

En español

## Comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP utilizando la teoría de mezclas serie/paralelo

Maritzabel Molina<sup>1</sup>, Juan José Cruz<sup>2</sup>, Sergio Oller<sup>3</sup>,  
Alex H. Barbat<sup>4</sup>, Lluís Gil<sup>5</sup>

### RESUMEN

Diversos estudios experimentales han mostrado que uno de los factores que afectan el comportamiento de estructuras de concreto externamente reforzadas con *Fiberglass Reinforced Plastic* (FRP, por sus siglas en inglés) es la adherencia entre el concreto y el FRP. En complemento a la experimentación, en este artículo se propone el uso de la teoría de mezclas serie/paralelo en la simulación numérica como una herramienta para estudiar el comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP. Además, se presenta un ejemplo en el que se analizan los resultados de la simulación de un ensayo de adherencia por flexión y se contrastan con los obtenidos experimentalmente.

**Palabras clave:** concreto, estructuras, teoría de mezclas serie/paralelo

**Recibido:** mayo 20 de 2010  
**Aceptado:** octubre 13 de 2011

### Introducción

Una alternativa de refuerzo de las estructuras en concreto reforzado corresponde al uso de los materiales compuestos conformados por polímeros reforzados con fibras largas (FRP), la cual se ha incrementado en la última década. Los FRP más utilizados como refuerzo son los reforzados con fibra de vidrio (GFRP) y con fibra de carbono (CFRP). Dado que el uso de los materiales compuestos en obras civiles es relativamente nuevo, aún hay aspectos de los FRP que, por su complejidad, no han sido suficientemente estudiados. Por ello es importante mejorar las herramientas existentes y buscar nuevas alternativas que permitan estudiar el comportamiento de los FRP de una forma más detallada, incluyendo como estrategia la interacción entre la experimentación y la simulación numérica con elementos finitos.

Los estudios experimentales realizados demuestran que uno de los parámetros críticos para definir la resistencia del concreto reforzado externamente con FRP es la adherencia entre el con-

In English

## Behaviour of the interface between concrete and FRP using serial/parallel mixing theory

Maritzabel Molina<sup>6</sup>, Juan José Cruz<sup>7</sup>, Sergio Oller<sup>8</sup>,  
Alex H. Barbat<sup>9</sup>, Lluís Gil<sup>10</sup>

### ABSTRACT

Experimental research has shown that one of the key factors affecting the behaviour of reinforced concrete structures strengthened with externally-bonded fibre-reinforced polymer (FRP) is the bonding behaviour between concrete and FRP laminates. As a complement to experimentation, this paper proposed the use of serial/parallel mixing theory in numerical simulation, which is a tool for studying the behaviour of the concrete-FRP epoxy interface. An example is presented which analyses beam test simulation results and compares them with the experimental results.

**Keywords:** concrete, structures, serial/parallel mixing theory

**Received:** May 20th 2010  
**Accepted:** October 13th 2011

### Introduction

During the past decade using fibre-reinforced polymer (FRP) composites externally bonded to concrete has been increasing used as an alternative for strengthening reinforced concrete structures. Glass fibre reinforced polymer composites (GFRP) and carbon fibre polymer composites (CFRP) are usually used as FRP strengthening. Since the use of composite materials in civil engineering is relatively new, some aspects of FRP have not yet been sufficiently researched due to their complexity. Hence, it is important to improve existing tools and to discover new ways of studying the FRP behaviour in more detail, including the interaction between experiment tests and finite element simulations.

Experimental research has shown that one of the critical parameters in defining the strength of external FRP reinforcement of concrete is the bond between concrete substrate and FRP

<sup>1</sup> Ingeniera Civil, Magíster en Estructuras, Master en Métodos numéricos para cálculo y diseño de la ingeniería, Estudiante de doctorado en Análisis estructural, Universidad Politécnica de Cataluña. Profesor Asociado, Universidad Nacional de Colombia. mmolinah@unal.edu.co

<sup>2</sup> Ingeniero Civil, Estudiante de doctorado en Ingeniería de caminos, canales y puertos, Universidad Politécnica de Cataluña. Profesor, Universidad Autónoma de Chiapas. juan.jose.cruz@upc.edu

<sup>3</sup> Ingeniero de Caminos, canales y puertos, Doctor Ingeniero de caminos, canales y puertos. Profesor catedrático, Universidad Politécnica de Cataluña. sergio.oller@upc.edu

<sup>4</sup> Ingeniero de Caminos, canales y puertos, Doctor Ingeniero de caminos, canales y puertos. Profesor catedrático, Universidad Politécnica de Cataluña. alex.barbat@upc.edu

<sup>5</sup> Ingeniero de Caminos, canales y puertos, Doctor Ingeniero de caminos, canales y puertos. Profesor titular, Universidad Politécnica de Cataluña. lluis.gil@upc.edu

<sup>6</sup> Civil Engineer, Master in Structures, Master in Numerical methods for calculation and design engineering, PhD student in Structural Analysis, Universidad Politécnica de Cataluña. Associate Professor, Universidad Nacional de Colombia. mmolinah@unal.edu.co

<sup>7</sup> Civil Engineer, PhD student in engineering of roads, canals and ports, Universidad Politécnica de Cataluña. Profesor, Universidad Autónoma de Chiapas. juan.jose.cruz@upc.edu

<sup>8</sup> Engineer of roads, canals and ports, PhD in roads, canals and ports. Professor, Universidad Politécnica de Cataluña. sergio.oller@upc.edu

<sup>9</sup> Engineer of roads, canals and ports, PhD in roads, canals and ports. Professor, Universidad Politécnica de Cataluña. alex.barbat@upc.edu

<sup>10</sup> Engineer of roads, canals and ports, PhD in roads, canals and ports. Professor, Universidad Politécnica de Cataluña. lluis.gil@upc.edu

En español

In English

creto y el FRP (Pendhari *et al.*, 2007). Por lo tanto, el comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP es uno de los aspectos que ha sido más estudiado, aunque la mayoría de los estudios han sido enfocados a la parte experimental. En este artículo se revisa el estado del conocimiento de las investigaciones realizadas en el campo del comportamiento de la interfaz concreto-adhesivo-FRP. Luego se describe la teoría de mezclas serie/paralelo (Rastellini, 2006), la cual es una nueva herramienta que permite la simulación numérica de los materiales compuesto. Posteriormente se analiza el comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP obtenido con una simulación de un ensayo de adherencia por flexión en la cual se utilizó la teoría de mezclas serie/paralelo y se contrastan los resultados numéricos con los experimentales.

(Pendhari *et al.*, 2007). The behaviour of the FRP-concrete interface is thus an aspect which has been most studied, although much research has been focused on experimental tests. This paper reviews the state of knowledge concerning research in the field of FRP-concrete interface behaviour. Serial/parallel mixing theory is then described (Rastellini, 2006), this being a new tool for the numerical simulation of composite materials. FRP-concrete interface behaviour obtained from a bending bond test simulation in which serial/parallel mixing theory was used is then analysed and numerical and experimental results compared.

### Clasificación de los ensayos de adherencia en la interfaz concreto-epoxi-FRP

### Classifying FRP-concrete interface bonding tests

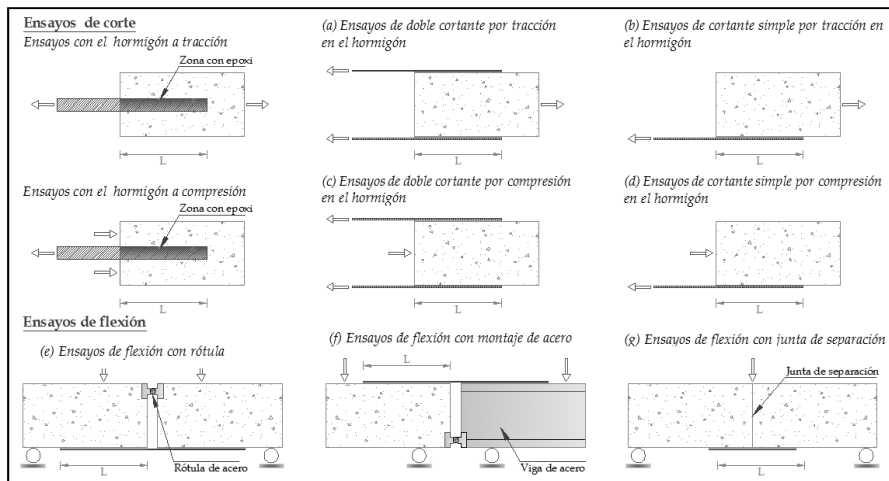


Figura 1. Test de adherencia para concreto reforzado externamente con FRP (Molina, 2009)

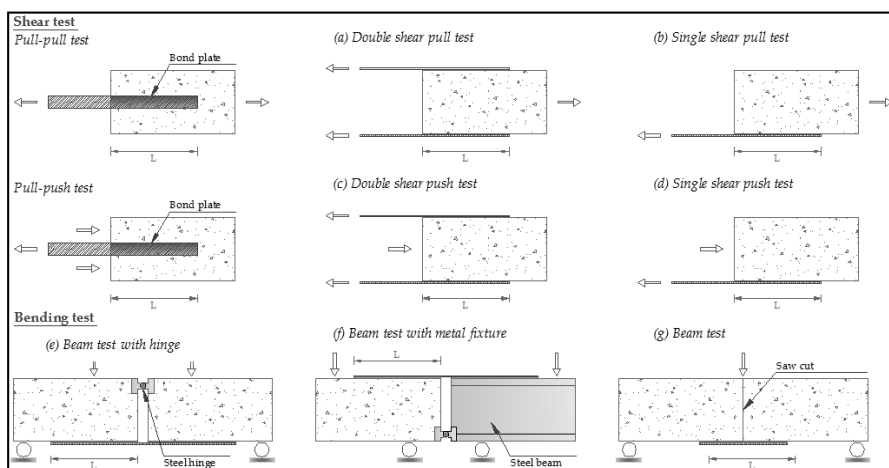


Figure 1. Bond test on concrete strengthened externally by FRP (Molina, 2009)

La eficiencia del refuerzo externo en las estructuras de concreto reforzado depende tanto de que la configuración del refuerzo esté acorde con la resistencia y la rigidez requeridas, como de la adherencia entre el FRP y el concreto (Hollaway, 2003). Debido a que la resistencia de la interfaz es dada por la adherencia entre el concreto, el epoxi y el FRP, y a que su comportamiento es el factor de control de los modos de falla por el deslizamiento del FRP en estructuras reforzadas, se han propuesto diversos ensayos

The efficacy of FRP external reinforcement of concrete structures depends on the appropriate selection of FRP configuration based upon stiffness and strength requirements and the integrity of the bond between the concrete surface and FRP (Hollaway, 2003). Several tests have been proposed for studying interface behaviour since interface strength is given by the bond between the concrete, adhesive and FRP and their performance is the key controlling factor for debonding failures in strengthened RC

para estudiar el comportamiento de la interfaz (figura 1), entre ellos:

*Ensayos de adherencia por corte:* de este grupo, las pruebas más utilizadas por la simplicidad de su montaje corresponden al ensayo doble cortante indicado en la figura 1(a) y al de cortante simple señalado en la figura 1 (d) (Yao et al., 2005). El comportamiento de la interfaz en estos ensayos es comparable con el observado en los extremos de los laminados de vigas reforzadas con FRP; no obstante, se omiten los efectos producidos por la flexión.

*Ensayos de adherencia por flexión:* son adaptaciones de los ensayos sobre adherencia de elementos de concreto reforzados con láminas de acero, en los que por medio de una fisura artificial se observa el comportamiento de la interfaz. Con este tipo de ensayos se analiza la transferencia de esfuerzos de la interfaz con el fin de estudiar la pérdida de adherencia del refuerzo inducida por las fisuras de flexión o de flexión y corte en el concreto.

Según la comparación hecha en algunas investigaciones, el comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP registrado experimentalmente depende del tipo de ensayo (Yao et al., 2005); por ejemplo, la media de esfuerzos es mayor en los ensayos por flexión que la obtenida en los ensayos por corte; asimismo, en los ensayos de doble cortante la carga máxima supera la aplicada en los ensayos de corte simple (Aiello y Leone, 2008). Por lo tanto, es necesario que se defina un ensayo estándar a los fines de determinar la resistencia a la adherencia de una forma objetiva y tener parámetros para los montajes más fiables.

## Estado del conocimiento sobre la simulación numérica de la interfaz concreto-epoxi-FRP

Frente a la complejidad del comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP es evidente que, además de la experimentación, se debe utilizar la simulación numérica para evaluar el comportamiento estructural de los elementos reforzados, optimizar las guías de diseño y garantizar la eficiencia del FRP como refuerzo en las estructuras de concreto (Karbhari, 2001). En la pasada década, aunque gran parte de las simulaciones se realizaron para el análisis de vigas reforzadas, unas pocas lograron simular adecuadamente los modos de falla de la interfaz por deslizamiento, pero a un gran costo computacional por el grado de complejidad del problema (Perera et al., 2004; Yang et al., 2003). Actualmente los estudios han hecho énfasis en el análisis no lineal de la interfaz con elementos finitos, con el objetivo de simular el proceso de pérdida de adherencia entre el FRP y el concreto (Lu et al., 2005). El avance de los elementos finitos en el análisis del comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-FRP ha sido relacionado con la simulación de la propagación de las fisuras en el concreto adyacente a la interfaz a menos que el adhesivo sea más débil; en ese sentido, se desarrollaron dos tipos de aproximación:

*Modelos de fisura discreta* (Yang et al., 2003; Niu et al., 2006). En esta metodología se predeterminan la dirección y la posición de las fisuras, donde por cada incremento de carga se requiere modificar la malla de elementos finitos de acuerdo con la propagación de cada una de las fisuras; asegura una buena precisión de la simulación del proceso de formación y propagación de fisuras pero tiene un elevado costo computacional por el proce-

structures (see Figure 1). Such tests would include:

*Shear bond tests:* double-shear and simple shear tests (shown in Figure 1a and Figure 1d) have been the most popular bond tests so far due to the simplicity of their setups (Yao et al., 2005). Interface behaviour in these tests is similar to that developed at the ends of the FRP laminates in strengthened RC beams; however, bending effects are neglected; and

*Bending bond tests:* this kind of test is the same as the bond test performed for concrete beams strengthened with steel plate, in which interface behaviour is displayed by means of an artificial crack. The stress transfer mechanism at the interface is studied with these tests to research debonding failures caused by flexural or flexural-shear cracks.

The experimentally-observed interface behaviour in some research depends on the kind of bond test (Yao et al., 2005). For example, average bond stress is higher for bending bond tests than shear bond tests; moreover, the double shear test gives a higher average bond stress value than a simple shear test (Aiello and Leone, 2008). A standard test must thus be defined for objectively determining bond strength and have reliable setup indications.

## The state of knowledge regarding the numerical simulation of an FRP-concrete interface

Given the complex behaviour of an FRP-concrete interface, then it is clear that further experimentation should use numerical simulation for evaluating strengthened elements' structural behaviour so as to improve the development of design guidelines and ensure FRP efficiency as reinforcement for concrete structures (Karbhari, 2001). Although several numerical studies have been carried out during the last decade for analysing cracked RC beams which were strengthened with FRP plates, few have been successful in simulating debonding failures, due to the high computational cost involved in the problem's complexity (Perera et al., 2004; Yang et al., 2003). Researchers are currently emphasising non-linear analysis of FRP-concrete interface finite elements, aimed at simulating debonding between FRP and concrete (Lu et al., 2005). The advance of finite element analysis regarding FRP-concrete interface behaviour has been associated with the simulation of crack propagation in concrete adjacent to the interface, unless the adhesive is rather weak. Two major approaches have been developed in this area:

*Discrete crack models* (Yang et al., 2003; Niu et al., 2006). Crack direction and position are predetermined in this methodology, where the finite element mesh needs to be changed at each load step to accommodate the propagation of a crack. This kind of approach ensures proper simulation accuracy regarding crack development and propagation, but remeshing involves a high computational cost; and

so remallado.

*Modelos de fisura distribuida* (Wu y Yin, 2003; Lu et al., 2005; Ebead y Neale, 2007). El proceso de fisuración se aproxima por medio de las ecuaciones constitutivas no lineales en una malla de elementos finitos continua. Las fisuras desde un enfoque fenomenológico son simuladas como discontinuidades locales distribuidas sobre un dominio. Sin embargo, este método no es capaz de modelar individualmente las macrofisuras debido a que no localiza los procesos de fisuración.

Los investigadores que utilizan los modelos de fisuración han estudiado el deslizamiento entre el FRP y el concreto, considerando que la falla ocurre en el modo de fractura por deslizamiento o apertura en la interfaz. Es por ello que simulan el comportamiento de la interfaz mediante una ley constitutiva específica para elementos de interfaz con espesor nulo (Yang et al., 2003; Niu et al., 2006) o con dimensiones específicas (Wu y Yin, 2003; Ebead y Neale, 2007). Otra alternativa consiste en simular el deslizamiento mediante la fisuración y falla de los elementos del concreto adyacentes a la capa del adhesivo (Lu et al., 2005), aproximación que requiere un mallado fino en la zona con refuerzo, sin utilizar elementos de interfaz.

Recientemente se han aplicado modelos constitutivos de daño y de plasticidad a la simulación no lineal para el estudio del proceso de degradación de la interfaz concreto-FRP (Perera et al., 2004; Coronado y López, 2007). Esta estrategia está en desarrollo y tiene un campo de aplicación bastante amplio para el estudio del deslizamiento del refuerzo en estructuras de concreto.

A pesar de que se ha recomendado estudiar con mayor detalle el deterioro de la interfaz en las zonas cercanas a las fisuras en el concreto, en las simulaciones recientes solo se ha considerado el daño en el concreto y en pocos estudios se ha modelado el adhesivo. Además, se ha omitido que el epoxi puede tener un comportamiento no lineal en respuesta al daño del concreto o ser susceptible al daño o plasticidad.

## Teoría de mezclas serie/paralelo para materiales compuestos

La teoría de mezclas, como gestor del uso de los modelos constitutivos que describen el comportamiento de los materiales simples que componen los materiales compuestos, es una herramienta que puede ser empleada en el método de elementos finitos para simular apropiadamente el comportamiento de estos materiales. No obstante, es necesario el uso de nuevas herramientas como la teoría de mezclas serie/paralelo, que permiten mejorar la simulación numérica en los ámbitos global y local de los elementos reforzados con FRP, de manera que se represente de una forma más precisa el comportamiento real de los compuestos y se obtenga información que no se pueda medir en los ensayos (Molina et al., 2010).

La teoría de mezclas de serie/paralelo (Rastellini, 2006) se fundamenta en la de mezclas clásica propuesta por Trusdell y Topin (1960). La teoría de mezclas clásica se utiliza en la mecánica del continuo de acuerdo con el principio de interacción de las sustancias que componen el material, suponiendo que en el volumen infinitesimal del compuesto participan en paralelo todos sus componentes; asimismo, se considera que cada uno de ellos contribuye al comportamiento del compuesto en la misma pro-

*Smeared crack models* (Wu and Yin, 2003; Lu et al., 2005; Ebead and Neale, 2007). Crack propagation is approached through nonlinear constitutive equations in a continuous finite element mesh. The cracks are phenomenologically simulated as local discontinuities which are distributed throughout a particular domain. However, this method cannot model individual macro-cracks because it does not localise crack development.

Researchers using crack models have studied the debonding between FRP and concrete taking into account that failure occurs by sliding fracture and/or a fracture opening up in the interface. They simulate interface behaviour through a constitutive law specified for the interface elements which have zero thickness (Yang et al., 2003; Niu et al., 2006), or specific dimensions (Wu and Yin, 2003; Ebead and Neale, 2007). Alternatively, debonding is simulated by modelling the cracking and failure of the elements in the concrete adjacent to the adhesive layer (Lu et al., 2005); this approach requires a fine mesh in the strengthened area, without using interface elements.

Constitutive models of damage and plasticity have recently been applied to nonlinear simulation for studying FRP-concrete interface degradation behaviour (Perera et al., 2004; Coronado and Lopez, 2007). This strategy is being developed and has a very broad scope for studying strengthened concrete structure debonding.

Despite degradation study of the interface near concrete cracks having been suggested in greater detail, recent simulations have only considered concrete damage and few researchers have modelled the adhesive. Furthermore, they avoid the fact that epoxy can have nonlinear behaviour as a response to concrete damage or that it can be susceptible to damage and/or plasticity.

## The serial/parallel mixing theory regarding composite materials

Mixing theory, managing several constitutive models regarding composites' material components, is a tool which can be applied within the finite element method for properly simulating these materials' behaviour. However, new tools such as serial/parallel mixing theory should be used as they improve overall and local numerical simulation of elements strengthened with FRP, thereby more accurately depicting composites' actual behaviour and providing information which cannot be measured in experimental tests (Molina et al., 2010).

Serial/parallel mixing theory (Rastellini, 2006) is based on classical mixing theory developed by Trusdell and Topin (1960). Classical mixing theory is applied in continuum mechanics using the principle of the interaction of the compounding substances that constitute a particular material. It follows the hypothesis that all material components participate in parallel in each infinitesimal volume of a composite material. It also supposes that each substance participates in the behaviour of the composite in the

porción que su participación volumétrica (Oller, 2003). Sin embargo esta teoría presenta una restricción para su uso en diversos materiales compuestos, ya que parte de la hipótesis de que los componentes que coexisten en un punto están de manera paralela y tienen el mismo campo de deformaciones (Car et al., 2000). Como una alternativa para simular los materiales compuestos Rastellini propone la teoría de mezclas serie/paralelo (Rastellini, 2006).

### Fundamentos de la teoría de mezclas serie/paralelo

La teoría serie/paralelo considera que los componentes se comportan paralelamente en la dirección de la fibra (condición de isodeformación) y en serie en las direcciones transversales (condición de isoesfuerzo) (Rastellini, 2006). Esta teoría parte de las siguientes hipótesis:

- En cada volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes, es decir, la distribución de los componentes es homogénea.
- Los componentes tienen la misma deformación en la dirección paralela y el mismo esfuerzo en la dirección serial.
- La adherencia entre los componentes es perfecta.
- La contribución de los componentes en la respuesta del compuesto es proporcional a la participación volumétrica de cada material componente.
- La definición de los componentes en serie y paralela de los tensores de deformación y de esfuerzo (Rastellini et al., 2008).

El tensor de deformación  $\epsilon$  se descompone, una parte en serie  $\epsilon_s$  y otra en paralelo  $\epsilon_p$ ; asimismo, el tensor de esfuerzos  $\sigma$  se separa en sus componentes en serie  $\sigma_s$  y en paralelo  $\sigma_p$ .

$$\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_s \quad \sigma = \sigma_p + \sigma_s \quad (1)$$

La descomposición de estos tensores se hace por medio de los tensores de proyección de cuarto orden ( $P_p, P_s$ ) en paralelo y en serie, respectivamente

$$\epsilon_p = P_p : \epsilon \quad \epsilon_s = P_s : \epsilon \quad \sigma_p = P_p : \sigma \quad \sigma_s = P_s : \sigma \quad (2)$$

$$P_p = N_p \otimes N_p \quad P_s = I - P_p \quad N_p = e_1 \otimes e_1 \quad (3)$$

siendo  $N_p$  el tensor de proyección paralelo de segundo orden,  $I$  el tensor identidad de cuarto orden y  $e_1$  el vector unidad que indica la dirección de la fibra, es decir, la dirección paralela.

- Ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad en las capas del compuesto

La implementación numérica de la teoría fue desarrollada para descomponer el compuesto  $c$  en determinado número de capas  $ncap$  tal que cada capa  $j$  está conformada por una matriz  $m$  y un grupo de fibras  $f$  con una misma orientación (Molina et al., 2010). Con base en las hipótesis enunciadas, en cada capa del compuesto  $j$  se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones (Martínez et al., 2008):

- Comportamiento paralelo

same proportion as its volumetric participation (Oller, 2003). Nevertheless, this theory presents a restriction for use in various composite materials, since it is assumed that components coexisting at a point are parallel and have the same strain field (Car et al., 2000)., Rastellini has proposed serial/parallel mixing theory as an alternative for simulating composite materials (Rastellini, 2006).

### The fundamentals of serial/parallel mixing theory

Serial/parallel mixing theory considers that material components perform in parallel in the direction of the fibre (iso-strain condition) and that they behave in serial regarding transversal directions (iso-stress condition). This theory is based on the following hypotheses:

- All material components participate in each infinitesimal volume of a composite material, so that they are considered to be homogeneously distributed;
- Composite component materials are subjected to the same strain in parallel direction and they have the same stress in serial direction;
- The bond between composite components is perfect; and
- Component materials' contribution in composite material response is directly related to component volume fractions.
- Definition of strain and stress tensor serial and parallel components (Rastellini et al., 2008)

Strain tensor  $\epsilon$  is broken up into serial part  $\epsilon_s$  and another parallel part  $\epsilon_p$ ; stress tensor  $\sigma$  is also split into its serial  $\sigma_s$  and parallel  $\sigma_p$  components:

$$\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_s \quad \sigma = \sigma_p + \sigma_s \quad (1)$$

These tensors decompose through fourth-order projector tensors ( $P_p, P_s$ ) in parallel and serial, respectively

$$\epsilon_p = P_p : \epsilon \quad \epsilon_s = P_s : \epsilon \quad \sigma_p = P_p : \sigma \quad \sigma_s = P_s : \sigma \quad (2)$$

$$P_p = N_p \otimes N_p \quad P_s = I - P_p \quad N_p = e_1 \otimes e_1 \quad (3)$$

$N_p$  being the second-order parallel projector tensor,  $I$  the fourth-order identity tensor and  $e_1$  the director vector determining fibre direction, namely, parallel direction.

- Equilibrium and compatibility equations regarding composite layers

The numerical implementation of the theory was developed to split up composite  $c$  in a certain number of layers  $ncap$ , so that each layer  $j$  is made up of a matrix and a fibre group  $f$  having the same orientation (Molina et al., 2010). Based on the hypothesis so described, the following equilibrium and strain compatibility equations are given in each composite layer  $j$  (Martínez et al., 2008)

- Parallel behaviour

En español

In English

$${}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}_p = {}^m_j \boldsymbol{\varepsilon}_p = {}^f_j \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad {}^c_j \boldsymbol{\sigma}_p = {}^m_j k \cdot {}^m_j \boldsymbol{\sigma}_p + {}^f_j k \cdot {}^f_j \boldsymbol{\sigma}_p \quad (4)$$

— Comportamiento en serie

$${}^c_j \boldsymbol{\sigma}_s = {}^m_j \boldsymbol{\sigma}_s = {}^f_j \boldsymbol{\sigma}_s \quad {}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}_s = {}^m_j k \cdot {}^m_j \boldsymbol{\varepsilon}_s + {}^f_j k \cdot {}^f_j \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (5)$$

${}^m_j k$  y  ${}^f_j k$  son los coeficientes de proporción volumétrica de la matriz y las fibras en la capa  $j$ .

- Ecuación constitutiva de los materiales de las capas del compuesto

Una vez que se obtiene el tensor de deformación del compuesto  ${}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}$ , se determina el estado de esfuerzos y deformación en cada componente cumpliendo con las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad, para luego hallar el estado de esfuerzos del compuesto. El estado de cada componente se determina mediante la ecuación constitutiva que rige su comportamiento. En el caso de usar una teoría de plasticidad, la ecuación constitutiva estará escrita como (Martínez et al., 2008):

$${}^n_j \boldsymbol{\sigma} = {}^n_j \mathbf{C} : {}^n_j \boldsymbol{\varepsilon} = {}^n_j \mathbf{C} : ({}^n_j \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad n = \{m, f\} \quad (6)$$

de tal forma que  ${}^n_j \mathbf{C}$  es el tensor constitutivo de la matriz  $m$  o de las fibras  $f$  de la capa  $j$ .

- Algoritmo de la teoría serie/paralelo

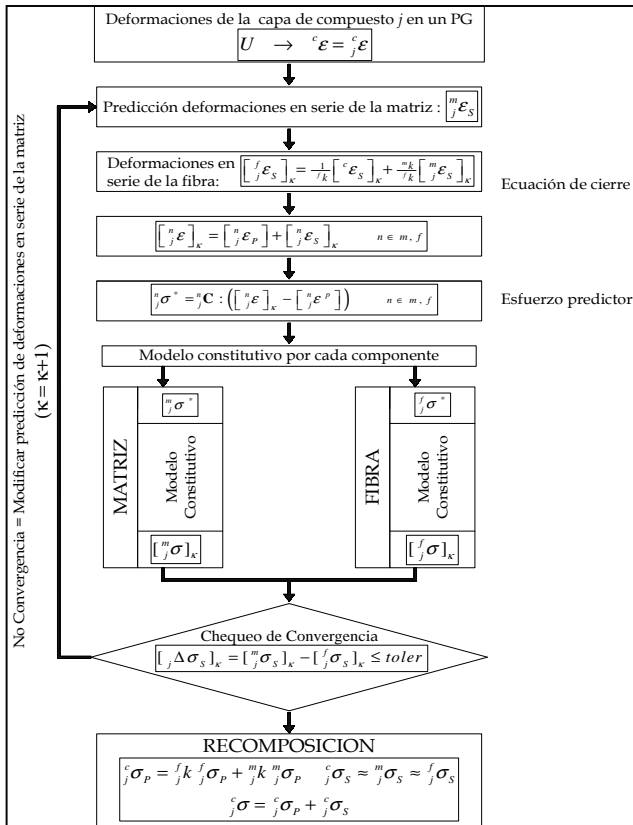


Figura 2. Esquema de la teoría de mezclas serie/paralelo para una capa  $j$  en un punto de Gauss (Molina, 2009)

$${}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}_p = {}^m_j \boldsymbol{\varepsilon}_p = {}^f_j \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad {}^c_j \boldsymbol{\sigma}_p = {}^m_j k \cdot {}^m_j \boldsymbol{\sigma}_p + {}^f_j k \cdot {}^f_j \boldsymbol{\sigma}_p \quad (4)$$

— Serial behaviour

$${}^c_j \boldsymbol{\sigma}_s = {}^m_j \boldsymbol{\sigma}_s = {}^f_j \boldsymbol{\sigma}_s \quad {}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}_s = {}^m_j k \cdot {}^m_j \boldsymbol{\varepsilon}_s + {}^f_j k \cdot {}^f_j \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (5)$$

${}^m_j k$  and  ${}^f_j k$  are the volume-fraction coefficients of matrix and fibres in composite layer  $j$ .

- Constitutive equations for composite layers' material components

Once composite strain tensor  ${}^c_j \boldsymbol{\varepsilon}$  has been found, each layer's stress and strain state component agreement with equilibrium and compatibility equations is assessed and then composite stress state is worked out. Each component's state is described by a constitutive equation depicting its behaviour. When plasticity theory is used, the constitutive equation is written as (Martínez et al., 2008):

$${}^n_j \boldsymbol{\sigma} = {}^n_j \mathbf{C} : {}^n_j \boldsymbol{\varepsilon} = {}^n_j \mathbf{C} : ({}^n_j \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad n = \{m, f\} \quad (6)$$

so that  ${}^n_j \mathbf{C}$  is the constitutive tensor of the matrix  $m$  or fibres  $f$  of layer  $j$ .

- Serial/parallel mixing theory algorithm

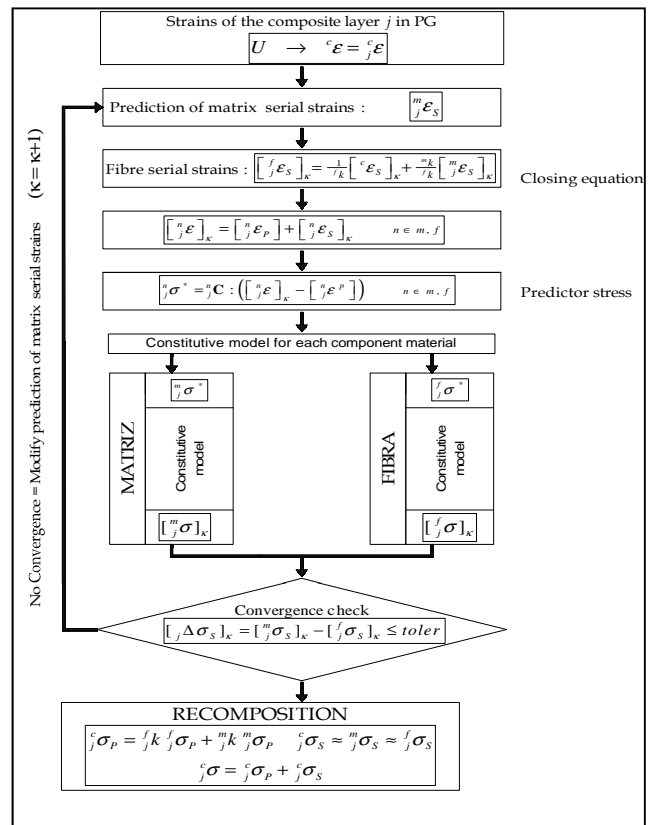


Figure 2 Flow chart of the serial/parallel mixing theory for composite layer  $j$  at a Gauss point (Molina, 2009)

En español

En la figura 2 se muestra el algoritmo de esta teoría para una capa  $j$  de un compuesto.

- Ecuación de equilibrio en el compuesto

Después de realizado el análisis de cada capa se calcula el tensor de esfuerzo del compuesto  $\sigma$  sumando los tensores de esfuerzo de las capas del compuesto  $ncap$  de acuerdo con el porcentaje de participación volumétrica de cada capa  $j^k$  (Molina, 2009).

$${}^c\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j^k {}^c\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j^k ({}^c\sigma_p + {}^c\sigma_s) \quad (7)$$

### Análisis del comportamiento de la zona interfacial concreto-epoxi-FRP

Es escasa la literatura en la que se realizan comparaciones de los resultados experimentales de adherencia por flexión con respecto a simulaciones numéricas; además, solo se han hecho comparaciones con modelos bidimensionales. Una de las investigaciones con este enfoque es la de Perera *et al.*, quienes analizan un ensayo de flexión con rótula (figura 1[e]) e indican que la falla localizada se debe principalmente a los altos esfuerzos de corte transmitidos al concreto por el laminado, por lo tanto, señalan que la resistencia a cortante de la interfaz es un factor importante de comportamiento de las vigas reforzadas con FRP (Perera *et al.*, 2004). Otra investigación corresponde a Leung *et al.*, quienes realizaron un ensayo a flexión con montaje de viga de acero (figura 1[f]) y muestran que el mecanismo de falla del deslizamiento conduce a la pérdida de resistencia de la interfaz, seguida de la reducción de los esfuerzos de corte; asimismo, que la pérdida inicial de resistencia es causada por la pérdida de cohesión entre los materiales, al paso que el decrecimiento de los esfuerzos se debe al efecto conjunto del deslizamiento continuo del FRP y el daño de la zona interfacial (Leung *et al.*, 2006).

A continuación se presenta una simulación numérica del ensayo de adherencia por flexión llevada a cabo con el programa de elementos finitos PLCDYN (Cimne, 2010), en la cual se aprovechan las ventajas que ofrece la teoría serie/paralelo para analizar el comportamiento no lineal de la zona interfacial concreto-epoxi-CFRP.

### Geometría del ensayo de adherencia por flexión

La geometría y el montaje del ensayo se indican en la figura 3, donde la banda de CFRP se encuentra adherida en la cara inferior de los bloques. Solo se simuló el bloque con el laminado corto, con una malla de 10.940 hexaedros de 8 nodos. El modelo tiene 5 materiales simples y sus propiedades se muestran en la tabla 1. Cabe anotar que en los materiales de refuerzo no se considera la relación de Poisson para no sobreestimar los esfuerzos en las matrices.

De acuerdo con la teoría serie/ paralelo en el concreto reforzado y en el CFRP, las matrices de estos compuestos son el concreto y la matriz polimérica, respectivamente, mientras que el acero y las fibras de carbono constituyen el refuerzo. Además, para considerar su correspondiente anisotropía se tiene en cuenta que las

In English

Figure 2 shows this theory's algorithm for composite layer  $j$ .

- Equilibrium equation regarding composite layer

After each composite layer has been analysed, composite  $\sigma$  stress tensor is calculated by adding the stress tensor for all composite layers  $ncap$  according to the volumetric participation of each layer  $j^k$  (Molina, 2009).

$${}^c\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j^k {}^c\sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j^k ({}^c\sigma_p + {}^c\sigma_s) \quad (7)$$

### Analysis of concrete-epoxy-FRP interface behaviour

The literature about comparisons between experimental results for bending bond test and numerical simulations is limited; such comparisons have only been made with two-dimensional models. Perera *et al.*, adopted this approach when analysing a bending test with hinge (Figure 1e); they indicated that local failure was mainly due to localised high shear bond stresses transmitted to the concrete from the laminate. They pointed out that interface shear strength is thus an important factor in the behaviour of strengthening reinforced concrete beams with FRP (Perera *et al.*, 2004). Leung *et al.*, carried out a bending bond test with steel fixture (Figure 1f); they showed that the debonding failure mechanism led to loss of interface strength, followed by reduction in shear stress. They indicated that the initial drop in strength was caused by loss of cohesion between interface materials, while stress decreased due to the combined effects of continual sliding and damage occurring at the interface (Leung *et al.*, 2006).

The PLCDYN finite element program (CIMNE, 2010) was used in the following numerical simulation of a bending bond test using serial/parallel theory to analyse concrete-epoxy-CFRP interface nonlinear behaviour.

### Bending bond test geometry

Figure 3 shows the bending test's geometry and setup where the CFRP laminate is attached to the underside of the blocks. Only the block having the short laminate was simulated using a 10,940 8-node hexahedral elements mesh. The model involved five simple materials; their properties are shown in Table 1. It should be noted that Poisson's ratio was not considered in composite reinforcing materials so as not to overestimate the stresses of their matrices.

Regarding serial/parallel theory, the composite materials' matrices are concrete and polymer matrix in reinforced concrete and CFRP, respectively, while steel and carbon fibres provide the reinforcement. Moreover, it was taken into account that the steel bars and carbon fibres were orientated at 0 degrees for the load

En español

In English

barras de acero y las fibras de carbono están orientadas a cero grados de la dirección en que se aplica la carga. En la figura 4 se indican los cuatro materiales compuestos asignados al modelo y en la tabla 2 se muestra la participación volumétrica de los componentes de cada material compuesto.

direction applied when considering composite anisotropy. Figure 4 shows the four composite materials assigned to the model and Table 2 contains the volumetric share of each composite material's components.

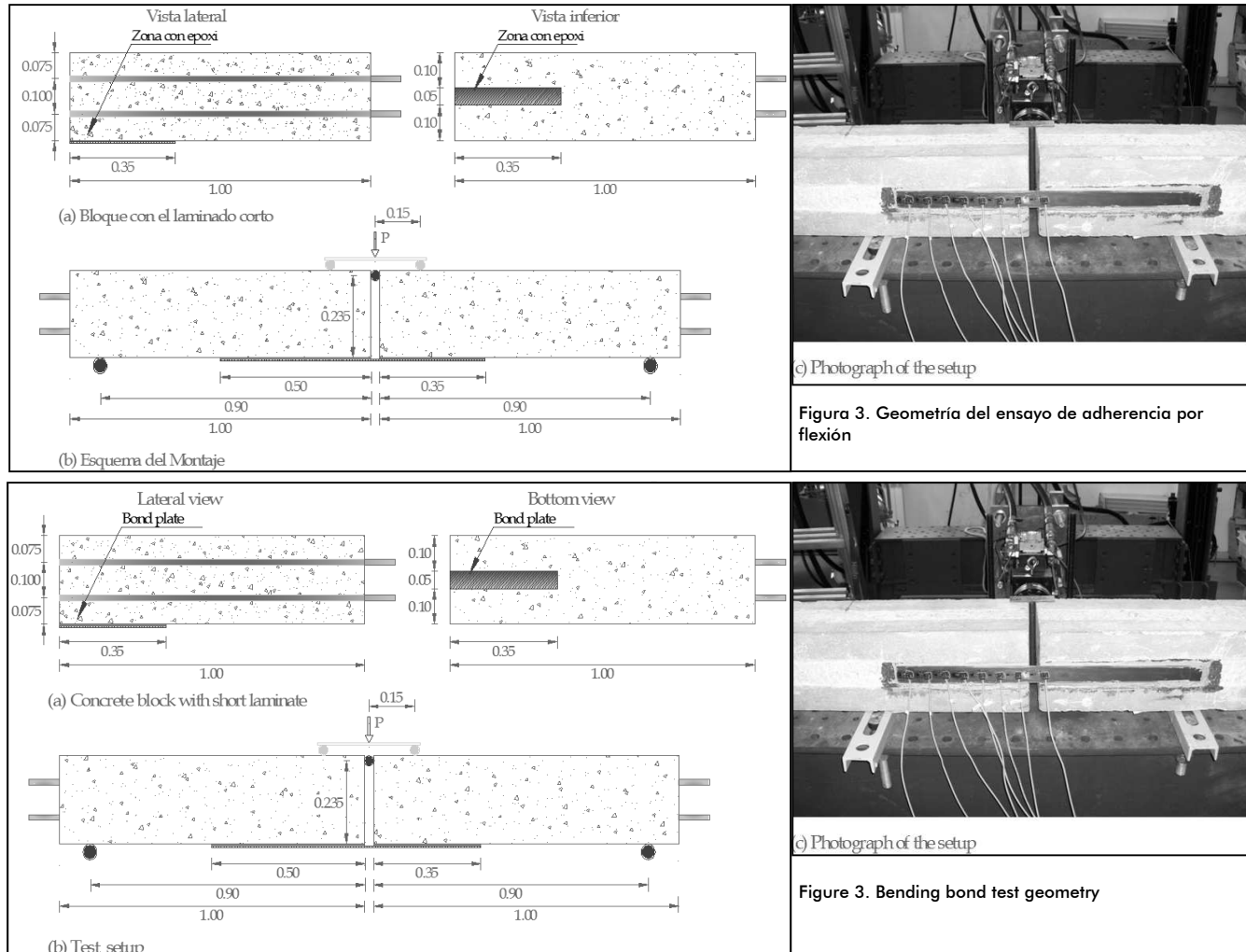


Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales componentes

Material	Criterio de límite	$E_x=E_y=E_z$ MPa	$\nu$	$\sigma_c$ MPa	$\sigma_t$ MPa	$G_c$ kPa·m	$G_t$ kPa·m
Concreto	Mohr-Coulomb	$3.65 \cdot 10^4$	0,20	52,0	3,0	52,0	0,5
Acero	Von Mises	$2.00 \cdot 10^5$	0,00	270,0	270,0	2.000,0	2.000,0
Epoxi	Mohr-Coulomb	$1.25 \cdot 10^4$	0,20	80,2	22,9	30,0	3,0
Matriz polimérica	Mohr-Coulomb	$1.20 \cdot 10^4$	0,20	87,5	29,2	37,8	3,8
Fibra de carbono	Von Mises	$2.26 \cdot 10^5$	0,00	2.200,0	2.200,0	14.500,0	14.500,0

## Descripción de los modelos constitutivos de los materiales

Para analizar el comportamiento de la interfaz de forma integral se consideró el modelo de daño de Kachanov en el concreto, el epoxi y la matriz polimérica según el principio de que el daño en la interfaz produce la reducción de las propiedades mecánicas en los materiales que la componen (Molina, 2009). De igual forma, en el acero se usó un modelo elastoplástico y en la fibra de carbono un modelo elástico y lineal. En todos los materiales

Table 1. Component materials' mechanical characteristics

Material	Yielding criterion	$E_x=E_y=E_z$ MPa	$\nu$	$\sigma_c$ MPa	$\sigma_t$ MPa	$G_c$ kPa·m	$G_t$ kPa·m
Concrete	Mohr-Coulomb	$3.65 \cdot 10^4$	0.20	52.0	3.0	52.0	0.5
Steel	Von Mises	$2.00 \cdot 10^5$	0.00	270.0	270.0	2000.0	2000.0
Epoxy	Mohr-Coulomb	$1.25 \cdot 10^4$	0.20	80.2	22.9	30.0	3.0
Polymeric matrix	Mohr-Coulomb	$1.20 \cdot 10^4$	0.20	87.5	29.2	37.8	3.8
Carbon fibers	Von Mises	$2.26 \cdot 10^5$	0.00	2200.0	2200.0	14500.0	14500.0

## Description of material constitutive models

Kachanov's damage model was considered in the integral analysis of interface behaviour concerning concrete, epoxy and polymeric matrix in line with the principle that interface damage causes a reduction in component materials' mechanical properties (Molina, 2009). Likewise, an elasto-plastic model was used regarding steel and a linear elastic model for carbon fibre, based on a hypothesis that all materials had no initial damage and that



En español

se partió de la hipótesis de que no hay daño inicial y se supuso un estado inicial de adherencia perfecta en las interfaces concreto-epoxi, epoxi-CFRP y concreto-acero.

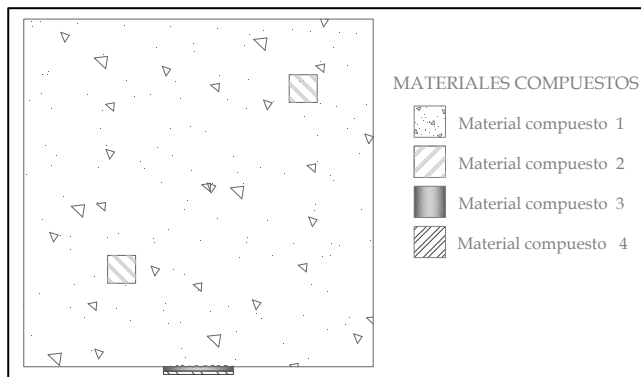


Figura 4. Configuración de los compuestos

Tabla 2. Porcentajes de los componentes en los materiales compuestos

Material compuesto	Matriz de concreto	Acero a 0 <sup>o</sup>	Matriz de resina	Matriz polimérica	Fibra de carbono a 0 <sup>o</sup>
1	100				
2	49,8	50,2			
3			100		
4				0,32	0,68

In English

there was a perfect bond during initial interface state re concrete-epoxy adhesive, epoxy adhesive-CFRP and concrete-steel.

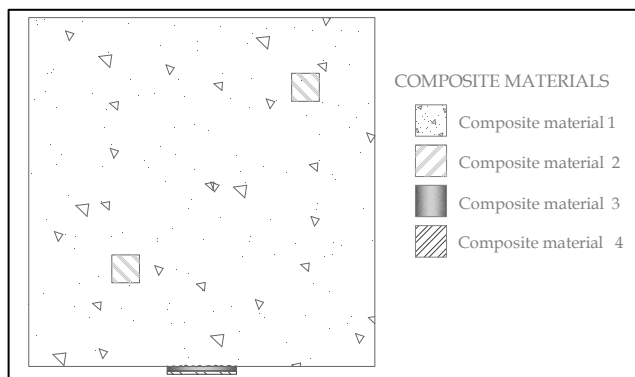
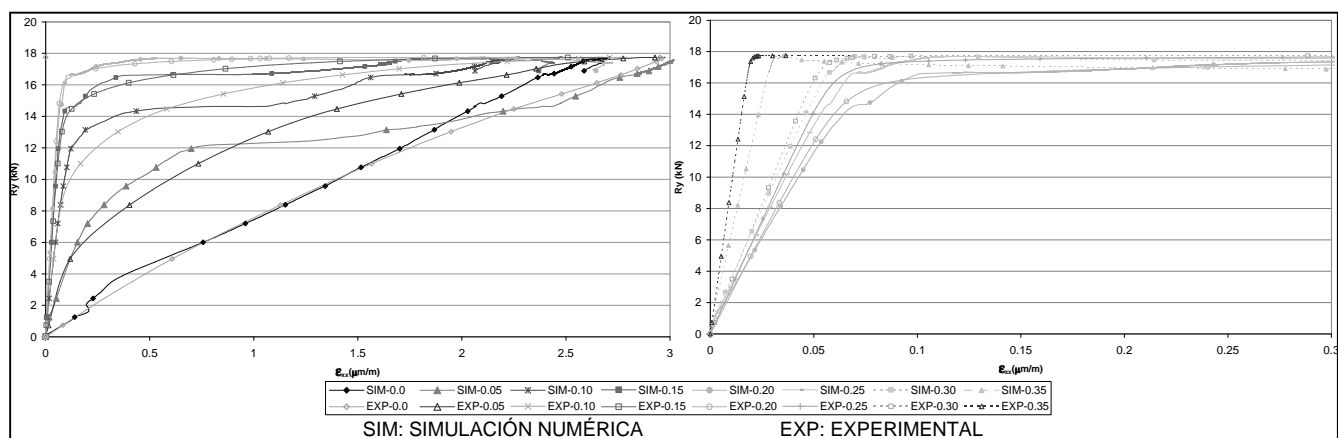
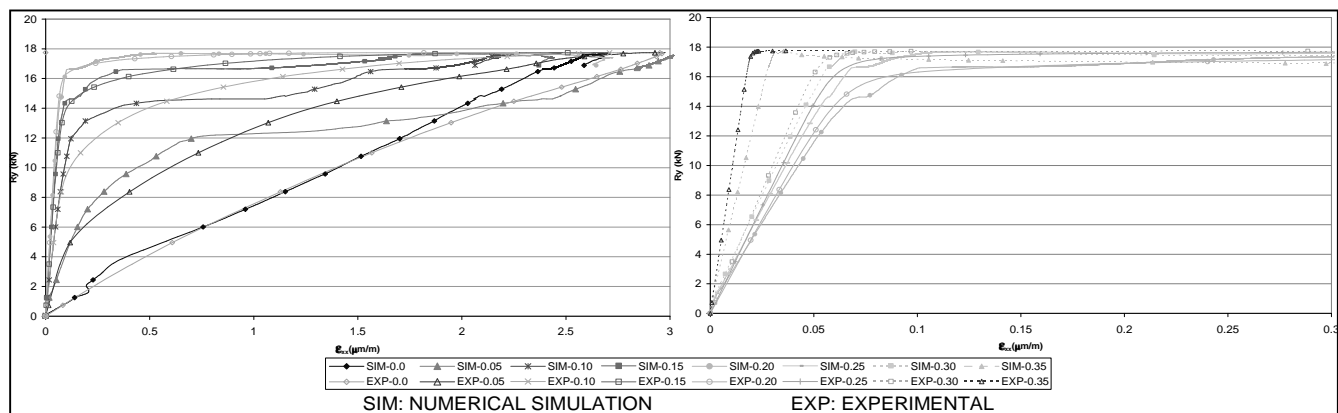


Figure 4. Composite materials' distribution

Table 2. Volumetric share of composites' component materials

Composite material	Concrete matrix	Steel to 0 <sup>o</sup>	Epoxy matrix	Polymeric matrix	Carbon fibres at 0 <sup>o</sup>
1	100				
2	49,8	50,2			
3			100		
4				0,32	0,68

## Deformaciones en el laminado

Figura 5. Evolución de las deformaciones  $\epsilon_{xx}$  en el compuestoFigure 5. Evolution of composite strains  $\epsilon_{xx}$

En español

En el ensayo y en la simulación la carga máxima obtenida fue de 17,75 kN y en los dos casos se produjo una falla dúctil. En la figura 5 se presentan las deformaciones en el compuesto de acuerdo con la ubicación de las galgas en la probeta, colocadas cada 0,05 m desde el extremo donde se adhiere el refuerzo. Se observa la similitud que existe entre la evolución de las deformaciones medidas en el ensayo y la obtenida en la simulación a lo largo del laminado. En esta figura se ve que hay incremento lineal de deformación con los niveles iniciales de carga. Luego, al ir aumentando la carga, esta linealidad se pierde secuencialmente, como resultado del daño progresivo del concreto y del adhesivo, desde el extremo donde se adhiere el CFRP (0,05 m) hacia donde termina (0,35 m), lo cual coincide con lo encontrado por Leung *et al.*

### Daño en la interfaz

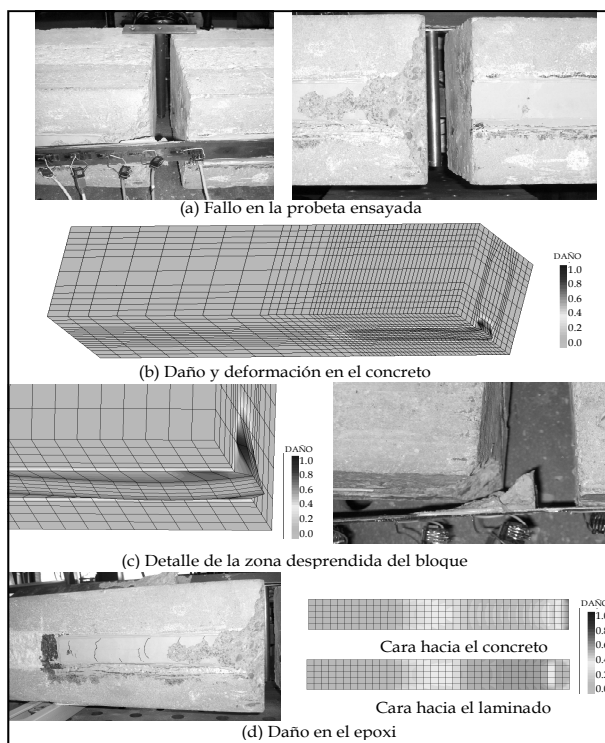


Figura 6. Daño en el concreto y en el adhesivo

Una de las ventajas del uso de la teoría serie/paralelo consiste en que, al asignar un modelo constitutivo a cada componente de los compuestos, se puede estudiar la evolución de las variables internas, tales como el daño o el endurecimiento plástico en el compuesto y en los componentes. Esto permite que desde la simulación se mejore el análisis integral del mecanismo de falla de la interfaz. En el ensayo la falla se produjo deslizando el laminado del lado de 0,35 m y se desprendió una parte del extremo del bloque de concreto, tal como se aprecia en la figura 6(a). Como se puede ver en la figura 6(b), el daño en el concreto se produce en la zona reforzada, siendo mayor en los bordes laterales de la zona con refuerzo; el daño en la superficie de concreto se extiende hasta 0,40 m desde el extremo del bloque, es decir, 0,05 m más allá del laminado. Asimismo, en la figura 6 (c) se ve que la parte desprendida del concreto en la probeta tiene una forma similar a la sección que se deforma en el mode-

In English

The maximum load obtained in the bond test and its simulation was 17.75kN; a ductile failure occurred in both cases. Figure 5 shows composite strains according to strain gauge location; these were installed every 0.05m on the specimen from the end where the strengthening was attached. Note the similarity between strain evolution measured experimentally and that calculated along the laminate in the numerical simulation. This Figure shows that there was a linear increase in strain in line with initial load level; this linearity became sequentially lost as load increased as a result of progressive damage to the concrete and adhesive from the free end of the attached laminate (0.05m) to the other end (0.35m). This pattern agreed with the findings of Leung *et al.*

### Interface damage

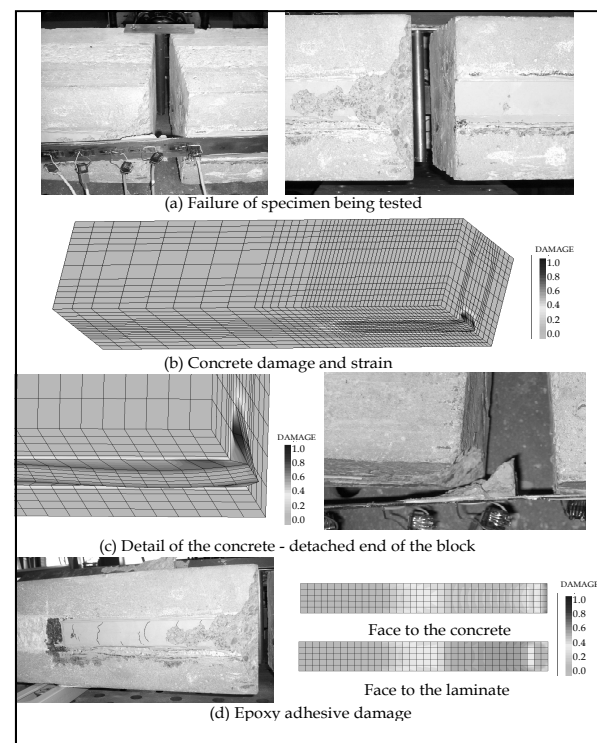


Figure 6. Damage to the concrete and the adhesive epoxy

One of the advantages of using serial/parallel mixing theory is that the evolution of internal variables, such as damage or plastic hardening in the composite and its components, can be studied by assigning a constitutive model for each composite component. This allows the simulation to improve the integral analysis of the interface failure mechanism. The laminate debonding happened on the 0.35m side and the concrete became detached at the block end during the test, as shown in Figure 6a. Concrete damage occurred along the strengthening area, as seen in Figure 6b, being higher on the lateral sides; the damage to the concrete surface spread from the end block to 0.40m inside the block, i.e. 0.05m beyond the attached laminate. Figure 6c shows that the detached part of the concrete in the test had a shape similar to the deformed section in the numerical model. Furthermore, there was evidence that the damage caused by high concrete stress induced laminate peeling, an effect that has also

En español

In English

lo numérico. Además, se evidencia que el daño producido por las altas tensiones en el concreto influye en el despegue del laminado, efecto que también ha sido observado por Casas y Pascual (2007); este tipo de falla se presenta en las zonas adyacentes a las fisuras por flexión y en las regiones de transición hacia el extremo donde se adhiere el FRP (Perera *et al.*, 2004). En la figura 6(d) se aprecia que el epoxi tiene mayor nivel de daño en el extremo donde se desprende el concreto y se va reduciendo hacia el centro de la zona con refuerzo.

been observed by Casas and Pascual (Casas and Pascual, 2007); this kind of failure occurs in localised areas adjacent to flexural cracks and the transition region toward the free end where the FRP is attached (Perera *et al.*, 2004). Figure 6d shows that the epoxy had a higher level of damage at the end where the concrete became detached and reduced toward the inside of the reinforced area.

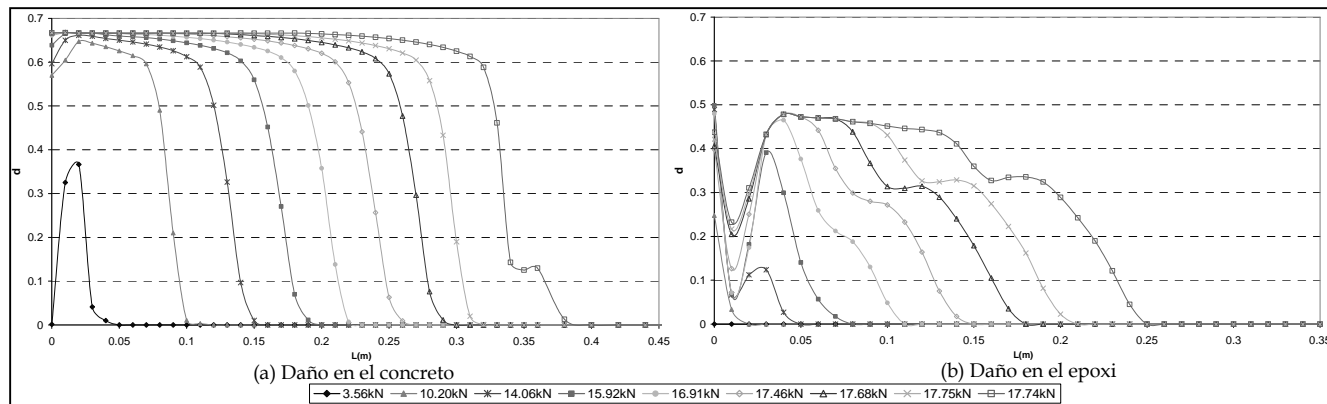


Figura 7. Daño en el concreto y en el adhesivo para diferentes cargas

Figure 7. Damage to the concrete and the adhesive epoxy caused by different loads

En la figura 7 se muestra la evolución del daño en el concreto y en el epoxi a lo largo del sector adyacente a uno de los bordes laterales del laminado. En lo referente al daño en el concreto, en la figura 7(a) se observa que hay una distribución de daño uniforme, teniendo un valor máximo de 67%; además, para la carga posterior a la máxima hay un daño del 20% a 0,02 m del extremo del laminado, como indicador de la pérdida de capacidad de la zona reforzada. En lo que respecta al daño en el epoxi señalado en la figura 7(b), el máximo daño ocurre hacia el extremo del bloque donde se adhiere el refuerzo. Este daño se debe a que hay una concentración de esfuerzos donde la deflexión del FRP en la junta de separación de los bloques introduce en el adhesivo un efecto de arrancamiento aparte de la tracción. Esto muestra la importancia de simular el adhesivo considerando que su comportamiento no es elástico ni lineal, ya que es susceptible al daño a pesar de tener mayor resistencia que el concreto, contrario a lo supuesto en algunas investigaciones (Leung *et al.*, 2006; Yang *et al.*, 2003; Lu *et al.*, 2005).

Figure 7 shows the evolution of damage in the concrete and the epoxy over an area adjacent to a lateral side of the laminate. Regarding concrete damage, Figure 7a shows uniform distribution (maximum 67%) and there was 20% damage 0.02 m beyond the laminate end for post-peak load as an indicator of reinforced area capacity loss. Concerning the epoxy damage shown in Figure 7b, the maximum damage occurred towards the block end of the attached reinforcement. Such local damage was caused by stress concentration in which FRP deflection on the blocks' separation joint induced tearing effects into the adhesive epoxy, apart from pulling effects. This proved the importance of simulating the adhesive epoxy, taking into account that its behaviour was not linear and inelastic because it was susceptible to damage, despite having greater strength than the concrete, contrary to that assumed by other studies (Leung *et al.*, 2006, Yang *et al.*, 2003, Lu *et al.*, 2005).

## Esfuerzos normales y tangenciales en la interfaz

Debido a que la falla se produce en la zona reforzada, en este sector se analiza el comportamiento de los esfuerzos axiales y tangenciales del concreto, del epoxi y del CFRP a lo largo de la zona adyacente a uno de los extremos laterales del laminado.

En la figura 8 se señalan los esfuerzos axiales y tangenciales en el concreto. En cuanto a los esfuerzos axiales, en la figura 8(a) se aprecia como señal del deslizamiento, para los incrementos de carga, que el mayor esfuerzo se va produciendo en diferentes puntos a lo largo de la zona reforzada hacia el extremo donde termina el CFRP. Finalmente, para la carga posterior a la máxima, ocurre el máximo esfuerzo de 2,69 MPa a 0,03 m del re-

## Interface normal and shear stresses

Since the failure occurred in the strengthening area, concrete, epoxy and CFRP axial and shear stress trends were analysed in the area adjacent to the laminate's lateral side.

Figure 8 shows the concrete's axial and shear stresses. Regarding the axial, Figure 8a shows a sign of debonding failure, the greater stresses due to load increase arose at different points throughout the reinforced area towards the CFRP end. Post-maximum load stress occurred within 0.03 m from the laminate end (2.69 MPa). Concerning the shear stresses shown in Figure 8b, it can be seen that the greater stresses for load levels up to 15.92 kN happened at the free end where the CFRP was attached, reaching a maxi-

En español

In English

fuerzo. En lo referente a los esfuerzos tangenciales indicados en la figura 8(b), se ve que para los diferentes niveles de carga hasta 15,92 kN los mayores esfuerzos ocurren en el extremo donde se adhiere el CFRP, alcanzando un máximo esfuerzo de 1,72 MPa; para niveles de carga superiores el umbral de los esfuerzos cambia de posición, presentándose en diferentes puntos a lo largo de la zona interfacial.

mum 1.72 MPa stress. The stress threshold changed position for higher loads at different points along the interface.

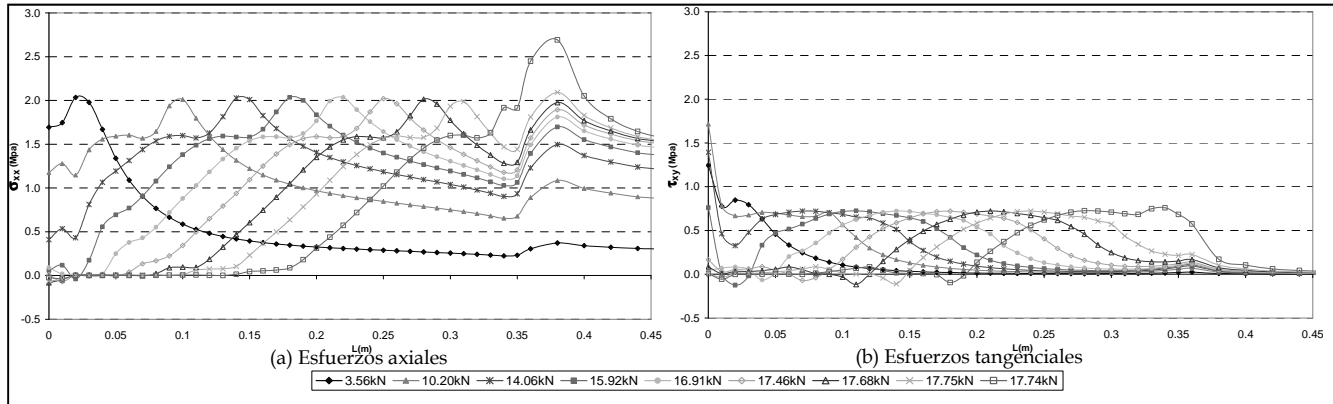


Figura 8. Distribución de los esfuerzos en el concreto

Figure 8. Concrete stress distribution

En la figura 9 se ven los esfuerzos axiales y tangenciales en el epoxi, en la interfaz con el laminado donde se produce un mayor índice de daño; en la figura 9(a) los mayores esfuerzos axiales ocurren a 0,02 m de donde se adhiere el CFRP, hasta una carga de 15,92 kN. Luego, en la medida en que se incrementa la carga, los mayores esfuerzos ocurren en 0,01 m. La distribución de los esfuerzos tangenciales en el epoxi es aproximadamente parabólica, tal y como puede verse en la figura 9(b). Inicialmente hasta una carga de 14,06 kN los mayores esfuerzos se presentan a 0,02 m del extremo inicial del bloque; después, a medida que se incrementa la carga, el sector con mayores esfuerzos va cambiando hacia el extremo de la zona reforzada.

Figure 9 shows epoxy axial and shear stresses at the interface with the laminate because they were related to a higher rate of damage. Figure 9a shows that the greatest axial stress occurred 0.02m from the free end until load was 15.92 kN; then, as load increased, the greatest stress happened at 0.01m. Shear stress distribution in epoxy was almost parabolic (as seen in Figure 9b). The greatest stresses were present 0.02 m from the block end at the start until a 14.06 kN load was applied; then, as the load increased, the curve changed in line with the greater stresses towards the other end of the reinforced area.

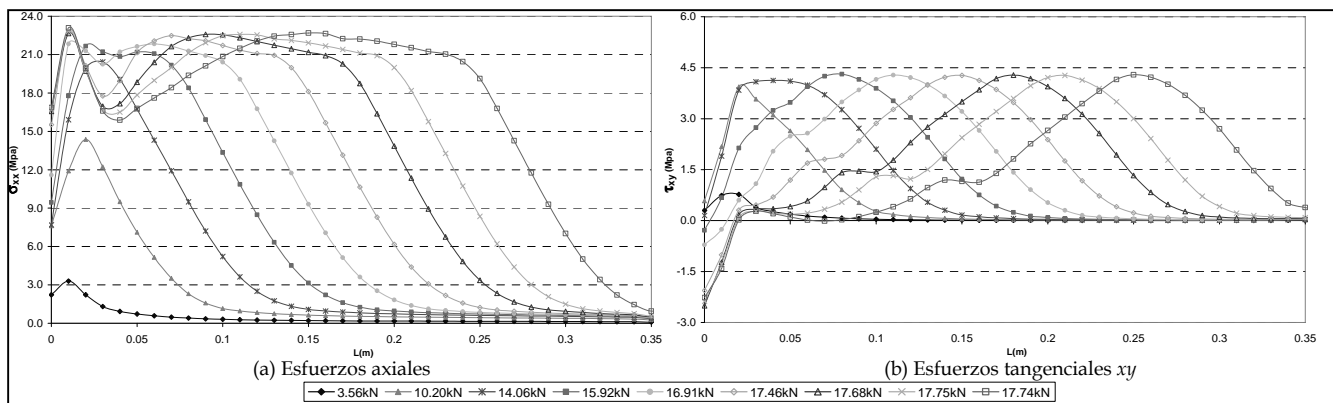


Figura 9. Distribución de los esfuerzos en el epoxi

Figure 9. Adhesive epoxy stress distribution

De acuerdo con los esfuerzos axiales y tangenciales en el CFRP mostrados en la figura 10, el laminado se mantiene en el rango elástico. Los esfuerzos axiales señalados en la figura 10(a) tienen tendencia casi lineal hasta una fuerza de 14,06 kN. Con niveles de carga superiores la distribución de esfuerzos es semiparabólica y el mayor esfuerzo ocurre a 0,01 m del extremo del bloque con un máximo de 493,0 Mpa. Los mayores esfuerzos tangenciales están alrededor de 10,3 Mpa, como se aprecia en la figura 10(b).

According to CFRP axial and shear stress shown in Figure 10, the laminate remained in the elastic range. The axial stress indicated in Figure 10a had an almost linear trend up to 14.06 kN load. Stress distribution was semi-parabolic with higher load levels, and greatest stresses arose 0.01 m from the block end (493.0 Mpa maximum value). The greatest shear stress was around 10.3 Mpa (Figure 10b).

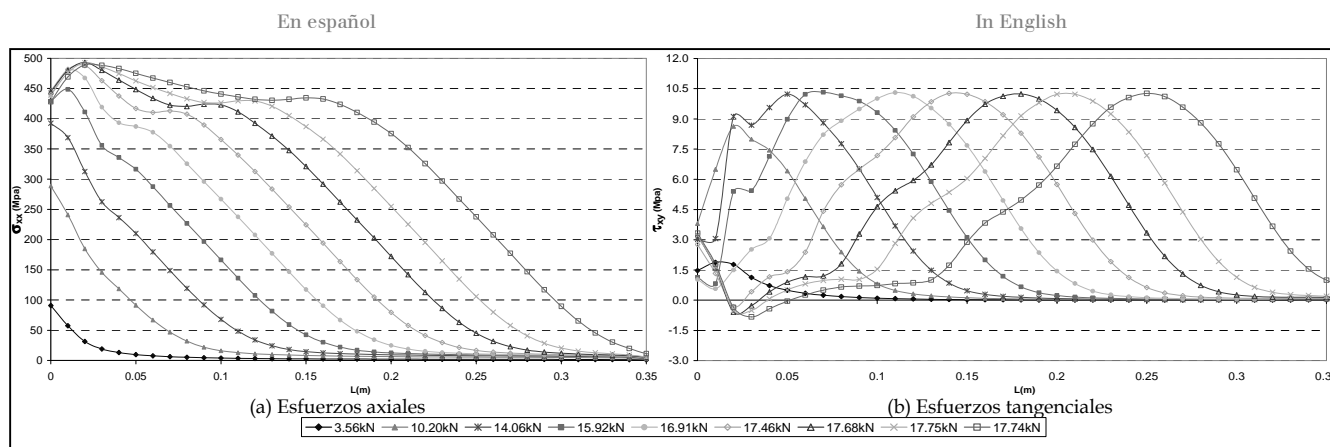


Figura 10. Distribución de los esfuerzos en el laminado

En lo que respecta a la interfaz, el comportamiento del concreto y del epoxi corresponde a la acción conjunta de los esfuerzos axiales y tangenciales, mientras que en el comportamiento del FRP predominan los esfuerzos axiales. Al analizar el comportamiento del concreto, del adhesivo y del FRP se concluye que en la simulación tridimensional la contribución de los esfuerzos axiales y tangenciales es diferente a lo indicado en los estudios hechos de acuerdo con el estado plano de esfuerzos, lo que coincide con lo observado por Chen y Pan en un modelo tridimensional de corte simple.

## Conclusiones

La teoría serie/paralelo es una herramienta numérica versátil para analizar el comportamiento de los materiales compuestos y de sus componentes. Por una parte, permite que cada componente del compuesto se analice mediante la ecuación constitutiva que sea más conveniente para predecir su comportamiento (elasticidad, plasticidad, daño, etcétera), y por otra, calcula el comportamiento del material compuesto al combinar el comportamiento de sus diversos componentes. Por tanto, esta herramienta numérica lleva a un mejor análisis de las estructuras con materiales compuestos.

En este trabajo, por medio de la teoría serie/paralelo, se estudia el comportamiento de la interfaz concreto-epoxi-CFRP en un ensayo de adherencia por flexión y se comparan los resultados con los obtenidos experimentalmente. Mediante el modelo tridimensional se obtiene una excelente aproximación del comportamiento experimental de la interfaz, con lo cual se valida el uso de la teoría serie/paralelo y se muestra la importancia de utilizar modelos tridimensionales, ya que permiten analizar el mecanismo de falla integralmente.

En el modelo numérico del ensayo de adherencia se revela la necesidad de simular el adhesivo considerando su comportamiento no lineal por ser susceptible al daño e interactuar con las fallas del concreto. Además, la simulación del epoxi evidencia el efecto localizado en el extremo donde se adhiere el FRP, producido por la acción conjunta del arrancamiento y la tracción en el laminado, que afectan tanto el concreto como el adhesivo.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido apoyado por el Ministerio de Ciencia e Inno-

Figure 10. Laminate stress distribution

As regards the interface, the behaviour of concrete and epoxy resulted from a combination of axial and shear stresses, while FRP behaviour was due to axial stress. Three-dimensional simulation revealed that axial and shear stress contributions were different from that indicated in studies involving plane stress state by analysing the behaviour of concrete, adhesive and FRP; this agreed with that observed by Chen and Pan in a three-dimensional model of a simple shear test (Chen and Pan, 2006).

## Conclusions

Serial/parallel mixing theory is a versatile numerical tool for analysing the behaviour of composite materials and their components. It allows each composite component to be ascertained by a constitutive equation which is suitable for predicting their behaviour (elasticity, plasticity, damage, etc) and it can calculate composite performance by combining its components' mechanical behaviour. This numerical tool thus led to a better analysis of structures involving composite materials;

This work studied CFRP-concrete interface behaviour in a bending bond test using serial/parallel mixing theory and the results were compared to those obtained experimentally. The three-dimensional model gave a good approximation of the experimental interface, thereby validating the use of serial/parallel mixing theory and showing the importance of three-dimensional models, since they allow failure mechanism to be fully analysed; and

The numerical simulation of the bond test showed the need for modelling adhesive epoxy taking into account its nonlinear behaviour, being susceptible to damage and interacting with concrete failures. Furthermore, the epoxy adhesive simulation showed the local effect at the FRP end, produced by a combination of peeling and pulling on the laminate, thereby affecting both the concrete and the adhesive.

## Acknowledgements

This work has been financed by the following projects: the Span-

## En español

vacación de España por medio de los proyectos "Recomp", Ref. BIA2005-06952, "Decomar", Ref. MAT2003-08700-C03-02 y "Delcom", Ref. MAT2008-02232/MAT; por el Ministerio de Fomento de España mediante el proyecto "Reparación y refuerzo de estructuras de concreto armado con materiales compuestos"; por el Alþan, "Programa de becas de alto nivel de la Unión Europea para América Latina", beca Nº E06D101053CO; por la Secretaría de Educación Pública de México, Subsecretaría de Educación Superior, "Programa para el mejoramiento del profesorado Promep", beca folio UACHIS-160; por el Centro Internacional para los Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) y por el Departamento de Resistencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Catalunya y su laboratorio CER-Litem, España.

## Referencias / References

- Aiello, M.A., Leone, M., Interface analysis between FRP EBR system and concrete., *Composites Part B: Engineering*, 2008, 39, (4) pp.618–626.
- Car, E., Oller, S., Oñate, E., Tratamiento Numérico de Materiales Compuestos., Monografía No.57, Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería (CIMNE), Barcelona, España, 2000.
- Casas, J.R., Pascual, J., Debonding of FRP in bending: Simplified model and experimental validation., *Construction and Building Materials*, 2007, 21, (10) pp.1940–1949.
- Chen, J.F., Pan, W., Three dimensional stress distribution in FRP-to-concrete bond test specimens., *Construction and Building Materials*, 2006, 20, (1–2) pp.46–58.
- CIMNE, PLCDYN Manual: Código termomecánico no lineal de elementos finitos dirigido a estudiantes de Ph.D., Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 1991–2011.
- Coronado C.A., López, M.M., Damage approach for the prediction of debonding failure on concrete elements strengthened with FRP., *Journal of Composites for Construction ASCE*, 2007, 11, (4) pp.391–400.
- Ebead, U.A., Neale, K.W., Mechanics of fibre-reinforced polymer-concrete interfaces., *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2007, 34, (3) pp.367–377.
- Hollaway, L.C., The evolution of and the way forward for advanced polymer composites in the civil infrastructure., *Construction and Building Materials*, 2003, 17, (6–7) pp.365–378.
- Karbhari, V.M., Materials considerations in FRP rehabilitation of concrete structures., *Journal of Materials in Civil Engineering ASCE*, 2001, 13, (2) pp.90–97.
- Leung, C.K.Y., Klenke, M., Tung, W.K., Luk, H.C.Y., Determination of nonlinear softening behavior at FRP composite/concrete interface., *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 2006, 132, (5) pp.498–508.
- Lu, X.Z., Ye, L.P., Teng, J.G., Jiang, J.J., Meso-scale finite element model for FRP sheets/plates bonded to concrete., *Engineering Structures*, 2005, 27, (4) pp.564–575.
- Martínez, X., Oller, S., Rastellini, F., Barbat, A., A numerical procedure simulating RC structures reinforced with FRP using the serial/parallel mixing theory., *Computers and Structures*, 2008, 86, (15–16) pp.1604–1618.

## In English

ish Ministry of Science and Innovation "RECOMP", Ref. BIA2005-06952, "DECOMAR", Ref. MAT2003-08700-C03-02 and "DELCOM", Ref. MAT2008-02232/MAT; Spanish Ministry of Public Works project "Retrofitting and Reinforcement of Reinforced Concrete structures with Composite Materials"; European Union for Latin-America Alban Scholarships Programme, Ref. E06D101053CO; the Mexican Secretariat of Public Education, Under-secretariat for Higher Education's Teacher Improvement Programme (PROMEP), scholarship folio UACHIS-160; International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Spain; and Universitat Politècnica de Catalunya Department of Materials' Strength and Structural Engineering (ETSEIAT) and its laboratory (CER-LITEM), Spain.

- Molina, M., Estudio numérico de la adherencia de los materiales compuestos como refuerzo en estructuras de concreto armado., Master en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 2009.
- Molina, M., Oller, S., Barbat, A.H., Martínez, X., Análisis numérico de estructuras de hormigón reforzadas con FRP por medio de la teoría de mezclas serie/paralelo., *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 2010, 26, (2) pp.135–155.
- Niu, H., Karbhari, V. M., Wu, Z., Diagonal macro-crack induced debonding mechanisms in FRP rehabilitated concrete., *Composites Part B: Engineering*, 2006, 35, (7–8) pp.627–641.
- Oller, S., Simulación Numérica del Comportamiento Mecánico de los Materiales Compuestos., Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería-CIMNE, Barcelona, España, 2003.
- Pendhari, S.S., Kant, T., Desai, M.Y., Application of polymer composites in civil construction: A general review., *Composite Structures*, 2007, 84, (2) pp.114–124.
- Perera, R., Recuero, A., De Diego, A., López, C., Adherence analysis of fiber reinforced polymer strengthened RC beams., *Computers and Structures*, 2004, 82, (23–26) pp.1865–1873.
- Rastellini, F., Oller, S., Salomon, O., Oñate, E., Composite materials non-linear modelling for long fibre-reinforced laminates: Continuum basis, computational aspects and validations., *International Journal of Computers & Structures*, 2008, 86, (9) pp.879–896.
- Rastellini, F., Modelación numérica de la no-linealidad constitutiva de laminados compuestos., tesis presentada a la Universidad Politécnica de Cataluña, para optar al grado de Doctor of Philosophy, Barcelona, España, 2006.
- Wu, Z., Yin, J., Fracturing behaviors of FRP-strengthened concrete structures., *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, 70, (10) p.1339–1355.
- Yang, Z.J., Chen, J.F., Proverbs, D., Finite element modelling of concrete cover separation failure in FRP plated RC beams., *Construction and Building Materials*, 2003, 17, (1) pp.3–13.
- Yao, J., Teng, J.G., Chen, J. F., Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints, *Composites Part B: Engineering*, 2005, 36, (2) pp.99–113.