

Diseño de una herramienta porosa para el pulido de superficies ópticas usando programación lineal

Cuauhtémoc H. Castañeda Roldán, Jorge González García, Luz del Carmen Álvarez Marín, Liliana Jeanett Manzano Sumano, Agustín Santiago Alvarado
Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM)
Huajuapán de León, Oaxaca, México, C.P. 69000
e-mail: ccroldan@mixteco.utm.mx; jgonzal@mixteco.utm.mx

Alberto Cordero Dávila

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)
Apartado Postal 1152, 72570 Puebla, Puebla, México
e-mail: acordero@fcfm.buap.mx

Resumen

En este trabajo se diseña una nueva herramienta de pulido de superficies ópticas, que hemos llamado porosa, debido a que está formada por perforaciones y postes circulares. El diseño de esta nueva herramienta se basa en el diseño de una herramienta de pétalo dada, la cual genera un desgaste deseado. La herramienta propuesta se construirá en dos partes, en la primera se sitúan las perforaciones y en la segunda los postes. Como primer paso se obtiene la función que describe el contorno de la herramienta de pétalo utilizando *splines* cúbicos de interpolación; a partir de esta información se aborda la determinación del número de postes y perforaciones y su distribución sobre la herramienta porosa. Se presenta un algoritmo iterativo que resuelve una secuencia de programas lineales para encontrar la solución de este problema. Finalmente se presentan ejemplos donde se diseñan distintas herramientas porosas que producen desgastes similares a los producidos por la herramienta de pétalo, para fabricar superficies tanto cóncavas como convexas.

Palabras clave: métodos de pulido de superficies ópticas, desgaste deseado, herramienta de pétalo, *spline* cúbico de interpolación, programación lineal.

DESIGN OF A POROUS TOOL FOR POLISHING OPTICAL SURFACES USING LINEAR PROGRAMMING

Summary

In this work a new polishing tool of optical surfaces has been designed. We have called a porous tool, because it is formed by perforations and circular posts. The design of this new tool is based on the design of a previous petal tool which generates a desired wear. The proposed tool will be constructed in two parts; perforations are placed in the first part and posts in the second. As a first step, we obtain the function that describes the contour of the petal tool using cubic spline interpolation; from this information we determine the number of posts and perforations and their distribution on the porous tool. An iterative algorithm that solves a sequence of linear programs to find the solution of this problem is presented. Finally we show examples where we applied this method to design different porous tools that produce wear similar to that produced by the original petal tools, in order to make both concave and convex surfaces.

Keywords: optical surfaces polishing methods, desired wear, petal tool, cubic spline interpolation, linear programming.

INTRODUCCIÓN

El pulido de superficies ópticas es el proceso mediante el cual se remueve de la superficie de una pieza de vidrio la cantidad suficiente de material para obtener una forma deseada¹.

En el pulido clásico de superficies ópticas², una de las opciones para generar el desgaste deseado es utilizar una herramienta de pulido llamada herramienta de pétalo³, (Figura 1a). Para diseñar esta herramienta se considera que está formada por un conjunto de herramientas anulares incompletas de diferentes tamaños angulares (Figura 1b). El desgaste generado por cada herramienta anular incompleta es directamente proporcional a su tamaño angular; esta proporcionalidad es la que permite determinar la forma de la herramienta de pétalo, la cual a su vez permite generar el desgaste deseado sobre cada punto del vidrio a pulir³. El cálculo numérico del desgaste generado por cada herramienta anular se realiza utilizando la ecuación de Preston⁴; a partir de estos valores se calculan los tamaños angulares óptimos para el diseño de la herramienta de pétalo por medio de algoritmos genéticos³ y programación lineal⁴. Una herramienta de pétalo es equivalente a un conjunto de herramientas anulares incompletas trabajando independientemente en cada zona del vidrio al mismo tiempo. La ventaja que presenta la herramienta de pétalo con respecto a la herramienta sólida pequeña⁷ (la cual también es usada para generar el desgaste deseado en el pulido clásico), es que su eficiencia de pulido es mayor¹, debido a que el diámetro de la herramienta de pétalo es muy cercano al diámetro del vidrio a pulir.

En este trabajo proponemos un método para diseñar una nueva herramienta de pulido, llamada herramienta porosa, la cual debe generar un desgaste aproximadamente igual al que genera una herramienta de pétalo dada, con la misma eficiencia de pulido.

La superficie de esta nueva herramienta será un disco sólido dividido en dos zonas con características diferentes: la primera será una zona central circular mientras que la segunda zona será la parte restante del disco, de forma anular. Dependiendo del desgaste a generar, cóncavo o convexo, se determina cuál de estas zonas estará constituida por perforaciones circulares, y cuál por cilindros circulares rectos (postes). Estas perforaciones y postes podrán ser de diferentes radios. Los postes pueden construirse removiendo el material excedente de la zona de la herramienta que les corresponde. Los extremos circulares superiores de estos postes, al igual que la superficie no perforada de la parte interna tendrán contacto en todo momento con el vidrio, y serán los que generen el desgaste deseado.

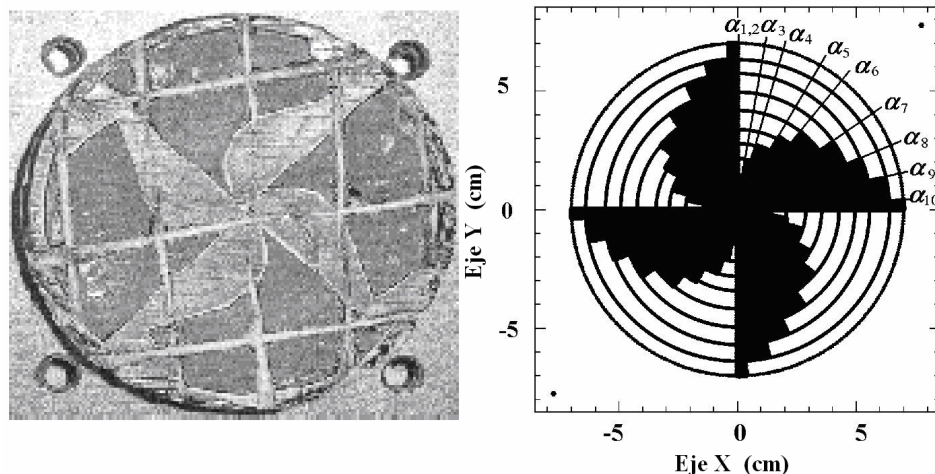


Figura 1. a) Herramienta de pétalo real. b) Herramienta de pétalo simulada por 10 herramientas anulares incompletas con diferentes tamaños angulares α_i

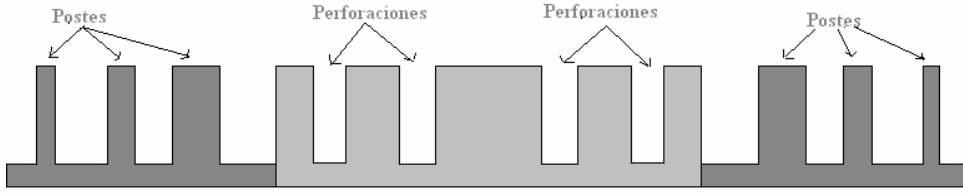


Figura 2. Sección transversal de la herramienta formada por perforaciones y postes circulares

En el caso de una herramienta para generar superficies cóncavas, la zona interna será realizada con perforaciones circulares, mientras que la externa tendrá postes; en el caso de una herramienta para el pulido de superficies convexas la composición será a la inversa, con la parte interna formada de postes y la externa de perforaciones (Figura 2).

En nuestro diseño de la herramienta, tanto los centros de las perforaciones como los centros de las bases de los postes estarán ubicados sobre circunferencias de montaje colocadas de manera imaginaria sobre el disco. El problema técnico fundamental del diseño de la herramienta porosa a partir de la herramienta de pétalo consiste en determinar el número y la ubicación de los postes y perforaciones de cada uno de los radios que se estén considerando (esquema de la herramienta). Para lograr lo anterior se debe calcular primero una función que describa el contorno de la herramienta de pétalo.

DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE CONTORNO DE LA HERRAMIENTA DE PÉTALO

Para determinar la función de contorno de la herramienta de pétalo debemos ajustar un conjunto de puntos en el plano que describen el contorno de uno de los 4 pétalos que forman esta herramienta. Puede usarse una función polinomial a trozos para lograr un buen ajuste⁹. En este trabajo utilizaremos una función de un tipo que se denomina *spline* cúbico paramétrico.

Dada una partición P de un intervalo $[a, b]$

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{m-1} < x_m = b$$

y un conjunto de valores reales distintos $y_0, y_1, \dots, y_{m-1}, y_m$, decimos que una función $S(x)$ con segundas derivadas parciales continuas en $[a, b]$ es un *spline* cúbico de interpolación si $S(x)$ es un polinomio cúbico en cada subintervalo $\Delta_i = [x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, \dots, m-1$, de P , y además $S(x_i) = y_i$, $i = 0, \dots, m$. Para determinar de manera única un *spline* de interpolación se requieren condiciones adicionales⁸.

Ahora bien, si para un parámetro real t en un intervalo dado se tienen definidos dos *splines* cúbicos de interpolación $x(t)$, $y(t)$ de modo que para los valores $t_1 < t_2 < \dots < t_m$ del parámetro t se verifican

$$\begin{aligned} x(t_i) &= x_i \\ y(t_i) &= y_i \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{1}$$

entonces decimos que la curva $S(t) = (x(t), y(t))$ es un *spline* cúbico paramétrico.

Nuestro *spline* debe pasar por los puntos (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$ que describen el contorno de la herramienta de pétalo (Figura 3).

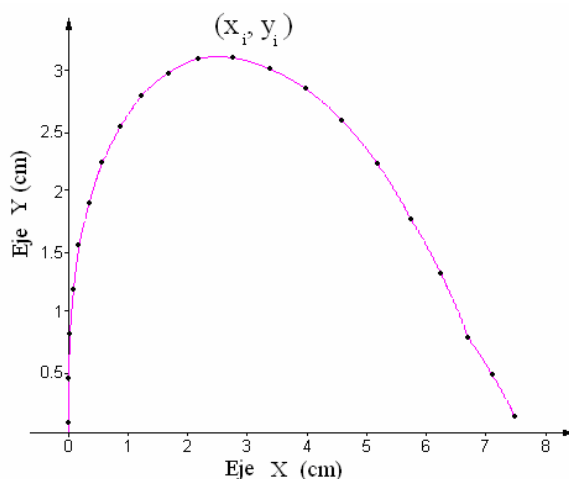


Figura 3. Contorno de la herramienta de pétalo

Para determinar este *spline* seguimos el procedimiento expuesto por Pablo Barrera⁸, donde se utiliza un parámetro t adecuado y se establecen ciertas condiciones para proceder a resolver los sistemas lineales de cuya solución obtenemos los coeficientes de los polinomios que forman el *spline*. Esto se llevó a cabo con la ayuda de un programa realizado en matlab utilizando la función *spline*.

Una vez obtenido el *spline* que describe el contorno de la herramienta de pétalo, podemos iniciar el cálculo de la herramienta porosa usando programación lineal.

MODELACIÓN DEL ESQUEMA DE LA HERRAMIENTA POROSA CON PROGRAMACIÓN LINEAL Y SU SOLUCIÓN

Con el fin de simplificar la exposición, en esta sección se presentará el desarrollo del diseño de una herramienta construida a base de perforaciones únicamente, explicando al final los ajustes necesarios en los cálculos para obtener el diseño de la herramienta formada por perforaciones y postes, de acuerdo al planteamiento que hemos presentado antes. Nuestro punto de partida es el *spline* paramétrico descrito en la sección anterior, el cual interpola un conjunto de puntos situados sobre el perfil de uno de los pétalos de una herramienta de pétalo, en el primer cuadrante del plano.

Algoritmo para determinar el esquema de perforaciones

Definimos dos conjuntos de circunferencias situadas sobre la herramienta: circunferencias de montaje y circunferencias de evaluación, las primeras serán utilizadas para colocar en ellas los centros de las perforaciones circulares, y en las segundas se evaluará la afectación que hacen de su perímetro estas perforaciones.

En este contexto, denotemos:

m = número de circunferencias de montaje,

e = número de circunferencias de evaluación,

rh = radio de la herramienta de pétalo,

rv = radio del vidrio que se va a pulir,

x_j = radio de la j -ésima circunferencia de evaluación,

x_i = radio de la i -ésima circunferencia de montaje,

m_i = número de perforaciones realizadas, con centro en la i -ésima circunferencia de montaje, $i = 1, \dots, m$.

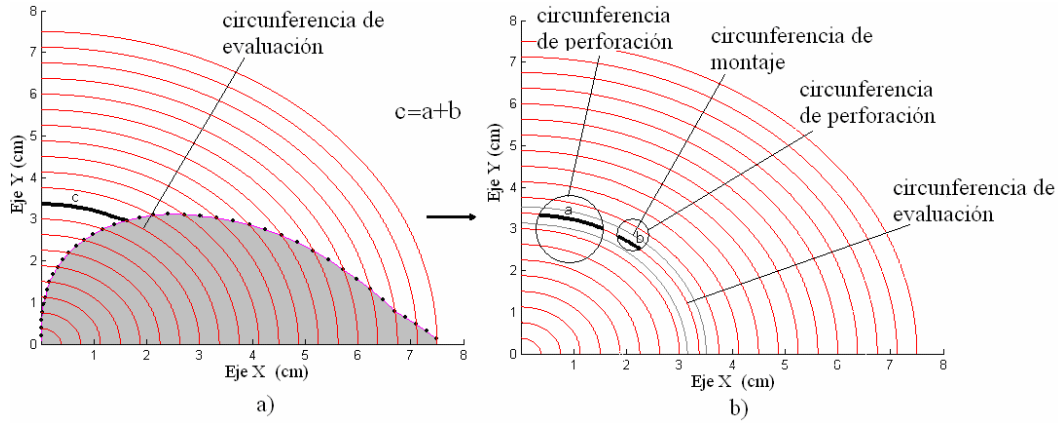


Figura 4. a) Arco de una circunferencia de evaluación situado fuera del pétalo, b) Arcos de la circunferencia de evaluación similar situados dentro de las perforaciones de la herramienta porosa

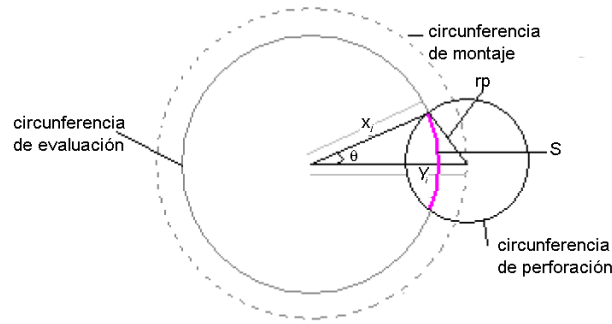


Figura 5. Determinación de la afectación del perímetro de una circunferencia de evaluación por una perforación

En el algoritmo que se presenta más adelante, lo mismo que en los ejemplos, se consideran perforaciones de diferentes diámetros, pero en cada iteración se sitúan perforaciones de un mismo diámetro denotado por rp .

Consideremos que se traza un par de circunferencias de evaluación de igual radio, una sobre la herramienta de pétalo (Figura 4a), y la otra (su similar), sobre la herramienta porosa (Figura 4b), entonces, la parte del contorno de la primera que queda situada fuera del pétalo y la parte del contorno de la segunda que queda superpuesta sobre los perforaciones, deben de tener medidas aproximadamente iguales para que los desgastes producidos por ambas herramientas sean también cercanos.

Utilizando el diagrama de la Figura 5 y la ley de los cosenos, se encuentra que:

$$rp^2 = y_i^2 + x_j^2 - 2y_i x_j \cos \theta \quad (2)$$

despejando θ nos queda:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{y_i^2 + x_j^2 - rp^2}{2y_i x_j} \right) \quad (3)$$

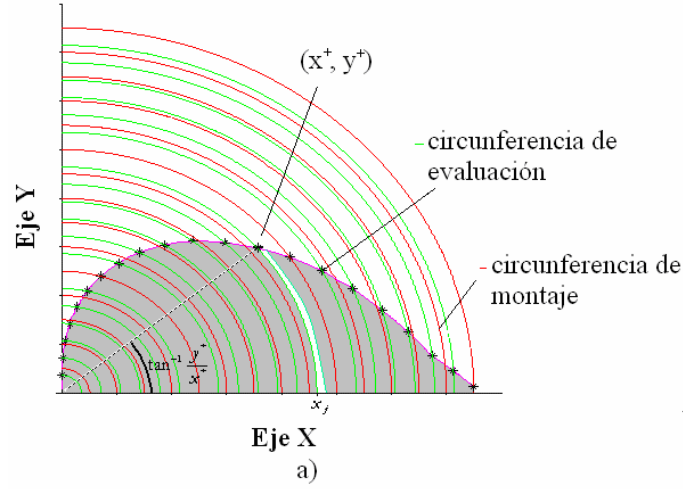


Figura 6. Calculando la longitud del arco de la circunferencia de montaje j situado en el pétalo

De acuerdo a la ecuación (3) se tiene que la afectación que sufre el perímetro de la circunferencia de evaluación de radio x_i por una perforación de radio rp que la intersecta es igual a

$$S = 2x_j \cos^{-1}(a_{i,j}), \quad \text{donde} \quad a_{i,j} = \left(\frac{y_i^2 + x_j^2 - rp^2}{2y_i x_j} \right) \quad (4)$$

Es fácil comprobar que la intersección se da si y sólo si $|a_{i,j}| \leq 1$.

Así, bajo el supuesto de que las perforaciones no se superponen unas con otras, la afectación $p(j)$ que hacen en conjunto todas las perforaciones (de radio rp) sobre el perímetro de la circunferencia de evaluación de radio x_j es igual a

$$p(j) = \sum_{i=1}^{rm} 2m_i x_j \phi(a_{i,j}), \quad j = 1, \dots, e \quad (5)$$

donde

$$\phi(x) = \begin{cases} \cos^{-1}(x) & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |x| > 1 \end{cases} \quad (6)$$

Ahora bien, si $x = P_1(t)$, $y = P_2(t)$, $a \leq t \leq b$, definen el *spline* $S(x)$ que ajusta los puntos situados sobre el pétalo, y si (x^*, y^*) es el punto de intersección de este *spline* con la circunferencia de evaluación de radio x_j , entonces (Figura 6), nuestra estimación de la longitud del arco de la j -ésima circunferencia de evaluación que no queda superpuesto sobre el pétalo de la herramienta (parte que no tiene contacto con el vidrio), es

$$f(j) = \frac{\pi}{2} x_j - x_j \tan^{-1} \frac{y^*}{x^*} \quad (7)$$

Esto nos lleva a plantear el sistema $f(j) = p(j)$, $j = 1, \dots, e$, esto es:

$$f(j) = \sum_{i=1}^m 2m_i x_j \phi(a_{i,j}) \quad (8)$$

$j = 1, \dots, e$ $i = 1, \dots, m$. Donde $a_{i,j}$ está definida por la ecuación (4).

En el caso general este sistema es inconsistente, pero podemos buscar una solución aproximada; deseamos que las diferencias $\epsilon_j = f(j) - p(j)$, $j = 1, \dots, e$ sean positivas y tan pequeñas como sea posible, así que las introduciremos como variables, al igual que otra variable δ que las acote superiormente y que sea el valor a minimizar, esto conduce al siguiente programa lineal¹⁰:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & z = \delta \\ \text{suje}to \quad & \sum_{i=1}^m 2m_i x_j \cos^{-1} \left(\frac{y_i^2 + x_j^2 - rp^2}{2y_i x_j} \right) + \epsilon_j = f(j) \\ & \epsilon_j - \delta \geq 0 \\ & \epsilon_j, \delta, m_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, e \end{aligned} \quad (9)$$

Obsérvese que no hemos restringido las variables a tomar valores enteros. La razón es la siguiente: resolveremos una secuencia de programas lineales de la forma (9); para la primera corrida, se hace rp igual al mayor de los radios considerados; los valores óptimos de los m_i que se obtienen se redondean al máximo entero menor o igual que m_i . Quedan así determinados el número y la ubicación de las perforaciones de mayor radio. Después se actualizan los valores $f(j)$, se hace rp igual al radio consecutivamente menor, y se hace la segunda corrida. El proceso continúa de esta forma y termina cuando se ha resuelto el último programa de la secuencia, con rp igual al menor de los radios.

El algoritmo puede resumirse en cinco pasos:

Dados los números $rp_1 > rp_2 > \dots > rp_l > 0$, $x_i, y_i, i = 1, \dots, m$

1. Se hace $k=1$, donde $k = 1, \dots, l$
2. Se hace $rp = rp_k$, se evalúan los $f(j)$, $j = 1, \dots, e$, con (7) y se soluciona (9),
3. Los valores obtenidos para los $m_i, i = 1, 2, \dots, m$ se redondean hacia abajo hasta el entero más próximo $\lfloor m_i \rfloor, i = 1, 2, \dots, m$,
4. Se evalúa $p(j), j = 1, 2, \dots, e$, sustituyendo m_i por $\lfloor m_i \rfloor$ en (4) y se actualizan los $f(j) = f_k(j) = f_j - p_j, j = 1, \dots, e$,
5. Si $k < l$ se hace $k = k + 1$ se va al paso 2. Si $k = l$, se termina, el error final de aproximación en la j -ésima circunferencia de evaluación está dado por $f(j)$.

Se implantó en matlab este algoritmo, en cada iteración resuelve un programa de la forma (9) con la ayuda de la función *linprog*.

Algoritmo para determinar el esquema de postes

Como se mencionó previamente, la herramienta porosa se obtendrá acoplando una parte interna en forma de disco, con una parte externa en forma de anillo. El algoritmo presentado arriba determina el esquema de perforaciones para construir una de estas dos partes.

Explicaremos ahora como se define la partición de la herramienta y los ajustes necesarios para determinar el esquema de los postes con el que debe construirse la parte complementaria. En el caso de una herramienta para el pulido de superficies cóncavas la parte que se construirá con postes será la externa. Utilizaremos este caso para la explicación siguiente.

Explicaremos ahora el criterio que hemos seguido para dividir la herramienta de pétalo en sus dos secciones, una interna y otra externa. En primer lugar se determina el punto de intersección (s, s) de la gráfica de la función identidad con la gráfica del *spline* que describe el perfil de la herramienta de pétalo, la distancia de este punto al origen es $\sqrt{2}s$, y como observamos en la Figura 7, las circunferencias cuyo radio es menor que este número tienen la mayor parte de su arco fuera del pétalo, y por el contrario, aquellas circunferencias cuyo

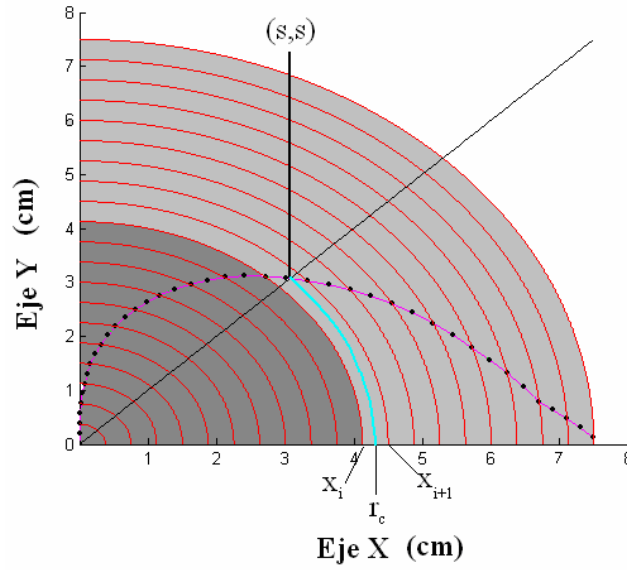


Figura 7. División de la herramienta porosa en sus partes interna y externa

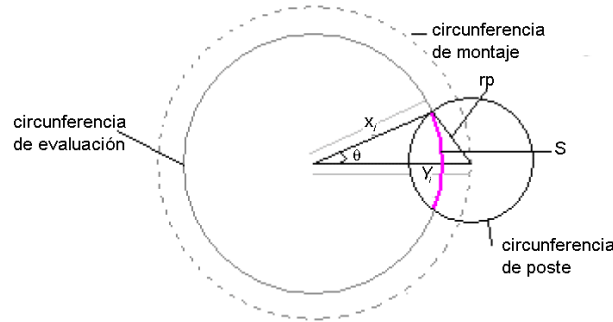


Figura 8. Determinación de la afectación del perímetro de una circunferencia de evaluación por un poste

radio es mayor a $\sqrt{2}s$, tienen la mayor parte su arco fuera del pétalo. Por esto, como queremos minimizar el número de perforaciones y de postes en las respectivas partes de la herramienta hacemos lo siguiente: si $r \leq \sqrt{2}s$ es el radio de una circunferencia de montaje, entonces se realizan perforaciones sobre esa circunferencia y si $r > \sqrt{2}s$, se montan postes.

Para la obtención del número de postes que deben de colocarse en cada circunferencia de montaje se utiliza el mismo programa lineal dado en (9) salvo que en lugar de utilizar el valor de f_j dado por la ecuación (7), ahora utilizamos uno que exprese la longitud del arco de la circunferencia de evaluación j que queda superpuesta sobre el pétalo, es decir:

$$f(j) = x_j \tan^{-1} \frac{y^*}{x^*} \quad (10)$$

Este valor debe de ser aproximado por la suma de las longitudes de los arcos de la circunferencia de evaluación j que quedan superpuestos con los postes (Figuras 8 y 9).

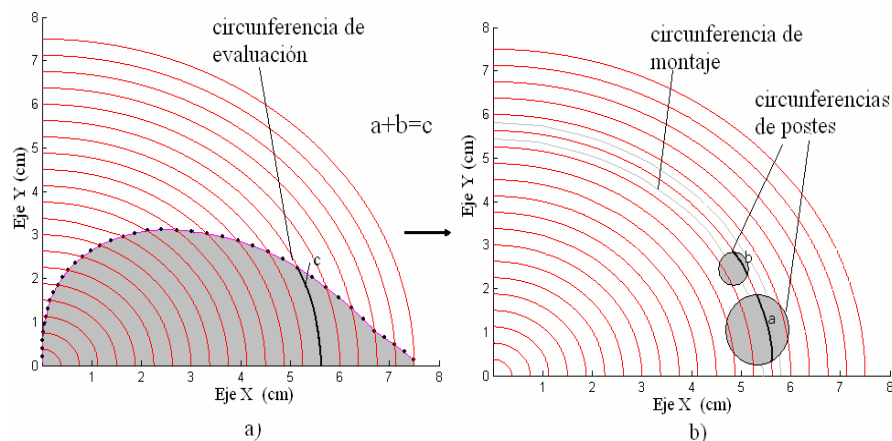


Figura 9. a) Arco de la circunferencia de evaluación situado dentro del pétalo y
b) Arcos de la circunferencia de evaluación similar situados dentro de los postes

En la siguiente sección se muestran los resultados obtenidos al diseñar herramientas porosas con el algoritmo descrito, a partir de herramientas de pétalo que generan desgastes deseados, tanto cóncavos como convexos.

CÁLCULO DE HERRAMIENTAS POROSAS QUE GENERAN DESGASTES DESEADOS

En esta sección se muestran ejemplos en los cuales se obtienen herramientas porosas que aproximan el desgaste que se obtiene con una herramienta de pétalo dada. El diseño de estas herramientas se ha realizado considerando 101 circunferencias de evaluación y 101 circunferencias de montaje para dos casos diferentes: a) herramientas construidas con perforaciones y postes cuyos radios son los de 14 brocas comerciales, siendo el más pequeño de ellos de 1/64 de pulgada y b) herramientas construidas con perforaciones y postes cuyos radios son de 18 medidas diferentes; los primeros 16 de ellos, si los ordenamos en forma descendente, corresponden a brocas comerciales, siendo la más pequeña de ellas la conocida como broca 80, de 0.17 Mm. de radio. El radio número 17 es la mitad del radio 16, y el radio 18 es la mitad del radio número 17.

Para evaluar el desgaste generado por cada una de las herramientas porosas obtenidas se ha generado a partir de cada una de ellas una herramienta de pétalo equivalente, de la siguiente manera: supongamos que la circunferencia de evaluación j , de radio re , está situada en la parte de la herramienta construida con perforaciones; tomando en cuenta el valor de la última actualización de $f(j)$ en el algoritmo descrito en la sección anterior, se tiene que $f(j) - f_l(j)$ es la medida de la afectación que hacen todas las perforaciones de la herramienta sobre el perímetro de esta circunferencia de evaluación. Esto significa que al sumar las longitudes de los arcos de esta circunferencia que no quedan superpuestos con ninguna de ellas obtenemos la parte $S = \frac{\pi}{2}re - (f(j) - f_l(j))$ del perímetro de esta circunferencia que no ha sido afectada por ninguna perforación; entonces el ángulo central $\theta = \frac{S}{re}$ que subtiende un arco de longitud S en esta circunferencia de evaluación es el tamaño angular que le correspondería a una herramienta anular incompleta de radio exterior re que formara parte de una herramienta de pétalo (de 101 herramientas anulares incompletas) equivalente a la herramienta porosa. Algo similar ocurre para las circunferencias de evaluación afectadas por postes. Una vez que se tienen los tamaños angulares de cada una de las 101 herramientas anulares incompletas, se ingresan a un programa que gráfica a partir de

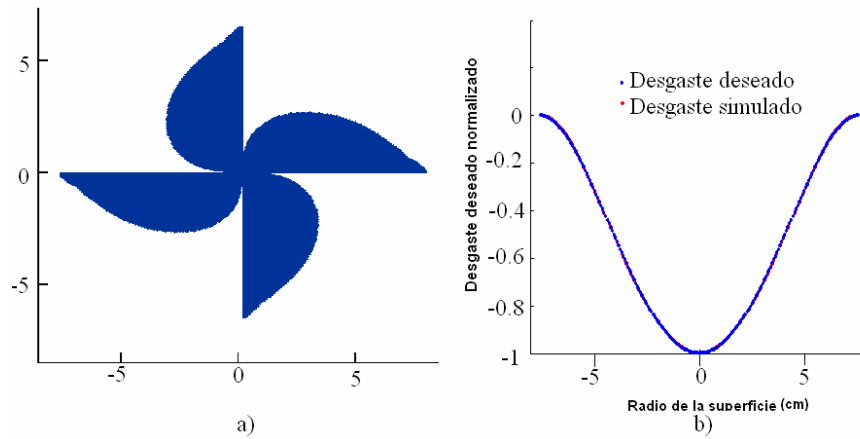


Figura 10. a) Herramienta de pétalo que genera un desgaste cóncavo. b) Desgaste deseado y desgaste generado por la herramienta de pétalo

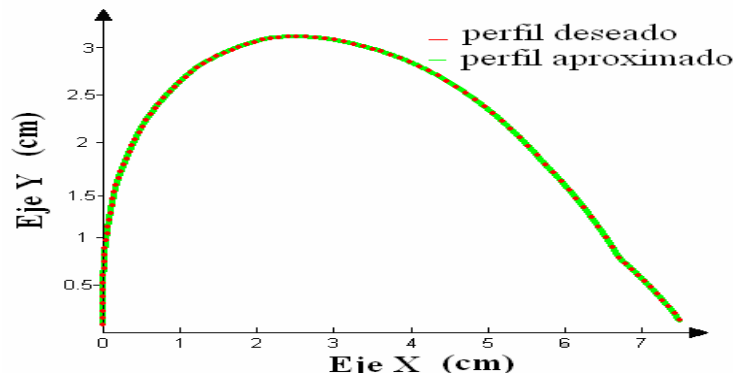


Figura 11. Ajuste del perfil de la herramienta de pétalo utilizada para el pulido de superficies cóncavas

ellos la herramienta de pétalo correspondiente y calcula el desgaste producido por la misma^{3,5,6}. Este programa evalúa también el *rms* entre el desgaste generado por la herramienta diseñada y el desgaste deseado. Podemos hacer así una comparación entre estos valores y los valores correspondientes a la herramienta de pétalo que originó la herramienta porosa, tanto del desgaste que produce como de su *rms*, cerrando de este modo el círculo. En lo que sigue nos referiremos al desgaste generado por la herramienta de pétalo reconstruida a partir de la porosa simplemente como desgaste obtenido con la herramienta porosa.

Herramientas porosas para un desgaste deseado cóncavo

El *spline* paramétrico que ajusta el perfil de la herramienta de pétalo mostrada en la Figura 10 está formado por 100 polinomios para la función $f_1(t)$ y 100 polinomios para la función $f_2(t)$, ver Figura 11.

La Figura 12a muestra la herramienta porosa construida con 14 diferentes medidas de brocas, en la Figura 12b se aprecia la herramienta de pétalo reconstruida a partir de ella y en la Figura 12c el desgaste que genera esta última, junto con el desgaste deseado. En las Figuras 12d, 12e y 12f se exhiben gráficos análogos para la herramienta porosa construida con 18 diferentes medidas de brocas. Para graficar cada herramienta porosa se ha tenido que determinar la posición de los centros de los postes y perforaciones que la forman en la

circunferencia de montaje que les corresponde, siguiendo un método heurístico que no se describe aquí.

Herramientas porosas para un desgaste deseado convexo

De igual manera que en el caso anterior, el *spline* paramétrico que ajusta el perfil de la herramienta de pétalo está formado por 100 polinomios para la función $f_1(t)$ y 100 polinomios para la función $f_2(t)$ (Figura 13 y 14).

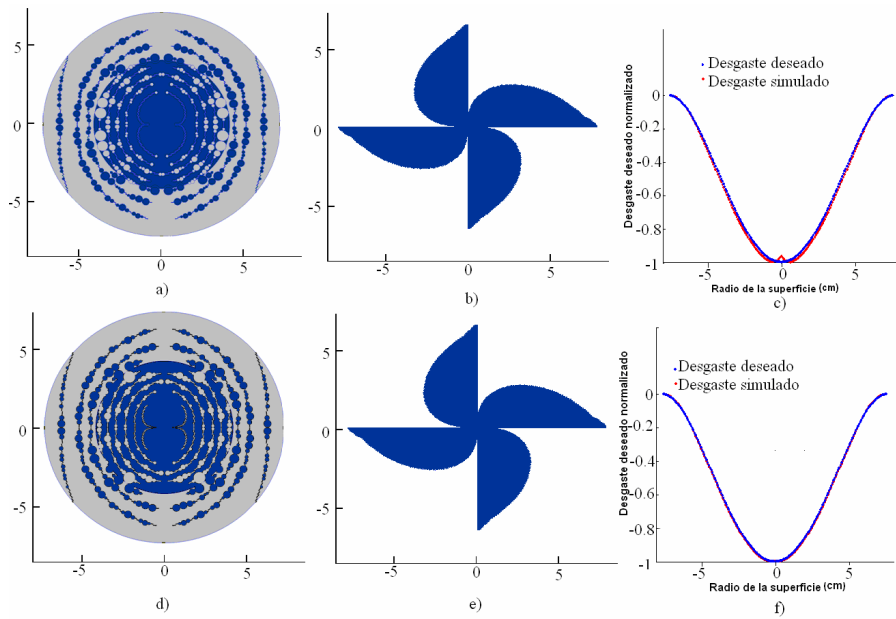


Figura 12. a) Herramienta porosa construida con 14 radios distintos, b) Herramienta de pétalo reconstruida con la herramienta porosa de 14 radios distintos, c) Desgaste generado con la herramienta porosa de 14 radios distintos, d) Herramienta porosa construida con 18 radios distintos, e) Herramienta de pétalo reconstruida con la herramienta porosa de 18 radios distintos y f) Desgaste generado con la herramienta porosa de 18 radios distintos

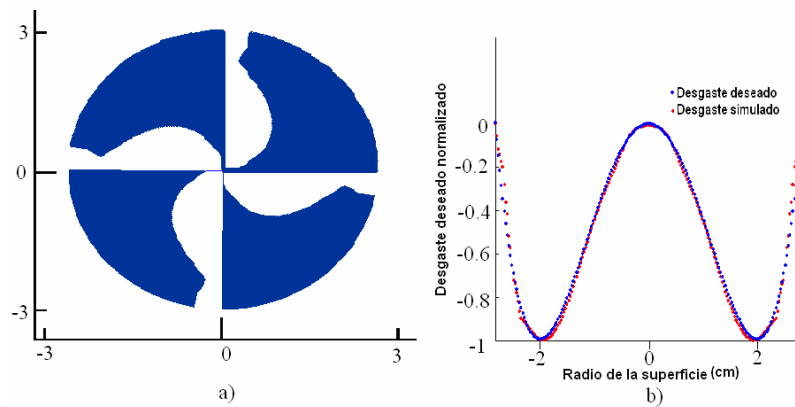


Figura 13. a) Herramienta de pétalo que genera un desgaste convexo. b) Desgaste deseado y desgaste generado por la herramienta de pétalo

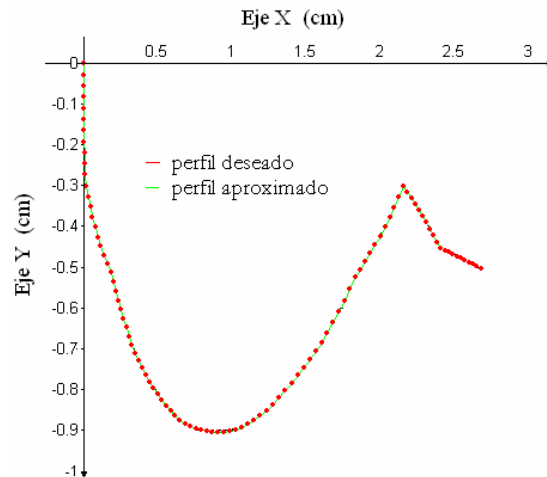


Figura 14. Segmento del perfil de la herramienta de pétalo para el pulido de superficies convexas con 101 puntos

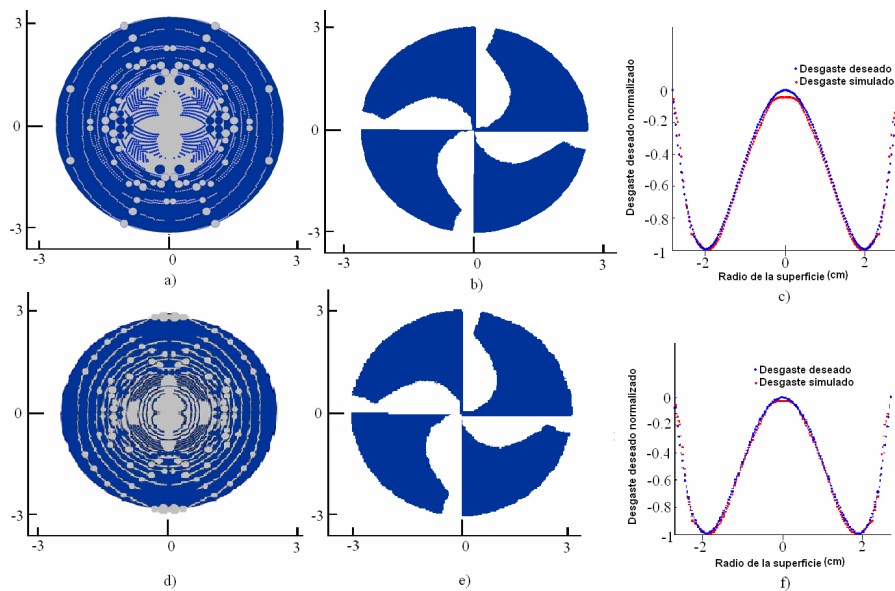


Figura 15. a) Herramienta porosa construida con 14 radios distintos, b) Herramienta de pétalo reconstruida con la herramienta porosa de 14 radios distintos, c) Desgaste generado con la herramienta porosa de 14 radios distintos, d) Herramienta porosa construida con 18 radios distintos, e) Herramienta de pétalo reconstruida con la herramienta porosa de 18 radios distintos y f) Desgaste generado con la herramienta porosa de 18 radios distintos

La Figura 15a muestra la herramienta porosa construida con 14 diferentes medidas de brocas, en la Figura 15b se aprecia la herramienta de pétalo reconstruida a partir de ella y en la Figura 15c el desgaste que genera esta última, junto con el desgaste deseado. En las Figuras 15d, 15e y 15f se exhiben gráficos análogos para la herramienta porosa construida con 18 diferentes medidas de brocas.

Comparaciones

En las Figuras 12 y 15 se observa que los perfiles de las herramientas obtenidas usando 14 y 18 radios diferentes son muy semejantes entre sí y al perfil de la herramienta original, sin embargo la de 18 radios diferentes mejora significativamente la aproximación al desgaste deseado. En la Tabla I se registran los valores del *rms* obtenido para la herramienta original, en los casos cóncavo y convexo, así como los de las herramientas porosas construidas.

Caso Cóncavo	RMS
Herramienta de pétalo	0.0023752
Herramienta porosa construida con 14 radios distintos	0.0171142
Herramienta porosa construida con 18 radios distintos	0.0061127
Caso Convexo	
Herramienta de pétalo original	0.0326613
Herramienta porosa construida con 14 radios distintos	0.0370362
Herramienta porosa utilizando 18 radios distintos	0.0334230

Tabla I. Rms obtenido para las herramientas de pétalo originales y para las herramientas porosas construidas con 14 y 18 radios de postes y perforaciones distintos, utilizando 101 circunferencias de montaje y 101 circunferencias de evaluación

CONCLUSIONES

Usando como punto de partida un conjunto de puntos sobre el perfil de una herramienta de pétalo dada y ajustándolos con *splines* cúbicos paramétricos de interpolación podemos disponer de una función que expresa el tamaño angular de los pétalos de la herramienta en un continuo de puntos. Posteriormente se puede hacer una discretización para diseñar una herramienta porosa construida con perforaciones y postes que emule esos tamaños angulares sobre tantas circunferencias de evaluación como se quiera. El problema de la determinación del número y ubicación de los postes y perforaciones de cada uno de los diferentes radios empleados puede modelarse mediante una secuencia de programas lineales. Como se observa en los ejemplos, se logran herramientas porosas que –al menos teóricamente– aproximan muy bien el desempeño de la herramienta de pétalo. Hay que señalar que existe una limitante física para la construcción de las herramientas porosas que logren una buena aproximación al desgaste deseado, en cuanto a la disposición de brocas y/o cortadores de radios suficientemente pequeños, pero manejables en las máquinas empleadas.

REFERENCIAS

- 1 T. Korkonen y T. Lappalainen, “Computer-controlled figuring and testing”, Advanced Technology Optical Telescopes IV, Laurence D. Barr. Ed., *Proc. SPIE* **1236**, 691-695 (1998).
- 2 R.A. Jones, “Optimization of computer controlled polishing”, *Appl. Opt.*, Vol. **16**, pp. 218-222, (1997).
- 3 A. Cordero-Dávila, V. Cabrera-Peláez, J. Cuautle-Cortés, J. González-García, C. Robledo-Sánchez y N. Bautista-Elivar, “Experimental results and wear predictions of petal tools that freely rotate”, *Appl. Opt.*, Vol. **44**, pp. 1434-1441, (2005).
- 4 F. W. Preston, “The theory and design of plate glass polishing machines”, *J. Soc. Glass Technol.*, Vol. **11**, pp. 214-256, (1927).

- 5 J. González-García, A. Cordero-Dávila, I. Leal-Cabrera, C.I. Robledo-Sánchez y A. Santiago-Alvarado, "Calculating petal tools using genetic algorithms", *Appl. Opt.* Vol. **45**, pp. 6126-6136, (2006).
- 6 A. Santiago-Alvarado, J. González-García, C. Castañeda-Roldan, A. Cordero-Dávila, E. Vera-Díaz y C.I. Robledo-Sánchez, "Use of linear programming to calculate dwell-times for the design of petal tools," *Appl. Opt.*, Vol. **46**, pp. 4642-4649, (2007).
- 7 R.A. Jones, "Fabrication using the computer controlled polisher", *Appl. Opt.*, Vol. **17**, pp. 1889-1892, (1978).
- 8 P. Barrera Sánchez, V. Hernández Mederos y C. Durán Sánchez, "*El abc de los splines*", Aportaciones Matemáticas, Vol. **75**, pp. 83-115, (1996).
- 9 Cuauhtémoc Castañeda, Liliana Manzano, Jorge González y Alberto Cordero, "Numerical modeling of coupled phenomena in science and engineering: Practical use and examples", ISBN:9780415476287, Chapter **35**, Taylor & Francis, pp. 435-444, (2008).
- 10 M.S. Bazaraa, J.J. Jarvis y H.D. Sherali, "*Programación lineal y flujo en redes*", Limusa, México, (1998).