

EFICIENCIA DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA EN ESTRUCTURAS CON COMPORTAMIENTO ELASTO-PLÁSTICO SOMETIDAS A CARGAS SÍSMICAS

Edwin P. Duque¹, José A. Inaudi², Víctor J. García³

Resumen: Se presenta un análisis de la eficiencia de amortiguadores de masa sintonizada no lineal equivalente (AMS-NLE) en estructuras elasto-plásticas sometidas a cargas sísmicas. La excitación sísmica se representa a través de un proceso aleatorio estacionario de ruido blanco filtrado (filtro de Kanai-Tajimi) y el comportamiento elasto-plástico de la estructura principal se representa mediante el modelo de Bouc-Wen. Los parámetros óptimos del AMS-NLE se obtienen del comportamiento que exhiben un conjunto de AMS-L optimizados para distintos niveles de plastificación estructural dependiente de la intensidad de la excitación sísmica. La rigidez y amortiguamiento óptimo de cada AMS-L se calcula usando como criterio la reducción de la desviación estándar del desplazamiento de la estructura principal ante la acción sísmica. Los comportamientos que despliegan los AMS-L optimizados se conjugan *en* el comportamiento óptimo que se desea que exhiba un AMS-NLE. Para esto, los valores óptimos de rigidez se ajustaron a una función que resulta de asumir que la fuerza resistente del AMS-NLE tiene una componente lineal, otra no lineal elástica y disipación viscosa lineal. Los resultados muestran que el AMS-NLE reduce los desplazamientos de la estructura ante eventualidades sísmicas, aun cuando la estructura incurra en un régimen plástico. Si bien las reducciones logradas no resultan significativas, éstas no son despreciables y pueden ser importantes retardando el colapso de la estructura.

Palabras clave: amortiguador de masa sintonizada lineal, amortiguador de masa sintonizada no lineal, linealización estocástica, sistema lineal equivalente, optimización estructural estocástica.

EFFICIENCY OF TUNED MASS DAMPER ATTACHED TO STRUCTURES WITH ELASTOPLASTIC BEHAVIOR AND SUBJECTED TO SEISMIC EXCITATION

Abstract: The purpose of the current work is to present an analysis of the efficiency of an equivalent nonlinear tuned mass damper (ENL-TMD) attached to structures with elastoplastic behavior and subjected to seismic excitation. Seismic excitation is represented through a stationary random process of filtered white noise (Kanai-Tajimi filter) and the elasto-plastic behavior of the main structure, represented by the Bouc-Wen model. Optimal parameters for the ENL-TMD are calculated from the behavior shown by a set of linear tuned mass damper (L-TMD). The L-TMDs were optimized under different levels of structural plasticity and intensities of seismic excitation. The rigidity and optimum damping of each L-TMD is calculated by using the reduction of the standard deviation of the displacement of the main structure under seismic action as a criterion. The behavior displayed by the set of L-TMDs is conjugated in an expected optimal behavior of the ENL-TMD. Optimum stiffness values were adjusted to a function that results from assuming that the force of the ENL-TMD has a linear component, an additional nonlinear elastic component and a nonlinear viscous

¹ Docente-Investigador, Departamento de Geología y Minas e Ingeniería Civil, Universidad Técnica Particular de Loja UTPL, Loja, Ecuador. Email: epduque@utpl.edu.ec

² Profesor titular, Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, UNC, Argentina. Email: inaudijose@gmail.com

³ Investigador Prometeo, Universidad Técnica Particular de Loja, Universidad Nacional de Chimborazo, Ecuador. Email: vgarcia@unash.edu.ec, vgarcia375@gmail.com

dissipation. The results confirm that the ENL-TMD reduce displacements of the structure in seismic events, even when the structure yields (in a plastic regime). While the achieved reductions are not significant, they are not negligible in the case of structures subject to high seismic intensities, and they may be important for delaying the collapse of the structure.

Keywords: linear tuned mass damper, nonlinear tuned mass damper, equivalent linear system, stochastic linearization, stochastic structural optimization.

INTRODUCCIÓN

El control de vibraciones en estructuras se realiza con sistemas pasivos, activos o híbridos. Los sistemas pasivos no necesitan una fuente de energía externa para realizar su trabajo. En general podemos clasificar a los sistemas pasivos en tres clases: amortiguadores, amortiguadores de masa sintonizada (AMS) y sistemas de aislamiento (Cacciola, Espinosa-García & Tombari, 2015). Los resultados de la investigaciones recientes sugieren que existe una amplia aceptación del uso de AMS como método práctico y eficiente para reducir la respuesta de la estructura a movimientos fuertes del suelo (Miranda, 2016). El AMS es un mecanismo que consta de una masa, un resorte y un amortiguador. La masa se une a la estructura (cuyas vibraciones se van a controlar) a través de un resorte lineal y un amortiguador viscoso (Giaralis & Taflanidis, 2015). En lo que sigue, llamaremos a este AMS “amortiguador de masa sintonizada lineal (AMS-L)”. Este AMS-L se caracteriza por poseer una componente resistente lineal con el desplazamiento (rigidez) y una componente viscosa que puede ser lineal o no lineal. Los elementos constitutivos del AMS-L se diseñan para optimizar el desempeño del sistema y esto se logra haciendo que la frecuencia natural de vibración del AMS-L tenga un valor ligeramente inferior al valor de frecuencia correspondiente al modo principal de vibración de la estructura principal (sintonización).

Los AMS-L han sido instalados en edificaciones de gran altura alrededor del mundo, principalmente para reducir las vibraciones inducidas por vientos fuertes, como por ejemplo en Shanghai World Financial Center (492 m), Tokyo Skytree (634 m), Taipei 101 (509 m), Burj al-Arab in Dubai (332 m), Bloomberg Tower (286 m), One Canada Square (235 m), John Hancock Tower (240 m), Center-Point Tower (305 m), entre otros.

El mecanismo de trabajo, las bondades y limitaciones que exhiben los AMS-L cuando se usan para mitigar el efecto de eventos sísmicos en las estructuras de edificios se ha estudiado extensivamente y se conoce bastante bien. En general, se ha encontrado que existen dos causales que limitan la efectividad de los AMS-L: (1) El hecho de que el AMS-L debe ser sintonizado con relación a una de las frecuencias de los modos naturales de vibración (FMNV) de la estructura. Desafortunadamente, las FMNV de la estructura no son invariantes en el tiempo y pueden cambiar ya sea por envejecimiento “natural” o por cambios en el uso (ocupación) que originan una redistribución de la carga, así como, por cambios en elementos no estructurales. No importa cuál sea su origen, estos cambios redefinen la masa del edificio y su rigidez, lo que modifica las FMNV. Así que, una sintonización apropiada del AMS-L es vital para que exhiba un desempeño efectivo y esta sintonización depende de que se tenga un conocimiento preciso de las FMNV de la estructura. (2) El hecho de que el AMS-L es efectivo en una banda angosta de frecuencias de excitación y que fuera de esta banda es poco efectivo, inclusive puede ocurrir que fuera de esta banda los AMS-L no reduzcan la demanda debida a la excitación, sino más bien la amplifiquen. Así, la efectividad de los AMS-L como dispositivos para mitigar los efectos de eventos sísmicos se ve comprometida si consideramos que en general los eventos se caracterizan por un amplio espectro de frecuencias (Alexander & Schilder, 2009).

Una alternativa en el uso de AMS-L son los AMS no lineales (AMS-NL). Un AMS-NL posee una componente lineal y otra no lineal con el desplazamiento (parte lineal y otra no lineal con la rigidez), además de poseer una componente viscosa que puede ser lineal o no lineal. Los AMS-NL son una alternativa a los AMS-L, sobre todo, si deseamos lograr reducciones de demanda en estructuras que incursionan en el régimen plástico durante su respuesta. Cuando la estructura incursiona en el campo no lineal, se produce una pérdida de rigidez, lo cual genera una pérdida de sintonización entre la frecuencia del AMS-L y la frecuencia de la estructura. Un atributo interesante es que los AMS-NL no demandan ninguna “re-sintonización o re-ajuste” adicional (Gourdon, Alexander, Taylor, Lamarque y Pernot, 2007). Si las FMNV cambian, el desempeño del AMS-L se deteriora sustancialmente y hay que re-sintonizarlo para que pueda ser efectivo. En términos generales, los AMS-NL pueden exhibir diversas ventajas cuando se comparan con los convencionales AMS-L, pues los AMS-NL: (1) son efectivos en un rango más amplio de frecuencias, (2) no amplifican vibraciones cuya frecuencia fundamental se encuentra fuera de la banda de

sintonización. (3) requieren una masa más pequeña que la que requiere el AMS-L para ser efectivo. (4) son más efectivos que el AMS-L cuando se trata de reducir vibraciones transitorias de gran amplitud (Alexander & Schilder, 2009; Beskhyroun, Wegner & Sparling, 2016; Christenson, 2001; Gourdon, Alexander, Taylor, Lamarque & Pernot, 2007; Jiang, McFarland, Bergman & Vakakis, 2003; Liu, Chen & Yi, 2014; McFarland, Bergman & Vakakis, 2005; Miranda, 2016; Panananda, 2014; Salvi, Rizzi, Rustighi & Ferguson, 2015).

A pesar de que el diseño y los métodos de optimización de los AMS-L acoplados a estructura que exhiben un comportamiento lineal se han estudiado extensivamente los últimos 70 años, son menos frecuentes los estudios de AMS-L acoplados a estructuras que exhiben un comportamiento no lineal. Pero aún más, son menos frecuentes las investigaciones sobre el diseño y optimización de AMS-NL acoplados a estructuras que exhiben un comportamiento no lineal (elasto-plástico), que tome en consideración que las propiedades mecánicas de dicha estructura cambian con el nivel de plastificación alcanzado.

El objetivo de este trabajo es diseñar, optimizar y estudiar el desempeño de un AMS-NLE acoplado a una estructura que exhibe un comportamiento elasto-plástico que es sometida a eventos sísmicos de diferente intensidad.

Para alcanzar nuestro objetivo realizamos un análisis estocástico de estructuras elasto-plásticas con un AMS-L sometidas a excitación sísmica. El estudio incluye el diseño óptimo de un conjunto de AMS-L, tomando en cuenta que las propiedades dinámicas de la estructura cambian con el nivel de plastificación alcanzado. La excitación sísmica se representó a través de un proceso estacionario de ruido blanco filtrado (filtro de Kanai-Tajimi). Con el modelo de Bouc-Wen (MBW) y la técnica de linealización estocástica se obtuvo una ecuación diferencial lineal equivalente que describe la elasto-plasticidad estructural. La precisión de la estimación de la respuesta media cuadrática de esta ecuación diferencial lineal equivalente se confirmó al comparar su desempeño con resultados logrados con simulaciones de Monte Carlo. Los parámetros óptimos del AMS-NLE se consiguen del comportamiento que exhiben un conjunto de AMS-L optimizados para distintos niveles de plastificación estructural dependiente de la intensidad de la excitación sísmica. La rigidez y amortiguamiento óptimo de cada AMS-L se calcula usando como criterio la maximización del factor que resulta de sustraer a la unidad el cociente que se obtiene de dividir la desviación estándar del desplazamiento de la estructura protegida y no protegida. Los comportamientos que despliegan los AMS-L optimizados se conjugan en el comportamiento óptimo que se desea que exhiba un AMS-NLE. Para esto, los valores óptimos de rigidez se ajustaron a una función que resulta de asumir que la fuerza resistente del AMS-NLE tiene una componente lineal, otra no lineal elástica y disipación viscosa lineal.

La metodología propuesta permitió diseñar un AMS-NLE y realizar el estudio del desempeño de AMS-NLE acoplados en modelos simple de estructuras de acero y hormigón que exhiben un comportamiento elasto-plástico, mientras que éstas fueron sometidas a intensidades sísmicas que van desde 0g hasta 0,7g como valores medios máximos de aceleración del suelo y a tres formas diferentes de la densidad espectral de potencia de la excitación (DEPE).

DESARROLLO DE LOS AMS-L

Uno de los primeros trabajos que se conocen relacionado con los AMS es la patente de un dispositivo que consiste en una masa y un resorte, que permite reducir el balanceo y las vibraciones de barcos (Frahm, 1909). Este dispositivo resultó ser muy eficaz reduciendo las vibraciones ocasionadas por cargas armónicas de larga duración y frecuencias muy próximas a las frecuencias de resonancia de la estructura a proteger. Sin embargo, su eficacia se reducía sustancialmente cuando actuaban sobre la estructura protegida otro tipo de cargas. El siguiente paso evolutivo en el tema de los AMS se dio con el trabajo de Ormondroyd y Den Hartog, quienes incorporaron por primera vez un amortiguador viscoso en paralelo con el resorte del AMS y así lograron que el nuevo dispositivo exhibiera capacidad de controlar la respuesta de sistemas sometidos a diversas cargas (con un mayor contenido de frecuencias), aumentando de esta manera la robustez frente a la variabilidad de la carga (Ormondroyd & Den Hartog, 1928). Desde entonces una buena cantidad de los estudios se han orientado a la optimización del AMS-L en función de la cantidad de masa, el grado de amortiguamiento y la relación de frecuencia; así como para diferentes excitaciones y diferentes tipos de estructuras (acero u hormigón) modeladas con uno o más grados de libertad. Entre los trabajos pioneros podemos mencionar el de Brock y Den Hartog quienes derivaron expresiones matemáticas para obtener valores óptimos de la relación de amortiguamiento y frecuencia del AMS-L. Brock y Den Hartog usaron un sistema modelo con un grado de libertad (SUGL) que no exhibe amortiguamiento y que es sometido a excitaciones armónicas (Brock, 1946; Den Hartog, 1956). Con el mismo sistema, pero excitado con ruido blanco, Crandall y

Mark obtuvieron de manera explícita la varianza de la respuesta (Crandall & Mark, 1973). Warburton estudió un AMS-L conectado a una estructura compleja no amortiguada que representó como un sistema modelo con varios grados de libertad (SVGL); y concluyó que la estructura se puede representar como un SUGL si el cociente que resulta de dividir las frecuencias de los dos principales modos de vibración es mayor o igual a dos (Warburton & Ayorinde, 1980). En 1982, Warburton derivó un sistema de ecuaciones que permite obtener los parámetros óptimos de un AMS-L conectado a una estructura no amortiguada. La estructura fue modelada por SUGL. El sistema de ecuaciones se puede usar cuando la estructura se encuentra bajo la acción de cargas armónicas aplicadas como una fuerza a la estructura –como ocurre en el caso del viento– y cuando la estructura se encuentra bajo la acción de una aceleración en la base tipo ruido blanco –como en el caso de un sismo– (Warburton, 1982).

Varios autores han estudiado la efectividad de AMS-L en estructuras amortiguadas. En 1981, Randall y colaboradores desarrollaron un método gráfico que permite determinar los parámetros óptimos del AMS-L conectado a un sistema que exhibe amortiguamiento y que es modelado como un SUGL sometido a carga sísmica (Randall, Halsted & Taylor, 1981). En 1997, Sadek y colaboradores proponen expresiones para calcular los parámetros óptimos de los AMS-L (Sadek, Mohraz, Taylor & Chung, 1997). En este estudio, los autores analizan SUGL y SVGL sometidos a cargas sísmicas. Sadek y col. (1997) observaron que se logra una reducción significativa en el desplazamiento y la aceleración de la estructura principal, por lo que recomendaron el uso de AMS-L como dispositivos de protección sísmica en edificios de gran altura.

Dado que los AMS-L muestran niveles altos de disipación de energía en una banda angosta cercana a la frecuencia natural del dispositivo, puede aportar amortiguamiento significativo a un modo de vibración de la estructura al que se sintoniza el dispositivo. Una manera de superar esta limitación es la colocación de varios AMS-L sintonizados a distintas frecuencias. Joshi y Jangid (1997) analizaron la respuesta de una estructura con varios amortiguadores de masa sintonizada (VAMS) y encontraron parámetros óptimos usando como criterio de optimización la reducción del valor medio cuadrático del desplazamiento de la estructura principal. Estos autores modelaron la excitación sísmica como un evento de naturaleza aleatoria descrito con un espectro similar al de un ruido blanco. Para comprobar la efectividad de la optimización, los autores contrastan la respuesta de una estructura con un AMS-L y con varios AMS-L (VAMS-L) con frecuencias natural distribuidas sobre un rango de frecuencias, y concluyen que el sistema con VAMS-L es más efectivo para el control de vibraciones.

Zuo y Nayfeh (2004) analizan una estructura con VAMS-L mediante una aproximación numérica fundamentada en el método “descent-subgradient”. El método de optimización propuesto lo comparan con el método de minimax y muestran las bondades de su metodología; además, presentan resultados exitosos de un experimento modelo con un AMS-L de dos grados de libertad optimizado para amortiguar los dos primeros modos de flexión de una viga libre.

En el 2006, Lee y colaboradores implementan una teoría de diseño óptimo para AMS-L sobre estructuras sometidas a ruido blanco, considerando un SVGL con VAMS-L instalados en distintos pisos del edificio. El criterio de optimización utilizado fue el de minimizar la respuesta estructural en el dominio de las frecuencias. La teoría fue verificada con éxito en estructuras con cinco grados de libertad y dos AMS-L, así como, en estructuras con diez grados de libertad y un AMS-L (Lee, Chen, Chung & Wang, 2006).

Mrabet y colaboradores presentan una técnica de optimización de los parámetros de un AMS-L cuando existen parámetros estructurales acotados pero inciertos. La técnica permite la transformación del problema, inicialmente no determinístico en dos problemas determinísticos e independientes. Usa dos estrategias de optimización: optimización estructural estocástica (OEE) y optimización basada en confiabilidad. Los autores concluyen que la técnica propuesta es más apropiada para ser usada con la OEE aun cuando existan niveles altos de incertidumbre (E. Mrabet, Guedri, Ichchou, y Ghanmi, 2015; Elyes Mrabet et ál., 2015).

Bay y Bassotti (2014) estudian la respuesta de un edificio de 9 pisos, de hormigón armado, equipado con AMS-L, cuando es sometido a registros locales de tipo impulsivo. Los autores encontraron que la respuesta en términos de RMS (cortante, aceleración, velocidad y desplazamiento) se redujo en forma exponencial conforme se incrementó la relación de masas para todos los registros. La reducción fue de 26% para relaciones de masa de 0,025 y 50% para relaciones de 0,20.

Chung y col. desarrolló un procedimiento de optimización en el dominio del tiempo de un AMS-L con amortiguamiento viscoso no lineal acoplado a una SUGL. Los autores encontraron que en la medida que el exponente de la ley de amortiguamiento incrementa, el desplazamiento relativo del AMS-L disminuye y la fuerza de

amortiguamiento aumenta. La fuerza de amortiguamiento obedece a una ley de amortiguamiento viscoso no lineal $f_d = c_d |\dot{x}_d - \dot{x}_s|^v \text{sgn}(\dot{x}_d - \dot{x}_s)$ y la fuerza restauradora obedece a una ley lineal $f_r = k_d(x_d - x_s)$ (Chung, Wu, Huang, Chang & Lien, 2010).

Chouw estudió el comportamiento del sistema suelo-estructura con AMS-L durante un sismo de epicentro cercano (Chouw, 2004). Los resultados muestran que el AMS-L es más efectivo si su frecuencia natural es aproximadamente al 85% de la frecuencia fundamental del sistema considerado. El autor concluye que la interacción suelo-estructura puede tener efectos beneficiosos o adversos en la efectividad del AMS-L. Los resultados también revelan que la efectividad del AMS-L depende no solamente de la relación de frecuencia y amortiguamiento sino también de la interacción suelo-estructura y de las características del movimiento del suelo.

Rüdinger; Lin y Chopra; Rüdinger y Krenk, y Terenzi estudiaron el AMS-L con un amortiguamiento viscoso no lineal acoplado a un SUGL que es excitado con ruido blanco. Los autores usaron linealización estadística para estudiar el sistema y la precisión de este procedimiento fue verificada a través de una simulación estocástica. Los autores concluyeron que el AMS-L debe ser sintonizado a una amplitud e intensidad de excitación específicas. Un ejemplo de fuerza de amortiguamiento no lineal y viscosa que obedece una ley de potenciación se expresa como: $f_d = \beta |\dot{x}_2|^v \text{sgn}(\dot{x}_2)$, β representa el coeficiente de amortiguamiento y v el exponente en la ley de potenciación que modela el amortiguamiento. Se asume que v está dado para un tipo específico de amortiguador y el objetivo es determinar el tamaño óptimo del amortiguador, seleccionando el β apropiado. Un amortiguador que posee un comportamiento razonablemente similar al modelado por la ecuación anterior es el “amortiguador con resorte elastómero de Jarret”. $v = 1$ está en correspondencia con una ley de amortiguamiento viscoso lineal, y $v = 0$ corresponde con el caso de fricción seca (Lin & Chopra, 2003; Rüdinger, 2007; Rüdinger & Krenk, 2003; Terenzi, 1999).

Murudi y Mane (2004) estudiaron la influencia de un conjunto de parámetros que caracterizan el movimiento del suelo sobre la efectividad del AMS-L. El AMS-L es efectivo controlando la respuesta estructural a excitaciones armónicas de la base. El AMS-L es más efectivo en estructuras ligeramente amortiguadas y su efectividad decrece en la medida que incrementa el amortiguamiento estructural. El AMS-L es más efectivo cuando ocurre un terremoto de larga duración. La efectividad del AMS-L en una estructura dada depende del contenido de frecuencias, ancho de banda y duración del movimiento, sin embargo, la efectividad sísmica del AMS-L no se ve afectada por la intensidad del moviente (magnitud del pico de aceleración).

Dos trabajos particularmente relevantes para el desarrollo de este trabajo son los de Sgobba y Marano (2010), así como el de Lukkunaprasit y Wanitkorkul (2001).

Sgobba y Marano (2010) usan un AMS-L en una estructura de hormigón que exhibe un comportamiento elasto-plástico y que puede ser representada por SUGL. Los autores usan el filtro de Kanai-Tajimi para representar una excitación equivalente a un ruido blanco filtrado con dos DEPE, que, según los autores, una DEPE corresponde a un suelo “blando” y la otra a un suelo “duro” con un valor medio máximo de aceleración del suelo $PGA = 0,343g$. Los autores consideraron tres criterios de optimización: desplazamiento relativo de la estructura, fracción de energía disipada y un índice de daños. Sgobba y Marano concluyeron que cambios en la rigidez debidos a deformaciones plásticas conducen a cambios en las propiedades mecánicas del AMS-L y consecuentemente a una pérdida de sintonía. También concluyen que el uso de AMS-L en sistemas elasto-plásticos reduce la disipación de energía plástica y por consiguiente los daños a la estructura. El uso de AMS-L no parece ser ventajoso para controlar el desplazamiento pero puede recomendarse para reducir la energía histerética disipada.

Lukkunaprasit y Wanitkorkul (2001) usan un AMS-L en una estructura que exhibe un comportamiento plástico perfecto y que puede ser representada por SUGL. Los autores usan excitación sísmica con dos intensidades diferentes ($PGA = 0,1g$ y $PGA = 0,15g$). Los autores consideraron dos criterios de optimización: desplazamiento relativo de la estructura y fracción de energía disipada. Lukkunaprasit y Wanitkorkul concluyeron que la pérdida de sintonía del AMS-L afecta la efectividad del AMS-L aunque los AMS-L pueden ser efectivos reduciendo la demanda de absorción de energía histerética, y por consiguiente reduciendo los daños en edificios con $\omega_s = 3,49 \text{ rad/s}$ o $\omega_s = 2,24 \text{ rad/s}$.

Cuando la estructura incursiona en el campo no lineal, se produce una pérdida de rigidez, lo cual genera una desintonización entre la frecuencia del AMS-L y la frecuencia de la estructura.

Park y Ang (1985) proponen un modelo de daños sísmicos para elementos de hormigón reforzado. El modelo se basa en la hipótesis de que el daño total debido al movimiento sísmico tiene dos componentes: uno, el daño causado por la máxima deformación estructural y, otro, causado por la energía histerética adsorbida.

Pinkaew, Lukkunaprasit y Chatupote (2003) estudiaron la efectividad de un AMS-L para controlar un edificio de hormigón armado de 20 pisos sometido a excitación armónica y a un movimiento del suelo equivalente al registrado en el terremoto de ciudad de México en 1985. Estos autores propusieron el uso de un índice de reducción de daños propuesto por Park y Ang (1985) como alternativa para describir la efectividad del AMS-L y demuestran que el AMS-L no puede reducir el máximo desplazamiento de la estructura controlada después que esta ha cedido, pero si, el AMS-L reduce significativamente el daño de la estructura.

Rana y Soong (1998) estudiaron el efecto de la de-sintonización de algunos parámetros del AMS-L sobre su desempeño y encontraron que la de-sintonización se hace más perjudicial cuando incrementa la amortiguación estructural y/o la relación de masas. Los valores óptimos de los parámetros difieren dependiendo de si son logrados para una excitación en la base o una excitación de la masa principal. La diferencia entre los dos crece en la medida en que incrementa la amortiguación estructural y/o la relación de masas.

Domizio, Ambrosini y Curadelli (2013) evalúan el comportamiento de una estructura metálica en el campo no lineal sometida a registros de fuente cercana. Los autores concluyen que otro factor que resulta influyente sobre el desempeño del AMS-L es la variación de las propiedades dinámicas, tanto en la estructura principal como en el AMS-L, respecto de los valores determinados en la etapa de diseño. Este efecto es conocido como desintonizado, y se puede observar en estructuras que incursionan en el rango inelástico o sufren algún tipo de daño, con la consecuente disminución de su frecuencia fundamental. Los autores muestran que la inclusión de los AMS-L resulta eficaz para reducir la probabilidad de colapso estructural frente a sismos de falla cercana cuando la frecuencia dominante de la acción es próxima a la del modo fundamental de la estructura. En otros casos la incorporación del AMS-L no mostró ser efectiva para el objetivo planteado.

Marano, Greco y Chiaia (2010) estudiaron la optimización de parámetros del AMS-L con el objetivo de disminuir la sensibilidad frente a variaciones en las propiedades estructurales. Incluyeron como variable de diseño la relación de masas y concluyeron que las soluciones obtenidas son más eficientes cuando se comparan con las soluciones logradas sin incluir la relación de masas como variable de diseño. Sin embargo, alertan que en muchos casos la solución es inapropiada porque conduce a valores muy altos de la masa del AMS.

DESARROLLO DE LOS AMS-NL

Robertson (1952) y Arnol (1955) remplazaron el resorte lineal del AMS-L por un resorte no lineal (con una parte lineal y otra no lineal con el desplazamiento –rigidez–) y encontraron que el AMS-NL tenía un mejor desempeño que el clásico AMS-L.

Nagarajaiah y colaboradores desarrollan un dispositivo que es capaz de cambiar su rigidez en función del desplazamiento “rigidez negativa”. El sistema adaptativo con rigidez negativa (SARN) se compone de dos elementos: (1) un dispositivo con rigidez negativa y (2) un AMS-L. El sistema dispositivo-estructura se comporta como una estructura que ha “cedido” pero que no ha sufrido ninguna deformación en la estructura principal. El sistema estructura-SARN sufre menos aceleraciones, menos desplazamientos y menos esfuerzos en su base (al nivel de las fundaciones) (Nagarajaiah et ál., 2010; Tan, Zhou & Yan, 2004).

Nagarajaiah desarrolló un AMS semi-activo (AMS-S) usando un sistema semi-activo de rigidez variable. El AMS-S tiene un desempeño superior al AMS-L convencional. Los autores concluyen que en el caso que la frecuencia fundamental de una estructura cambie debido a daño o deterioro, el AMS se desintoniza y pierde efectividad, mientras que el AMS-S es robusto ante este tipo de cambios y permanece siempre sintonizado (Nagarajaiah, 2009).

Alexander y Schilder (2009) usaron AMS-NL (con una no linealidad cúbica con el desplazamiento) con dos grados de libertad una estructura de acero que exhibe un comportamiento lineal elástico y que puede modelarse con un SUGL, con una excitación armónica y una de ruido blanco con un espectro de potencia similar a un sismo. Usaron como criterio de optimización la norma L_2 del desplazamiento. Los autores descubrieron una familia de curvas de resonancia desacopladas para la rigidez “decreciente” de un resorte lineal y concluyeron que no se pueden

seleccionar parámetros que conduzcan a que el desempeño del AMS-NL con dos grados libertad propuesto sea superior al desempeño de un AMS-L convencional. Este resultado fue posteriormente confirmado por Panananda (2014). Alexander y Schilder encontraron que la no linealidad cúbica reduce solamente la amplitud de la resonancia a altas frecuencias. Sin embargo, independientemente de los parámetros que se seleccionen, fue imposible para ellos reducir la amplitud de los picos de resonancia de baja frecuencia.

Gourdon et ál. (2007) verifican experimentalmente los aspectos teóricos del bombeo de energía en condiciones en que existe una excitación externa. El bombeo de energía es una transferencia irreversible de energía desde una estructura lineal o no lineal a un dispositivo no lineal que posee una masa pequeña y que sirve para disipar la energía. Los autores conectan un AMS-NL con un grado de libertad a una estructura lineal. El término no lineal del AMS es cúbico. Los autores concluyen que en aplicaciones prácticas la frecuencia natural cambia debida al envejecimiento y que en este caso un dispositivo no lineal que disipe la energía puede ser más efectivo que un AMS-L (Gourdon et al., 2007; Jiang et al., 2003; McFarland et al., 2005).

PRESENTACIÓN ESTOCÁSTICA DE LA EXCITACIÓN SÍSMICA

Las acciones y respuestas dentro de la ingeniería sísmica tienen características estocásticas debido a la incertidumbre de las aceleraciones producidas por un evento sísmico. Hay dos métodos básicos para el modelado estocástico de excitaciones dinámicas: el modelo basado en la fenomenología y el basado en la física. Debido a las dificultades encontradas a la hora de usar modelos basados en la física, con frecuencia se recurre a modelos fenomenológicos (Li y Chen, 2009).

Un modelo frecuentemente utilizado para representar la aceleración sísmica y así lograr acelero-gramas artificiales, es el que considera al sismo representado por un espectro de componentes espectrales de ruido blanco gaussiano filtrado (Sues, Wen y Ang, 1985). El trabajar con representaciones artificiales de la aceleración sísmica se justifica si se considera que no es fácil conseguir registros históricos de los eventos sísmicos ocurridos en el sitio. Además, los registros de eventos pasados no representan adecuadamente los escenarios de eventos futuros (Marano, Morga y Sgobba, 2013), pero además, el modelo de aceleración sísmica se puede integrar a las ecuaciones que describen la dinámica estructural. En lo que sigue se presenta el modelo de aceleración sísmica que se logra usando el filtro de Kanai-Tajimi.

FILTRO DE KANAI-TAJIMI

Kanai (1957) y Tajimi (1960) mostraron que un oscilador lineal de segundo orden es un filtro adecuado para filtrar un ruido blanco y obtener como respuesta una señal que modela el movimiento del suelo. De esta manera se pueden obtener representaciones artificiales de la aceleración sísmica que se encuentra caracterizada por su densidad espectral de potencia (DEP) y a la que denominaremos densidad espectral de potencia de excitación (DEPE). Cada DEPE está determinada por la DEP del ruido blanco S_0 , así como por su frecuencia predominante ω_f y su coeficiente de amortiguamiento dominante ξ_f . En nuestro estudio consideramos las DEPE que se obtienen con el filtro de Kanai-Tajimi asumiendo los valores de frecuencia predominante y amortiguamiento dominante suministrados en la Tabla 1. Aunque los valores de ω_f y ξ_f se asocian usualmente a características dinámicas del suelo en el que se propagan las ondas sísmicas, debemos tener cuidado en el uso de estos valores, ya que también se ven influenciados por factores como la distancia al epicentro, magnitud del sismo y rigidez del suelo, entre otros. En el contexto de nuestra investigación es importante resaltar que los parámetros ω_f y ξ_f no aportan información sobre la interacción suelo-estructura y solo sirven para generar tres diferentes DEPE. De hecho, los valores que se muestran en la Tabla 1 fueron obtenidos al ajustar la densidad espectral de potencia de la aceleración en la base (ecuación (3)) a espectros empíricos que se lograron usando un ajuste de mínimos cuadrados. Los espectros empíricos resultaron del análisis de Fourier de un gran número de acelero-gramas reales que se encuentran registrados. Los registros fueron agrupados en tres categorías correspondientes a tres tipos diferentes de comportamientos dinámicos de los suelos, específicamente duros, intermedios y blandos (Sues et ál., 1985).

Tabla 1: Parámetros dinámicos que describen la DEPE obtenida con el filtro de Kanai-Tajimi.

DEPE	Suelo*	ω_f [rad/s]	ξ_f
B	Blando	10,9	0,96
I	Intermedio	16,5	0,80
D	Duro	16,9	0,95

*(Sues et al., 1985)

La Figura 1 muestra una representación gráfica del filtro de Kanai-Tajimi. La ecuación dinámica que describe matemáticamente el filtro es:

$$\ddot{x}_f(t) + 2\xi_f\omega_f\dot{x}_f(t) + \omega_f^2x_f(t) = -\ddot{W}(t) \quad (1)$$

Donde $\ddot{x}_f(t)$, $\dot{x}_f(t)$, $x_f(t)$ representan la aceleración, velocidad y desplazamiento relativos del oscilador que sirve de filtro, respectivamente; y $\ddot{W}(t)$ representa la aceleración absoluta en roca, la cual se asume que se puede modelar como un ruido blanco con una DEP constante S_0 . La aceleración absoluta de la fundación ($\ddot{x}_g$) se expresa como:

$$\ddot{x}_g(t) = \ddot{W}(t) + \ddot{x}_f(t) = -2\xi_f\omega_f\dot{x}_f(t) + \omega_f^2x_f(t) \quad (2)$$

Realizando el análisis en el dominio de la frecuencia, se obtiene la DEP de la aceleración en la base $S_{\ddot{x}_g}(\omega)$ o DEPE:

$$S_{\ddot{x}_g}(\omega) = \frac{1+4\xi_f^2(\omega/\omega_f)^2}{[1-(\omega/\omega_f)^2]^2 + 4\xi_f^2(\omega/\omega_f)^2} S_0 \quad (3)$$

La varianza del proceso, es igual al área bajo la curva $S_{\ddot{x}_g}(\omega)$:

$$\sigma_{\ddot{x}_g}^2(\omega) = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_f(1+4\xi_f^2)}{\xi_f} S_0 \quad (4)$$

La DEP S_0 se puede estimar considerando que el valor medio máximo de la aceleración del suelo (PGA por sus siglas en inglés) es del orden de tres veces la desviación estándar de la aceleración sísmica $PGA = 3\sigma_{\ddot{x}_g}$. Reemplazando esta última relación en la ecuación (4) se obtiene S_0 , así:

$$S_0 = \frac{4}{9\pi} \frac{\xi_f(PGA)^2}{\omega_f(1+4\xi_f^2)} \quad (5)$$

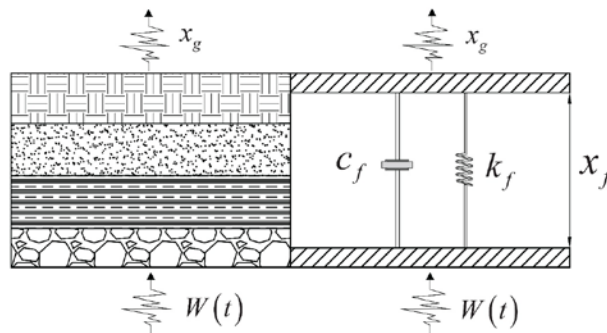


Figura 1: Representación gráfica del filtro Kanai-Tajimi

MODELO ESTRUCTURAL INELÁSTICO

El modelo de Bouc-Wen (MBW) propuesto por Bouc (1967) y generalizado por Wen (1976), es usado en diversas áreas de la ingeniería, incluyendo: óptica, electrónica, mecánica y estructuras, entre otras; y su uso se ha incrementado considerablemente desde su desarrollo inicial (Ikhouane & Rodellar, 2007). Su popularidad se debe a que solo se necesita una ecuación diferencial no lineal para definir el comportamiento histerético y, por ende, es computacionalmente eficiente (Ismail, Ikhouane y Rodellar, 2009).

En la Figura 2 se ilustra una representación gráfica de un SUGL que exhibe un comportamiento elasto-plástico descrito por el MBW. La ecuación de movimiento de este sistema se muestra en la ecuación (6).

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + F(x_s, \dot{x}_s, t) = f(t) \quad (6)$$

En la ecuación (6), m_s representa la masa del sistema, c_s el coeficiente de amortiguamiento viscoso, $F(x_s, \dot{x}_s, t)$ la fuerza restauradora, $f(t)$ la fuerza excitadora y $x_s(t), \dot{x}_s(t), \ddot{x}_s(t)$ corresponden con el desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente. Además, la fuerza restauradora $F(x_s, \dot{x}_s, t)$ se expresa como la suma de una parte elástica $F^{el}(t)$ y una histerética $F^h(t)$, así:

$$F(x_s, \dot{x}_s, t) = F^{el}(t) + F^h(t) = \alpha k_i x_s(t) + (1 - \alpha) k_i z(t) \quad (7)$$

La ecuación diferencial de la variable de estado $z(t)$ que representa el ciclo de histéresis es:

$$\dot{z}(t) = A \dot{x}_s(t) - \beta |\dot{x}_s(t)| |z(t)|^{n-1} z(t) - \gamma \dot{x}_s(t) |z(t)|^n \quad (8)$$

Donde $A, \beta, \gamma, n, \alpha$ representan constantes adimensionales que definen la forma del lazo de histéresis. El parámetro A define la amplitud de los ciclos de histéresis. La constante n define la transición de la zona lineal a la no lineal, si n es un número pequeño la transición es suave y si n tiende al infinito la transición es abrupta. Cuando $\beta = 0$ no existe disipación de energía (no existe histéresis). Si $\alpha = 1$, se obtiene un sistema lineal y si $\alpha = 0$, el sistema es completamente no lineal. Además, según como se combinen los valores de γ y β , se obtendrán histéresis que exhiben la ocurrencia de un ablandamiento (*softening*) o un endurecimiento (*hardening*).

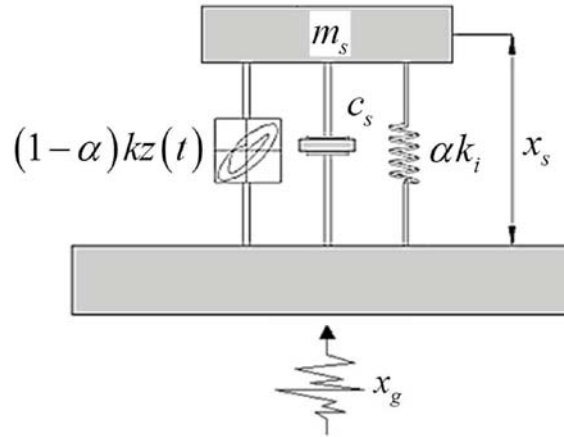


Figura 2: Representación gráfica de un SUGL, que exhibe elasto-plasticidad y que es descrito por el MBW.

LINEALIZACIÓN ESTOCÁSTICA

El MBW está definido por una ecuación diferencial no lineal de segundo grado. Para aumentar la eficiencia computacional, esta ecuación se aproxima mediante una ecuación diferencial lineal equivalente. Para realizar la linealización se propuso una ecuación de la forma (Baber & Wen, 1979):

$$\dot{z} = S_{eq} x_s + C_{eq} \dot{x}_s + K_{eq} z \quad (9)$$

Los parámetros que se desea obtener con la linealización son S_{eq}, C_{eq}, K_{eq} . Para esto, se denomina a la función que define el desplazamiento histerético como $h(\dot{x}_s, z)$, tal como se muestra en ecuación (8). Luego, se procede a minimizar el cuadrado del error medio, tal como se expresa en la siguiente ecuación:

$$\varepsilon^2 = [h(x_s, \dot{x}_s, z) - (S_{eq}x_s + C_{eq}\dot{x}_s + K_{eq}z)]^2 \quad (10)$$

Los parámetros que definen el valor mínimo del cuadro del error medio son:

$$S_{eq} = E \left[\frac{\partial h(x_s, \dot{x}_s, z)}{\partial x_s} \right] = 0 \quad (11)$$

$$C_{eq} = E \left[\frac{\partial h(x_s, \dot{x}_s, z)}{\partial \dot{x}_s} \right] = 0 \quad (12)$$

$$K_{eq} = E \left[\frac{\partial h(x_s, \dot{x}_s, z)}{\partial z} \right] = 0 \quad (13)$$

Si la distribución de probabilidad conjunta es gaussiana con media cero y $A = n = 1$ y $\beta = \gamma$, las constantes del sistema lineal equivalente son:

$$C_{eq} = 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta \left(\frac{\gamma_{\dot{x}_s z}}{\sigma_{\dot{x}_s}} + \sigma_z \right) \quad (14)$$

$$K_{eq} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta \left(\sigma_{\dot{x}_s} + \frac{\gamma_{\dot{x}_s z}}{\sigma_z} \right) \quad (15)$$

En las ecuaciones (14) y (15), σ_z representa la desviación estándar del desplazamiento histerético, $\sigma_{\dot{x}_s}$ la desviación estándar de la velocidad estructural y $\gamma_{\dot{x}_s z}$ la covarianza cruzada del desplazamiento histerético y velocidad estructural.

Existen dos métodos para estimar la respuesta aleatoria de un sistema con un grado de libertad que es sometido a un proceso de ruido blanco filtrado: (1) Realizar una simulación de Monte Carlo. (2) Encontrar la solución del sistema lineal equivalente (SLE) usando la ecuación de Lyapunov.

Para realizar la simulación de Monte Carlo, la ecuación de movimiento es formulada en el espacio de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4(t) \\ x_5(t) \\ Ax_4(t) - \beta |x_4(t)| |x_3(t)|^{n-1} x_3(t) - \gamma x_4(t) |x_3(t)|^n \\ -\alpha \omega_s^2 x_1(t) + \omega_f^2 x_2(t) - (1 - \alpha) \omega_s^2 x_3(t) - 2\xi_s \omega_s x_4(t) + 2\xi_f \omega_f x_5(t) \\ -\omega_f^2 x_2(t) - 2\xi_f \omega_f x_5(t) - w(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Para resolver por Lyapunov el SLE se realiza una formulación en espacio de estado del modelo linealizado de la forma: $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t)$, con

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [\dot{x}_s(t) \quad \dot{x}_f(t) \quad \dot{z}(t) \quad \ddot{x}_s(t) \quad \ddot{x}_f(t)]^T \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & K_{eq} & C_{eq} & 0 \\ -\alpha \omega_s^2 & \omega_f^2 & -(1 - \alpha) \omega_s^2 & -2\xi_s \omega_s & 2\xi_f \omega_f \\ 0 & -\omega_f & 0 & 0 & -2\xi_f \omega_f \end{bmatrix} \\ x(t) &= [x_s(t) \quad x_f(t) \quad z(t) \quad \dot{x}_s(t) \quad \dot{x}_f(t)]^T \end{aligned}$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$W = 2\pi S_0 \quad (17)$$

La respuesta del modelo en estado estacionario está definida por la matriz de covarianza P_{xx} , como se muestra en la ecuación (18).

$$\dot{P}_{xx} = AP_{xx} + P_{xx}A + BWB^T = 0 \quad (18)$$

En la ecuación (18), $\dot{P}_{xx}$ representa la derivada de la matriz de covarianza (que para el caso estacionario es igual a cero), A y B representan las matrices obtenidas de la formulación en espacio de estado.

Para realizar la simulación de Monte Carlo se resuelve la ecuación (16) usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden y un ruido blanco en tiempo discreto, tal que:

$$w_k = \sqrt{\frac{2\pi S_0}{\Delta t}} f_k, \text{ para } k = \Delta t < t < (k + 1)\Delta t \quad (19)$$

Donde Δt es el intervalo de discretización de la carga y f_k es un vector de números aleatorios gaussianos normalizados.

Para resolver la ecuación de Lyapunov en modelos lineales, ecuación (18), se usa un programa comercial (Matlab®) que define como entrada las matrices A y BWB^T y como salida la matriz de covarianza P_{xx} . Se hace notar que la matriz de covarianza se obtiene después de realizar un proceso iterativo, cuando se trata de sistemas no lineales como el de MBW, ya que los valores de linealización C_{eq} y K_{eq} dependen de σ_{x_s} , $\gamma_{x_s z}$ y σ_z , parámetros que dependen a su vez de la matriz de covarianza P_{xx} . El proceso iterativo inicia con valores arbitrarios de $C_{eq} = A$ y $K_{eq} = 0$, a partir de estos valores, se calcula la matriz de covarianza P_{xx} , que sirve para obtener los nuevos valores equivalentes y así sucesivamente hasta que se alcance la convergencia.

Para ilustrar el uso de estos dos métodos se considera un sistema con un grado de libertad que representa una estructura descrita con los siguientes parámetros: $\omega_s = 5 \text{ rad/s}$, $\xi_s = 0,05$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros de DEPE son $\omega_f = 10,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,96$. En la Figura 3 se ilustra la respuesta estructural de este sistema en términos de su desviación estándar σ_{x_s} y para dos valores de la intensidad de densidad espectral de potencia: $S_0 = 204,59$ y $460,32 \text{ [cm/s}^2\text{]}$ y para mil observaciones (muestras) en cada instante de tiempo. La respuesta estructural fue calculada usando simulación de Monte Carlo y resolviendo el SLE con el método de Lyapunov. Al comparar los dos resultados se puede observar que no existen diferencias significativas cuando el sistema alcanza el estado estacionario. Por este motivo, en las próximas secciones se usará la respuesta estructural en el estado estacionario para optimizar los parámetros del AMS.

FORMULACIÓN DE ECUACIONES DINÁMICAS DEL AMS-L

El mecanismo: estructura-AMS-L bajo una acción sísmica es descrito por un sistema con dos grados de libertad. La estructura principal se representa con un SUGL que posee masa m_s , rigidez k_s , amortiguamiento c_s y un lazo de histéresis representado por z . El AMS-L se representa con un segundo SUGL y es modelado como un sistema caracterizado por sus variables m_T , c_T , k_T . Además, se considera que todo el sistema es afectado por un movimiento de base $\ddot{x}_g(t)$ descrito por el filtro de Kanai-Tajimi (Figura 4).

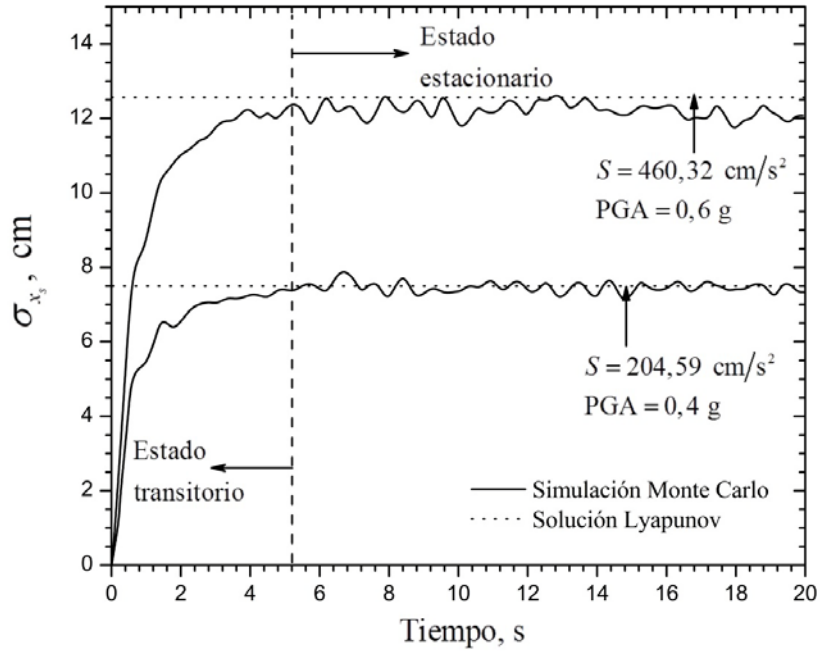


Figura 3: Respuesta estructural de un SUGL elasto-plástico. La respuesta del sistema se ha calculada usando simulación de Monte Carlo y el SLE, así como, dos valores de aceleración sísmica y 1000 muestras en cada instante de tiempo. Los parámetros que caracterizan la estructura de hormigón son: $\omega_s = 5 \text{ rad/s}$, $\xi_f = 0,96$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$.

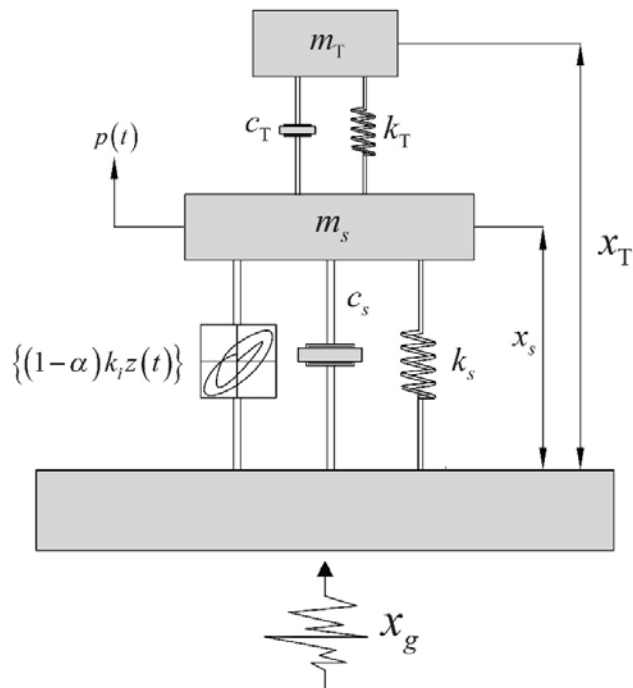


Figura 4: Representación gráfica del sistema estructura-AMS-L sometido a excitación sísmica.

Las ecuaciones constitutivas en el régimen dinámico son:

$$m_T \ddot{x}_T(t) + c_T[\dot{x}_T(t) - \dot{x}_s(t)] + k_T[x_T(t) - x_s(t)] = -m_T \ddot{x}_g(t)$$

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + \alpha k_s x_s(t) + (1 - \alpha) k_s z(t) = -m_T \ddot{x}_g(t) + c_T[\dot{x}_T(t) - \dot{x}_s(t)] + k_T[x_T(t) - x_s(t)] \quad (20)$$

En términos de sus frecuencias fundamentales, coeficientes de amortiguamiento, así como de su relación de masas $\mu = m_T/m_s$ y reemplazando la ecuación (2) en la ecuación (20) se obtiene:

$$\ddot{x}_T(t) + 2\xi_T \omega_T [\dot{x}_T(t) - \dot{x}_s(t)] + \omega_T^2 [x_T(t) - x_s(t)] = 2\xi_T \omega_f \dot{x}_f(t) + \omega_f^2 x_f(t)$$

$$\ddot{x}_s(t) + 2\xi_s \omega_s \dot{x}_s(t) + \alpha \omega_s^2 x_s(t) + (1 - \alpha) \omega_s^2 z(t) = 2\xi_f \omega_f \dot{x}_f(t) + \omega_f^2 x_f(t) + 2\mu \xi_T \omega_T [\dot{x}_T(t) - \dot{x}_s(t)] + \mu \omega_T^2 [x_T(t) - x_s(t)] \quad (21)$$

Recordando que $z(t)$ queda expresado por la ecuación (9). Los términos que definen el sistema ($\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t)$) en el espacio de estado son:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [\dot{x}_T \quad \dot{x}_s \quad \dot{x}_f \quad z \quad \ddot{x}_T \quad \ddot{x}_s \quad \ddot{x}_f]^T \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & K_{eq} & 0 & C_{eq} & 0 \\ -\omega_T^2 & \omega_T^2 & \omega_f^2 & 0 & -2\xi_T \omega_T & 2\xi_T \omega_T & 2\xi_f \omega_f \\ \mu \omega_T^2 & -(\mu \omega_T^2 + \alpha \omega_s^2) & \omega_f^2 & -(1 - \alpha) \omega_s^2 & 2\mu \xi_T \omega_T & -(2\xi_s \omega_s + 2\mu \xi_T \omega_T) & 2\xi_f \omega_f \\ 0 & 0 & -\omega_f^2 & 0 & 0 & 0 & -2\xi_f \omega_f \end{bmatrix} \\ x(t) &= [x_T \quad x_s \quad x_f \quad z \quad \dot{x}_T \quad \dot{x}_s \quad \dot{x}_f]^T \\ B &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \\ W &= 2\pi S_0 \end{aligned} \quad (21)$$

ANÁLISIS ESTOCÁSTICO

CRITERIO DE OPTIMIZACIÓN

La eficiencia del AMS-L se define en términos del factor de optimización (Ecuación (22)) que resulta de sustraer a la unidad el cociente que se obtiene de dividir la desviación estándar del desplazamiento de la estructura protegida (σ_{x_s}) entre la desviación estándar del desplazamiento de la estructura no protegida (σ_{x_0}):

$$\text{Eficiencia del TMD} = OF = \left(1 - \frac{\sigma_{x_s}}{\sigma_{x_0}}\right) \quad (22)$$

La evaluación numérica consiste en resolver la ecuación (22) para i relaciones de frecuencia ($f = \omega_T/\omega_s$) y j factores de amortiguamiento (ξ_T) obteniendo una matriz $OF_{i,j}$, que corresponde al índice de desempeño para las combinaciones de relación de frecuencias y factor de amortiguamiento asumidos para el AMS-L. La superficie de respuesta característica se logra graficando los puntos de coordenada OF, f, ξ_T . La máxima eficiencia OF_{max} está dada por los valores de f_{opt}, ξ_{Topt} . En la Figura 5 se ilustra un mapa de contornos de la superficie de respuesta característica con el punto óptimo definido por $OF_{max}, f_{opt}, \xi_{Topt}$.

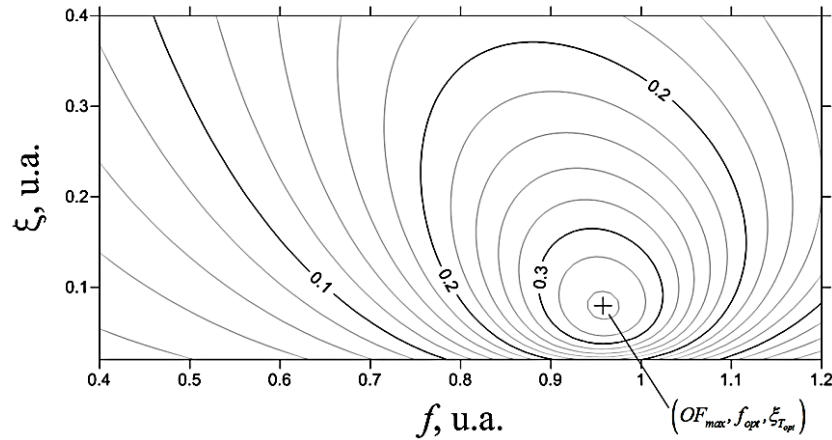


Figura 5: Mapa de contornos de la superficie de respuesta característica que permite identificar los valores óptimos de OF , f y ξ_T .

Se advierte que cada intensidad de sismo, en conjunto con cada nivel de plastificación estructural, conducen a una superficie como la representada en la Figura 5. De esta manera se logran los parámetros óptimos de un AMS-L para cada intensidad de sismo y nivel de plastificación que exhiba la estructura. Dado que es de interés encontrar los parámetros óptimos para distintos niveles de plastificación, se deben calcular tantas superficies de respuesta como a intensidades sísmicas sea sometida la estructura. El resultado final es un conjunto de valores óptimos aplicables a un conjunto de AMS-L. Los comportamientos que despliegan los AMS-L optimizados se conjugan en el comportamiento óptimo que deseamos que exhiba un AMS-NLE. Para esto, los valores óptimos de rigidez son ajustados a una función que describe la rigidez óptima que debe exhibir el AMS-NLE. De hecho, cuando sea necesario hacer referencia a la respuesta del conjunto de AMS-L optimizados nos vamos a referir indistintamente al comportamiento del AMS-NLE equivalente.

El procedimiento de optimización para varias intensidades de sismo es el mostrado en la Figura 6. Se hace notar, que la relación de masa (μ) no es una variable de optimización en este estudio, sino un valor constante cuyo valor se asume entre 2% y 3%. Si bien es cierto que incrementando la masa del AMS-L se puede lograr mayor eficiencia, no siempre es posible la puesta en práctica de esta alternativa debido a la factibilidad técnico-económica en construcciones civiles.

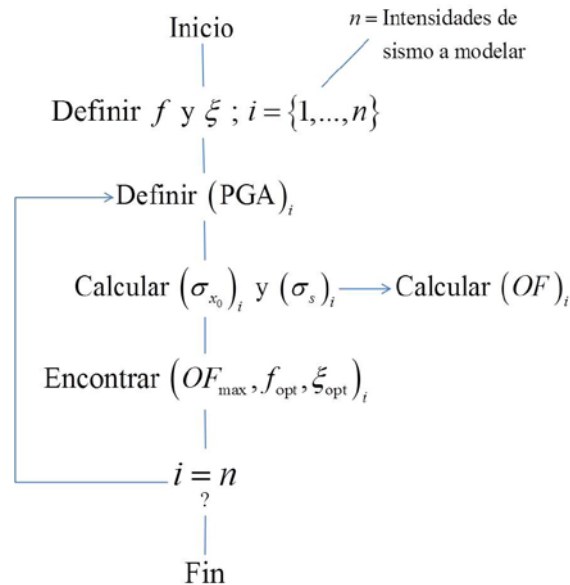


Figura 6: Procedimiento de optimización seguido para computar los valores óptimos de los parámetros de los AMS-L.

En la Figura 7 se muestra la respuesta estructural σ_{x_s} calculada por el método de Monte Carlo y usando el SLE. Esta gráfica ratifica la conveniencia de usar la ecuación lineal equivalente para calcular los parámetros óptimos del AMS-L, ya que, a pesar de que existe diferencia entre los valores de σ_{x_s} , las dos curvas tienden a un mínimo localizado en un rango estrecho de frecuencias. Considerando que el costo computacional de hacer simulaciones con Monte Carlo es elevado, el trabajar con un sistema linealizado se convierte en una interesante aproximación de diseño. Si se desea tener mayor precisión en el cálculo de los valores óptimos, una alternativa es la optimización usando el método de Monte Carlo, asumiendo como valor inicial el resultado obtenido con el SLE.

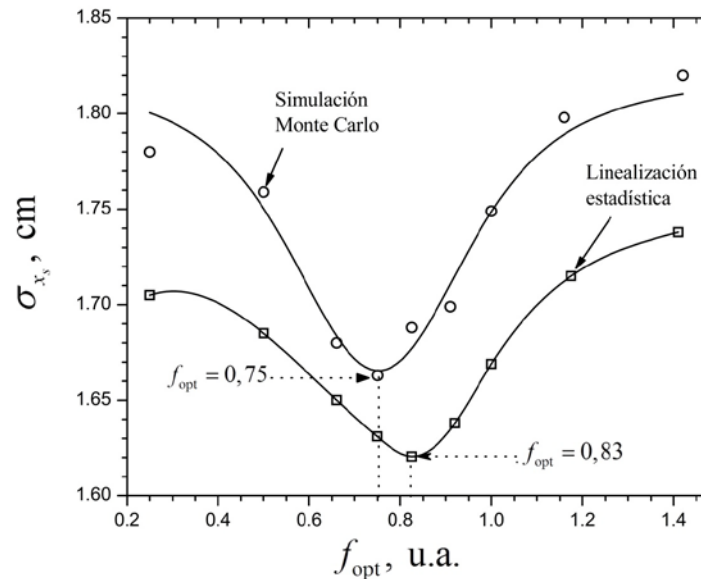


Figura 7: Respuesta estructural σ_{x_s} calculada por el método de Monte Carlo y usando el SLE, en las vecindades del valor de la frecuencia óptima. Los parámetros que caracterizan la estructura de hormigón son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\xi_s = 0,05$, $\mu = 0,025$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro corresponden con la DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$. Los parámetros que describen la acción sísmica son: $PGA = 0,4g$ y $S = 132,74 \text{ cm/s}^2$.

ANÁLISIS NUMÉRICO

Para realizar el análisis numérico se consideraron tres tipos DEPE que se obtienen con el filtro de Kanai-Tajimi asumiendo como valor de frecuencia predominante y amortiguamiento dominante los valores suministrados en Tabla 1. La carga sísmica es representada en función de la aceleración máxima del terreno PGA con valores de $0g$ a $0,7g$. En la estructura principal se asumen diferentes valores del factor de amortiguamiento, así, por ejemplo se asume $\xi_s = 0,02$ y $\xi_s = 0,05$ para estructuras en acero estructural y con hormigón armado, respectivamente (Chopra, 2001). Otros parámetros de la estructura se listan en la Tabla 2. Para este análisis se asumieron como variables del diseño los valores óptimos del amortiguamiento y de la relación de frecuencias de los AMS-L.

Tabla 2: Parámetros dinámicos de las estructuras consideradas en este estudio.

Parámetro	Hormigón	Acero
ω_s [rad/s]	10	10
T [s]	0,63	0,63
ξ_s	0,05	0,02
A	1	1
β	0,25	0,25
α	0,5	0,5

También asumimos que el cociente que resulta de dividir la masa del AMS-L y la masa de la estructura es 0,025. En la Figura 8, se grafican los valores de la función objetivo OF en función de la desviación estándar del desplazamiento de la estructura principal σ_{x_s} para los siete niveles de intensidad sísmica definidos previamente. En ella se observa que existe una relación inversa entre la eficiencia del AMS-NLE y el nivel de plastificación estructural estimado cualitativamente a partir de las gráficas del ciclo de histéresis. Así, la eficiencia es alta (del orden del 35%) mientras que el sistema tiene una respuesta elástica, y baja (del orden del 8%) en sistemas con un elevado nivel de plastificación.

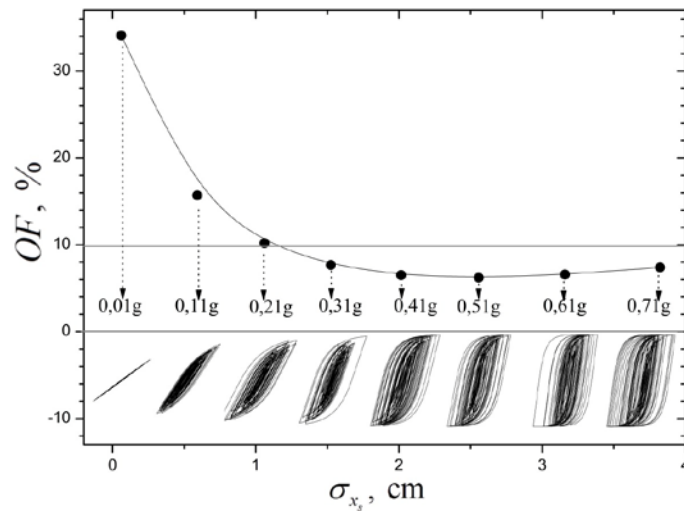


Figura 8: Eficiencia del AMS-NLE en función de la desviación estándar del desplazamiento de la estructura principal, para siete niveles de intensidad sísmica. En la parte inferior se muestra la histéresis de la estructura principal correspondiente a cada intensidad sísmica.

En la Figura 9 se compara el desempeño del AMS-NLE para los dos valores del factor de amortiguamiento definidos previamente. Como se puede apreciar, el AMS-NLE es más eficiente en estructuras de acero ($\xi_s = 0,02$), llegando a tener una eficiencia de 35% en el régimen elástico (valores pequeños de la desviación estándar del desplazamiento). Por otro lado, en la medida que la estructura exhibe plastificación (valores altos de la desviación estándar del desplazamiento) la eficiencia del AMS-NLE disminuye significativamente e indistintamente del valor de amortiguamiento estructural (del tipo de estructura). En el régimen elástico, la eficiencia disminuye aproximadamente 15%, mientras que en el régimen plástico la eficiencia disminuye aproximadamente 2% cuando el factor de amortiguamiento cambia de 0,02 a 0,05.

En la Figura 10, se compara la eficiencia del AMS-NLE lograda con los valores propuestos en esta investigación y con los calculados por otros autores (Den Hartog, 1956; Lee et ál., 2006; Sadek et ál., 1997). Como era de esperarse, en el rango elástico, los valores de eficiencia que exhiben los AMS-L y AMS-NLE son de magnitud similar, mientras que, en el rango plástico, el AMS-NLE diseñado en este trabajo despliega una eficiencia superior a la eficiencia que exhiben los AMS-L diseñados por los otros autores. Esta diferencia en comportamiento se debe a que en la optimización del AMS-NLE diseñado en este trabajo se ha considerado que la estructura posee comportamiento elasto-plástico, mientras que en la optimización de los AMS-L diseñados por los otros autores se ha considerado que las respectivas estructuras exhiben un comportamiento elástico. En la Figura 10, se muestra la eficiencia del AMS-NLE lograda con una DEPE definida por $\omega_f = 16,9$ rad/s y $\xi_f = 0,95$ y una estructura de acero con $\xi_s = 0,02$, sin embargo, si la estructura es de hormigón ($\xi_s = 0,05$) las conclusiones son las mismas.

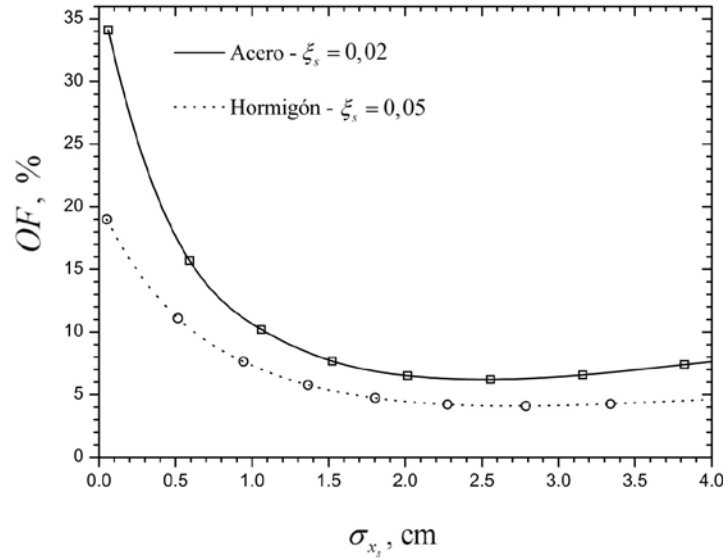


Figura 9: Eficiencia del AMS-NLE con amortiguamiento estructural de $\xi_s = 0.02$ y $\xi_s = 0.05$. Los parámetros que caracterizan la estructura son: $\omega_s = 10$, $\mu = 0.025$, $A = 1$, $\beta = 0.25$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = 0.5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16.9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0.95$.

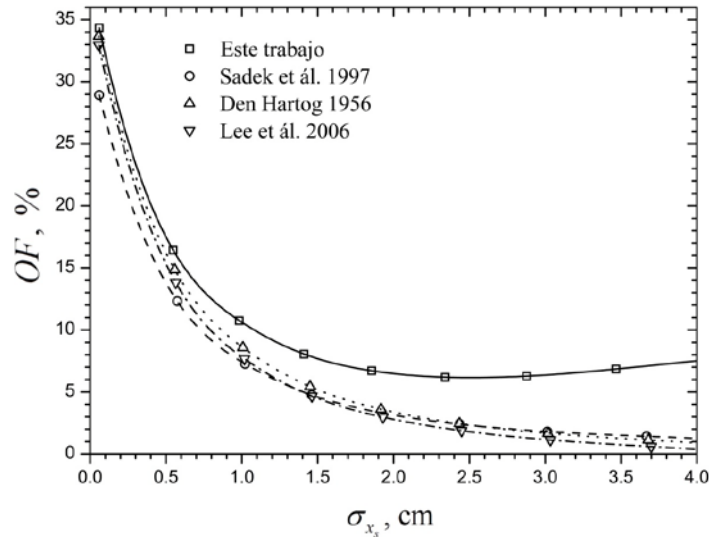


Figura 10: Eficiencia del AMS-NLE calculada con los valores óptimos de f_{opt} y ξ_{opt} propuestos en esta investigación contrastada con investigaciones previas.

En la Figura 11, se grafica la eficiencia (función objetivo) del AMS-NLE para dos tipos de estructura y tres DEPE. Se puede observar que la función objetivo del AMS-NLE diseñado en nuestro trabajo exhibe invariancia a las tres formas de la DEPE. Por lo que el desempeño del AMS-NLE no es influenciado por la frecuencia predominante en el rango considerado, ni por el coeficiente de amortiguamiento dominante en el espectro de potencia del ruido blanco filtrado que sirve de excitación al sistema que modela la estructura. Esta invariancia es de gran relevancia práctica, sobre todo, cuando la DEPE se caracteriza por una banda relativamente ancha de frecuencias y además ésta varía lentamente en las vecindades de la frecuencia natural del sistema principal. Debemos tener presente que no podemos alcanzar conclusiones que involucren el tipo de suelo de manera explícita pues nuestro estudio no considera explícitamente los efectos de la interacción suelo-estructura sobre el desempeño del AMS-NLE. Se requieren más estudios para investigar si la invariancia a la DEPE es una característica intrínseca del AMS-NLE y descartar que se deba entre otras cosas a la similitud que existe entre la frecuencia fundamental de la estructura en estudio (10 rad/s) y la frecuencia dominante de la DEPE (10,9; 16,5 y 16,9 rad/s) considerados en

este estudio. Pues del estudio de los AMS-L se sabe que entre más diferentes son estas dos frecuencias la eficiencia del AMS-L es más afectado por la DEPE (Marano & Greco, 2008).

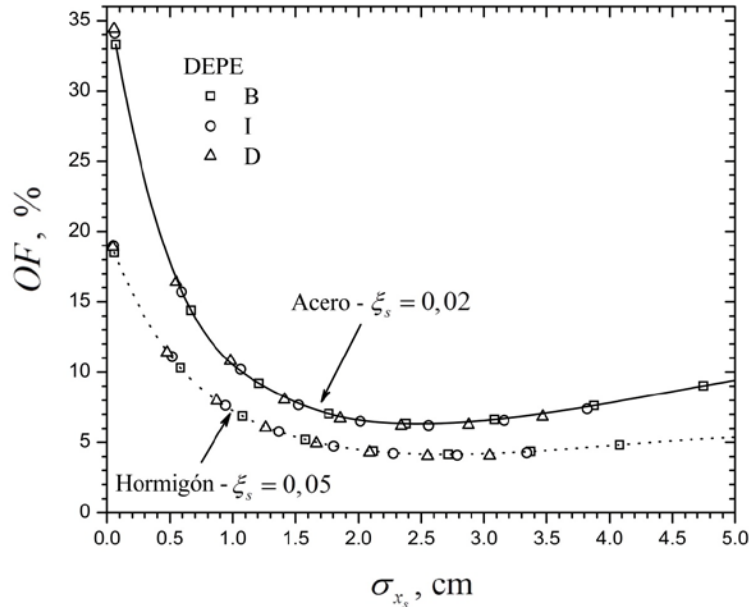


Figura 11: Eficiencia del AMS-NLE para tres tipos de DEPE definidos en la Tabla 1 y dos tipos de estructura. Los parámetros que caracterizan la estructura son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\mu = 0,025$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$.

En la Figura 12a se ilustran los valores de relación de frecuencia óptima f_{optima} versus la desviación estándar del desplazamiento del AMS-NLE, σ_{x_d} para los dos tipos de estructuras propuestas. Se puede observar que la relación óptima de frecuencia de sintonización exhibe una reducción en la medida que el nivel de plastificación crece, indistintamente del tipo de estructura, lo que contrasta con el planteamiento que usualmente se hace al abordar el diseño del AMS-L con parámetros óptimos constantes. Por otro lado, en la Figura 12b y la Figura 12c se comparan los valores de f_{optima} para dos tipos de estructura y tres formas diferentes DEPE. En estas figuras se puede observar que la f_{optima} del AMS-NL equivalente diseñado en nuestro trabajo exhibe invariancia a las tres formas de la DEPE. Así que la f_{optima} del AMS-NLE no es influenciada por la frecuencia predominante, ni por el coeficiente de amortiguamiento dominante en el espectro de potencia del ruido blanco filtrado que sirve de excitación al sistema que modela la estructura para el rango de parámetros considerado.

En la Figura 13a se grafican los valores de ξ_{optimo} como función de la desviación estándar del desplazamiento del AMS-NLE, σ_{x_d} para los dos tipos de estructuras propuestas. En la Figura 13b y la Figura 13c, se puede observar que el ξ_{optimo} del AMS-NLE diseñado en nuestro trabajo exhibe invariancia a las tres formas de la DEPE. Así que el ξ_{optimo} del AMS-NLE es influenciado por la frecuencia predominante, ni por el coeficiente de amortiguamiento dominante en el espectro de potencia del ruido blanco filtrado que sirve de excitación al sistema que modela la estructura. Se verifica en estas figuras que el tipo de DEPE no tiene influencia significativa en el valor del ξ_{optimo} del AMS-NLE, indistintamente del tipo de estructura.

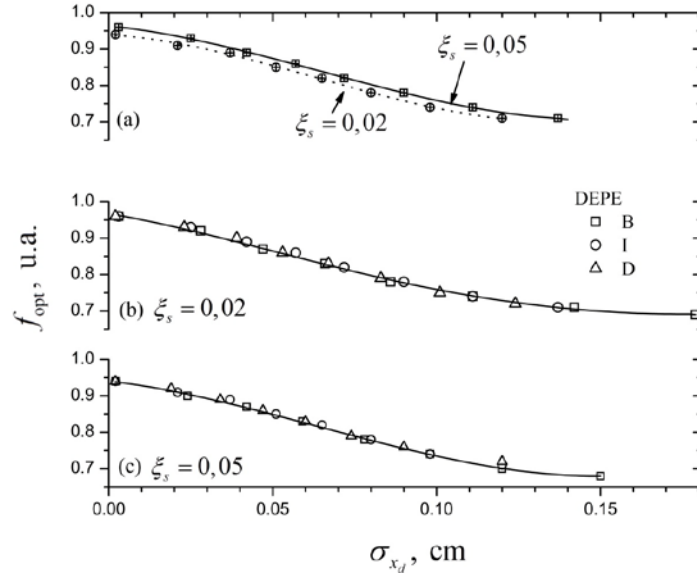


Figura 12: Valores óptimos de relación de frecuencia entre el AMS-NLE y la estructura principal versus la desviación estándar del AMS-NLE: (a) En dos estructuras con diferentes coeficientes de amortiguamiento: $\xi_s = 0,02$ y $\xi_s = 0,05$. (b) y (c) En las estructuras previamente definidas, pero con tres tipos de DEPE. Los parámetros que caracterizan la estructura son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\mu = 0,025$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro en la Figura (a) corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$.

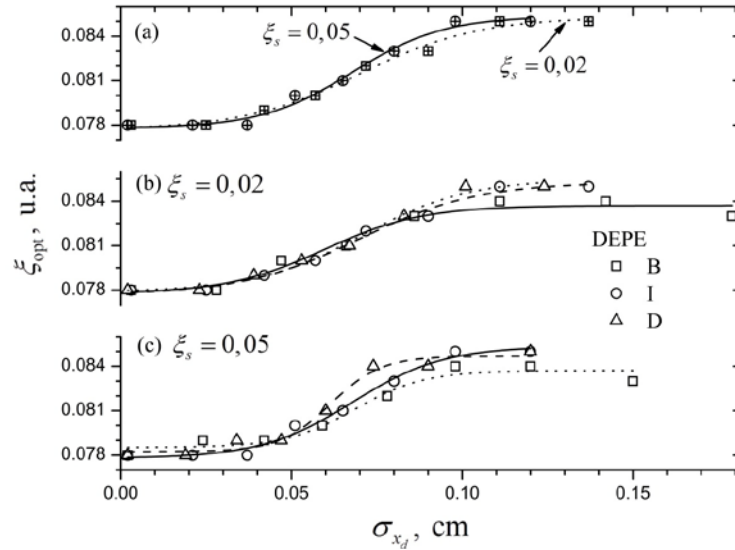


Figura 13: Valores óptimos de relación de amortiguamiento del AMS-NLE versus la desviación estándar de su desplazamiento: (a) En dos estructuras con diferentes coeficientes de amortiguamiento: $\xi_s = 0,02$ y $\xi_s = 0,05$. (b) y (c) En las estructuras previamente definidas, pero con tres tipos de DEPE. Los parámetros que caracterizan la estructura son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\mu = 0,025$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro en la Figura (a) corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$.

MODELO ÓPTIMO DEL AMS-NLE

En este trabajo, nosotros consideramos un AMS-NLE con un amortiguamiento que resulta de poseer una componente lineal y otra componente no lineal. De manera que la fuerza restauradora se representa con una ecuación de la forma:

$$F(x_d) = \chi x_d + \eta \operatorname{sgn}|x_d|^v \quad (23)$$

La rigidez del AMS-NLE se define en la ecuación (24):

$$k_{T_{\sigma(\Delta)}} = \omega_T^2 m_T \quad (24)$$

En términos de la relación de frecuencia, relación de masa, frecuencia y masa de la estructura principal (f, μ, ω_s, m_s) , la rigidez se expresa como:

$$k_{T_{\sigma(\Delta)}} = (f_{\sigma(\Delta)} \omega_s)^2 \mu m_s \quad (25)$$

Asumiendo como criterio de optimización el reducir la esperanza del error cuadrático medio y llamando x_d al desplazamiento relativo entre la estructura principal y el AMS-NLE, el problema a resolver, se formula en la ecuación (26):

$$\begin{aligned} \min_{k_{T_{\sigma(x_d)}}} E \left[\left(F(x_d) - K_{T_{\sigma(x_d)}} x_d \right)^2 \right] \\ \frac{d}{dk_T} E \left[\left(F(x_d) - K_{T_{\sigma(x_d)}} x_d \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Resolviendo la ecuación (26) y despejando $K_{T_{\sigma(x_d)}}$ se logra:

$$K_{T_{\sigma(x_d)}} = \frac{E[F(x_d)x_d]}{E[x_d^2]} = E \left[\frac{\partial F(x_d)}{\partial x_d} \right] \quad (27)$$

En la ecuación (27) la fuerza $F(x_d)$ corresponde a una función matemática que describe apropiadamente la relación fuerza-deformación óptima del AMS-NLE. Asumiendo que los valores de la deformación del AMS-NLE tienen una distribución gaussiana con media cero, si se reemplaza la ecuación (23) en la ecuación (27) obtenemos la ecuación (28).

$$K_{T_{\sigma(x_d)}} = E \left[\frac{\partial F(x_d)}{\partial x_d} \right] = \chi + \int_{-\infty}^{\infty} \eta v \operatorname{sgn}|x_d|^{v-1} \frac{1}{\sigma_{x_d} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sigma_{x_d}} \right)^2} dx_d \quad (28)$$

Resolviendo ecuación (28) se obtiene la expresión que describe la rigidez óptima del AMS-NLE:

$$K_{T_{\sigma(x_d)}} = \chi + \frac{\eta v \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) (\sqrt{2} \sigma_{x_d})^{v-1}}{\sqrt{\pi}} \quad (29)$$

En la ecuación (29), los valores de los parámetros χ , η y v , son los que resultan de realizar el ajuste estadístico de la ecuación (29) a los valores calculados de la rigidez óptima del AMS-NLE (Figura 14).

En la Figura 14 se puede observar que la ecuación (29) describe apropiadamente el comportamiento de la rigidez a lo largo de todo el rango de desplazamientos del AMS-NLE, y esto lo hace con una bondad de ajuste estadístico caracterizado con un $R^2 = 0,997$. Los valores ajustados para el caso analizado fueron $\chi = 2,313$, $\eta = -0,056$, $v = 1,564$.

En cálculos preliminares, se ensayó como función representativa de la relación fuerza-deformación del AMS-NLE un polinomio de quinto orden, pues de tener éxito en el ajuste, una función de este tipo conduce a una expresión simple para la rigidez del sistema. Sin embargo, el intento fracasó debido a que las bondades del ajuste no fueron estadísticamente aceptables. En otro ensayo se representó la fuerza con una ecuación exponencial de la forma $F(x_d) = \eta |x_d|^v$, siendo v un parámetro real. Con este modelo constitutivo se logró una expresión para la rigidez que aproximó bien la zona donde la estructura exhibe plasticidad, mientras que en la zona donde la estructura despliega un comportamiento elástico el ajuste es pobre. Estos ensayos llevaron a considerar una expresión para la fuerza que es la suma de una parte elástica más una plástica, tal como se muestra en Ecuación (23).

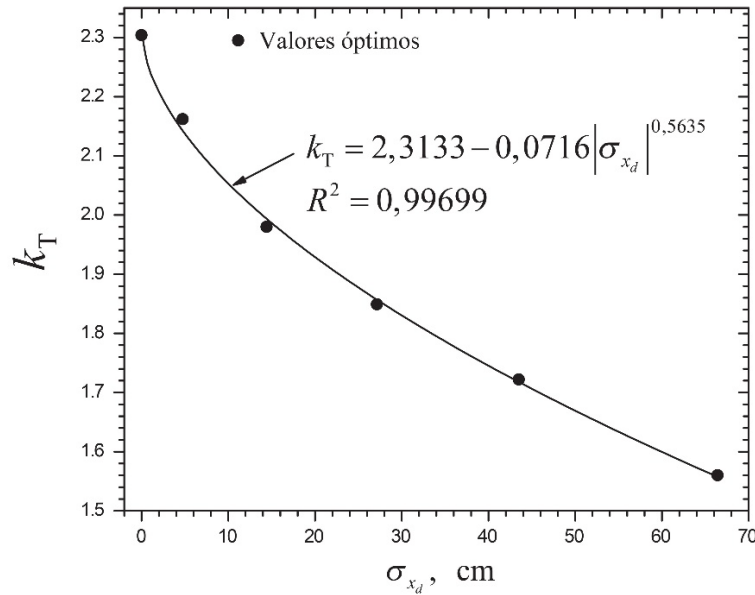


Figura 14: En círculos llenos, los valores óptimos de rigidez y en línea continua la función ajustada estadísticamente a estos puntos. Los parámetros que caracterizan la estructura de acero son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\xi_s = 0,02$, $\mu = 0,025$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros del filtro corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$.

Una vez obtenida la relación fuerza-deformación óptima del AMS-NLE (Ecuación (23)) para distintos niveles de intensidad sísmica, se calculó la historia de desplazamientos de la estructura: sin AMS, con AMS-L y AMS-NLE óptimo. En la Figura 15 se muestran los resultados obtenidos con una intensidad sísmica de $PGA = 0,5 \text{ g}$ y $S = 207,41 \text{ cm/s}^2$. Se puede observar en la Figura 15, que la reducción del desplazamiento estructural es mayor cuando la estructura se encuentra protegida por el AMS-NLE optimizado en todo el rango de intensidades sísmicas considerado. La magnitud de esta reducción disminuye cuando el sistema de protección es un AMS-L y es nula cuando la estructura no está protegida.

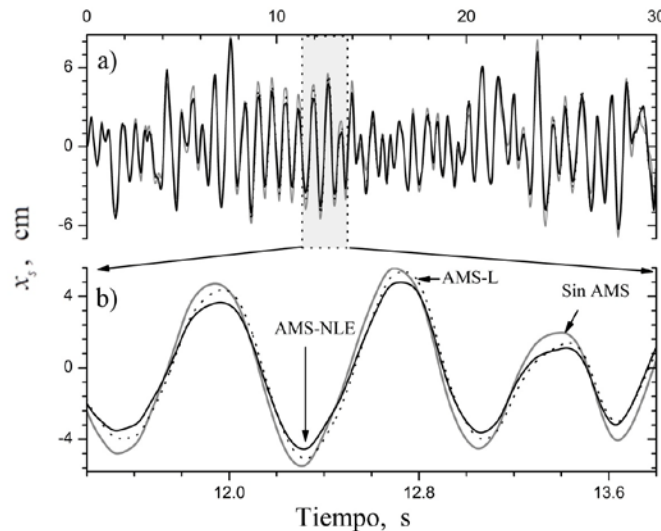


Figura 15: (a) Desplazamientos de la estructura: sin AMS, con AMS-L y AMS-NLE óptimo. (b) Magnificación de un segmento corto de la respuesta temporal de la estructura. Los parámetros que caracterizan la estructura de acero son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\xi_s = 0,02$, $\mu = 0,025$, $m_s = 1$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros que describen el AMS son $\chi = 2,313$, $\eta = -0,056$, $v = 1,564$. Los parámetros del filtro corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$, la acción sísmica: $PGA = 0,5 \text{ g}$ y $S = 207,41 \text{ cm/s}^2$.

En la Figura 16a se ilustra la histéresis de la estructura principal protegida con el AMS-NLE optimizado. En la Figura 16b se grafica la fuerza del AMS-NLE por unidad de masa versus su desplazamiento. En la Figura 16c se hace visible que el efecto de la no linealidad de la fuerza del AMS-NLE óptimo se acentúa cuando la estructura principal incursiona en la región plástica (Ver Figura 16c). Tal como se esperaba, el AMS-NLE trabaja eficientemente en la reducción de los desplazamientos de la estructura ante eventualidades sísmicas, aun cuando la estructura incursiona en un régimen plástico.

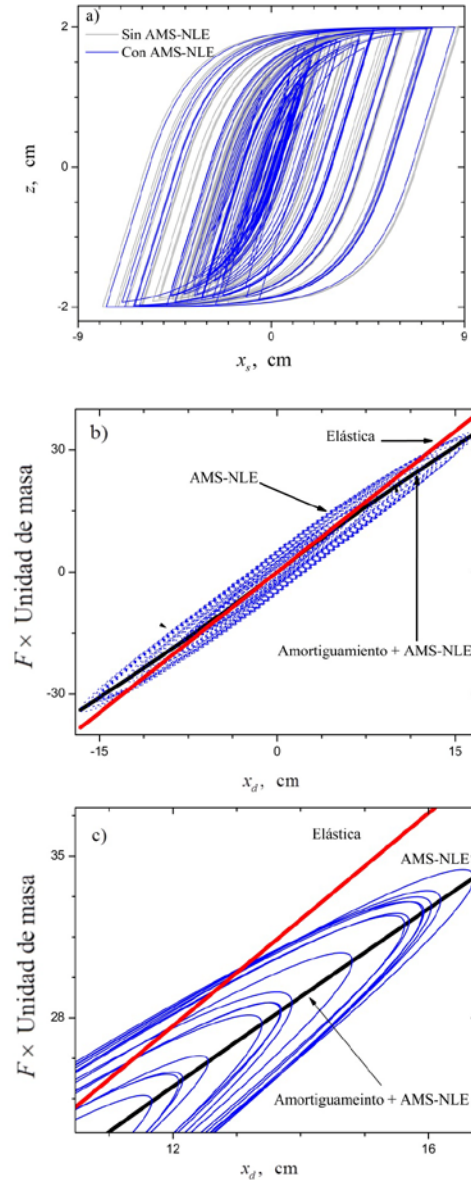


Figura 16: (a) Ciclos de histéresis de la estructura principal sin AMS-NLE y protegida con el AMS-NLE optimizado. (b) Fuerza del AMS-NLE por unidad de masa versus su desplazamiento. (c) Magnificación de una pequeña área de la figura (b). Los parámetros que caracterizan la estructura de acero son: $\omega_s = 10 \text{ rad/s}$, $\xi_s = 0,02$, $\mu = 0,025$, $m_s = 1$, $A = 1$, $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,25$, $\alpha = 0,5$, $n = 1$. Los parámetros que describen el AMS-NL son $\chi = 2,313$, $\eta = -0,056$, $v = 1,564$. Los parámetros del filtro corresponden con DEPE-D: $\omega_f = 16,9 \text{ rad/s}$ y $\xi_f = 0,95$ y la acción sísmica: $PGA = 0,5 \text{ g}$ y $S = 207,41 \text{ cm/s}^2$.

CONCLUSIONES

El uso del método de linealización equivalente para el estudio del comportamiento de una estructura principal con comportamiento no lineal elasto-plástico con un AMS-NLE, ha permitido lograr una mejor comprensión del comportamiento dinámico del sistema estructura-AMS-NLE ante acciones sísmicas. Los valores óptimos de los parámetros del AMS-NLE varían con el nivel de plasticidad alcanzado por la estructura, la cual, a su vez, determina la respuesta sísmica de la estructura. La relación de frecuencia óptima del AMS-NLE inicia con valores cercanos a uno (correspondientes al modelo con estructura principal lineal) y se va reduciendo conforme plastifica la estructura, mientras que, el factor de amortiguamiento óptimo del AMS-NLE no es afectado significativamente por el nivel de plastificación de la estructura principal. Los cálculos realizados muestran que el desempeño del AMS-NLE es invariante a las tres DEPE usadas en nuestro trabajo, aunque puede depender de las características del proceso aleatorio sísmico para otros rangos de parámetros.

Se desarrolló un modelo constitutivo no lineal del AMS (AMS-NLE óptimo), que provee rigidez decreciente con el fin de lograr una mayor reducción de la respuesta sísmica de la estructura versus la alcanzada con un AMS-L. El AMS-NLE óptimo es más eficiente en estructuras de acero ($\xi_s = 0,02$), llegando a tener una eficiencia de 35% en el rango elástico. Por otro lado, a medida que la estructura plastifica, la eficiencia del AMS-NLE disminuye significativamente (alrededor del 10%).

El aporte del AMS-NLE óptimo en la reducción de la desviación estándar del desplazamiento de la estructura principal es marginal cuando el nivel de plastificación es alto (Figura 8). Sin embargo, aunque el aporte del AMS-NLE es pequeño, este se mantiene constante en un rango amplio de valores altos de intensidades sísmicas. Este fenómeno es interesante de estudiar, pues sugiere que el AMS-NLE continúa disipando energía aun en un rango amplio de intensidades sísmicas pudiendo retardar el colapso de la estructura. Esto sugiere una línea futura de investigación en la que se como-función objetivo la maximización de la capacidad de disipación de energía del AMS-NLE.

AGRADECIMIENTO

El Dr. Víctor J. García desea expresar su agradecimiento al Proyecto Prometeo de la Secretaría Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación de la República del Ecuador por patrocinar su beca como Investigador Prometeo.

REFERENCIAS

- Alexander, N. A., & Schilder, F. (2009). Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper. *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2), 445–462. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.05.018>
- Arnol, F. R. (1955). Steady-state behavior of systems provided with nonlinear dynamic vibration adsorbers. *Journal of Applied Mathematics*, 22, 487–492.
- Baber, T. T., & Wen, Y. K. (1979). *Stochastic equivalent linearization for hysteretic, degrading, multistory structures*. Urbana-Champaign.
- Bay, C. O., & Bassotti, R. D. (2014). Influencia de la variación de la masa de amortiguadores de masa sintonizada en la respuesta estructural ante acción sísmica. *Mecánica Computacional*, XXXIII, 23–26.
- Beskyroun, S., Wegner, L. D., & Sparling, B. F. (2016). Discussion of system intrinsic parameters of tuned mass dampers used for seismic response reduction. *Structural Control and Health Monitoring*, 23, 349–368. <http://doi.org/10.1002/stc>
- Bouc, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. In *Proceedings of the fourth conference on non-linear oscillation, Prague, Czechoslovakia*.
- Brock, J. E. (1946). A note on the damped vibration absorber. *Journal of Applied Mechanics*, 13, A–284.
- Cacciola, P., Espinosa-Garcia, M., & Tombari, A. (2015). Vibration control of piled-structures through structure-

- soil-structure-interaccion. *Soil Dynamics and Earthquake*, 77, 47–57.
- Chopra, A. K. (2001). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* (4 th). New York: Prentice-Hall.
- Chouw, N. (2004). Behaviour of soil-structures system with TMD during near-surface earth quakes. In *13 th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE)* (p. 1353).
- Christenson, R. E. (2001). *Semiactive control of civil structures for natural hazard mitigation: analytical and experimental studies. PhD Dissertation*.
- Chung, L. L., Wu, L. Y., Huang, H. H., Chang, C. H., & Lien, K. H. (2010). Optimal design theories of tuned mass dampers with nonlinear viscous damping. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 8(4), 547–560. <http://doi.org/10.1007/s11803-009-9115-3>
- Crandall, S. H., & Mark, W. D. (1973). *Random Vibration in Mechanical Systems* (Academic P). New York.
- Den Hartog, J. P. (1956). *Mechanical vibrations*. New York: McGraw-Hill.
- Domizio, M., Ambrosini, D., & Curadelli, O. (2013). Evaluación del desempeño de amortiguadores de masa sintonizados frente a sismos de falla cercana. *Mecánica Computacional*, XXXII, 2115–2129.
- Frahm, H. (1909). Device for Damped Vibrations of Bodies. U.S.: 989958.
- Giaralis, A., & Taflanidis, A. A. (2015). Reliability-based Design of Tuned Mass-Damper-Inerter (TMDI) Equipped Multi-storey Frame Buildings under Seismic Excitation. In *12th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, ICASP12* (pp. 1–8). Vancouver, Canada.
- Gourdon, E., Alexander, N. A., Taylor, C. A., Lamarque, C. H., & Pernot, S. (2007). Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling: Theoretical and experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 300, 522–551. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.06.074>
- Ikhoulane, F., & Rodellar, J. (2007). *Systems with Hysteresis: Analysis, Identification and Control using the Bouc–Wen Model* (John Wiley). Chichester-England: John Wiley & Sons Ltd.
- Ismail, M., Ikhoulane, F., & Rodellar, J. (2009). The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16(2), 161–188.
- Jiang, X., McFarland, D. M., Bergman, L. A., & Vakakis, A. F. (2003). Steady State Passive Nonlinear Energy Pumping in Coupled Oscillators: Theoretical and Experimental Results. *Nonlinear Dynamics*, 33, 87–102.
- Joshi, A. S., & Jangid, R. S. (1997). Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems. *Journal of Sound and Vibration*, 202(5), 657–667.
- Kanai, K. (1957). Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. *Bulletin of the Earthquake Research Institute (Tokyo University)*, 35, 308–325.
- Lee, C.-L., Chen, Y.-T., Chung, L.-L., & Wang, Y.-P. (2006). Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 28(1), 43–53.
- Li, J., & Chen, J. (2009). *Stochastic dynamics of structures*. New York: John Wiley & Sons.
- Lin, W., & Chopra, A. K. (2003). Earthquake Response of Symmetric and Asymmetric One-Story Elastic Systems with Nonlinear Fluid Viscous Dampers or Nonlinear Viscoelastic Dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 129(6), 597–606.

- Liu, Y., Chen, L. Y., & Yi, H. (2014). Equivalent stochastic linearization for nonlinear uncertain structure under stationary Gaussian stochastic excitation. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 19(1), 123–128. <http://doi.org/10.1007/s12204-014-1480-z>
- Lukkunaprasit, P., & Wanitkorkul, A. (2001). Inelastic buildings with tuned mass dampers under moderate ground motions from distant earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30, 537–551. <http://doi.org/10.1002/eqe.22>
- Marano, G. C., & Greco, R. (2008). Stochastic optimum design of linear tuned mass dampers for seismic protection of high towers. In *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Bejin, China.
- Marano, G. C., Greco, R., & Chiaia, B. (2010). A comparison between different optimization criteria for tuned mass dampers design. *Journal of Sound and Vibration*, 329, 4880–4890. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.05.015>
- Marano, G. C., Morga, M., & Sgobba, S. (2013). Parameters identification of stochastic nonstationary process used in earthquake modelling. *International Journal of Geosciences*, 4(02), 290.
- McFarland, D. M., Bergman, L. A., & Vakakis, A. F. (2005). Experimental study of non-linear energy pumping occurring at a single fast frequency. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40(6), 891–899. <http://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2004.11.001>
- Miranda, J. C. (2016). Discussion of system intrinsic parameters of tuned mass dampers used for seismic response reduction. *Structural Control and Health Monitoring*, 23, 349–368. <http://doi.org/10.1002/stc>
- Mrabet, E., Guedri, M., Ichchou, M., & Ghanmi, S. (2015). New approaches in reliability based optimization of tuned mass damper in presence of uncertain bounded parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 355, 93–116. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.06.009>
- Mrabet, E., Guedri, M., Ichchou, M. N., & Ghanmi, S. (2015). Stochastic structural and reliability based optimization of tuned mass damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 60-61, 437–451. <http://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.02.014>
- Murudi, M. M., & Mane, S. M. (2004). Seismic Effectiveness of Tuned Mass Damper (TMD) for Different Ground Motion Parameters. In *13 th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE)*.
- Nagarajaiah, S. (2009). Adaptive passive, semiactive, smart tuned mass dampers: Identification and control using empirical mode decomposition, hilbert transform, and short-term fourier transform. *Structural Control and Health Monitoring*, FALTA. <http://doi.org/10.1002/stc.349>
- Nagarajaiah, S., Reinhorn, A. M., Constantinou, M. C., Taylor, D., Pasala, D. T. R., & Sarlis, A. A. S. (2010). Adaptive Negative stiffness: A New Structural Modification Approach for Seismic Protection. In *5th World Conference on Structural Control and Monitoring* (pp. 1–15). Tokyo, Japan.
- Ormondroyd, J., & Den Hartog, J. P. (1928). The Theory of the Dynamic Vibration Absorber. *Transactions of the ASME*, 9–22.
- Panananda, N. (2014). *The effects of cubic damping on vibration isolation*. University of Southampton.
- Park, Y.-J., & Ang, A. H.-S. (1985). Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*, 111(4), 722–739.
- Pinkaew, T., Lukkunaprasit, P., & Chatupote, P. (2003). Seismic effectiveness of tuned mass dampers for damage reduction of structures. *Engineering Structures*, 25, 39–46.
- Rana, R., & Soong, T. T. (1998). Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 20(3), 193–204.

- Randall, S. E., Halsted, D. M., & Taylor, D. L. (1981). Optimum vibration absorbers for linear damped systems. *Journal of Mechanical Design*, 103(4), 908–913.
- Robertson, R. E. (1952). Synthesis of a nonlinear dynamic vibration absorber. *Journal of Franklin Institute*, 254, 205–220.
- Rüdinger, F. (2007). Tuned mass damper with nonlinear viscous damping. *Journal of Sound and Vibration*, 300(3-5), 932–948. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.09.009>
- Rüdinger, F., & Krenk, S. (2003). Spectral density of an oscillator with power law damping excited by white noise. *Journal of Sound and Vibration*, 261(2), 365–371. [http://doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)01183-5](http://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01183-5)
- Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. W., & Chung, R. M. (1997). A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26(6), 617–636.
- Salvi, J., Rizzi, E., Rustighi, E., & Ferguson, N. S. (2015). On the optimization of a hybrid tuned mass damper for impulse loading. *Smart Materials and Structures*, 24, 1–15. <http://doi.org/10.1088/0964-1726/24/8/085010>
- Sgobba, S., & Marano, G. C. (2010). Optimum design of linear tuned mass dampers for structures with nonlinear behaviour. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24, 1739–1755. <http://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.01.009>
- Sues, R. H., Wen, Y.-K., & Ang, A. H.-S. (1985). Stochastic evaluation of seismic structural performance. *Journal of Structural Engineering*, 111(6), 1204–1218.
- Tajimi, H. (1960). Statistical method of determining the maximum response of building structure during an earthquake. *Proc. of the 2nd WCEE*, 2, 781–798.
- Tan, P., Zhou, F., & Yan, W. (2004). A Semi-Active Variable Stiffness and Damping System for Vibration Control of Civil Engineering Structures. In *2004 ANNCEER Annual Meeting*.
- Terenzi, G. (1999). Dynamics of SDOF systems with nonlinear viscous damping. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(8), 956–963.
- Warburton, G. B. (1982). Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 10(3), 381–401.
- Warburton, G. B., & Ayorinde, E. O. (1980). Optimum absorber parameters for simple systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 8(3), 197–217.
- Wen, Y.-K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 102(2), 249–263.
- Zuo, L., & Nayfeh, S. A. (2004). Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 272(3), 893–908.