

ПРОРАЧУН РАСПОДЕЛЕ ПРОТОКА У ПРСТЕНАСТОЈ ЦЕВОВОДНОЈ МРЕЖИ ОБЈЕДИЊЕНОМ МЕТОДОМ ЧВОРОВА И ПРСТЕНОВА

CALCULATION OF FLOW DISTRIBUTION IN LOOPED PIPELINE NETWORK AFTER THE NODE-LOOP METHOD

ДЕЈАН БРКИЋ

Министарство за науку и технолошки развој, Београд, dejanrgf@tesla.rcub.bg.ac.rs

ТОМА ТАНАСКОВИЋ

Рударско-геолошки факултет, Ђушина 7, Београд, tanaskovic@rgf.bg.ac.rs, тел. 011/3219-110

Резиме: Прорачун гасоводне односно водоводне мреже прстенастог типа је далеко сложенији у односу на прорачун разгранате дистрибутивне мреже. У овом раду се приказује једна погоднија метода у односу на модификовану Харди Крос методу. И овде приказана метода, као и модификована метода Харди Кроса су итеративне методе. За уравнотежење мреже је потребан отприлике исти број итерација применом обједињене методе чворова и прстенова као и применом модификоване Харди Крос методе. Главна предност обједињене методе чворова и прстенова у поређењу са модификованом методом Харди Кроса је у томе да се као резултат у свакој итерацији добија директно проток који је уједно и улазни параметар за следећу итерацију. Мана модификоване методе Харди Кроса је у томе што се овај проток добија индиректно преко поправки протока које онда треба на основу сложених алгебарских правила сабрати са протоком из претходне итерације.

Кључне речи: Природни гас, дистрибутивна мрежа, водовод, цевовод, нумерички метод.

Abstract: Calculation of gas i.e. water distribution network is much more complex compared with branch-like distribution pipelines. In this paper is shown one more suitable method in comparison to modified Hardy Cross. Here shown method as well as modified Hardy Cross method are iterative methods. For balancing of network, approximately equal number of iteration are to be calculated after the here presented node-loop method as for the improved Hardy Cross. Main advantage of the node-loop method in comparison to improved Hardy Cross method is that the final result in each calculation is flow which is used directly as input parameter in the next iteration cycle. Disadvantage of the improved Hardy Cross method is that this flows are calculated indirectly using flow corrections which they need to be added after complicated algebraic scheme to the flows calculated in previous iteration.

Keywords: Natural Gas, Distribution Network, Waterworks, Pipeline, Numerical Method.

1. УВОД

За разлику од протока струје кроз жичане проводнике код којих је отпор дефинисан материјалом од кога је проводник израђен, при чему се отпорност не мења променом струје и напона, код протока флуида кроз цеви хидраулички отпор се мења у зависности од количине протока и храпавости цеви. За исту цев отпор течењу флуида зависи врло много од хидрауличног режима који може бити разнолик почев од ламинарног до потпуно турбулентног. Који је режим протока заступљен у одређеној цеви потпуно је дефинисано познавањем релативне храпавости саме цеви као и познавањем Рејнолдсовог броја. Док је релативна храпавост особина цеви која се у датом тренутку може сматрати непроменљивим својством цеви, Рејнолдсов број зависи између осталог од брзине протока флуида кроз цев. Ово је главна

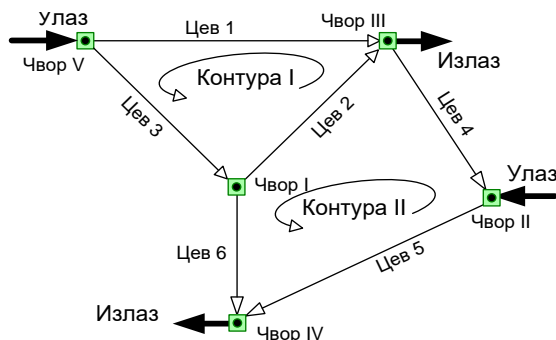
непогодност која прати прорачун прстенастих дистрибутивних мрежа. Проблем је нелинеран за разлику од проблема протока струје кроз електрична кола тако да се расподела протока флуида у хидрауличким мрежама мора рачунати итеративним путем уз задавање почетних услова.

Задатак је да се за дату мрежу прорачуна проток кроз цеви ако је позната потрошња гаса придружена чворовима. Ова потрошња се узима као највећа могућа како би била задовољена и свака мања потрошња која се уобичајено јавља. Дужине и пречници цеви су познати, као и храпавост цеви која је потребна само за прорачун водоводних мрежа. Такође је унапред позната укупна улазна количина флуида, односно гаса или воде који протичу кроз цеви тако да збирна потрошња флуида мора да одговара збирној количини флуида који улази у мрежу преко једног или више улаза. Почетни услов који мора да

буде задовољен за отпочињање итеративног процеса је да мора бити задовољен први Кирхофов закон за сваки чвор увек, у свакој итерацији. Да би био испуњен овај услов морају се одабрати произвољни почетни протоци који задовољавају први Кирхофов закон и који се могу одабрати на бесконачно много начина. Услов по другом Кирхофовом закону за сваку контуру бива задовољен са одговарајућом тачношћу тек на крају прорачуна.

2. ТОПОЛОГИЈА ДИСТРИБУТИВНЕ МРЕЖЕ

Почетна матрица контура као и матрица чворова је истоветна за дату мрежу било да се користи за дистрибуцију гаса или воде. Пример једне цевоводне мреже за дистрибуцију флуида се даје на слици 1



Слика 1: Цевоводна мрежа за дистрибуцију флуида прстенастог типа

На слици 1 чвор I је само спој цевии 2, 3 и 6 и стога није ни улазни ни излазни.

Матрица чворова $[N']$ одговара првом Кирхофовом закону, а матрица контура $[L]$ другом Кирхофовом закону. Иницијална матрица чворова за мрежу са слике 1 се може написати као (1):

$$[N'] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

У претходно приказаној матрици $[N']$ колоне одговарају цевима, а редови чворовима, тако да нпр. за први чвор почетни протоци у цевима 2 и 6 су усмерени од тог чвора, док је почетни проток кроз цев 3 усмерен ка чвору I. За чвор I су повезане само цевии 2, 3 и 6. Зато у првом реду у колони 2 и 6 стоје јединице са негативним предзнаком, у колони 3 јединица са позитивним предзнаком, док на осталим местима стоје нуле. Истом логиком су формиран и остали редови у матрици чворова. Матрица чворова $[N']$ је линеарно зависна, тако да се може назвати и проширеном матрицом чворова. Да би се уклонила линеарна зависност између редова матрице $[N']$ потребно је изоставити било који ред дате матрице чиме се суштински не губи ниједна информација о самој мрежи (2):

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Код матрице контура $[L]$ овакав проблем не постоји, тако да се одмах може написати (3):

$$[L] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Такође као и код матрице чворова, колоне одговарају цевима, а редови контурама. Нпр. контуру 1 за мрежу са слике 1 чине цевии 1, 2 и 3. На осталим местима у првом реду матрице $[L]$ стоје нуле; управо зато што те цевии не припадају првој контури. Усвајајући да је одабрани смер обиласка контуре у смеру обрнутом од окретања казаљке на сату то се први иницијални протоци у цевима 2 и 3 поклапају са овако одабраним смером, док се у цевии 1 не поклапа. Стога у првом реду матрице $[L]$ у колони 2 и 3 стоје јединице са позитивним предзнаком, а у колони 1 са негативним.

3. ОБЈЕДИЊЕНА МЕТОДА ЧВОРОВА И ПРСТЕНОВА

Разлика квадрата притисака на почетку и крају цевии у случају протока природног гаса се уобичајено прорачунава коришћењем једначине Реноара (4):

$$F = p_2^2 - p_1^2 = 4810 \cdot \frac{\rho_r \cdot L \cdot Q_{st}^{1,82}}{D_u^{4,82}} \quad (4)$$

Када је проток воде у питању користи се уобичајено Дарси-Вајсбахова једначина (5) којом се одређује пад притиска у цевии:

$$F = p_1 - p_2 = \lambda \cdot \frac{L}{D_u^5} \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2} \cdot \rho \quad (5)$$

Дарсијев коефицијент хидрауличког отпора се у случају протока воде рачуна према формули Колбрука и Вајта (6):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71 \cdot D} \right) \quad (6)$$

И за случај протока воде као и гаса функција контура за мрежу са слике 1 се може написати као (7):

$$\left. \begin{aligned} F_I &= -F_1 + F_2 + F_3 \\ F_{II} &= -F_2 - F_4 - F_5 + F_6 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

У претходној једначини римски бројеви се односе на контуре, а арапски на цевии. У функцији контура се у нашем случају само протоци посматрају као променљиве, а пошто се они и траже, потребно је наћи прве изводе функција контура (8):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_I(Q)}{\partial Q} &= -\frac{\partial F_1(Q)}{\partial Q} + \frac{\partial F_2(Q)}{\partial Q} + \frac{\partial F_3(Q)}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_{II}(Q)}{\partial Q} &= -\frac{\partial F_2(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial F_4(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial F_5(Q)}{\partial Q} + \frac{\partial F_6(Q)}{\partial Q} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

За проток кроз нпр. цев 1 у случају природног гаса овај извод је (9):

$$F_1' = \frac{\partial F_1(Q)}{\partial Q} = 1,82 \cdot 4810 \cdot \frac{\rho_r \cdot L \cdot Q_1^{0,82}}{D_1^{4,82}} \quad (9)$$

Док се у случају протока воде он даје као (10):

$$F_1' = \frac{\partial F_1(Q)}{\partial Q} = \lambda \cdot \frac{L}{D_u^5} \cdot \frac{16 \cdot Q}{\pi^2} \cdot \rho \quad (10)$$

где се Дарсијев коефицијент хидрауличког отпора λ рачуна као што је већ речено према (6).

Матрица протока [Q] који се траже у прорачуну у који су улазни подаци у свакој итерацији, односно који су уједно и коначан резултат који се добија након последње итерације, добија се из матричне једначине (11):

$$[NL] \times [Q] = [V] \quad (11)$$

Односно из (12):

$$[Q] = \text{inv}[NL] \times [V] \quad (12)$$

Матрица [NL] је обједињујућа матрица чворова и контура, где се првих n-1 редова преписује директно из матрице чворова (2), док се остали редови добијају из матрице контура (3), уз корекцију да се у делу матрице који се односи на контуре мреже сваки члан који одговара одређеној цеви множи са изводом F_1' који одговара тој цеви (13):

$$[NL] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 \cdot F_1' & 1 \cdot F_2' & 1 \cdot F_3' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 \cdot F_2' & 0 & -1 \cdot F_4' & -1 \cdot F_5' & 1 \cdot F_6' \end{bmatrix} \quad (13)$$

У претходној дискусији је n број чворова.

У матрици [V] првих n-1 редова се односи на потрошњу по чворовима која је непроменљива у прорачуну. Први чвор који смо претходно одредили да буде референтни чвор се изоставља из матрице [V]. Матрица [V] има само једну колону. Остали редови ове једноколоне матрице се добијају преко функција појединих цеви, односно преко функција контура као и преко протока прорачунатих у претходној итерацији, односно преко улазних протока у посматраној итерацији (14):

$$[V] = \begin{bmatrix} -|Q_{II}| \\ +|Q_{III}| \\ +|Q_{IV}| \\ -|Q_{V}| \\ -F_1 + (-|Q_1| \cdot F_1' + |Q_2| \cdot F_2' + |Q_3| \cdot F_3') \\ -F_{II} + (-|Q_2| \cdot F_2' - |Q_4| \cdot F_4' - |Q_5| \cdot F_5' + |Q_6| \cdot F_6') \end{bmatrix} \quad (14)$$

Ознака // између које стоји римски број се односи на потрошњу гаса по чвору. Уколико је предзнак негативан то значи да је тај чвор улазни, односно да је у суми већа количина флуида који улази у мрежу од

оног који излази уколико је чвор улазно-излазни. У матрици [V] која је овде приказана чворови II и V су улазни, док су чворови III и IV излазни.

4. ЗАКЉУЧАК

У раду се даје једна метода која се успешно може користити за прорачун расподеле протока флуида кроз цевоводну мрежу, при чему се дужине и пречници цеви, као и потрошња узимају као константе у прорачуну. Улази флуида у мрежу се посматрају као негативна потрошња, Предност над другим методама као што је нпр. модификована Харди Кросова је у томе што се као резултат прорачуна добијају директно протоци флуида по цевима а не поправке протока са којима је релативно тешко манипулисати.

Слична мрежа је већ обрађивана модификованом Харди Крос методом те се могу вршити упоређења у приступу [1]. Слични примери метода за водоводне мреже су доступни у литератури, са тим да се често у литератури користи Hazen-Вилијамсова једначина која има бројне мане [2-4].

Пионирски рад Харди Кроса је од 2007 године доступан у слободном приступу преко интернета у форми PDF документа, тако да је врло корисно погледати ову књижицу која је поставила темеље у овој области и која је и дан данас незаобилазни материјал када се проучавају прстенасте цевоводне мреже [5]. Бројни истраживачи су касније вршили модификације оригиналне Харди Крос методе [6, 7]. Методи слични овде изнетом развијају се од краја шездесетих година двадесетог века и то упоредо са развојем рачунарске технике која је потребна као подршка захтевним матричним методама [2, 6-9].

КОРИШЋЕНЕ ОЗНАКЕ

- p – притисак (Pa)
- ρ_r – релативна густина гаса (-)
- L – дужина цеви (m)
- D – пречник цеви (m)
- ρ – густина воде (kg/m³)
- λ – Дарсијев коефицијент хидрауличког отпора (-)
- Re – Рејнолдсов број (-)
- ε – апсолутна хрпаовост цеви (m)
- Q – проток (m³/s)

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бркић, Д., Танасковић, Т., “Унапређење методе контура прилагођене за прорачун гасних дистрибутивних мрежа”, XXXV Sym-Op-Is (2008) 97-100.
- [2] Boulos, P.F., Lansey, K.E., Karney, B.W., *Comprehensive Water Distribution Systems Analysis Handbook for Engineers and Planners*, MWH Soft Inc, Hardback, 2006.
- [3] Travis Q.B., Mays L.W., “Relationship between Hazen-William and Colebrook-White roughness values”, *Journal of Hydraulic Engineering of the American Society of Civil Engineers-ASCE*, 133(11) (2007) 1270-1273.

- [4] Liou, C.P., "Limitation and Proper Use of the Hazen-Williams Equation", *Journal of Hydraulic Engineering of the American Society of Civil Engineers-ASCE*, 124(9) (1998) 951-954.
- [5] Cross, H., "Analysis of flow in networks of conduits or conductors", *University of Illinois Engineering Experimental Station Bulletin 286*, 34(22) (1936) 3-29
- [6] Epp, R., Fowler, A.G., "Efficient code for steady flows in networks", *Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers-ASCE*, 96(HY1) (1970) 43-56.
- [7] Brkić, D., "An improvement of Hardy Cross method applied on looped spatial natural gas distribution networks", *Applied Energy*, 86(7-8) (2009) 1290-1300.
- [8] Wood, D.J., Rayes, A.G., "Reliability of algorithms for pipe network analysis", *Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers-ASCE*, 107(HY10) (1981) 1145-1161.
- [9] Wood, D., Charles, C., "Hydraulic network analysis using linear theory", *Journal of the Hydraulics Division of the American Society of Civil Engineers-ASCE*, 98(HY7) (1972) 1157-1179.