

Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado

R. Aguiar

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A.H. Barbat

**Índices de daño sísmico en
edificios de hormigón armado**

R. Aguiar

MONOGRAFIAS DE INGENIERIA SISMICA
Editor A.H. Barbat

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA
Edificio C1, Campus Norte UPC
C/ Gran Capitán, s/n
08034 Barcelona, España.

ISSN: 1134-3249

ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO EN EDIFICIOS DE HORMIGÓN ARMADO
Monografía CIMNE IS-17
© El Autor

ISBN: 84-87867-70-7

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

ÍNDICE

ÍNDICE	i
PREFACIO	v
1 EFECTO $P - \Delta$	1
1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL	2
1.3 ORGANIZACIÓN DEL CÁLCULO	4
1.4 VARIACIÓN DEL PERÍODO	8
REFERENCIAS	9
2 MODELOS CONSTITUTIVOS	11
2.1 INTRODUCCIÓN	11
2.2 MODELO ELASTO-PLASTO	11
2.3 MODELO DE CLOUGH	13
2.4 MODELO DE CLOUGH MODIFICADO	14
2.5 DETERIORO DE RIGIDEZ	16
2.5.1 Modelo de tres parámetros	16
2.5.2 Modelo de Roufaiel y Meyer	17
2.5.3 Modelo de Muto	18
2.6 CERRAMIENTO DE GRIETAS DE CORTE	18
2.6.1 Modelo de tres parámetros	19
2.6.2 Modelo de Roufaiel y Meyer	19
2.7 DETERIORO DE RESISTENCIA	21
2.7.1 Modelo de tres parámetros	21
2.7.2 Modelo de Takeda	21
2.7.3 Modelo de Roufaiel y Meyer	22
2.8 PUNTOS DE AJUSTE	24
REFERENCIAS	24

3	DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA	27
3.1	INTRODUCCIÓN	27
3.2	CURVAS CONSTITUTIVAS DE LOS MATERIALES	27
3.2.1	Acero	27
3.2.2	Hormigón	29
3.3	MOMENTO CURVATURA	31
3.3.1	Convención de signos	31
3.3.2	Modelo matemático	32
3.4	PUNTO A	33
3.5	PUNTO Y	34
3.6	PUNTO U	35
3.7	PUNTO F	38
3.8	CURVATURA DE FLUENCIA POR CORTE ELÁSTICO, INELÁSTICO Y DETERIORO DE ADHERENCIA	39
3.8.1	Relación entre curvatura y desplazamiento	39
3.8.2	Modelo matemático	39
3.8.3	Curvatura de fluencia por corte elástico	40
3.8.4	Curvatura de fluencia por deterioro de adherencia	40
3.8.5	Curvatura de fluencia por corte inelástico	43
3.8.6	Modelo de Park	44
	REFERENCIAS	45
4	ÍNDICES DE DAÑO	47
4.1	INTRODUCCIÓN	47
4.1.1	Estructura analizada	47
4.2	MODELO DE DAÑO	48
4.2.1	Modelo de Lybas y Sozen	48
4.2.2	Modelo de Banon y Veneziano	49
4.2.3	Modelo de Park y Ang	51
4.2.4	Modelo de Daali	52
4.2.5	Modelo de Soo, Meyer y Shinozuka	52
4.3	NORMALIZACIÓN DEL ÍNDICE DE DAÑO	55

4.4	CONCEPTOS ENERGÉTICOS	57
	REFERENCIAS	58
5	ESTUDIO COMPARATIVO DE ÍNDICES DE DAÑO	61
5.1	INTRODUCCIÓN	61
5.2	SISMOS DE ANÁLISIS	61
5.3	ESTRUCTURA FRÁGIL	62
5.3.1	Sismo de Loma Prieta	62
5.3.2	Sismo de Tokachi Oki	65
5.4	ESTRUCTURA DÚCTIL	69
5.4.1	Sismo de Loma Prieta	69
5.4.2	Sismo de Tokachi Oki	73
5.5	CONCLUSIONES	76
	REFERENCIAS	77
6	DETERIORO DE ADHERENCIA Y CORTE	79
6.1	INTRODUCCIÓN	79
6.2	DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS	80
6.3	SISMO DE TOKACHI OKI	80
6.4	SISMO DE LOMA PRIETA	84
6.5	CONCLUSIONES	87
	REFERENCIAS	89
7	COMPARACIÓN DE ÍNDICES DE DAÑO	
	CON CORTE Y DETERIORO DE ADHERENCIA	91
7.1	INTRODUCCIÓN	91
7.2	ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS	91
7.3	ANÁLISIS DE ENERGÍAS	92
7.4	SISMO DE LOMA PRIETA	93
7.5	SISMO DE TOKACHI OKI	96
7.6	CONCLUSIONES	97
	REFERENCIAS	98

PREFACIO

El riesgo sísmico no es más que la convolución de la peligrosidad con la vulnerabilidad expresada en términos económicos. La primera variable no está bajo nuestro control, depende de la naturaleza; en cambio está en nuestras manos minimizar la vulnerabilidad sísmica de las estructuras para de esta forma mitigar las pérdidas humanas y económicas que lamentablemente dejan los terremotos, los mismos que han limitado el desarrollo de pueblos que trabajan arduamente por salir del subdesarrollo, que han visto impotentes como en un minuto, con unos segundos más o menos, se ha hido al suelo toda una estructura, llámese esta puentes, edificios, centrales térmicas, etc. Que demandaron grandes sacrificios y endeudamientos con países amigos para construirlos, no solo eso, sino que el colapso de esas estructuras impide el desarrollo de pueblos que pugnan por salir adelante. De aquí la gran responsabilidad que tienen los centros de investigación científica en esta problemática.

El conocimiento de la peligrosidad sísmica de una determinada región es fundamental y necesaria para realizar luego los estudios de vulnerabilidad de las estructuras, tema que es abordado con detenimiento en la presenta monografía y constituye un aporte más al trabajo publicado en 1994 por la Universidad Politécnica de Cataluña, bajo el título “Vulnerabilidad sísmica de edificios” de los autores C. Caicedo, A. Barbat, J. Canas y R. Aguiar, donde se analizó entre otras cosas la relación que existe entre el índice de vulnerabilidad, calculado de acuerdo a la normativa italiana, y el índice de daño usando el modelo desarrollado por Y. Park para diferentes intensidades sísmicas. En esa oportunidad se elaboró un programa de computación para evaluar daño en pórticos planos empleando la teoría de Park.

Ese fue el punto de partida de un trabajo que continúa y continuará porque la problemática es compleja, hay demasiadas variables involucradas en el comportamiento lineal y no lineal de un edificio que obligan a una continua investigación de los modelos de daño, de las curvas constitutivas de los materiales que se han dado para definir la no linealidad del material y de las hipótesis que conllevan todos esos modelos. Es abundante la literatura existente por la importancia del tema, como abundante el trabajo de analizar la mayor parte de modelos. Todo ello con un solo objetivo: tratar de modelar de la mejor forma las estructuras para que de esta manera, cuando se presente el sismo, el comportamiento del mismo esté de acuerdo a lo esperado.

En la presente monografía se propone una forma de cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y corte inelástico basado en la solución exacta de la ecuación diferencial que define la adherencia entre hormigón y acero. La misma que se presenta como alternativa de cálculo a la propuesta por Y. Park que tiene un fundamento experimental y teórico.

En el capítulo uno se presenta en forma resumida el cálculo de lo que se denomina efecto $P - \Delta$, que no es más que la consideración de la carga vertical en la estructura deformada, efecto que debe ser considerado cuando se analizan estructuras altas y esbeltas. Por otra parte, se aprovecha la explicación para mostrar las matrices de rigidez de un elemento en coordenadas locales que utilizan los programas IDARC Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame-shear-wall structures, y SARCF Seismic analysis of reinforced concrete frames.

En el capítulo dos se describe en forma general varios modelos constitutivos del material, alguno de los cuales consideran uno o más de los siguientes factores: deterioro de rigidez en la descarga inelástica, cambio de rigidez por cierre de grietas y deterioro en la resistencia. La respuesta no lineal está condicionada al modelo constitutivo utilizado, lo que obliga a conocer con más detalle estos modelos. La explicación está orientada a que el lector pueda implementar cualquiera de los modelos descritos en un programa de análisis no lineal.

En el tercer capítulo se presenta el marco teórico de las relaciones momento flector - curvatura para vigas y columnas de hormigón armado trabajando con relaciones esfuerzo - deformación para el hormigón y acero obtenidas de ensayos cuasi estáticos. Se presentan también estas últimas relaciones encontradas en ensayos cíclicos, pensando analizarlas en un futuro. Se destaca la incorporación del punto de falla en las relaciones momento curvatura, punto en el cual el hormigón se encuentra muy dañado con una deformación que oscila entre 0.006 y 0.008, lo cual se necesita para trabajar con el modelo constitutivo de Roufaiel por una parte y para trabajar con el modelo de daño de Meyer, por otra. Es en el presente capítulo donde se propone el cálculo de la curvatura de fluencia debido a corte inelástico y deterioro de adherencia a partir de la solución de la ecuación diferencial de adherencia. Además se indica la forma e hipótesis de cálculo utilizadas.

En el capítulo cuatro se presentan cinco modelos de daño, propuestos por

Lybas y Sozen; Daali; Banon y Veneziano; Park y Ang; Soo, Meyer y Shinozuka, con los cuales se realizará los estudios que se muestran en los capítulos cinco y seis. Cada modelo es descrito con cierta profundidad y se encuentran las trayectorias de daño en un estructura haciendo variar los parámetros de daño que algunos de los modelos los tienen inmersos. Se obtienen las trayectorias sin normalizar el daño. Luego se presentan las mismas trayectorias pero normalizando el daño, de tal forma que sea cero cuando la estructura se encuentra en el rango elástico y valga la unidad cuando se presenta el colapso total.

Interesa conocer qué relación existe entre los diferentes modelos de daño empleando los siguientes cuatro modelos constitutivos: Clough, Muto, Kustu y Roufaiel. Para el efecto se trabaja con dos registros sísmicos, uno de alta frecuencia y uno de frecuencia intermedia. Para el primer caso se utiliza el sismo de Loma Prieta 89.10.18, y para el segundo el acelerograma de Tokachi Oki 68.05.16. En los dos casos han sido normalizados de tal forma que produzcan daño en las estructuras seleccionadas. Un factor fundamental en el comportamiento no lineal y por ende en la evaluación del daño es la ductilidad que tiene la estructura; para tal efecto se han considerado dos estructuras que tienen la misma geometría, los mismos parámetros dinámicos pero diferente comportamiento. La una es frágil y la otra es dúctil. Vale la pena indicar que en trabajos similares de comparación de índices de daño han sido desarrollados en sistemas de un grado de libertad, pero no de una estructura. En el estudio la curvatura de fluencia ha sido obtenida únicamente por flexión.

En el capítulo sexto se incluye en el cálculo de la curvatura de fluencia el corte elástico, el corte inelástico y el deterioro de adherencia empleando dos modelos. Uno es el que se propone y el otro es el de Y. Park. Para ello se trabaja con una estructura dúctil sometida a los dos eventos sísmicos indicados en el párrafo anterior. Por otra parte se ha empleado el modelo constitutivo de Roufaiel para la no linealidad del material, y las trayectorias de daño han sido obtenidas para los cinco modelos indicados en el capítulo cuatro. Es muy difícil predecir un comportamiento al considerar las variables indicadas en la evaluación de la curvatura de fluencia porque depende de algunos factores como la misma excitación sísmica, razón por la cual es mejor ver las hipótesis de cálculo que conllevan los modelos que se comparan. Sin embargo las trayectorias de daño obtenidas con los dos modelos son semejantes para el sismo de Tokachi Oki y aproximadamente iguales para el sismo de Loma Prieta.

En el capítulo siete se realiza un análisis similar al indicado en el capítulo cinco pero considerando ahora el corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia en la evaluación de la curvatura de fluencia de ésta forma se modela de mejor forma a la estructura.

La presente investigación ha sido financiada por el Centro de Investigaciones Científicas de la Escuela Politécnica del Ejército, Quito - Ecuador y por la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona perteneciente a la Universidad Politécnica de Cataluña.

CAPÍTULO 1

EFFECTO P - Δ

1.1 INTRODUCCIÓN

Normalmente cuando se efectúa un análisis sísmico de un edificio es práctica común realizar un análisis elástico, y de esta forma se obtienen los desplazamientos laterales los mismos que son multiplicados por la ductilidad global del edificio para encontrar los desplazamientos inelásticos despreciándose los efectos de segundo orden, entendiéndose por éstos los efectos de la gravedad actuando sobre la posición deformada de la estructura lo que se denomina efecto $P - \Delta$. Cuando el sismo es intenso la estructura trabaja en el rango inelástico con desplazamientos laterales lo suficientemente grandes de tal forma que los efectos de segundo orden no son despreciables.

En el análisis no lineal se considera fundamentalmente la no linealidad del material y la no linealidad geométrica. En este capítulo se detalla la forma de cálculo de esta última debido a las fuerzas verticales que gravitan sobre un pórtico plano.

Al cuantificar el daño de un edificio considerando únicamente la no linealidad del material puede llevar a subestimar este cálculo cuando se trata de un terremoto severo toda vez que la fuerza de la gravedad empieza a tener un papel muy importante, por esta razón se incorpora en el análisis.

Se aprovechará la explicación del procedimiento de cálculo del efecto $P - \Delta$, para presentar las matrices de rigidez de un elemento en coordenadas locales que se utilizan tanto para este efecto como para la no linealidad del material.

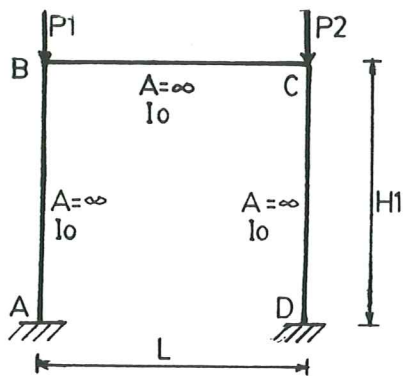


Figura 1.1 Pórtico de análisis

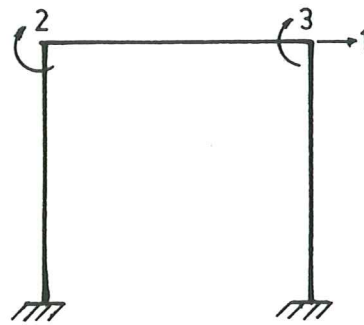


Figura 1.2 Grados de libertad

1.2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Por facilidad, la explicación teórica se realiza en el pórtico plano de la figura 1.1 en el que se considera que las columnas y la viga son axialmente rígidas; la carga vertical que gravita en el pórtico se concentra en los nudos, sean estas P1 y P2. En la figura 1.2 se indican los grados de libertad seleccionados para el análisis sísmico y en la figura 1.3 se presenta una deformada general de la estructura por efecto de un sismo en un tiempo t_i genérico.

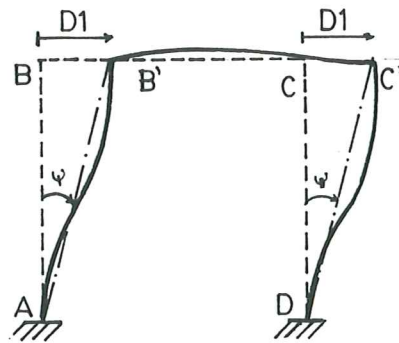


Figura 1.3 Deformada General

$$\delta D1 = 1 \text{ y } \delta Di = 0 \text{ para } i \neq 1$$

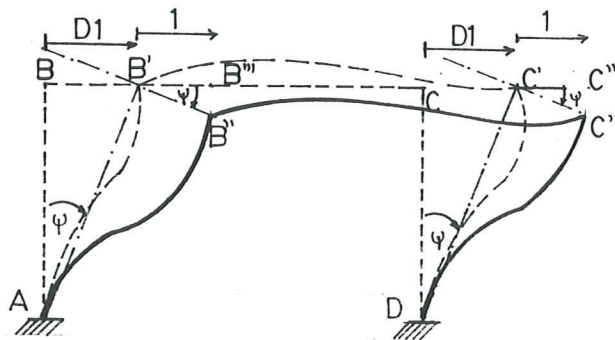


Figura 1.4 Deformada virtual elemental

Cuando se considera la componente horizontal de movimiento del suelo los giros de los nudos no son significativos con relación a la componente horizontal. En consecuencia el grado de libertad notado por 1 es el que interesa. Al aplicar trabajos virtuales en la estructura deformada de la figura 1.3, se obtiene la deformada virtual presentada en la figura 1.4. El trabajo virtual (T.V.) que producen las cargas verticales P1 y P2 vale

$$T.V. = P1 * B'' B''' + P2 * C'' C'''$$

Pero en la figura 1.4 se aprecia que

$$B'' B''' = C'' C''' = \operatorname{tg} \psi * 1$$

Por otra parte de la figura 1.3, se tiene que

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{D1}{H1}$$

De donde

$$T.V. = P1 \frac{D1}{H1} + P2 \frac{D1}{H1} = \frac{D1}{H1} (P1 + P2)$$

Se denomina \mathbf{Q} al vector de cargas generalizadas y Q_i un elemento cualquiera, con esta notación⁽¹⁾ el trabajo virtual calculado corresponde a Q_1 . Por otro lado sea $W1$ el peso total de la primera planta igual a $P1 + P2$. Para el pórtico analizado, se tiene

$$Q_1 = \frac{D1}{H1} W1 \quad (1.1)$$

Al ser únicamente significativo este grado de libertad, el vector de cargas generalizadas, es

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{D1}{H1} W1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

- D1 Es la componente de desplazamiento horizontal del primer piso.
 W1 Es el peso total de la primera planta.
 H1 Es la altura de la primera planta.

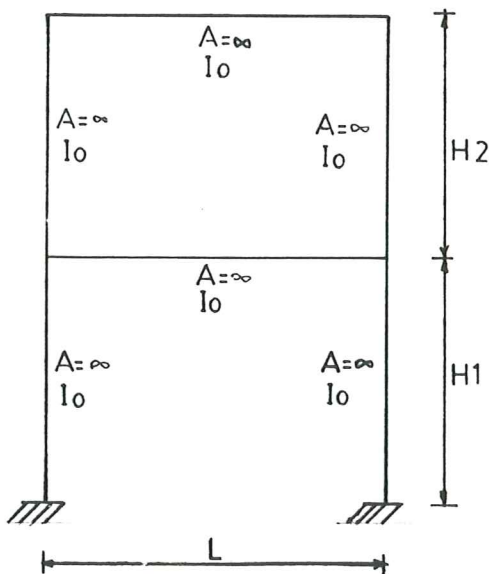


Figura 1.5 Pórtico de análisis

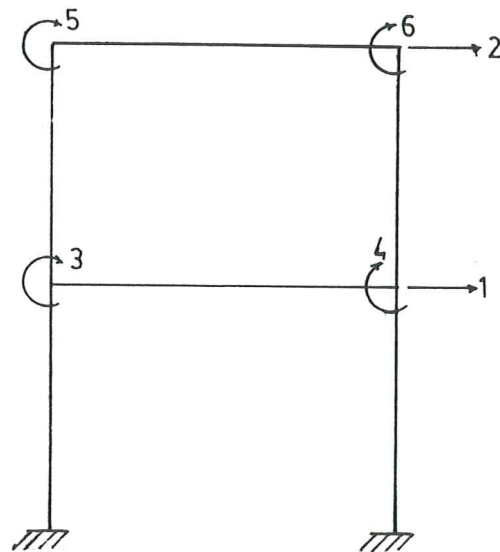


Figura 1.6 Grados de libertad

Si en lugar de tener una estructura de un piso se tiene una de dos pisos como la mostrada en la figura 1.5, con los grados de libertad de la figura 1.6, el vector de cargas que resulta es

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{W_1}{H_1} D_1 \\ \frac{W_2}{H_2} (D_2 - D_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

El significado de las variables es similar al ejemplo anterior, considerando que el subíndice 2 corresponde al segundo piso.

1.3 ORGANIZACIÓN DEL CÁLCULO

En forma esquemática el procedimiento de cálculo al considerar el efecto P - Δ es el siguiente

- Para el instante de tiempo t_i se encuentra el incremento de desplazamiento $\Delta \mathbf{D}$ correspondiente a la aceleración del suelo (sismo) mediante un algoritmo de análisis adecuado.
- Con el vector de desplazamiento $\Delta \mathbf{D}$ se actualizan las coordenadas de los nudos de la estructura a la nueva posición deformada. En general el vector $\Delta \mathbf{D}$ contiene incrementos de desplazamiento en X ($\Delta \mathbf{X}$) y en Y ($\Delta \mathbf{Y}$) de los nudos.

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i-1} + \Delta \mathbf{X}_i \quad (1.4)$$

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{Y}_{i-1} + \Delta \mathbf{Y}_i \quad (1.5)$$

- Se obtiene la matriz de rigidez \mathbf{K} de la estructura tomando en cuenta las nuevas coordenadas de los nudos y considerando las inercias flexurales que tienen los elementos en el tiempo t_i . La matriz de rigidez \mathbf{K} se obtiene por ensamblaje directo, para lo cual es necesario definir la matriz de rigidez \mathbf{k} de cada elemento, considerando que éste se encuentra en el rango lineal o en el rango no lineal. La forma de \mathbf{k} en coordenadas locales es

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Donde los elementos $k_{ij} = k_{ji}$. Por otra parte se tiene que $k_{11} = k_{44} = -k_{14}$ se considera constante.

E Es el módulo de elasticidad del material.

- A Es el área de la sección transversal.
 L Es la longitud del elemento.

Los valores de k_{33} , k_{36} y k_{66} se obtienen a partir de la matriz de flexibilidad del elemento considerando únicamente las rotaciones. Los restantes valores de la matriz de rigidez del elemento se obtienen del equilibrio del elemento como se verá posteriormente.

Aquí se deben tener en cuenta dos casos a saber

- c.1) Si el elemento se encuentra en el rango elástico, se tiene

$$f_{ii} = f_{jj} = \frac{L}{3EI} \quad (1.7)$$

$$f_{ij} = -\frac{L}{6EI} \quad (1.8)$$

En las ecuaciones (1.7) y (1.8) no se ha considerado el efecto de corte, el mismo que es importante para muros de corte. Los elementos buscados se obtiene, invirtiendo la matriz de flexibilidad de rotación, que da

$$k_{33} = k_{66} = \frac{f_{jj}}{f_{ii}f_{jj} - f_{ij}^2} \quad (1.9)$$

$$k_{36} = \frac{f_{ij}}{f_{ii}f_{jj} - f_{ij}^2} \quad (1.10)$$

Como se indicó anteriormente los restantes términos de la matriz de rigidez del elemento se obtienen del equilibrio del mismo, esto reporta

$$k_{23} = -k_{35} = \frac{k_{33} + k_{36}}{L} \quad (1.11)$$

$$k_{26} = -k_{56} = \frac{k_{36} + k_{66}}{L} \quad (1.12)$$

$$k_{22} = k_{55} = -k_{25} = \frac{k_{33} + 2k_{36} + k_{66}}{L^2} \quad (1.13)$$

- c.2) Si el elemento se encuentra en el rango inelástico se debe primero definir el modelo matemático que se va a utilizar. En este caso se presentan únicamente dos modelos correspondientes a los que utilizan los programas "SARCF" Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames⁽²⁾ y al programa "IDARC" Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete frame - shear-wall structures⁽³⁾

El modelo del programa SARCF considera al elemento dividido en tres regiones, a saber:

- En el nudo inicial se define una región inelástica de longitud X_i . En toda la longitud se considera que tiene la rigidez flexural $(EI)_i$.
- En el nudo final se tiene otra región inelástica de longitud X_j con una rigidez a flexión $(EI)_j$ constante en X_j .
- En la parte central del elemento, en una longitud $(L - X_i - X_j)$, se tiene una rigidez elástica $(EI)_e$ que corresponde a la rigidez del rango elástico.

En éste caso, los términos de la matriz de flexibilidad para los grados de libertad de rotación, definidos por Roufaiel⁽⁴⁾, son

$$f_{ii} = \frac{1}{3(EI)_e L^2} [(Q_j - 1)X_j^3 - (Q_i - 1)(L - X_i)^3 + Q_i L^3] \quad (1.14)$$

$$f_{jj} = \frac{1}{3(EI)_e L^2} [(Q_i - 1)X_i^3 - (Q_j - 1)(L - X_j)^3 + Q_j L^3] \quad (1.15)$$

$$f_{ij} = \frac{1}{3(EI)_e L^2} \times \left[(Q_j - 1)X_j^2(1.5L - X_j) + (Q_i - 1)X_i^2(1.5L - X_i) + \frac{L^3}{2} \right] \quad (1.16)$$

Donde

$$Q_i = \frac{(EI)_e}{(EI)_i} \quad (1.17)$$

$$Q_j = \frac{(EI)_e}{(EI)_j} \quad (1.18)$$

$$X_i = \frac{M_i - M_y}{M_i + M_j} L \quad (1.19)$$

$$X_j = \frac{M_j - M_y}{M_i + M_j} L \quad (1.20)$$

- M_i Es el momento actuante en el nudo inicial.
 M_j Es el momento actuante en el nudo final.
 M_y Es el momento correspondiente a la cedencia de la sección.

Evidentemente los valores de $(EI)_i$ y $(EI)_j$ están en función de la rama de la curva constitutiva del material en la que se encuentra el elemento, tema que se abordará con detenimiento en el próximo capítulo. Las longitudes plásticas X_i y X_j están en función de los momentos actuantes en el nudo inicial y final y del momento cedente en los respectivos nudos.

Una vez que se han calculado las flexibilidades f_{ii} , f_{jj} y f_{ij} se aplican las ecuaciones (1.9) a (1.13) para encontrar los elementos de la matriz de rigidez en coordenadas locales, teniendo en cuenta que $f_{ii} \neq f_{jj}$. En consecuencia la ecuación (1.9) reporta k_{33} , para hallar k_{66} en el numerador de esa ecuación se sustituirá f_{jj} por f_{ii} .

El programa "IDARC" considera dos casos, que son

- El punto de inflexión se encuentra dentro de la longitud del elemento. En este caso, se tiene

$$f_{ii} = \frac{1}{12(EI)_i}(6\alpha - 4\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_j}(1 - 3\alpha + 3\alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_e}(3 - 3\alpha + \alpha^2) \quad (1.21)$$

$$f_{ij} = \frac{1}{12(EI)_i}(-2\alpha^2 + \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_j}(-1 + \alpha + \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_e}(-1 - \alpha + \alpha^2) \quad (1.22)$$

$$f_{jj} = \frac{1}{12(EI)_i}\alpha^3 + \frac{1}{12(EI)_j}(3 - \alpha - \alpha^2 - \alpha^3) + \frac{1}{12(EI)_e}(1 + \alpha + \alpha^2) \quad (1.23)$$

Siendo

$$\alpha = \frac{M_i}{M_i + M_j} \quad (1.24)$$

- No hay punto de inflexión en el elemento. Para este caso las flexibilidades, son

$$f_{ii} = \frac{1}{4(EI)_i} + \frac{1}{12(EI)_j} \quad (1.25)$$

$$f_{ij} = -\frac{1}{12(EI)_i} - \frac{1}{12(EI)_j} \quad (1.26)$$

$$f_{jj} = \frac{1}{12(EI)_i} + \frac{1}{4(EI)_j} \quad (1.27)$$

El significado de las variables y procedimiento a seguir es igual al descrito para el programa "SARCF".

Es importante destacar que el programa IDARC⁽³⁾ en su versión original considera que la variación de curvaturas e inercias a lo largo del elemento es lineal. En la versión 3.0, el programa IDARC⁽⁷⁾ ya no considera la variación lineal en las variables indicadas, siendo ahora los términos de la matriz de flexibilidad los siguientes

$$f_{ii} = \int_0^L \frac{1}{EI_x} \left(1 - 2\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (1.28)$$

$$f_{ij} = \int_0^L \frac{1}{EI_x} \left(-\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (1.29)$$

$$f_{jj} = \int_0^L \frac{1}{EI_x} \left(\frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad (1.30)$$

Donde

$$EI_x = (EI)_i + \frac{x}{L} [(EI)_j - (EI)_i] \quad (1.31)$$

Como se indicó, una vez definida la matriz de rigidez del elemento se encuentra la matriz de rigidez de la estructura \mathbf{K} por ensamblaje directo.

- d) Se encuentra el vector de cargas generalizadas debido al efecto $P - \Delta$ de acuerdo a lo indicado en el numeral anterior. Nótese que únicamente las coordenadas laterales tienen valores diferentes de cero y que se trabaja con desplazamientos relativos. Desde un punto de vista riguroso debe indicarse que no se calcula \mathbf{Q} sino $\Delta\mathbf{Q}$, incremento de cargas para la posición deformada.
- e) Se obtienen los incrementos de desplazamiento $\Delta\mathbf{D}^*$ que genera $\Delta\mathbf{Q}$, resolviendo el sistema de ecuaciones

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{K}\Delta\mathbf{D}^* \quad (1.32)$$

- f) Se hallan los incrementos de fuerzas y momentos $\Delta\mathbf{F}$ en los elementos debidos a $\Delta\mathbf{D}^*$.
Tanto el vector de desplazamientos $\Delta\mathbf{D}^*$ como el vector de cargas $\Delta\mathbf{F}$ son para el tiempo t_i .
- g) Finalmente hay que actualizar los desplazamientos y fuerzas sumando $\Delta\mathbf{D}^*$ y $\Delta\mathbf{F}$ a los que tenía la estructura en el tiempo t_i debido al sismo.

1.4 VARIACIÓN DEL PERÍODO

Para sistemas de un grado de libertad se puede demostrar a partir de la ecuación (1.1) que la rigidez lateral (rigidez condensada al desplazamiento lateral de piso) vale

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_o(1 - \alpha^*) \quad (1.33)$$

K_o Es la rigidez lateral sin efecto $P - \Delta$

$$\alpha^* = \frac{m * g}{K_o * H} \quad (1.34)$$

- m Es la masa del sistema.
 g Es la aceleración de la gravedad.
 H Es la altura del entrepiso.

El parámetro α^* , que cuantifica el efecto $P - \Delta$ en la rigidez lateral del sistema^(5,6), varía entre 0 y 1. El valor de $\alpha^* = 0$ significa despreciar el efecto $P - \Delta$ y el valor de $\alpha^* = 1$ implica inestabilidad al ser nula la rigidez lateral. Con respecto a la inestabilidad en general se debe indicar que un programa de análisis no lineal debe controlar en cada instante de tiempo si la matriz de rigidez de la estructura es definida positiva, ya que si el daño que sufre la estructura es muy alto no es raro que la estructura se convierta en inestable.

Por otra parte, el período natural T del sistema, incluyendo el efecto $P - \Delta$ en función del parámetro α^* , viene definido por

$$T = T_o \sqrt{\frac{1}{1 - \alpha^*}} \quad (1.35)$$

Donde

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_o}} \quad (1.36)$$

Al observar la ecuación (1.35) se aprecia que a medida que α^* crece el período también se incrementa y viceversa. Esto nos da una idea de la importancia de incluir el efecto $P - \Delta$ en el análisis sísmico, sobre todo si se van a analizar edificios altos con grandes masas y sometidos a sismos muy intensos.

REFERENCIAS

1. R. Aguiar, "Análisis matricial de estructuras", *Segunda Edición. Editorial Espe 1995. Escuela Politécnica del Ejército, Valle de los Chillos, Quito, 1995.*
2. Y. Chung, M. Shinozuka, C. Meyer "SARCF User's guide seismic analysis of reinforced concrete frames", *Technical Report NCEER-88-0044. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1988.*
3. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *Technical Report NCEER-87-0008. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.*
4. M. Roufaiel, "Analysis of damage reinforced concrete frame buildings", *Ph.D. Thesis, department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York, 1983.*
5. E. Castilla, O. López, "Influencia de la fuerza de gravedad en la respuesta sísmica de estructuras", *Boletín Técnico N.- 67 Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, 1983.*

- torales. Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1980.*
6. C. Sun, G. Berg, R. Hanson, "Gravity effect on single degree inelastic system " *ASCE Vol 99, N.- EM1, Proc. paper 9565 Journal of the Engineering Mechanics Division*, 183-200, 1973.
 7. S. Kunnath, A. Reinhorn, F. Lobo, "IDARC Version 3.0: A program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures" *Technical Report NCEER-92-0022. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1992.

CAPÍTULO 2

MODELOS CONSTITUTIVOS

2.1 INTRODUCCIÓN

Existe una serie de modelos constitutivos que definen la no linealidad del material, unos más complicados que otros pero en la mayor parte de éstos modelos se consideran tres factores, a saber:

- Deterioro de rigidez en la descarga inelástica.
- Cambio de rigidez por cierre de grietas.
- Deterioro en la resistencia.

En éste capítulo se analizan cada uno de estos factores, asociándolos con los autores que propusieron el modelo y, lo principal, se describen las ecuaciones que definen cada una de las diferentes ramas del diagrama histerético. Además se dan recomendaciones orientadas a la elaboración de un programa de computación.

2.2 MODELO ELASTO-PLASTO

La no linealidad del material se define en los diagramas momento-curvatura o fuerza-desplazamiento. Uno de los modelos más utilizados para encontrar relaciones prácticas para incluir la no linealidad en el análisis elástico es el diagrama elasto-plasto que se ilustra en la figura 2.1.

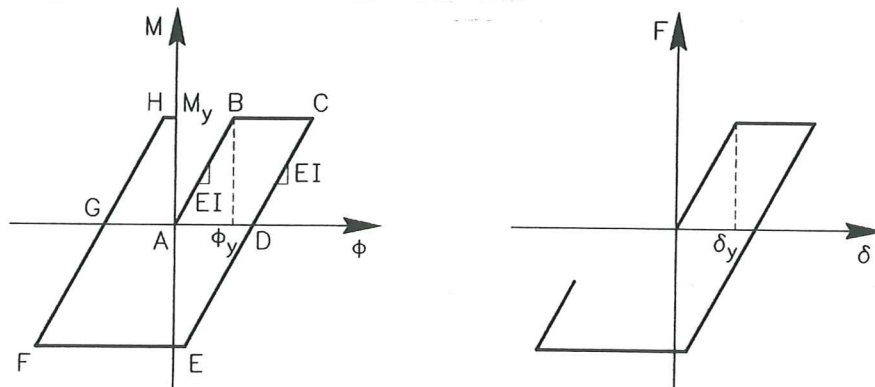


Figura 2.1 Modelos elasto - plásticos

En los diagramas elasto-plásticos básicamente se trabaja con una rigidez

(EI) que corresponde a la rigidez del sistema elástico. Centremos la atención en el diagrama momento-curvatura de la figura 2.1. La rigidez flexural (EI) viene definida por la relación entre el momento cedente M_y a la curvatura cedente ϕ_y .

$$EI = \frac{M_y}{\phi_y} \quad (2.1)$$

La recta AB corresponde al rango elástico, la cual puede prolongarse al tercer cuadrante; que esté únicamente en el primer cuadrante significa que la carga actúa en una dirección. Si se cambia el sentido de la carga la recta AB pasa al tercer cuadrante.

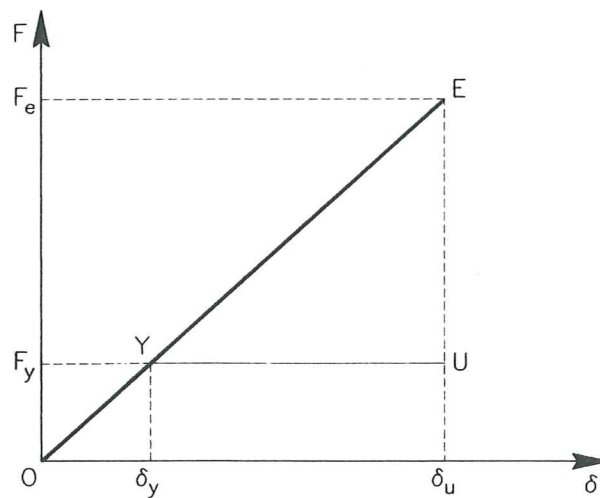


Figura 2.2 Factor de ductilidad. Idealización elasto-plástica

Cuando el momento sobrepasa el momento de fluencia se ingresa en el rango no lineal, en éste caso a la recta BC. En esta recta la rigidez flexural (EI) es nula. Cuando se descarga, la sección transversal del elemento al cual pertenece el diagrama momento-curvatura, que en lo que sigue de este capítulo se abreviará M-C, ingresa en la recta CD que tiene la misma rigidez flexural (EI).

El cierre de las grietas y el inicio de la carga en la otra dirección se realiza en la recta DE, que no es más que una prolongación del segmento CD para éste modelo. El punto E se alcanza cuando el momento en el otro sentido llega a la fluencia, en ese instante se ingresa en la recta EF que tiene rigidez flexural nula. La descarga se realiza por la línea FG, la misma que es paralela a las rectas AB y CE. En el punto G se termina un ciclo de carga.

Este modelo muy sencillo⁽¹⁾ se ha empleado en algunos trabajos para definir en forma elemental aspectos muy complejos con un cierto margen de seguridad. Por ejemplo para determinar la fuerza de fluencia F_y a partir de una fuerza elástica F_e , lo cual se ilustra en la figura 2.2

La recta OE corresponde a un análisis elástico. En consecuencia F_e es la fuerza elástica asociada al desplazamiento máximo δ_u . Por otra parte las rectas OYU corresponden al análisis inelástico con modelo elasto-plasto. El triángulo

$OE\delta_u$ es semejante al triángulo $OY\delta_y$. Luego, se tiene

$$\frac{F_e}{F_y} = \frac{\delta_u}{\delta_y}$$

Se define la ductilidad D como la relación entre el desplazamiento último y desplazamiento cedente. En consecuencia se tiene

$$\frac{F_e}{F_y} = D \rightarrow F_y = \frac{F_e}{D} \tag{2.2}$$

La fuerza inelástica no es más que la fuerza elástica dividida para la ductilidad.

2.3 MODELO DE CLOUGH

En la figura 2.3 se presenta el modelo de Clough. En éste apartado se va a indicar como es su forma. Cuando la sección analizada de la estructura a la cual pertenece el modelo se encuentra en el rango elástico esta se mueve a lo largo de la recta BAE.

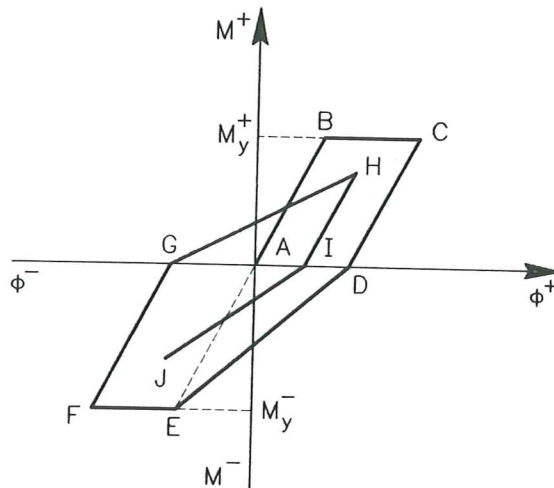


Figura 2.3 Modelo de Clough

Si el momento M en un tiempo determinado de la historia de carga supera el momento cedente M_y la sección ingresa en el rango inelástico, en la recta BC donde la rigidez flexural es nula de acuerdo al modelo, puesto que BC es paralela al eje ϕ .

En la recta BC la velocidad del sistema crece inicialmente para luego ir disminuyendo y cuando llega a su valor nulo se encuentra en el punto C, iniciándose en este punto la descarga del sistema a lo largo de la recta CD que es paralela a la recta AB, consecuentemente tiene la misma rigidez inicial. En el punto D el momento es nulo y se inicia la carga en el otro sentido hasta llegar a E. Cuando se alcanza el momento M_y^- el segmento EF corresponde al rango inelástico de rigidez flexural nula, en el cual nuevamente la velocidad va decreciendo hasta llegar a cero en el punto F. Luego viene la descarga FE que es paralela a la línea AE.

El segmento **GH** se encuentra en la alineación GC. Por lo tanto es un modelo que tiene memoria puesto que C es el punto de máximo momento al cual llega la sección en el ciclo de carga anterior; la descarga HI es paralela a las rectas AB y CD. Finalmente, en el gráfico 2.3 se observa que IJ está en la alineación de IF.

Se va a denominar modelo de Clough modificado a aquel en el cual los segmentos BC y EF no tienen rigidez flexural nula, sino que poseen cierta rigidez como se indica en la figura 2.4.

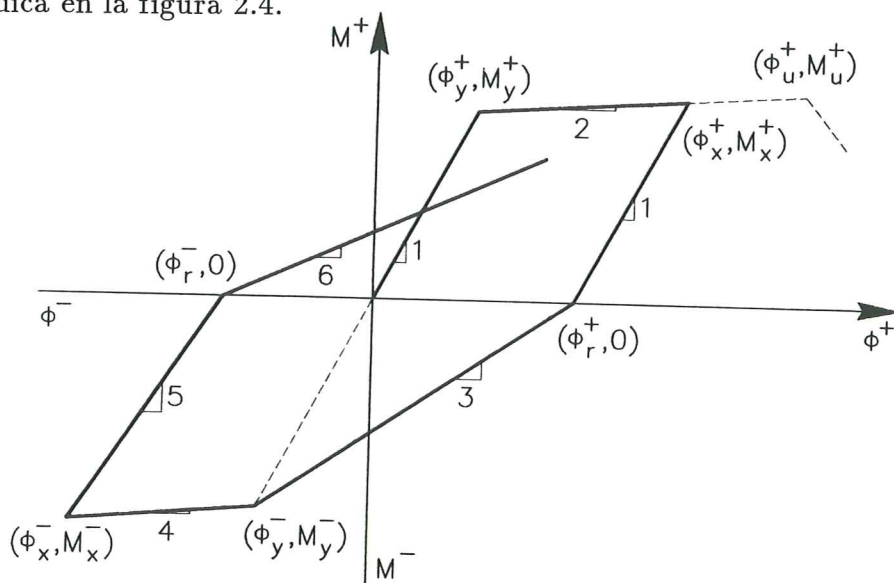


Figura 2.4 Modelo modificado de Clough

La forma de pasar de una rama a otra rama es la misma para los restantes modelos que se analizarán, razón por la cual en el marco teórico se presentarán nuevos aspectos sin volver a repetir lo expuesto.

2.4 MODELO DE CLOUGH MODIFICADO

Con la variante indicada en el párrafo anterior, se repite la figura 2.3 pero hasta el punto H. Las coordenadas del punto C se denominan ϕ_x^+ , M_x^+ y las del punto D se llaman ϕ_r^+ , 0. El signo “+” se utiliza para indicar que el acero inferior se encuentra a tracción, en el caso de vigas, y el acero superior trabaja a compresión. Cuando el elemento tiene curvatura contraria se utilizará el signo “-”. Es importante reconocer que los elementos tienen doble curvatura, en el siguiente capítulo se volverá a tratar esto.

Son datos de la sección del elemento ϕ_y^+ , M_y^+ , ϕ_u^+ , M_u^+ , ϕ_y^- , M_y^- , ϕ_u^- , M_u^- . Es decir, las curvaturas y momentos de fluencia y rotura del hormigón son tanto positivos como negativos. En un programa de computación las curvaturas y momentos positivos se almacenarán con signo positivo, en cambio las curvaturas y momentos negativos se archivarán con signo negativo. Las rigideces flexurales para las diferentes ramas, son

$$(EI)_1 = \frac{M_y^+}{\phi_y^+} \quad (2.3.1)$$

$$(EI)_2 = \frac{M_u^+ - M_y^+}{\phi_u^+ - \phi_y^+} \quad (2.3.2)$$

$$(EI)_3 = \frac{M_y^-}{\phi_y^- - \phi_r^+} \quad (2.3.3)$$

$$(EI)_4 = \frac{M_u^- - M_y^-}{\phi_u^- - \phi_y^-} \quad (2.3.4)$$

$$(EI)_5 = \frac{M_y^-}{\phi_y^-} \quad (2.3.5)$$

$$(EI)_6 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^-} \quad (2.3.6)$$

Nótese que la ecuación (2.3.3) se ha escrito cambiada de signo. Las rectas de rigidez $(EI)_2$ y $(EI)_4$ constituyen una cota superior, no se puede pasar de éstas rectas en ningún tiempo del análisis. En la prolongación de las mismas se tiene los puntos (ϕ_u^+, M_u^+) y (ϕ_u^-, M_u^-) . Si se sobrepasan estos valores la sección colapsa.

Cuando la sección ingresa en el rango inelástico, rectas (2 y 4), se obtiene el momento M_x^+ cuando la velocidad relativa del sistema es cero y la curvatura ϕ_x^+ se encuentra con la siguiente ecuación

$$\phi_x^+ = \phi_y^+ + \frac{M_x^+ - M_y^+}{(EI)_2} \quad (2.3.7)$$

Para el punto ϕ_x^- se procede de igual forma. En un programa de computación conviene deducir y programar las ecuaciones en el primer cuadrante, y cuando se tienen las curvaturas y momentos negativos estos se invierten al primer cuadrante para su programación. Es más fácil de ésta manera.

El punto (ϕ_x^+, M_x^+) al igual que el punto (ϕ_x^-, M_x^-) deben almacenarse ya que éstos valores se requieren para el próximo ciclo de carga.

Para poder determinar el punto de momento nulo asociado a la curvatura ϕ_r^+ se considera que la descarga tiene la misma rigidez flexural que la zona elástica, es decir la misma pendiente. Luego

$$\phi_r^+ = \phi_x^+ - \frac{M_x^+}{(EI)_1} \quad (2.3.8)$$

Las ecuaciones para definir ϕ_x^- y ϕ_r^- , son

$$\phi_x^- = \phi_y^- + \frac{M_x^- - M_y^-}{(EI)_4} \quad (2.3.9)$$

$$\phi_r^- = \phi_x^- - \frac{M_x^-}{(EI)_5} \quad (2.3.10)$$

Cuando la estructura trabaja en el rango elástico, en el mismo arreglo en que se almacenan las variables ϕ_x^+ , M_x^+ , ϕ_x^- , M_x^- se guardará ϕ_y^+ , M_y^+ , ϕ_y^- , M_y^-

2.5 DETERIORO DE RIGIDEZ

En los modelos anteriores la descarga se considera que se realiza con la misma rigidez inicial del rango elástico. Esto no está bien debido a que cuando el elemento entra en el rango inelástico sufre daño y ya no se puede hablar de que la rigidez es la misma, hay pérdida de rigidez y mientras mayor sea la incursión en el rango no lineal mayor será la pérdida.

Existen varios modelos que consideran este aspecto como son las curvas constitutivas de Fukada (1969), Tani (1973), Takeda (1970), Park (1972) y Muto (1973). Hay otros modelos que a más del deterioro de rigidez consideran otros factores que se describirán en los próximos apartados, razón por la cual se los omite.

El programa IDARC⁽²⁾ Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete, define un modelo constitutivo basado en tres parámetros α , β y γ . Con el primer parámetro se determina el deterioro de rigidez, el mismo que se explica a continuación.

2.5.1 Modelo de tres parámetros

En la figura 2.5, se indica la definición del parámetro α . Sea M_y el momento de fluencia en la carga del elemento, cuando se produce la descarga esta apunta al valor αM_y como lo ilustra la figura 2.5. Cuanto mayor es la incursión en el rango no lineal, la pendiente de este punto con αM_y es menor. Luego se tiene un mayor deterioro de la rigidez.

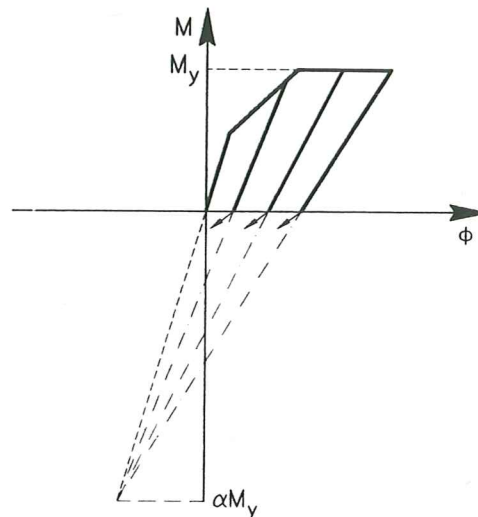


Figura 2.5 Deterioro de rigidez

En la figura 2.5 se ha dibujado tres ciclos de descarga y únicamente lo concerniente al primer cuadrante. Esto se ha realizado por facilidad de explicación. Si el parámetro $\alpha = 0$ las rectas de descarga se orientan al origen de coordenadas

del diagrama M-C, y si $\alpha = \infty$ significa que no hay deterioro de rigidez en la descarga. El valor que utiliza el programa IDARC es $\alpha = 2$.

2.5.2 Modelo de Roufaiel y Meyer

Se va a explicar en éste apartado únicamente la pérdida de rigidez en el modelo constitutivo propuesto por Roufaiel y Meyer⁽³⁾. Para tal efecto en la figura 2.6 se presenta una parte del modelo.

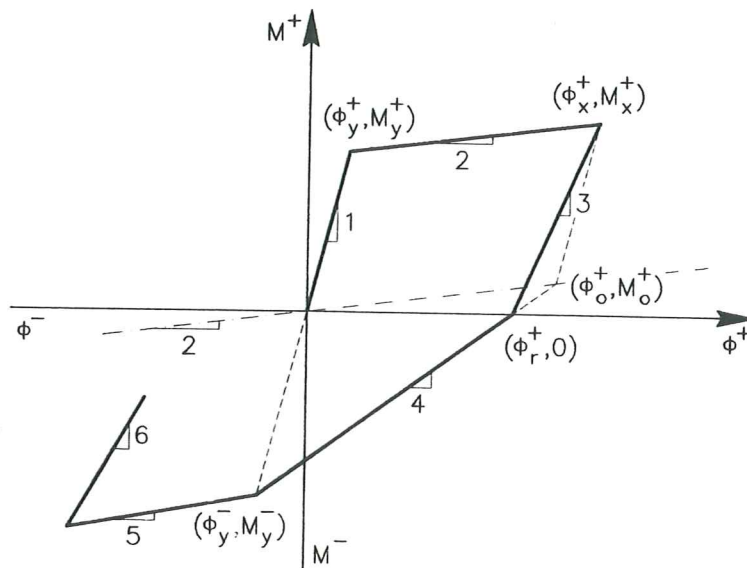


Figura 2.6 Deterioro de rigidez en modelo de Roufaiel y Meyer

Primero se define el punto de coordenadas (ϕ_o^+, M_o^+) . Para ello se tiene que la recta que une este punto con el punto (ϕ_x^+, M_x^+) tiene la misma pendiente que la carga (recta denominada 1), y además pasa por el origen de coordenadas con una recta de pendiente 2 que corresponde a la rigidez inelástica. Con estas dos condiciones se obtiene

$$\phi_o^+ = \frac{M_x^+ - \phi_x^+(EI)_1}{(EI)_2 - (EI)_1} \tag{2.4.1}$$

$$M_o^+ = \phi_o^+(EI)_2 \tag{2.4.2}$$

$(EI)_1$ Definida en la ecuación (2.3.1)

$(EI)_2$ Definida en la ecuación (2.3.2)

M_x^+ Es el momento máximo alcanzado en el ciclo de carga en rango inelástico.

ϕ_x^+ Es la curvatura máxima alcanzada en el ciclo de carga en rango inelástico.

El punto (ϕ_o^+, M_o^+) se alinea con el punto (ϕ_y^-, M_y^-) en el primer ciclo para determinar el punto $(\phi_r^+, 0)$ como lo ilustra la figura 2.6. En los ciclos subsiguientes se alinearé con el punto (ϕ_x^-, M_x^-) . Para el primer ciclo se tiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_y^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_y^-}{M_o^+ + M_y^-} \quad (2.4.3)$$

Para los subsiguientes ciclos de carga, se obtiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_x^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_x^-}{M_o^+ + M_x^-} \quad (2.4.4)$$

Finalmente, la rigidez $(EI)_3$ que interesa se evaluará con la siguiente ecuación

$$(EI)_3 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^+} \quad (2.4.5)$$

En forma similar se obtienen las ecuaciones para (ϕ_o^-, M_o^-) , $(\phi_r^-, 0)$ y la rigidez flexural correspondiente a la descarga que de acuerdo a la figura 2.6 es $(EI)_6$.

2.5.3 Modelo de Muto

En la figura 2.6, la recta de pendiente 1 considera que el punto A de Agrietamiento (formación de la primera grieta en el hormigón que trabaja a tracción) se encuentra dentro de ésta recta. Realmente el punto A se halla hacia la izquierda de la recta, de tal forma que la rigidez inicial es mayor que $(EI)_1$. El modelo constitutivo de Muto contempla el punto A de tal manera que en el segmento que une el origen de coordenadas con el punto (ϕ_y^+, M_y^+) existen dos rectas, la primera que va del origen hasta el punto A y la segunda desde A hasta el punto Y. La descarga lo considera con una recta de pendiente $(EI)_1$ pero con la consideración del punto A. En el rango elástico la rigidez flexural es mayor.

2.6 CERRAMIENTO DE GRIETAS DE CORTE

Lo que se va a presentar se conoce como "pinching behavior"^(2,3,4). El modelo constitutivo de Kustu (1975) lo contempla, al igual que el modelo de Iwan (1973), pero estos dos modelos no contemplan deterioro de rigidez. El modelo de Atalay (1975) considera estos dos parámetros.

Cuando una sección de un elemento ha estado sometido a un ciclo de carga alto, las grietas de corte antes de iniciar un nuevo ciclo de carga tienden a cerrarse, produciéndose primero una disminución de la rigidez antes de que se cierren las grietas, y luego un aumento de la rigidez una vez cerradas.

Se describirá con detalle estos cambios de rigidez, en algunos modelos constitutivos.

2.6.1 Modelo de tres parámetros

El parámetro γ define el “pinching behavior”. En la figura 2.7 se ilustra su comportamiento. Después de un ciclo de carga nos encontramos en el punto H de la figura 2.7

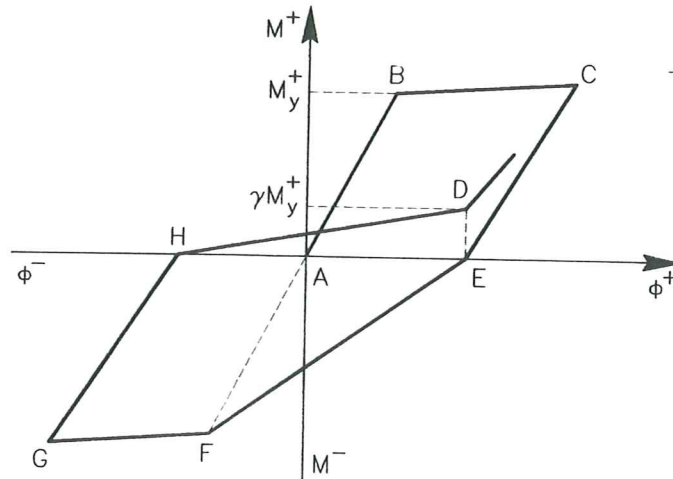


Figura 2.7 Modelo de tres parámetros

Al no considerar éste parámetro en el diagrama M-C se uniría el punto H con el punto C. Ahora en éste segmento no se tiene una sola rigidez si no dos como se verá a continuación.

Se determina el punto D, considerando la intercepción de la recta γM_y con la perpendicular levantada desde el punto E que corresponde al punto $(\phi_r^+, 0)$. Un valor de $\gamma = \infty$ significa no tomar en cuenta éste efecto. El programa IDARC considera $\gamma = 0.5$.

Al no considerar este parámetro el punto C era el punto objetivo, ahora este punto pasa a ser D en una primera fase, luego C en una segunda fase.

2.6.2 Modelo de Roufaiel y Meyer

En la figura 2.8 se indica el modelo de Roufaiel y Meyer^(3,4) considerando deterioro de rigidez y el cierre de grietas de corte, todavía falta un parámetro más en el modelo, el mismo que se explicará posteriormente.

Una vez que se halla en el punto $(\phi_r^-, 0)$ se alinea con (ϕ_x^+, M_x^+) , es decir, en la recta de pendiente 6 que se había definido en la ecuación (2.3.6) de la figura 2.4, y se determina el punto de coordenadas (ϕ_n^+, M_n^+) que se encuentra con la intercepción de la recta de pendiente 1.

$$\phi_n^+ = \frac{\phi_r^- (EI)_6}{(EI)_6 - (EI)_1} \tag{2.5.1}$$

$$M_n^+ = \phi_n^+ (EI)_1 \tag{2.5.2}$$

$(EI)_1$ Definido en ecuación (2.3.1)

$(EI)_6$ Definido en ecuación (2.3.6). En figura 2.8 $(EI)_6$ corresponde a otra pendiente.

ϕ_r^- Es la curvatura negativa asociada a momento nulo.

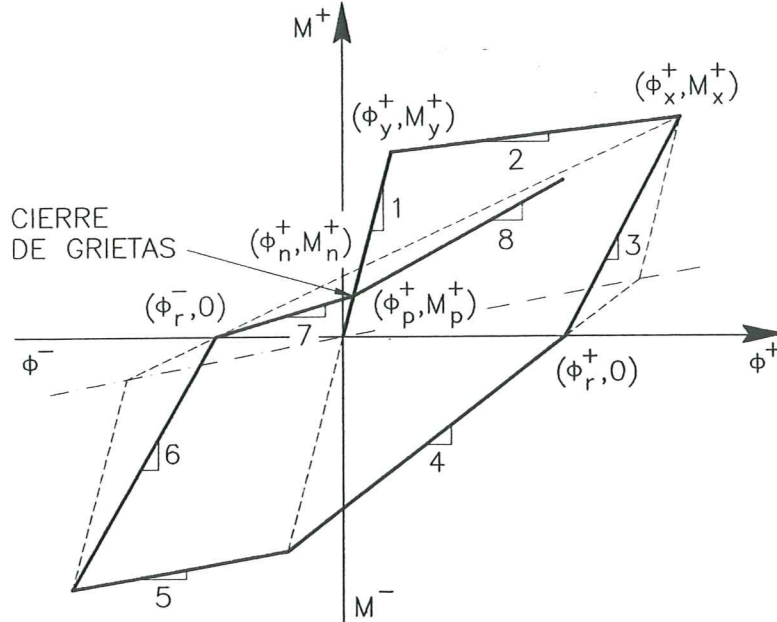


Figura 2.8 Modelo de Roufaiel y Meyer sin considerar deterioro de resistencia

El punto de cierre de grietas o pinching se define por (ϕ_p^+, M_p^+) de la siguiente forma

$$M_p^+ = \alpha_p M_n^+ \quad (2.5.3)$$

$$\phi_p^+ = \frac{M_p^+}{(EI)_1} \quad (2.5.4)$$

α_p Factor de quiebre de recta que varía entre 0 y 1

Un valor de $\alpha_p = 1$ significa que el efecto de cierre de grietas no es importante. En consecuencia las rectas 7 y 8 son una sola. Por el contrario, $\alpha_p = 0$ significa que es muy importante el efecto de cierre de grietas.

Las rigideces para las rectas 7 y 8, son

$$(EI)_7 = \frac{M_p^+}{\phi_p^+ - \phi_r^-} \quad (2.5.5)$$

$$(EI)_8 = \frac{M_x^+ - M_p^+}{\phi_x^+ - \phi_p^+} \quad (2.5.6)$$

Nuevamente las ecuaciones para el momento negativo son similares. Finalmente, la curvatura en las ramas de rigidez 7 y 8, son

$$\phi = \phi_r^- + \frac{M}{(EI)_7} \quad \text{si} \quad M \leq M_p^+ \quad (2.5.7)$$

$$\phi = \phi_p^+ + \frac{M - M_p^+}{(EI)_8} \quad \text{si} \quad M > M_p^+ \quad (2.5.8)$$

2.7 DETERIORO DE RESISTENCIA

En cada ciclo de carga reversible los elementos de hormigón armado experimentan un deterioro de la resistencia, su diagrama M-C inicial va decayendo por las fisuras que se van produciendo en el hormigón por la pérdida del recubrimiento. Los modelos constitutivos de Aoyama (1971), Takayanagi (1977) y Nakata (1978) entre otros contemplan el deterioro de resistencia.

2.7.1 Modelo de tres parámetros

La variable β se utiliza para definir el deterioro de resistencia en el modelo de los tres parámetros. En la figura 2.9 se indica en forma gráfica el significado de una variable asociada con β .

Después de un ciclo de carga la rama ascendente no apunta al momento máximo obtenido en el ciclo anterior si no que lo hace a un punto más abajo. Es decir, hay un decremento en el momento y consecuentemente un deterioro en la rigidez. Al prolongar este punto a la alineación de la rama inelástica se obtiene $d\delta_m$, la misma que viene definida por

$$d\delta_m = \beta \frac{dE}{M_y} \tag{2.6.1}$$

dE Es la energía disipada inelásticamente por el elemento.

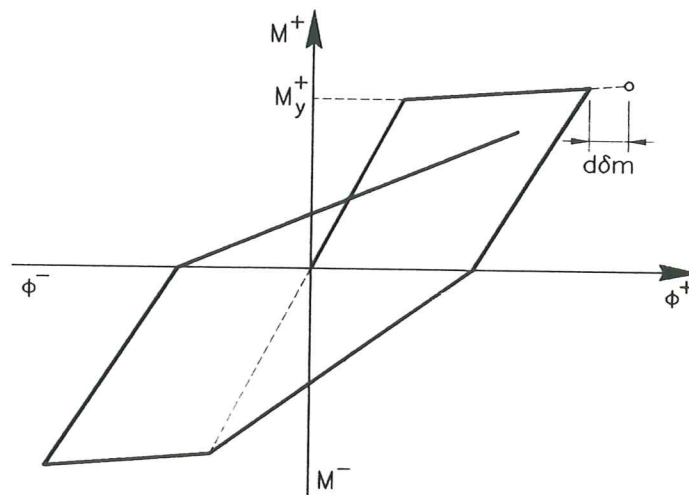


Figura 2.9 Deterioro de resistencia

El programa IDARC considera $\beta = 0.1$.

2.7.2 Modelo de Takeda

Existen algunos modelos constitutivos de Takeda, los mismos que se obtienen modificando los parámetros α , β y γ . Uno de ellos que no contempla el cierre de grieta tiene los siguientes valores $\alpha = 2.0$, $\beta = 0.1$ y $\gamma = \infty$.

2.7.3 Modelo de Roufaiel y Meyer

En base a la figura 2.8, la incorporación del deterioro de resistencia en el modelo constitutivo queda como se ilustra en la figura 2.10. Únicamente se presentan las variables principales asociadas al tema que se trata ahora.

Después de un ciclo de carga se produce una caída del momento ΔM como lo ilustran las figuras 2.10 y 2.11. Se define el Índice de caída de resistencia⁽⁴⁾ S_d de la siguiente manera

$$S_d = \frac{\Delta M}{\Delta M_f} = \left(\frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \tag{2.6.2}$$

w Es un parámetro de calibración⁽⁵⁾. Se recomienda considerarlo igual a 1.5

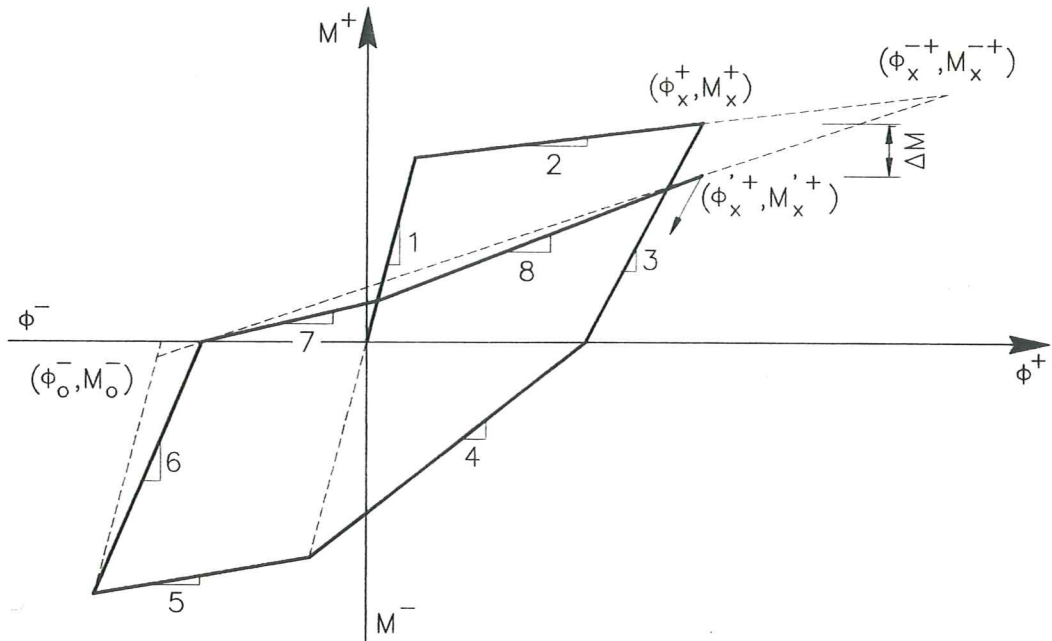


Figura 2.10 Deterioro de resistencia (Roufaiel-Meyer, 1987)

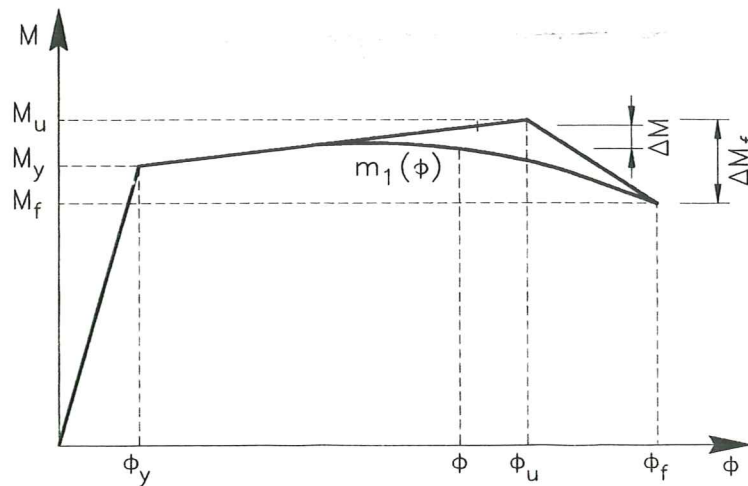


Figura 2.11 Diagrama M-C con deterioro de resistencia

La nueva resistencia del diagrama M-C viene definida por $m_1(\phi)$

$$m_1(\phi) = M_y + (\phi - \phi_y)(EI)_2 - [(\phi_f - \phi_y)(EI)_2 + M_y - M_f] \left(\frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \quad (2.6.3)$$

Cada vez que el momento sobrepase al momento cedente se hace presente el "deterioro de resistencia". De la siguiente manera es el procedimiento de cálculo:

- El momento ya no es el mismo del diagrama M-C inicial. Ahora el momento de la sección llega a un valor máximo $m_1(\phi)$ definido en la ecuación (2.6.3). De acuerdo a la figura 2.10 para $\phi = \phi_x^+$ el valor de m_1 se convierte en M_x^+ .
- Sea (\bar{EI}) la rigidez de la recta que une los puntos $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$ y (ϕ_o^-, M_o^-) de la figura 2.10, la misma que viene definida por

$$(\bar{EI}) = \frac{M_x^+ - M_o^-}{\phi_x^+ - \phi_o^-} \quad (2.6.4)$$

$$(\bar{EI}) = \frac{\bar{M}_x^+ - M_o^-}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_o^-} \quad (2.6.5)$$

Con la ecuación (2.6.4) se determina (\bar{EI})

- Se determinan las coordenadas del punto crítico $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$ utilizando las ecuaciones (2.6.5) y (2.6.6).

$$(EI)_2 = \frac{\bar{M}_x^+ - M_y^+}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+} \quad (2.6.6)$$

De las ecuaciones (2.6.5) y (2.6.6) se obtiene

$$\bar{\phi}_x^+ = \frac{1}{(\bar{EI}) - (EI)_2} \times [M_y^+ - M_o^- - \phi_y^+(EI)_2 + \phi_o^-(\bar{EI})] \quad (2.6.7)$$

$$\bar{M}_x^+ = M_y^+ + (EI)_2 [\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+] \quad (2.6.8)$$

- Se determina las rigideces 7 y 8 en base al punto imaginario $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$. Con este punto se evaluará ϕ_r para el deterioro de rigidez.

2.8 PUNTOS DE AJUSTE

En cada instante de tiempo del análisis no lineal se realiza un ajuste de la ecuación dinámica del movimiento, siendo a veces necesario modificar el paso de tiempo Δt . Pero de esto es fundamental modificar la variable indicada en los puntos notados en la figura 2.12

El punto 1 se presenta cuando el momento sobrepasa el momento de fluencia. En ese caso se debe determinar el intervalo de tiempo Δt con el cual se llega al momento cedente, sea este Δt^* que es menor a Δt . La determinación exacta del punto 1 al igual que los otros puntos, se hace de forma iterativa. Después de que se alcanzan los puntos indicados se continúa el cálculo con el valor Δt .

El punto 2 se determina cuando la velocidad relativa del sistema se hace cero, el punto 3 cuando el momento en la descarga es nulo y el 4 cuando el momento es igual al momento del punto **p** descrito en numeral 2.6 En todos los casos se procede en forma similar, no igual al punto 1.

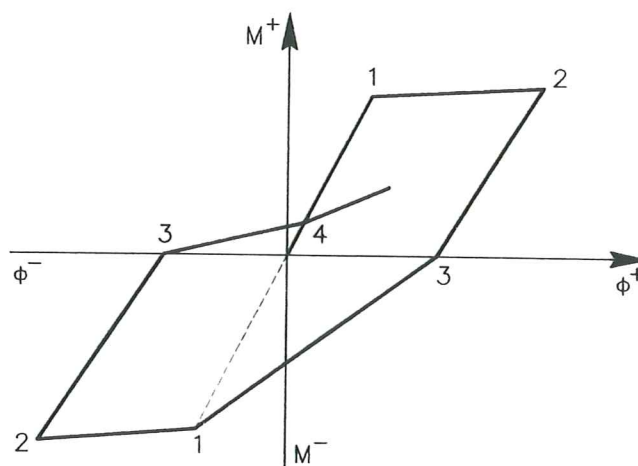


Figura 2.12 Puntos de ajuste de Δt

En los puntos indicados es donde se requiere una mayor cantidad de ciclos para ajustar el sistema de ecuaciones diferenciales que definen el problema dinámico en el rango no lineal.

REFERENCIAS

1. J. Grases, "Concreto armado en zonas sísmicas", *DIVISIDER, Division siderurgica de empresas. SIVENSA*, Caracas, 1987.
2. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *Technical Report NCEER-87-0008. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1987.
3. Y. Chung, M. Shinozuka, C. Meyer "SARCF User's guide seismic analysis of reinforced concrete frames", *Technical Report NCEER-88-0044. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*,

1988.

4. Y. Chung, C. Meyer, S. Masanobu, "Modeling of concrete damage" *ACI Structural Journal, American Concrete Institute Vol 86 N.- 3*, 1989.
5. Y. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Seismic damage assessment of reinforced concrete members" *Technical Report NCEER-87-0022. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1987.

CAPÍTULO 3

DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA

3.1 INTRODUCCIÓN

Los programas que existen para la evaluación de daño en edificios de hormigón armado utilizan curvas constitutivas del concreto y del acero basados en ensayos cuasi-estáticos, los mismos que se presentarán posteriormente. Pero además es importante conocer algún modelo que defina el comportamiento de éstos materiales pero basado en ensayos cíclicos como el de Soroushian que será estudiado.

Por otro lado, en la mayor parte de libros sobre comportamiento de elementos de hormigón armado no se habla sobre el cálculo del punto f , punto de fallo de la sección que es necesario definir para evaluar daño. Se presenta pues su forma de cálculo, puesto que está relacionado con el modelo constitutivo de Roufaiel y con el modelo de daño de Soo, Meyer y Shinozuka.

En la evaluación del punto de fluencia Y , a más del efecto de flexión, es importante considerar el deterioro de adherencia que sufre el nudo cuando la estructura incursiona en el rango inelástico, al igual que el cortante elástico e inelástico. De igual manera hay algunos trabajos al respecto, la mayor parte de ellos basados en resultados experimentales. En este capítulo se propone un modelo de cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y corte inelástico, que se obtiene de la solución de la ecuación diferencial que define el problema de adherencia. La bondad del mismo se verá en el capítulo seis cuando se obtengan trayectorias de daño con el modelo propuesto y se comparen los resultados con el modelo de Y. Park.

3.2 CURVAS CONSTITUTIVAS DE LOS MATERIALES

Se describe en forma rápida las relaciones esfuerzo-deformación para el hormigón y acero orientado a la obtención del diagrama momento flector curvatura para los modelos constitutivos que definen la no linealidad del material, que fueron indicados en capítulo 2.

3.2.1 Acero

El modelo matemático más utilizado para definir la relación entre el esfuerzo f_s y la deformación ϵ_s para el acero es el elasto-plasto que se indica en la figura 3.1. Es importante destacar que este modelo no contempla zona de endurecimiento, y lo fundamental es que fue obtenido para cargas monotónicas.

Las ecuaciones que definen la relación esfuerzo-desplazamiento para el modelo elasto-plasto, son

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad \text{para} \quad \epsilon_s \leq \epsilon_y \quad (3.1)$$

$$f_s = f_y \quad \text{para} \quad \epsilon_s > \epsilon_y \quad (3.2)$$

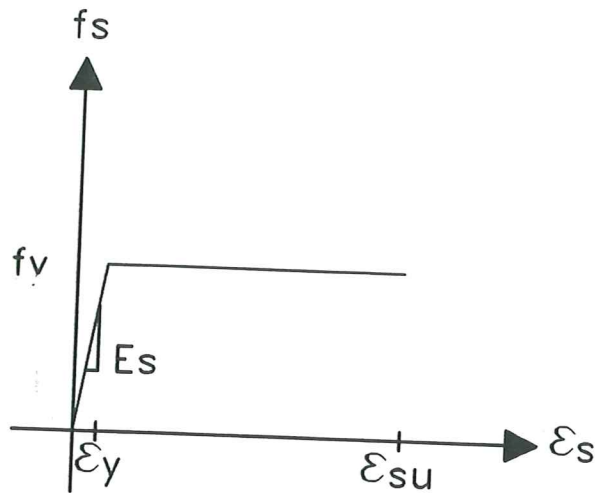


Figura 3.1 Modelo elasto plasto del acero

- f_y Es el esfuerzo correspondiente a la fluencia del acero, ante cargas cuasi-estáticas.
- ϵ_y Es la deformación correspondiente a la fluencia del acero, ante cargas cuasi-estáticas.
- ϵ_{su} Es la deformación última del acero ante cargas cuasi-estáticas.
- E_s Es el módulo de elasticidad del acero.

En la literatura⁽¹⁾ existen otros modelos un tanto más elaborados, pero todos son derivados de ensayos cuasi-estáticos. En ensayos dinámicos con una tasa alta de carga el esfuerzo cedente f_y sube considerablemente, pero de igual manera la deformación última del acero disminuye. Soroushian⁽²⁾ propone las siguientes ecuaciones para el comportamiento del acero ante cargas dinámicas.

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad (3.3)$$

$$f_s = f'_y + E'_h \left(\epsilon_s - \frac{f'_y}{E_s} \right) \quad (3.4)$$

$$f_s = 0 \quad (3.5)$$

La ecuación (3.3) es válida para $\epsilon_s \leq f'_y / E_s$, la (3.4) para $f'_y / E_s < \epsilon_s < \epsilon'_u$ y la (3.5) para valores de $\epsilon_s \geq \epsilon'_u$.

f'_y Es el nivel de fluencia del acero ante ensayos dinámicos.

$$f'_y = f_y[-4.51 * 10^{-6} f_y + 1.46 + (-9.20 * 10^{-7} f_y + 0.0927) \log_{10} \dot{\epsilon}] \quad (3.6)$$

- $\dot{\epsilon}$ Es la tasa de deformación $1/s \geq 10^{-5}$
 E'_h Es el módulo de elasticidad correspondiente a la zona de endurecimiento del acero, pero dinámico.

$$E'_h = E_h[2 * 10^{-5} f_y + 0.0770 + (4 * 10^{-6} f_y - 0.185) \log_{10} \dot{\epsilon}] \quad (3.7)$$

- E_h Es el módulo de elasticidad cuasi-estático de la zona de endurecimiento del acero.
 ϵ'_{su} Es la deformación última del acero ante cargas dinámicas.

$$\epsilon'_{su} = \epsilon_{su}[-8.93 * 10^{-6} f_y + 0.0070 + (4 * 10^{-6} f_y - 0.185) \log_{10} \dot{\epsilon}] \quad (3.8)$$

En las ecuaciones (3.6), (3.7) y (3.8) el valor de f_y deberá estar dado en psi.

3.2.2 Hormigón

La curva esfuerzo-deformación del hormigón es muy dependiente de la duración de la carga y calidad del material. Para muestras cilíndricas sometidas a esfuerzos compresivos longitudinales de corta duración la curva tiene la siguiente forma indicada en la figura 3.2.

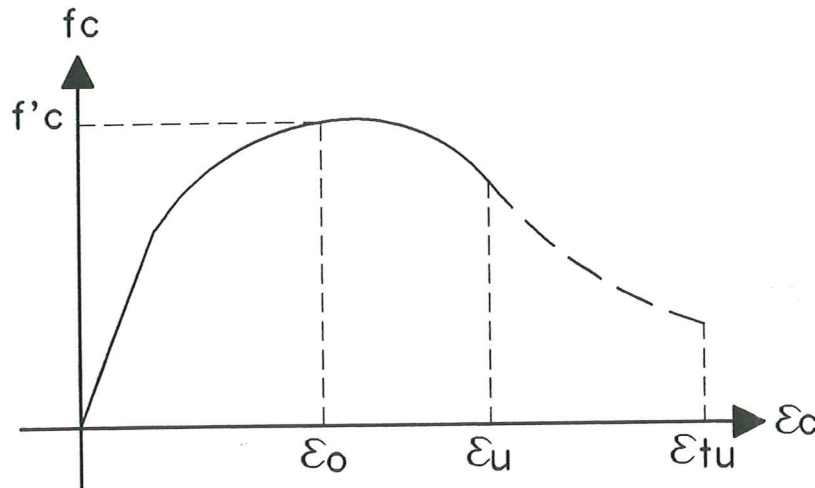


Figura 3.2 Curva esfuerzo deformación del hormigón

- f'_c Es la resistencia a compresión del hormigón.
 ϵ_o Es la deformación del hormigón asociado a f'_c .
 ϵ_u Es la deformación última del hormigón.
 ϵ_{tu} Es la deformación de rotura del hormigón.

Aproximadamente hasta un 50 % de la resistencia a compresión f'_c la curva es muy cercana a una línea recta; posteriormente su pendiente decrece

gradualmente hasta llegar al máximo esfuerzo asociado con una deformación $\epsilon_o = 0.002$, que es más o menos constante para los tipos de mezcla. Luego viene la zona descendiente hasta llegar al valor de ϵ_u , que varía entre 0.003 y 0.004, aproximadamente; ϵ_u está alrededor de $0.85f'_c$. En este punto se pueden observar a simple vista grietas longitudinales, pero esto no significa el fallo del material ya que aún puede soportar carga, ver línea entrecortada de figura 3.2. Esta zona se denomina de trituración del hormigón y alcanza un valor ϵ_{tu} que varía entre 0.006 y 0.008. A partir de éste punto el material es tan agrietado que es en realidad una aglomeración de pedazos de hormigón.

Existen varios modelos matemáticos para definir el comportamiento del hormigón. Entre estos se tiene: el bloque de Hognestad, el de Jensen, el bloque parabólico real, etc. Un modelo que es muy utilizado es el de Whitney, adoptado por el Instituto Americano del Concreto ACI 318-89, el mismo que se presenta en la figura 3.3.

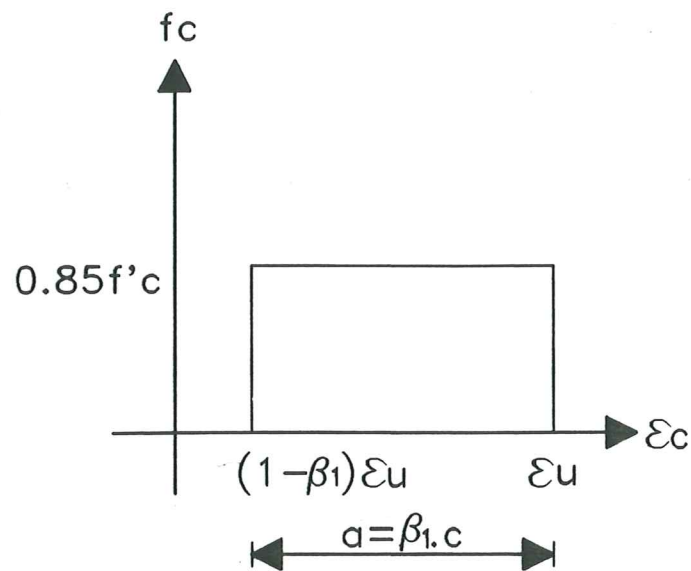


Figura 3.3 Bloque rectangular del A.C.I.

- c Es la distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el eje neutro.
- β_1 Factor igual a 0.85 para hormigones con f'_c mayor a 280 kg/cm^2
- a Es la distancia del bloque rectangular equivalente de esfuerzos.

$$\beta_1 = 1.05 - \frac{f'_c}{1400} \geq 0.65 \quad (3.9)$$

Nuevamente lo expuesto corresponde a ensayos cuasi-estáticos. Para cargas dinámicas Soroushian⁽²⁾ propone las siguientes ecuaciones

$$f_c = k_1 k_2 f'_c \times \left[\frac{2\epsilon_c}{0.002k_1k_3} - \left(\frac{\epsilon_c}{0.002k_1k_3} \right)^2 \right] \quad \text{para } \epsilon_c \leq 0.002k_1k_3 \quad (3.10)$$

$$f_c = k_1 k_2 f'_c \times [1 - z(\epsilon_c - 0.002k_1 k_3)] \quad \text{para} \quad 0.002k_1 k_3 < \epsilon_c \leq 0.2k_1 k_2 f'_c \quad (3.11)$$

$$z = \frac{0.5}{\frac{3+0.002f'_c}{f'_c-1000} + \frac{3}{4}\rho_s \sqrt{\frac{h'}{s_h}} - 0.002k_1 k_3} \quad (3.12)$$

$$k_1 = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f'_c} \quad (3.13)$$

El valor de k_2 depende de si el hormigón tiene aire en su interior o no. Para hormigones con aire, se tiene

$$k_2 = 1.48 + 0.160 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0127 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \quad (3.14)$$

Para hormigones saturados

$$k_2 = 2.54 + 0.580 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0543 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \quad (3.15)$$

$$k_3 = 1.08 + 0.112 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.0193 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \quad (3.16)$$

ρ_s Relación volumétrica de los estribos respecto al área del núcleo del hormigón, por unidad de longitud.

$$\rho_s = \frac{2A_v}{s_h h'} \quad (3.17)$$

A_v Es el área del refuerzo transversal.

s_h Es el espaciamiento del refuerzo transversal medido centro a centro de estribos.

h' Es el ancho del corazón o núcleo de hormigón medido desde fuera del refuerzo transversal.

f_{yh} Es la cedencia del refuerzo transversal.

En ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.12) el valor de f'_c estará en psi.

Es interesante notar que el valor de ϵ_o se desplaza hacia la derecha conforme se aumenta la cantidad de estribos, y lo fundamental, se incrementa la resistencia del hormigón tanto más mientras mayor sea $\dot{\epsilon}$.

3.3 MOMENTO CURVATURA

3.3.1 Convención de signos

Si bien no está generalizado la convención de signos, se considera positivo si la armadura inferior está trabajando a tracción y negativo si la armadura superior trabaja a tracción como lo ilustra la figura 3.4, para el caso de vigas. Lo importante es reconocer que en las secciones de los elementos se tiene para un mismo sitio momentos y curvaturas positivas o negativas de acuerdo a la forma como fleja el elemento.

3.3.2 Modelo Matemático

Lo clásico es definir tres puntos en los diagramas momento curvatura, a saber: Punto A (Agrietamiento) queda definido al aparecer la primera grieta en el hormigón. Punto Y (Fluencia del acero) se obtiene cuando el acero a tracción llega al punto de fluencia, es decir $\epsilon_s = \epsilon_y$. Punto U (Rotura del hormigón) se alcanza cuando el hormigón a compresión llega al valor de ϵ_u .

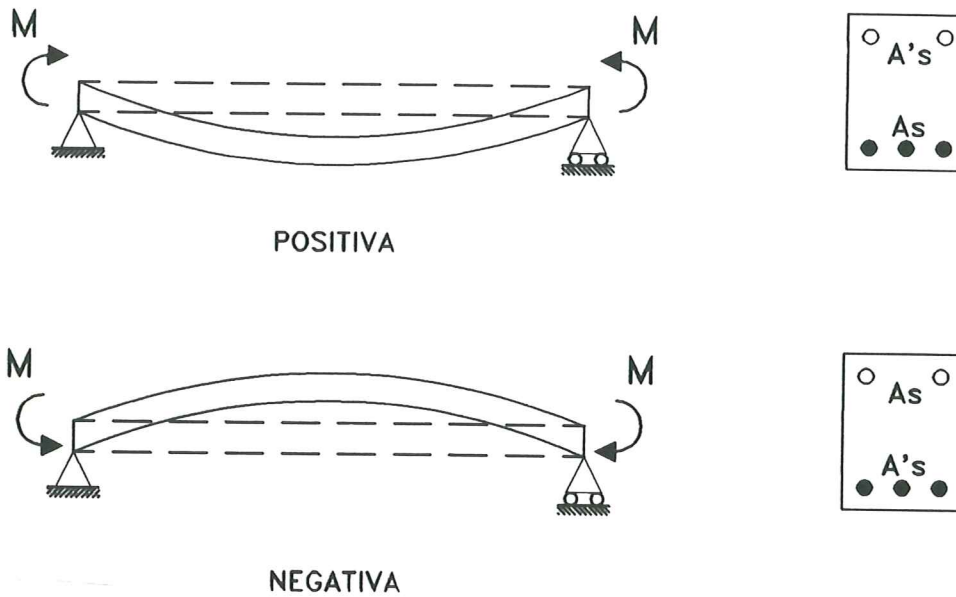


Figura 3.4 Convención de signos para diagramas momento curvatura

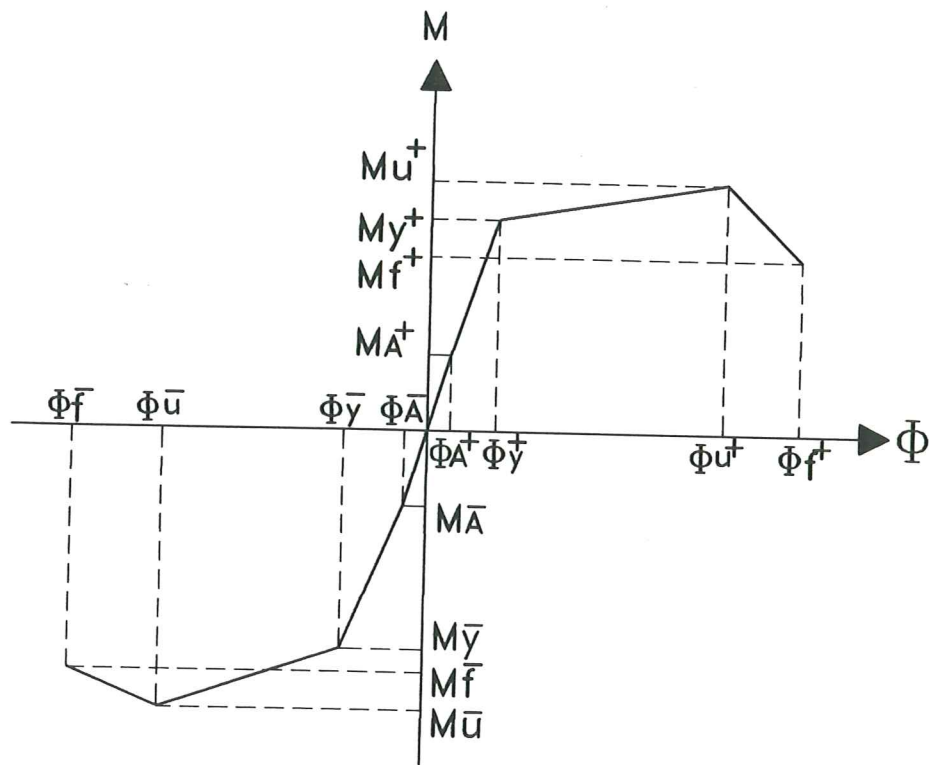


Figura 3.5 Diagrama momento curvatura

De éstos tres, el punto A prácticamente se ignora pues se encuentra un poco a la izquierda de la alineación, que va desde el origen de coordenadas al punto Y. Su valor es bajo comparado con los otros dos y se trabaja solamente con los puntos Y e U.

Como se indicó en la Introducción es necesario considerar el punto de fallo F, punto en el cual el hormigón o acero están severamente dañados. En la figura 3.5 se presentan estos cuatro puntos para valores positivos y negativos de momento M y curvatura ϕ , de acuerdo a lo indicado en 3.3.1

3.4 PUNTO A

En la figura 3.2 se presentó el comportamiento del hormigón a compresión, pero también trabaja a tracción, aunque tenga un valor muy bajo. El esfuerzo máximo del hormigón a tracción f_{ct} no está generalizado, hay discrepancias en su valor. Normalmente se considera

$$f_{ct} = 2\sqrt{f'_c} \quad (3.18)$$

Donde la resistencia f'_c se expresa en kg/cm^2 . El coeficiente puede variar entre 1.3 y 2.7.

El punto A se determina cuando se fisura la sección, cuando el hormigón traccionado llega al valor de f_{ct} . Teniéndose

$$M_A = \frac{I f_{ct}}{c_t} \quad (3.19)$$

$$\phi_A = \frac{M_A}{E_c I} \quad (3.20)$$

$$c_t = \frac{h}{2} \quad (3.21)$$

- M_A Es el momento de agrietamiento.
- ϕ_A Es la curvatura de agrietamiento.
- I Es la inercia total de la sección, considerando la armadura.
- h Es la altura o peralte de la sección.

No se escribirá el signo del momento y la curvatura, al igual que en los restantes puntos que se van a calcular. La evaluación se realiza para la conversión positiva.

3.5 PUNTO Y

La curvatura por fluencia debida a flexión se denomina ϕ_{Yf} y el momento asociado M_Y . La nomenclatura utilizada para vigas se indica en la figura 3.6.

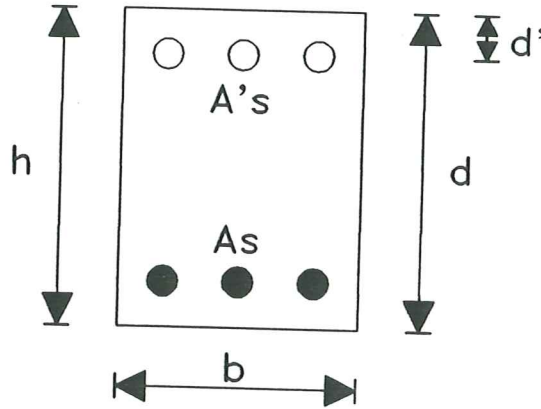


Figura 3.6 Nomenclatura empleada para vigas

Los formularios y procedimiento de cálculo se detalla a continuación

$$\phi_{Yf}^* = \frac{\epsilon_y}{(1 - k)d} \quad (3.22)$$

Nótese que en la ecuación (3.22) se ha calculado ϕ_{Yf}^* , y no ϕ_{Yf} que se evaluará posteriormente.

$$k = \sqrt{(p_t + p'_t)^2 \frac{1}{4\alpha_y^2} + (p_t + \beta_c p'_t) \frac{1}{\alpha_y}} - (p_t + p'_t) \frac{1}{2\alpha_y} \quad (3.23)$$

$$\beta_c = \frac{d'}{d} \quad (3.24)$$

$$\alpha_y = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_o} \quad (3.25)$$

$$p_t = \frac{A_s f_y}{b d f'_c} \quad (3.26)$$

$$p'_t = \frac{A'_s f_y}{b d f'_c} \quad (3.27)$$

$$\phi_{Yf} = c_1 \phi_{Yf}^* \quad (3.28)$$

$$c_1 = 1 + \frac{p_t^{1.9 - p'_t}}{9.4 p'_t + 0.23} \quad (3.29)$$

c_1 es un factor que considera la inelasticidad del hormigón⁽³⁾. La curvatura cedente por flexión para vigas debe multiplicarse por éste factor, como lo indica la ecuación (3.28). En el caso de columnas la armadura se encuentra repartida en el contorno de la sección. Entonces se debe primero encontrar cual es el valor de A_s y A'_s . Si la armadura es simétrica en sus cuatro caras se tendrá que $A_s = A'_s$

y es igual a la mitad de la armadura total. Una vez realizada esta clasificación se utilizará el formulario presentado, utilizando la ecuación (3.30) para calcular la curvatura en lugar de la (3.28).

$$\phi_{Yf} = \left[c_1 + (c_2 - c_1) \frac{\eta_o}{0.3} \right] \phi_{Yf}^* \quad (3.30)$$

$$\eta_o = \frac{N}{bdf'_c} \quad (3.31)$$

$$c_2 = 1 + \frac{0.45}{0.84 + p_t} \quad (3.32)$$

N Es la carga axial que gravita sobre la columna.

Para el caso de vigas $\eta_o = 0$. Luego la ecuación (3.30) se convierte en la (3.28) y c_2 es otro factor que considera la inelasticidad del hormigón. La ecuación (3.30) es válida para valores de $\eta_o \leq 0.4$. Por otra parte, el momento de fluencia M_Y se obtiene con la ecuación (3.33).

$$M_Y = 0.5 f'_c b d^2 \times [(1 + \beta_c - \eta) \eta_o + (2 - \eta) p_t + (\eta - 2\beta_c) \alpha_c p'_t] \quad (3.33)$$

$$\eta = \frac{0.75}{1 + \alpha_y} \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^{0.7} \quad (3.34)$$

$$\alpha_c = (1 - \beta_c) \frac{\epsilon_c}{\epsilon_y} - \beta_c \leq 1.0 \quad (3.35)$$

$$\epsilon_c = \phi_y d - \epsilon_y \leq \epsilon_u \quad (3.36)$$

En la ecuación (3.36) ϕ_y corresponde a la curvatura de fluencia por flexión ϕ_{Yf} . No se coloca directamente ésta variable porque posteriormente se verá el cálculo total de ϕ_Y con la incorporación de otras variables en su evaluación.

3.6 PUNTO U

Para la determinación de los puntos Y, U y F básicamente lo que se hace es: compatibilidad de deformaciones y equilibrio de fuerzas en la sección analizada, considerando las curvas constitutivas de los materiales. De éste análisis en el apartado anterior se presentaron fórmulas deducidas. Para el cálculo del punto U se va a proceder de dos formas. Primero de acuerdo a lo descrito en éste párrafo, y segundo se indicará un formulario para la determinación del M_u .

Para el diseño de elementos de hormigón armado se considera una deformación última del hormigón de 0.003. Para análisis este valor es mayor. Algunos autores trabajan con 0.0035, otros con 0.004. En la presente investigación se considera esta última cifra para definir ϵ_u .

Con el objeto de hacer general el cálculo del punto U, se considera una columna con refuerzo en sus cuatro lados, como muestra la figura 3.7. De esta

forma las diferentes varillas se encontrarán a diferentes esfuerzos unas estarán trabajando a compresión y otras a tracción. Se considera el modelo elasto-plasto mostrado en la figura 3.1 para el acero y el bloque rectangular del A.C.I. para el comportamiento del hormigón.

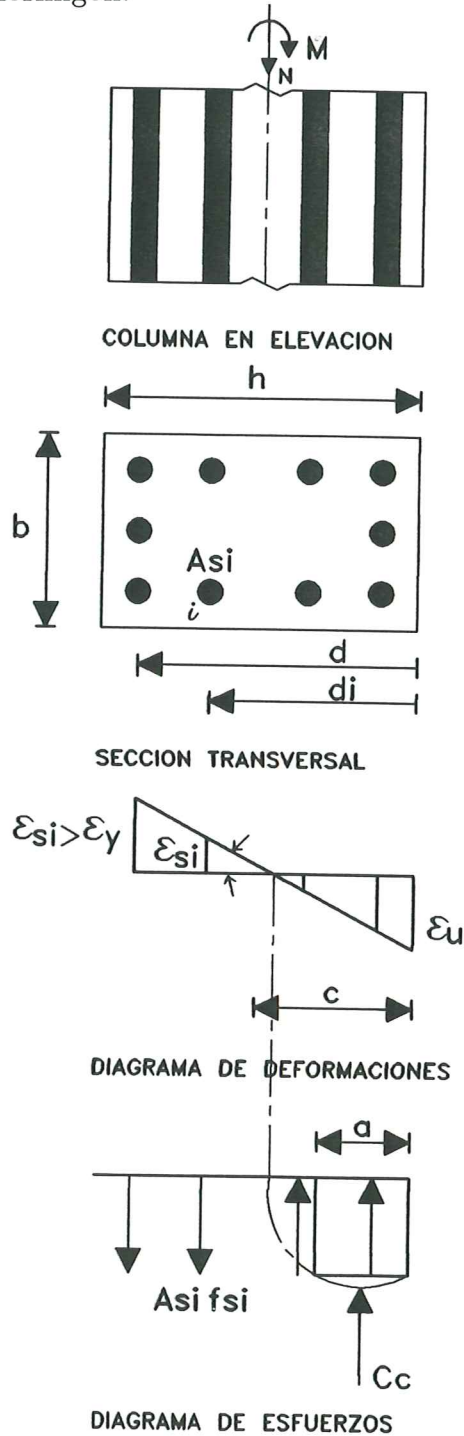


Figura 3.7 Cálculo del punto U en una columna

Por compatibilidad de deformaciones, se tiene para una varilla cualquiera i , que

$$\frac{\epsilon_u}{c} = \frac{\epsilon_{si}}{c - d_i} \quad \rightarrow \quad \epsilon_{si} = \epsilon_u \left(\frac{c - d_i}{c} \right) \quad (3.37)$$

d_i Es la distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del refuerzo i .

Al aplicar la ecuación (3.37) se tiene que las deformaciones de compresión son positivas y las deformaciones de tracción negativas. El cálculo se realiza de forma iterativa. Primero se impone un eje neutro c , luego con la ecuación (3.37) se evalúan las deformaciones en el acero. Posteriormente los esfuerzos f_{si} en cada fila de acero se calculan con las ecuaciones (3.38) a (3.40).

$$f_{si} = f_y \quad si \quad \epsilon_{si} \geq \epsilon_y \quad (3.38)$$

$$f_{si} = E_s \epsilon_{si} \quad si \quad \epsilon_y > \epsilon_{si} > -\epsilon_y \quad (3.39)$$

$$f_{si} = f_y \quad si \quad \epsilon_{si} \leq -\epsilon_y \quad (3.40)$$

Los esfuerzos multiplicados por el área de acero en cada fila generan las fuerzas actuantes en ésta fila de refuerzo. Luego se plantea equilibrio de fuerzas, para una sección con n filas de refuerzo. Se tiene

$$N = 0.85 f'_c a * b + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \quad (3.41)$$

Si se cumple la ecuación (3.41) significa que el eje neutro está bien determinado y se prosigue con el cálculo del momento M_U y la curvatura ϕ_U . En caso contrario se impone un nuevo valor de c y se repite el cálculo desde la ecuación (3.37).

$$M_U = 0.85 f'_c a * b \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \quad (3.42.1)$$

$$\phi_U = \frac{\epsilon_U}{c} = \frac{\epsilon_u \beta_1}{a} \quad (3.43)$$

En las ecuaciones (3.41) y (3.42.1) se debe tener en cuenta el signo de los esfuerzos del acero. Una ecuación directa de cálculo de M_U presentada por Y. Park⁽³⁾ es la siguiente

$$M_U = (1.24 - 0.15 p_t - 0.5 \eta_o) M_Y \quad (3.43.1)$$

Las variables p_t y η_o fueron definidas en las ecuaciones (3.26) y (3.31) respectivamente.

3.7 PUNTO F

El punto de fallo se determina cuando en una sección se alcanza primero cualquiera de las tres condiciones:

- Cuando el hormigón llega a su máxima deformación ϵ_{tu} , correspondiente a la zona de trituramiento, figura 3.2.
- Cuando el acero a tracción alcanza la rotura, es decir llega a ϵ_{su} , figura 3.1.
- Cuando el acero a compresión llega a pandear localmente después del estallamiento del recubrimiento del hormigón. Esto se produce cuando el acero a compresión⁽⁴⁾ alcanza una deformación aproximadamente de 0.002.

El procedimiento de cálculo del punto f se realiza de forma similar a la del punto U pero con las siguientes consideraciones:

- El punto U se obtuvo para una deformación ϵ_u dada, sea por ejemplo 0.004, y se conoce que la deformación de trituramiento del hormigón ϵ_{tu} es mayor (cota superior). Entonces se incrementa la deformación del hormigón a 0.0045. Éste vendría a ser el nuevo valor de ϵ_u y se repite el cálculo descrito en el numeral anterior. Cuando se concluye se determina la deformación en el acero a tracción y se ve que sea menor a ϵ_{su} . Lo mismo se hace con la deformación del acero a compresión el cual deberá ser menor a 0.002. En los dos casos se trabajará con las máximas deformaciones del acero a tracción y compresión que corresponden al refuerzo de las filas extremas.
- Cuando se cumple con alguna de las dos condiciones se habrá alcanzado el punto f. En caso contrario se volverá a realizar un nuevo incremento de la deformación del hormigón hasta llegar a su valor límite ϵ_{tu} . En la descripción dada en el apartado anterior el hormigón se ha incrementado en 0.0005, pero es un valor arbitrario. Si se desea mayor precisión el incremento se considera menor pero requiere mayor tiempo de cálculo.

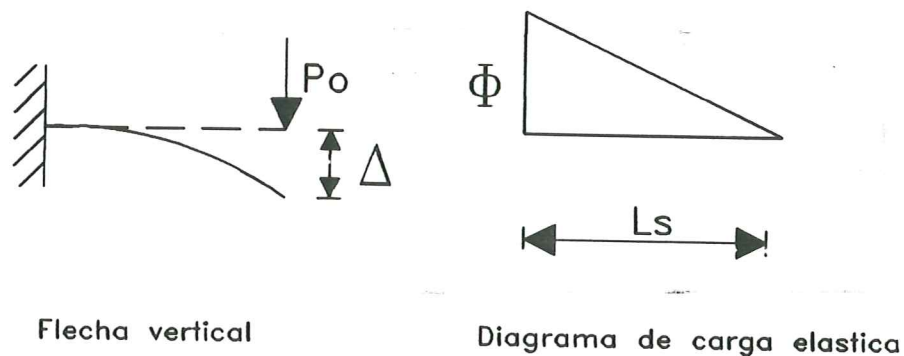


Figura 3.8 Relación entre Δ y ϕ

3.8 CURVATURA DE FLUENCIA POR CORTE ELÁSTICO, INELÁSTICO Y DETERIORO DE ADHERENCIA

3.8.1 Relación entre curvatura y desplazamiento

En la figura 3.8 se presenta una viga en voladizo de longitud L_s sobre la que gravita una carga puntual P_o en el extremo libre. Se llama Δ a la flecha o desplazamiento vertical que interesa calcular. El diagrama de momentos reporta un momento máximo en el empotramiento $M = P_o L_s$, y al dividir este momento para la rigidez flexural (EI) se tiene que el diagrama de cargas elásticas es triangular con un valor de 0 en el extremo libre y $M/(EI)$ en el empotramiento. Pero este valor es la curvatura ϕ . De la figura 3.8, se obtiene

$$\Delta = \frac{\phi L_s^2}{3} \quad (3.44)$$

Para el modelo matemático descrito, que se va a utilizar posteriormente, se tiene que la curvatura ϕ en función del corrimiento vertical Δ viene dado por

$$\phi = \frac{3\Delta}{L_s^2} \quad (3.45)$$

3.8.2 Modelo matemático

Ante cargas laterales el diagrama de momentos en los elementos de un pórtico plano es triangular. En la figura 3.9 se indica por ejemplo este diagrama para una viga.

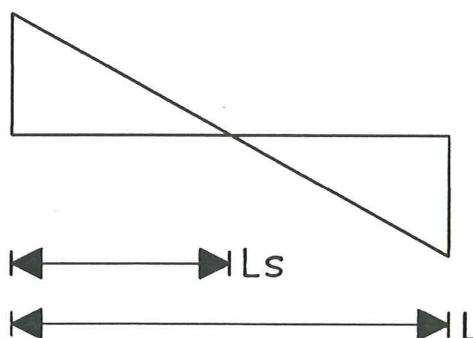


Figura 3.9 Diagrama de momentos en un elemento

Donde L_s es la distancia desde el nudo inicial al punto de inflexión. Se puede considerar en forma aproximada que

$$L_s = 0.5L \quad (3.46)$$

En el apartado 3.5 se estudió el cálculo del momento y curvatura únicamente por flexión, pero no se incorporó la contribución del corte elástico. Cuando se llega al punto de fluencia existe daño en el elemento, existen grietas, las mismas

que generan un deterioro de adherencia en el nudo y un cortante inelástico, que deben ser consideradas en la evaluación. Al incorporar todas estas variables, la ecuación para el cálculo de la curvatura de fluencia es

$$\phi_Y = \phi_{Yf} + \phi_{Ye} + \phi_{Yb} + \phi_{Ys} \quad (3.47)$$

- ϕ_{Yf} Es la curvatura cedente por flexión, ecuación (3.4).
- ϕ_{Ye} Es la curvatura cedente por corte elástico.
- ϕ_{Yb} Es la curvatura cedente por deterioro de adherencia.
- ϕ_{Ys} Es la curvatura cedente por corte inelástico.

Para la evaluación de ϕ_{Ye} , ϕ_{Yb} y ϕ_{Ys} se utilizará el modelo descrito en los apartados 3.8.1 y 3.8.2.

3.8.3 Curvatura de fluencia por corte elástico

La rigidez por flexión $(EI)_f$ y la rigidez por corte elástico $(EI)_s$ se modelan como dos resortes en serie. En consecuencia la rigidez equivalente $(EI)_{eq}$ vale

$$(EI)_{eq} = \frac{(EI)_s(EI)_f}{(EI)_s + (EI)_f} \quad (3.48)$$

$$(EI)_s = \frac{K_s L_s^3}{3} \quad (3.49)$$

$$K_s = \frac{G * A}{1.2 L_s} \quad (3.50)$$

$$(EI)_f = \frac{M_{Yf}}{\phi_{Yf}} \quad (3.51)$$

$$\phi_{Yf} + \phi_{Ye} = \frac{M_{Yf}}{(EI)_{eq}} \quad (3.52)$$

- G Es el módulo elástico de corte.
- A Es el área de la sección transversal.

3.8.4 Curvatura de fluencia por deterioro de adherencia

Se presentan dos soluciones para el cálculo de la curvatura cedente por deterioro de adherencia. La que se detalla en éste apartado está basada en la solución de la ecuación diferencial de adherencia, que es una propuesta de cálculo. La que se describe en 3.8.6 corresponde a los resultados experimentales obtenidos por Park^(6,7).

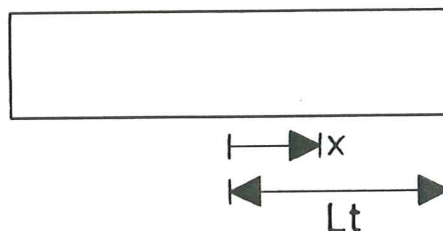


Figura 3.10 Segmento de hormigón armado

La ecuación diferencial de adherencia entre hormigón y acero, es

$$S''(x) = \alpha \tau(x) \quad (3.53)$$

$$\alpha = \frac{4(1 + n_p)}{D_b E_s} \quad (3.54)$$

$$n_p = \frac{A_s E_s}{A_c E_c} \quad (3.55)$$

- A_s Es el área del acero a tracción.
 A_c Es el área del hormigón a tracción.
 E_s Es el módulo de elasticidad del acero.
 E_c Es el módulo de elasticidad del hormigón.
 D_b Es el diámetro de la varilla a tracción.
 $S(x)$ Es el deslizamiento del refuerzo con respecto al hormigón.

En la figura 3.10 se presenta un segmento de hormigón armado que se considera que está fisurado en sus dos extremos. La abscisa x se mide desde el centro del segmento.

- L_t Longitud de transferencia, que es la distancia desde el origen (centro del segmento) al extremo de la grieta.

La solución de la ecuación diferencial (3.53) reporta⁽⁵⁾.

$$S(y) = 2A^* \times \left[\text{Cosh}(\lambda y) - \frac{(\lambda y)^2 \text{Cosh}(\lambda)}{2} + \gamma^2 (\text{Cosh}(\lambda) - 1) \left(1 - \text{Cos}\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right) - 1 \right] \quad (3.56)$$

$$y = \frac{x}{L_t} \quad (3.57)$$

$$\lambda = \sqrt{\alpha k} L_t \quad (3.58)$$

$$\gamma = \frac{2\lambda}{\pi} \quad (3.59)$$

$$2A^* = \frac{\epsilon_o^* L_t}{\lambda [\text{Senh}(\lambda) - \lambda \text{Cosh}(\lambda) + \gamma [\text{Cosh}(\lambda) - 1]]} \quad (3.60)$$

- ϵ_o^* Es la deformación unitaria en el refuerzo.

Como valor de K , notado en ecuación (3.58), se recomienda⁽⁵⁾ considerar 295 $\frac{k\text{si}}{\text{in}}$. Por otra parte, interesa evaluar la ecuación (3.56) en el borde de la grieta, para lo cual, al reemplazar $y = 1$, se tiene

$$S(y = 1) = 2A^* \left[(\text{Cosh}(\lambda) - 1)(1 + \gamma^2) - \frac{\lambda^2 \text{Cosh}(\lambda)}{2} \right] \quad (3.61)$$

Se considera que las grietas por corte se forman a 45° , como lo ilustra la figura 3.11. La primera grieta se forma a 5 cm de la cara de la columna o viga y con un patrón uniforme definido. Todas las grietas se forman a una distancia "z"

que es la distancia entre el refuerzo a tracción y compresión. En el elemento de longitud L_s , l' es la longitud donde no se forman grietas y $(L_s - l')$ la longitud donde se forman grietas a una distancia z cada una de ellas.

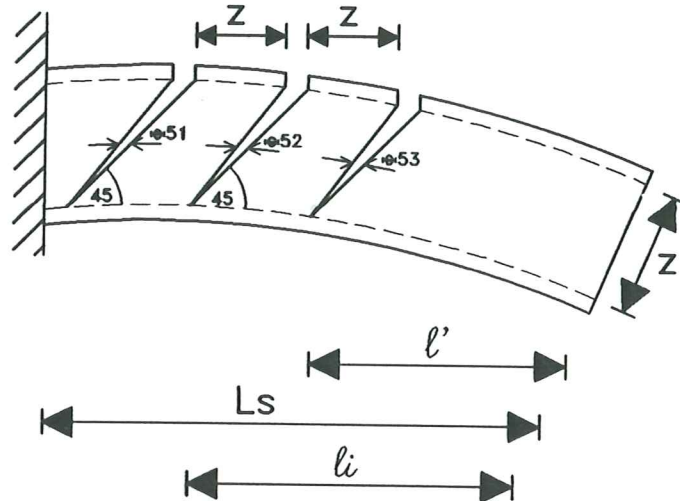


Figura 3.11 Patrón de grietas adoptado

En el punto de aparición de la primera grieta actúa un momento determinado, el mismo que se obtiene considerando la distribución triangular del diagrama de momentos, figura 3.9. Para la segunda grieta el momento actuante es menor y así sucesivamente. Por lo tanto, el deslizamiento s_1 en la primera grieta será mayor que el deslizamiento s_2 de la segunda, etc. La suma de todos estos deslizamientos S será lo que se desliza la varilla a tracción en el nudo, y la que provoca la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia. En el gráfico 3.11 se observa que la rotación por corte θ_s varía en cada una de las grietas, la mayor será θ_{s1} , y las restantes menores. Park⁽³⁾ considera que las rotaciones por corte son iguales en todas las grietas.

Para determinar la longitud l' donde no se forman grietas se emplea la ecuación (3.62), la misma que se obtiene considerando el diagrama de momentos triangular y la definición del patrón de grietas.

$$l' = \frac{M_A}{M_Y} L_s + z \quad (3.62)$$

Luego se evalúa la longitud del elemento donde se van a formar grietas $(L_s - l')$. De acuerdo al patrón de grietas indicado anteriormente, en cada punto se calcula el momento que actúa, luego la deformación unitaria ϵ_o^* en el refuerzo y el deslizamiento s_i en cada grieta utilizando la ecuación (3.61). Con la nomenclatura indicada y el patrón de grietas definido se tiene

$$L_t = \frac{z}{2} \quad (3.63)$$

Como se indicó, el sumatorio de s_i reporta S , la misma que se presenta en la figura 3.12. Del gráfico se desprende que

$$\Delta b = \frac{L_s S}{z} \quad (3.64)$$

Al reemplazar (3.64) en (3.45) pero llamando a la curvatura ϕ_{Yb} , se obtiene

$$\phi_{Yb} = \frac{3S}{zL_s} \quad (3.65)$$

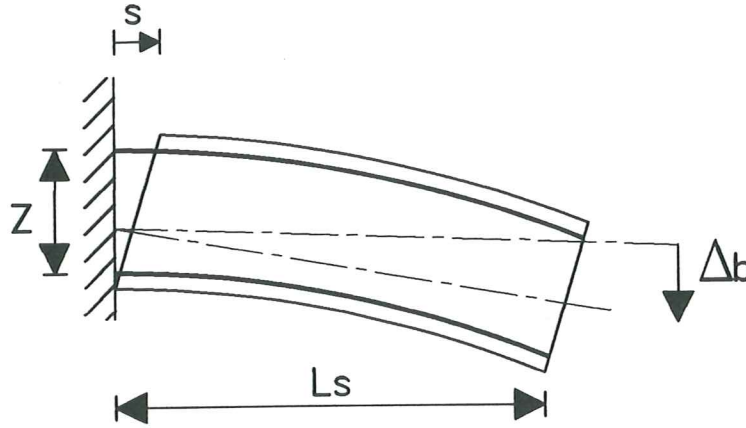


Figura 3.12 Modelo de deterioro de adherencia

3.8.5 Curvatura de fluencia por corte inelástico

En la figura 3.11 se define " l_i " como la distancia desde el extremo libre hasta el punto de aparición de la grieta. Se destaca que el extremo libre en un elemento corresponde al centro de luz por la analogía presentada en la figura 3.9.

Sea Δ_s el corrimiento vertical en el extremo libre (centro de luz) en forma similar a la ecuación (3.64), se tiene

$$\Delta_s = \sum l_i \theta_{si} \quad (3.66)$$

θ_{si} Es la rotación por corte de la grieta i .

l_i Es la distancia desde el centro de luz al punto de aparición de la grieta.

$$\theta_{si} = \frac{s_i}{\sqrt{2}z} \quad (3.67)$$

s_i Es el deslizamiento por deterioro de adherencia, ecuación (3.61)

Al sustituir (3.66) en (3.45) y llamando ϕ_{Ys} a la curvatura cedente por corte inelástico, se encuentra

$$\phi_{Ys} = \frac{3 \sum l_i \theta_{si}}{L_s^2} \quad (3.68)$$

El sumatorio se extiende a todas las grietas que en total son $(L_s - l') / z$.

3.8.6 Modelo de Park

El modelo empleado por Y. Park⁽³⁾ para relacionar el deslizamiento S con el esfuerzo de adherencia promedio τ es el indicado en la ecuación (3.69).

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \left(\frac{S}{S_o} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.69)$$

$$S_o \sim \frac{D_b}{40} \quad (3.70)$$

τ_m Es el esfuerzo máximo de adherencia.

S_o Es el deslizamiento correspondiente al máximo valor de τ_m .

Ferguson, recomienda los siguientes valores para τ_m : 1.5 ksi para varillas inferiores y 0.9 para varillas superiores. En base a la ecuación (3.69) Y. Park plantea la siguiente solución aproximada a la ecuación diferencial descrita en (3.53).

$$S = 0.0003 f_y^{1.5} \tau_m^{-0.75} D_b \quad (3.71)$$

Finalmente la curvatura cedente por deterioro de adherencia se obtiene con la ecuación (3.65).

Para el cálculo de la curvatura cedente por corte inelástico se considera que la rotación por corte es igual en todas las grietas y la cuantificación viene dada por las ecuaciones (3.72) a (3.74), las mismas que fueron deducidas en forma experimental.

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} \quad \text{para } u < 5 \text{ o } \frac{L_s}{d} > 4 \quad (3.72)$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} [1 + 0.27(u - 5)] \quad \text{para } u > 5 \text{ y } 2.5 < \frac{L_s}{d} < 4 \quad (3.73)$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L_s}{d} - 0.5} \left[1 + 0.185 \frac{(u - 5)}{\sqrt{\rho_s} - 0.4} \right] \quad \text{para } u > 5 \text{ y } \frac{L_s}{d} < 2.5 \quad (3.74)$$

$$u = \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} \quad (3.75)$$

u Es el esfuerzo de adherencia normalizado promedio.

τ_b Es el promedio efectivo del esfuerzo de adherencia a lo largo del elemento.

$$\tau_b = \frac{\Delta F}{\psi(L_s - 1.71nd_e)} \quad (3.76)$$

ΔF Es la diferencia de las fuerzas en los extremos reforzados de un elemento calculado por flexión.

ψ Es el perímetro del refuerzo longitudinal.

- n Es el número de pares de estribos en L_s .
 d_e Es el diámetro de estribos.

Además se deberá tener en cuenta que si $L_s / d < 1.5$ se sustituirá L_s / d por 1.5, debido a la gran dispersión que existen en los resultados experimentales para ese rango de valores. En consecuencia, θ_s no depende de esa relación en el rango indicado. Por otra parte, si $\rho_s < 0.2\%$ se reemplazará $\rho_s = 0.2$.

La ecuación (3.76) considera la presencia del resalte en las varillas, las mismas que al friccionarse contra el hormigón que los rodea generan microgrietas cónicas con un ángulo de 45° . Esta es la razón del factor 1.71 que contiene la ecuación.

Al analizar las ecuaciones (3.72) a (3.74) se desprende que ρ_s es importante únicamente en elementos cuya relación $L_s / d < 2.5$, es decir, en elementos cortos. Si L_s / d es demasiado alta no tiene mayor incidencia la curvatura cedente por corte inelástico. Para valores de $u < 5$ la rotación θ_s es independiente de u .

Con el objeto de aportar mayores valores de juicio a ésta temática se indica que los estudios realizados por el Comité Japonés de columnas cortas en el período 1973-1977 han demostrado que, a medida que la cuantía de estribos se incrementa hasta alrededor del 1%, las deformaciones por corte se reducen. Pero a partir de ese porcentaje es muy incierto predecir que las deformaciones por corte se reduzcan, considerándose que θ_s es independiente de ρ_s para valores mayores a 1%.

Una vez que se ha calculado θ_s se utiliza la ecuación (3.68) para encontrar la curvatura cedente por corte inelástico, pero considerando que θ_s es constante en cada una de las grietas.

REFERENCIAS

1. R. Park, T. Paulay, "Estructuras de concreto reforzado", *Primera Edición. Editorial Limusa*, México, 1978.
2. P. Soroushian, J. Sim, "Axial behavior of reinforced concrete columns under dynamic loads", *Journal of the American Concrete Institute, Proceedings V.83 N.- 6*, 1986.
3. Y. Park, A. Ang, Y. Wen, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R.C. buildings", *Civil Engineering studies structural research series N.- 516 University of Illinois at Urbana - Champaign, Illinois*, 1984.
4. J. Marín, "Comportamiento del concreto armado en flexocompresión", *Folleto de Estructuras N.- 6, Universidad Central de Venezuela, cuarta impresión, Caracas*, 1979.
5. S. Yang, J. Chen, "Bond slip and crack width calculations of tension members", *ACI American Concrete Institute Structural Journal, Technical paper title N.- 85-S39, Vol 85 N.-4*, 1988.
6. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *Technical Report NCEER-87-0008. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New*

York at Buffalo, 1987.

7. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, 1984.*

CAPÍTULO 4

ÍNDICES DE DAÑO

4.1 INTRODUCCIÓN

Existen algunos modelos de cálculo del índice de daño (I.D.). En edificios de hormigón armado la mayor parte se encuentran en función de la relación del desplazamiento máximo registrado durante la excitación sísmica (δ_m), ya sea con respecto al desplazamiento cedente debido a cargas monotónicas (δ_y), o sea con respecto al desplazamiento último debido a cargas monotónicas (δ_u) y de la relación de energía inelástica (E_h) con respecto a la energía elástica (E_s). También existen modelos basados en el número de ciclos que la estructura incursiona en el rango no lineal con el consiguiente deterioro de su resistencia, pero trabajando con conceptos energéticos.

En el presente capítulo se indica el marco teórico de algunos modelos y se evalúa la trayectoria de daño. Primeramente sin normalizar el daño y posteriormente normalizando con el criterio de que cuando la estructura se encuentra en el rango elástico el daño es cero, y cuando toda la estructura colapsa el daño es uno.

4.1.1 Estructura analizada

El marco teórico se analizará con un pórtico plano de un piso y de un vano, que tiene una luz de 4.00 m y una altura de 2.50 m. Todos los elementos tienen la misma sección transversal 30cm/30cm. Las columnas tienen como refuerzo longitudinal 8 ϕ de 12 mm repartidos uniformemente en su perímetro con un recubrimiento de 5cm, y la viga tiene 2 ϕ de 14 mm que pasan a todo lo largo del elemento. Además tiene un refuerzo de 1 ϕ de 14 mm en la parte superior, en los extremos y en la parte central del elemento. Igualmente el recubrimiento es de 5 cm. Los estribos se consideran de 10 mm de diámetro a 10 y 20 cm, tal como lo estipula el código A.C.I.-89.

En el análisis se considera que los elementos son axialmente rígidos y transversalmente flexibles, de tal forma que el modelo matemático tiene 3 grados de libertad, un corrimiento horizontal de piso y dos rotaciones en los nudos.

Respecto al material, se considera que el hormigón y acero son de las siguientes características

$$\begin{aligned} \epsilon_o &= 0.002 & \epsilon_u &= 0.004 & \epsilon_{tu} &= 0.006 \\ E_c &= 210000 \frac{kg}{cm^2} & G &= 84000 \frac{kg}{cm^2} & E_s &= 2100000 \frac{kg}{cm^2} \\ f'_c &= 300 \frac{kg}{cm^2} & f_y &= 2800 \frac{kg}{cm^2} \end{aligned}$$

La masa vale $1 Ts^2/m$, de tal manera que las energías se calcularán por unidad de masa. La estructura tiene un período fundamental es 0.163 s. Por otra parte se considera un coeficiente de amortiguamiento del 5%.

El criterio de colapso de la estructura viene dado por una de las siguientes condiciones:

- El momento actuante es mayor o igual al momento último.
- La curvatura actuante es mayor o igual a la curvatura última.
- La matriz de rigidez de la estructura no es definida positiva.

4.2 MODELOS DE DAÑO

Se cuantifica el I.D. para la estructura indicada ante el sismo de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour. La estructura presenta colapso en la parte superior de las columnas y en el nudo inicial y final de la viga, simultáneamente a los 3.5 s. El modelo constitutivo del material considerado es el de Roufaiel.

4.2.1 Modelo de Lybas y Sozen

Es uno de los primeros modelos de evaluación del índice de daño⁽¹⁾, y relaciona la rigidez flexural del elemento ante cargas monotónicas con la rigidez flexural correspondiente a la máxima deformación que alcanza el elemento durante la respuesta dinámica.

$$ID = \frac{(EI)_y}{(EI)_m} \quad (4.1)$$

Al sustituir la rigidez flexural en función del momento y curvatura, la ecuación (4.1) se transforma en

$$ID = \frac{M_Y \phi_m}{\phi_Y M_m} \quad (4.2)$$

M_Y Es el momento de fluencia debido a cargas monotónicas.

ϕ_Y Es la curvatura de fluencia debido a cargas monotónicas.

M_m Es el momento máximo alcanzado en la respuesta dinámica.

ϕ_m Es la curvatura máxima alcanzada en la respuesta dinámica.

La estructura tiene un comportamiento elástico hasta los 2.4 s. En éste rango el índice de daño del modelo propuesto por Lybas y Sozen tiene un valor de 1, y en el colapso llega a un valor de 3. En consecuencia el modelo tiene una cota inferior en 1 y no tiene cota superior en el caso general.

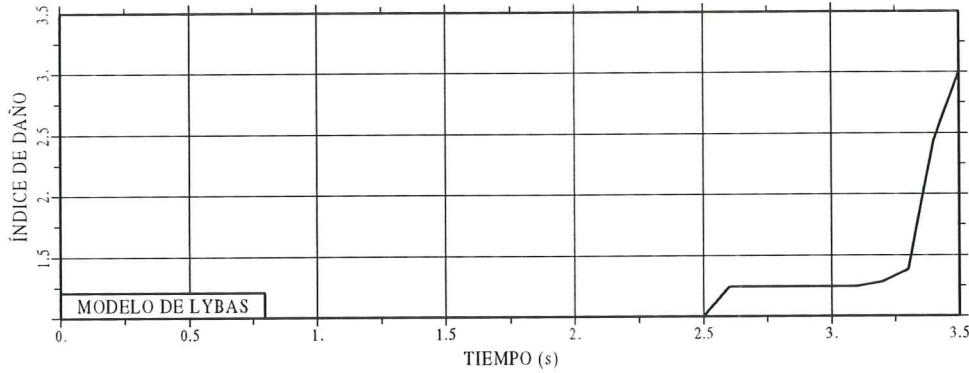


Figura 4.1 Trayectoria del índice de daño sin normalizar. Modelo de Lybas y Sozen (1977).

4.2.2 Modelo de Banon y Veneziano

Es uno de los modelos más utilizados⁽²⁾. Está en función de dos parámetros de daño d_1 y d_2 . El primer parámetro relaciona el desplazamiento máximo δ_m con relación al desplazamiento cedente δ_y , y el segundo relaciona la energía inelástica disipada E_h con relación a la energía elástica. Por lo tanto, se tiene

$$d_1 = \frac{\delta_m}{\delta_y} \quad d_2 = \frac{E_h}{E_s} \quad (4.3)$$

Por otra parte, los parámetros d_1 y d_2 son modificados de la siguiente manera

$$d_1^* = d_1 - 1 \quad d_2^* = a d_2^b \quad (4.4)$$

Donde a y b son parámetros que caracterizan el problema estructural y han sido definidos experimentalmente. Para elementos de hormigón armado se recomienda utilizar $a = 1.1$ y $b = 0.38$. El valor de a caracteriza el deterioro cíclico del elemento y varía entre 1.1 y 2. En el plano d_1^*, d_2^* la circunferencia con centro en el origen define las líneas con igual probabilidad de colapso. Con éste antecedente la función de daño para el modelo analizado queda

$$ID = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2} \quad (4.5)$$

Nótese que d_2 viene a ser una normalización de la energía inelástica con respecto a la energía elástica, y el parámetro d_1 es la demanda de ductilidad cinemática μ_s . En consecuencia el modelo de Banon y Veneziano combina dos variables a saber: ductilidad y energía inelástica. Para la estructura analizada la variación de estas variables para el nudo inicial de la viga se presenta en la figura 4.2

Mahin y Bertero (1981) definen la ductilidad inelástica de la siguiente manera

$$\mu_e = \frac{E_h}{F_y \delta_y} + 1 \quad (4.6)$$

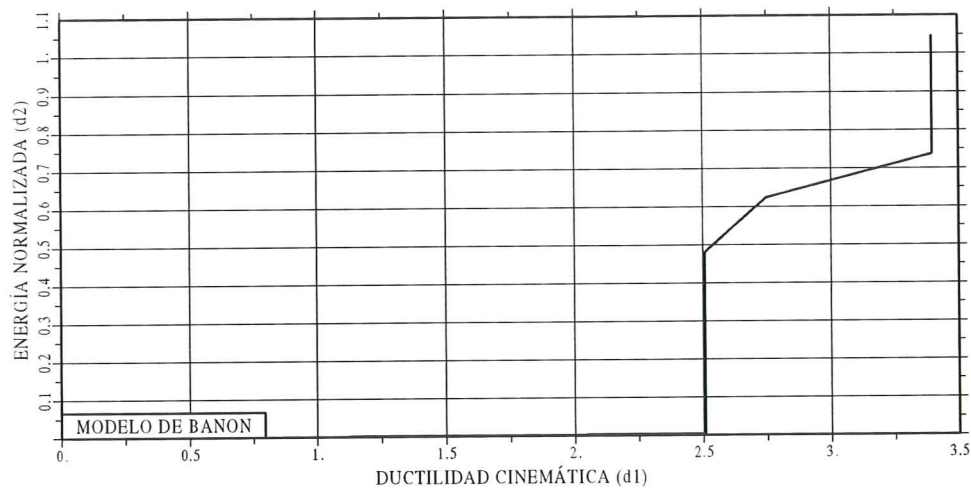


Figura 4.2 Trayectoria de la fallo para el nudo inicial de la viga.

F_y Es la máxima fuerza que soporta la estructura en el rango elástico. En función de μ_s y μ_e los parámetros d_1 y d_2 se transforman en

$$d_1 = \mu_s \quad d_2 = 2(\mu_e - 1) \quad (4.7)$$

Al variar el coeficiente a desde 1.1 hasta 1.9 varía la trayectoria de daño para la estructura analizada. Ello se muestra en la figura 4.3. Evidentemente en la medida que el valor a crece el I.D. también crece.

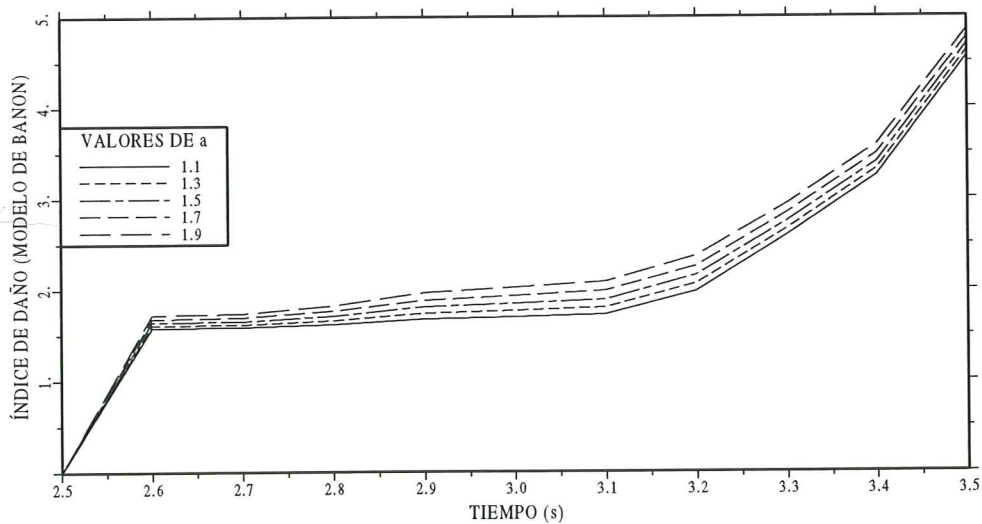


Figura 4.3 Variación de a en el cálculo del índice de daño. Modelo de Banon y Veneziano (1982).

Para el rango elástico el valor del índice de daño del modelo de Banon y Veneziano es cero y no tiene cota superior. Nótese que existen valores superiores a 4.

4.2.3 Modelo de Park y Ang

La función de daño de Park y Ang^(3,4), una de las más empleadas en estructuras de hormigón armado, está definida en la ecuación (4.8).

$$ID = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta E_h}{F_y \delta_y \mu_{\text{mono}}} \quad (4.8)$$

- μ_{mono} Es la ductilidad del elemento debido a cargas monotónicas.
 β Factor experimental de calibración del deterioro de esfuerzos.
 Al reemplazar (4.6) en (4.8) se obtiene

$$ID = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (4.9)$$

El valor de β no es fácil de definir, Y. Park⁽³⁾ inicialmente presentó la ecuación (4.10) para su evaluación, basándose en resultados experimentales.

$$\beta = [0.37\eta_o + 0.36(k_p - 0.2)^2] 0.9^{\rho_s} \quad (4.10)$$

η_o y ρ_s fueron definidos en las ecuaciones (3.31) y (3.37) del capítulo anterior.

$$k_p = \frac{pt f_y}{0.85 f'_c} \quad (4.11)$$

$$pt = \frac{A_s}{b * d} \quad (4.12)$$

Posteriormente Park⁽⁵⁾ modificó la ecuación por la (4.13) para determinar β .

$$\beta = \left(-0.447 + 0.73 \frac{L_s}{d} + 0.24\eta_o + 0.314pt \right) 0.7^{\rho_s} \quad (4.13)$$

$\frac{L_s}{d}$ Es la relación del claro de cortante.

Lo cierto es que β es función de la carga axial, del claro de cortante, de la sección transversal y de la armadura longitudinal y transversal. Se destaca que β no es función de la excitación sísmica, es decir, no depende de la historia de carga. Investigaciones realizadas⁽⁶⁾ han demostrado que β varía entre 0.03 y 1.2 con un valor medio de 0.15

La respuesta del índice de daño al variar β en el rango indicado se presenta en la figura 4.4.

En el modelo de Park, no se aprecia cuando la estructura entra en el rango inelástico, a diferencia de los dos modelos enunciados. Por otra parte, la variación de β es significativa a pesar de que la disipación de energía inelástica en la estructura analizada no es mayor. El modelo no tiene una cota superior.

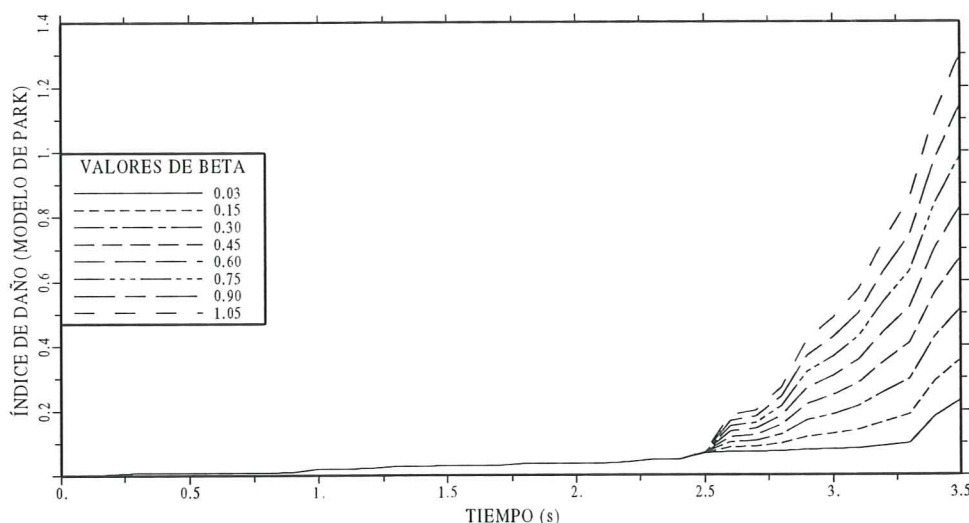


Figura 4.4 Variación de β en el cálculo del índice de daño. Modelo Y. Park y A. Ang (1984).

4.2.4 Modelo de Daali

El modelo de daño propuesto por Daali⁽⁷⁾ es una modificación del de Park. Efectivamente se mantiene el primer término de la ecuación (4.8), y en el segundo término se relaciona la energía disipada inelásticamente con la deformación residual plástica.

$$ID = \frac{\mu_s}{\mu_{\text{mono}}} + \frac{\beta \sum (\mu_i - 1)}{\mu_{\text{mono}}} \quad (4.14)$$

$$\mu_i = \frac{\delta r_{pi}}{\delta_y} + 1 \quad (4.15)$$

δr_{pi} Es el desplazamiento residual plástico en el ciclo i .

En la figura 4.5 se presenta la variación del parámetro β en el cálculo del I.D. Nótese que no se diferencia el inicio del rango inelástico y, aparentemente, la variación de β no es significativa como en el modelo de daño de Park.

4.2.5 Modelo de Soo, Meyer y Shinozuka

El modelo de daño propuesto por Soo, Meyer y Shinozuka⁽⁸⁾ presenta una forma de cálculo un tanto diferente a los anteriores, y está basado en el número de ciclos que la estructura incursiona en el rango no lineal y en la curvatura del momento de fallo, que se explicará posteriormente. La ecuación (4.16) define el índice de daño.

$$ID = \sum_i \left(\alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right) \quad (4.16)$$

i Es el indicador del nivel de desplazamiento o curvatura.

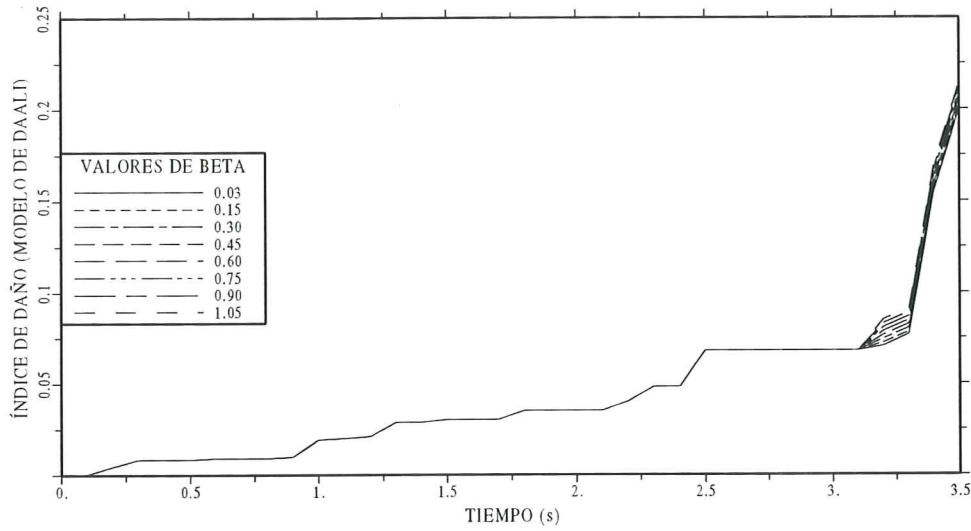


Figura 4.5 Variación de β en el cálculo del índice de daño. Modelo de Daali (1995).

- N_i Es el número total de ciclos que causan el fallo en el nivel de curvatura i , definido en (4.17).
- n_i Es el número actual de ciclos en el nivel de curvatura i .
- α_i Es un parámetro modificador del daño.
El significado de los signos + y - ha sido indicado con detenimiento en los capítulos anteriores.

No todos los ciclos de carga son contabilizados, sino únicamente aquellos que superan la curvatura cedente y además que esten sobre la primera línea de rigidez 2 (línea entrecortada) de la figura 2.8.

$$N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i} \tag{4.17}$$

$$M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1} \tag{4.18}$$

$$\Phi_i = \frac{\phi_i}{\phi_f} \tag{4.19}$$

- M_{fi} Es el momento de fallo para el nivel de curvatura i .
- M_f Es el momento de fallo, definido en apartado 3.7 de capítulo 3.
- ϕ_f Es la curvatura de fallo, definido en apartado 3.7 de capítulo 3.
- ΔM_i Está definido en figuras 2.10 y 2.11 del capítulo 2.

El modelo considera la historia de la carga a que ha estado sometida la estructura por medio del parámetro α_i , que considera la energía disipada inelásticamente.

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \tag{4.20}$$

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} M_{ij}^+}{n_i^+ \left[M_{i1}^+ - \frac{(N_i^+ - 1)\Delta M_i^+}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (4.21)$$

$$K_i^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+} \quad (4.22)$$

$$\bar{K}_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} K_{ij}^+ \quad (4.23)$$

K_i^+ Es la rigidez durante el ciclo j de carga en el nivel i .

\bar{K}_i^+ Es la rigidez promedio durante N_i^+ ciclos de carga en el nivel i .

$$M_{ij}^+ = M_{i1}^+ - (j - 1)\Delta M_i^+ \quad (4.24)$$

M_{ij}^+ Es el momento alcanzado en el ciclo de carga j para el nivel i .
Para el signo - las ecuaciones son

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} K_{ij}^-}{n_i^- \times \bar{K}_i^-} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (4.25.1)$$

$$\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} M_{ij}^-}{n_i^- \left[M_{i1}^- - \frac{(N_i^- - 1)\Delta M_i^-}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^- + \phi_{i-1}^-}{2\phi_i^-} \quad (4.25.2)$$

$$K_i^- = \frac{M_{ij}^-}{\phi_i^-} \quad (4.26)$$

$$\bar{K}_i^- = \frac{1}{N_i^-} \sum_{j=1}^{N_i^-} K_{ij}^- \quad (4.27)$$

$$M_{ij}^- = M_{i1}^- - (j - 1)\Delta M_i^- \quad (4.28)$$

Para la estructura analizada los valores de I.D. que se obtienen con el modelo de Soo, Meyer y Shinozuka, que en posteriormente se identificará como modelo de Mayer, se presentan en la figura 4.6.

A diferencia de los otros modelos, el índice de daño empieza a cuantificarse después de 1 ciclo de carga en el rango no lineal, en la figura 4.6 se aprecia que alrededor de 3.12 segundos empieza a medirse.

Existen otros modelos de cálculo del índice de daño⁽⁸⁾ como el de Coffin, Mason y Miner, pero están orientados a estructuras de acero en que la fatiga del material es un factor importante en la evaluación del daño.

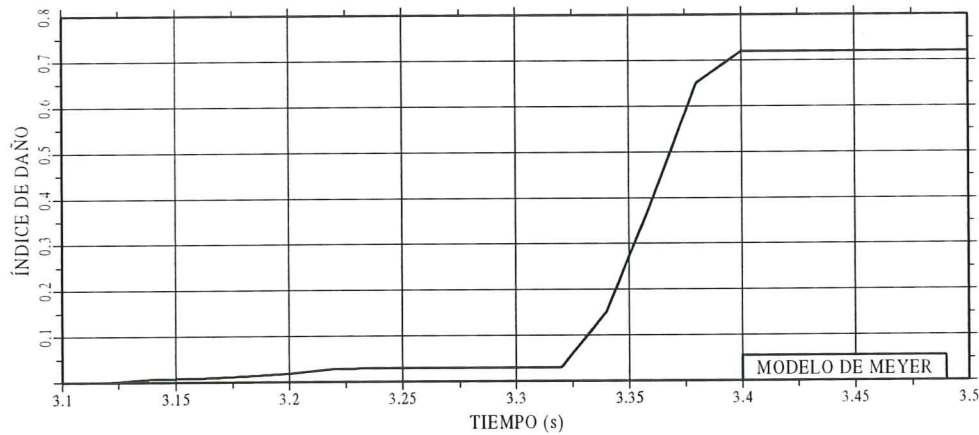


Figura 4.6 Trayectoria del índice de daño con el modelo propuesto por Soo, Meyer y Shinozuka, (1989).

4.3 NORMALIZACIÓN DEL ÍNDICE DE DAÑO

Para poder comparar los valores de I.D. con los diferentes modelos presentados en el apartado anterior es necesario normalizar el daño de alguna manera. En éste capítulo se normaliza de tal forma que si la estructura se encuentra en el rango elástico el $ID = 0$ y si toda la estructura colapsa, el valor de $ID = 1$. Hay dos formas de hacerlo. La primera calculando directamente el I.D. con la normalización indicada, y la segunda a partir de un índice de daño dado normalizarlo de acuerdo con la condición indicada.

Las funciones de daño indicadas en el apartado anterior son a nivel local del elemento, y las trayectorias de daño indicadas no han sido normalizadas, y son a nivel de estructura. Para tal efecto se ha utilizado la ecuación (4.29)

$$ID_t = \sum_{i=1}^n ID_i \frac{E_i}{E_t} \quad (4.29)$$

ID_i Es el índice de daño del elemento i .

ID_t Es el índice de daño de la estructura.

E_i Es la energía del elemento i .

E_t Es la energía total de la estructura.

La trayectoria de daño normalizada para la estructura analizada y para el modelo de Lybas y Sozen se presenta en la figura 4.7.

Nótese que ahora el índice de daño alcanza un valor máximo de 0.85, a diferencia del obtenido en la figura 4.1 por la normalización.

En la figura 4.8 se presenta la trayectoria de daño para el modelo de Banon y Veneziano.

Realmente, en la figura 4.8 lo que se quiere presentar es la variación del coeficiente a del modelo de Banon y Veneziano en el cálculo del I.D., pero normalizando el daño. Como los valores sin normalizar son bastante altos, como se aprecia en la figura 4.3, al normalizar se ha obtenido una sola curva situación que no se presenta con los modelos de Park y Daali, en los cuales los valores son bajos.

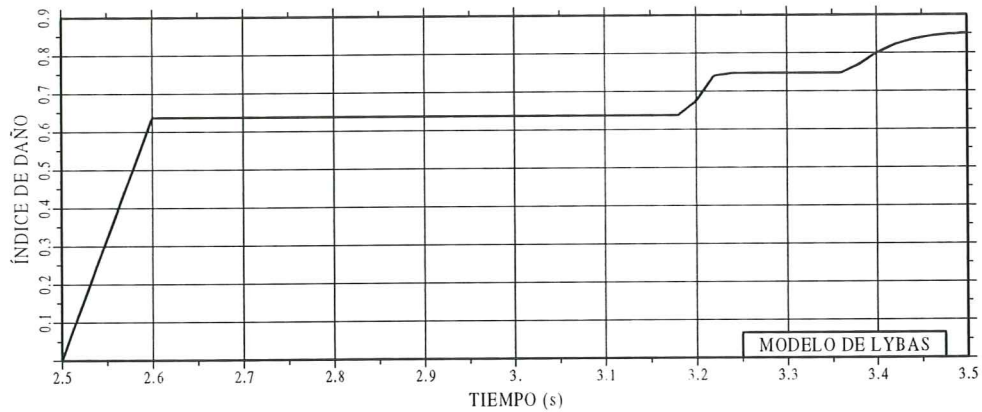


Figura 4.7 Trayectoria de daño normalizado para el modelo de Lybas y Sozen

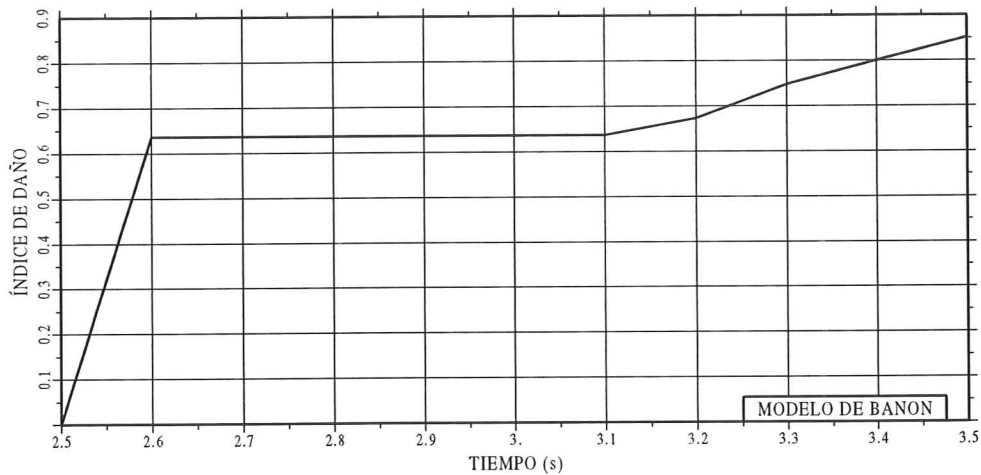


Figura 4.8 Trayectoria de daño normalizada para el modelo de Banon y Veneziano

Las figuras 4.1 y 4.3, donde se evalúa el índice de daño con los modelos de Lybas y Banon, no se pueden comparar porque no están normalizados. En cambio ello sí se puede hacer en las figuras 4.7 y 4.8

En el gráfico 4.9 se indica el índice de daño normalizado para diferentes valores de β del modelo de Y. Park. Es interesante notar que para 3.5s, cuando la estructura presenta colapso, se tiene el mismo índice de daño para los valores de β que van desde 0.60 a 1.05. Algo similar se apreciará con ésta variable en el modelo de Daali cuando la estructura está severamente dañada.

En la figura 4.10 se presenta la trayectoria de daño normalizado utilizando el modelo de Daali. Nótese que a partir de los 3.4 s el índice de daño es independiente del valor de β .

Para el modelo de Meyer, en la figura 4.11 se presenta la trayectoria de daño normalizado.

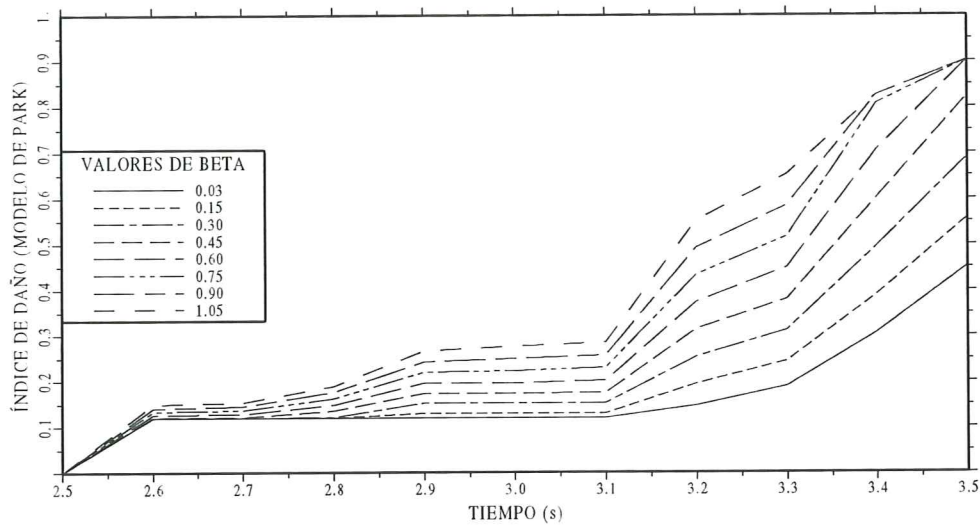


Figura 4.9 Variación de β en el cálculo del índice de daño normalizado. Modelo de Y. Park.

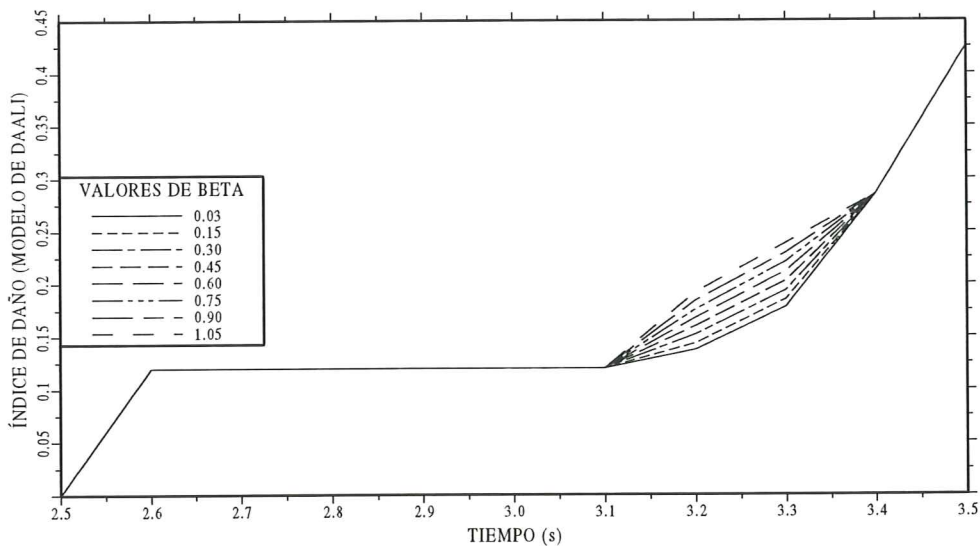


Figura 4.10 Variación de β en el cálculo del índice de daño normalizado. Modelo de Daali.

4.4 CONCEPTOS ENERGÉTICOS

Siendo la energía un concepto fundamental en la evaluación del daño es necesario hablar sobre su cuantificación para los fines que se persiguen. A partir del sistema de ecuaciones diferenciales para sistemas de n grados de libertad, se demuestra⁽¹⁰⁾ que

$$E_I = E_k + E_d + E_s + E_h \tag{4.30}$$

- E_I Es la energía que absorbe el sistema debido a la acción sísmica.
- E_k Es la energía cinética de la estructura.
- E_d Es la energía disipada por amortiguamiento viscoso.

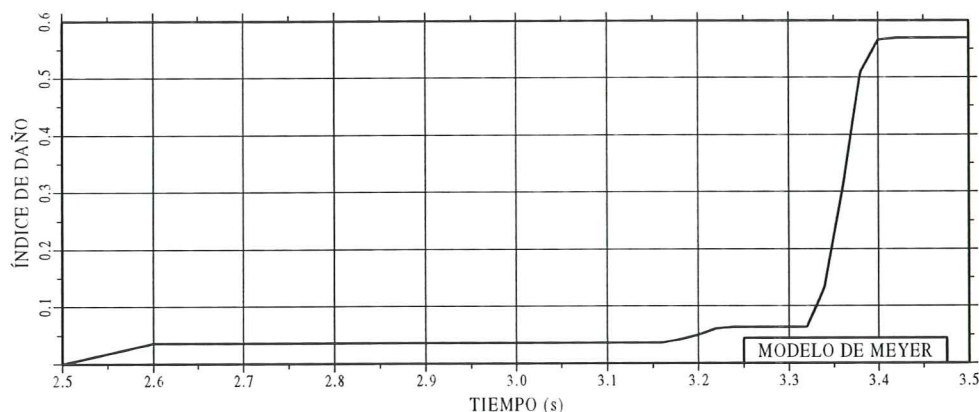


Figura 4.11 Trayectoria de daño normalizado. Modelo de Meyer

La energía inelástica E_h y la energía elástica o de deformación E_s han sido señaladas a lo largo del capítulo, debiendo indicarse como se calculan.

$$E_s + E_h = \int_0^t R[D(t)] \dot{D}(t) dt \quad (4.31)$$

$R[D(t)]$ Es la fuerza que actúa en el sistema.

$D(t)$ Es el desplazamiento del sistema.

$\dot{D}(t)$ Es la velocidad del sistema.

Cuando la estructura se encuentra en el rango elástico, al aplicar la ecuación (4.31) se obtendrá E_s y cuando ingresa en el rango inelástico se obtiene E_h .

REFERENCIAS

1. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444, University of Illinois, Urbana, 1977.*
2. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 10, pp 179-193, 1982.*
3. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, 1984.*
4. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *Technical Report NCEER-87-0008. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.*
5. Y. Park, A. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE 111, pp 722-739, 1985.*
6. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "An evaluation of the use of damage functionals in earthquake-resistant design", *Proceedings of Nineth Europa Conference Earthquake Engineering, pp 303-312, Moscow, 1990.*

8. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *A.C.I. American Concrete Institute, Structural Journal Vol 86, N.- 3, pp 259-271*, 1989.
9. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 22, pp 855-868*, 1993.
10. H. Kuwamura, T. Galambos, "Earthquake load for structural reliability" *Journal of Structural Engineering, Vol 15, N.- 6 ASCE, pp 1446-1462*, 1989.

CAPÍTULO 5

ESTUDIO COMPARATIVO DE ÍNDICES DE DAÑO

5.1 INTRODUCCIÓN

Como se habrá observado en el capítulo anterior existen algunos modelos para cuantificar el índice de daño, pero es muy escasa la literatura que estudia la relación que existe entre las diferentes funciones de daño. Ello se pretende analizar en éste capítulo, considerando una estructura y no un sistema de un solo grado de libertad⁽¹⁾, por la importancia que tiene al actuar en forma de cadena los diferentes elementos estructurales. Éste trabajo no se ha realizado indudablemente por la gran complejidad y tiempo que demandaría considerar un gran número de estructuras con diferente tipo de armado, y sometarlas a la acción sísmica para evaluar el daño con los diferentes modelos.

El pórtico plano descrito en el apartado 4.1.1 servirá de base para encontrar las relaciones que existen entre las diferentes funciones de daño empleando diferentes modelos constitutivos del material. Factor fundamental a tomar en cuenta es el comportamiento de la estructura en el rango inelástico. En efecto, como se verá posteriormente, las relaciones entre los diferentes modelos de daño dependen de si la estructura es dúctil o frágil. El pórtico plano indicado en el apartado 4.1.1 se considera dúctil debido a que la ductilidad local por curvatura, sin considerar deterioro de adherencia, se halla alrededor de 17 en la viga y de 15 en la columna. Con objeto de mantener el mismo período fundamental se cambia la resistencia del hormigón de 300 kg/cm² a 210 kg/cm², y la fluencia del acero se sube de 2800 kg/cm² a 4200 kg/cm². En estas condiciones la ductilidad por curvatura se halla alrededor de 8 en la viga y de 7 en columnas, siendo por tanto su comportamiento frágil. Es de ésta forma como se las identificará a continuación.

5.2 SISMOS DE ANÁLISIS

Se han considerado dos registros sísmicos. Uno de alta frecuencia, como es el sismo de Loma Prieta 89.10.18 cuyo registro es de Corralito Eureka Canyon, y otro de frecuencia intermedia, que corresponde al sismo de Tokachi Oki del 68.05.16 registrado en Hachinoe Harbour. Con objeto de que produzcan daño éstos han sido normalizados adecuadamente. En las figuras 5.1 y 5.2 se presentan los acelerogramas normalizados respectivamente.

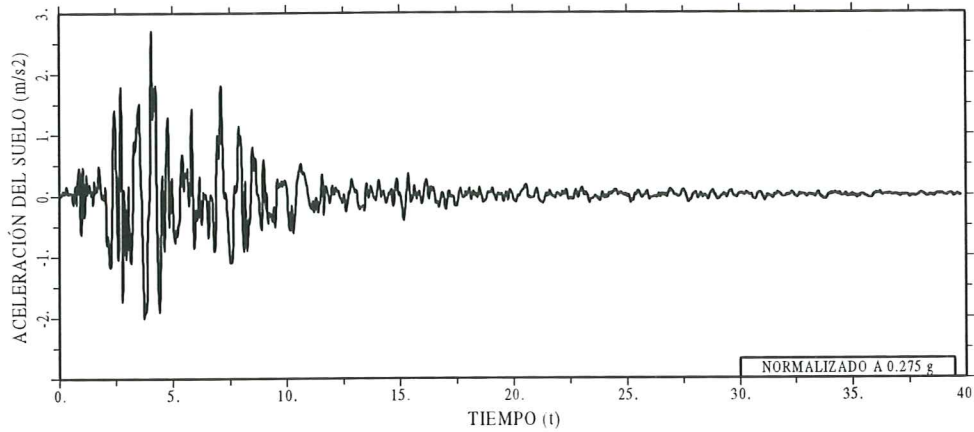


Figura 5.1 Registro del sismo de Loma Prieta normalizado a 0.275 g. (89.10.18).

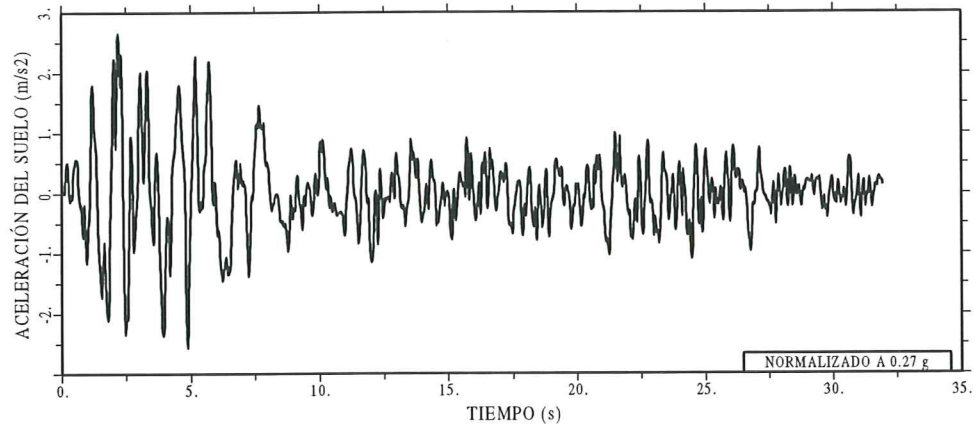


Figura 5.2 Acelerograma del sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.27 g (68.05.16).

5.3 ESTRUCTURA FRÁGIL

Para entrar a trabajar en el rango no lineal éste tipo de estructuras necesitan una fuerza muy alta, pero una vez que se encuentran en el rango plástico no son capaces de resistir algunos ciclos de carga histerética, produciéndose el colapso de forma brusca.

5.3.1 Sismo de Loma Prieta

Se consideran los modelos constitutivos de Clough, Roufaiel, Muto y Kustu indicados en el capítulo 2 para definir la no linealidad del material. La energía disipada inelásticamente E_h es fundamental analizarla previamente, razón por la cual en la figura 5.3 se presenta la disipación de energía por unidad de masa.

Del análisis de la figura 5.3 se desprenden dos aspectos notables a saber:

- La energía disipada inelásticamente, antes de que un elemento colapse y finalice el análisis dinámico, es muy baja.
- Prácticamente no existe variación en el cálculo de la energía inelástica al

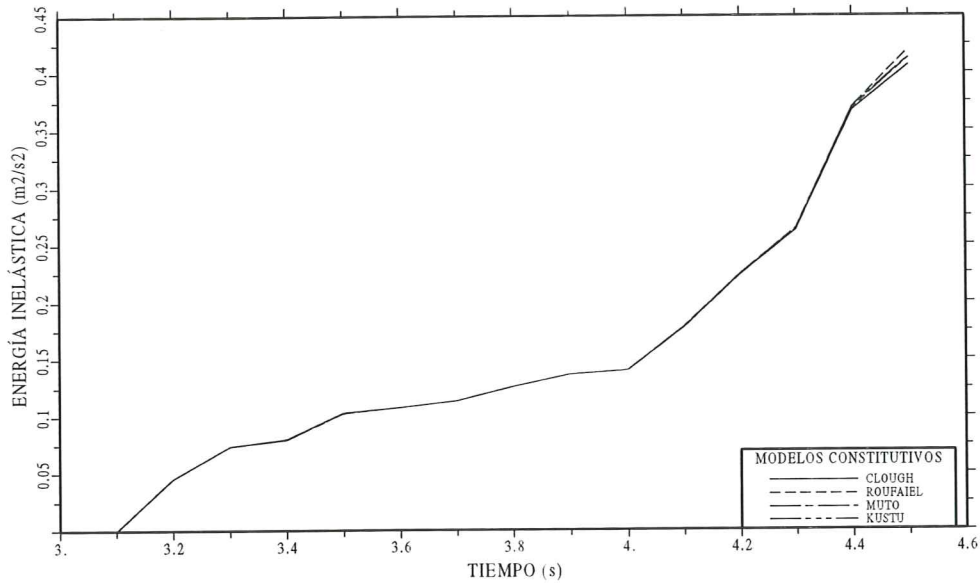


Figura 5.3 Variación de la energía inelástica de la estructura frágil empleando diferentes modelos constitutivos del material.

considerar diferentes modelos constitutivos del material. En parte ello se debe al poco tiempo que la estructura incursiona en el rango no lineal (1.4 s).

Los modelos de daño presentan en sus formularios la energía inelástica normalizados con respecto a la energía elástica del sistema. En la figura 4.4 se presenta la energía elástica más la energía inelástica obtenida con los diferentes modelos constitutivos. Además, se indica la energía elástica o de deformación.

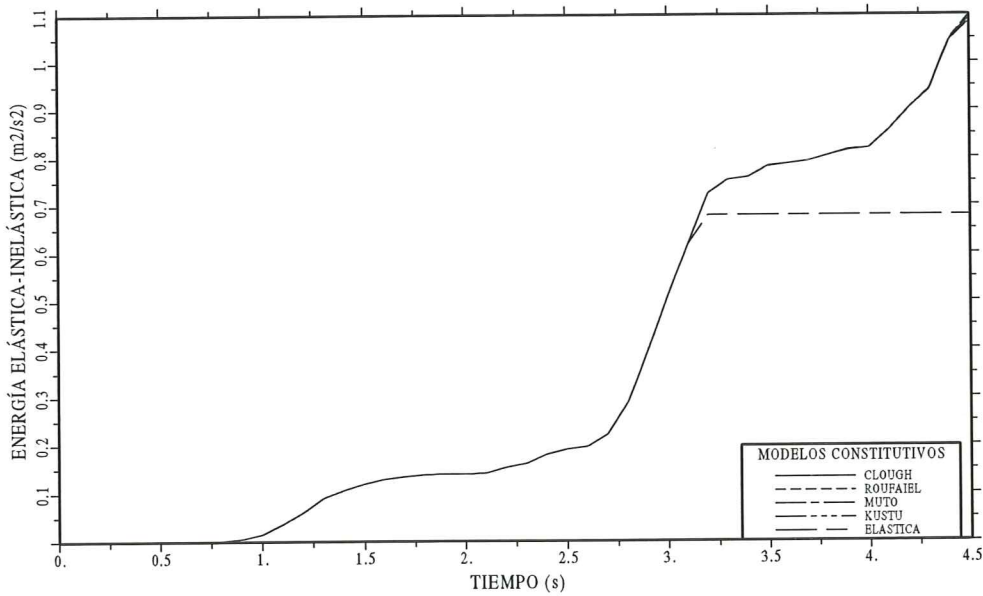


Figura 5.4 Variación de la energía elástica más la energía inelástica con los diferentes modelos constitutivos del material considerados.

De la figura 5.4 se desprende que la relación E_h / E_s es menor que 0.7,

valor muy bajo por lo que el cálculo del índice de daño estará gobernado por la relación entre el desplazamiento máximo alcanzado, ya sea con relación al desplazamiento de fluencia o con relación al desplazamiento último según cual sea la función de daño que se considera.

En la figura 5.5 se indica la trayectoria del índice de daño que se obtiene al emplear los modelos de daño de Lybas y Sozen⁽²⁾, Banon y Veneziano⁽³⁾, Y. Park y A. Ang⁽⁴⁾ y Daali⁽⁵⁾, y se ha utilizado para todos los casos el modelo constitutivo de Clough.

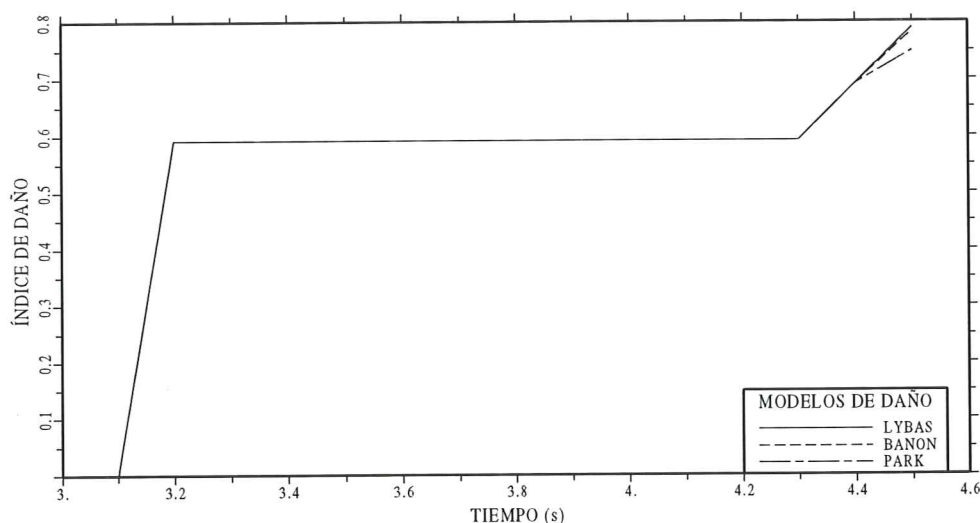


Figura 5.5 Comparación de las trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño. Modelo de Clough utilizado para la no linealidad del material.

La trayectoria de daño obtenida con la función propuesta por Daali es exactamente la misma que la obtenida con la función de Lybas. Por esta razón en la figura 5.5 hay tres curvas en lugar de cuatro. Nótese que la variación entre las tres es mínima, razón por la cual se puede indicar para fines prácticos que hay una sola curva.

El índice de daño que se presenta ha sido normalizado de tal manera que cuando la estructura se encuentra en el rango elástico el I.D. es cero y cuando la estructura colapsa totalmente el I.D. es uno, tal como se indicó en numeral 4.3.

Al utilizar el modelo constitutivo de Roufaiel las trayectorias de daño utilizando los modelos de daño indicados se presenta en la figura 5.6.

Los comentarios que se pueden hacer de la figura 5.6 y de las figuras 5.7 y 5.8, que se presentarán posteriormente al utilizar los modelos constitutivos de Muto y Kustu, son los mismos a los indicados al utilizar el modelo de Clough. Ésto se debe a que la energía disipada inelásticamente por los cuatro modelos se puede considerar la misma, tal como muestra la figura 5.3.

No se ha incluido en las figuras presentadas los resultados obtenidos con el modelo de Y. Soo, C. Meyer y M. Shinozuka⁽⁶⁾, debido a que los resultados

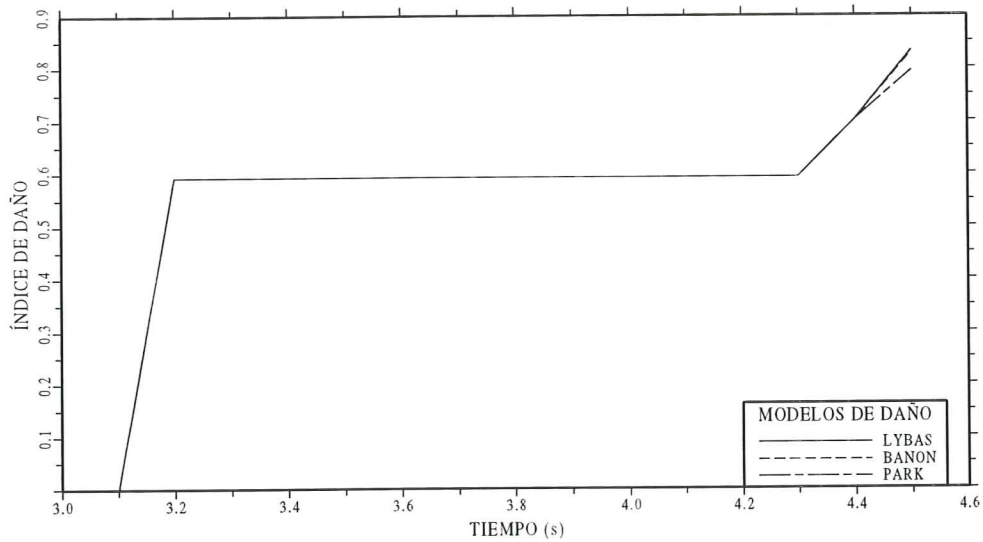


Figura 5.6 Comparación de las trayectorias de daño empleando diferentes modelos. No linealidad del material definido por el modelo de Roufaiel.

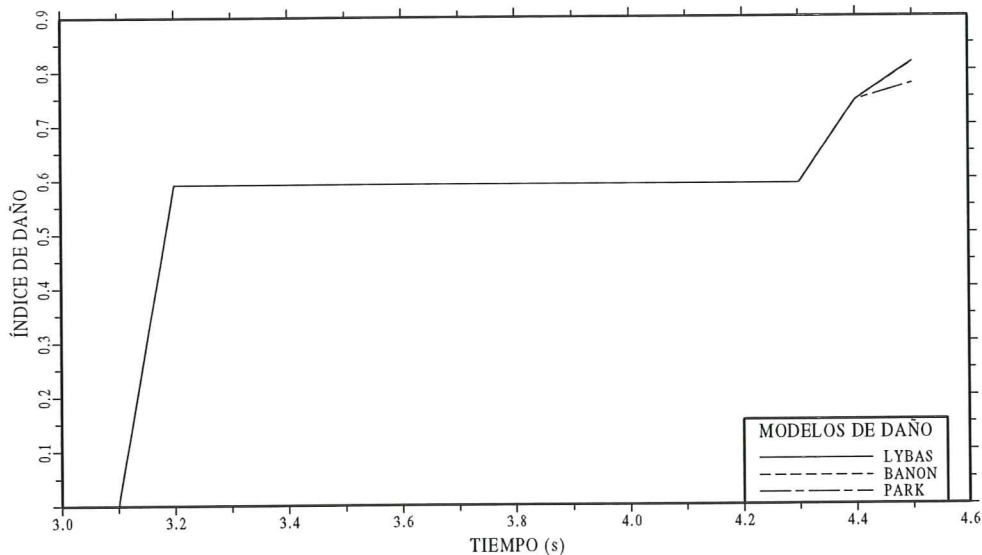


Figura 5.7 Comparación de las trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño. Modelo de Muto utilizado para la no linealidad del material.

obtenidos no son comparables con las trayectorias de daño presentadas, sus valores son muy bajos y ello se debe a que las estructuras frágiles no tienen mayor incursión en el rango no lineal, los ciclos histeréticos son muy bajos.

En el cálculo del índice de daño con los modelos de Park y Daali se ha utilizado el valor de $\beta = 0.15$, y para el modelo de Banon y Veneziano se ha considerado $a = 1.1$ y $b = 0.38$.

5.3.2 Sismo de Tokachi Oki

Este sismo permite que la estructura incurriera mayor tiempo en el rango no lineal y, a diferencia del sismo de Loma Prieta en que el colapso de un elemento

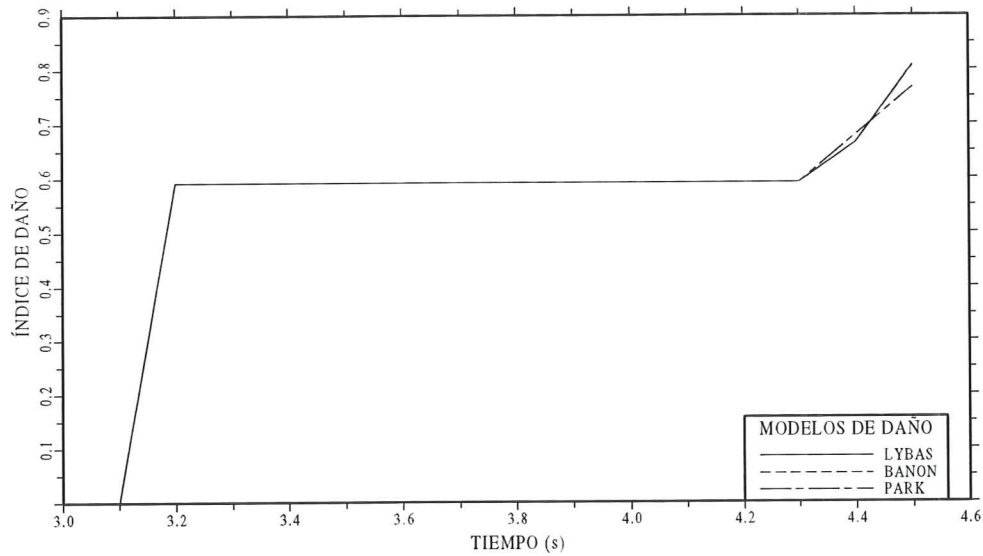


Figura 5.8 Comparación de las trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño. Modelo de Kustu utilizado para la no linealidad del material.

de la estructura se presentaba al mismo tiempo no dependiendo del modelo constitutivo del material, los modelos de Muto y Roufaiel incursionan mayor tiempo y por lo tanto disipan más energía inelástica, tal como se aprecia en la figura 5.9.

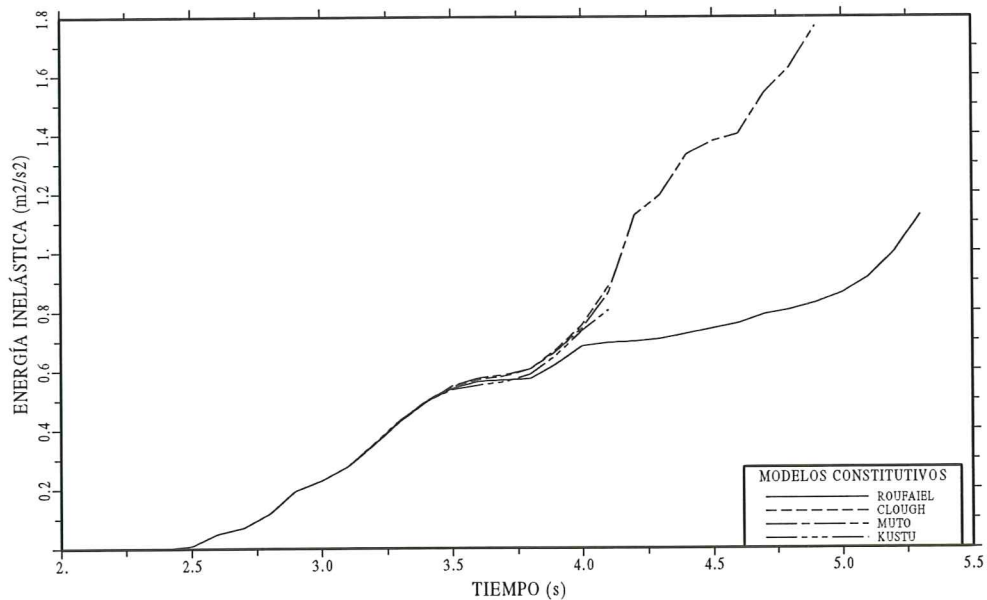


Figura 5.9 Comparación de la energía disipada inelásticamente empleando cuatro modelos constitutivos del material.

Para los modelos constitutivos de Clough y Kustu la relación de E_h/E_s es ligeramente superior a la unidad, y con los otros modelos es mayor pero no significativamente, lo cual se aprecia en la figura 5.10. Todo esto influye en la trayectoria de los índices de daño con los diferentes modelos que se analizan.

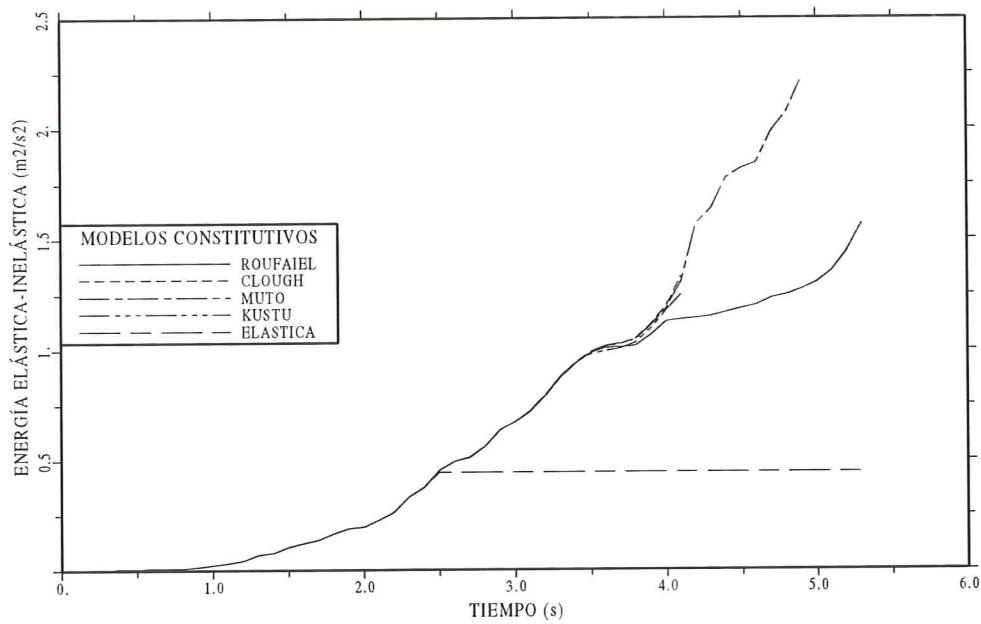


Figura 5.10 Variación de la energía elástica más la energía inelástica empleando cuatro modelos constitutivos del material.

En la figura 5.11 se comparan las trayectorias de I.D. para los modelos de daño de Lybas y Banon empleando el modelo constitutivo de Clough en la no linealidad del material. Los índices de daño obtenidos con los modelos de Y. Park y A. Daali dan lugar a los mismos valores que el modelo de Lybas. En las estructuras frágiles es de esperar que el I.D. que se obtienen con los modelos de Y. Park y de Daali sean iguales o muy parecidos, debido a que no disipan mayor cantidad de energía inelástica. En este caso también se tiene igualdad con el modelo de Lybas, en virtud de que el modelo constitutivo de Clough ha disipado poca energía como se aprecia en las figuras 5.9 y 5.10.

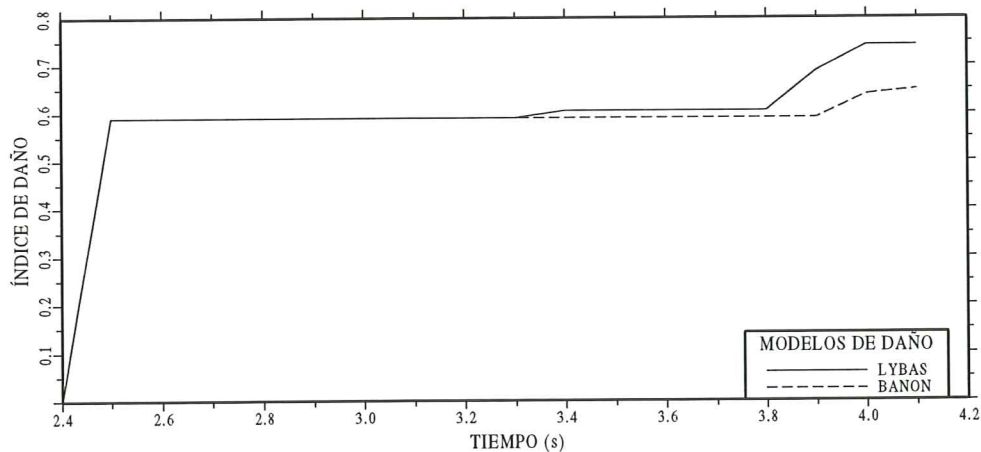


Figura 5.11 Comparación de las trayectorias de daño entre los modelos de Lybas y Banon. No linealidad del material: Modelo de Clough.

Al emplear el modelo constitutivo de Roufaiel también se obtiene que el I.D. obtenido con los modelos de Park, Daali y Lybas son iguales, situación igual

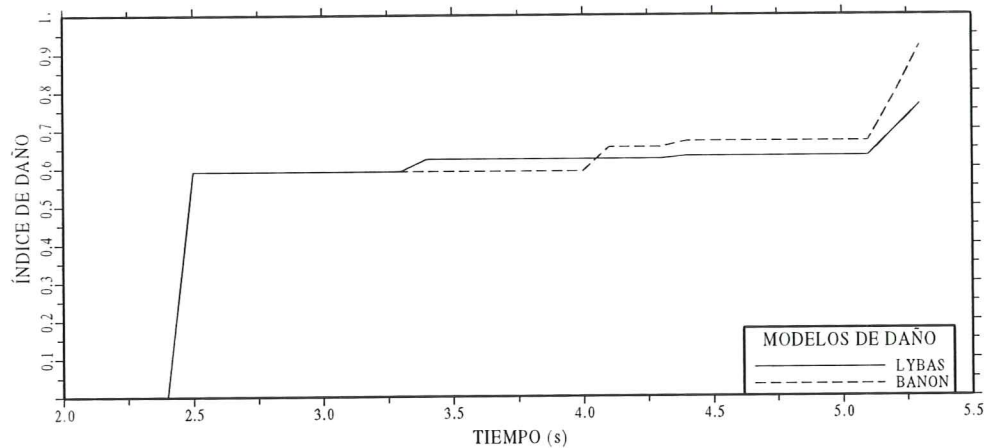


Figura 5.12 Variación de las trayectorias de daño entre los modelos de Lybas y Banon. No linealidad del material: Modelo de Roufaiel.

a la que se obtuvo al emplear el modelo de Clough. En la figura 5.12 se observa que el modelo de daño de Banon presenta valores más altos que el modelo de Lybas, debido a que con el modelo de Roufaiel se disipó mayor cantidad de energía. En la figura 5.11 la situación es al revés. La curva de Lybas está sobre la de Banon porque el modelo constitutivo de Clough disipa poca energía. Pero en realidad, en los casos analizados la diferencia no es significativa en la mayor parte de tiempo en que la estructura permanece en el rango no lineal. Cuando está próxima al colapso esta diferencia se incrementa ligeramente.

En la figura 5.12 se presentan los resultados obtenidos empleando el modelo de Kustu. Aquí únicamente hay igualdad entre las funciones de daño de Daali y de Park porque el modelo constitutivo de Kustu libera muy poca energía.

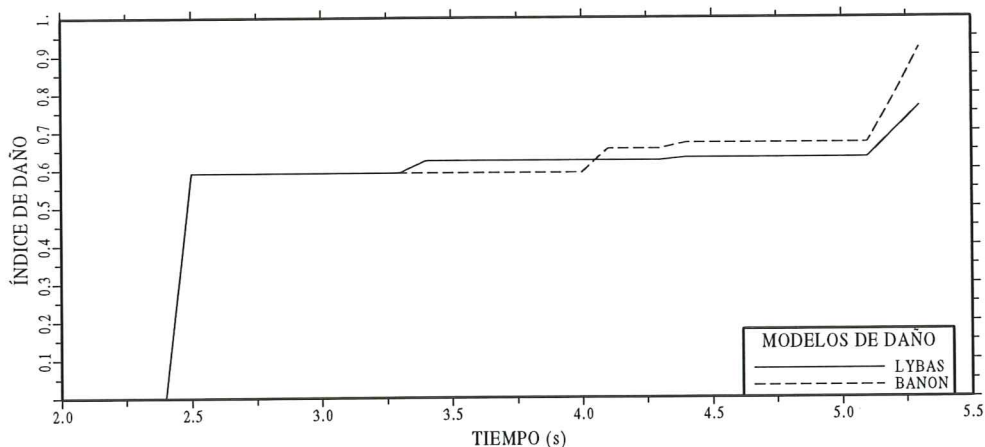


Figura 5.12 Comparación de trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño. No linealidad del material: Modelo de Kustu.

5.4 ESTRUCTURA DÚCTIL

A diferencia de las estructuras frágiles, las dúctiles permiten un mayor desplazamiento antes del colapso, lo cual se comprueba en el presente trabajo. Por otra parte, en las estructuras analizadas con la estructura frágil el colapso se presenta normalmente en un solo elemento. En cambio, con la estructura dúctil el colapso se presenta en un elemento o en varios elementos simultáneamente.

Los resultados que se han obtenido en éste apartado han obligado a separar los modelos de daño en dos grupos, a saber:

- Los índices de daño obtenidos con los modelos de Lybas y Banon.
- Los índices de daño encontrados con los modelos de Daali, Park y Meyer.

5.4.1 Sismo de Loma Prieta

Para el análisis el registro del sismo de Loma Prieta ha sido normalizado a 0.19 g. Se calculó con los cuatro modelos constitutivos con que se ha venido trabajando, habiéndose encontrado que los resultados con el modelo constitutivo de Clough son iguales a los resultados obtenidos con el modelo de Kustu, y que los resultados hallados con el modelo constitutivo de Roufaiel son iguales a los resultados de Muto. Por ésta razón en este apartado únicamente se indicarán dos modelos constitutivos del material.

En la figura 5.14 se indica la energía disipada inelásticamente por la estructura utilizando los modelos constitutivos de Clough y Roufaiel, encontrando que ambas disipan aproximadamente la misma cantidad de energía por unidad de masa, pero con una diferencia. Con el modelo de Clough el pórtico plano colapsa antes que con el modelo de Roufaiel.

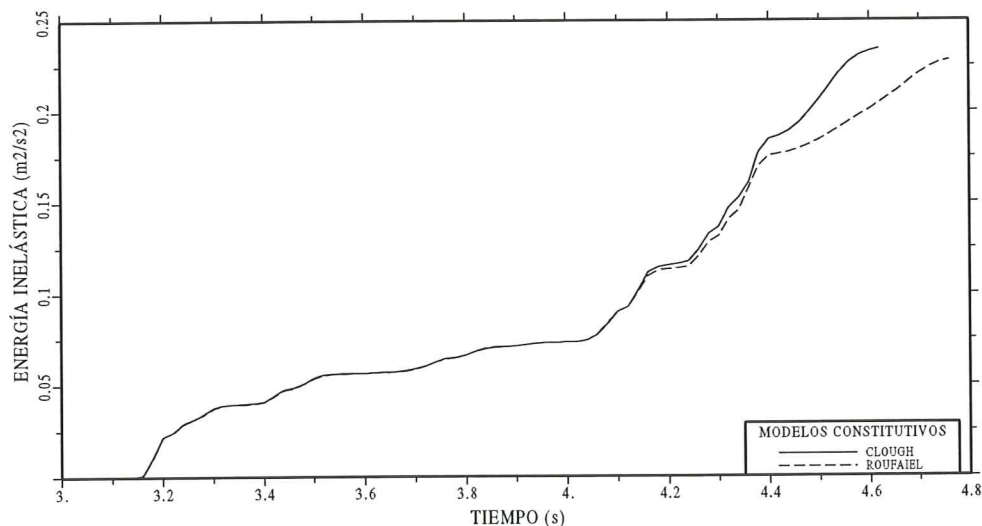


Figura 5.14 Energía disipada inelásticamente por estructura dúctil. Registro de Loma Prieta normalizado a 0.19g.

La energía de deformación del pórtico analizado se muestra en la figura 5.15, notándose que la energía elástica es mayor que la energía inelástica, con lo

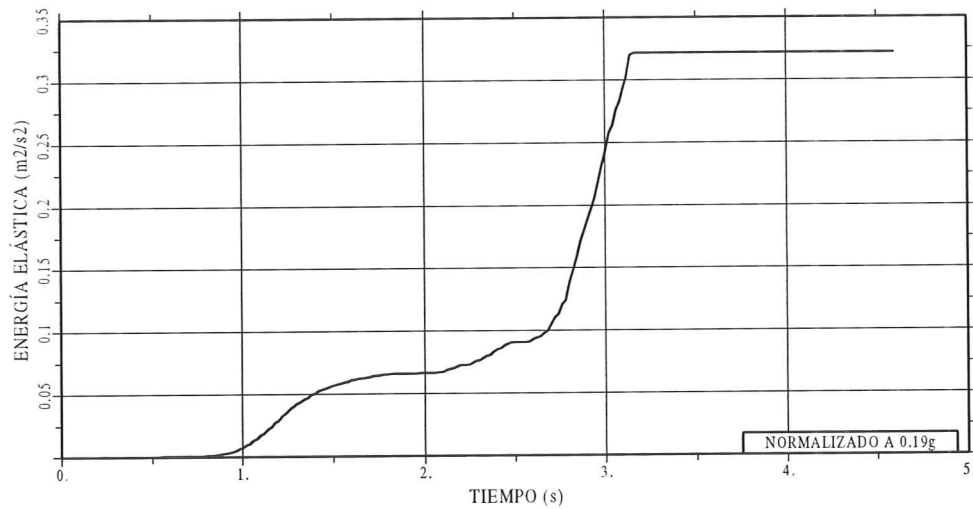


Figura 5.15 Energía de deformación en estructura dúctil. Sismo de Loma Prieta normalizado a 0.19g.

cual la relación de energía inelástica a elástica es menor que uno.

En la figura 5.16 se indica el desplazamiento lateral del pórtico obtenido empleando el modelo constitutivo de Clough. El colapso se produce cuando el desplazamiento es ligeramente mayor a los 2 cm. Se destaca que el pórtico es de 2.50 m.

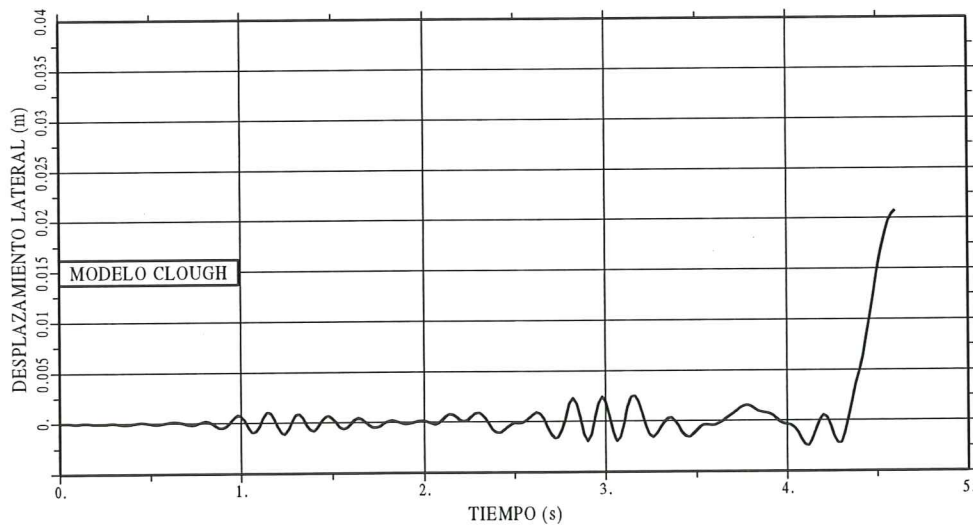


Figura 5.16 Desplazamiento lateral del pórtico plano. Modelo constitutivo del material: Clough.

Al emplear el modelo constitutivo de Roufaiel, el desplazamiento lateral máximo, que lleva al colapso a la estructura, supera los 3.5 cm, tal como se aprecia en la figura 5.17. Al comparar los resultados obtenidos con los dos modelos constitutivos del material se concluye que el modelo de Clough, que no considera degradación de rigidez, degradación de resistencia y cierre de grietas por corte, no es una cota superior que reportaría los máximos desplazamientos,

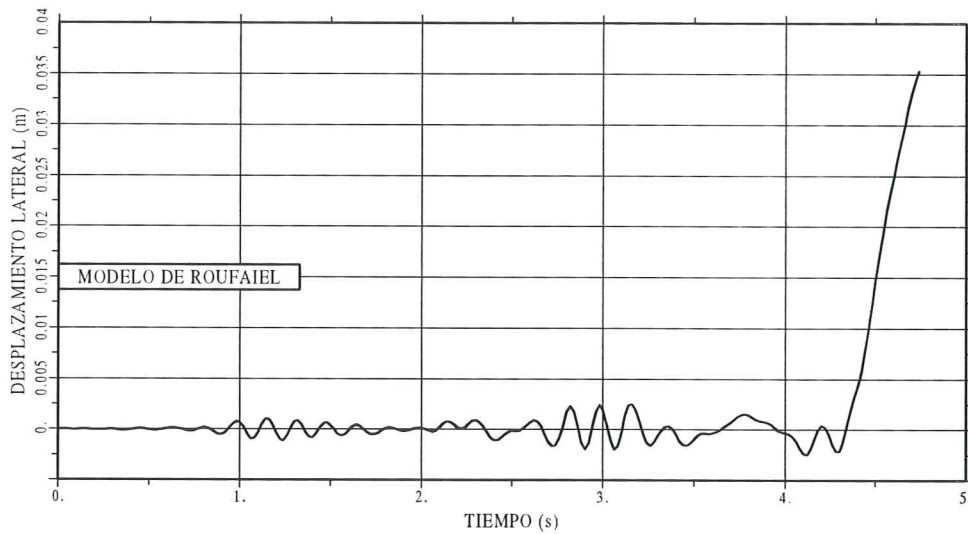


Figura 5.17 Desplazamiento lateral del pórtico plano. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

como se podría pensar. En la investigación realizada se han presentado algunos casos en que sí lo es.

En la figura 5.18 se muestra la trayectoria de daño empleando los modelos de daño de Lybas y Banon. Cerca del colapso las dos curvas se diferencian con valores ligeramente superiores en el modelo de Lybas.

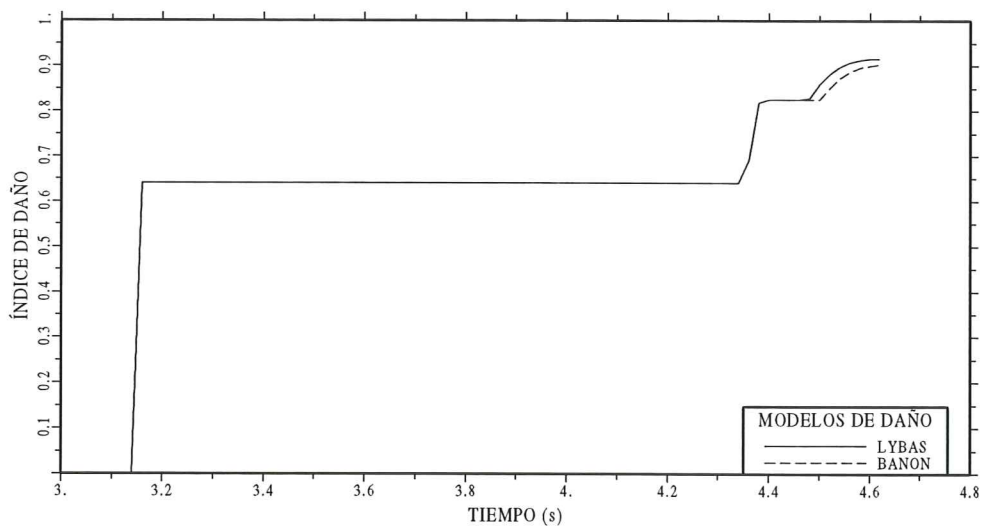


Figura 5.18 Trayectoria de daño para el sismo de Loma Prieta normalizado a 0.19g. Modelo constitutivo del material: Clough.

Las trayectorias de daño que se obtienen con los modelos de Daali, Park y Meyer se presentan en la figura 5.19. Si bien es cierto estos tres modelos presentan trayectorias diferentes en el colapso, tienden a un valor común que está alrededor de 0.50, habiendo coincidencia de valores entre los modelos de daño de Park y Meyer. El modelo de Daali reporta resultados ligeramente menores en el fallo de la estructura.

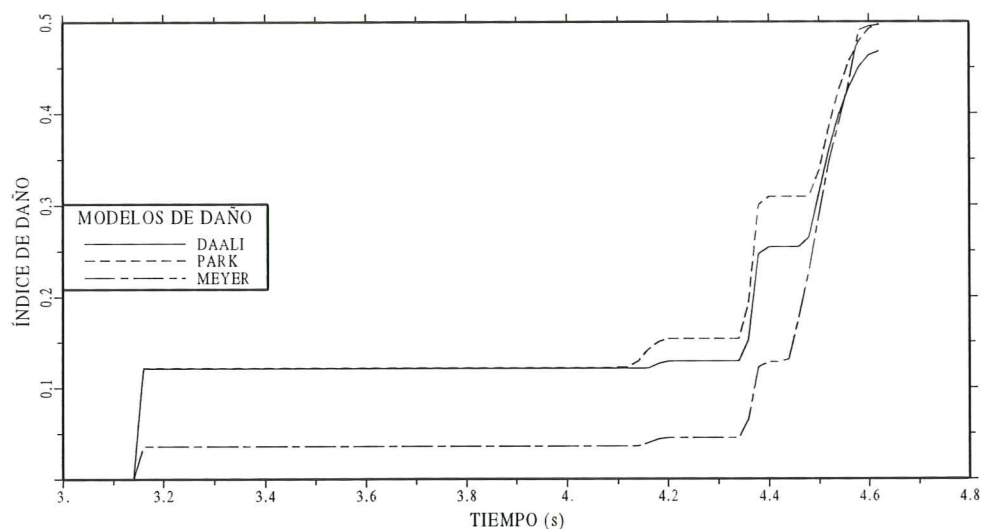


Figura 5.19 Comparación de las trayectorias de daño entre los modelos de Daali, Park y Meyer. Modelo constitutivo del material: Clough.

Al emplear el modelo constitutivo de Roufaiel se mantiene la característica encontrada entre los modelos de Lybas y Banon al trabajar con el modelo constitutivo de Clough, lo que se observa en la figura 5.20. En efecto, las dos curvas se diferencian en la parte final de la trayectoria de daño. En el presente caso la diferencia es un poco más notable.

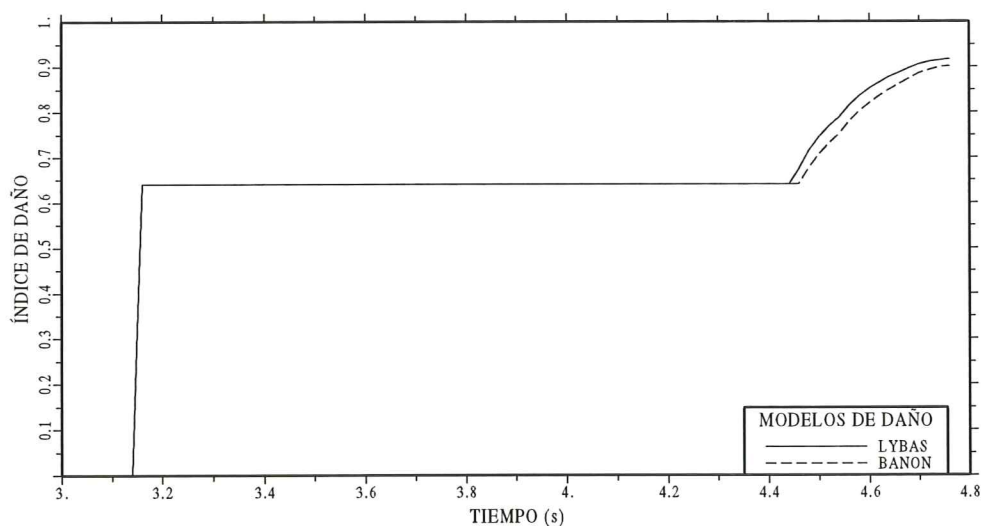


Figura 5.20 Comparación de las trayectorias de daño entre los modelos de Lybas y Banon. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

En la figura 5.21 se comparan las trayectorias de daño encontradas con los modelos de Daali, Park y Meyer trabajando con el modelo constitutivo de Roufaiel para la no linealidad del material. En este caso el modelo de Meyer reporta valores bajos en comparación con los otros dos modelos de daño que presentan bastante coincidencia.

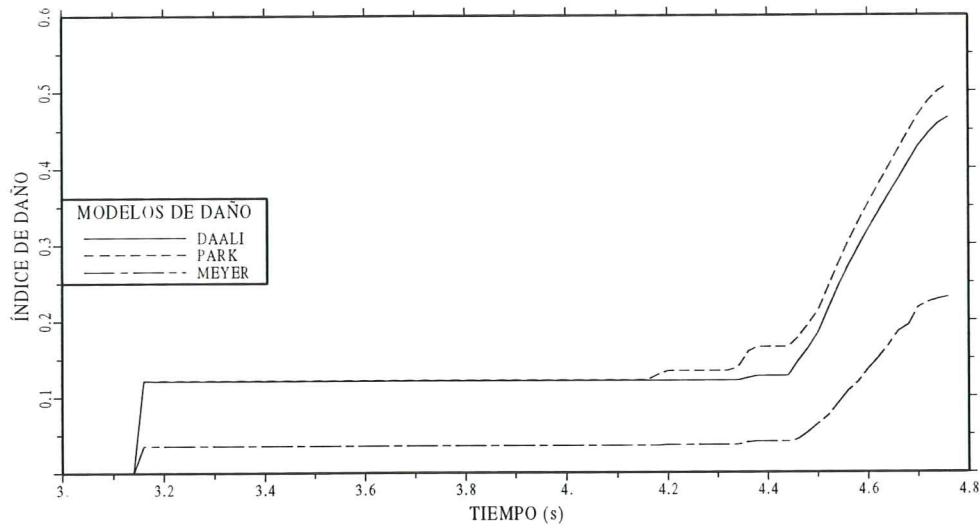


Figura 5.21 Trayectorias de daño empleando los modelos de Daali, Park y Meyer. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

5.4.2 Sismo de Tokachi Oki

Se trabaja con el registro del sismo de Tokachi Oki sin normalizar. De esta manera las fuerzas que se generan en la estructura serán menores a las obtenidas en 5.3.2 para producir daño en la estructura denominada dúctil. La energía inelástica disipada se presenta en la figura 5.22. Nótese que esta es muy baja y para los modelos constitutivos de Clough, Roufaiel y Muto es prácticamente la misma, con la diferencia de tiempo que presentan en el colapso. Al trabajar con el modelo de Kustu se obtienen los mismos resultados que con el modelo de Clough, razón por la cual no se la indica.

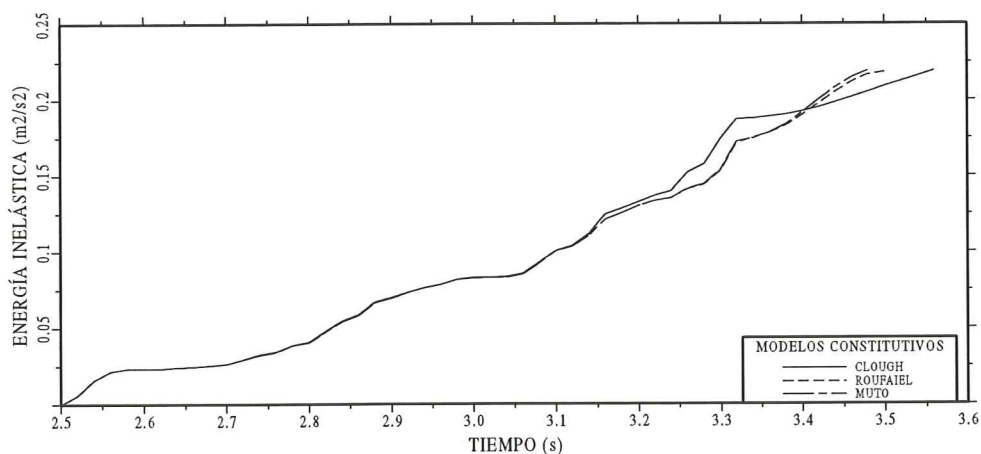


Figura 5.22 Energía inelástica disipada empleando tres modelos constitutivos del material.

En la figura 5.23 se indica la energía de deformación o energía elástica del sistema. La relación de E_h/E_s para el rango no lineal tiene un valor alrededor

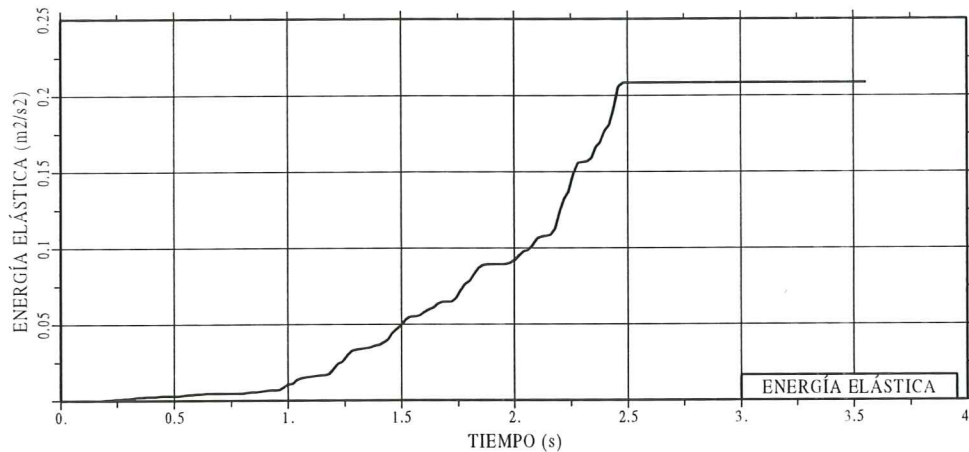


Figura 5.23 Energía de deformación de la estructura dúctil ante el sismo de Tokachi Oki.

de la unidad en el colapso, que es un valor bajo al igual que cuando se analizó con el sismo de Loma Prieta.

No se aprecia relación entre las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Banon y Park, como se indica en referencia (1). Es más, los resultados obtenidos con el modelo de Banon son superiores a los encontrados con el modelo de Park.

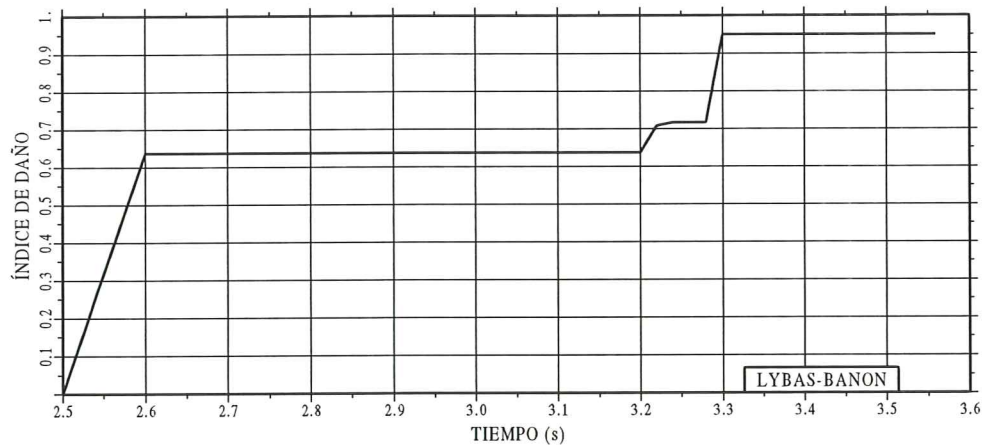


Figura 5.24 Trayectorias de daño obtenidas para los modelos de Lybas y Banon. No linealidad del material: Modelo de Clough.

En la figura 5.24 se presenta la trayectoria de daño obtenida con los modelos de Lybas y Banon. Cuando la disipación de energía inelástica no es significativa estos dos modelos de daño tienden a tener los mismos valores. En el presente caso son iguales para los tres modelos constitutivos: Clough, Roufaiel y Muto.

De la figura 5.25, cuando el modelo constitutivo del material es el de Clough, se desprende que los modelos de daño de Daali y Park tienen un comportamiento muy similar siendo comparables. En cambio, el modelo de Meyer

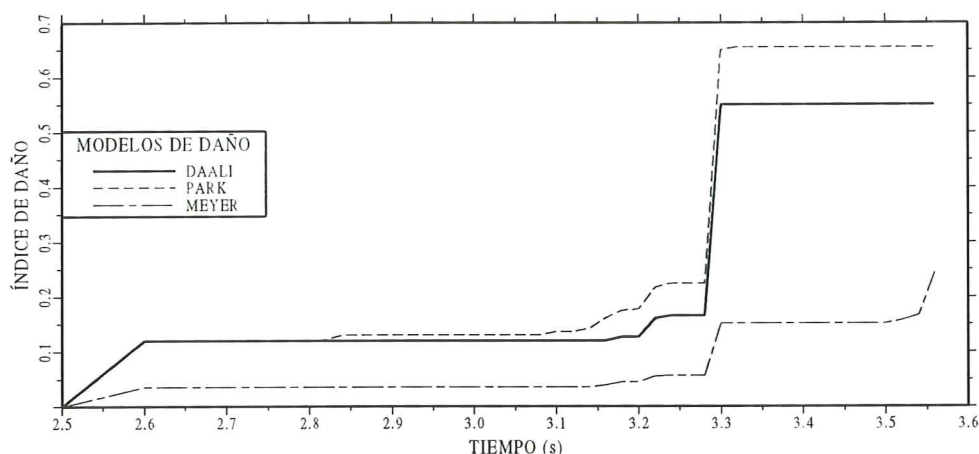


Figura 5.25 Trayectoria de daño obtenida con los modelos de Daali, Park y Meyer. No linealidad del material: Modelo de Clough.

presenta resultados muy bajos que no se pueden comparar con las otras dos funciones de daño.

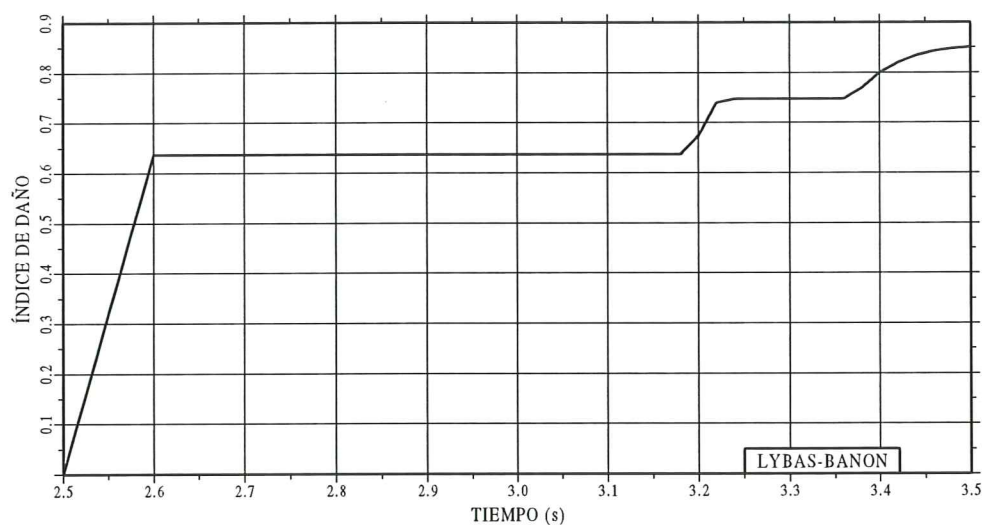


Figura 5.26 Trayectoria de daño encontradas con las funciones de daño de Lybas y Banon. No linealidad del material: Modelo de Roufaiel

Para el modelo constitutivo de Roufaiel las trayectorias de daño encontradas con los modelos de Daali, Park y Meyer son comparables. Destacándose ahora que en la rotura la función de daño de Meyer proporciona el valor más alto. Se aprecia además que en el colapso los modelos de Park y Meyer presentan valores muy parecidos.

Al comparar en forma general los resultados obtenidos con los cinco modelos de daño, a más de las observaciones indicadas, se puede manifestar que un índice de daño normalizado inferior a 0.65 en los modelos de Lybas y Banon significa que la estructura no está seriamente dañada. En cambio, con los restantes modelos se aprecia que un valor de 0.5 significa que la estructura está seriamente dañada.

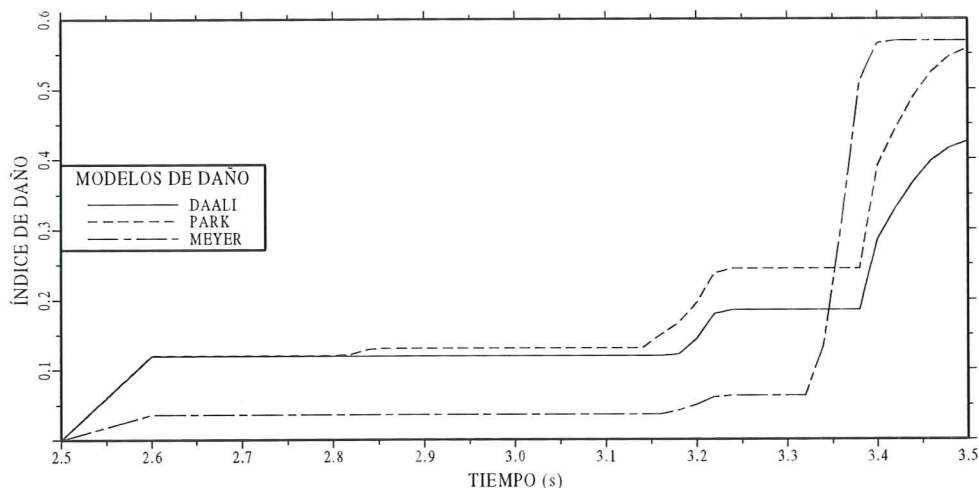


Figura 5.27 Trayectoria de daño obtenida con los modelos de Daali, Park y Meyer. No linealidad del material: Modelo de Roufaiel.

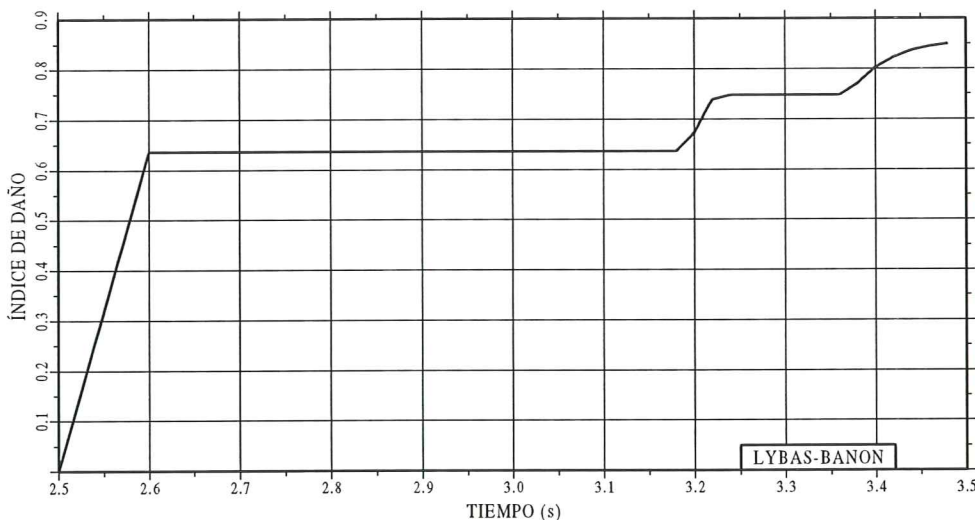


Figura 5.28 Relaciones de daño encontradas con las funciones de daño de Lybas y Banon. No linealidad del material: Modelo de Muto.

5.5 CONCLUSIONES

Se ha trabajado con dos estructuras que tienen la misma geometría y parámetros dinámicos, de tal forma que su período fundamental es el mismo en los dos casos. Se ha mantenido la armadura longitudinal de los elementos. Únicamente se ha variado la resistencia del hormigón y la fluencia del acero para tener una estructura frágil y una estructura dúctil. De la investigación realizada se concluye:

- El nivel de diseño de las estructuras es un factor fundamental que debe tomarse en cuenta para comparar diferentes modelos de daño. En efecto, el comportamiento de las estructuras frágiles es diferente del comportamiento de las estructuras dúctiles como se habrá podido apreciar en este capítulo.
- Los modelos de daño de Lybas, Daali, Banon y Park presentan valores

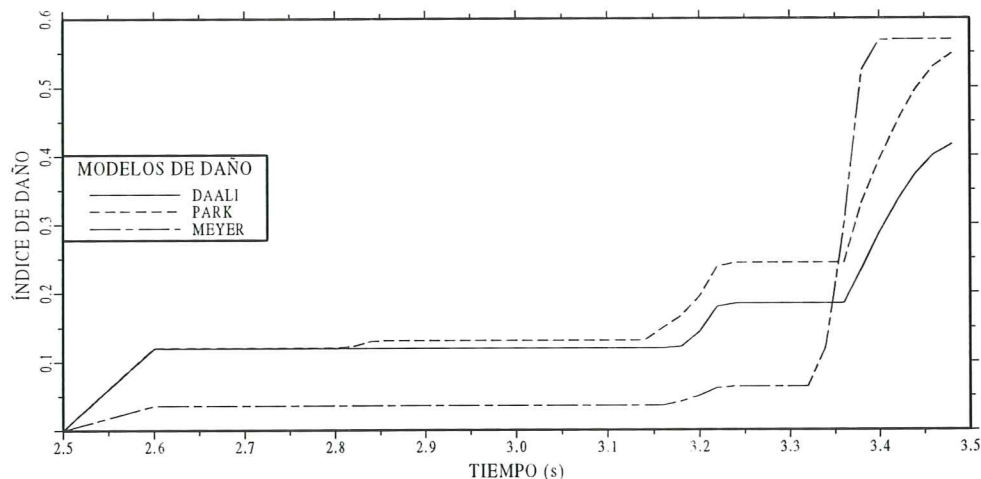


Figura 5.29 Trayectoria de daño obtenida con los modelos de Daali, Park y Meyer. No linealidad del material: Modelo de Muto

similares de índices de daño en estructuras frágiles. Para fines prácticos se puede decir que reportan los mismos valores, existiendo pequeñas diferencias cerca del colapso de la estructura.

- En estructuras dúctiles los modelos de Lybas y Banon han proporcionado valores iguales en la mayor parte de la trayectoria de daño, con una mínima diferencia cerca del colapso. Por lo tanto, se puede indicar que éstos dos modelos reportan el mismo daño sin mayor margen de error en el colapso.
- Los modelos de Daali y Park presentan un comportamiento similar en las trayectorias de daño siendo comparables los dos. En los casos estudiados el modelo de Park ha presentado mayores valores de daño que el modelo de Daali.
- Cuando la estructura disipa una mayor cantidad de energía inelástica en menor tiempo, es decir cuando la degradación de la estructura es violenta, los valores de daño de los modelos de Park y Meyer presentan valores muy parecidos en el colapso en estructuras dúctiles.
- La respuesta dinámica y la evaluación de daño está en función del modelo constitutivo del material. Se ha visto que el modelo constitutivo de Kustu, en el que únicamente se considera cierre de grietas por corte, tiene un comportamiento similar y en algunos casos igual al del modelo de Clough modificado. Claro está que el efecto de cierre de grietas por corte no es tan importante en el pórtico considerado.

REFERENCIAS

1. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 22, pp 855-868, 1993.

2. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444*, University of Illinois, Urbana, 1977.
3. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 10*, pp 179-193, 1982.
4. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois*, Urbana, 1984.
5. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
6. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *A.C.I. American Concrete Institute, Structural Journal Vol 86, N.- 3*, pp 259-271, 1989.

CAPÍTULO 6

DETERIORO DE ADHERENCIA Y CORTE

6.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se ha evaluado el índice de daño en edificios de hormigón armado considerando únicamente la armadura longitudinal sin tomar en cuenta la armadura transversal, la misma que proporciona una mayor capacidad de carga a la estructura y consecuentemente un menor daño. Al incorporar los estribos en los modelos matemáticos se verá que la estructura permanece mayor o igual tiempo en el rango no lineal.

Por otra parte, el movimiento lateral del edificio causa deterioro de la adherencia entre el acero y el hormigón, mientras más intensa es la acción sísmica mayor es el deterioro variable que debe considerar un modelo de evaluación de daño cuando la estructura trabaja en el rango plástico.

El nivel de conocimientos actuales^(1,2,3,4) toma en cuenta los parámetros descritos en la evaluación de la curvatura de fluencia con la ecuación (3.47), la misma que se repite

$$\phi_Y = \phi_{Yf} + \phi_{Ye} + \phi_{Yb} + \phi_{Ys} \quad (6.1)$$

- ϕ_{Yf} Es la curvatura de fluencia por flexión.
- ϕ_{Ye} Es la curvatura de fluencia por corte elástico.
- ϕ_{Yb} Es la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia.
- ϕ_{Ys} Es la curvatura de fluencia por corte inelástico.

No existe discrepancia en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte elástico, donde si la hay es en la cuantificación de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y por corte inelástico. En el capítulo 3 se propuso una forma de cálculo basado en la solución exacta de la ecuación diferencial de adherencia, la misma que se describió en los apartados 3.8.4 y 3.8.5. Éste modelo para la evaluación calcula la rotación por corte y el deslizamiento por deterioro de adherencia en cada una de las grietas donde se va a fisurar el elemento, a diferencia del modelo de Y. Park que considera que la rotación por corte es constante en toda la longitud donde va a sufrir daño el elemento. Esta hipótesis conduce a una sobrevaloración de la curvatura de fluencia por cortante inelástico y deterioro de adherencia. En el apartado 3.8.6 se indicó el modelo de Y. Park.

6.2 DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS

Se va a trabajar con la estructura denominada dúctil del capítulo anterior, que será sometida a la excitación del sismo de Tokachi Oki del 68.05.16 que se considera un evento sísmico de frecuencia intermedia, y al sismo de Loma Prieta normalizado a 0.19 g del 89.10.18, que corresponde a un evento de alta frecuencia. El registro de Tokachi Oki tiene una aceleración máxima de 0.185 g.

El modelo constitutivo del material es definido por el Modelo de Roufaiel⁽⁵⁾ y se obtendrá las trayectorias de daño para los modelos de Lybas y Sozen⁽⁶⁾, Daali⁽⁷⁾, Banon y Veneziano⁽⁸⁾, Park y Ang⁽⁹⁾, y, Soo, Meyer y Shinozuka⁽¹⁰⁾.

El índice de daño es normalizado entre cero y uno. La cota inferior corresponde a la estructura trabajando en el rango elástico y la cota superior al colapso total del edificio.

6.3 SISMO DE TOKACHI OKI

En la figura 6.1 se indican las trayectorias de daño al considerar el modelo de daño de Y. Park con tres formas de cálculo de la curvatura de fluencia. La primera al considerar solamente el efecto de flexión que corresponde a los casos descritos en los capítulos anteriores. La segunda al utilizar el modelo propuesto en la ecuación 6.1 y la tercera al emplear el modelo de Y. Park.

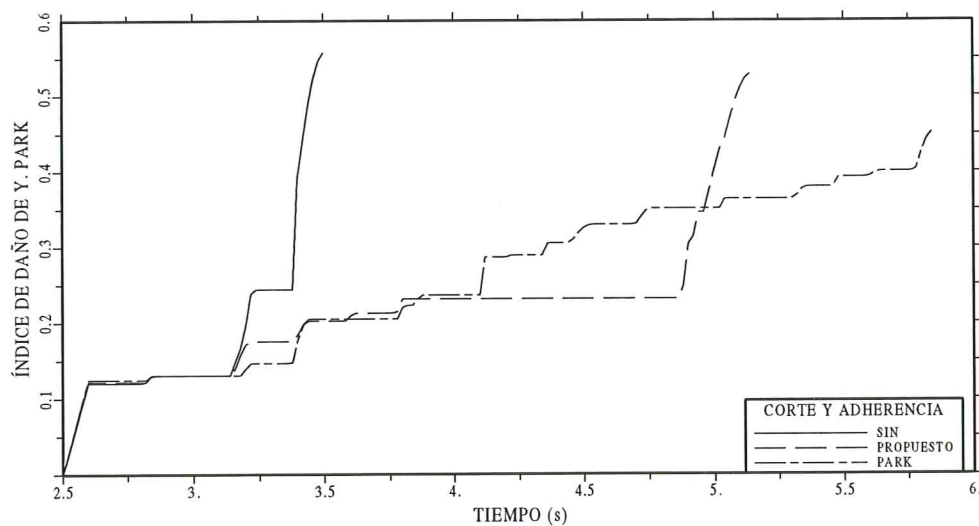


Figura 6.1 Comparación de trayectorias de daño, considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

En la figura 6.1 se aprecia que la trayectoria de daño se incrementa considerablemente cuando se considera la ecuación 6.1 en la evaluación de la curvatura de fluencia, con respecto a la que se tiene cuando únicamente se considera flexión. Esta es la característica general de comportamiento que se obtiene con el sismo de Tokachi Oki. Por otra parte, el índice de daño en el colapso cuando se considera

el corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia es menor al que se obtiene cuando la curvatura de fluencia es calculada únicamente por flexión.

El índice de daño obtenido con el modelo de Daali deduce las trayectorias que se presentarán en la figura 6.2. El modelo de Park proporciona un valor de daño en el colapso que es aproximadamente la mitad del que se obtiene cuando se considera solo flexión.

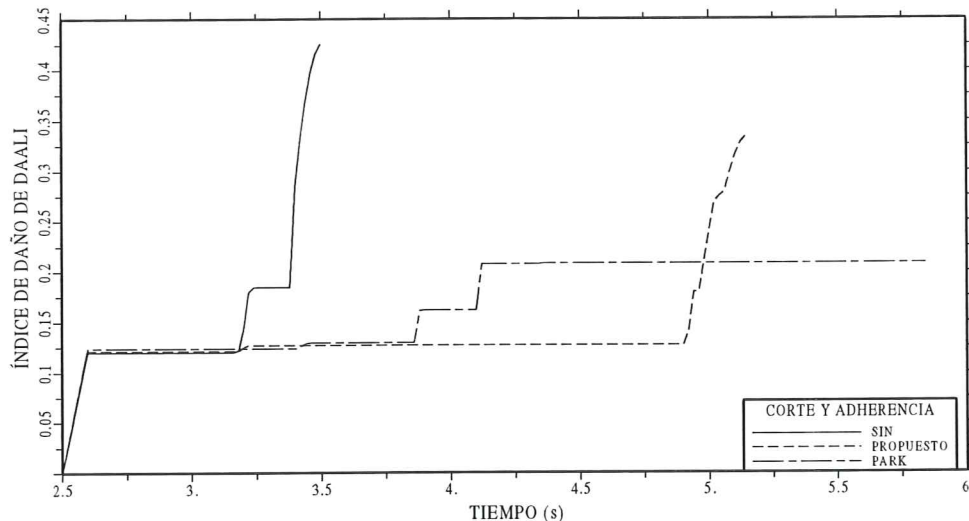


Figura 6.2 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Daali considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel

En la figura 6.3 se indican los resultados obtenidos al cuantificar el daño con el modelo de Meyer. En este caso el modelo propuesto presenta valores superiores y el modelo de Park valores inferiores a los que se obtienen al considerar solo flexión en el cálculo de la curvatura de fluencia. Esta es la característica de comportamiento del modelo propuesto con la función de daño de Meyer en la estructura analizada y para las dos acciones sísmicas consideradas.

Al calcular el índice de daño con los modelos de Lybas y Sozen⁽⁶⁾ y Banon y Veneziano⁽⁸⁾ se obtuvieron las mismas trayectorias de daño, razón por la cual en la figura 6.4 se indica solamente la obtenida con el modelo de Lybas y Sozen. De la gráfica se observa nuevamente que el modelo propuesto presenta igual índice que el obtenido al considerar únicamente flexión, pero la incursión en el rango no lineal es mayor durante un largo tiempo, para luego colapsar. Para entender mejor las figuras presentadas es conveniente mirar el registro sísmico, el mismo que se indica en la figura 5.2 para el sismo de Tokachi Oki y en la figura 5.1 para el sismo de Loma Prieta. Lo que interesa es ver la forma cuando se tienen las aceleraciones máximas. Aquí se han normalizado estos fenómenos como se indicó en apartado 6.2.

En la figura 6.5 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Daali, Park, Meyer y Lybas al emplear, en el cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia, el modelo propuesto.

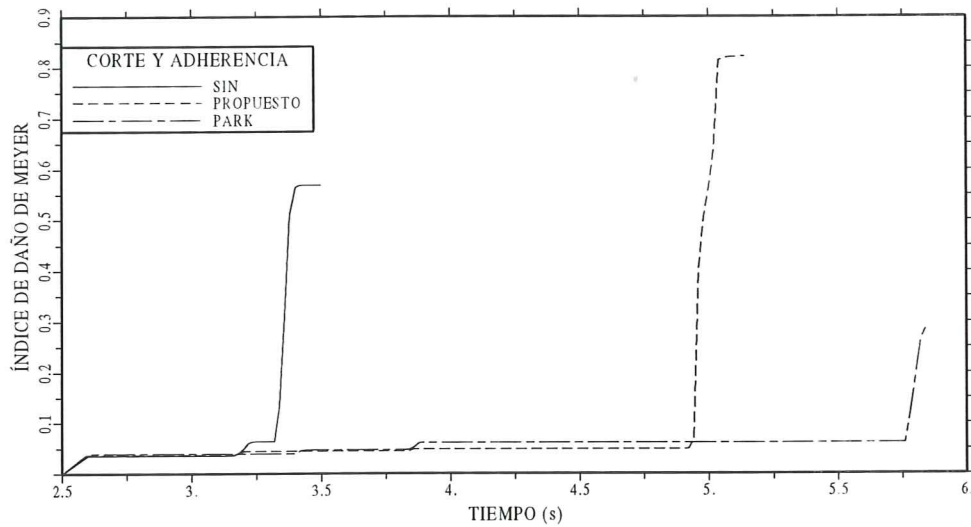


Figura 6.3 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de daño de Meyer considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

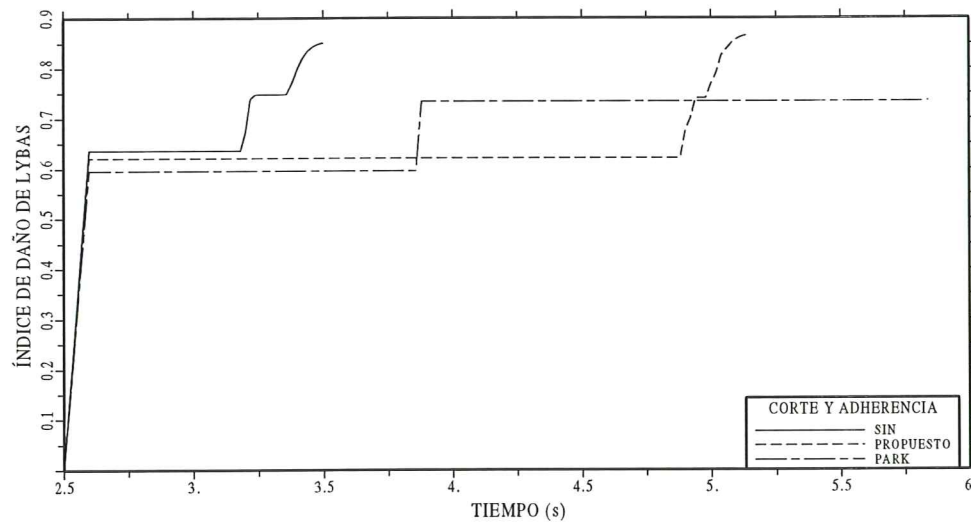


Figura 6.4 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de daño de Lybas considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

Se observa que el modelo de Lybas es una cota superior y, como se indicó anteriormente, el modelo de Banon presentó los mismos resultados. Por otro lado, el colapso en el modelo de Meyer presenta valores muy altos, y finalmente se observa que las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Park y Daali tienen similar comportamiento con valores superiores en el modelo de Park.

La comparación de las trayectorias de daño que se encuentran al utilizar el modelo de Y. Park en la cuantificación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia se indican en la figura 6.6. En forma general se pueden indicar comentarios similares a los obtenidos con el modelo propuesto, con la salvedad de que ahora el índice de daño obtenido con el modelo de Meyer

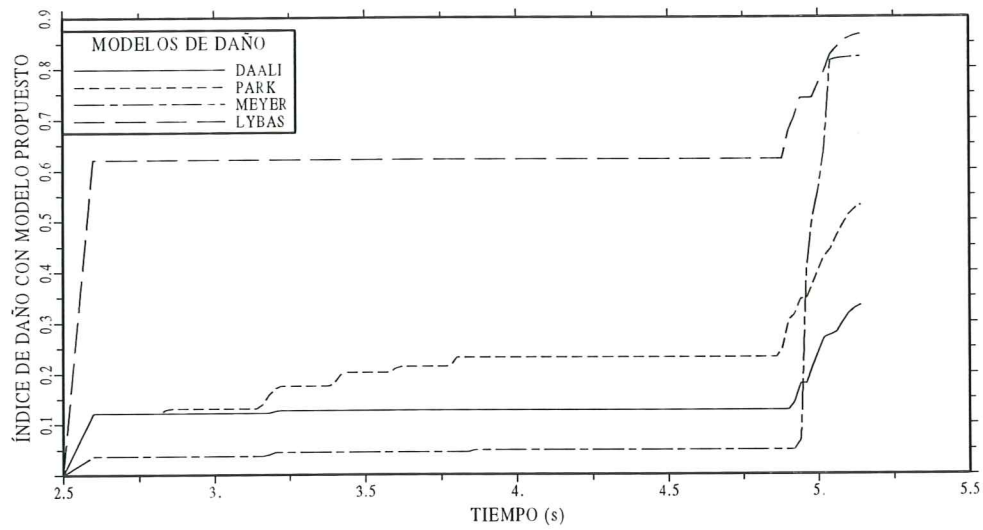


Figura 6.5 Comparación de trayectorias de daño empleando el modelo propuesto en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia.

presenta valores muy bajos. Por otra parte, con este modelo la incursión en el rango no lineal tiene un tiempo ligeramente mayor al encontrado con el modelo propuesto hasta llegar al colapso.

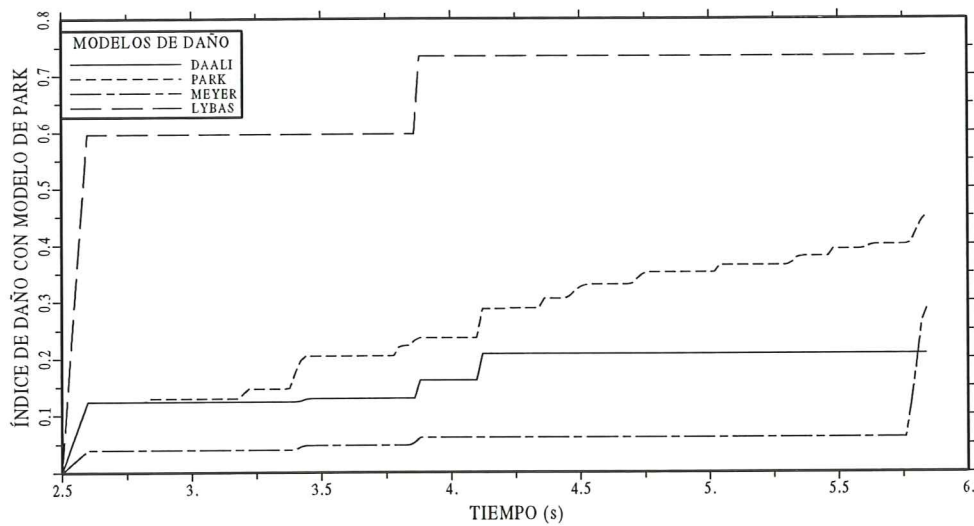


Figura 6.6 Comparación de trayectorias de daño empleando el modelo de Y. Park en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia

6.4 SISMO DE LOMA PRIETA

Antes de presentar los resultados obtenidos vale la pena considerar qué implica en el análisis no lineal calcular con la ecuación 6.1 la curvatura de fluencia, asociándolo con el modelo constitutivo de Roufaiel que se está considerando, para lo cual es necesario tener presente las ecuaciones del capítulo 2, ya que el modelo constitutivo del material tiene un papel fundamental en la respuesta dinámica. Ello impide el tratar de generalizar los resultados obtenidos con determinado modelo de cálculo.

Una vez que la estructura ingresa en el rango no lineal, la rigidez en el rango inelástico se evalúa con la ecuación 2.3.2 que se repite.

$$(EI)_2 = \frac{M_u^+ - M_y^+}{\phi_u^+ - \phi_y^+} \quad (6.2)$$

En consecuencia, si ahora ϕ_y tiene un valor más alto la rigidez $(EI)_2$ tendrá un valor mayor lo que permite que en el primer ciclo de carga la incursión en el rango no lineal sea menor. Luego el valor de M_x^+ y ϕ_x^+ serán menores. Cuando se inicia la descarga la curvatura asociada a momento nulo, denominada ϕ_r^+ , se evalúa con la ecuación 2.4.3 para el primer ciclo, la misma que se repite.

$$\phi_r^+ = \frac{M_y^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_y^-}{M_o^+ + M_y^-} \quad (6.3)$$

ϕ_o y M_o están definidas en las ecuaciones (2.4.1) y (2.4.2) y tendrán valores menores, puesto que M_x y ϕ_x tienen valores menores, pero no sabemos cuanto menor serán. Luego, al aplicar la ecuación 6.3 se tiene una incertidumbre, puesto que las variables que tienen valores menores están en el numerador y el denominador. La incertidumbre se incrementa cuando se evalúa la rigidez de la descarga inelástica $(EI)_3$ con la ecuación (2.45), la cual se repite.

$$(EI)_3 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^+} \quad (6.4)$$

Todas las variables involucradas tienen valores menores pero no sabemos en qué porcentaje. Luego es muy peligroso sacar conclusiones al respecto.

En los restantes ciclos de carga ya no influye de forma directa la curvatura de fluencia, si bien es cierto que ϕ_x^+ y M_x^+ tienen valores menores; que la incursión en el rango no lineal en el primer ciclo de carga es menor, y que este valor influye en el cálculo de las rigideces de los siguientes ciclos de carga. No es menos cierto que en los sismos de alta frecuencia como el de Loma Prieta, que se va a analizar, someten a los edificios a un número considerable de ciclos de carga, siendo por tanto muy difícil establecer reglas de carácter general.

En la figura 6.7 se indican las trayectorias de daño para el modelo de Lybas y Sozen, obtenidas para el sismo de Loma Prieta del 89.10.18, normalizado a 0.19g. Con el propósito de centrar más la atención en la comparación de las trayectorias de daño obtenidas con el modelo propuesto y el modelo de Park

para el cálculo de la curvatura de fluencia por corte inelástico y deterioro de adherencia, se omite la curva que se obtiene al considerar únicamente flexión en la obtención de la curvatura de fluencia, las mismas que fueron presentadas en el capítulo anterior para los diferentes modelos de daño.

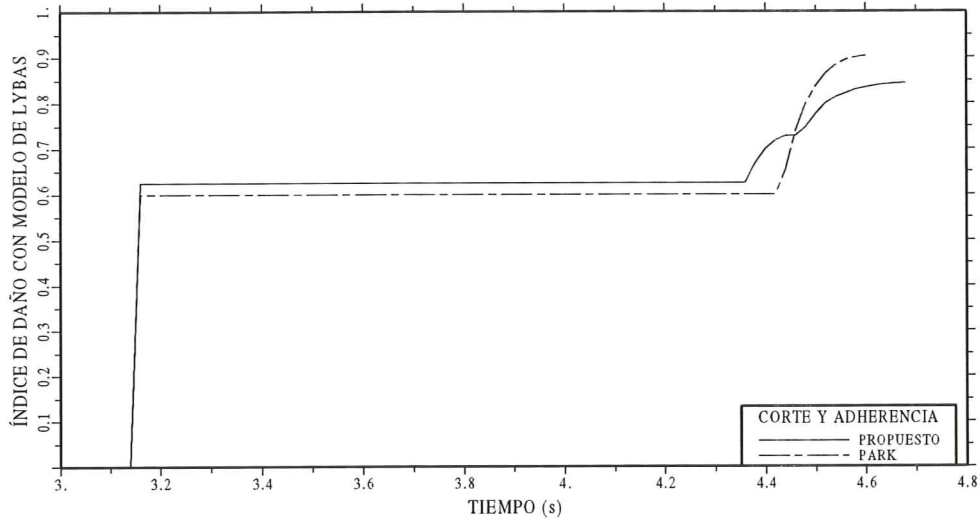


Figura 6.7 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Lybas considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

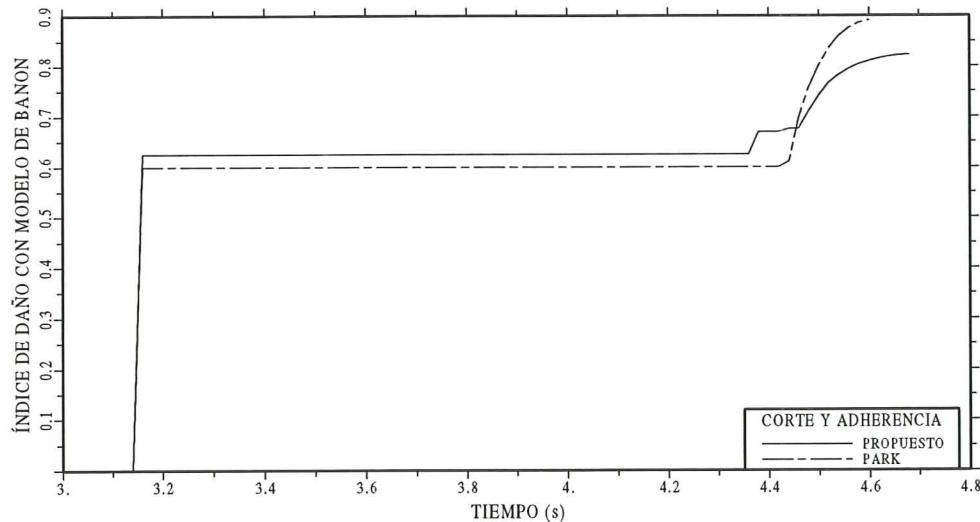


Figura 6.8 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Banon considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

En la figura 6.8 se encuentran las trayectorias de daño para el modelo de Banon y Veneziano. Es interesante notar que tanto en este modelo como en de Lybas y Sozen, las trayectorias obtenidas con el modelo propuesto y el

de Park muestran un comportamiento muy similar, destacándose que el modelo propuesto presenta ligeramente menores valores en el colapso.

Los resultados encontrados al trabajar con el modelo de daño de Daali, se indican en la figura 6.9, con el mismo comportamiento en las trayectorias del modelo propuesto y del de Park, que ha sido indicado en los párrafos anteriores.

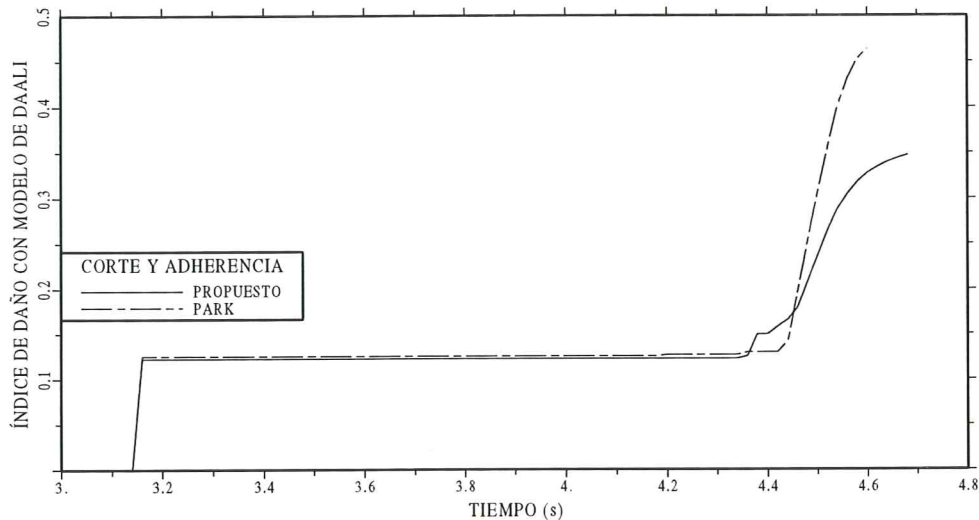


Figura 6.9 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Daali considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

Para el modelo de Park, se presentan los resultados en la figura 6.10. Con todos los modelos de daño indicados desde la figura 6.7 hasta la 6.10 existe una muy buena correlación entre las curvas obtenidas con el modelo propuesto y el de Park, con una pequeña diferencia cerca del colapso.

Al calcular las trayectorias con el modelo de daño de Meyer, cuyos resultados se muestran en la figura 6.11, se observa que hasta los 4.4 segundos las dos curvas presentan prácticamente los mismos resultados, y cerca del colapso se separan notablemente.

En la figura 6.12 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con las diferentes funciones de daño analizadas empleando el modelo propuesto en la cuantificación de la curvatura de fluencia, y se aprecia igual comportamiento del que se obtuvo al evaluar con el sismo de Tokachi Oki.

Finalmente, en la figura 6.13 se comparan las trayectorias de daño pero empleando el modelo de Park en la evaluación de la curvatura de fluencia. Los comentarios que se pueden hacer al respecto son los mismos que ya se han expuesto.

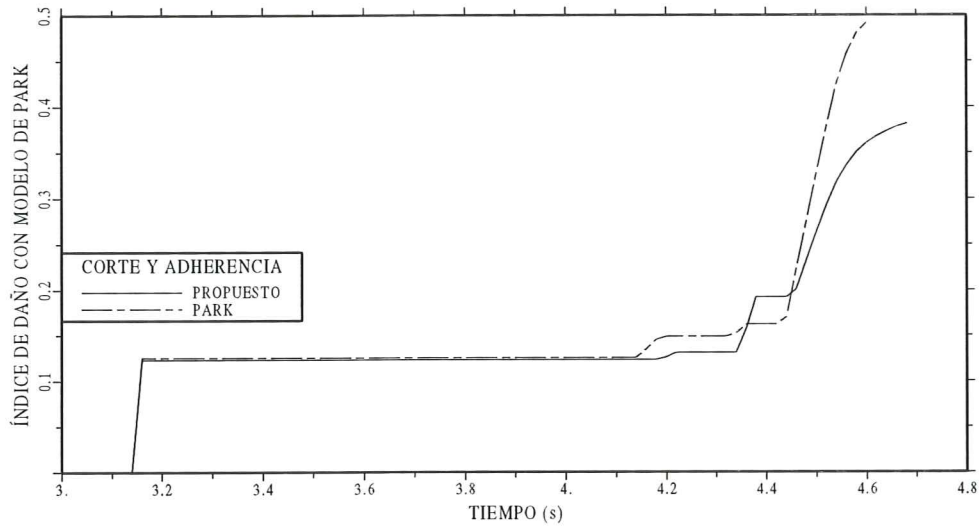


Figura 6.10 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de Park considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

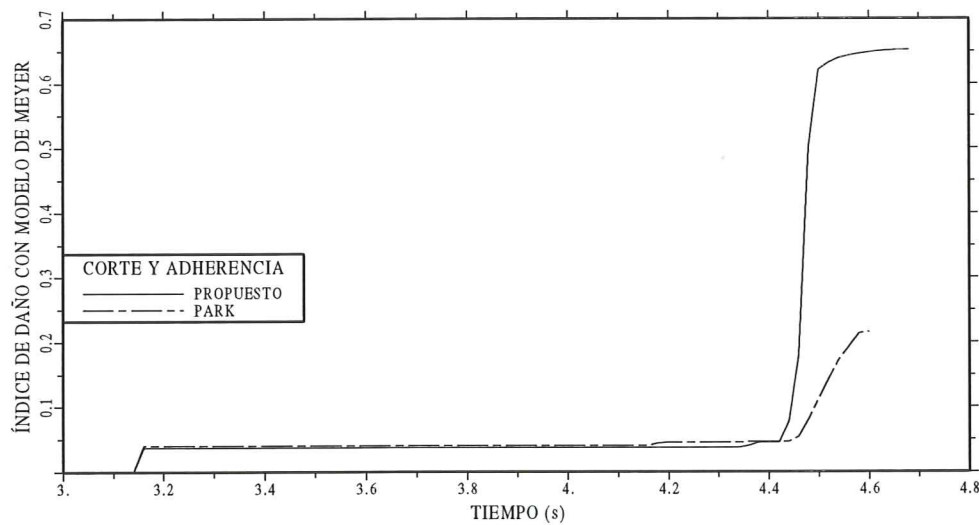


Figura 6.11 Comparación de trayectorias de daño obtenidas con el modelo de daño de Meyer considerando corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

6.5 CONCLUSIONES

Del estudio realizado se obtienen las siguientes conclusiones:

- Es más realista considerar que la rotación por corte en cada una de las grietas del elemento que va a sufrir daño es diferente debido a que la distribución de esfuerzos a lo largo del elemento es diferente. Por otra parte se modela de mejor manera al considerar el deslizamiento entre hormigón y acero que se genera en cada grieta, junto con el sumatorio de estos deslizamientos, siendo la longitud que va a sufrir daño la que interviene en la evaluación de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia. Por

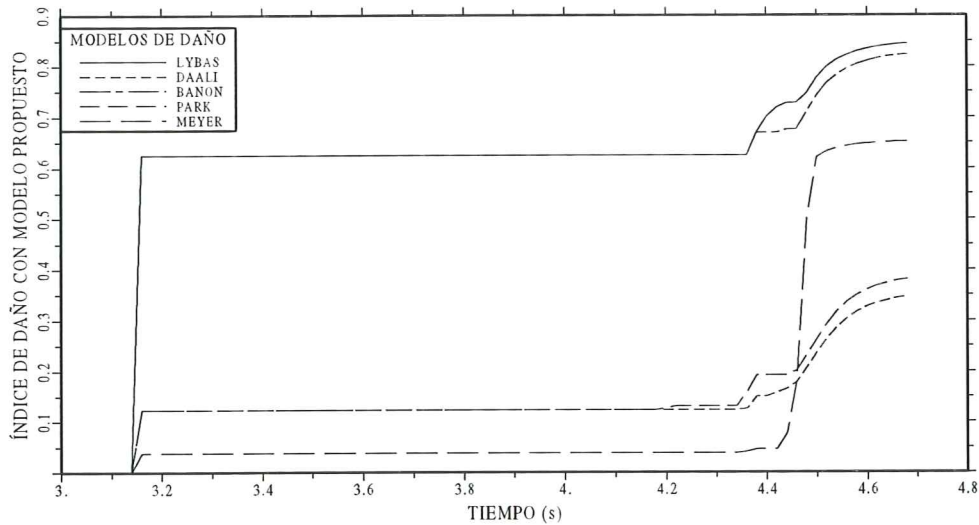


Figura 6.12 Comparación de trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño, con modelo propuesto para evaluación de curvatura de fluencia.

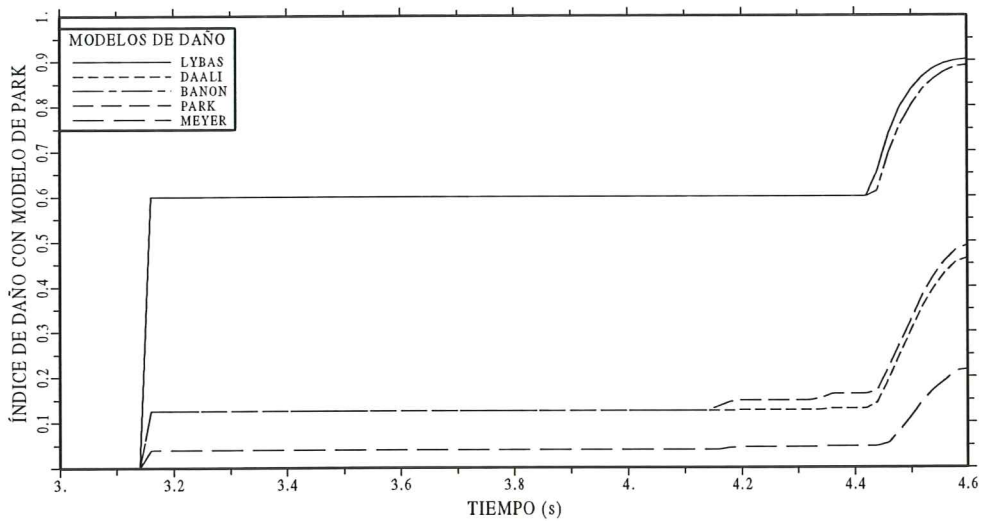


Figura 6.13 Comparación de trayectorias de daño empleando diferentes funciones de daño, con modelo propuesto para evaluación de curvatura de fluencia.

todo lo expuesto se piensa que el modelo propuesto es una buena alternativa de cálculo de la curvatura de fluencia considerando corte inelástico y deterioro de adherencia. En los dos modelos analizados la curvatura de fluencia por corte elástico se ha evaluado de la misma forma.

- Es muy incierto predecir cual va a ser el comportamiento de daño al considerar el corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia en la evaluación de la curvatura de fluencia. En términos generales se puede decir que en el intervalo de tiempo en el rango inelástico el daño es menor que cuando se considera únicamente flexión en la evaluación de la curvatura de fluencia. El cálculo depende en gran medida de la curva constitutiva del material

utilizada para definir la no linealidad del material.

REFERENCIAS

1. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana*, 1984.
2. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, "IDARC : Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures", *Technical Report NCEER-87-0008. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1987.
3. A. Reinhorn, S. Kunnath, N. Panahshahi "Modeling of R/C building structures with flexible floor diaphragms (IDARC-2D)", *Technical Report NCEER-88-0035. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1988.
4. S. Kunnath, A. Reinhorn, "Inelastic three-dimensional response analysis of reinforced concrete building structures (IDARC-3D) Part I- Modeling", *Technical Report NCEER-89-0011. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo*, 1989.
5. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *A.C.I. American Concrete Institute, Structural Journal Vol 86, N.- 3, pp 259-271*, 1989.
6. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444, University of Illinois, Urbana*, 1977.
7. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
8. H. Banon, D. Veneziano, "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 10, pp 179-193*, 1982.
9. Y. Park, A. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal Structural Engineering ASCE 111, pp 722-739*, 1985.
10. Y. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, "Seismic damage assessment of reinforced concrete members", *Technical Report NCEER-87-0022. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 82 pp*, 1987.

CAPÍTULO 7

COMPARACIÓN DE ÍNDICES DE DAÑO CON CORTE Y DETERIORO DE ADHERENCIA

7.1 INTRODUCCIÓN

Se va a comparar las trayectorias de daño que se obtienen en la estructura frágil indicada en el apartado 4.1.1, considerando el modelo propuesto en 3.8.4 y 3.8.5 para la evaluación de la curvatura debida a fluencia por deterioro de adherencia y corte inelástico, empleando los modelos constitutivos del material de Roufaiel⁽¹⁾ y modificado de Clough⁽²⁾. La excitación sísmica corresponde a la indicada en 5.2 referente al sismo de Loma Prieta normalizado a 0.275g y al sismo de Tokachi Oki normalizado a 0.27g.

El análisis de las trayectorias de daño con la estructura dúctil fue realizado en el capítulo seis. El objetivo que se persigue es comparar por una parte los índices de daño que se obtienen con los modelos de Lybas y Banon⁽³⁾, Daali⁽⁴⁾, Banon y Veneziano⁽⁵⁾, Park y Ang⁽⁶⁾ y Soo, Meyer y Shinozuka⁽⁷⁾, y por otra ver la variación que se presenta en el cálculo cuando no se considera el corte elástico, corte inelástico y deterioro de adherencia en el análisis, resultados que fueron indicados en el apartado 5.3

7.2 ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS

En la figura 7.1 se presenta la respuesta en el tiempo del desplazamiento horizontal de piso ante el sismo de Loma Prieta. Es importante destacar que el modelo constitutivo de Roufaiel permite que la estructura actúe mayor tiempo en el rango no lineal con desplazamientos mayores, pero esto no es una regla, tal como se indicó en el capítulo anterior. En efecto, ante el sismo de Tokachi Oki se invierten los papeles. Es con el modelo de Clough que se tienen mayores desplazamientos tal como lo muestra la figura 7.2

Indudablemente la inclusión del corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia dan a la estructura un mejor comportamiento que permite a la misma tener un desplazamiento de alrededor de 3.5cm, valor muy por encima de los que se habían obtenido cuando no se consideraban estas variables en la evaluación de la curvatura de fluencia.

La estructura ingresa en el rango no lineal a los 3.10 s para el sismo de Loma Prieta, y a los 2.40 s para el sismo de Tokachi Oki.

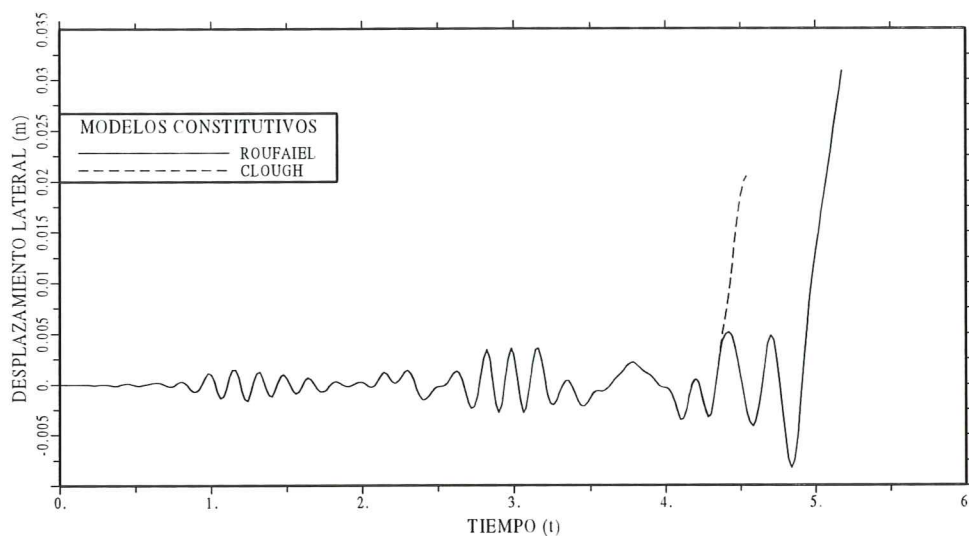


Figura 7.1 Respuesta en el tiempo del pórtico frágil ante el sismo de Loma Prieta.

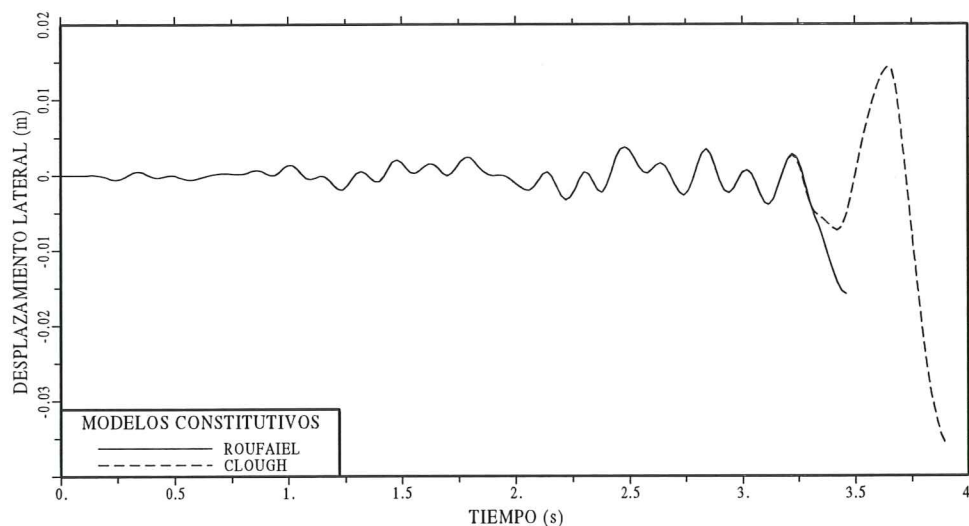


Figura 7.2 Desplazamiento lateral del pórtico plano ante el sismo de Tokachi Oki.

7.3 ANÁLISIS DE ENERGÍAS

En la figura 7.3 se presenta la energía elástica más la energía inelástica disipada por la estructura ante el sismo de Loma Prieta. En concordancia con los desplazamientos, el modelo de Roufaiel disipa mayor energía que el modelo de Clough. En cambio, cuando se trata del sismo de Tokachi Oki, es con el modelo de Clough que se obtiene una mayor cantidad de energía disipada, como lo muestra la figura 7.4.

Ante el sismo de Loma Prieta la estructura disipa mayor energía por unidad de masa. En éstas condiciones, con mayores valores para el modelo constitutivo de Roufaiel ante el sismo de Loma Prieta y con mayores valores para el modelo

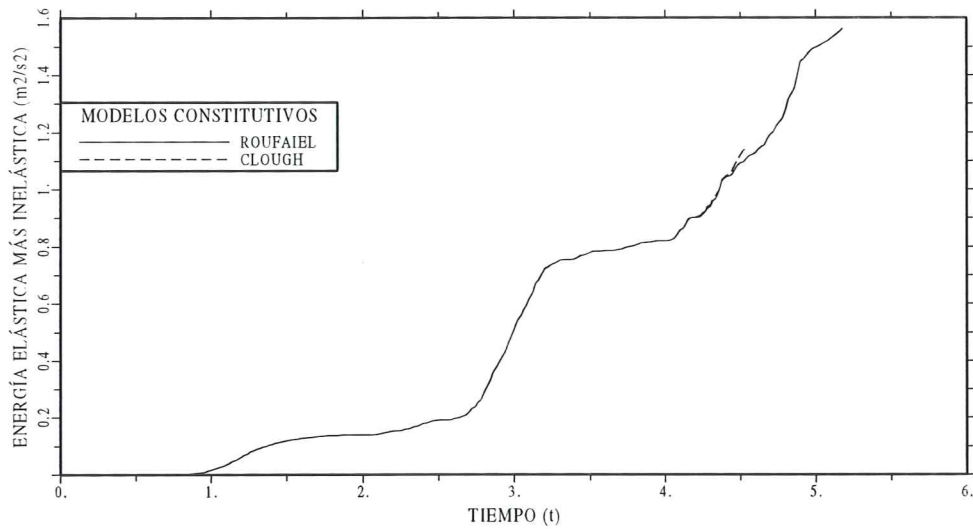


Figura 7.3 Variación de energía elástica más inelástica, en función de los modelos constitutivos para el sismo de Loma Prieta.

constitutivo de Clough ante el sismo de Tokachi Oki, se analizan en los apartados 7.4 y 7.5 mostrando la relación que existe en las trayectorias de daño.

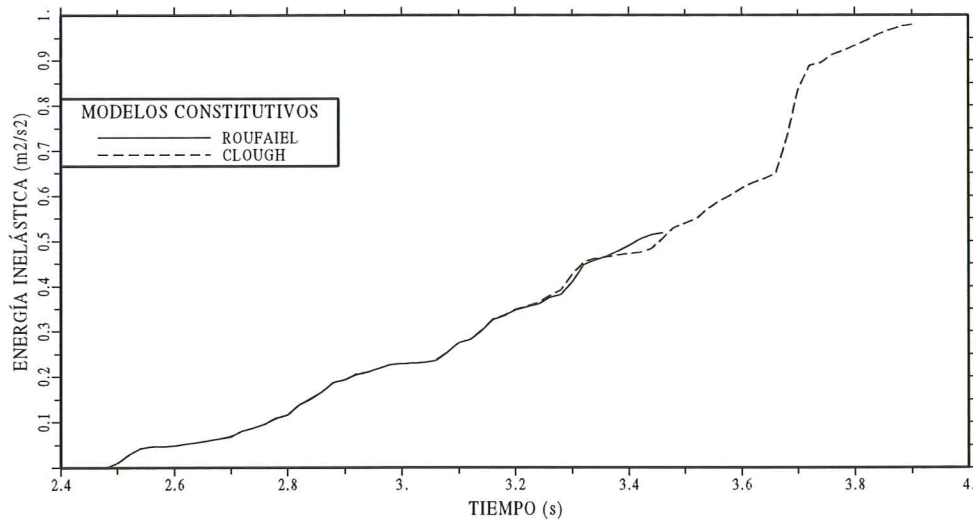


Figura 7.4 Variación de la energía disipada inelásticamente en función de los modelos constitutivos ante el sismo de Tokachi Oki.

7.4 SISMO DE LOMA PRIETA

Los modelos de daño de Lybas y Banon presentan una buena correlación en las trayectorias de daño, tal como lo atestigua la figura 7.5 al emplear el modelo constitutivo de Roufaiel.

El modelo de Lybas es el que presenta los mayores valores. Por otra parte, las trayectorias de daño obtenidas con las funciones de Daali, Park y Meyer son

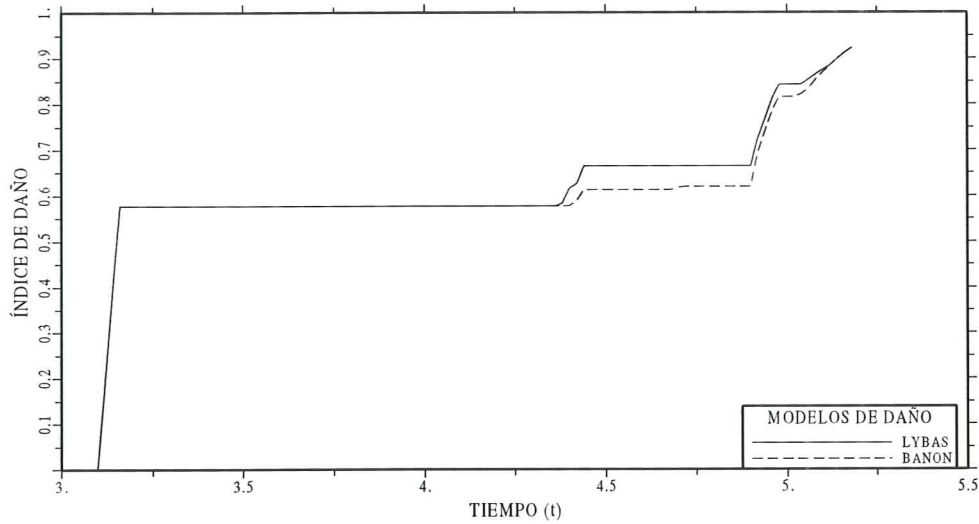


Figura 7.5 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Roufaiel para el sismo de Loma Prieta.

comparables entre si como se aprecia en la figura 7.6, empleando el modelo constitutivo de Roufaiel. Es interesante notar que en el colapso las cinco funciones de daño presentan resultados muy similares. De igual forma se destaca que el modelo de Meyer presenta valores muy bajos durante un largo tiempo, en comparación con el total, de incursión en el rango no lineal. Cuando no se considera el efecto de corte elástico e inelástico y deterioro de adherencia en la evaluación de la curvatura de fluencia el pórtico incursiona menor tiempo en el rango no lineal, y en consecuencia, los valores que se obtienen con el modelo de daño de Meyer son sumamente bajos, lo que determina su exclusión en la comparación que se presentó en el capítulo cinco.

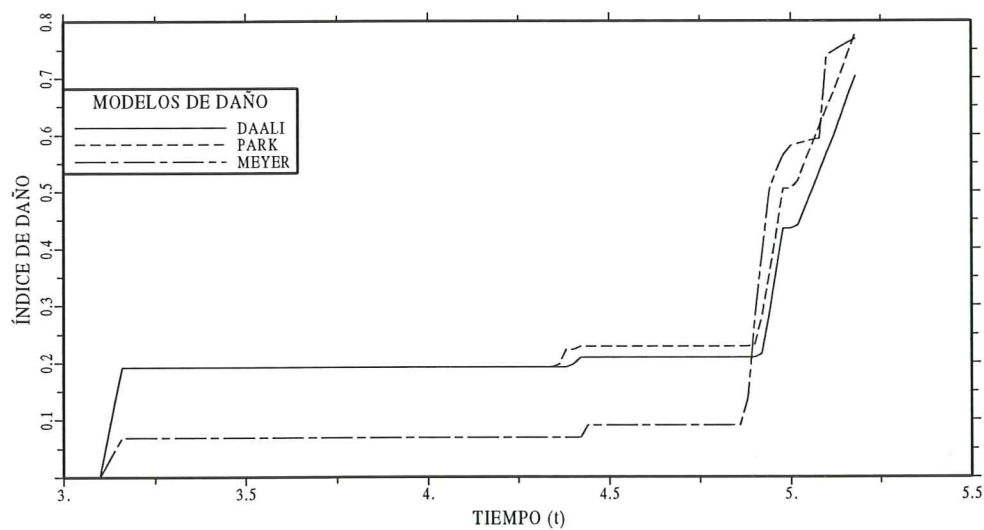


Figura 7.6 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Roufaiel para el sismo de Loma Prieta.

En la figura 7.7 se indican las trayectorias de daño obtenidas con el modelo

constitutivo de Clough para los modelos de Lybas y Banon, donde se aprecia que la diferencia entre las dos curvas se halla muy cerca del colapso, con valores superiores de la función de daño de Lybas.

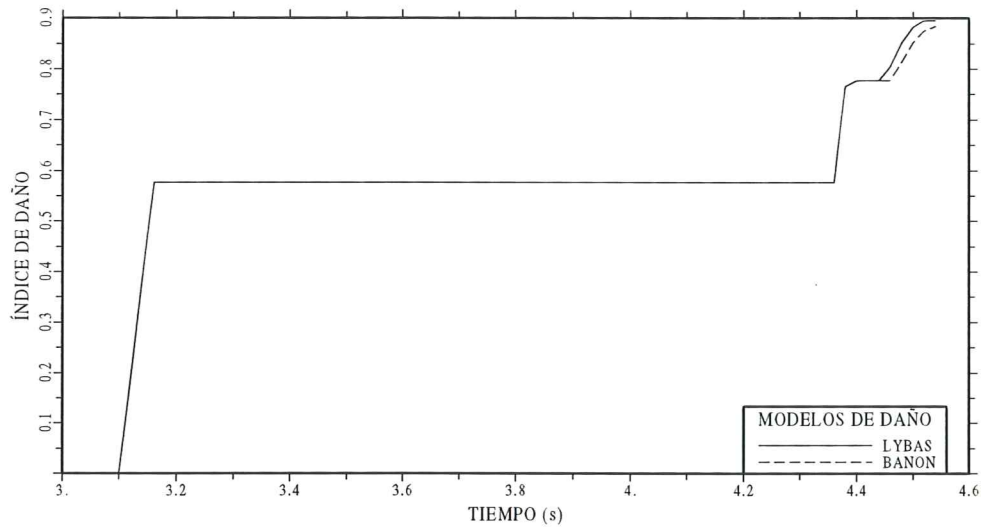


Figura 7.7 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Clough para el sismo de Loma Prieta.

En la figura 7.8 se presentan las trayectorias encontradas con los modelos de daño de Daali, Park y Meyer. Nótese la buena correlación que existe entre las funciones de daño de Park y Daali, con valores ligeramente superiores en el modelo de Park. El modelo de Meyer presenta valores un tanto más bajos a lo largo de toda la trayectoria.

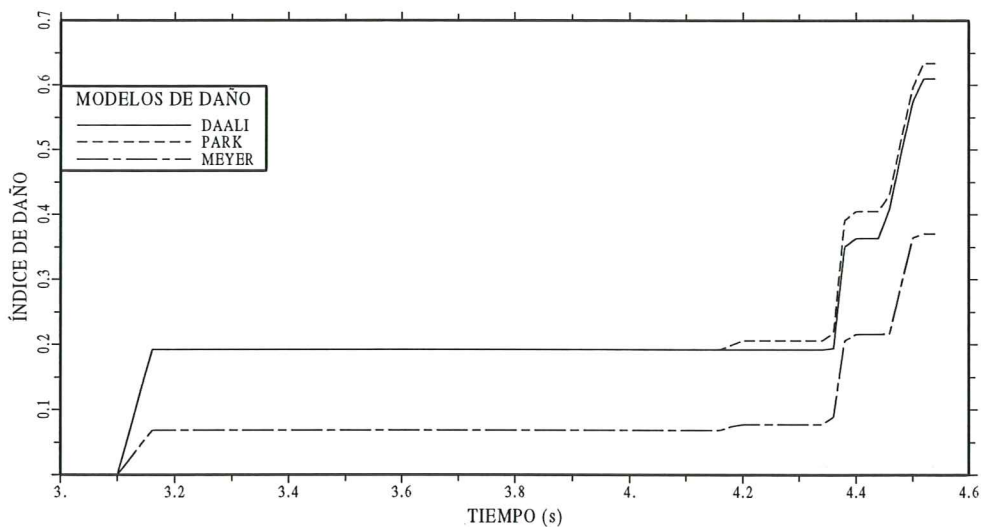


Figura 7.8 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Clough para el sismo de Loma Prieta.

7.5 SISMO DE TOKACHI OKI

Si bien ante el sismo de Loma Prieta se encontró una muy buena correlación entre los modelos de daño de Lybas y Banon, en el presente caso las dos funciones de daño presentan los mismos valores cuando se analiza con el modelo de Roufaiel y de Clough. En la figura 7.9 se muestra la trayectoria para el modelo de Lybas.

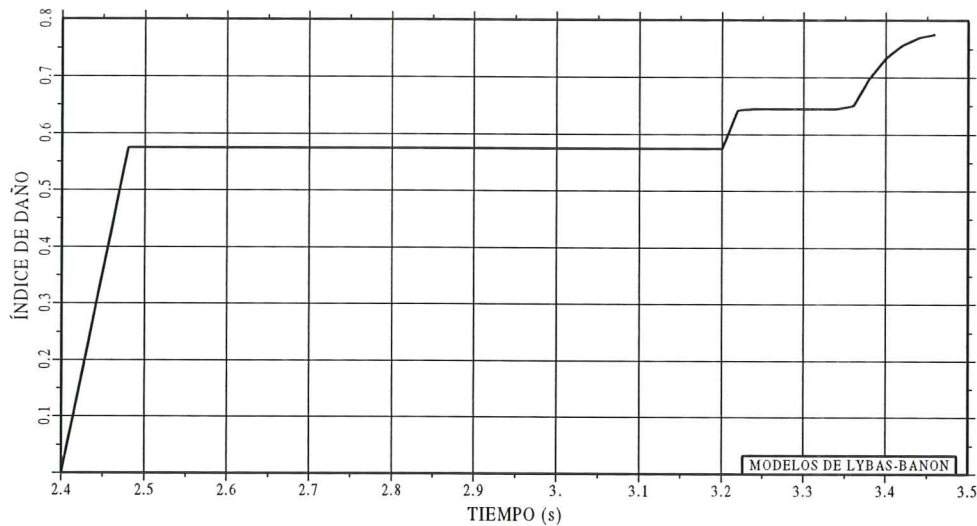


Figura 7.9 Trayectoria de daño para el modelo de daño de Lybas, que es igual a la del modelo de daño de Banon. Modelo constitutivo del material: Roufaiel.

En la figura 7.10 se muestran los resultados encontrados para los restantes modelos de daño, trabajando con el modelo constitutivo de Roufaiel. Nuevamente los modelos de Park y Daali tienen un similar comportamiento y se aprecia que en el colapso los valores de estos tres modelos son semejantes, y además menores que los obtenidos con los modelos de Lybas y Banon. Nótese que desde los 2.4 segundos hasta los 3.3 segundos el daño que resulta es bajo, situación que no se obtuvo cuando se consideró únicamente la flexión en la evaluación de la curvatura de fluencia, indicado en el capítulo cinco.

Las respuestas que se obtienen al trabajar con el modelo constitutivo de Clough se presentan en las siguientes gráficas. En la figura 7.11 se muestra una sola curva debido a que las funciones de daño de los modelos de Lybas y Banon son las mismas. Como característica estas funciones de daño conllevan valores muy altos, tan pronto entran en el rango no lineal. Se destaca que al igual que en los capítulos anteriores se está trabajando con índices de daño normalizados, cero para comportamiento elástico y la unidad para el colapso total de la estructura.

Finalmente, en la figura 7.12 se aprecian las trayectorias de daño para los modelos de Daali, Park y Meyer, con un comportamiento similar al que se ha indicado en párrafos anteriores. Son bastante altos los índices de daño a que llevan los modelos de Park y Daali. En el colapso esto se debe en parte al gran desplazamiento lateral que presenta el modelo de Clough. La función de daño de Park reporta un valor de aproximadamente 0.85 en el colapso.

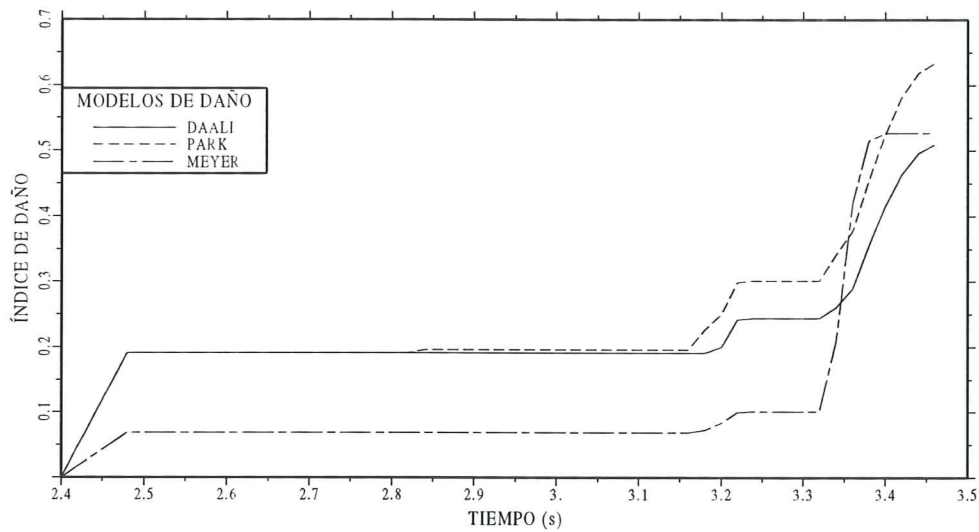


Figura 7.10 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Roufaiel para el sismo de Tokachi Oki.

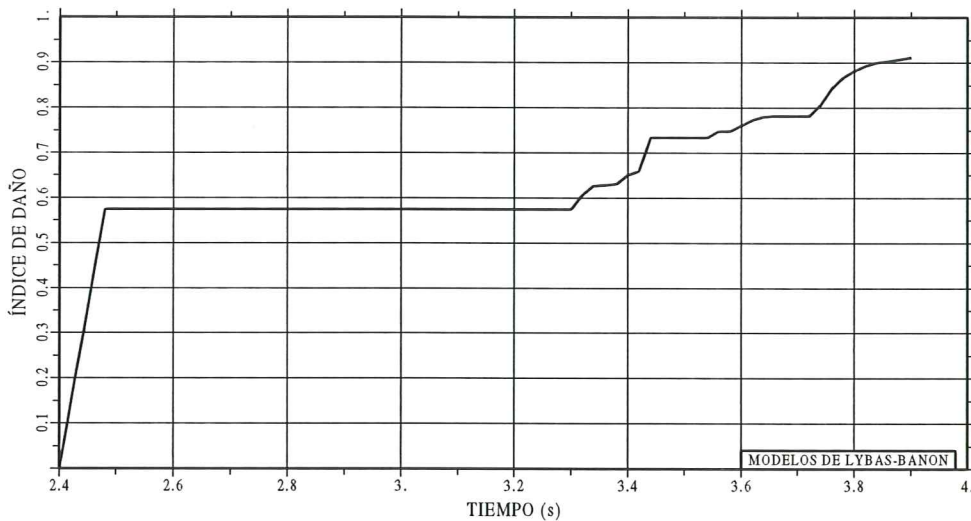


Figura 7.11 Trayectoria de daño obtenida con el modelo constitutivo de Clough para el sismo de Tokachi Oki.

7.6 CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos en el presente capítulo y en el anterior, en que se trabajó con una estructura dúctil, se desprenden las siguientes conclusiones:

- En todos los análisis en que se calcula índices de daño debe incluirse el efecto de corte elástico, inelástico y deterioro de adherencia en la evaluación de la curvatura de fluencia. En caso contrario se está sobrevalorando el daño, especialmente al inicio de la trayectoria en el rango no lineal. En el colapso de la estructura no se puede predecir si el índice de daño será

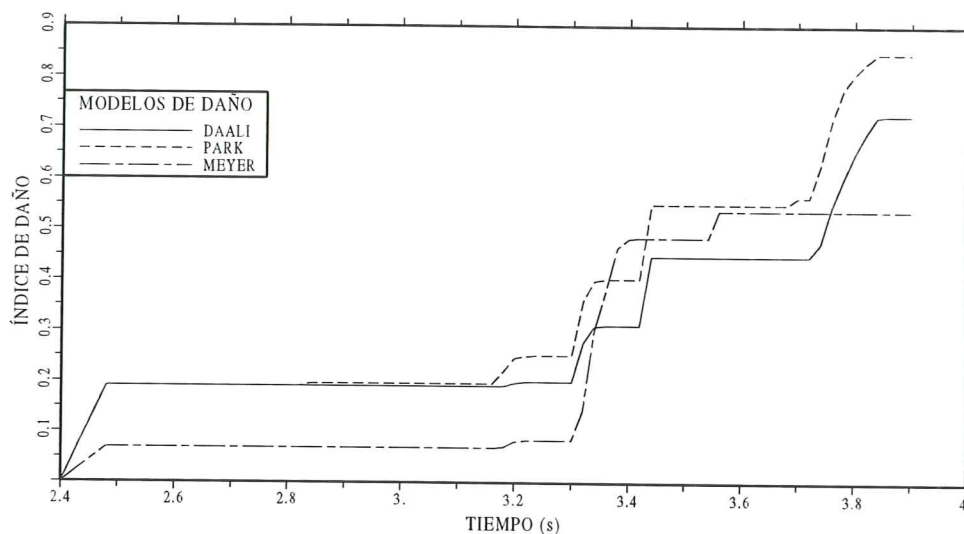


Figura 7.12 Trayectorias de daño obtenidas con el modelo constitutivo de Clough para el sismo de Tokachi Oki.

mayor o menor tal como se indicó en el capítulo anterior. Lo cierto es que se modela de mejor forma el comportamiento de la estructura al considerar las variables indicadas.

- El modelo de daño de Lybas y Sozen reporta valores que se pueden considerar iguales al del modelo de Banon y Veneziano, cuando se trata de estructuras frágiles. En estructuras dúctiles son muy semejantes. Para fines prácticos se puede indicar que estos dos modelos reportan los mismos valores trabajando con $a=1.1$ y $b=0.38$ en el modelo de Banon y Veneziano.
- El modelo de daño de Park y Ang presenta una muy buena correlación con el modelo de Daali en estructuras frágiles. En dúctiles la correlación es menor, pero para los dos tipos de estructuras la relación entre estos dos modelos es aceptable. El modelo de daño de Park por lo general presenta valores superiores al del modelo de Daali.
- En general no se aprecia una relación entre la función de daño de Banon y Veneziano y el modelo de Park y Ang, tal como se ha indicado⁽⁸⁾ al trabajar con valores de $a=1.1$ y $b=0.38$ en el primer modelo y con $\beta = 0.15$ en el segundo modelo. Las trayectorias son diferentes y, en el colapso, en algunos casos tienen resultados comparables. Sin embargo, en general, no hay esa relación.
- El modelo de daño de Soo, Meyer y Shinozuka tiende a relacionarse de mejor forma con los modelos de Park y Daali que con los de Lybas y Banon.

REFERENCIAS

1. Roufaiel, S. Magdy, C. Meyer, "Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames", *Journal of Structures Engineering, ASCE*. V. 113 N.- 3, pp 429-444, 1987.

2. M. Paz, "Dinámica estructural. Teoría y Cálculo", *Editorial Reverte S.A. Barcelona, España*, 1992.
3. J. Lybas, M. Sozen, "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series N.- 444, University of Illinois, Urbana*, 1977.
4. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
5. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 10, pp 179-193*, 1982.
6. Y. Park, "Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures", *Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana*, 1984.
7. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *A.C.I. American Concrete Institute, Structural Journal Vol 86, N.- 3, pp 259-271*, 1989.
8. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 22, pp 855-868*, 1993.

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA

Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numericos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1 *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2 *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almasa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3 *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4 *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5 *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6 *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, R. Aguiar 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7 *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango Gonzalez, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.
- IS-8 *Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base*, A.H. Barbat, N. Molinares, J. Rodellar, 124 pp., ISBN 84-87867-46-4, 1994.
- IS-9 *Análise estocástica da resposta sísmica nao-linear de estruturas*, Alvaro A.M. F. Cunha, 199 pp., ISBN: 84-87867-47-2, 1994
- IS-10 *Definición de la acción sísmica*, A.H. Barbat, L. Orosco, J.E. Hurtado, M. Galindo, 122 pp., ISBN: 84-87867-448-0, 1994
- IS-11 *Sismología y peligrosidad sísmica*, J.A. Canas Torres, C. Pujades Beneit, E. Banda Tarradellas, 87 pp., ISBN: 84-87867-49-9, 1994
- IS-12 *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, F. Yépez, A.H. Barbat, J.A. Canas, 104 pp., ISBN: 84-87867-50-2, 1995
- IS-13 *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-57-X, 137pp, 1995
- IS-14 *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, F. Yépez, A.H. Barbat y J.A. Canas, ISBN: 84-87867-58-8, 103pp, 1995

- IS-15 *Diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado*, L. Bozzo, A.H. Barbat,
ISBN: 84-87867-59-6, 185pp, 1995
- IS-16 *Modelo tridimensional de atenuación anelástica de las ondas sísmicas en la Península Ibérica*, J.O. Caselles, J. A. Canas, Ll. G. Pujades, R.B. Herrmann,
ISBN: 84-87867-60-X, 119 pp, 1995

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.