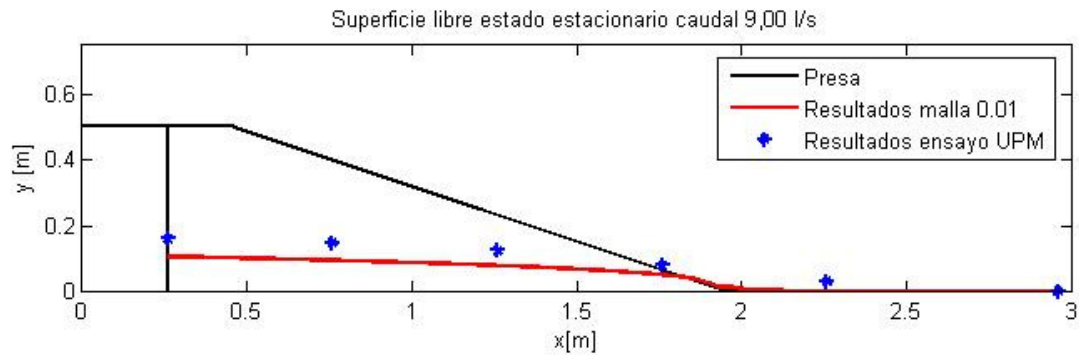


Figura 3.23 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3 y el modelo experimental de UPM para el caudal 9,00 l/s

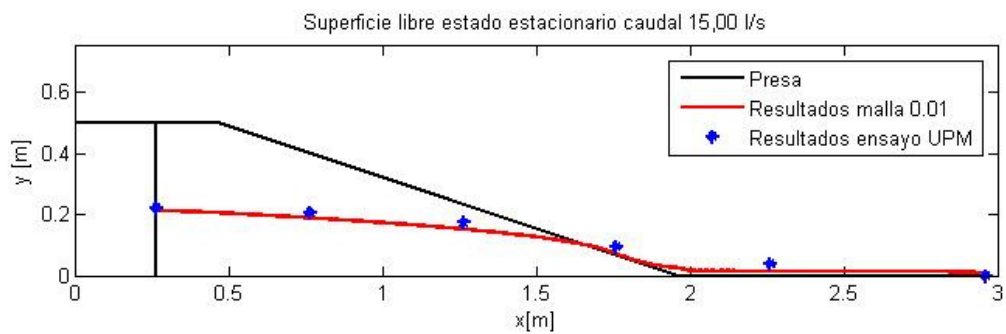


Figura 3.24 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 15,00 l/s

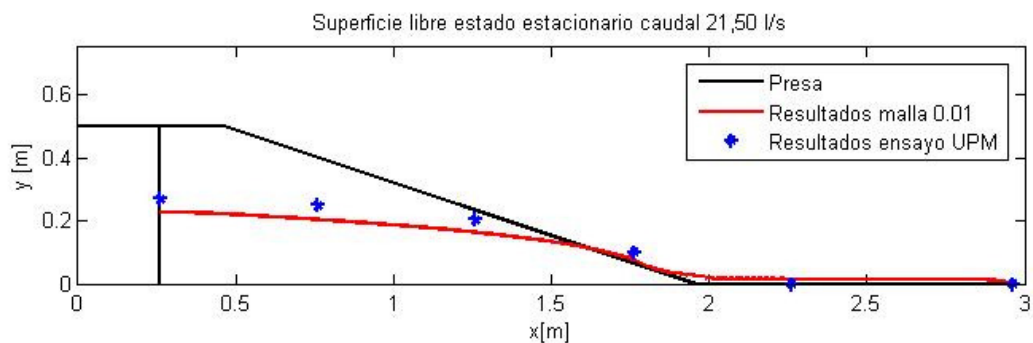


Figura 3.25 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 21,50 l/s

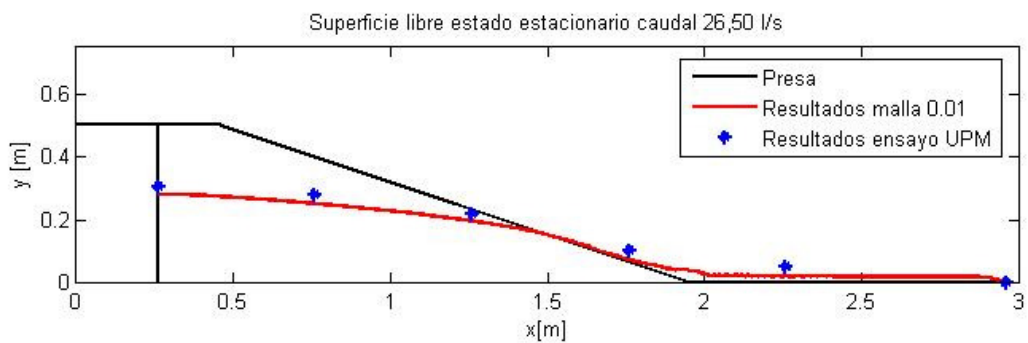


Figura 3.26 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 26,50 l/s

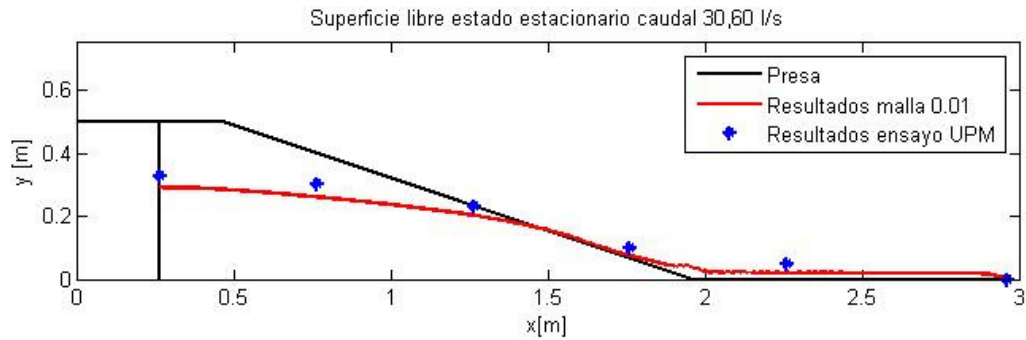


Figura 3.27 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 30,60l/s

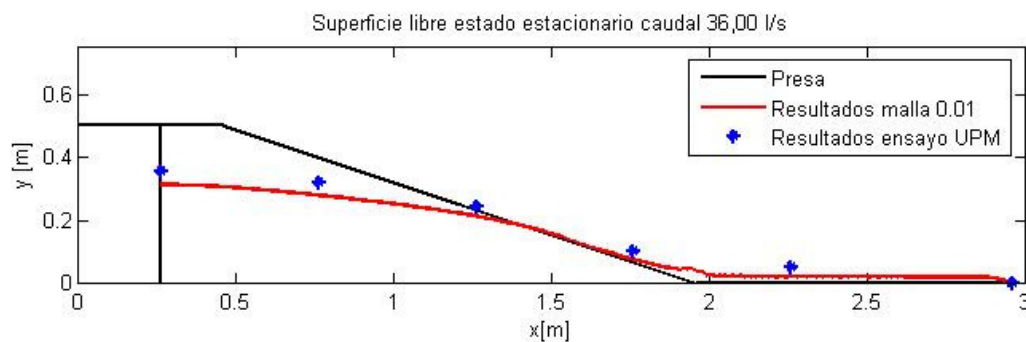


Figura 3.28 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 36,00l/s

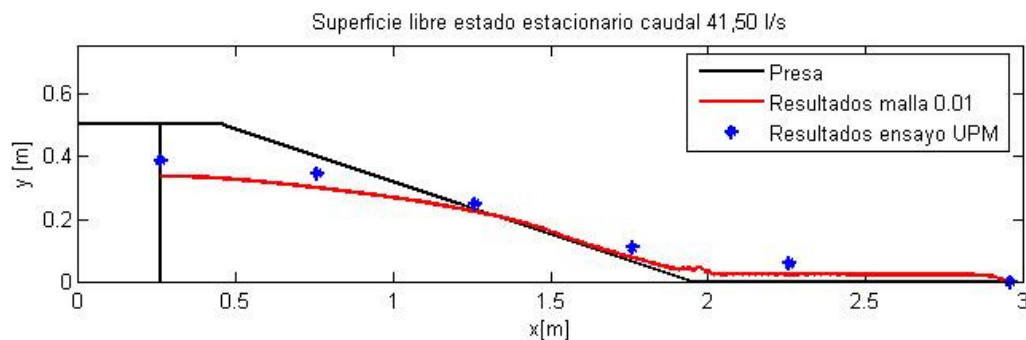


Figura 3.29 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 41,50l/s

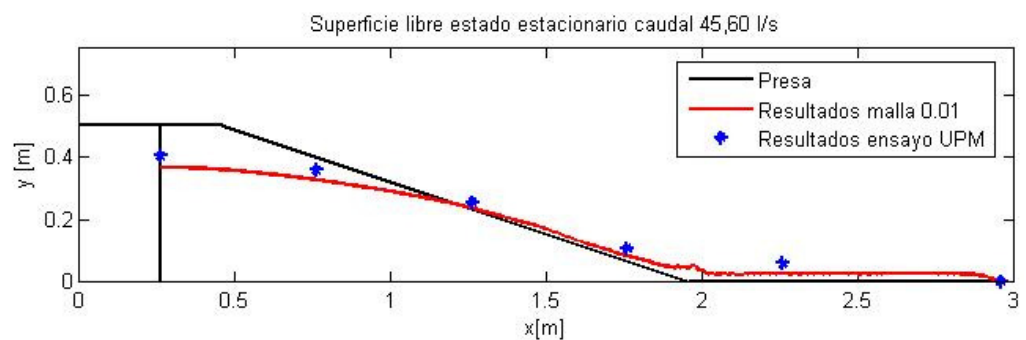


Figura 3.30 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 45,60l/s

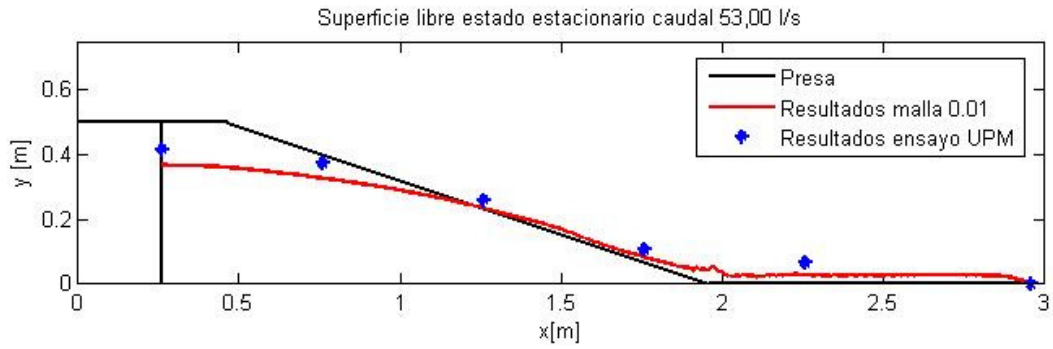


Figura 3.31 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1 y el modelo experimental de UPM para el caudal 53,00l/s

3.2.3 Modelo teórico

En este apartado se pretende hacer la misma comprobación que en el apartado análogo de *Aplicación a la presa de escollera con pantalla impermeable*, por ello también se van a compara el modelo numérico, el experimental y los modelos teóricos de Ergun y Wilkins. A continuación se presentan los gráficos comparativos (ver figura 3.32 a figura 3.42)

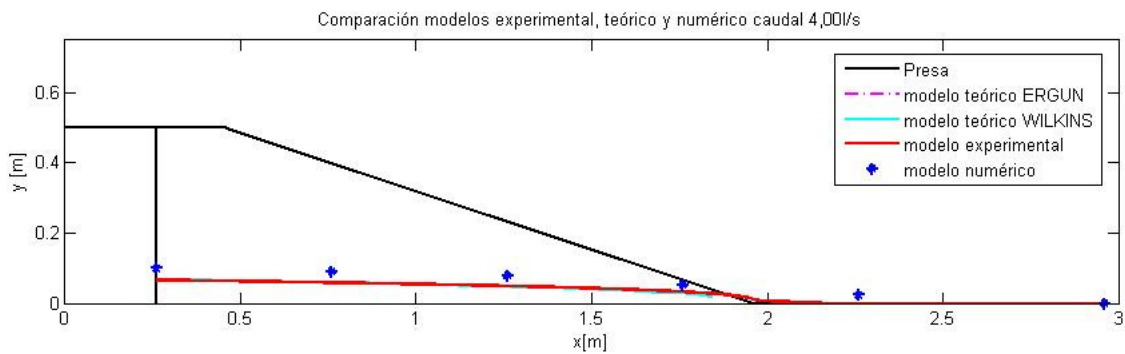


Figura 3.32 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 4,00l/s

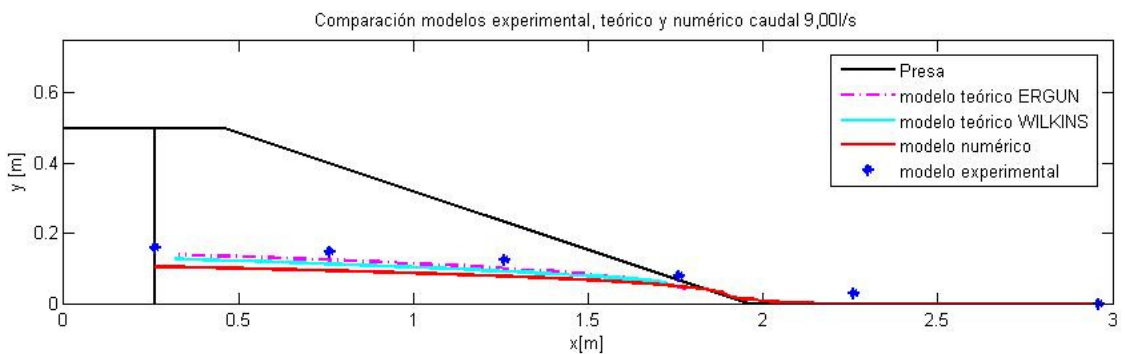


Figura 3.33 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 3, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 9,00l/s

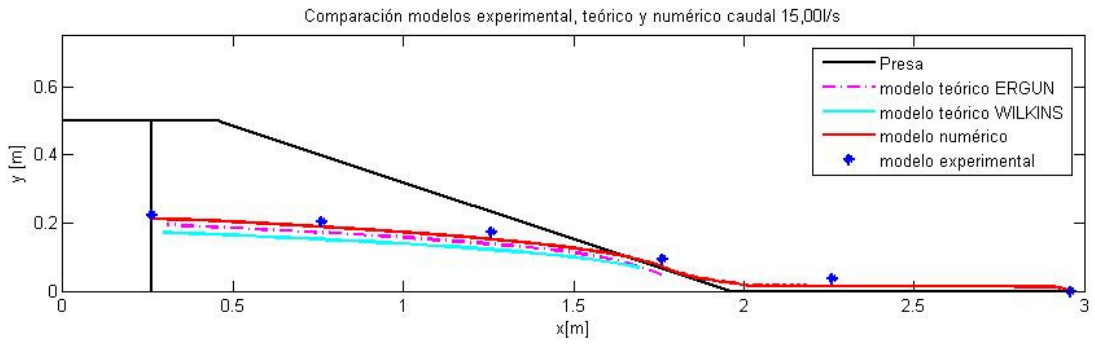


Figura 3.34 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 15,00l/s

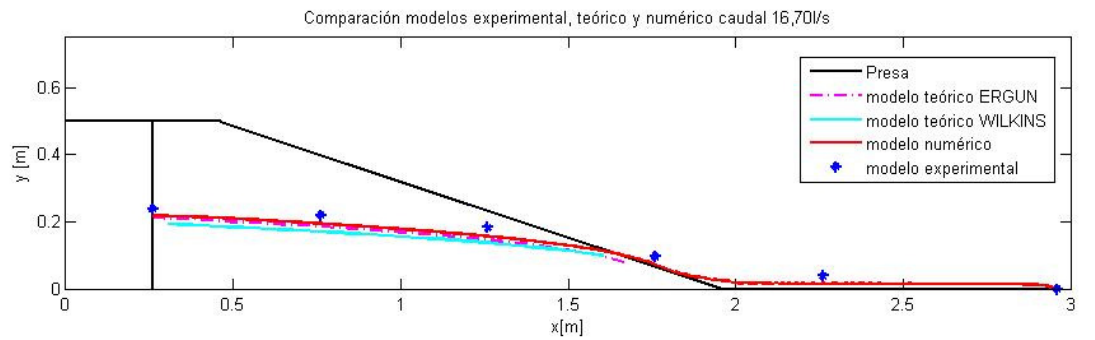


Figura 3.35 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 16,70l/s

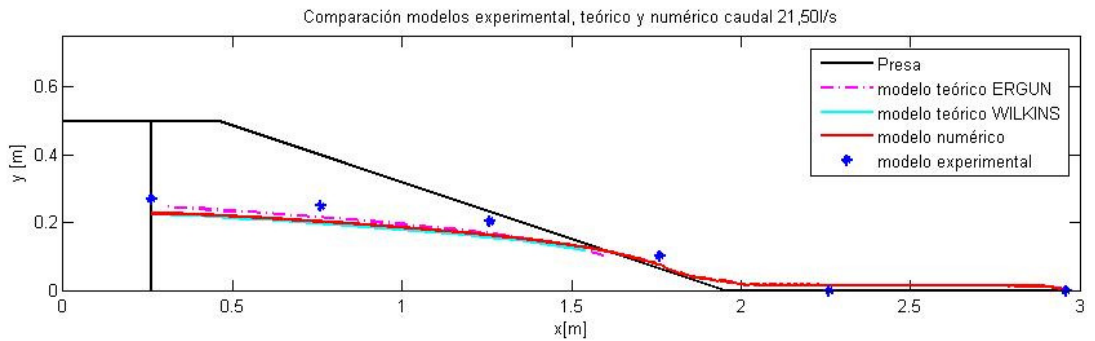


Figura 3.36 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 21,50l/s

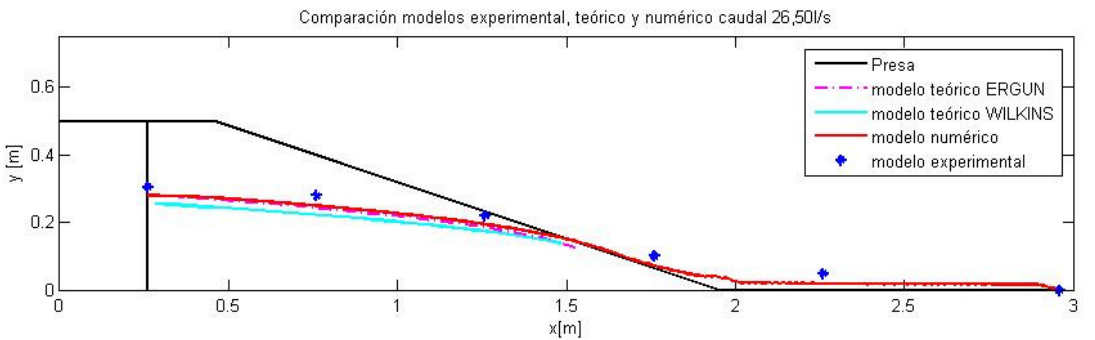


Figura 3.37 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 26,50l/s

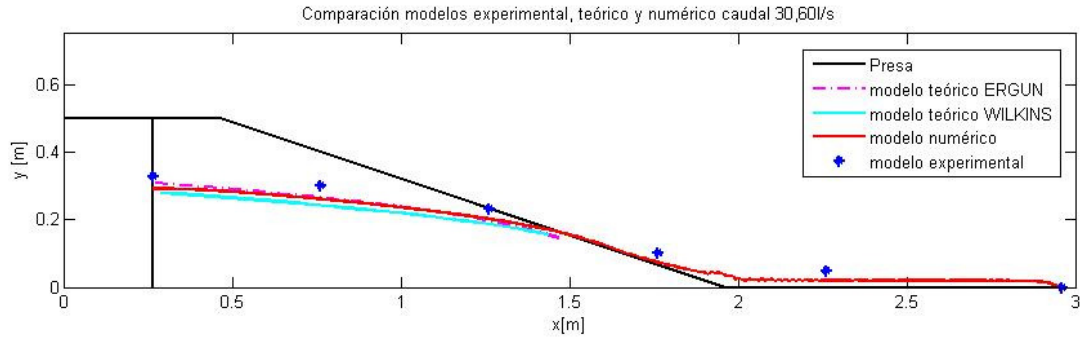


Figura 3.38 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 30,60l/s

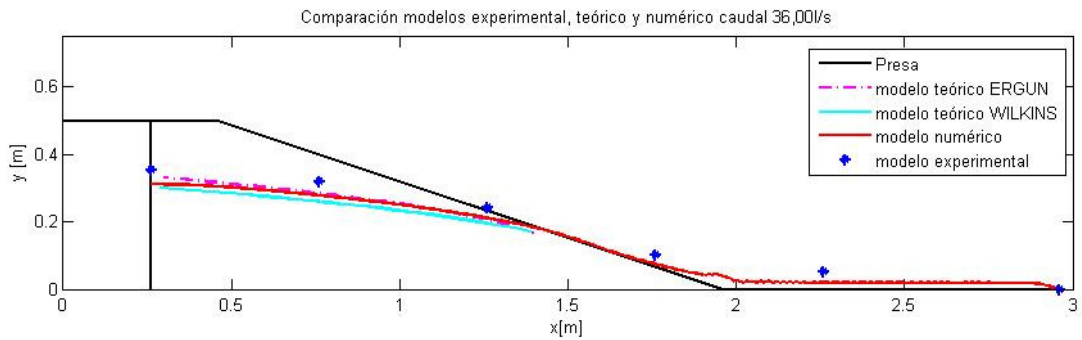


Figura 3.39 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 36,00l/s

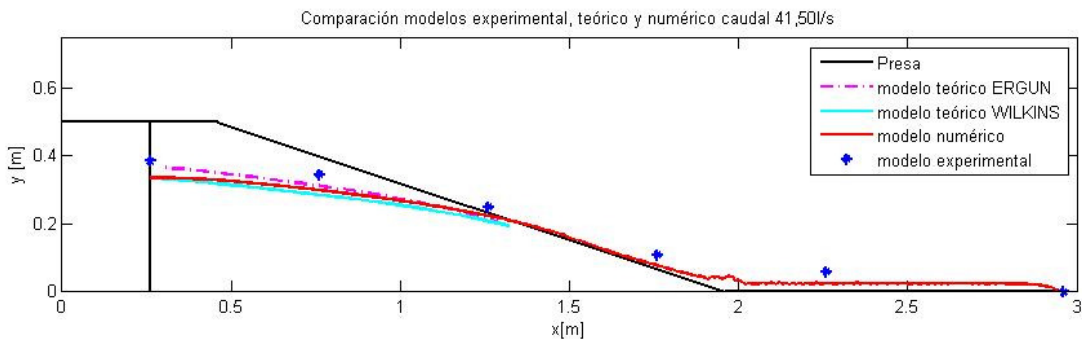


Figura 3.40 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 41,50l/s

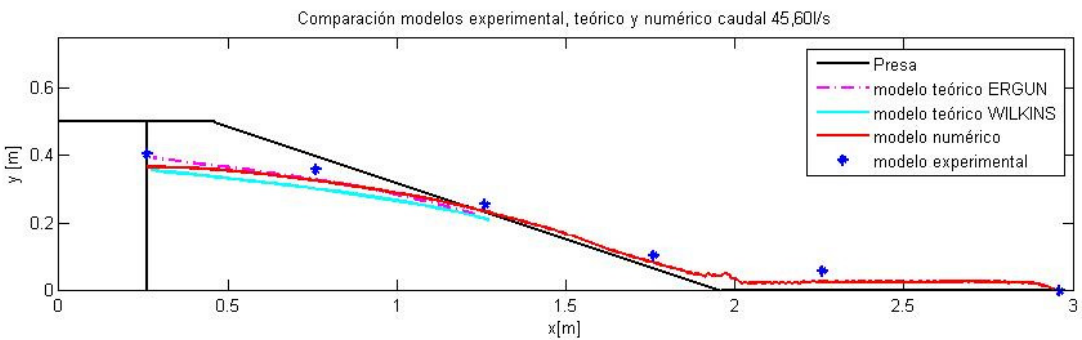


Figura 3.41 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 45,60l/s

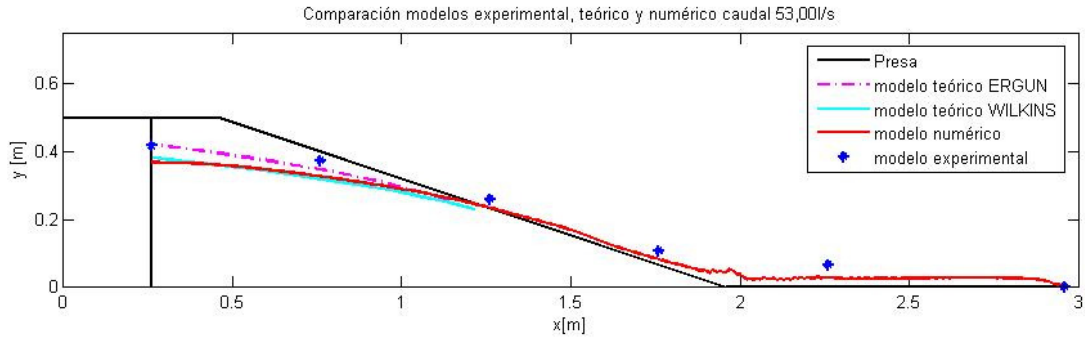


Figura 3.42 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico ejecutado con la malla 1, los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y el modelo experimental de UPM para el caudal 53,00l/s

3.2.4 Modelo 3D

Los buenos resultados obtenidos con la modelización numérica en dos dimensiones de *presa con núcleo impermeable*, la simplicidad de la geometría y sus reducidas dimensiones y el hecho de que el estado estacionario se alcanzaba en todos los casos en el entorno de 35 segundos, cuando para *presa con pantalla impermeable* se necesitaban alrededor de 175 segundos, hacían pensar que este podía ser un caso idóneo para ser modelizado en tres dimensiones.

El elevado coste computacional que acarrea cualquier modelo en tres dimensiones ha sido la causa de que la comprobación de *presa con núcleo impermeable* se haga exclusivamente con un caudal. El elegido es 30,60l/s.

En lo que respecta a la geometría del modelo la sección longitudinal se corresponde con la geometría 1 del modelo en dos dimensiones. De hecho, la geometría en tres dimensiones se reduce a la generación de un prisma según el eje z de altura $z = 2,46m$ y base la geometría 1, ya mencionada (ver figura 3.43). Esto da lugar a la generación de 3 volúmenes, el de entrada del fluido, el cuerpo de la presa y el que modeliza el resto del canal, además de generar 18 superficies.

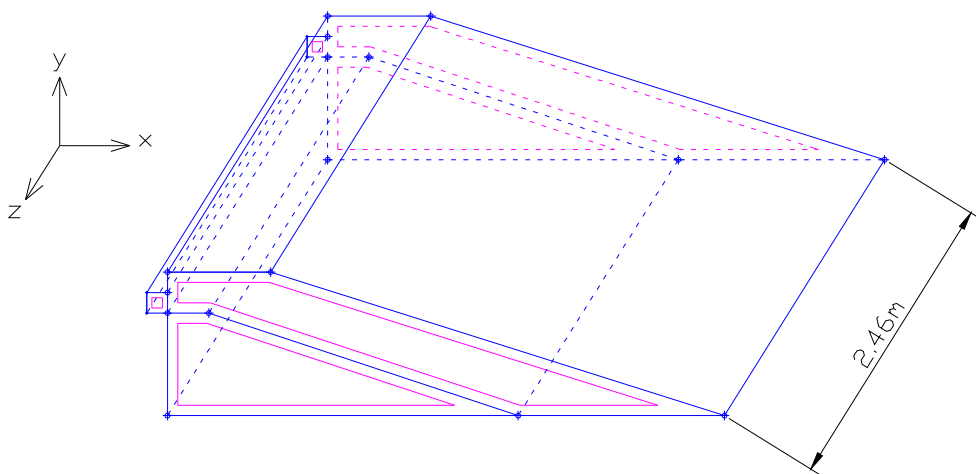


Figura 3.43 Geometría del modelo 3D

Las condiciones de contorno del modelo 3D, en esencia, son las mismas que en el modelo 2D, salvo que ahora en lugar de trabajar con aristas se hace con superficies, que las superficies

$z = 0m$ y $z = 2,46m$ son superficies de contorno con condición SLIP, pues representan el lateral del canal, y que el cuerpo de la presa era una superficie en el modelo 2D y en el modelo 3D pasa a ser un volumen.

Finalmente, la malla empleada en la modelización 3D es una malla de elementos tetraédricos de tamaño $0,03m$ en el cuerpo de la presa y $0,05m$ en el resto, compuesta por 120369 nodos y 631053 elementos (ver figura 3.44).

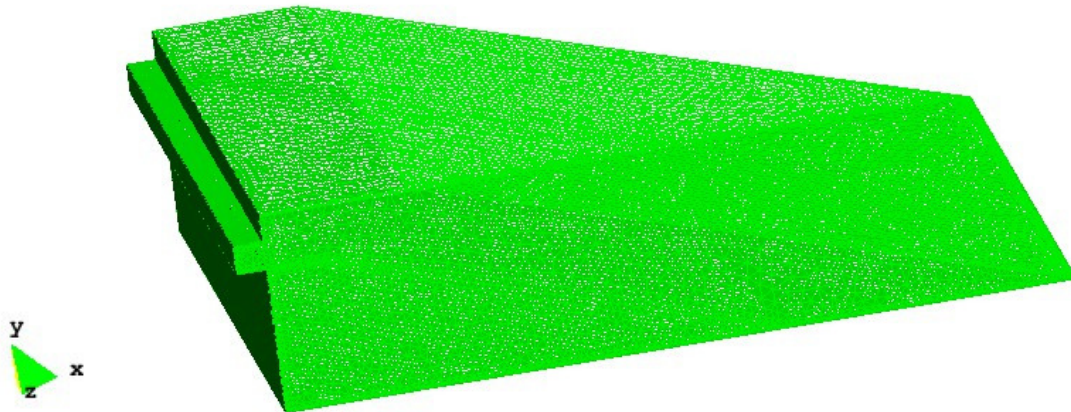


Figura 3.44 Malla empleada en el modelo numérico 3D

3.2.4.1 Resultados

El análisis de los resultados del modelo 3D consta de dos partes, la primera en la que se comparan las superficies libres de cuatro secciones longitudinales de este modelo con la superficie libre obtenida en el modelo 2D cada 5 segundos en el estado transitorio y, la segunda, en la que se compara la superficie libre de las mencionadas secciones transversales con la superficie libre del modelo 2D y los modelos teóricos en estado estacionario. Se omite la comprobación con el modelo experimental puesto que ya se ha verificado la buena aproximación con el modelo 2D, y el modelo 3D, si funciona correctamente, debe ser aproximadamente igual a aquél.

Las secciones longitudinales de comparación son $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$.

3.2.4.1.1 Análisis del estado transitorio

La comparación en el estado estacionario se realiza en los pasos de tiempo 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40 segundos. En el paso de tiempo 45 segundos ya se ha alcanzado el estacionario y, por lo tanto, será paso de tiempo en el que se realizará la comparación de los modelo en el próximo apartado.

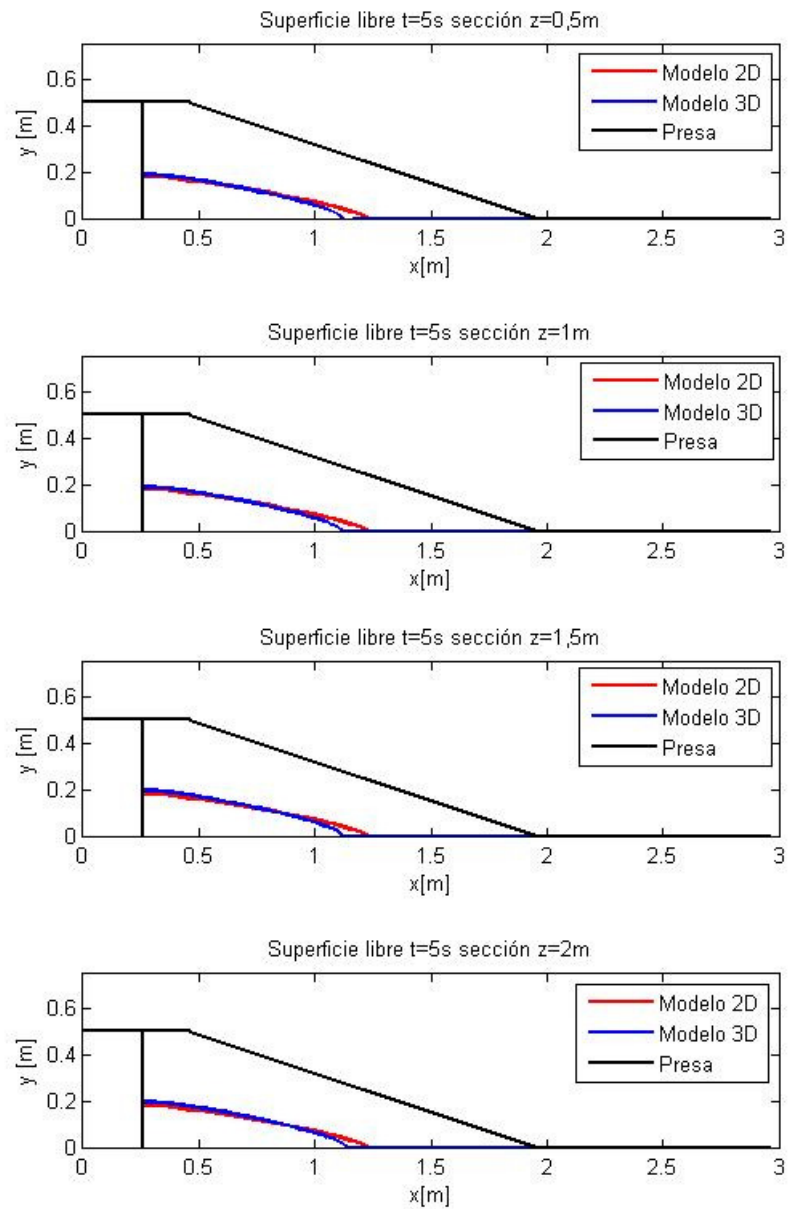
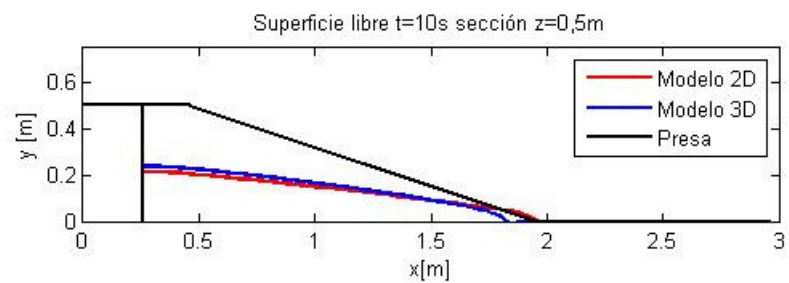


Figura 3.45 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=5s$



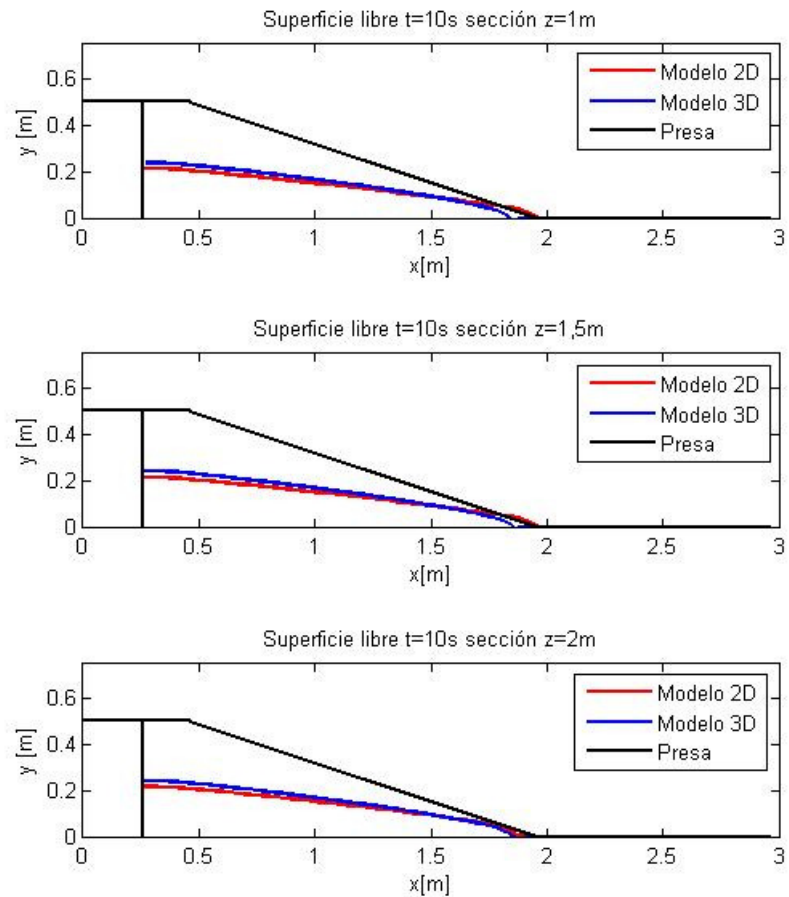
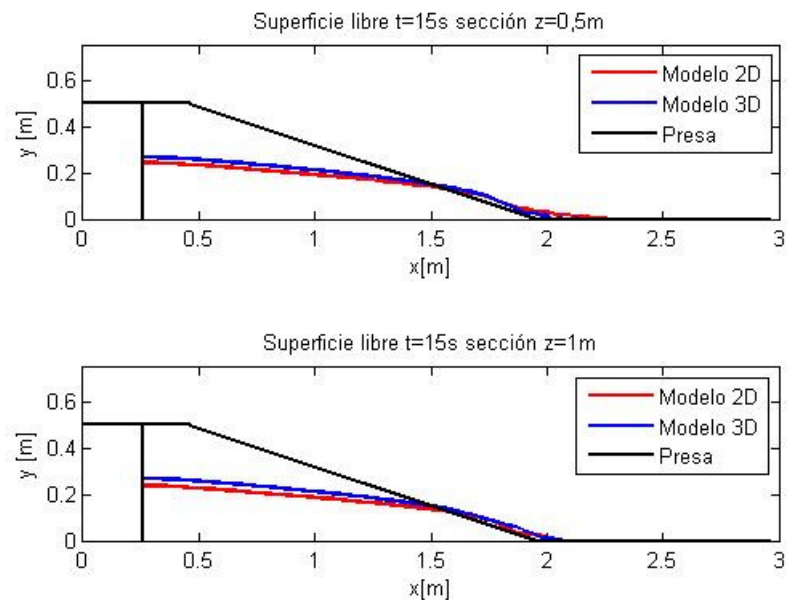


Figura 3.46 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=10s$



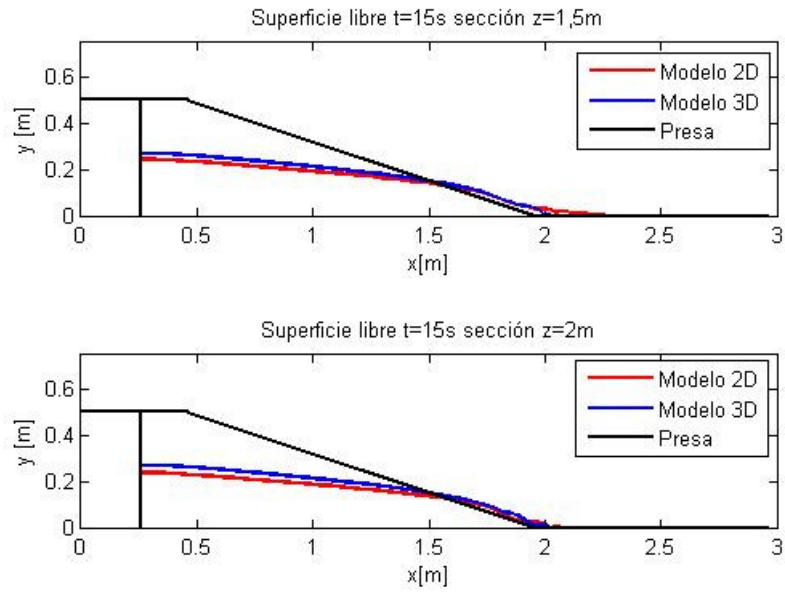
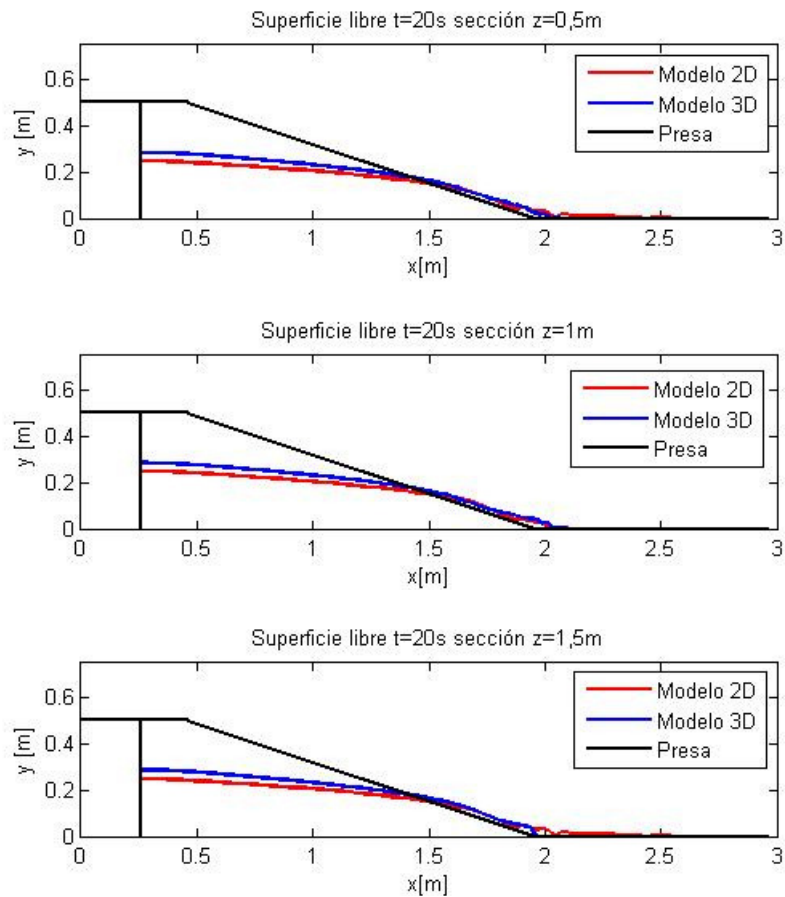


Figura 3.47 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=15s$



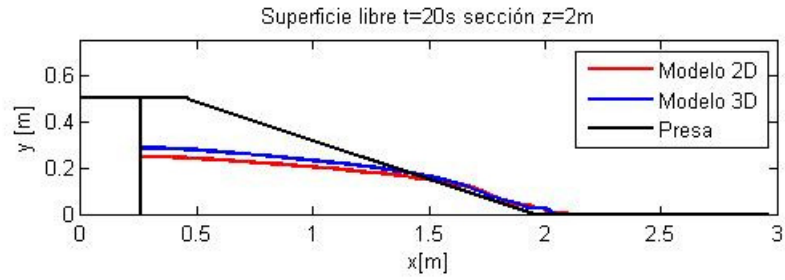


Figura 3.48 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=20s$

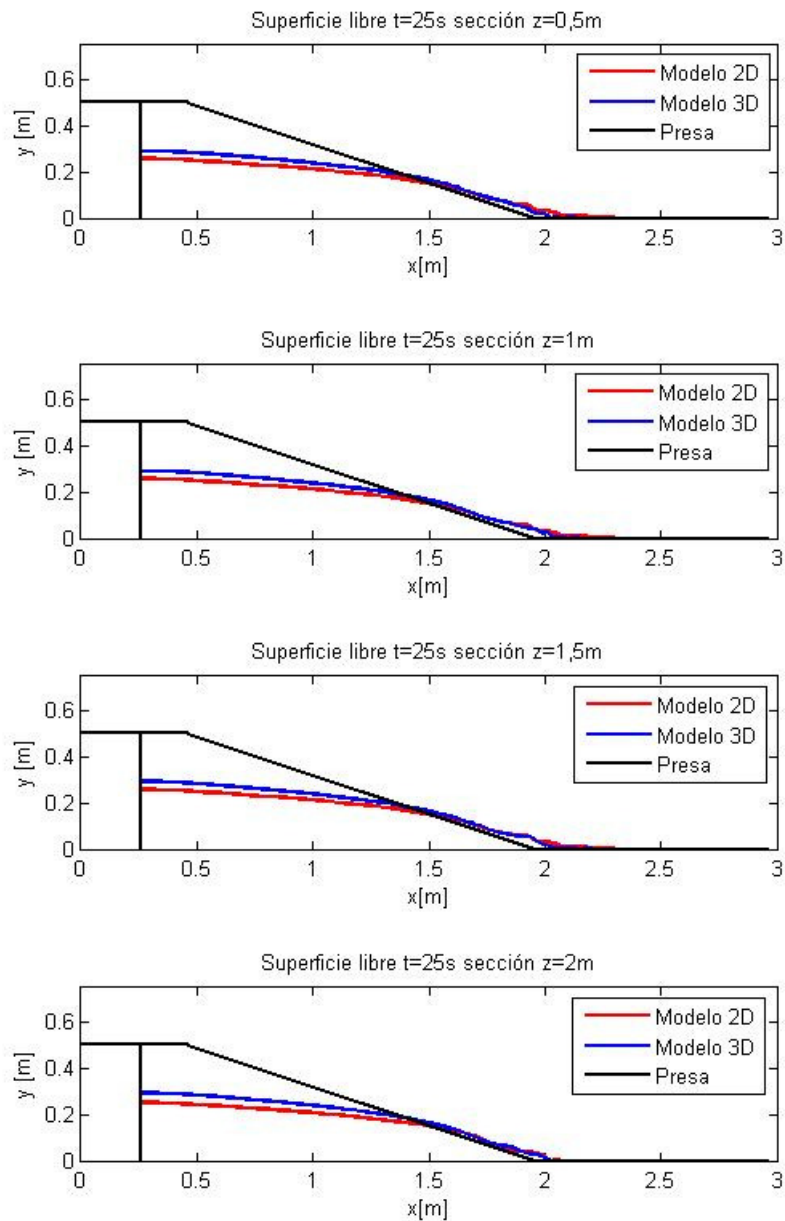


Figura 3.49 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=25s$

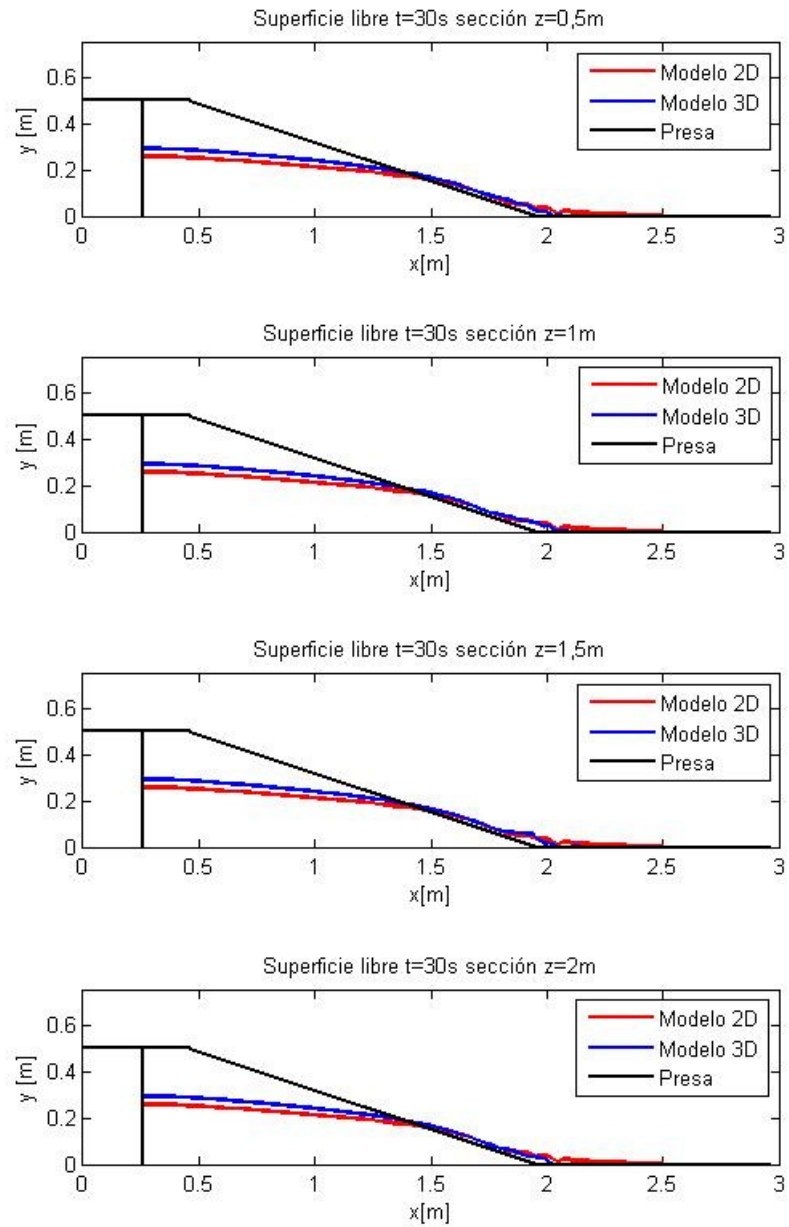
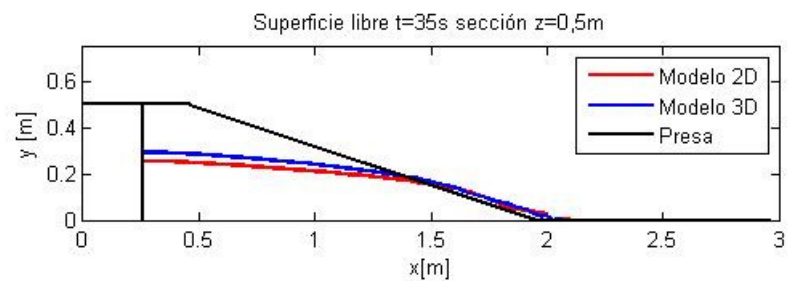


Figura 3.50 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=30s$



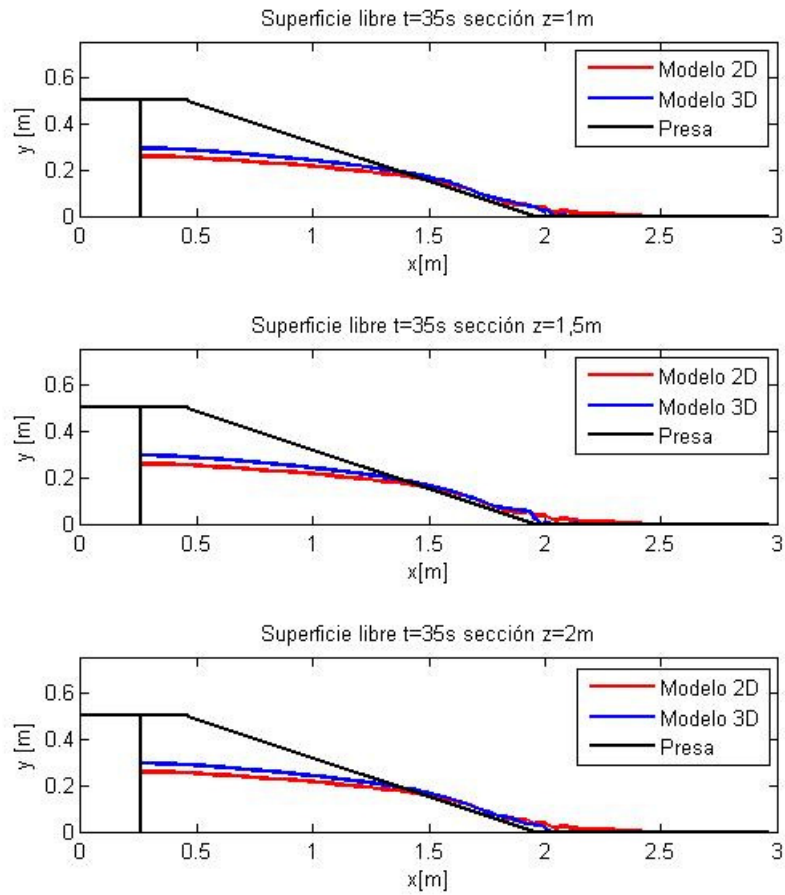
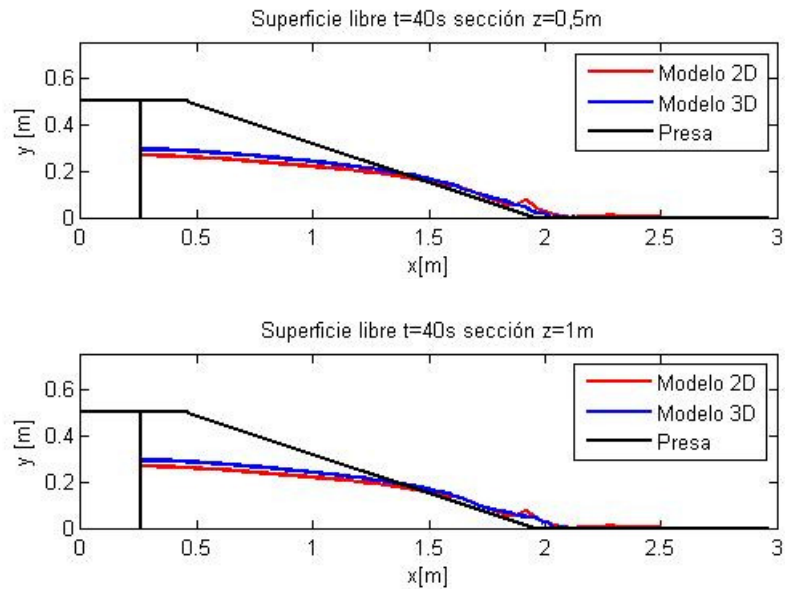


Figura 3.51 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=35s$



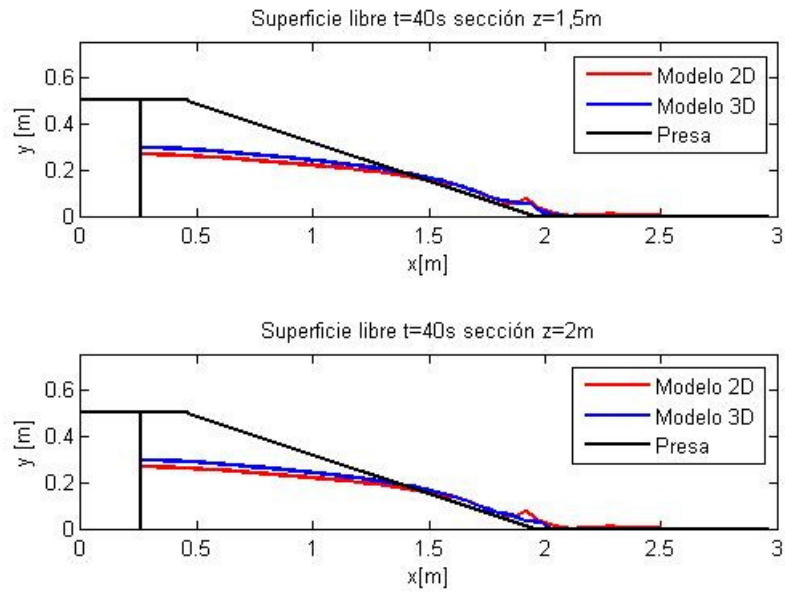
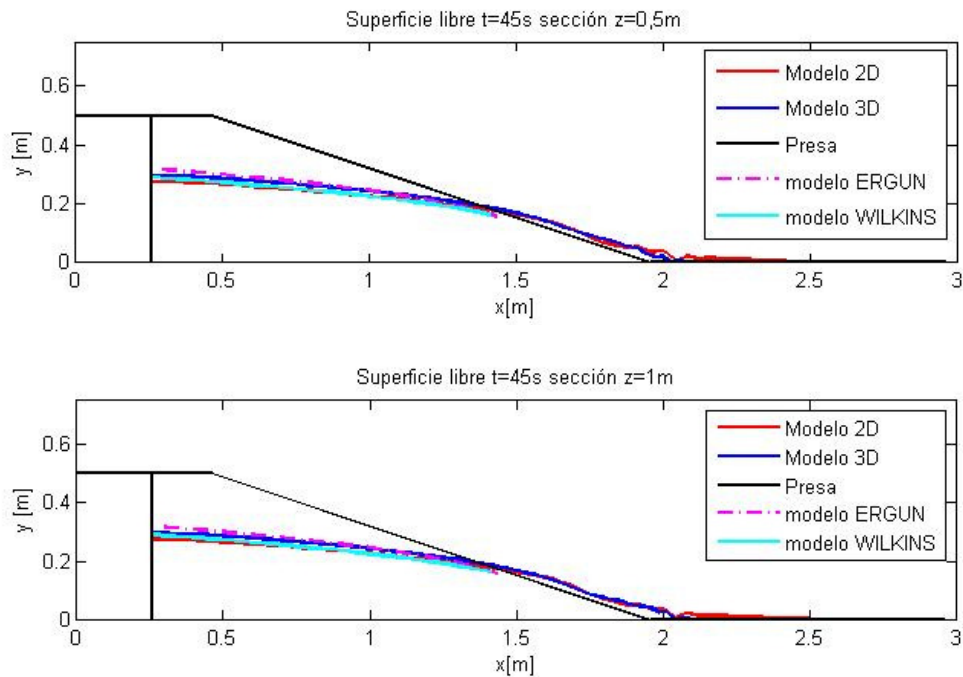


Figura 3.52 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D y de las secciones $z = 0, 5m, z = 1m, z = 1, 5m$ y $z = 2m$, respectivamente, del modelo 3D en el paso de tiempo $t=40s$

En los primeros pasos de tiempo ($t = 5 s$ y $t = 10 s$) del estado transitorio el modelo 2D y las diferentes secciones del modelo 3D son similares. A medida que se aproxima al estado estacionario, la aproximación mejora.

3.2.4.1.2 Análisis del estado estacionario

Como se ha indicado anteriormente, el paso de tiempo en el que realiza la comparación en estado estacionario es 45segundos (ver figura 3.53).



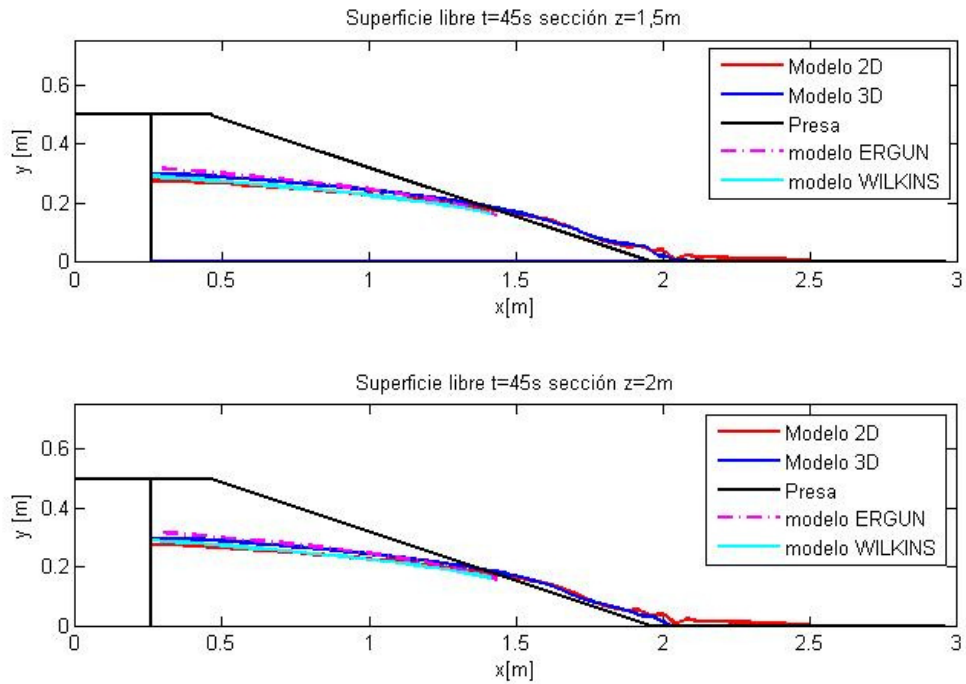


Figura 3.53 Comparación de la posición de la superficie libre del modelo numérico 2D, de los modelos teóricos de Ergun y Wilkins y del modelo 3D en las secciones $z = 0,5m$, $z = 1m$, $z = 1,5m$ y $z = 2m$, respectivamente, en estado estacionario

Como puede observarse, la posición de las superficies libres de los modelos 2D y 3D y los modelos teóricos de Ergun y Wilkins son prácticamente coincidentes, como cabía esperar. Se está, entonces, en condiciones de afirmar, del mismo modo que se hizo con el modelo 2D, que el algoritmo *Edgebased* modeliza correctamente la filtración en un medio poroso para el caso 3D.

4 CONCLUSIONES

El objetivo de este documento, tal y como se presentó en el capítulo 1, ha sido la validación de los dos algoritmos desarrollados por CIMNE, *Elembased* y *Edgebased*, para la modelización de la filtración y determinar cuál de ellos presenta las mejores características para su aplicación en casos reales. La validación se centró en el modelo 2D y se extendió al modelo en 3D.

En este punto se pueden establecer las siguientes conclusiones generales de la tesina:

- Los ejemplos numéricos del capítulo 2 han permitido constatar que los dos algoritmos, tanto *Elembased* como *Edgebased*, modelizan correctamente las presiones, aunque los resultados obtenidos con el primero son más exactos y se ajustan mejor al modelo teórico.
- *Edgebased*, a pesar que *Elembased* modeliza mejor las presiones, es el algoritmo cuya aplicación a casos reales es factible, puesto que su coste computacional es notablemente menor.
- De la validación 2D de *Edgebased* con dos casos experimentales y los modelos teóricos de Ergun (empleado en el propio algoritmo) y Wilkins, se constata que este algoritmo modeliza correctamente la superficie libre del fluido, especialmente en la zona de pie de presa.
- De la validación 3D de *Edgebased* con el modelo 2D correspondiente y con los modelos teóricos de Ergun y Wilkins, se concluye que este algoritmo también modeliza correctamente la superficie libre del fluido en un caso 3D, especialmente en la zona de pie de presa. En definitiva, *Edgebased* modeliza correctamente la filtración en un medio poroso para el caso 3D.

Los aspectos más relevantes del capítulo 1. Introducción son:

- En lo que respecta al problema físico:
 - El sobrevertido es la causa más frecuente del fallo de las presas de materiales sueltos e implica dos mecanismos de rotura, el deslizamiento de una parte de una parte del espaldón de aguas abajo como consecuencia de la saturación progresiva del mismo y el arrastre o erosión progresiva de los materiales que componen el espaldón, en los que el punto más débil del espaldón es el pie de la presa.
- En lo que respecta al problema matemático:
 - Si el terreno está compuesto por gravas y arenas (como es el caso de las presas de escollera) la ley de Darcy lineal deja de tener validez.
 - Para los medios porosos que no se encuentran en el rango de validez de la ley de Darcy lineal, diversos autores (Ergun(1952), Wilkins (1956), McCorquodate y otros (1978), Stephenson (1979), Martins (1990) y Gent (1991)) presentaron fórmulas empíricas no lineales de flujo en medios porosos, de tipo cuadrático y exponencial.
- En lo que respecta a las herramientas empleadas en la modelización numérica:

- La introducción de la geometría y preparación se realiza con Gid (pre proceso del modelo numérico).
- Kratos es el código que realiza el cálculo [4]utiliza Python [5] como interfaz entre Gid y él mismo y, a su vez, como herramienta para el desarrollo de partes específicas del código.
- La visualización de los resultado se hace, de nuevo, mediante Gid (post proceso)

Los aspectos más destacables del capítulo 2. Aproximación numérica a la filtración:

- Las variables del problema son la velocidad de Darcy del fluido \mathbf{v} y la presión p .
- Las ecuaciones de Navier-Stokes para el medio granular, base de los dos algoritmos creados por CIMNE, son las ecuaciones de Navier-Stokes modificadas con la formulación de Ergun para la filtración en medio poroso.
- La elección de la formulación de Ergun frente a las otras cinco expuestas en el capítulo 1, se debe a que se trata de una formulación cuadrática y en la que se anula el gradiente hidráulico cuando el fluido se encuentra fuera del medio poroso, permitiendo el tratamiento del fluido fuera y dentro del medio poroso mediante un modelo único.
- La determinación de la posición de la función distancia se lleva a cabo con la técnica LEVELSET.
- En el algoritmo *Elembased*, la unidad básica es el mismo elemento. El problema es transitorio y para la integración temporal se utiliza un esquema de Crank Nicholson de 2º orden implícito en velocidad y presiones. Esto supone que el coste computacional sea elevado, pero el método es incondicionalmente estable.
- En el algoritmo *Edgebased*, la unidad básica es la arista de la malla. Se resuelven las mismas ecuaciones que con *Elembased*. El problema es transitorio y se utiliza un esquema de integración temporal de Runge Kutta de 4º orden para resolver explícitamente la velocidad, a pesar de tratar implícitamente la presión. El coste computacional es menor pero en contrapartida el método es condicionalmente estable, siendo el número de Courant-Friedrich-Levy (CFL) el parámetro de estabilidad del sistema numérico. El código está paralelizado.
- Los ejemplos numéricos permiten constatar:
 - *Elembased* cumple correctamente el principio de conservación de la masa, mientras que *Edgebased* produce un leve incremento de la masa, que disminuye con el refinado de la malla.
 - La modelización de la distribución de presiones lineal en un estado hidrostático es correcta en ambos algoritmos.
 - La modelización de las presiones, en las analogías al flujo en tuberías, con y sin gravedad, se ajusta de forma excelente al modelo teórico de Ergun con el algoritmo *Elembased*, sin embargo, el ajuste de *Edgebased* no es tan bueno.
 - El coste computacional de *Edgebased* es sensiblemente menor que el de *Elembased*. Esta diferencia, que en casos simples no es problemática más allá de la lentitud de *Elembased*, en casos más complejos, como el del estudio de la

filtración en ensayo de presas de escollera hacen que por ahora sólo sea viable el uso de *Edgebased* en estos casos.

Finalmente, es destacable del capítulo 3. Aplicación a presas de escollera:

- En el caso de la presa con pantalla impermeable la aproximación de la posición de la superficie libre del modelo numérico a la del modelo experimental proporcionado por CEDEX es óptima en el pie de la presa, existiendo una cierta diferencia aguas arriba. La aproximación del modelo numérico a los modelos teóricos de Ergun y Wilkins, es buena, especialmente para el segundo caso.
- En el caso 2D de la presa con núcleo impermeable la aproximación de la posición de la superficie libre del modelo numérico a la del modelo experimental es buena para los 11 casos evaluados. La aproximación a la posición de la superficie libre proporcionada por los modelos numéricos también es buena.
- Se constató que cuando la velocidad de entrada es baja, ésta condiciona los resultados del modelo numérico.
- En el caso 3D de la presa con núcleo impermeable, la aproximación de la posición de la superficie libre de las cuatro secciones en estudio a la del modelo 2D, así como, a los modelos teóricos de Ergun y Wilkins, es satisfactoria.

5 AGRADECIMIENTOS

La vida es como una estructura sin unos buenos cimientos no resiste, pero aún siendo estos cimientos buenos, sin el trabajo duro y la constancia del ingeniero por sacarla adelante no se puede gozar de ella en todo su esplendor. Mis padres, Rubén y mis amigos son esos cimientos que han resistido por mi cuando he desfallecido y me han hecho más fuerte, mis tutores son el ingeniero que ha velado porque mi trabajo fuese fructífero.

Este trabajo es tan vuestro como mío.

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto XPRES Proyecto de Plan Nacional I+D, (Ref: BIA2007-68120-C03-01 (2007 -2010)) financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia.

6 REFERENCIAS

- [1] J.C. López Verdejo. Caracterización del proceso de saturación de una presa de escollera mediante métodos unidimensionales. PhD tesis: Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.
- [2] XPRES. Desarrollo de un método para el estudio del proceso de rotura de presas de escollera por sobrevertido combinando técnicas de elementos finitos y partículas. Proyecto de Plan Nacional I+D BIA2007- 68120-C03-01, 2007-2010
- [3] Gid, the personal pre and post processor. <http://gid.cimne.upc.es>
- [4] Kratos, Multiphysics finite element method C++ open source code.
<http://www.cimne.upc.es/kratos/>
- [5] Python, programming language. <http://www.python.org>
- [6] C. Tapia. Análisis numérico del proceso de filtración en presas de escollera. TFC, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [7] A. Larese. Aplicaciones del método de partículas y elementos finitos en Ingeniería Civil. Proyecto de Tesis para la obtención del Diploma de Estudios Avanzados (DEA): Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Cataluña, 2007.
- [8] P. Nithiarasu and C.B. Liu. An artificial compressibility based characteristic based split (cbs) scheme for steady an unsteady turbulent incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006
- [9] R.N. Elias, M.A.D. Martins, and L.G.A. Coutinho. Simple finite element-based computation of distance functions in unstructured grids. *International Journal for Numerical Methods Engineering*, 2007.
- [10] O. Soto, R. Lohner, J. Cebra, and F. Camelli. A stabilized edge-based implicit incompressible flow formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004.
- [11] R. Codina. A stabilized finite element method for generalized stationary incompressible flows. *Comput.* 2001
- [12] X. Oliver, C.Argelet. "Mecánica de medios continuos para ingenieros" Ediciones UPC. *Universidad Politécnica de Cataluña*. 2000
- [13] S. Osher and R.P.Fedkiw. Level set methods: An overview and some recent results. *Journal of Computational Physics*, 169:463{502, 2001.

APÉNDICES

Interfaz python *Edgebased*

```
import edgebased_levelset_var

#####

#####

#setting the domain size for the problem to be solved

domain_size = edgebased_levelset_var.domain_size

#####

#####

## ATTENTION: here the order is important

#including kratos path

kratos_libs_path      = edgebased_levelset_var.kratos_path + '/libs' ##kratos_root/libs

kratos_applications_path      = edgebased_levelset_var.kratos_path + '/applications'
##kratos_root/applications

import sys

sys.path.append(kratos_libs_path)

sys.path.append(kratos_applications_path)

#importing Kratos main library

from Kratos import *

kernel = Kernel() #defining kernel

#importing applications

import applications_interface

applications_interface.Import_IncompressibleFluidApplication = True

applications_interface.ImportApplications(kernel, kratos_applications_path)

## from now on the order is not anymore crucial

#####

#####

from KratosIncompressibleFluidApplication import *

#defining a model part for the fluid and one for the structure

fluid_model_part = ModelPart("FluidPart");
```

```
#####  
  
##importing the solvers needed  
  
import edgebased_levelset_solver  
  
edgebased_levelset_solver.AddVariables(fluid_model_part)  
  
#introducing input file name  
  
input_file_name = edgebased_levelset_var.problem_name  
  
#reading the fluid part  
  
gid_mode = GiDPostMode.GiD_PostBinary  
  
multifile = MultiFileFlag.MultipleFiles  
  
deformed_mesh_flag = WriteDeformedMeshFlag.WriteUndeformed  
  
write_conditions = WriteConditionsFlag.WriteConditions  
  
##selecting output format  
  
if(edgebased_levelset_var.print_layers == True):  
  
    gid_io      =      EdgebasedGidIO(input_file_name,gid_mode,multifile,deformed_mesh_flag,  
write_conditions)  
  
else:  
  
    gid_io = GidIO(input_file_name,gid_mode,multifile,deformed_mesh_flag, write_conditions)  
  
    model_part_io_fluid = ModelPartIO(input_file_name)  
  
model_part_io_fluid.ReadModelPart(fluid_model_part)  
  
#setting up the buffer size: SHOULD BE DONE AFTER READING!!!  
  
fluid_model_part.SetBufferSize(2)  
  
##adding dofs  
  
edgebased_levelset_solver.AddDofs(fluid_model_part)  
  
##we assume here that all of the internal nodes are marked with a negative distance  
  
##set the distance of all of the internal nodes to a small value  
  
small_value = 0.0001  
  
n_active = 0  
  
for node in fluid_model_part.Nodes:  
  
    dist = node.GetSolutionStepValue(DISTANCE)
```

```
if(dist < 0.0):
    n_active = n_active + 1
    node.SetSolutionStepValue(DISTANCE,0,-small_value)
else:
    node.SetSolutionStepValue(DISTANCE,0,small_value)

if(n_active == 0):
    raise "ERROR. At least one node has to be initialized with a distance lesser than 0"
#make sure that the porosity is not zero on any node (set by default to fluid only)
for node in fluid_model_part.Nodes:
    if(node.GetSolutionStepValue(POROSITY) == 0.0):
        node.SetSolutionStepValue(POROSITY,0,1.0)
    if(node.GetSolutionStepValue(DIAMETER) == 0.0):
        node.SetSolutionStepValue(DIAMETER,0,1.0)

#constructing the solver
body_force = Vector(3)
body_force[0] = edgebased_levelset_var.body_force_x
body_force[1] = edgebased_levelset_var.body_force_y
body_force[2] = edgebased_levelset_var.body_force_z
viscosity = edgebased_levelset_var.viscosity
density = edgebased_levelset_var.density

fluid_solver = edgebased_levelset_solver.EdgeBasedLevelSetSolver(fluid_model_part,domain_size,body_force,viscosity,density)

fluid_solver.redistance_frequency = edgebased_levelset_var.redistance_frequency
fluid_solver.extrapolation_layers = edgebased_levelset_var.extrapolation_layers
fluid_solver.stabdt_pressure_factor = edgebased_levelset_var.stabdt_pressure_factor
fluid_solver.stabdt_convection_factor = edgebased_levelset_var.stabdt_convection_factor
fluid_solver.tau2_factor = edgebased_levelset_var.tau2_factor
fluid_solver.edge_detection_angle = edgebased_levelset_var.edge_detection_angle
```

```
fluid_solver.assume_constant_pressure = edgebased_levelset_var.assume_constant_pressure

fluid_solver.Initialize()

if(edgebased_levelset_var.wall_law_y > 1e-10):

    fluid_solver.fluid_solver.ActivateWallResistance(edgebased_levelset_var.wall_law_y);

####

print "fluid solver created"

#settings to be changed

max_Dt = edgebased_levelset_var.max_time_step

initial_Dt = 0.001 * max_Dt

final_time = edgebased_levelset_var.max_time

output_dt = edgebased_levelset_var.output_dt

safety_factor = edgebased_levelset_var.safety_factor

number_of_inital_steps = edgebased_levelset_var.number_of_inital_steps

initial_time_step = edgebased_levelset_var.initial_time_step

out = 0

original_max_dt = max_Dt

###mesh to be printed

if(edgebased_levelset_var.print_layers == False):

    mesh_name = 0.0

    gid_io.InitializeMesh( mesh_name)

    gid_io.WriteMesh( fluid_model_part.GetMesh() )

    gid_io.FinalizeMesh()

    gid_io.Flush()

    gid_io.InitializeResults(mesh_name, (fluid_model_part).GetMesh());

max_safety_factor = safety_factor

time = 0.0

step = 0

next_output_time = output_dt

while(time < final_time):
```

```
if(step < number_of_inital_steps):
    max_Dt = initial_time_step
else:
    max_Dt = original_max_dt
    #progressively increment the safety factor
    #in the steps that follow a reduction of it
    safety_factor = safety_factor * 1.2
    if(safety_factor > max_safety_factor):
        safety_factor = max_safety_factor
Dt = fluid_solver.EstimateTimeStep(safety_factor,max_Dt)
time = time + Dt
fluid_model_part.CloneTimeStep(time)
print "***** CURRENT TIME = ",time
if(step >= 3):
    fluid_solver.Solve()
    check_dt = fluid_solver.EstimateTimeStep(0.95,max_Dt)
    if(check_dt < Dt):
        print "*****"
        print "*****"
        print "*****"
        print "    *** REDUCING THE TIME STEP ***"
        print "*****"
        print "*****"
        print "*****"
        #we found a velocity too large! we need to reduce the time step
        fluid_solver.fluid_solver.ReduceTimeStep(fluid_model_part,time) ##this is to set the database
to the value at the beginning of the step
        safety_factor *= edgebased_levelset_var.reduction_on_failure
        reduced_dt = fluid_solver.EstimateTimeStep(safety_factor,max_Dt)
```



```
print "time before reduction= ",time

time = time - Dt + reduced_dt

print "reduced time = ",time

print "Dt = ",Dt

print "reduced_dt = ",reduced_dt

fluid_solver.fluid_solver.ReduceTimeStep(fluid_model_part,time) ##this is to set the database
to the value at the beginning of the step

fluid_solver.Solve()

if(time >= next_output_time):

if(edgebased_levelset_var.print_layers == True):

#writing mesh

gid_io.InitializeMesh( time );

gid_io.WriteMesh((fluid_model_part).GetMesh());

gid_io.FinalizeMesh();

gid_io.InitializeResults(time, (fluid_model_part).GetMesh());

gid_io.WriteNodalResults(PRESSURE,fluid_model_part.Nodes,time,0)

gid_io.WriteNodalResults(VELOCITY,fluid_model_part.Nodes,time,0)

gid_io.WriteNodalResults(DISTANCE,fluid_model_part.Nodes,time,0)

gid_io.WriteNodalResults(PRESS_PROJ,fluid_model_part.Nodes,time,0)

gid_io.Flush()

if(edgebased_levelset_var.print_layers == True):

gid_io.FinalizeResults()

next_output_time = time + output_dt

out = 0

out = out + 1

step = step + 1

if(edgebased_levelset_var.print_layers == False):

gid_io.FinalizeResults()
```

Interfaz python *Elembased*

```
import elembased_levelset_var

#####

#####

#setting the domain size for the problem to be solved

domain_size = elembased_levelset_var.domain_size

#####

#####

## ATTENTION: here the order is important

#including kratos path

kratos_libs_path      = elembased_levelset_var.kratos_path + '/libs' ##kratos_root/libs

kratos_applications_path      =  elembased_levelset_var.kratos_path  +  '/applications'
##kratos_root/applications

import sys

sys.path.append(kratos_libs_path)

sys.path.append(kratos_applications_path)

#importing Kratos main library

from Kratos import *

kernel = Kernel() #defining kernel

#importing applications

import applications_interface

applications_interface.Import_IncompressibleFluidApplication = True

applications_interface.Import_ConvectionDiffusionApplication = True

applications_interface.ImportApplications(kernel, kratos_applications_path)

## from now on the order is not anymore crucial

#####

#####

from KratosIncompressibleFluidApplication import *

from KratosConvectionDiffusionApplication import *
```

```
#defining a model part for the fluid and one for the structure

fluid_model_part = ModelPart("FluidPart");

#####

##importing the solvers needed

import level_set_elembased_fluid_solver

level_set_elembased_fluid_solver.AddVariables(fluid_model_part)

#introducing input file name

input_file_name = elembased_levelset_var.problem_name

#reading the fluid part

gid_mode = GiDPostMode.GiD_PostBinary

multifile = MultiFileFlag.MultipleFiles

deformed_mesh_flag = WriteDeformedMeshFlag.WriteUndeformed

write_conditions = WriteConditionsFlag.WriteElementsOnly

##selecting output format

if(elembased_levelset_var.print_layers == True):

    gid_io      =      EdgebasedGidIO(input_file_name,gid_mode,multifile,deformed_mesh_flag,
write_conditions)

else:

    gid_io = GidIO(input_file_name,gid_mode,multifile,deformed_mesh_flag, write_conditions)

model_part_io_fluid = ModelPartIO(input_file_name)

model_part_io_fluid.ReadModelPart(fluid_model_part)

#setting up the buffer size: SHOULD BE DONE AFTER READING!!!

fluid_model_part.SetBufferSize(2)

##adding dofs

level_set_elembased_fluid_solver.AddDofs(fluid_model_part)

##we assume here that all of the internal nodes are marked with a negative distance

##set the distance of all of the internal nodes to a small value

small_value = 0.0001

n_active = 0
```

```
for node in fluid_model_part.Nodes:

    node.SetSolutionStepValue(VISCOSITY,0,elembased_levelset_var.viscosity)

    node.SetSolutionStepValue(DENSITY,0,elembased_levelset_var.density)

    node.SetSolutionStepValue(BODY_FORCE_X, 0, elembased_levelset_var.body_force_x)

    node.SetSolutionStepValue(BODY_FORCE_Y, 0, elembased_levelset_var.body_force_y)

    node.SetSolutionStepValue(BODY_FORCE_Z, 0, elembased_levelset_var.body_force_z)

    node.Free(PRESSURE)

    node.SetSolutionStepValue(PRESSURE,0,0.0)

    dist = node.GetSolutionStepValue(DISTANCE)

    if(dist < 0.0):

        n_active = n_active + 1

        node.SetSolutionStepValue(DISTANCE,0,-small_value)

    else:

        node.SetSolutionStepValue(DISTANCE,0,small_value)

if(n_active == 0):

    raise "ERROR. At least one node has to be initialized with a distance lesser than 0"

#make sure that the porosity is not zero on any node (set by default to fluid only)

for node in fluid_model_part.Nodes:

    if(node.GetSolutionStepValue(POROSITY) == 0.0):

        node.SetSolutionStepValue(POROSITY,0,1.0)

    if(node.GetSolutionStepValue(DIAMETER) == 0.0):

        node.SetSolutionStepValue(DIAMETER,0,1.0)

#constructing the solver

body_force = Vector(3)

body_force[0] = elembased_levelset_var.body_force_x

body_force[1] = elembased_levelset_var.body_force_y

body_force[2] = elembased_levelset_var.body_force_z

##print body_force

viscosity = elembased_levelset_var.viscosity
```

```
density = elembased_levelset_var.density

fluid_solver =
level_set_elembased_fluid_solver.ElemBasedLevelSetSolver(fluid_model_part,domain_size,body_force)

fluid_solver.redistance_frequency = elembased_levelset_var.redistance_frequency

fluid_solver.number_of_extrapolation_layers = elembased_levelset_var.extrapolation_layers

fluid_solver.Initialize()

####

print "fluid solver created"

#settings to be changed

##Dt = elembased_levelset_var.time_step

final_time = elembased_levelset_var.max_time

output_dt = elembased_levelset_var.output_dt

coef = elembased_levelset_var.delta_time_coefficient

#number_of_inital_steps = elembased_levelset_var.number_of_inital_steps

#initial_time_step = elembased_levelset_var.initial_time_step

out = 0

###mesh to be printed

if(elembased_levelset_var.print_layers == False):

    mesh_name = 0.0

    gid_io.InitializeMesh( mesh_name)

    gid_io.WriteMesh( fluid_model_part.GetMesh() )

    gid_io.FinalizeMesh()

    gid_io.Flush()

    gid_io.InitializeResults(mesh_name, (fluid_model_part).GetMesh());

time_old_print = 0.0

time = 0.0

step = 0

initial_time_step = 0.00001

next_output_time = output_dt
```

```
Dt_old = elembased_levelset_var.time_step
while(time < final_time):
    if(step < 10):
        Dt = initial_time_step
    else:
        ##Calculate Dt when a jump in velocity is reached
        Dt_new = fluid_solver.CalculateDelta_t(Dt)
        if(Dt_old >= coef * Dt_new):
            Dt = coef * Dt_new
        else:
            Dt = Dt_old
    time = time + Dt
    fluid_model_part.CloneTimeStep(time)
    print "***** CURRENT TIME = ",time
    if(step >= 3):
        ## ##Calculate Dt when a jump in velocity is reached
        ## Dt_old = elembased_levelset_var.time_step
        ## Dt_new = fluid_solver.CalculateDelta_t(Dt)
        ## if(Dt_old >= coef * Dt_new):
        ## Dt = coef * Dt_new
        fluid_solver.Solve()
        time_to_print = time - time_old_print
    # if(time >= next_output_time):
    if(time_to_print >= elembased_levelset_var.output_dt ):
        if(elembased_levelset_var.print_layers == True):
            #writing mesh
            gid_io.InitializeMesh( time );
            gid_io.WriteMesh((fluid_model_part).GetMesh());
            gid_io.FinalizeMesh();
```

```
gid_io.InitializeResults(time, (fluid_model_part).GetMesh());
gid_io.WriteNodalResults(PRESSURE,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(VELOCITY,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(DISTANCE,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(VISCOSITY,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(DENSITY,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(NORMAL,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(POROSITY,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(DIAMETER,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(IS_STRUCTURE,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(CONVECTION_VELOCITY, fluid_model_part.Nodes, time, 0)
gid_io.WriteNodalResults(BODY_FORCE,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.WriteNodalResults(AUX_INDEX,fluid_model_part.Nodes,time,0)
gid_io.Flush()
if(elembased_levelset_var.print_layers == True):
    gid_io.FinalizeResults()
    time_old_print = time
#   next_output_time = time + output_dt
#   out = 0
#   out = out + 1
    step = step + 1
if(elembased_levelset_var.print_layers == False):
    gid_io.FinalizeResults()
```