

# SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA ESPÁTULA DEL PEZ ESPADA<sup>1</sup>

Felipe J. Acosta<sup>2</sup>, Guillermo A. Riveros<sup>3</sup>

Resumen: La espátula del pez espada tiene como función primordial la estabilidad hidrodinámica durante el proceso de alimentación además de poder detectar la comida con receptores que se encuentran aleatoriamente distribuidos en la espátula. Esta espátula está formada en la parte exterior por piel que se encarga de cubrir los cartílagos que rodean los huesos que tienen una geometría enrejada. El objetivo de este trabajo es evaluar el comportamiento mecánico de cuatro modelos de elementos finitos variando el tipo de formulación de la siguiente manera: primer orden-integración reducida, primera orden-integración completa, segunda orden-integración reducida y segundo orden-integración completa. Además se observaron los mecanismos de transferencia de cargas a través de la estructura ósea. El material utilizado fue acero con propiedades elástico-plásticas como material homogéneo que sirva de base para el estudio antes de utilizar materiales representativos de hueso, cartílagos y tejido. Se encontró que el modelo de formulación de segundo orden produjo reducción en la rigidez según se aprecia por producir un mayor nivel de desplazamientos y esfuerzos a lo largo de la paleta cuando se compara con los modelos de formulación de primer orden.

**Palabras clave:** elementos finitos, materiales bio-inspirados, paleta del pez espada,

## NUMERICAL SYMULATION OF THE PADDLEFISH ROSTRUM

Abstract: The main purpose of the rostrum of a Paddlefish is to provide hydrodynamic stability during feeding process in addition to detect the food using receptors that are randomly distributed in the rostrum. The rostrum is formed in the exterior by the tissue that is covering the cartilage that surrounds the bones forming interlocking star shaped bones. The objective of this work is to evaluate the mechanical behavior of four finite element models varying the type of formulation as follows: linear-reduced integration, linear-full integration, quadratic-reduced integration, and quadratic-full integration. In addition the load transfer mechanisms of the rostrum bone structure were observed. The base material used in the study was steel with elastic-plastic behavior as a homogeneous material before applying materials properties that represents the behavior of bones, cartilages and tissues. From the study is found that quadratic formulation resulted in lower structural stiffness as seen by higher displacements and stresses than using linearly formulated elements.

**Keywords:** bio-inspired materials, finite elements, paddlefish rostrum.

## INTRODUCCIÓN

En la naturaleza encontramos estructuras biológicas que por millones de años han evolucionado de tal forma que sus propiedades mecánicas son extraordinarias. Algunos ejemplos de estos son cáscaras de ostras, huesos, escamas de peces, tela de arañas, entre otros. La ciencia se ha interesado en estudiar estos sistemas para entender las relaciones que existen entre materiales compuestos livianos y altamente resistentes y así poder desarrollar materiales

---

<sup>1</sup> Recibido el 20 de abril de 2017 y aceptado el 25 de agosto de 2018.

<sup>2</sup> Catedrático, Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Universidad de Puerto Rico, Recinto Universitario de Mayagüez, Mayagüez, PR 00681-9000. E-mail: felipe.acosta@upr.edu

<sup>3</sup> Científico, Information Technology Laboratory, Engineer Research and Development Center, US Army Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi.

alternos con propiedades similares (por ejemplo, Send, 2011; Flammang y Porter, 2011; Allison et al., 2013; Vepari y Kaplan, 2007). Este trabajo se concentra en el estudio de la espátula del pez espada (*Polydon Spathula*) (

Figura 1a).

Inicialmente se creía que la espátula del pez espada era utilizada para escarbar su alimento del fango en el fondo del cuerpo de agua o de las algas (Forbes, 1878; 1888a; 1888b). Luego se encontró que sus funciones eran otras. La paleta contiene un arreglo aleatorio de sensores electromagnéticos para detectar plancton, el cual es su alimento principal. El pez nada con su boca abierta, filtrando el agua rica en plancton con sus agallas especializadas. La paleta además provee estabilidad mientras navega, especialmente en contra de la corriente (Hoover et al.; 2013a; 2013b).

Los trabajos de investigación que se encuentran en la literatura que tratan de la paleta del pez espada no solamente se han enfocado en las propiedades mecánicas de la paleta del pez, sino también sus propiedades hidráulicas y electromagnéticas. Allen y Riveros (2013) estudiaron numéricamente las características de sustentación y resistencia hidráulica de la paleta según se ha observado durante el proceso de alimentación del pez. El modelo fue generado a base de un pez joven fallecido y se utilizó un modelo de turbulencia característico de las condiciones de borde de separación de flujo basado en observaciones experimentales. Además se estudió el comportamiento modificando el ángulo de ataque de 0, 5 y 10 grados. Los resultados fueron comparados con los de un alerón simétrico y asimétrico con áreas similares a la paleta bajo las mismas condiciones de flujo. Se encontró que la sustentación de la paleta es comparable a la que ocurre en el alerón simétrico. Sin embargo, se encontró que el beneficio de la sustentación se vio reducido por las pérdidas de fricción y resistencia. Un trabajo subsiguiente fue el de Patel y Riveros (2013). En este estudio, a diferencia del anterior, se modeló la paleta pegada a una representación del cuerpo de un pez adulto. Esto ayudó a entender la interacción que tiene la paleta con el resto del cuerpo para obtener mayor beneficio hidráulico. Se evaluó el ataque al flujo de 0, 5 y 10 grados, simulando distintas condiciones de flujo. Del estudio se encontró que la paleta ayuda sustancialmente la navegación del pez durante su alimentación, en especial cuando va en contra de la corriente. Esta hace que el pez tenga propulsión y su esfuerzo de nado sea menor. También se encontró que las presiones generadas en la boca ayudan a que el agua con plancton sea filtrada rápida y eficientemente.

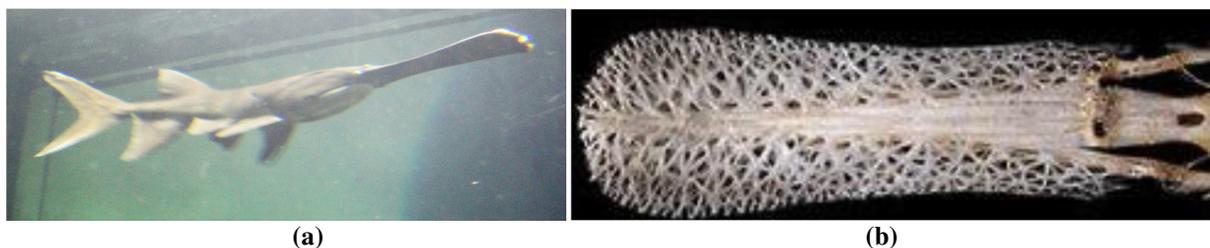
Una característica de la paleta del pez espada es su capacidad receptora de señales electromagnéticas. Esta propiedad es de tipo pasiva, o sea que solo capta señales y no las produce. Esta habilidad la utiliza para detectar las leves señales electromagnéticas generadas por el plancton, alimento primordial del pez espada. En el estudio realizado por Gurgens et al. (2000) se evaluaron las respuestas de 20 peces jóvenes a tres tipos de obstáculos: plástico, aluminio, y aluminio cubierto con plástico negro. El experimento se realizó bajo iluminación infrarroja para que la evasión visual no afectara la prueba. Encontraron que los peces evadieron en todas las pruebas el obstáculo de aluminio, pero chocaron en varias ocasiones con el de plástico y el aluminio cubierto de plástico, al igual que con las paredes del tanque. En el estudio de Wilkens et al. (2002) se describe detalladamente el sistema o circuito neurológico que controla los receptores electromagnéticos. Realizaron varios experimentos con peces jóvenes donde se mide la receptividad durante el proceso de alimentación y la capacidad de evadir obstáculos metálicos. Wilken y Hofmann (2007) presentan una descripción del sistema de receptores en la paleta del pez espada, sustentado con resultados experimentales de sus estudios. Presentan el punto de que las estructuras metálicas utilizadas en las esclusas y represas afectan el patrón migratorio del pez debido a las emisiones electromagnéticas generadas. Por otro lado, Pothmann et al. (2012) establecieron que existen dos tipos de poblaciones de neuronas para procesar la información en el cerebro del pez. En el estudio establecieron las funciones y relaciones que existen entre estos dos grupos de neuronas para el procesamiento de la información recibida. Del estudio se genera la hipótesis de que estos sistemas se complementan para detección de objetos a distintas proximidades y procesamiento de diferentes amplitudes de onda.

En cuanto a las propiedades mecánicas, Allison et al. (2013) evaluaron las propiedades mecánicas en varias posiciones de la paleta mediante nano-indentación y su contenido morfológico mediante espectroscopia infrarroja de transformada de Fourier (FTIR por su nombre en inglés) de los cartílagos. De la espectroscopia se determinó que los grupos funcionales principales fueron amida, carboxílico, fosfato y carbonilo. No se encontró diferencias entre muestras tomadas a lo largo de la paleta. De la nano-indentación se obtuvo el módulo de elasticidad del cartílago, donde se encontró que la distribución a lo largo del centro de la paleta no fue discernible. Sin embargo, sí se observó en los huesos fuera del centro. Como parte del mismo estudio, en una reciente publicación por Deang et al. (2017) se presenta un trabajo donde se evaluaron las propiedades mecánicas del cartílago primario de la paleta. Siendo el cartílago un material hiperelástico, realizaron pruebas de tensión y compresión de muestras del cartílago a distintas

razones de deformación, desde 0.01/s hasta 100/s. Determinaron que el modelo hiperelástico de Odgen representa el comportamiento constitutivo del material, el cual fue calibrado usando datos experimentales.

La paleta tiene una estructura única formada por piel, la cual cubre una red de cartílagos entrelazados en una estructura de huesos en forma enrejada, según se aprecia en la

Figura 1-b. Esta espátula actúa como una viga en voladizo, chata en el extremo lejano a la boca del pez, engrosándose y estrechándose al acercarse hacia la boca. En estudios preliminares se encontró que al comparar la capacidad de atenuación balística de la sección sólida opuesta a la sección con el detalle de la estructura ósea, esta reduce dramáticamente la energía de la misma (Riveros et al., 2014). Por tales propiedades es que el objetivo de este estudio es desarrollar un modelo de elementos finitos detallado y evaluar el comportamiento cuando se utilizan elementos de formulación de primer y segundo orden con integración reducida y completa que sirva de base para estudiar el comportamiento mecánico de la estructura interna de la espátula. En futuros estudios se variarán las propiedades mecánicas de cada componente para que representen las características de hueso, cartílagos y tejido. Además se examinará el uso del modelo para desarrollar elementos de protección de estructuras utilizando materiales alternos como compuestos fibra-reforzados.



**Figura 1: Pez espada: (a) pez completo; (b) estructura ósea de la paleta.**

## EVALUACIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Se construyó un modelo de elementos finitos y se lo importó al programa comercial Abaqus (Abaqus, 2014). Este modelo fue creado a base de la tomografía de una paleta del pez basado en los tonos grisáceos generados. De la imagen se determinaron los tres componentes principales que se identificaron en la sección anterior como cartílago primario, cartílago secundario y tejido, y se muestran en la

Figura 3. La dirección longitudinal del modelo se orienta a lo largo de la paleta y es paralelo al eje Z. El eje X es horizontal en la dirección del ancho de la paleta y el eje Y es paralelo al espesor (

Figura 2). En la

Figura 3 se presentan las mallas de elementos finitos de los tres componentes y la integración en el modelo. La malla fue generada inmediatamente después de procesar los *CT Scan* utilizando programa Simpleware (Synopsis, 2017) y posee un total de 1,420,163 de elementos, donde 119,712 son hexaedros, y 1,300,451 son tetraedros. Una desventaja de este modelo es que la malla es huérfana, lo que limita la reformulación de la misma. De las pocas modificaciones que permite hacer incluye el tipo de elementos (formulación lineal o cuadrática) y el orden de integración. En un futuro se generarán otros modelos con distintas densidades de malla para refinar el estudio. A raíz de estas limitaciones, para este modelo se eligieron elementos con distintas formulaciones matemáticas. A tal efecto, se evaluaron cuatro modelos: dos con elementos de formulación lineal y dos con formulación cuadrática. De cada grupo de modelos se analizó uno con integración reducida y otro con integración completa. Los modelos de formulación lineal tienen 1,123,083 de grados de libertad mientras que los modelos cuadráticos tienen 7,319,172 grados de libertad. De los modelos, solamente los elementos tipo hexaedros permiten la utilización de integración reducida o completa. El uso de integración reducida tiene la ventaja de que el tiempo de análisis es menor ya que la integración numérica de cada término de la matriz de rigidez se lleva a cabo con un número menor de iteraciones. Sin embargo, la integración reducida ha causado inestabilidades cuando se utiliza con elementos de primer orden. Por ejemplo, en la

Figura 4 se explica este fenómeno usando como muestra un elemento lineal cuadrilátero plano. En el caso de flexión pura, este elemento no puede representar la curvatura apropiadamente por lo que genera una rigidez

adicional en cortante donde no existe. Además, si se utiliza una integración reducida, que se traduce en un punto de integración al centro del elemento, se genera lo que se conoce como un “modo de cero energía de deformación” (Cook et al., 2002).

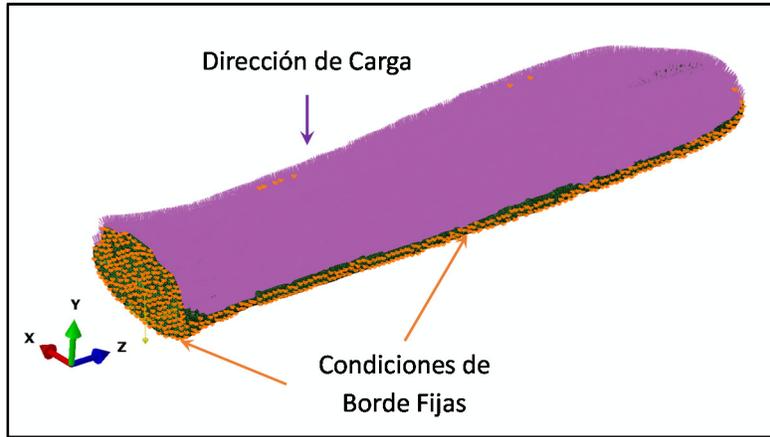


Figura 2: Referencia de ejes de coordenadas, cargas y condiciones de borde del modelo.

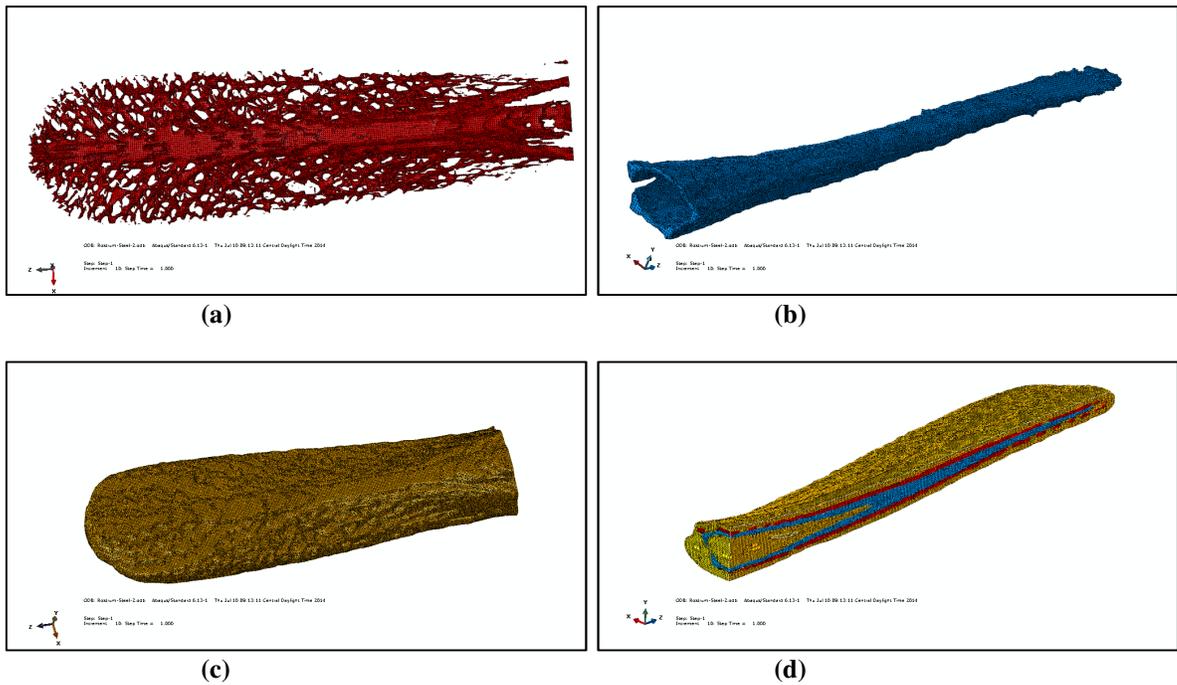
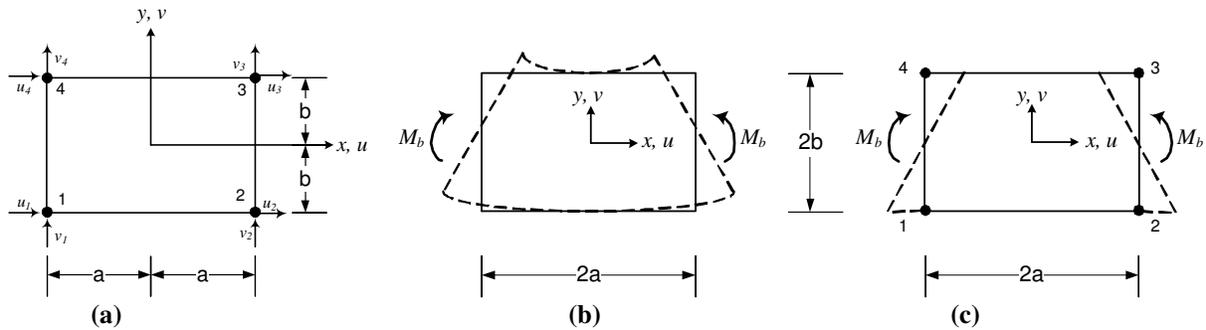


Figura 3: Malla del modelo de elementos finitos de la trompa del pez: a) cartílago primario; b) cartílago secundario; c) tejido, y d) integración de los componentes en la malla.



**Figura 4. Elemento Cuadrilátero Lineal: (a) dimensiones generales, numeración de los nodos y grados de libertad; (b) representación de flexión en vigas; (c) representación del desplazamiento por elementos finitos (reproducido de Cook et al., 2002)**

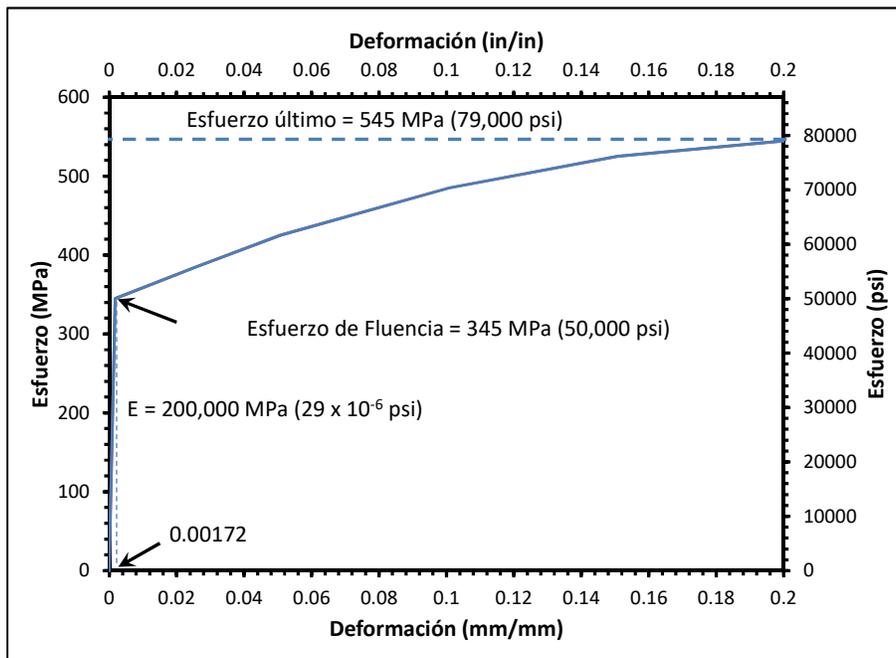
A pesar que en la realidad la paleta actúa como una viga en voladizo, en estos análisis se utilizó un comportamiento de placa empotrada sometida a presión uniforme (véase la

Figura 2) como los grados de libertad de deformación y fuerza. Esta condición es representativa de la aplicación a la cual se quieren desarrollar sistemas para atenuación de energía. Se aplicaron condiciones de borde fijas en el extremo de la boca (parte angosta y espesa) de la paleta. También se aplicaron condiciones de borde fijas alrededor de los bordes de la paleta. Debido a que los elementos usados tienen solo tres grados de libertad por nodo en la forma de traslación, varias líneas de nodos fueron restringidas para poder simular la condición de borde fija. La presión uniforme normal a los elementos igual a 25 MPa (3.63 ksi) fue aplicada sobre una superficie que se creó a partir de los elementos de la parte superior de la paleta. Este nivel de carga se definió hasta el punto donde ocurriese fluencia en todos los componentes de la paleta.

A pesar que la paleta está compuesta por distintos materiales (hueso, cartílagos y piel), para evaluar el mecanismo de transferencia de carga se utilizó solamente acero con propiedades elasto-plásticas. La

Figura 5 muestra la idealización del material. El acero utilizado tiene un módulo de elasticidad de 200 GPa (29,000 ksi), razón de Poisson de 0.3, un límite de fluencia de 345 MPa (50 ksi) y un límite elástico de 0.00172 mm/mm (in/in). El esfuerzo máximo del material es 545 MPa (79 ksi). Pasando el límite de fluencia Abaqus usa la curva en forma de esfuerzo y deformación verdadera (Abaqus, 2014). Luego de alcanzar el esfuerzo máximo, desde este punto se toma la curva con comportamiento perfectamente plástico. La densidad usada es 7,850 kg/m<sup>3</sup> (peso específico 490 lb/ft<sup>3</sup>), lo que produce un peso neto de 18.58 N (4.18 lb) según calculado por Abaqus. Este peso se añadió al análisis del modelo como un primer paso, pero es bajo comparado con la presión aplicada.

El modelo se analizó usando el procedimiento general llamado "Abaqus/Standard" con dos pasos. El primer paso incluyó únicamente el peso propio de la paleta. El segundo paso mantuvo el peso propio y se añadió la presión uniforme. Cada paso se fijó con un tiempo total de 1. Sin embargo, la aplicación de la presión uniforme se realizó incrementos de tiempo comenzando con 0.008, el cual fue aumentando automáticamente por el programa hasta un valor de incremento fijo de 0.05. La carga aplicada en cada incremento de tiempo se determina multiplicando el tiempo transcurrido por la presión total. El análisis también consideró la no linealidad geométrica del problema, que toma en consideración deformaciones de segundo orden. Esta no linealidad geométrica es generada porque el modelo es pequeño y se esperan deformaciones de órdenes de magnitud mayor debido a que el material llegará a experimentar deformaciones plásticas.



**Figura 5: Curva de esfuerzo-deformación del acero.**

## MECANISMO DE TRANSFERENCIA DE CARGA

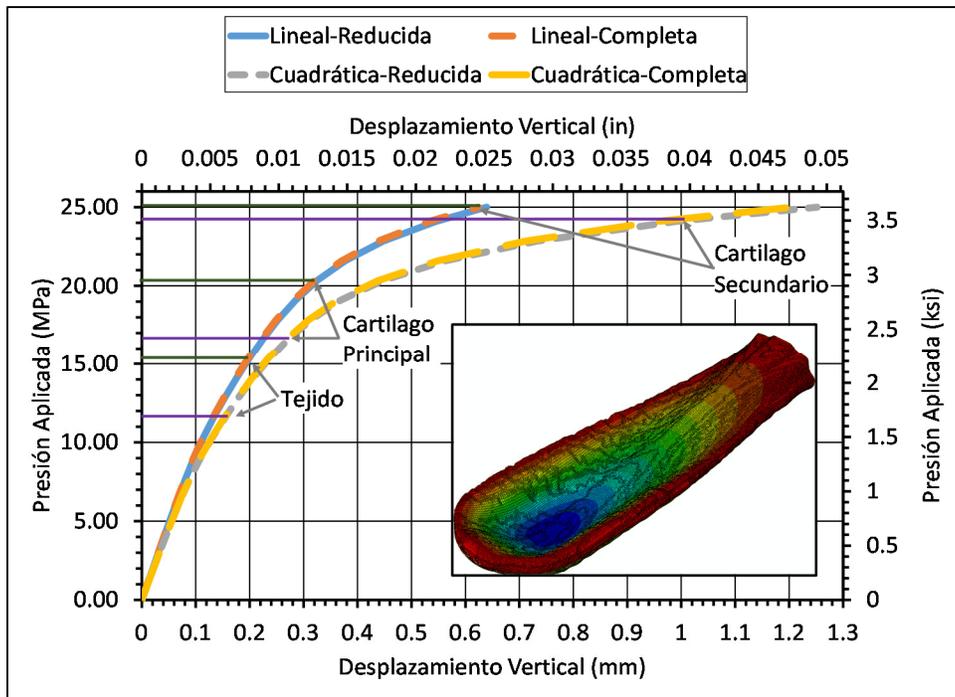
### Desplazamiento y fluencia

Para determinar cuál de los cuatro modelos es el adecuado, se utilizó el desplazamiento máximo en la dirección de  $Y$  y la distribución de esfuerzos de von Mises. Los esfuerzos de von Mises se utilizaron para determinar la fluencia de los distintos componentes de la paleta del pez espada. Estos son esfuerzos equivalentes en tensión calculados del desviador de esfuerzos (“stress deviator”) que proveen un estimado del esfuerzo de fluencia del material (Lubliner, 1990; Abaqus, 2014). En la Figura 6 se comparan los desplazamientos máximos obtenidos a distintos niveles de carga en los cuales cada componente de la paleta comenzó a experimentar fluencia. En la Figura 6 se muestran las gráficas de desplazamientos a lo largo del análisis en función de la presión aplicada sobre la paleta. En la figura se indica el nivel de presión y desplazamiento en la que cada uno de los componentes de la paleta llega al límite de fluencia. De la figura se aprecia como el comportamiento entre la formulación de integración reducida y completa difieren muy poco entre ellos. Sin embargo, el cambio es sustancial entre la formulación lineal y cuadrática. La formulación cuadrática genera mayor flexibilidad en el modelo, produciendo en este problema desplazamientos 50% mayores comparados con el modelo de formulación lineal. Las mallas con elementos de formulación lineal convergen a una razón menor a las mallas generadas con una formulación cuadrática (Benzley y otros, 1995; De Oliveira y Sundness, 2016) La Figura 7 muestra una secuencia del alcance del límite de fluencia en la paleta con respecto a la llegada de la fluencia en cada componente. También se incluye el valor de presión aplicada y su nivel de desplazamiento. En estas figuras el color gris representa aquellos elementos que han llegado y excedido el límite de fluencia de 345 MPa (50 ksi). Se observa que en la parte más ancha y fina de la paleta (frente de la paleta) se experimenta la mayoría de la fluencia mientras que en la parte angosta pero gruesa en el extremo de la boca del pez vemos que los esfuerzos están muy por debajo del límite de fluencia. Esto indica el nivel de rigidez en esta zona. Esta rigidez es proporcionada por el hueso central que expande desde el centro hasta los extremos en esta zona. También se aprecia que el modelo con formulación cuadrática alcanza fluencia a un nivel de carga menor al modelo de formulación lineal. Esto sucede debido a la flexibilidad que típicamente se demuestra en estos elementos. Debe hacerse notar que en muchas ocasiones elementos con formulación cuadrática han producido

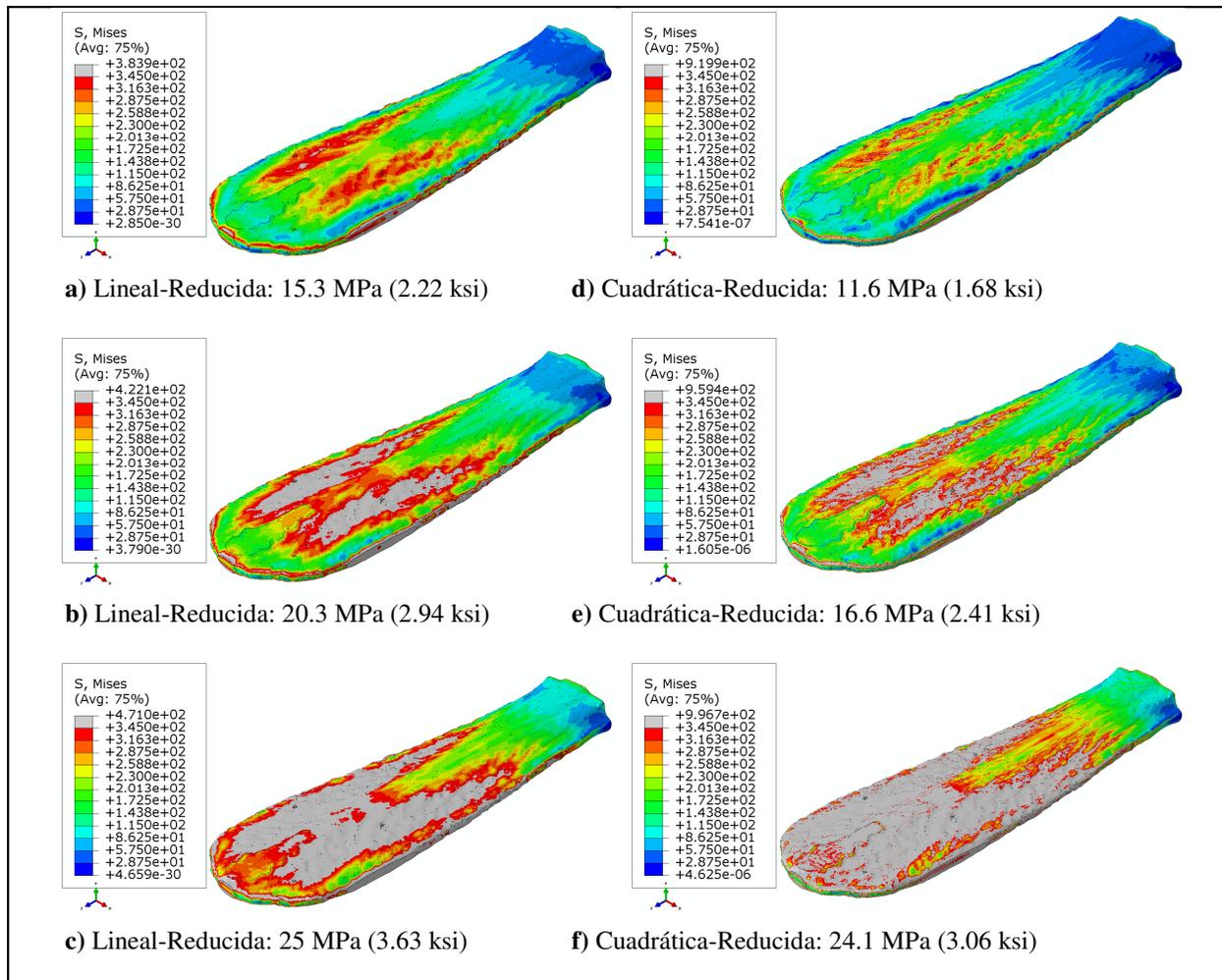
mejores resultados que aquellos con formulación lineal para casos con altas no linealidades geométricas y geometría complicada.

**Tabla 1: Comparación del desplazamiento al nivel de fluencia de cada componente de la paleta.**

Localización	Variables	Lineal-Reducida	Lineal-Completa	Cuadrático-Reducida	Cuadrático-Completa
Tejido	Presión Aplicada, MPa (ksi)	15.3(2.22)	15.3(2.22)	11.6(1.68)	11.6(1.68)
	Desplazamiento, mm (in x 10 <sup>-3</sup> )	0.2031(8.0)	0.2004(7.89)	0.1607(6.33)	0.1595(6.28)
Cartílago Primario	Presión Aplicada, MPa (ksi)	20.3(2.94)	20.3(2.94)	16.6(2.41)	16.6(2.41)
	Desplazamiento, mm (in x 10 <sup>-3</sup> )	0.3289(12.95)	0.3236(12.74)	0.2795(11.00)	0.2765(10.89)
Cartílago Secundario	Presión Aplicada, MPa (ksi)	25 (3.63)	25 (3.63)	24.1 (3.06)	24.1 (3.06)
	Desplazamiento, mm (in x 10 <sup>-3</sup> )	0.6404(25.21)	0.6234(24.54)	0.9918(39.05)	0.9577(37.70)
Desplazamiento Máximo, mm (in x 10 <sup>-3</sup> )		0.6404(25.21)	0.6234(24.54)	1.2540(49.02)	1.206(47.48)



**Figura 6: Desplazamiento máximo vertical con respecto a la presión aplicada.**



**Figura 7: Comparación entre los modelos lineal y cuadrático con integración reducida de la secuencia de llegada a límite de fluencia de la paleta para cada componente de la paleta.**

Luego de observar estos resultados, se determinó que la formulación óptima a utilizar es la cuadrática con integración reducida. La diferencia no es sustancial entre la integración completa y reducida debido a que solo los elementos tipo ladrillo (hexaedros) tienen la opción de seleccionar el orden de integración y ellos representan solamente el 8% de toda la malla. El resto de los elementos son tetraedros, cuya formulación es con integración completa.

Los resultados del modelo con formulación cuadrática con orden de integración reducida se presentan a continuación. Para evaluar la secuencia de fluencia general en la paleta, se trazaron caminos o trayectorias (“paths”) por donde se extrajeron resultados de esfuerzos von Mises de los elementos. Además en esas mismas localidades se obtuvo la deformación máxima principal. La Figura 8 muestra las tres localizaciones de los caminos (“paths”). El camino A cruza la paleta a lo ancho (paralelo al eje de X) cercano a la posición donde ocurre el desplazamiento máximo. Los caminos B y C son en la dirección longitudinal (paralelo al eje de Z), donde el B está al centro de la paleta y el C se encuentra desplazado aproximadamente a 20 mm (0.787 in) del B. A su vez, en estas localidades se trazaron caminos en la superficie superior, en la sección interior y en la superficie inferior de la paleta según se muestra en la Figura 9 por las líneas rojas. En cada una de estas localidades se extrajeron resultados de esfuerzos von Mises (Figura 10) y deformación máxima principal (Figura 11) en función de la distancia a lo largo de los caminos para el nivel de carga donde todos los componentes han llegado a fluencia. En ambas figuras es evidente el efecto que tiene el soporte fijo, donde los esfuerzos en los bordes son mucho más altos en comparación con lo que

ocurre al centro. En la Figura 10a se reportan resultados de esfuerzos von Mises a lo ancho de la paleta representando el camino A de la Figura 8. Los valores de esfuerzos en las superficies superior e inferior son cercanos dando entender cierta simetría en la flexión. Sin embargo, los esfuerzos en el interior de la sección son aproximadamente la mitad o cercanos a los esfuerzos en las superficies exteriores acercándose a los bordes donde hay apoyos. Esto da a entender que la deformación es tal que genera una combinación de esfuerzos de flexión combinados con membrana. En las Figuras 10b y 10c se reportan los esfuerzos en los dos caminos paralelos al eje de Z de la paleta. Éstos comienzan en la parte libre de la paleta, en la zona ancha y fina, y terminan en la parte que pega a la boca del pez que es angosta pero gruesa, con mayor rigidez. Podemos apreciar que en la parte central (camino B) los esfuerzos son menores que fuera de la parte central (camino C), el cual pasa por la zona más fina de la paleta. También en todas las gráficas se aprecia que el camino que se encuentra en el interior de la sección mantiene valores de esfuerzos bajos, estando cercano al eje neutro de la paleta. Para los esfuerzos en la sección superior e inferior, una vez llegado y pasado el límite de fluencia, a pesar que el material contempla endurecimiento de deformación su magnitud no cambia significativamente con el aumento en presión. Esto se debe a que la sección está parcialmente plastificada y su deformación no llega al nivel de cambio de esfuerzos significativo.

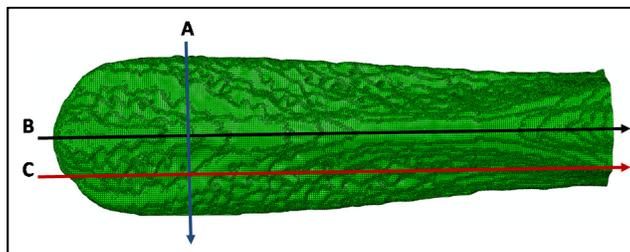


Figura 8: Localización de los caminos (“paths”) para extracción de los esfuerzos de von Mises.

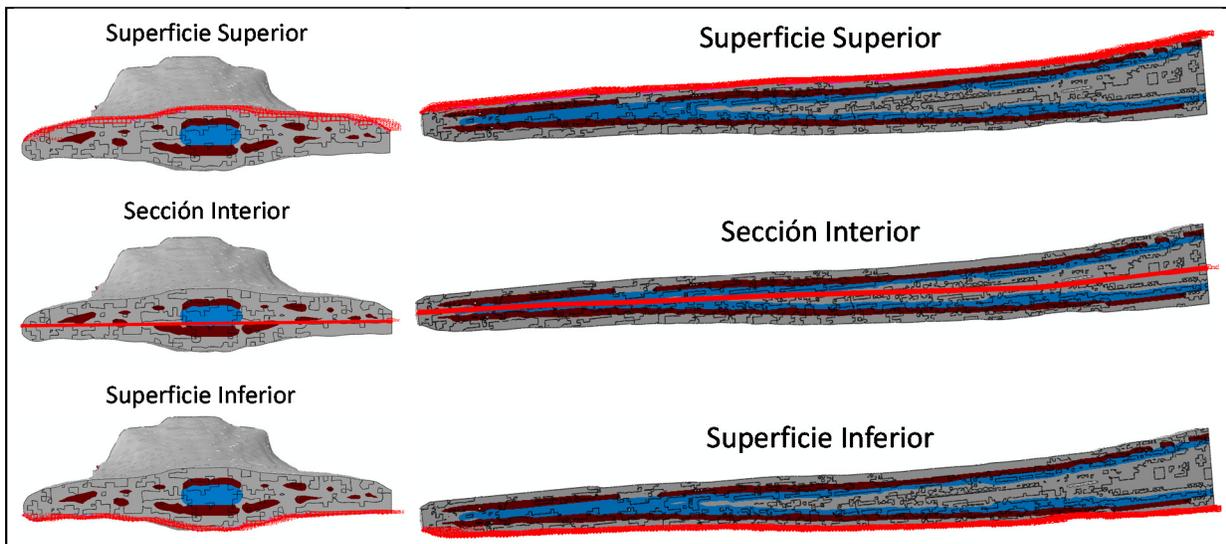
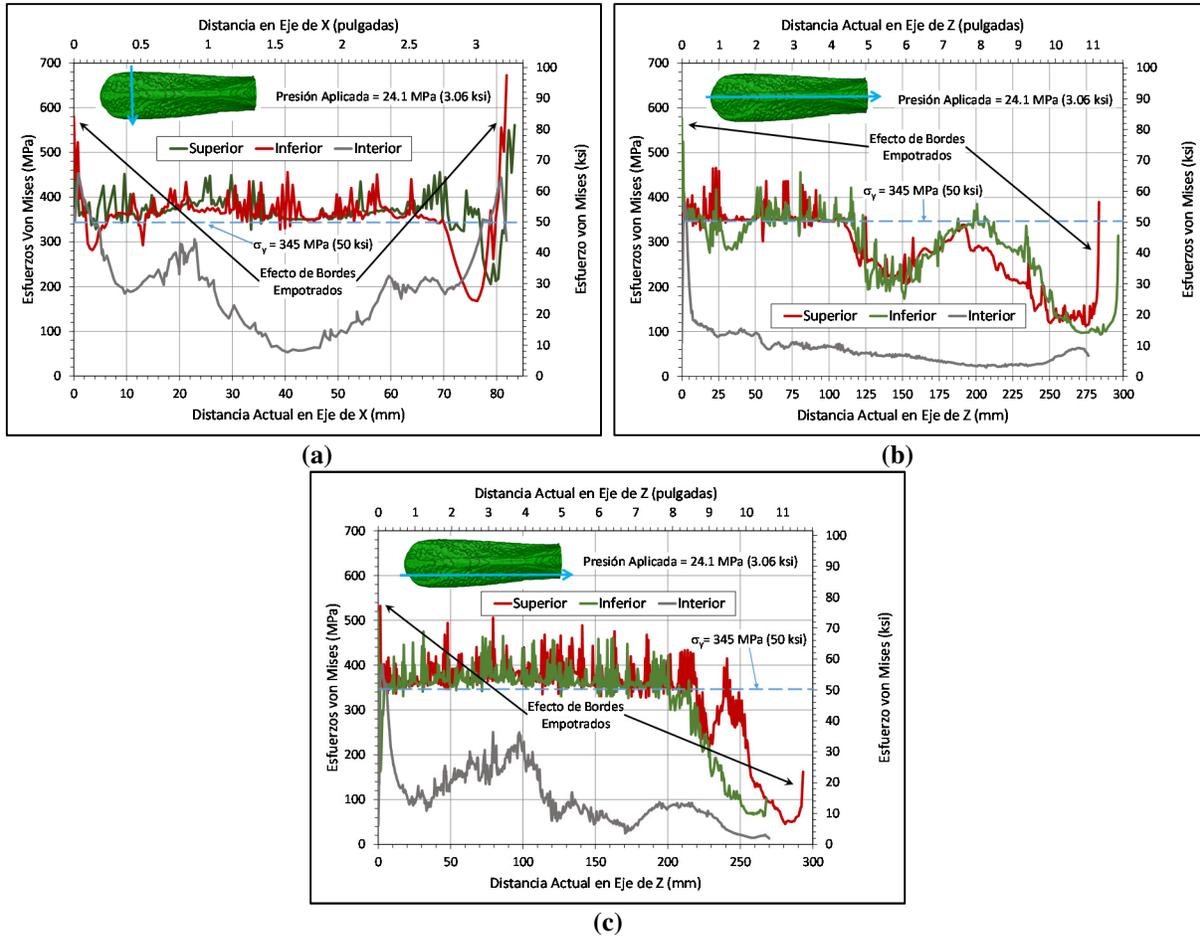
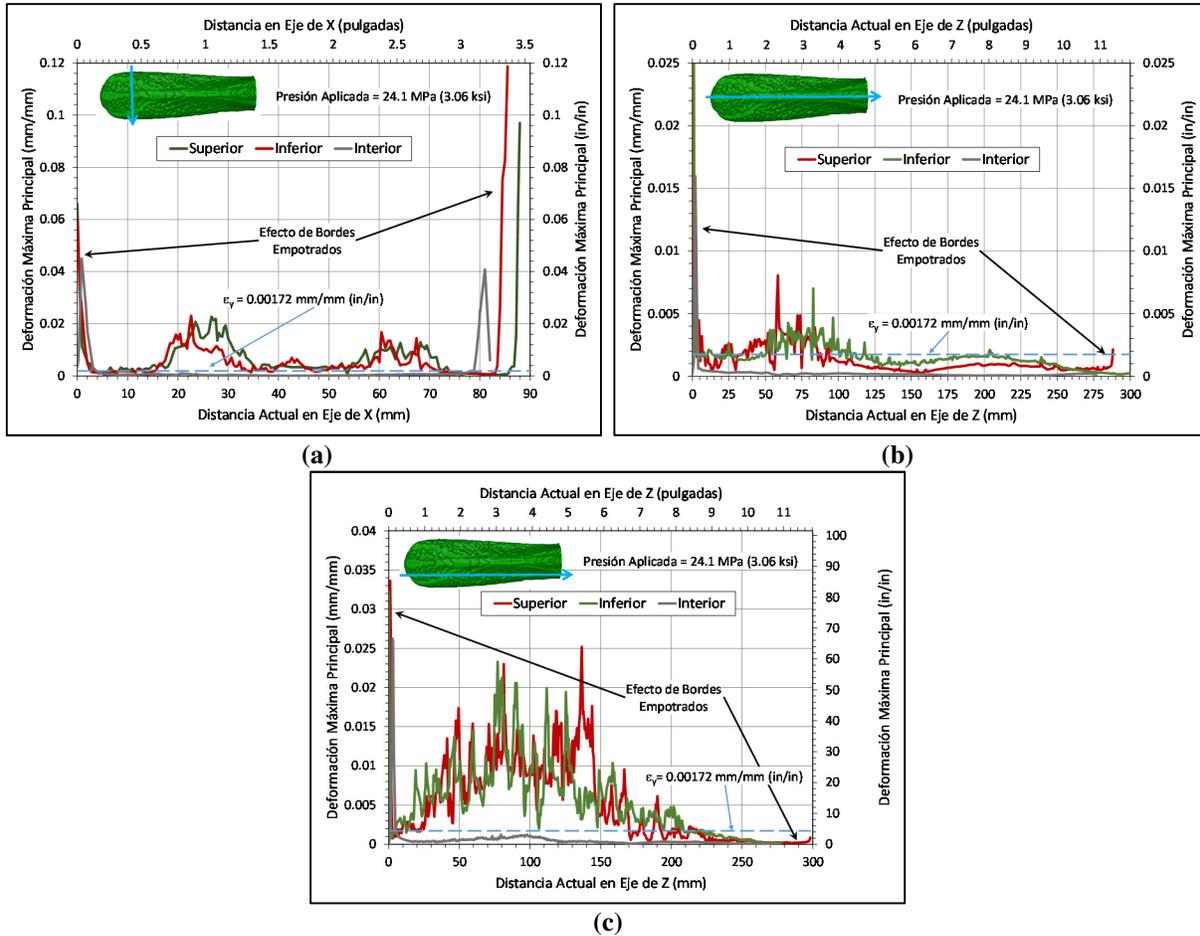


Figura 9: Localización de los caminos (“paths”) en la paleta: (a) a lo ancho de la paleta y, (b) a lo largo de la paleta (refiérase a la Figura 8).



**Figura 10: Esfuerzos von Mises a lo largo de los caminos (“paths”) para modelo de formulación cuadrática-reducida para la presión aplicada de 24.1 MPa (3.06 ksi).**

En la Figura 11 se muestran los valores de deformación máxima principal a lo largo de cada uno de los caminos ya definidos. De los valores se aprecia que las deformaciones en las superficies superior e inferior sobrepasan la deformación correspondiente a fluencia (0.00172 mm/mm [in/in]). La localidad donde se observa menor deformación es a lo largo del camino *B*, indicado en la Figura 11b, donde la deformación máxima fuera de las condiciones de borde fue de 0.0085 mm/mm (in/in) (un pico en la curva), con deformaciones promedio de aproximadamente 0.0025 mm/mm. Esto se traduce en esfuerzos muy cercanos a fluencia según se muestran en la Figura 10(b). En los otros caminos se observan deformaciones fuera de los bordes con valores de deformación hasta aproximadamente 0.025 mm/mm (in/in) que se traducen en esfuerzos que están por debajo de los 400 MPa (58 ksi).



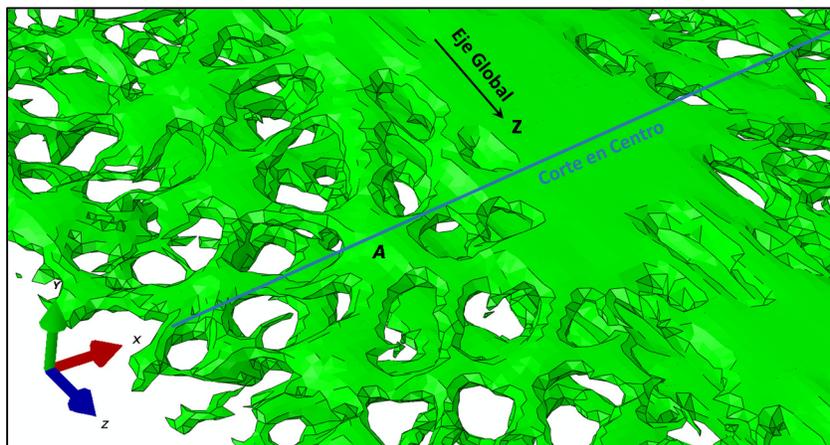
**Figura 11: Deformación Máxima Principal a lo largo de los Caminos o Paths para Modelo de Formulación Cuadrática-Reducida para la Presión Aplicada de 24.1 MPa (3.06 ksi).**

### Distribución de esfuerzos en cartílagos

La distribución de esfuerzos a través de la sección, enfatizando el cartílago primario (Figura 3a) se determinó seleccionando un corte que pasa por una unión de cartílagos según se muestra en la Figura 12. También en esta figura se muestran los ejes de referencia para cada localización y los ejes globales del modelo. Esta sección está localizada en la zona ancha y fina de la paleta donde ocurren los esfuerzos y los desplazamientos máximos. En este documento se presentarán los resultados más significativos, por lo que se analizan la sección central, y punto A, donde se trazaron caminos o *path* a través del espesor para extraer los esfuerzos von Mises y en las direcciones globales X y Z. El detalle de los demás cartílagos que se proyectan del punto A en su eje local se presenta en Acosta y otros (2017). La Figura 13 se muestra el corte de la sección donde se puede apreciar la localización de los cartílagos principales (rojo), cartílagos secundarios (azul) y dentro del tejido (verde). La Figura 14 muestra una comparación de los resultados de los cuatro modelos a dos niveles de carga para el centro de la paleta. Uno es en el rango elástico a una presión aplicada de 6.6 MPa (0.96 ksi) y el otro es en el rango plástico para la presión máxima aplicada de 25 MPa (3.63 ksi). En la Figura 14a se muestran los esfuerzos de von Mises, en la Figura 14b se muestran los esfuerzos en el eje de Z y en la Figura 14c se muestran los esfuerzos en el eje de X con respecto a la distancia a través del espesor de la paleta en el corte indicado. La Figura 14d contiene la leyenda para todas las gráficas. En cada figura se incluye también la localización en cada componente de la paleta como referencia. El espesor de la paleta en esta zona es de 15 mm (0.60 in). También se muestra la localización del eje neutro en base a los esfuerzos y se compara con el centroide de la sección. En las figuras se puede observar que la localización del

eje neutro basado en los esfuerzos mostrados. En las tres gráficas se observa que hay diferencias entre el centroide y el eje neutro. Esto se debe a la variación en geometría, nivel de carga y grado de plastificación. En la dirección del eje de  $Z$ , debido a la gran rigidez de esta zona, el centroide (7.5 mm [0.30 in]) y eje neutro (7.2 mm [0.283 in]) prácticamente coinciden. Esto no es así para el eje de  $X$ , donde el eje neutro (6.4 mm [0.252 in]) está muy por debajo del centroide. En todas las figuras se aprecia que en el rango elástico, las cuatro curvas son básicamente las mismas. Vemos como ambos modelos de formulación de primer orden y los modelos de formulación de segundo orden generan curvas idénticas. Sin embargo, una vez llegado al rango plástico, podemos notar que los modelos de formulación cuadrática han alcanzado mayor nivel de fluencia (esfuerzos) que los modelos de formulación de primer orden. Para los esfuerzos von Mises se puede observar que los valores de los elementos de segundo orden son el doble de los de primer orden cerca del eje neutro. Además en promedio los esfuerzos aumentan un 31% con respecto a los elementos de primer orden. Se puede observar también que en promedio los esfuerzos en el eje de  $X$  aumentaron entre un 13 y 27% con respecto a los modelos de primer orden y para los esfuerzos en el eje de  $Z$ , el aumento fue entre un 33% y 64%. Otra observación es que la zona de plasticidad es mayor para los elementos de segundo orden que para los elementos de primer orden.

En la Figura 15 se presentan comparaciones de los esfuerzos generados por los cuatro modelos a dos niveles de carga para el punto A de la paleta, similar a los resultados presentados en la Figura 14. En la Figura 15a se muestra los esfuerzos von Mises, en la Figura 15b se muestran los esfuerzos en el eje de  $Z$  y en la Figura 15c se muestran los esfuerzos en el eje de  $X$  con respecto a la distancia a través del espesor de la paleta en el corte indicado. Similarmente en las figuras también se muestra para referencia la localización en cada componente en el ancho de la zona estudiada. El espesor en esta zona es de 10.6 mm (0.417 in). También se muestra la localización del eje neutro a base de los esfuerzos y se compara con el centroide de la sección, que se encuentra a 5.3 mm (0.209 in). En ese punto se observa que en ambos ejes el eje neutro está considerablemente por debajo del centroide, pero la diferencia es mayor en el eje de  $X$ . Similar a los resultados del centro de la paleta, en todas las figuras se aprecia que en el rango elástico las cuatro curvas son similares. Sin embargo, una vez llegado al rango plástico, podemos notar que los modelos de formulación cuadrática han alcanzado mayor nivel de fluencia que los modelos de formulación lineal. Es en esta zona donde se observa la mayoría de la plasticidad en el modelo (Figura 7). También se observan unos picos en los esfuerzos en las direcciones  $X$  y  $Z$ . Estos picos son muy pronunciados en los modelos cuadráticos. Esto se puede atribuir a que hay zonas en la malla que los elementos no poseen la geometría óptima de su formulación, por lo que se generan mayores variaciones en los resultados localizados. También se observa mayor plasticidad en la región de compresión que es por encima del eje neutro. Aquí se observan diferencias en esfuerzos con respecto a los modelos de formulación de primer orden de 270% y 300% para los valores a lo largo de los ejes de  $Z$  y  $X$ , respectivamente. Aquí la zona de plasticidad es mucho mayor para los modelos de formulación de segundo orden que para los de primer orden.



**Figura 12: Localizaciones de referencia en el cartílago primario para determinación de transferencia de esfuerzos.**

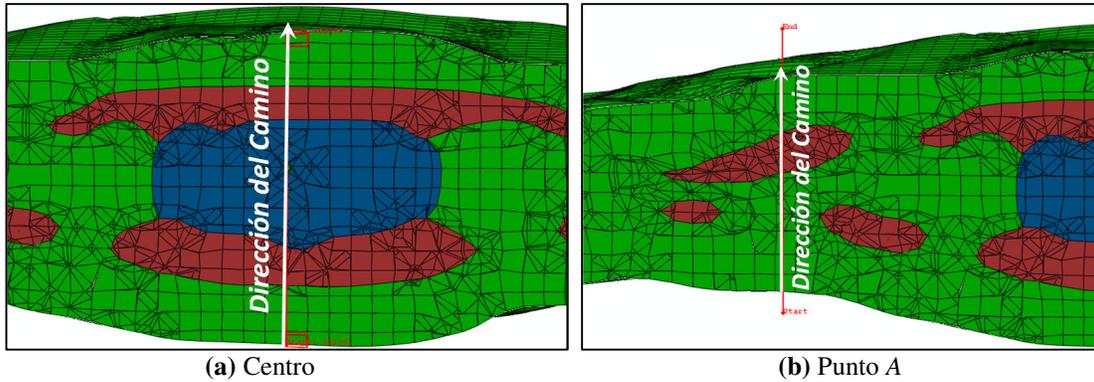


Figura 13: Ilustración del camino vertical a lo ancho de la sección de la paleta señalada en la Figura 12 (colores: verde – tejido, rojo – cartilago primario, azul – cartilago secundario).

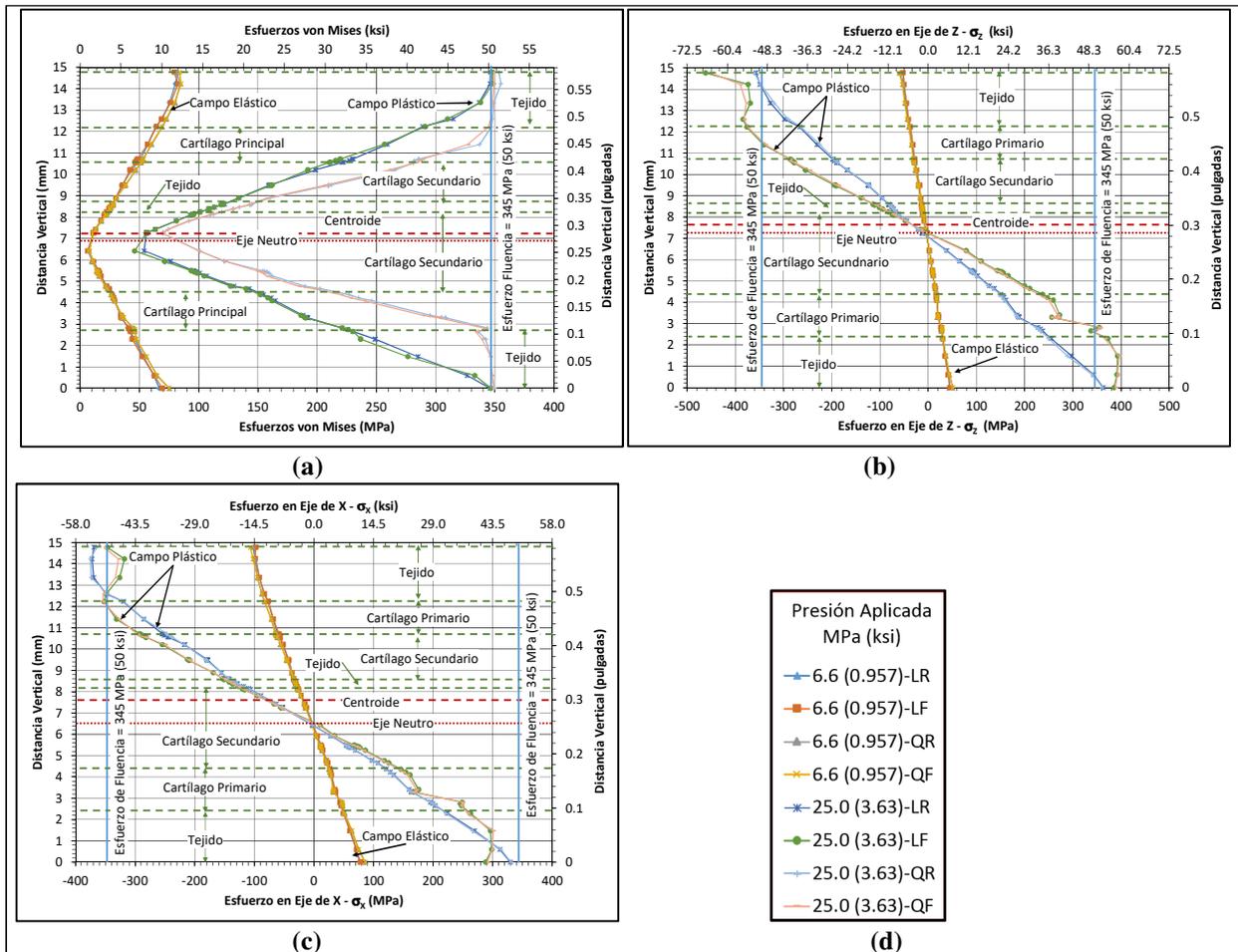
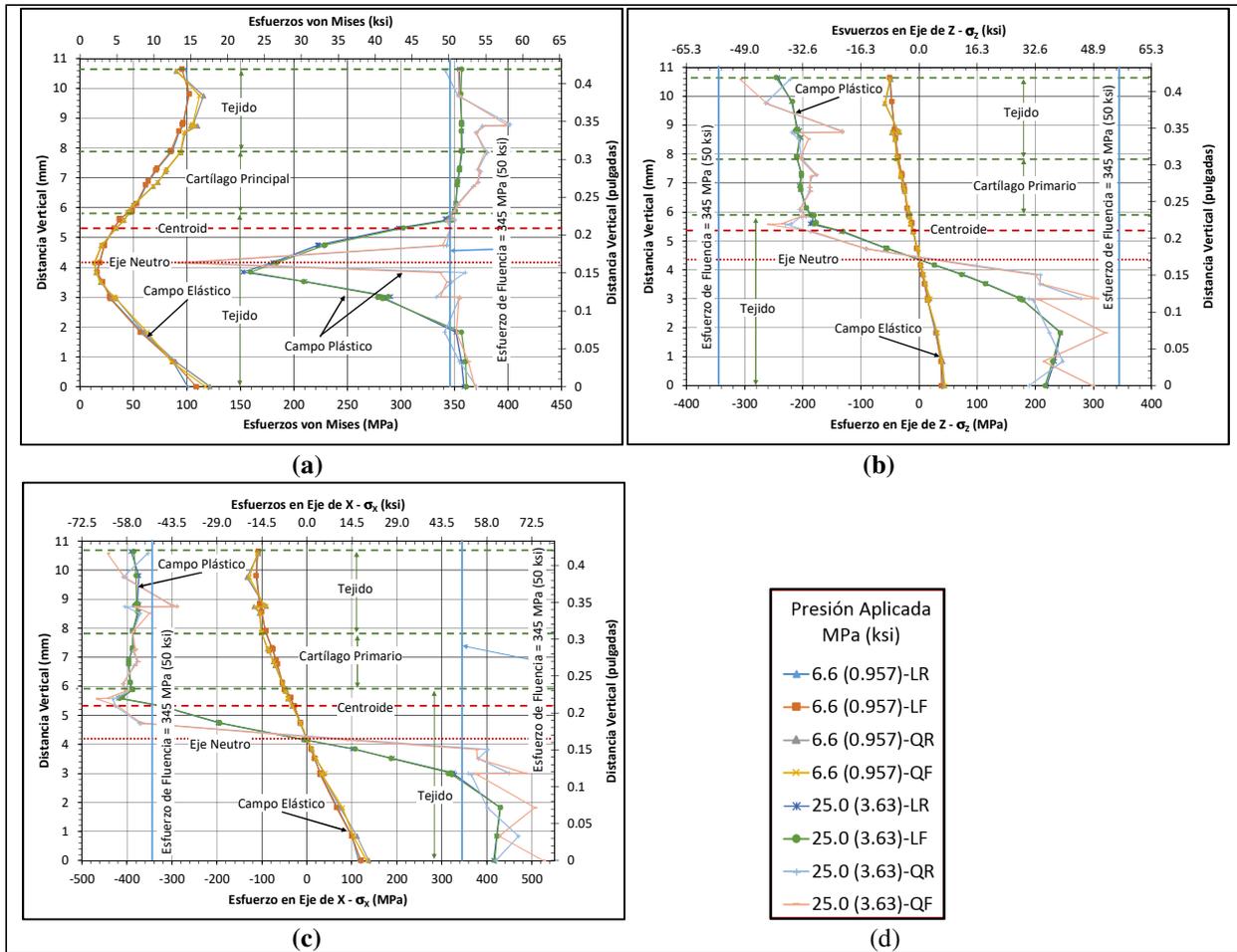


Figura 14: Comparación de los esfuerzos: (a) von Mises, (b)  $\sigma_z$  – eje de Z, y (c)  $\sigma_x$  – eje de X para los cuatro modelos al centro de la paleta. En (d) se presenta la leyenda para todas las gráficas donde: LR – Lineal Reducida, LF – Lineal Completa, QR – Cuadrática Reducida y QF – Cuadrática Completa.



**Figura 15: Comparación de los esfuerzos: (a) von Mises, (b)  $\sigma_z$  – eje de Z, y (c)  $\sigma_x$  – eje de X para los cuatro modelos en el punto *a* de la paleta. En (d) se presenta la leyenda para todas las gráficas donde: LR – Lineal Reducida, LF – Lineal Completa, QR – Cuadrática Reducida, QF – Cuadrática Completa.**

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan comparaciones de cuatro modelos de elementos finitos de la paleta del pez espada generada de imágenes de tomografías. Los modelos consideraron elementos de primer orden y de segundo orden, ambos usando integración reducida y completa. El material usado fue acero con comportamiento elástico-plástico. Los modelos se apoyaron fijamente en todo el borde de la paleta y se cargaron incrementalmente con una presión uniforme de 25 MPa (3.63 ksi) aplicada sobre la superficie superior simulando un comportamiento de placa. Del estudio se encontró que el tipo de integración genera diferencias mínimas entre los modelos con el mismo tipo de formulación (lineal o cuadrática), observado en los resultados de desplazamiento máximo y esfuerzos de von Mises y en dirección global. También los modelos de segundo orden proveen mejor precisión en los cálculos de esfuerzos y deformaciones debido a que son menos rígidos que los resultados con elementos de formulación lineal. Esto se basa solamente en comparaciones entre los mismos modelos ya que no hay una prueba experimental para comparar los resultados. Sin embargo, en la literatura se ha probado que la convergencia es más rápida en términos de desratización de malla con elementos de formulación de segundo orden que con formulación de primer orden. En este caso se recomienda utilizar elementos de formulación cuadrática con integración reducida para estructuras biológicas.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó gracias al apoyo financiero provisto por el “Engineer Research and Development Center” del Cuerpo de Ingenieros de EEUU bajo el contrato “FY13-FY18 ERDC-UPRM EDUCATION AND RESEARCH PROGRAM” cuya directora del programa es la Sra. Evelyn Villanueva. En especial se agradece a los investigadores del “Information Technology Laboratory” y el “Geotechnical and Structural Laboratory” por su apoyo técnico para el desarrollo de esta investigación.

## REFERENCIAS

- ABAQUS (2014). *ABAQUS Documentation*, Dassault Systèmes, Providence, RI, USA.
- Acosta, F. J., Riveros, G. A., Patel, R. R. y Hodo, W. (2017). “Numerical Simulation of Biological Structures: Paddlefish Rostrum”, Technical Report ERDC/ITL TR-XX-X, US Army Corps of Engineers, Washington, DC, in press.
- Allen, J. B. y Riveros, G. A. (2013). “Hydrodynamic characterization of the Polyodon spathula rostrum using CFD”, *Journal of Applied Mathematics*, Vol. 2013, 8 páginas.
- Allison, P. G., Chandler, M. Q., Rodriguez, R. I., Williams, B. A., Moser, R. D., Weiss Jr., C. A., Poda, A. R., Lafferty, B. J., Kennedy, A. J., Seiter, J. M., Hodo, W. D., y Cook, R.F. (2013). “Mechanical properties and structure of the biological multilayered material system, *Atractosteus spatula* scales”, *Acta Biomaterialia*, Vol. 9, No. 2, pp. 5289–5296.
- Allison, P. G., Deang, J. F., Diaz, A. J., Poda, A. R., Hoover, J. J., Horstemeyer, M. F., y Perkins, E. J. (2013). “Characterization of paddlefish (*Polyodon spathula*) rostrum stellate bones”, *Bioinspired, Biomimetic and Nanobiomaterials*, Vol. 3, No. 1, pp. 63–68.
- Benzley, S. E., Perry, E., Merkley, K., y Clark, B. (1995). “A comparison of all hexagonal and all tetrahedral finite element meshes for elastic and elasto-plastic analysis”, *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Meshing Roundtable*, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, pp. 179-191.
- De Oliveira, B.L. y Sundnes, J. (2016). “Comparison of tetrahedral and hexahedral meshes for finite element simulation of cardiac electro-mechanics,” *Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete Island, Greece, M. Papadrakakis, V. Papadopoulos, G. Stefanou, V. Plevris, eds., 14 p.
- Deang, J. F., Allison, P. G., Prabhu, R., Williams, L. N., Rhee, H., Whittington, W. R., Perkins, E. J., Bruce, S. M., y Horstemeyer, M. F. (2017). “Constitutive behaviour of paddlefish (*Polyodon spathula*) cartilage”, *Bioinspired, Biomimetic and Nanobiomaterials*, Vol. 6, No. 1, pp. 1–8.
- Flammang, B. E. y Porter, M. E. (2011). “Bioinspiration: applying mechanical design to experimental biology”, *Integrative and Comparative Biology*, Vol. 51, No. 1, pp. 128–132.
- Forbes, S. A. (1878). “The food of Illinois fishes”, *Bulletin of the Illinois State Laboratory of Natural History*, Vol. 1, pp. 71-89.
- Forbes, S. A. (1888a). “Studies of the food of freshwater fishes”, *Illinois Natural History Survey Bulletin*, Vol. 2, No. 07, pp. 433-473.
- Forbes, S. A. (1888b). “On the food relations of freshwater fishes: A summary and discussion”, *Illinois Natural History Survey Bulletin*, Vol. 2, No. 8, pp. 475-538.
- Gurgens, C., D. F. Russell, and L. A. Wilkens. (2000). Electrosensory avoidance of metal obstacles by the paddlefish”, *Journal of Fish Biology*, Vol. 57, pp. 277-290.
- Lubliner, J. (1990). *Plasticity Theory*, Macmillan Publishing Company, New York, NY.
- Hoover, J., E. Perkins, y P. Allison. (2013a). “Structural and material properties of the Paddlefish rostrum”, *Proceedings to Technical Directors*, Vicksburg, MS, US Army Engineer Research and Development Center, February 2013.

- Hoover, J. J., Rayfield, E. N., Allison, P. G., Riveros, G., Patel, R. R., and Perkins, E. (2013b). "Role of the rostrum in swimming performance of juvenile paddlefish (*Polyodon spathula*)", *Proceedings of the American Fisheries Society 143rd Annual Meeting*, Little Rock, Arkansas.
- Patel, R. R. y Riveros, G.A. (2013). "Towards Development of Innovative Bio-Inspired Materials by Analyzing the Hydrodynamic Properties of Polyodon Spathula (Paddlefish) Rostrum", Technical Report ERDC/ITL TR-13-4, US Army Corps of Engineers, Washington, DC.
- Pothmann, L., Wilkens, L. A., y Hofmann, M. H. (2012). "Two modes of information processing in the electrosensory system of the paddlefish (*Polyodon spathula*)", *Journal of Comparative Physiology A*, Vol. 198, No. 1, pp 1-10.
- Riveros, G. A., Patel, R. R., Hoover, J. J., Hodo, W., y Acosta, F. J. (2014). "Swimming and energy dissipation enhancement induced by the rostrum of the paddlefish (*polyodon spathula*): a multiphysics, fluid-structure interaction analysis", afiche presentado en la conferencia, *Materials Research Society Fall Meeting*.
- Sen, D. (2011). "Improvement in Mechanical Properties through Structural Hierarchies in Bio-Inspired Materials", Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Synopsys (2017). *Simpleware converting 3D images into models*, <https://www.simpleware.com> (recuperado en abril de 2017).
- Vepari, C. y D. L. Kaplan. (2007). "Silk as biomaterial", *Progress in Polymer Science*, Vol. 32, No. 8-9, pp. 991–1007.
- Wilkens, L. A., Hofmannb, M. H., y Wojteneka, W. (2002) "The electric sense of the paddlefish: a passive system for the detection and capture of zooplankton prey", *Journal of Physiology-Paris*, Vol. 96, No. 5–6, pp. 363–377.
- Wilkens, L. A. y Hofmann, M. H. (2007). "The paddlefish rostrum as an electrosensory organ: a novel adaptation for plankton feeding", *BioScience*, Vol. 57, No. 5, pp. 399-407.