

Evaluación del daño sísmico en puentes de hormigón armado

Consuelo Gómez, Sergio Oller y Alex H. Barbat

Universidad Politécnica de Cataluña

Escuela Técnica Superior de Caminos, Canales y Puertos

Departamento de Resistencia de Materiales en la Ingeniería

Jordi Girona 1-3, Edificio C1, Campus Norte

08034, Barcelona, España

Tel.: 34-93-401 64 85, Fax: 34-93-401 10 48

e-mail: soberon@cimne.upc.es

Resumen

La estimación del daño producido por la acción sísmica en puentes existentes ha cobrado interés en los últimos años, no sólo para tratar de disminuir el número de víctimas sino también para reducir los drásticos costos generados en diversos sectores económicos. En la caracterización y evaluación del daño se han priorizado los métodos de aplicación simple y confiable, ya que son una herramienta útil en casos de análisis múltiples relacionados con la simulación por Monte Carlo. Optando por este camino, en este artículo se presenta una propuesta de análisis simplificado del daño ocasionado por terremotos en puentes de autopista de hormigón armado. Se muestra la formulación básica del modelo dinámico propuesto y el procedimiento de evaluación del daño estructural, basado en el cálculo de la inercia dañada de los pilares del puente para la estimación de su degradación. Se dan ejemplos de cálculo que muestran la fiabilidad y eficacia del modelo propuesto.

Palabras clave:

Vulnerabilidad sísmica, análisis dinámico de puentes, estimación del daño, mecánica del daño continuo.

ESTIMATION OF THE SEISMIC DAMAGE OF REINFORCED CONCRETE BRIDGES

Summary

The estimation of the damage produced by seismic action in existing bridges has received much attention in the last years, not only with the aim of reducing the deaths number but also to decrease the enormous economic losses. In damage detection and evaluation, the application of reliable and simple models has been prioritised, because they can be used in the case of multi-analyses necessary in a Monte Carlo simulation. Opting for this way, a proposal of the simplified analysis of damage in RC highway bridges is presented. In this paper the proposed model is described, based on a dynamical model and on the modification of the inertial moment to estimate of the damage in the bridge piers. Examples are included which demonstrate the reliability and efficiency of the proposed model.

Keywords:

Seismic vulnerability, dynamic analysis of bridges, damage estimation, continuous damage mechanics.

INTRODUCCIÓN

Durante los terremotos de Loma Prieta (1989), Northridge (1994), Kobe (1995) y Washington (2000) se produjeron daños de diversa consideración en puentes de las principales redes de transporte. Estos daños ocasionaron, además de la irreparable pérdida de vidas humanas, importantes gastos por la interrupción de diversas actividades económicas.^{1,2,3,4,5} Debido a estos problemas, la estimación del daño producido por terremotos en puentes existentes cobró gran interés.

Desde hace más de una década se han realizado numerosos trabajos de estimación del daño, en su mayoría para la caracterización del comportamiento sísmico de edificios.^{6,7} Los métodos de evaluación actuales para el daño sísmico de puentes pueden clasificarse en cuatro grupos principales:^{8,9} 1) mediante inspección de la vulnerabilidad estructural, 2) evaluación del daño mediante análisis estructural, 3) estimaciones basadas en el juicio de expertos y 4) obtención del daño a partir del análisis estadístico de datos reales. El primer método está basado en estimaciones simples que buscan una primera clasificación de las estructuras con mayor vulnerabilidad sísmica. Por su parte, los modelos basados en el análisis estructural suelen proporcionar gran cantidad de resultados, pero la confiabilidad de éstos depende de su calidad. Finalmente, las estimaciones basadas en el juicio de expertos requieren un gran número de profesionales con conocimientos y experiencia comprobada, mientras que las estimaciones estadísticas que parten de datos reales de daño sólo se aplican en zonas de sismicidad moderada o grande donde puede haber información suficiente.

En este trabajo, los autores proponen una metodología de análisis con base en un modelo estructural para evaluar el daño ocasionado por sismos en puentes de viga. Dicha metodología estima el comportamiento no lineal de la estructura de manera simple, por lo que puede ser de gran utilidad en la evaluación probabilista del daño. El modelo de cálculo propuesto es aplicable al estudio de los puentes de autopista de hormigón armado con eje simple de pilas, principalmente por ser éstos de uso común y por presentar en el pasado el mayor número de elementos dañados.¹

Se describe primeramente el modelo propuesto para la estimación del daño en pilas de puentes de autopista. Se calibra el modelo utilizando las propiedades dinámicas de la estructura, mediante los resultados obtenidos a través de mediciones en un puente existente. Luego, se describe la caracterización del daño máximo en las pilas, mediante el cálculo no lineal de la estructura. En dicha caracterización se utilizan varios índices de daño global de la estructura, que tratan de describir el estado de las pilas y de la estructura entera después de un terremoto. El artículo finaliza mostrando un ejemplo de aplicación del modelo propuesto.

Aunque existe una variada gama de métodos de evaluación de la respuesta no lineal de puentes, la metodología propuesta es simple, confiable y de bajo costo computacional. Por lo tanto, esta metodología es idónea para considerar las incertidumbres en los parámetros del modelo dentro del marco de la simulación por Monte Carlo, como en la evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras o en los estudios previos para decidir sobre el refuerzo de sistemas estructurales con capacidad reducida.

FORMULACIÓN ELÁSTICA DEL MODELO PROPUESTO

Descripción del modelo

Un primer paso en el desarrollo del modelo dinámico simplificado propuesto es la definición de sus propiedades elásticas.^{10,11,12} Para ello se consideran elementos continuos, con masa distribuida en pilas y concentrada en vigas. Cuando las pilas del puente están sometidas a una excitación sísmica en su base en dirección transversal, el movimiento de las

vigas adyacentes restringe parcialmente su oscilación. Es decir, sometida a cargas dinámicas transversales la pila se desplaza y causa la distorsión de los apoyos de unión con la viga y la subsiguiente rotación de éstas, que se consideran rígidas. El modelo simplificado esquematizado en la Figura 1 se basa en las siguientes hipótesis:

1. Las pilas se modelizan mediante elementos continuos con masa distribuida y rigidez axial infinita.
2. Las vigas se modelizan como elementos perfectamente rígidos con masa concentrada, por lo que se desprecian sus deformaciones longitudinal y transversal.
3. Todas las pilas del puente tienen el mismo desplazamiento longitudinal.
4. Debido a la redundancia y rigidez en dirección longitudinal el daño más grave en las pilas se producirá por una acción sísmica en la dirección transversal.

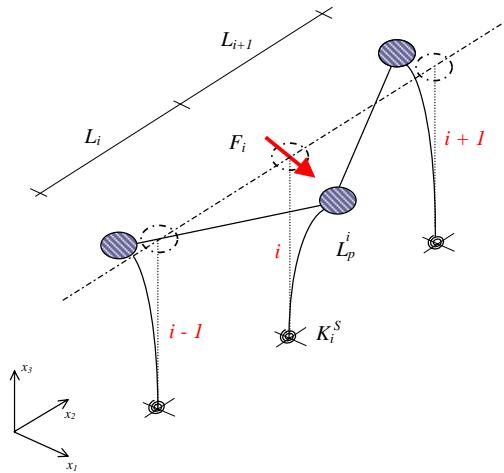


Figura 1. Esquema básico de análisis

5. Los apoyos de las vigas sobre las pilas son modelizados como piezas cortas de sección transversal circular y con dimensiones reales. Se supone que dichas piezas trabajan principalmente a cortante, por lo que la equivalencia en rigidez con los elementos reales se alcanzará ajustando su módulo de cortante.
6. La rotación de las vigas, producida por el desplazamiento registrado en la cabeza de las pilas se simula mediante muelles de rotación con comportamiento lineal.
7. El efecto de interacción suelo-estructura en pilas y estribos se estima a través de muelles lineales que representan la rigidez rotacional del suelo.
8. El movimiento en la dirección longitudinal de las vigas en los estribos se incluyen como muelles lineales de gran rigidez.
9. Se supone que los estribos son muy rígidos en la dirección transversal, por lo que sus desplazamientos en esta dirección son despreciados.

De acuerdo con el modelo de la Figura 1, los desplazamientos transversales en la cabeza de las pilas y de los estribos son los únicos grados de libertad del sistema estructural, con lo que el modelo estructural tendrá un número de grados de libertad, n , igual al número de pilas más el de los estribos. Además, el modelo permite considerar excitaciones sísmicas diferentes en la base de cada pila del puente, es decir la variabilidad espacial de la carga externa.¹³

A partir de las nueve hipótesis generales de modelación, a continuación se establece la rigidez total del modelo dinámico, considerando la contribución de la rigidez transversal de las vigas y de las pilas en cada modo de vibración.

Rigidez transversal del modelo en el modo i

El desplazamiento de la pila i del puente genera en planta una distribución de fuerzas como la que se indica en la Figura 2. En esta figura, F_i es la fuerza inercial, F_i^{i-1} y F_i^{i+1} son las fuerzas elásticas producidas por la rotación de las vigas adyacentes a la pila i , y F_{i-1}^i y F_{i+1}^i son las fuerzas elásticas producidas en las pilas $i-1$ e $i+1$ por la rotación de las vigas continuas, respectivamente. Esto es, para una pila el subíndice de las fuerzas indica el número de la pila y el superíndice se asocia a la pila con la cual comparte el tablero que gira, a la izquierda $i-1$ y a la derecha $i+1$. En las fuerzas que se ejercen en las pilas contiguas, se sigue esta misma lógica. Como se puede observar en las Figuras 2 y 3, la peor condición ocurre cuando dos pilas adyacentes se mueven en sentido contrario a la pila estudiada.

Para determinar las fuerzas elásticas en las pilas por rotación del tablero se analiza su movimiento. Si se observan las Figuras 2 y 3 se desprende que las rotaciones producidas a la izquierda φ_i^{i-1} y derecha φ_i^{i+1} de la pila i , que dependen del desplazamiento relativo entre las tres pilas contiguas, son

$$\varphi_i^{i-1} = \left(\frac{v_i - v_{i-1}}{L_i} \right) \quad (1)$$

$$\varphi_i^{i+1} = \left(\frac{v_i - v_{i+1}}{L_{i+1}} \right) \quad (2)$$

donde L_i y L_{i+1} son la longitudes de las vigas contiguas a la izquierda y derecha de la pila i y v_i , v_{i-1} y v_{i+1} son los desplazamientos máximos de las pilas i , $i-1$ e $i+1$, respectivamente.

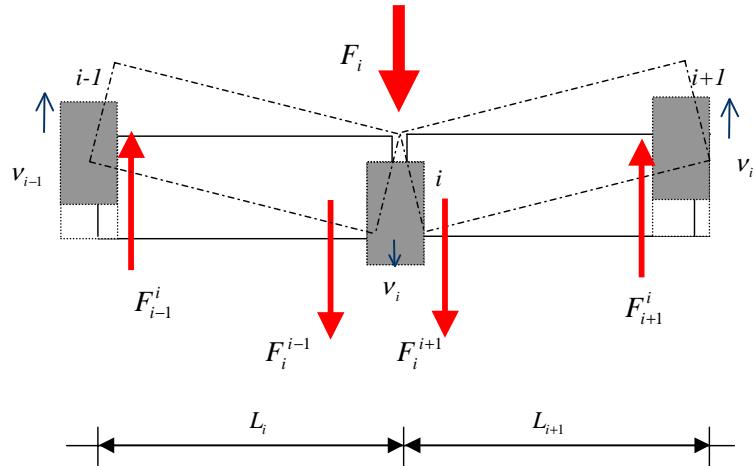


Figura 2. Esquema de la rotación de vigas adyacentes

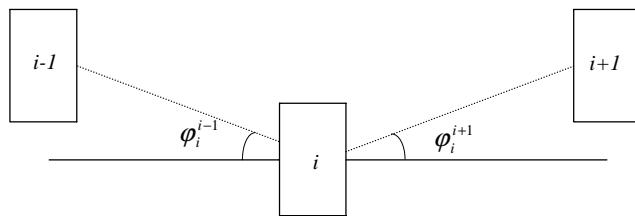


Figura 3. Rotación de vigas

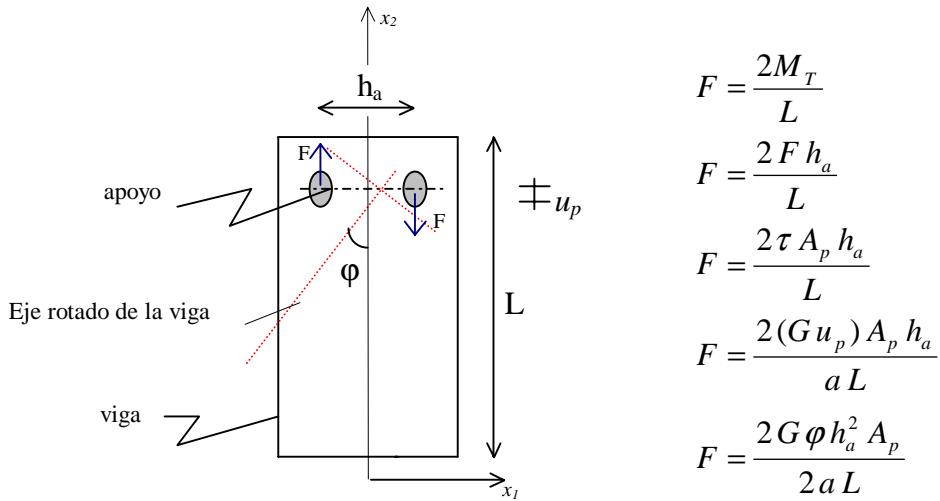


Figura 4. Vista en planta de una viga

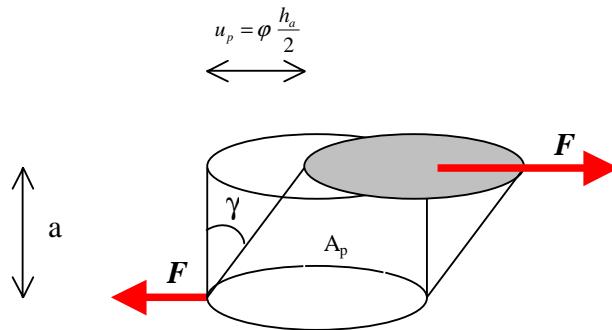


Figura 5. Deformación de una columna corta equivalente

Los apoyos existentes sobre cada una de las pilas (ver las Figuras 4 y 5) son simulados como piezas cortas con sección transversal circular, principalmente regidas por las deformaciones cortantes. La influencia de la rigidez de los apoyos en el comportamiento global del puente es asociada a su módulo cortante G , a la distancia en planta entre los centros geométricos de los apoyos de cada viga, h_a , a su altura a y al área de su sección transversal, A_p . En las Figuras 4 y 5 se puede observar la deformación producida por las cargas transmitidas de las pilas a los apoyos. A partir de estas figuras se deduce que el desplazamiento superior de los apoyos, u_p , produce un par de fuerzas F

$$F = \tau A_p = (G\gamma) A_p \cong \left(G \frac{u_p}{a} \right) A_p = \left(\frac{G}{a} \varphi \frac{h_a}{2} \right) A_p \quad (3)$$

cuyo momento es

$$M_T = F h_a = \frac{GA_p}{a} \left(\varphi \frac{h_a}{2} \right) h_a \quad (4)$$

donde F es la fuerza cortante en el apoyo, τ es la tensión tangencial y $u_p = \varphi(h_a/2)$ es el desplazamiento relativo entre la cara superior e inferior del apoyo. Las restantes variables ya fueron definidas anteriormente y también están definidas en el apéndice de este trabajo.

A partir de la ecuación (4) y como se constata en la Figura 4, la fuerza total producida en una pila por la rotación de vigas se define mediante la ecuación siguiente

$$F = \frac{2M_T}{L} = \frac{GA_p h_a^2}{aL} \varphi \quad (5)$$

Aplicando la ecuación (5) a la pila i y sustituyendo la ecuación (1) en ésta, la fuerza elástica producida en la viga $i-1$ es

$$F_i^{i-1} = \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_i - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_{i-1} \quad (6)$$

Siguiendo un proceso similar, la fuerza elástica por la rotación de la viga $i+1$ es

$$F_i^{i+1} = \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_i - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_{i+1} \quad (7)$$

Sumando las ecuaciones (6) y (7) y ordenando términos, la fuerza total elástica R_i debida a la rotación de las vigas adyacentes a la pila i es

$$R_i = F_i^{i-1} + F_i^{i+1} = \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} + \frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_i - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_{i-1} - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_{i+1} \quad (8)$$

Rigidez transversal de una pila en el modo i

Con base en las hipótesis generales de definición del modelo propuesto, las pilas del puente son consideradas como elementos continuos con masa distribuida. En estos, el efecto de interacción suelo-estructura es incluido por medio de resortes rotacionales de rigidez K_i^s (Figura 6). Por lo tanto, el máximo desplazamiento en el cabezal de una pila es

$$v_i = v_\theta^i + v_p^i \quad (9)$$

siendo

$$v_\theta^i = \theta^i L_p^i = \frac{M_p^i}{K_i^s} \quad (10)$$

el desplazamiento producido por la rotación en la base de la pila y

$$v_p^i = \frac{q_i (L_p^i)^4}{8E_{c_i} I_i} + \frac{F_i (L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \quad (11)$$

el desplazamiento ocasionado por la acción externa. En las ecuaciones (10) y (11), θ^i es la rotación producida por el efecto de la interacción suelo-estructura, M_p es el momento flector máximo en la base de la pila, K_i^s es la rigidez equivalente del suelo, q es la masa por unidad de longitud, L_p^i , E_c e I_i son la longitud, módulo de Young e inercia transversal de la pila, respectivamente; y F_i es la fuerza inercial total.

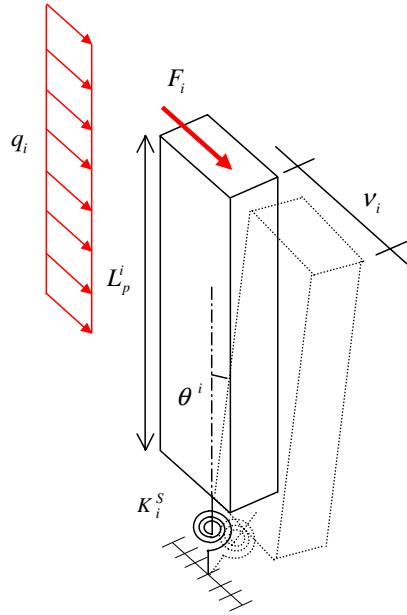


Figura 6. Deformación de la pila i

A partir del esquema de la Figura 6, la ecuación de momento flector para el desplazamiento máximo, cuando $x_3 = L_p$, es

$$M_i(x_3 = L_p) = q_i \frac{(L_p^i)^2}{2} + F_i L_p^i \quad (12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (10), (11) y (12) en la ecuación (9), el máximo desplazamiento de la pila es descrito por

$$v_i = \frac{q_i (L_p^i)^3}{2K_i^s} + F_i \left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^s} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right] + \frac{q_i (L_p^i)^4}{8E_{c_i} I_i} \quad (13)$$

de donde resulta la fuerza inercial en la cabeza de la pila

$$F_i = \frac{1}{\left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^s} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right]} \left[v_i - \frac{q_i (L_p^i)^3}{2K_i^s} - \frac{q_i (L_p^i)^4}{8E_{c_i} I_i} \right] \quad (14)$$

En la ecuación (14) se observa que la fuerza inercial en la cabeza de la pila en estudio está compuesta por la parte que resulta de su contribución como elemento en voladizo más el término que aporta la rotación restringida por los apoyos, en la que interviene la rigidez equivalente del suelo, K_i^s .

Ecuación de equilibrio pila–tablero

Aplicando la segunda ley de Newton, la fuerza efectiva total en el extremo superior de la pila i es

$$F_i^T = R_i + F_i = m_i a_i \quad (15)$$

donde m_i es la masa asociada al grado de libertad i y a_i es la aceleración correspondiente. Sustituyendo los valores de $R_i = F_i^{i-1} + F_i^{i+1}$ [ec. (8) y ec. (14)] en la ec. (15), F_i^T se expresa como

$$F_i^T = m_i a = \left\{ \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} + \frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] + \frac{1}{\left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^s} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right]} \right\} v_i - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_{i-1} - \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_{i+1} - \left[\frac{1}{\left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^s} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right]} \right] \left[\frac{q_i (L_p^i)^3}{2K_i^s} + \frac{q_i (L_p^i)^4}{8E_{c_i} I_i} \right] \quad (16)$$

Si se introducen las notaciones

$$K_{i,i} = \frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} + \frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} + \frac{1}{\left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^s} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right]} \quad (17)$$

$$K_{i,i-1} = \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] \quad (18)$$

$$K_{i,i+1} = \left[\frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] \quad (19)$$

y el término

$$F_i^q = \left[\frac{1}{\left[\frac{(L_p^i)^2}{K_i^T} + \frac{(L_p^i)^3}{3E_{c_i} I_i} \right]} \right] \left[\frac{q_i (L_p^i)^3}{2K_i^T} + \frac{q_i (L_p^i)^4}{8E_{c_i} I_i} \right] \quad (20)$$

la ecuación de equilibrio de cada pila puede escribirse como

$$F_i^q + m_i a_i = K_{i,i} v_i - K_{i,i+1} v_{i+1} - K_{i,i-1} v_{i-1} \quad (21)$$

Aplicando la ecuación anterior a cada grado de libertad, se obtiene un sistema de ecuaciones del tipo $\mathbf{F} = \mathbf{Kv}$. En este, \mathbf{K} es la matriz de rigidez tri-diagonal del sistema ($K_{i,j}$ es la fuerza correspondiente a la coordenada i , debida a un desplazamiento unitario producido en la coordenada j), \mathbf{F} es el vector de fuerzas y \mathbf{v} es el vector desplazamiento en el cabezal de pilas y estribos. Se considera también que la masa del puente está concentrada en los puntos en que son obtenidos los desplazamientos transversales, siendo una matriz de masa diagonal.

FORMULACIÓN NO LINEAL DEL MODELO

En condiciones elásticas, la solución de la ecuación (21) cumple el equilibrio estático en cada instante de tiempo. Sin embargo, cuando se considera el comportamiento no lineal de los materiales de la estructura y el amortiguamiento presente en ésta, la ecuación del movimiento en cada pila es

$$F_i^q + m_i a_i - K_{i,i} v_i - K_{i,i+1} v_{i+1} - K_{i,i-1} v_{i-1} - F_a = F_i^R \quad (22)$$

donde F_a es la fuerza de amortiguamiento de la pila i y F_i^R es la fuerza residual o fuerza de desequilibrio que debe ser eliminada mediante una linealización de Newton–Raphson. Dicha falta de equilibrio se produce porque las rigideces K_{ii} , $K_{i,i+1}$ y $K_{i,i-1}$ no son constantes durante el proceso de análisis y, en consecuencia, la solución de la ecuación (23) se debe obtener de manera iterativa.

Para obtener el daño máximo de las pilas de puentes mediante el modelo descrito en la Figura 1 se resuelve la ecuación 23 no lineal, mediante el algoritmo de Newmark.¹⁴ En este análisis se busca el equilibrio mediante la eliminación de F_i^R por Newton–Raphson, lo que conduce indirectamente a la eliminación del momento flector residual ΔM , que surge como desequilibrio interno en la sección transversal. Consecuentemente $\Delta M = M_e - M_{int}$ es la diferencia entre el momento solicitante y el resistente. De esta forma, para cada paso del análisis no lineal se actualiza la rigidez del sistema, la cual se modifica por la degradación del material causada por carga externa.

A continuación se describen los pasos seguidos para definir el daño en cualquiera de las pilas del puente, sin utilizar subíndices para cada elemento. Mediante el modelo simplificado propuesto se evalúa el daño estructural global máximo del puente considerando en el análisis sólo el daño en la base de las pilas debido a la acción sísmica transversal.

Desplazamiento máximo producido por la acción sísmica

A partir de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema dinámico, se obtienen los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, empleando el algoritmo de análisis no lineal de Newmark. Dicho algoritmo define, mediante un proceso iterativo, la respuesta estructural en cada instante de tiempo, considerando un criterio de convergencia que se asegure un vector de carga incremental menor que una tolerancia predefinida.¹⁴

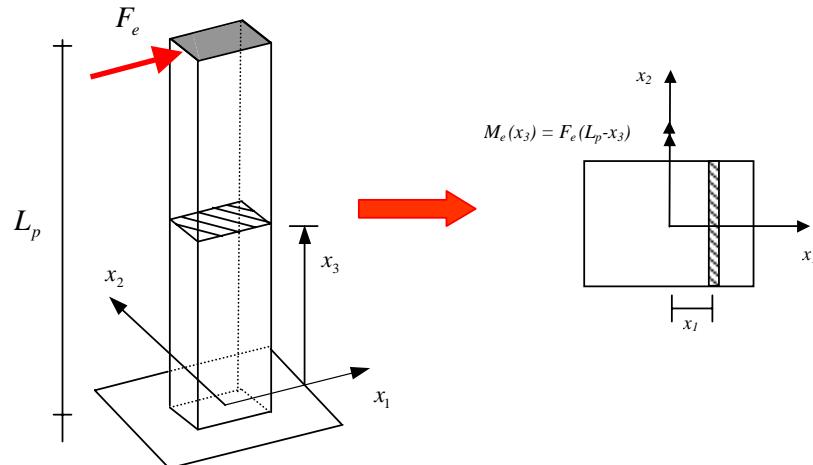


Figura 7. Modelo simplificado de análisis no lineal

Momento externo máximo

Se considera que las pilas están sometidas, predominantemente, a flexión en la dirección perpendicular al eje del puente, tal como se observa en la Figura 7. Conociendo el despla-

zamiento máximo de una pila, la fuerza resultante en el extremo superior de ésta y el momento externo en la base (predictor) se obtienen mediante las siguientes expresiones

$$F_e = v k \quad (23)$$

$$M_e^{\max} = F_e L_p \quad (24)$$

donde

$$k = \frac{3E_c I}{L_p^3} \quad (25)$$

es la rigidez a flexión de la pila, F_e es la fuerza elástica producida por la acción sísmica en el extremo superior de la pila, M_e es el momento externo máximo predictor, v es el desplazamiento máximo de la pila (obtenido por medio del algoritmo de Newmark) y E_c , I y L_p son el módulo de Young, la inercia transversal y la longitud de la pila, respectivamente.

Estado de daño de la estructura

En el caso de una carga sísmica actuando en la dirección transversal del puente (eje x_1), el estado de tensiones y deformaciones elásticas en esta dirección es

$$\begin{cases} \varepsilon(x_1, x_3) = \chi_1(x_3) x_1 = \frac{M_e(x_3)}{E_c I} x_1 \\ \sigma(x_1, x_3) = E_c \varepsilon(x_1, x_3) = \frac{M_e(x_3)}{I} x_1 \end{cases} \quad (26)$$

donde $\chi_1(x_3) = M_e(x_3)/E_c I$ es la curvatura de la pila, $\sigma(\cdot)$ y $\varepsilon(\cdot)$ son las tensiones y deformaciones, x_1 es la distancia (en dirección de este eje) desde el punto de análisis hasta el eje neutro actual de la pila, E_c es el módulo de Young inicial de la pila y M_e es la ley de momentos.

A partir de estas ecuaciones, el momento interno resistente en la sección transversal del elemento, $M_{\text{int}}(x_3)$, se obtiene mediante integración de los momentos producidos por las fuerzas elementales, σdA_c , en la sección transversal de área A_c

$$M_{\text{int}}(x_3) = \int_{A_c} \sigma x_1 dA_c \quad (27)$$

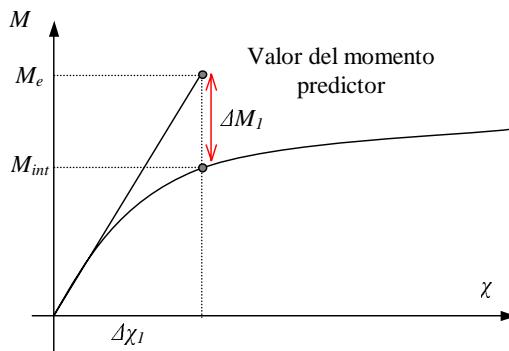


Figura 8. Diagrama momento curvatura de una pila

Cuando el elemento permanece dentro del rango elástico, los momentos externos e internos máximos de la pila son iguales. Sin embargo, cuando se excede el límite elástico del material, el momento solicitante M_e supera al resistente M_{int} y se produce un desequilibrio que conduce a un comportamiento no lineal (Figura 8)

$$\Delta M(x_3) = M_e(x_3) - M_{int}(x_3) < \text{tolerancia} \quad (28)$$

Este momento desequilibrante debe ser eliminado mediante un método de Newton-Raphson, haciendo tender la diferencia a una tolerancia suficientemente pequeña.

Cuando las pilas sufren daño por la acción sísmica, el estado de tensiones desarrollado en la sección transversal de éstas [ec. (26)] es obtenido por medio de la ecuación siguiente:

$$\sigma(x_1 x_3) = E_c^d \chi_1(x_3)(x_1) \quad (29)$$

donde

$$E_c^d = f(x_1, x_3) E_c^0 \quad (30)$$

es el módulo de Young del material dañado, E_c^0 es el módulo Young inicial y $f(x_1, x_3)$ es la función de daño que será descrita posteriormente. Sustituyendo la ecuación (29) en la ecuación (27), el momento inercial en la sección transversal de la pila es

$$M_{int}(x_3) = E_c^0 \chi_1(x_3) I^d(x_3) \quad (31)$$

donde

$$I^d(x_3) = \int_{A_c} f(x_1, x_3) x_1^2 dA_c \quad (32)$$

es la inercial de la sección transversal del elemento dañado respecto a su eje neutro. En cada incremento de tiempo se define un momento elástico predictor por medio de la ecuación siguiente

$$M^0(x_3) = F_e(L_p - x_3) = E_c^0 I(x_3) \chi_1(x_3) \quad (33)$$

en la cual se han utilizado las propiedades elásticas del material.

Durante la linealización de las ecuaciones de equilibrio, en el paso de tiempo donde el momento predictor produce un incremento de carga no equilibrado mayor que la tolerancia prescrita [ec. (28)], se considera un incremento de la curvatura inelástica en función del momento desequilibrante. El proceso iterativo finaliza cuando la carga no equilibrada es menor que la tolerancia.

El criterio de convergencia utilizado en el proceso iterativo es que la respuesta estable del sistema estructural completo está garantizada si se cumple

$$C_c = \sqrt{\frac{\sum_i \Delta M_i^2}{\sum_i (M_e^i)^2}} \leq \text{TOL} \quad (34)$$

donde TOL es la tolerancia escogida.

Función de daño

Básicamente, el daño estructural puede ser caracterizado de dos formas. En la primera, el daño es descrito por medio de índices de daño global, los cuales son funciones escalares que dependen de algunas variables (o parámetros de daño) que representan la respuesta dinámica del sistema.^{6,15-18} La otra posibilidad de caracterización del daño se basa en la estimación de la degradación micro-estructural, la cual se evalúa mediante los métodos de la Mecánica del Daño Continuo.¹⁹⁻²²

En este trabajo se optó por aplicar un modelo de daño basado en la Mecánica del Daño Continuo, principalmente porque tales modelos son simples y sus bases respetan los principios fundamentales de la Termodinámica. El modelo de daño seleccionado, propuesto por Oliver *et al.*,²³ se basa en la determinación de una variable interna de daño o degradación, d , que mide la pérdida de rigidez secante del material. De acuerdo con dicho modelo puede definirse el siguiente nivel de daño en la sección transversal de una pila

$$f(x_1, x_3) = 1 - d(x_1, x_3) \quad (35)$$

donde

$$d(x_1, x_3) = 1 - \frac{\tau^*}{\tau(x_1, x_3)} \exp \left[A - \frac{\tau(x_1, x_3)}{\tau^*} \right] \quad (36)$$

siendo τ^* el umbral de daño, τ la tensión efectiva y A un parámetro que depende de la energía de fractura del material.

Obtención de la inercia degradada

Debido a las dificultades que presenta la integración cerrada de la inercia degradada [ec. (32)] con la función de daño definida en la ecuación (36), es necesario realizar una integración numérica; en este caso particular se utiliza una cuadratura de Lobato.²⁴ Dicho algoritmo asegura que algunos puntos de evaluación estén situados en el contorno de la sección transversal de la pila, siendo así posible capturar el máximo nivel de daño.

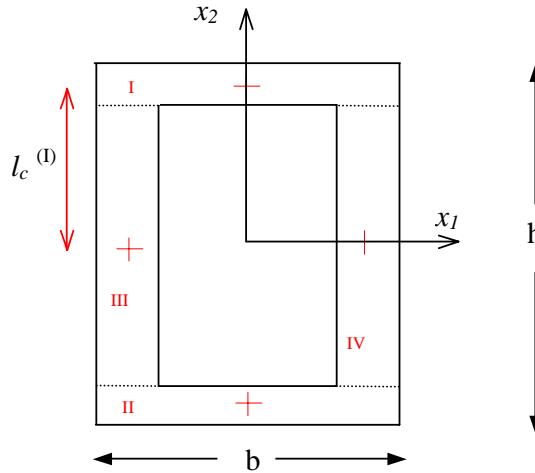


Figura 9. Evaluación del momento inercial dañado de una sección transversal cajón

Cuando las pilas del puente tienen sección transversal rectangular llena, el cálculo del daño se obtiene directamente. Sin embargo, para pilas de sección transversal cajón, que es común en la tipología de puentes estudiada, el momento de inercia de la sección transversal dañada se obtiene numéricamente dividiendo a ésta sección en cuatro subsecciones rectangulares, como se muestra en la Figura 9. Para cada una de las subsecciones que componen la sección transversal se calculan los momentos de inercia de la subsección dañada, I_j^d , y las áreas

$$A_c^d(x_3) = \int_{A_c} f(x_1, x_3) dA_c \quad (37)$$

de la subsección dañada. La inercia global de la sección transversal degradada de la pila, I_T^d , es

$$I_T^d(x_3) = \sum_{j=1}^4 (I_j^d + A_c^{d(j)} l_c^{2(j)}) \quad (38)$$

donde I_j^d es el momento de inercia dañado de la subsección j y $l_c^{2(j)}$ es la distancia entre los ejes centroidales de la subsección j y del elemento.

En el problema no lineal, cuando ocurre daño debido al sismo, la posición del eje centroidal de cada subsección se modifica en función del área transversal dañada. Esta modificación se refleja en el cálculo de la distancia entre el eje centroidal global y el eje centroidal de cada subsección. Consecuentemente, para obtener las distancias $l_c^{(j)}$ es necesario conocer para cada subsección las coordenadas centroidales de la sección dañada. Estas se evalúan mediante las ecuaciones

$$X_1^{CG} = \frac{\int_{A_c} x_1 f(x_1, x_3) dA_c}{\int_{A_c} f(x_1, x_3) dA_c} \quad (39)$$

$$X_2^{CG} = \frac{\int_{A_c} x_2 f(x_1, x_3) dA_c}{\int_{A_c} f(x_1, x_3) dA_c} \quad (40)$$

Índices de daño de pila y globales

Una vez que se ha ya alcanzado el equilibrio en toda la estructura (convergencia), para cada incremento de tiempo es posible obtener los índices de daño para cada pila y para el puente completo, a partir de los momentos elástico $\sum_{i=1}^{n_p} M_e^i$ predictor y dañado $\sum_{i=1}^{n_p} M_{int}^i$ de cada pila. En este trabajo se definieron dos índices de daño de pila y tres índices de daño global de la estructura, calculados estos últimos a partir de los primeros. El primer índice de daño de pila caracteriza el daño máximo en la base de cada pila del puente

$$D = \frac{M_e(x_3) - M_{int}(x_3)}{M_e(x_3)} \quad \text{para } x_3 = 0 \quad (41)$$

El segundo índice de daño de pila, DP , propuesto por DiPasquale y Cakmak,^{7,25} se basa en las características dinámicas de la estructura para evaluar el daño sísmico. Este daño se calcula para cada pila a partir de su periodo fundamental de vibración y se utiliza a modo de comparación con el índice propuesto en la ecuación (41)

$$DP = 1 - \frac{(T_0)^2}{(T_f)^2} \quad (42)$$

donde T_0 representa el periodo de la estructura en el rango elástico y T_f es el periodo final, correspondiente a la estructura dañada al final del análisis.

A partir de los índices de daño de pila [expresiones (41) y (42)], el daño global de la estructura se determina mediante tres índices:

- *Índice global medio*, que es la media de los índices de pilas

$$D_m = \frac{\sum_i D_i}{n_p} \quad i = 1, \dots, n_p \quad (43)$$

donde n_p es el número de las pilas del puente y D_i es el daño de pilas, definido por la ecuación (41).

- *Índice global de daño funcional D_p*

$$D_p = 1 - [\Pi_i(1 - D_i)] \quad i = 1, \dots, n_p \quad (44)$$

Cuando todas las pilas de la estructura sufren un daño mayor, este índice refleja el daño global extremo. Dicho índice es un indicador de la capacidad del puente de prestar servicio después de un sismo.

- *Índice global medio de DiPasquale y Cakmak*, que se define a partir de los índices de daño de pila expresados por la ecuación (44)

$$D_a = \frac{\sum_i D P_i}{n_p} \quad i = 1, \dots, n_p \quad (45)$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Como ejemplo de aplicación del procedimiento simplificado de caracterización del daño en puentes se analizó el comportamiento del puente Warth, situado a 63 km al sur de Viena, Austria (Figura 10), sometido a acciones sísmicas. Conforme a las actuales normativas sísmicas²⁶ es necesario un estudio de reevaluación del comportamiento de este puente

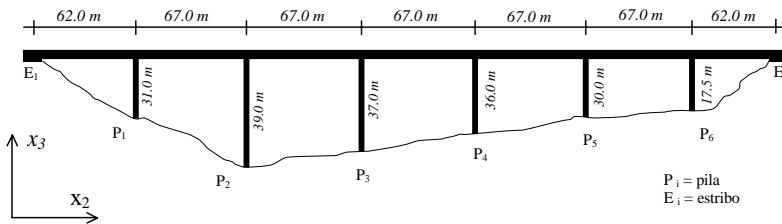


Figura 10. Esquema de la estructura del puente Warth, Austria

En este ejemplo de análisis se consideraron las dimensiones generales del puente conforme a los planos originales de diseño. Además, se consideró que la resistencia a compresión simple del hormigón armado es de $f'_c = 45,0$ MPa para el tablero y de $f'_c = 40,0$ MPa para las pilas. En ambos elementos, el peso específico y el módulo de Poisson del hormigón armado son $\gamma = 24,0$ kN/m³ y $\nu = 0,2$, respectivamente. Para considerar el peso específico de los componentes no estructurales del sistema de piso (como pavimentos y barandillas), el valor del peso específico de las vigas fue modificado hasta alcanzar el valor de $\gamma = 28,0$ kN/m³. Por su parte, para el acero de refuerzo se utilizó $\gamma = 78,5$ kN/m³ y $\nu = 0,3$. Finalmente, el módulo de elasticidad del hormigón armado de pilas fue obtenido mediante la proporción de acero y hormigón en cada pila, asumiendo que los módulos de elasticidad del hormigón y del acero son de $E_h = 2,8 \times 10^4$ MPa y $E_a = 2,0 \times 10^5$ MPa, respectivamente.

Comparación entre resultados obtenidos mediante el modelo simplificado y un modelo de elementos finitos

Las propiedades dinámicas de puente Warth fueron ajustadas con el modelo simplificado propuesto a valores obtenidos a través de estudios dinámicos de campo,^{27,28} modificando en este proceso el módulo cortante de los elementos de apoyo equivalentes. Con el modelo dinámico obtenido se realiza un análisis no lineal del puente, utilizando como excitación externa en cada pila funciones senoidales crecientes, expresadas como

$$a(t) = t \operatorname{sen}(\omega t) \quad 0 < t < 40 \text{ s} \quad (46)$$

donde ω es la frecuencia de oscilación, igual a la frecuencia fundamental asociada a cada pila del puente y t es el incremento de tiempo. En cada pila del puente se obtiene el daño en 36 puntos de cada subsección de la sección transversal (Figura 9), conforme a la rutina de caracterización de daño aplicada. De todos estos valores se determina el máximo al final del análisis, el cual se muestra en la segunda columna de la Tabla I.

Pila	Modelo simplificado Máximo daño en un punto	Modelo ABAQUS Máximo daño en un punto
1	0,9514	1,0000
2	0,9842	0,9831
3	0,9757	0,9820
4	0,9692	0,9844
5	0,9497	0,9834
6	0,8552	0,9950

Tabla I. Valores máximos de daño en los puntos de integración de las pilas del puente Warth.
Excitación senoidal creciente

El puente Warth también fue analizado utilizando un modelo de elementos finitos simplificado, mediante el código comercial ABAQUS.²⁹ El modelo de elementos finitos utiliza ocho elementos viga de Timoshenko para pilas y segmentos del tablero. Además, en este modelo se consideraron elementos viga de sección cajón equivalente para el tablero, fijación de desplazamientos en los estribos y en la unión tablero-pila y compatibilidad de traslaciones en la unión tablero-pila. Finalmente, para determinar la degradación por carga externa producida en el puente, en ABAQUS se implementó, como rutina externa, el algoritmo de caracterización del daño de Oliver *et al.*,²³ correspondiente a las ecuaciones (35) y (36).

Para cada pila del puente se determinaron los daños producidos en 15 puntos de integración en toda la sección transversal, de los cuales se muestran los valores máximos en la tercera columna de la tabla 1. Si se comparan los valores de la segunda y tercera columna de la tabla 1 se observa que ambos modelos conducen a resultados máximos similares de degradación.

Un análisis no lineal como este requiere, con el modelo simplificado propuesto, aproximadamente 25 s de CPU en una máquina Silicon Origin 2000. Por su parte, el mismo análisis con el modelo de elementos finitos simplificado y con el programa ABAQUS necesita de un tiempo total de CPU de 3,27 horas, en la misma máquina.

Evaluación de los índices de daño

Los índices de daño producidos en el puente por acción externa se obtienen utilizando el modelo simplificado propuesto. Como carga externa en este caso se utilizaron seis acelerogramas, uno en cada punto de cimentación de las pilas del puente, por lo que éstos consideran la variabilidad espacial de las ondas sísmicas. Los acelerogramas utilizados fueron simulados por Panza *et al.*,³⁰ utilizando un modelo sismológico unidimensional para un escenario sísmico de magnitud 5,5 y distancia a la fuente de 8 km. Estos acelerogramas tienen aceleraciones máximas de 90 cm/s², 160 cm/s², 180 cm/s², 100 cm/s², 120 cm/s² y 30 cm/s².

Mediante el análisis no lineal se obtuvieron los índices de daño en pilas [ec. (41) y (42)] y los índices de daño global del puente [ec. (43)–(45)], los cuales se muestran en las Figuras 11

a 13. En las Figuras 11 y 12 se observa que frente a la acción impuesta las pilas P_5 y P_6 permanecen elásticas, en tanto que la pila P_3 es la que sufre mayor daño, con un valor máximo próximo al 6 % para ambos índices. Además, en estas figuras se observa que el primer índice de pila D_i es ligeramente mayor que el segundo índice de pila DP_i en todos los casos.

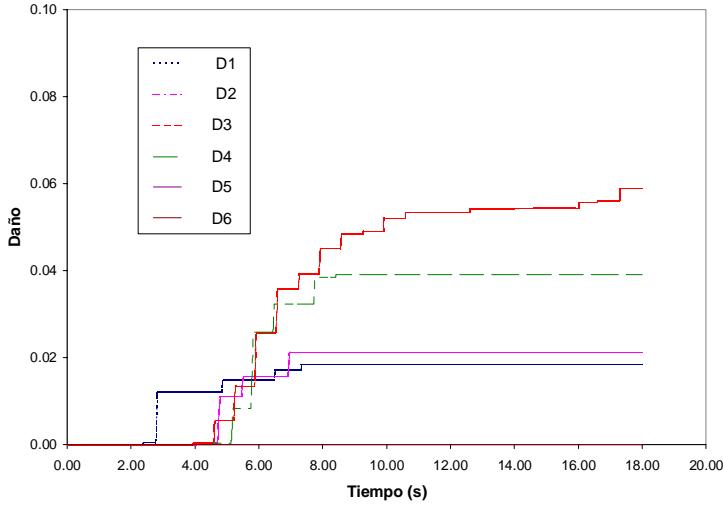


Figura 11. Variación de los índices de daño de pila [ecuación (41)] del puente Warth

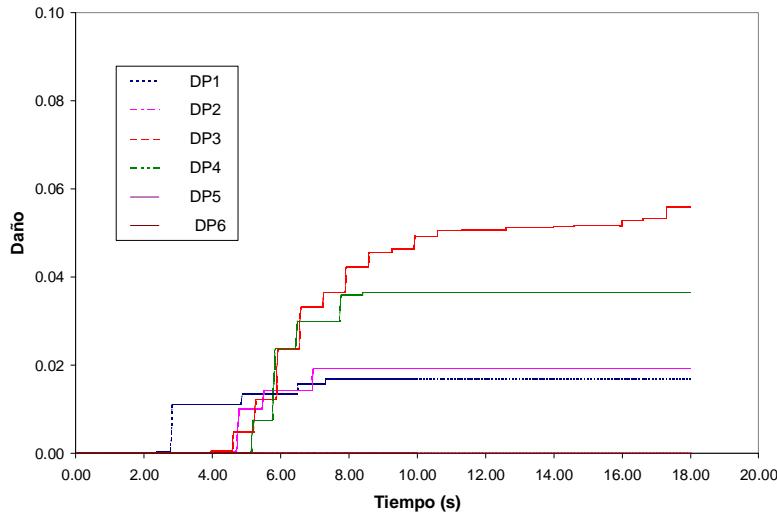


Figura 12. Variación de los índices de daño de pila [ecuación (42)] del puente Warth

Los valores máximos de los índices globales de daño del puente obtenidos en este ejemplo son de $D_m = 2,29 \%$, $D_p = 13,1 \%$ y $D_a = 1,17 \%$, es decir, se produciría un daño mínimo que requeriría una reparación menor. Como se observa en la Figura 13 el índice global promedio D_p representa un valor extremo del daño, que podría corresponder a estados de servicio de la estructura. Los dos restantes índices globales de daño tienen valores similares, siendo el índice D_m (línea de mayor grosor en la Figura 13) siempre mayor.

Finalmente, la Figura 14 muestra la variación de los momentos de inercia seccionales de las pilas, calculados mediante la ecuación (38). En la Figura 14 se muestra que el modelo simplificado propuesto captura adecuadamente la degradación de las propiedades de elementos pila, producidas por acción sísmica externa. Esto es, a mayor daño menor momento de inercia.

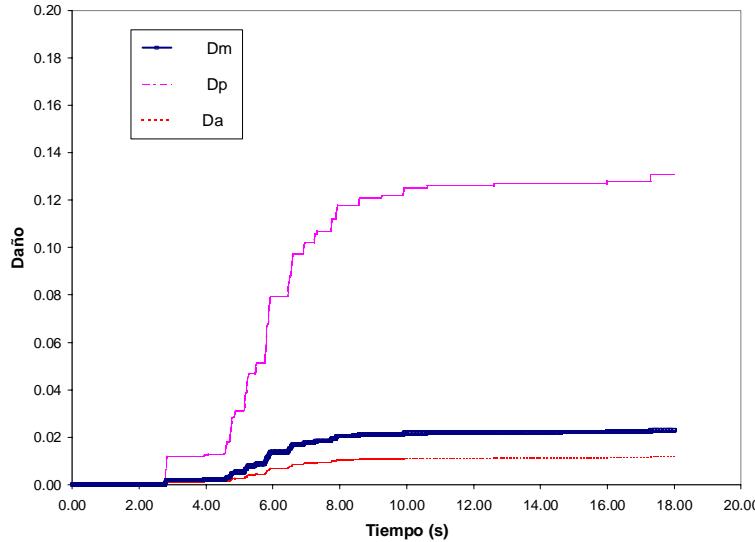


Figura 13. Variación de los índices de daño global [ecuaciones (43) a (45)] del puente Warth

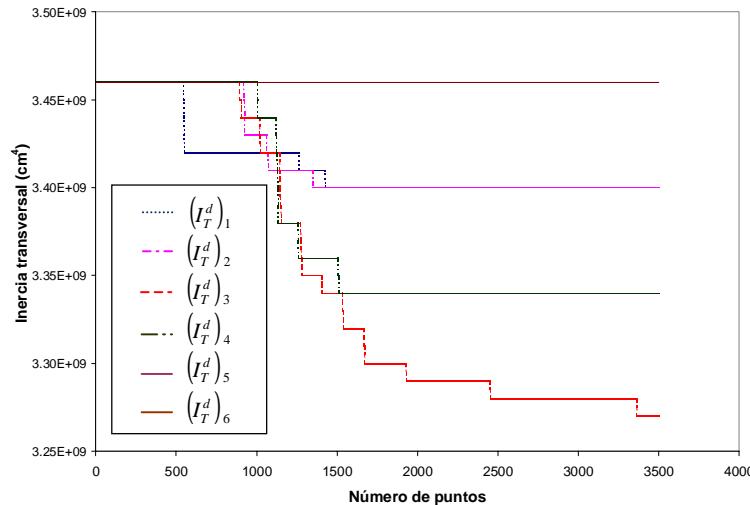


Figura 14. Variación de las inercias transversales de las pilas del puente Warth

CONCLUSIONES

En este artículo se propone un modelo de evaluación del daño producido por sismos en puentes de autopista. La formulación planteada está basada en el estudio de la compleja interacción de los elementos que componen los puentes de hormigón armado de eje simple de pilas, para conseguir un análisis confiable y de fácil aplicación.

El modelo dinámico propuesto, cuyos grados de libertad son los desplazamientos transversales en la cabeza de pilas, parte de la caracterización elástica de la estructura para llegar a la estimación del daño máximo ocasionado por sismo. Se considera que el tablero del puente permanece en el rango elástico durante acción sísmica, por lo que los únicos elementos estructurales susceptibles de sufrir daño son las pilas. Dicho daño se evalúa mediante un modelo de daño basado en la Mecánica del Daño Continuo, para definir la degradación en la sección transversal de pilas. Los autores proponen la utilización de dos índices de daño de pilas y tres índices de daño global del puente, que son función de los índices de pilas y dan idea del daño máximo en la estructura.

El modelo simplificado propuesto se compara con un modelo simple de elementos finitos, calculado con el programa comercial ABAQUS y se comparan los resultados máximos de ambos modelos. Dicha comparación muestra que éstos son similares, aunque el modelo simplificado los obtiene en tiempos de CPU mucho menores. Esto demuestra que el modelo simplificado propuesto es una herramienta de análisis fiable que permite realizar evaluaciones rápidas, lo que la hace muy adecuada en casos de análisis múltiples, tales como la evaluación de la vulnerabilidad sísmica o los estudios previos a la estimación del refuerzo necesario en puentes con capacidad sísmica reducida.

Para finalizar, se realiza un ejemplo de análisis para determinar los índices de daño de pila y globales para la misma estructura, construida en una zona sísmica cuyo nivel de peligrosidad ha sido reevaluado. El puente seleccionado se somete a un escenario sísmico de magnitud 5,5, con distintas aceleraciones en cada pila del puente. A partir de este ejemplo se obtiene la variación de los índices de daño sísmicos propuestos. Los resultados obtenidos muestran que los dos índices de daño de pila tienen valores similares, pero que siempre los menores son los correspondientes al de Di Pasquale y Cakmak. En cuanto a los índices de daño globales, los índices D_m y D_a producen valores similares, siendo siempre menores los valores del índice D_a . El índice de daño global D_p muestra un límite superior del daño máximo, por lo que puede emplearse para definir niveles de servicio de la estructura.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente patrocinado por la Comunidad Europea mediante el proyecto ENV4-CT-97-0574 "Advanced methodologies to assessment the seismic vulnerability of highway bridges" y a través del programa de becas de doctorado para la formación del personal investigador (FI) de la Generalitat de Catalunya. Los autores muestran su gratitud a ARSENAL Research (Austria), Joint Research Center (JRC), Ispra (Italia), SETRA (Francia), Universidade do Porto (Portugal), International Center of Theoretical Physics (Italia) e ISMES SPA (Italia) por su colaboración.

Apéndice: notación

γ, ν : peso específico y módulo de Poisson de un material

γ_c, γ_v : densidad en pilas y vigas

ΔM : momento residual de una pila

ε, σ : tensor de deformaciones y tensiones en un punto

τ^*, τ : umbral de daño y tensión efectiva

N_θ, v_p : desplazamientos por rotación en la base y por carga externa en pilas

$\mathbf{v}(t), \dot{\mathbf{v}}(t), \ddot{\mathbf{v}}(t)$: vectores de desplazamientos, velocidad y aceleración de las pilas

$\varphi_i^{i-1}, \varphi_i^{i+1}$: rotación de las vigas adyacentes a una pila

χ : función de curvatura de una pila

ω_i : frecuencia de la forma modal i

$a(t)$: aceleración del terreno

- a, G, h_a, A_p : altura, módulo cortante, distancia en planta y área de apoyos
 A : parámetro del modelo de daño isótropo de Oliver *et al.*
 $A_c^d, A_c^{d(j)}$: área transversal dañada de la subsección j y de la sección completa de pilas
 A_v, A_c : área transversal de vigas y pilas
 b, h : base y altura de las pilas
 C_c : criterio de convergencia
 d : daño o degradación en un punto
 D_i, DP_i : índice de daño de pila y de pila de DiPasquale y Cakmak
 D_m, D_p, D_a : índices de daño global medio, funcional o de periodo medio de puentes
 E_c^0, E_c^d : módulos de Young inicial y dañado de las pilas
 E_h, E_a : módulos de Young del hormigón y del acero de refuerzo
 f : frecuencia cíclica del sistema
 f'_c, f'_t : resistencia uniaxial a compresión y tensión del hormigón
 $f(\cdot)$: función de daño
 F : fuerza actuando en el elemento de análisis
 F_e : fuerza externa en el cabezal de pilas
 F_a : fuerza de amortiguamiento
 F_i : fuerza inercial en la pila i
 F_i^{i-1}, F_i^{i+1} : fuerzas elásticas en la pila i por rotación de las vigas adyacentes
 F_{i-1}^i, F_{i+1}^i : fuerzas elásticas en las pilas $i-1$ e $i+1$ por rotación de las vigas adyacentes
 F_i^R : fuerza residual en la pila i
 I, I_T^d : inercias elástica y dañada total en pilas
 I_d^j : inercial dañada de la subsección transversal j de pilas
 k : rigidez a flexión de pilas
 K_i^s : rigidez rotacional equivalente en la base de las pilas
 \mathbf{K} : matriz de rigidez
 $l_c^{(j)}$: distancia entre ejes centroidales de la subsección j y la sección completa
 L : longitud de vigas o longitud general del puente
 L_p : longitud de pilas
 m_i : masa asociada al grado de libertad i
 $M(\cdot)$: ecuación de momentos de cada pila
 M_e, M_{int} : momentos externo e interno de pilas
 n_p : número de pilas de un puente
 P_i : nombre asociado a cada pila del puente
 q : masa distribuida en la pila i
 R_i : fuerza total en la pila i por rotación de vigas
 t : tiempo
 T : periodo fundamental del sistema dinámico
 T_0, T_f : periodos inicial y final de cada forma modal
 TOL : tolerancia
 x_1, x_2, x_3 : sistema de referencia
 X_{CG}, Y_{CG} : coordenadas de ejes centroidales de la sección transversal de pilas

REFERENCIAS

- 1 N. Basöz y A.S. Kiremidjian, "Evaluation of bridge damage data from the Loma Prieta and Northridge, California earthquakes", Multidisciplinary Centre of Earthquake Engineering Research, Reporte Técnico MCEER-98-0004, (1998).
- 2 G.W. Housner y C.C. Thiel, Jr., "The continuing challenge: report of the performance of state bridges in the Northridge Earthquake", Earthquake Spectra, Vol 11, N° 4, pp. 607–636, (1995).

3. J.P. Moehle, "Northridge earthquake of January 17, 1994: reconnaissance report. Volume 1 - Highway bridges and traffic management", *Earthquake Spectra*, Vol. **11**, supple c., (1995).
4. M.J.N. Priestley, F. Seible y C.M. Uang, "The Northridge earthquake of January 17, 1994", Structural Systems Research Project, University of California at San Diego, Reporte Técnico SSRP-94/06, (1994).
- 5 H. Nakajima, "Seismic performance and repair of mayor steel bridges on the Hanshin Expressway, Japan", *11th World Conference on Earthquake Engineering*, CD ROOM, (2024), Acapulco, México, (1996).
- 6 G.A. Powell y R. Allahabadi, "Seismic damage prediction by deterministic methods: concepts and procedures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. **16**, N° 7, pp. 719–734, (1988).
- 7 E. DiPasquale y A.S. Cakmak, "Seismic damage assessment using linear models", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. **9**, N° 4, pp. 194–197, Princeton, NJ, USA, (1990).
- 8 C. Gómez Soberón, A. Barbat y S. Oller, "Vulnerabilidad de puentes de autopista: un estado del arte", Monografía de Ingeniería Sísmica, CIMNE IS-41, (1999).
- 9 C. Gómez Soberón, S. Oller y A. Barbat, "Assessment of the seismic vulnerability of bridges using simple models", Monographs of Seismic Engineering, CIMNE IS-47, (2002).
- 10 R. Clough y J. Penzien, "Dynamics of structures", MacGraw Hill, (1975).
- 11 R.R. Craig, "Structural dynamics. An introduction to computer methods", John Wiley and Sons, (1981).
- 12 A. Barbat y J.M. Canet, "Estructuras sometidas a acciones sísmicas. Cálculo por ordenador", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, segunda edición, (1994).
- 13 E8, "Eurocódigo 8. Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 2: Puentes", Volumen UNE-ENV 1998-2, Norma Europea Experimental.
- 14 K.J. Bathe, "Finite element procedures", Prentice Hall, New Jersey, (1996).
- 15 R. Aguiar y A.H. Barbat, "Daño sísmico en estructuras de hormigón armado", Universidad Politécnica del Ejército, Ecuador, (1997).
- 16 S. Rahman y M. Grigoriu, "Markov model for local and global damage indexes in seismic analysis", National Center for Earthquake Engineering Research, Reporte Técnico NCEER-94-0003, (1994).
- 17 Y.J. Park, A.H. Ang y Y.K. Wen, "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *Journal of Structural Engineering*, Vol. **111**, N° 4, pp. 740–757, (1985).
- 18 Y.J. Park y A.H. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. **111**, N° (4), pp. 722–739, (1985).
- 19 J. Lemaitre, "A course on damage mechanics", Springer Verlag, segunda edición, (1992).
- 20 S. Oller, "Fractura mecánica. Un enfoque global", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, España, (2001).
- 21 S. Oller, B. Luccioni y A. Barbat, "Un método de evaluación del daño sísmico de estructuras de hormigón armado", Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. **12**, N° 2, pp. 215–238, (1996).
- 22 S. Oller, A.H. Barbat, E. Oñate y A. Hangau, "A damage model for the seismic analysis of buildings structures", *10th World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 2593–2598, (1992).

- 23 J. Oliver, M. Cervera, S. Oller y J. Lubliner, "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete", *Second International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Vol **2**, pp. 945–958, Austria, (1990).
- 24 W.H. Press, S.A. Teulosky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, "Numerical recipes in Fortran 77. The art of scientific computing. Volume I", Cambridge University Press, (1992).
- 25 S. Rodríguez Gómez y E. DiPasquale, "MUMOID user's guide. A program for the identification of modal parameters", National Center for Earthquake Engineering Research, Reporte Técnico NCEER-90-0026, (1990).
- 26 ÖNORM B4015-2, "Belastungsannahmen in Bauwesen. Aussergewöhnliche Erdbebeneinwirkungen. Grundlagen", Código de diseño sísmico austriaco, (1998).
- 27 G. Duma y S. Seren, "Determination of basic seismological parameters for the Warth bridge site", Technical report CIMG, Department of Geophysics, Austria, (1998).
- 28 R.G. Flesch, P.H. Kirkegaard, C. Kramer, M. Brughmans, G.P. Roberts y M. Gorozzo, "Dynamic in situ test of bridge WARTH/Austria", Reporte Técnico TU-Graz, TUG TA 99/0125, (1999).
- 29 "ABAQUS. User's Manual", Hibbit Karlsson and Sorensen, HKS, Versión 5.8, (1999).
- 30 G.F. Panza, F. Romanelli y F. Vaccari, "Effects on bridge seismic response of asynchronous motion at the base of the bridge piers", International Center of Theoretical Physics (ICTP), Report 5/1,2,3F, Trieste, Italy, (2001).