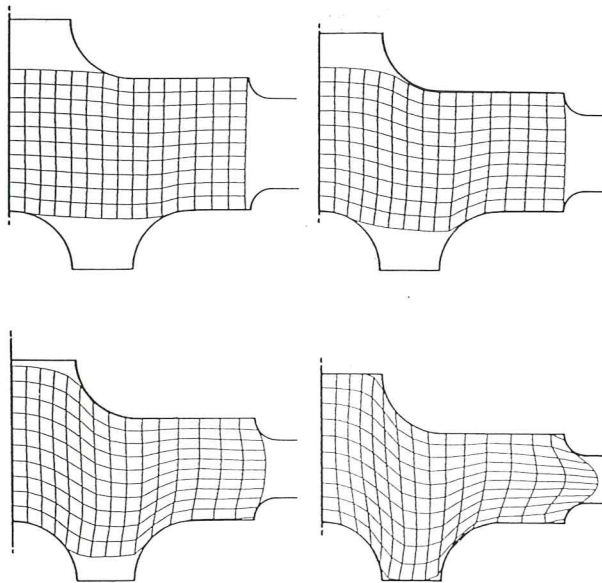


# Análisis de procesos de conformado de metales por el método de los elementos finitos Posibilidades y perspectivas

E. Oñate



**Análisis de procesos de  
conformado de metales por el  
método de los elementos finitos.  
Posibilidades y perspectivas**

**E. Oñate**

**Publicación CIMNE Nº 72, Octubre 1995**

**Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería**  
Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, Spain



# ANALISIS DE PROCESOS DE CONFORMADO DE METALES POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. POSIBILIDADES Y PERSPECTIVAS

Eugenio Oñate

Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería  
Universidad Politécnica de Cataluña,  
Edificio C1, Gran Capitán, s/n  
08034 Barcelona, España

## 1. INTRODUCCION

El estudio detallado de la deformación de metales durante procesos de conformado es de gran interés en muchas aplicaciones industriales. Ejemplos de estos problemas se encuentran en la compactación de polvos metálicos, en el llenado de moldes y solidificación en fundición, en procesos de laminado, extrusión y forja y en embutición de chapa, entre otros muchos.

Pese a su interés práctico, el desarrollo de métodos numéricos fiables para predecir el comportamiento de procesos de deformación de metales ha encontrado obstáculos muy serios. Junto a la no linealidad del material, aparecen otros efectos de gran importancia y dificultad tales como la naturaleza transitoria del proceso, la gran magnitud de las deformaciones, el acoplamiento térmico y los efectos del contacto y el rozamiento en las interfaces metal-útiles. Todo ello hace que el estudio de procesos de conformado de metales sea tan complejo que requiera el uso de métodos de elementos finitos avanzados y ordenadores de altas prestaciones.

En la mayoría de los procesos de conformado el metal está sometido a una deformación continua que induce una rápida plastificación del material. Las ecuaciones del movimiento de este problema transitorio pueden escribirse en función de los desplazamientos de los puntos del metal medidos desde una configuración de referencia apropiada (formulación de sólido) o en función de sus velocidades en cada configuración deformada (formulación de flujo).

Ambas formulaciones de sólido y de flujo pueden utilizar modelos constitutivos elasto-plástico/viscoplástico o rígido-plástico/viscoplástico. Asimismo, las ecuaciones del movimiento pueden ser de tipo cuasiestático, o incorporar efectos dinámicos.

Este trabajo presenta una panorámica de algunas de las técnicas más populares para la solución de problemas de conformado de metales por el MEF. En particular se comparan brevemente las formulaciones de flujo y de sólido, y se describe el tratamiento de los efectos de incompresibilidad, la inclusión del acoplamiento térmico, la modelización del contacto y el rozamiento y la utilización de métodos cuasiestáticos frente a dinámicos explícitos. Asimismo, se incluyen ejemplos de aplicación a problemas de extrusión, laminado, llenado de moldes, embutición de chapa y solidificación en fundición.

## 2. FORMULACION DE SOLIDO

Esta formulación utiliza una descripción Lagrangiana total o actualizada del movimiento. Las variables fundamentales son los desplazamientos  $u$  de los puntos del metal, que están relacionados con las deformaciones  $\epsilon$  por expresiones cinemáticas no lineales conocidas [1]. Por otra parte, la ecuación constitutiva que relaciona las tensiones  $\sigma$  (definidas de forma apropiada) y las deformaciones se escribe usualmente en una forma incremental objetiva que permita tratar el efecto de grandes deformaciones. Los modelos constitutivos más utilizados en este contexto son el elasto-plástico y el elasto-viscoplástico [2-5]. Finalmente, las ecuaciones de equilibrio pueden escribirse en forma diferencial o bien, lo que es más usual, en forma global a través del principio de trabajos virtuales (PTV).

## 3. FORMULACION DE FLUJO

Esta formulación es típica de problemas de mecánica de fluidos donde se utiliza generalmente un sistema de referencias Euleriano fijo que define un volumen de control a través del cual fluye el material. Este procedimiento parece más adecuado para problemas de conformado en masa como extrusión, laminado, forja, llenado de moldes, etc. [2-7]. Sin embargo, puede también aplicarse a problemas de embutición de chapa de manera sencilla sin más que identificar el volumen de control con la deformación de la plancha en cada instante.

Las ecuaciones constitutivas de la formulación de flujo pueden escribirse en forma incremental utilizando modelos elasto-plásticos o elasto-viscoplásticos. No obstante, la solución numérica del problema de flujo se puede simplificar notablemente si se obtiene una expresión directa entre las tensiones de Cauchy y las velocidades de deformación como

$$\sigma = D \dot{\epsilon} \quad (1)$$

La ec.(1) es típica de problemas de fluidos donde  $D$  es una matrix constitutiva que depende de la viscosidad del fluido [1].

Puede demostrarse que la ec.(1) se obtiene utilizando un modelo constitutivo rígido-plástico (o rígido-viscoplástico) en el que se desprecian los efectos elásticos [12]. En el caso isótropo la matriz  $D$  es función de un único parámetro de viscosidad  $\mu$  que se define para un material rígido plástico de Von-Mises como [6-12]

$$\mu = \frac{\sigma_y}{3\dot{\bar{\epsilon}}} \quad (2)$$

donde  $\sigma_y$  es la tensión de fluencia de Von-Mises y  $\dot{\bar{\epsilon}} = \left(\frac{2}{3}\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}\right)^{1/2}$ .

La ec.(2) define una viscosidad no lineal lo que implica que el flujo es de naturaleza no Newtoniana. La expresión de  $\mu$  para materiales viscoplásticos incluyendo el efecto de poros microscópicos puede encontrarse en las referencias [12,13]. Adviértase también que las zonas rígidas se caracterizan por  $\dot{\bar{\epsilon}} = 0$  lo que conduce a  $\mu = \infty$ . Por consiguiente, en dichas zonas deberá utilizarse un valor límite de  $\mu$  para evitar singularidad.

La forma de la ecuación constitutiva (2) para materiales que siguen el criterio de Von-Mises define un problema de flujo *incompresible* ( $\dot{\epsilon}_{ii} = 0$ ). Esto introduce problemas serios si la formulación de elementos finitos se basa en elementos de "sólido", debiendo utilizarse en este caso técnicas de penalización o formulaciones mixtas como se describe más adelante.

Para más detalles sobre las formulaciones de flujo y de sólido consultar las referencias [10,13,44].

#### 4. TRATAMIENTO DE LA INCOMPRESIBILIDAD

Se han propuesto diferentes técnicas para tratar los efectos de incompresibilidad inducidos por la deformación plástica en procesos de conformado.

En la *formulación de flujo* se han utilizado con diferente éxito técnicas basadas en métodos de penalización, de multiplicadores de Lagrange y de Lagrangiano aumentado para imponer la incompresibilidad [1]. Quizás el método más popular en los últimos 15 años es el de penalización puesto que permite formular el problema en función únicamente de las velocidades. Sin embargo esta técnica debe generalmente utilizarse conjuntamente con integración reducida de los términos volumétricos en la matriz de rigidez para evitar el bloqueo numérico de la solución. La tendencia actual es evitar utilizar métodos basados en integración reducida puesto que pueden conducir a deficiencias en el rango de las matrices del elemento. La alternativa es utilizar una formulación mixta velocidad-presión que satisfaga la llamada condición LBB [31-33] Esta técnica puede también combinarse de manera eficiente con la de penalización [29]. En todos estos casos, si se utiliza una interpolación discontinua para la presión se puede eliminar ésta de las variables elementales (método B-barra) y terminar con las velocidades como únicas variables nodales [1,16]. La utilización de la formulación de flujo puede también utilizarse en problemas de embutición de chapa con elementos tipo "lámina". En estos casos la condición de incompresibilidad puede imponerse simplemente haciendo el coeficiente de Poisson igual a 0.5 en el problema elástico análogo y actualizando el espesor del elemento de lámina mediante la hipótesis de tensión plana [8,9,13].

En la *formulación de sólido* pueden utilizarse las mismas técnicas que en la de flujo. La principal dificultad es la co-existencia de una parte incompresible (plástica) de la deformación con la parte elástica remanente en presencia de grandes deformaciones. Las técnicas más prometedoras actualmente son las basadas en formulaciones mixtas [14] y en una ampliación del método B-barra a grandes deformaciones [15,16].

#### 5. TRATAMIENTO DEL ACOPLAMIENTO TERMICO

Es evidente que la temperatura juega un papel importante en los procesos de conformado de metales. Muchos de estos procesos tienen lugar a altas temperaturas. Asimismo, en muchos casos no puede despreciarse el calor generado durante el proceso, que afecta enormemente a las propiedades mecánicas del metal. El proceso está, por consiguiente, completamente acoplado y las ecuaciones que describen la deformación del metal deben resolverse conjuntamente con la de equilibrio térmico que se escribe como

$$\rho c \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \dot{\mathbf{u}}^T \nabla \phi \\ \text{-----} \end{array} \right] = \nabla^T \bar{\mathbf{D}} \nabla \phi + Q \quad (3)$$

En (3)  $\phi$  es la temperatura,  $\rho$  y  $c$  son la densidad y el calor específico, respectivamente,  $\bar{\mathbf{D}}$  es una matriz diagonal de conductividades térmicas,  $\nabla$  es el operador gradiente y  $Q$  el calor generado en el proceso de deformación y calculado como una proporción ( $\simeq 90\%$ ) del trabajo plástico desarrollado. La ec.(3) se completa con las condiciones de contorno adecuadas de temperatura y flujo de calor en los contornos, y también con las temperaturas conocidas al inicio del proceso. El término subrayado en (3) sería igual a cero si se utiliza una descripción Lagrangiana del movimiento, como en la formulación de sólido.

El campo de temperaturas se discretiza por el MEF utilizando generalmente la misma interpolación que para las velocidades (o desplazamientos). Tras el proceso usual de residuos ponderados se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones [1,7]

$$\mathbf{C} \dot{\phi} + \mathbf{H}(\dot{\mathbf{u}})\phi = \bar{\mathbf{f}} \quad (4)$$

En (4)  $\mathbf{C}$  es la matriz de capacidad térmica clásica,  $\bar{\mathbf{f}}$  es el vector de fuerzas debido a fuentes de calor y  $\mathbf{H}$  contiene las contribuciones de los términos de conducción y convección térmica. Estos últimos deben tratarse con sumo cuidado utilizando técnicas de Petrov-Galerkin o similares para evitar inestabilidades numéricas [1]. Estos problemas desaparecen en principio si se utiliza una formulación de sólido.

La ec.(4) debe resolverse conjuntamente con las ecuaciones resultante de la discretización por el MEF del problema de deformación. Este proceso se describe brevemente en el apartado siguiente.

## 6. DISCRETIZACIÓN POR EL MEF. ASPECTOS COMPUTACIONALES

Las ecuaciones de la discretización del problema no lineal pueden escribirse en ambas formulaciones de flujo y de sólido como

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}, \mathbf{x}, t) = \mathbf{p}(\mathbf{a}, \mathbf{x}) - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) = 0 \quad (5)$$

donde  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{f}$  son los vectores de fuerzas residuales, fuerzas internas y fuerzas exteriores, respectivamente,  $\mathbf{a}$  son desplazamientos y velocidades en las formulaciones de sólido y de flujo, respectivamente,  $\mathbf{x}$  es el vector de coordenadas cartesianas, y  $t$  representa el tiempo en la formulación de flujo y el incremento de cargas en la de sólido.

La ec.(5) puede resolverse iterativamente para los valores del vector  $\mathbf{a}$ . Para la iteración  $k$  tenemos

$$\Delta \mathbf{a}^k = - \left[ t+\Delta t \mathbf{S}^k \right]^{-1} t+\Delta t \mathbf{r}^k \quad (6)$$

donde  $\mathbf{S}$  es una matriz de iteración adecuada. El vector  $\mathbf{a}$  se actualiza como

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{a}^{k+1} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{a}^k + \Delta\mathbf{a}^k \quad (7)$$

La etapa siguiente es calcular el nuevo de campo de tensiones. En la formulación de flujo rígido/plástico-viscoplástico las tensiones se obtienen *directamente* del campo de velocidades actualizado (ver Cuadro 2). En la formulación de sólido (o en la de un fluido elasto-plástico-viscoplástico [11]), el cálculo de las tensiones requiere la integración consistente de las ecuaciones constitutivas incrementales.

La etapa final es la actualización de la geometría del metal. Esto puede hacerse directamente a partir del campo de velocidades o desplazamientos como se muestra en el Cuadro 2. Sin embargo, pueden utilizarse otras técnicas como las descritas en el apartado siguiente. En esta etapa hay que actualizar las propiedades mecánicas del material y verificar las condiciones de contacto y rozamiento.

La nueva geometría y propiedades mecánicas del metal se utilizan para calcular el incremento  $\Delta\mathbf{a}^k$  de la nueva iteración en (6). El proceso continua hasta que se obtiene convergencia, lo que usualmente se mide por el cumplimiento de la ec.(5) utilizando una norma cuadrática para las fuerzas residuales.

Si el proceso está acoplado térmicamente hay que resolver las ecuaciones discretizadas del equilibrio térmico (4) juntamente con las del problema mecánico (5). El método más sencillo es utilizar un esquema "escalonado" en el que los valores de las velocidades (o desplazamientos) obtenidos en cada iteración del problema mecánico se utilizan como datos en (4) para calcular las temperaturas en (4). Así, para un problema cuasiestático se tiene

$${}^{t+\Delta t}\phi^{k+1} = [{}^{t+\Delta t}\mathbf{H}^{k+1}]^{-1} {}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{f}}^{k+1} \quad (8)$$

donde  ${}^{t+\Delta t}\mathbf{H}^{k+1}$  y  ${}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{f}}^{k+1}$  contienen las contribuciones de la solución del problema mecánico en la iteración k-ésima. Las temperaturas nodales obtenidas de (8) se utilizan como datos para la evaluación de las propiedades mecánicas en la siguiente iteración de (6). Este proceso se repite hasta que ambos campos de velocidades (o desplazamientos) y de temperaturas convergen.

La discusión detallada de los aspectos computacionales de la solución del problema acoplado cae fuera de los objetivos de este trabajo. En la referencia [1] pueden encontrarse las expresiones de las matrices y vectores de las matrices y vectores del Cuadro 2 así como más información sobre otras técnicas para tratar problemas acoplados de este tipo.

## 7. TECNICAS PARA ACTUALIZACION DE LA GEOMETRIA

La técnica más sencilla para actualizar la geometría del metal durante el proceso de deformación es utilizar un método Lagrangiano en el que la geometría se actualiza en función de las velocidades (o desplazamientos) nodales obtenidos en cada incremento (ver Cuadro 2). Este procedimiento puede conducir a mallas distorsionadas para estados avanzados de la deformación lo que exige un nuevo remallado.



## 1. INICIALIZACION

$$t = 0 \quad , \quad {}^0\mathbf{v} = 0 \quad , \quad {}^0\mathbf{x} = \mathbf{x}$$

## 2. PREDICTOR

$$k = 0$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{v}^0 = {}^t\mathbf{v} \quad , \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{x}^0 = {}^t\mathbf{x} + {}^t\mathbf{v}\Delta t$$

## 3. CORRECTOR

### 3.1 Calcula fuerzas residuales

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{r}^k = {}^{t+\Delta t}\mathbf{p}^k - {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^k$$

### 3.2 Calcula norma de error

$$E = \frac{\| {}^{t+\Delta t}\mathbf{r}^k \|}{\| {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^k \|}$$

### 3.3 Comprueba convergencia

if(E. LT. TOL) GO TO 4

### 3.4 Forma matriz de iteración ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^k$

### 3.5 Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\Delta\mathbf{a}^k = -({}^{t+\Delta t}\mathbf{S}^k)^{-1}({}^{t+\Delta t}\mathbf{r}^k)$$

### 3.6 Actualiza variables

*Velocidad/Desplazamiento*

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{a}^{k+1} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{a}^k + \Delta\mathbf{a}^k$$

*Geometría*

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}^{k+1} = {}^t\mathbf{x} + {}^t\mathbf{a}(1 - \theta)\Delta t + {}^{t+\Delta t}\mathbf{a}^{k+1}\theta\Delta t$$

Nota:  $\Delta t = 1$  si a son desplazamientos

### 3.7 $k + 1$

GO TO 3.1

## 4. SALIDA DE RESULTADOS

Cuadro 1. Algoritmo de predicción-corrección para las formulaciones de flujo y de sólido

Una segunda alternativa es utilizar la denominada técnica Lagrangiana-Euleriana Arbitraria en la que los nodos de la malla se desacoplan de los nodos de la malla sobre la que se calculan las velocidades (o desplazamientos) permitiendo un movimiento relativo entre las dos mallas. Esta técnica es más apropiada para problemas en la que solamente un pequeño porcentaje del dominio total (generalmente el contorno) cambia de forma durante la deformación. Esta parte de la malla se actualiza de forma Lagrangiana mientras que en el resto del dominio se utiliza una malla Euleriana fija [25,35,36].

Es obligatorio mencionar aquí una tercera alternativa para la formulación de flujo denominada método de "pseudo-concentración" [25-29]. La idea básica es introducir una función escalar que se transporta a través de una malla fija en función del campo de velocidades obtenido de la solución del problema de flujo. Esta función se define en todo el dominio, utilizando un cierto isovalor para definir el frente del metal que se deforma. La región todavía no ocupada por el metal se supone constituida por un material ficticio (usualmente se toma el *aire*) cuyas propiedades físicas deben ser tales que no afecten el movimiento del metal. En la práctica esto implica resolver la siguiente ecuación de transporte

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathbf{u}^T \nabla \psi = 0 \quad (11)$$

donde  $\psi$  es la función escalar de pseudo-concentración que define la presencia o ausencia de metal en cada punto de la malla. Así, por ejemplo, puede asignarse al frente del metal el valor  $\psi = \psi_c$ , de manera que la región ocupada por el metal se identifica por los valores  $\psi \geq \psi_c$  y la posición del aire por  $\psi < \psi_c$ .

La discretización por el MEF de la ec.(11) conduce al sistema de ecuaciones siguiente

$$\bar{\mathbf{C}} \dot{\boldsymbol{\psi}} + \mathbf{R}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\psi} = \hat{\mathbf{f}} \quad (12)$$

donde  $\boldsymbol{\psi}$  denota los valores nodales de la función de pseudo-concentración.

La ec.(12) se resuelve una vez obtenido el campo de velocidades de manera que puedan actualizarse los contornos de la región metálica para cada incremento de tiempo. Adviértase que la ec.(11) es de tipo hiperbólico lo que exige utilizar técnicas especiales de Petrov-Galerkin para evitar inestabilidades numéricas [1]. Adicionalmente, la matriz  $\mathbf{R}$  en (12) no es simétrica lo que introduce un problema adicional. Pese a estas aparentes dificultades el método de pseudo-concentración ha atraído la atención reciente de numerosos investigadores para solución de problemas de conformado de metales transitorios [26-29,37].

## 8. TRATAMIENTO DEL CONTACTO FRICCIONAL

El contacto y el rozamiento aparecen como consecuencia de la interacción entre cuerpos. Dicha interacción es típica de procesos de conformado de metales. Durante estos procesos el metal interacciona con los útiles añadiendo una nueva fuente de complejidad a la naturaleza no lineal de las condiciones de contorno. El tratamiento numérico de los problemas de contacto friccional involucra fundamentalmente dos etapas. Primero debe efectuarse una *búsqueda de*

*contacto* para detectar las penetraciones (incompatibilidades cinemáticas) entre los diferentes cuerpos que intervienen en el análisis. Segundo, las penetraciones detectadas deben cancelarse de manera que se satisfagan las *condiciones de compatibilidad cinemáticas*.

Se han propuesto diferentes formulaciones para el análisis numérico de problemas de contacto friccional. En el *método de penalización* se añade un funcional penalizado al funcional del problema original sin coacciones de contacto. La principal dificultad de este método es que las condiciones de compatibilidad solo se satisfacen para valores *infinitos* del parámetro de penalización, lo que conduce al mal condicionamiento del operador tangente. Aparte de esto es un procedimiento muy sencillo para imponer las condiciones y también fácil de implementar en ordenador.

Los modelos de contacto friccional pueden describirse también utilizando la teoría de la plasticidad, en la que los parámetros de penalización (o de regulación) pueden interpretarse como parámetros constitutivos [18,19].

En la técnica de *multiplicadores de Lagrange* se introduce un nuevo campo (los multiplicadores) por medio de un funcional de contacto. Esto conduce a un incremento en el número de incógnitas del sistema de ecuaciones a resolver. Además, el operador tangente no está definido (tiene ceros en las posiciones de la diagonal principal correspondiente a los multiplicadores) y por ello debe tenerse un cuidado especial durante el proceso de solución. Su principal ventaja es que las condiciones cinemáticas se satisfacen *exactamente*.

La indefinición del operador tangente puede corregirse utilizando la técnica de *multiplicadores de Lagrange perturbados*. Con este método pueden incluso formularse los métodos de penalización y de multiplicadores de Lagrange de manera unificada.

Otro procedimiento bastante utilizado es el de *Lagrangiano aumentado*. Esta técnica se utiliza generalmente de manera conjunta con el algoritmo de Uzawa y permite satisfacer exactamente las condiciones cinemáticas para valores *finitos* del parámetro de penalización. Esto resuelve los problemas asociados al valor infinito de dichos parámetros y al mal condicionamiento del operador tangente, antes mencionados. Además, no se incrementa el número de las ecuaciones a resolver y los multiplicadores se actualizan simplemente bien después de la convergencia de cada solución de equilibrio (algoritmo de Uzawa anidado), o bien después de cada iteración de equilibrio (algoritmo de Uzawa simultáneo) [21].

## 9. METODOS CUASISTATICOS VERSUS DINAMICOS

En la mayoría de procesos de conformado de metales las ecuaciones del movimiento deben integrarse en el espacio y en el tiempo. Esta integración no precisa incluir los efectos de inercia, puesto que son despreciables [24]. El método *cuasiestático* es, por tanto, el más "natural". En dicho método el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio en  $t + \Delta t$  requiere *siempre* el uso de un esquema iterativo. Los obstáculos asociados a la solución iterativa de grandes sistemas de ecuaciones típicos de problemas tridimensionales pueden reducirse utilizando técnicas de gradiente conjugados. Desgraciadamente, la matriz de rigidez de elementos delgados puede estar mal condicionada, lo que hace estos

procedimientos poco efectivos para problemas de embutición de chapa.

Los *métodos dinámicos explícitos* han adquirido recientemente gran popularidad en el contexto de la formulación de sólido al obviar la solución de un sistema de ecuaciones [39]. La base de estos procedimientos es la solución de las ecuaciones de equilibrio dinámico en el tiempo  $t$ , utilizando un esquema de integración explícito con una matriz de masa diagonal. La ventaja de los métodos dinámicos explícitos en la formulación de sólido estriba en que no es preciso formar la matriz de rigidez y que las condiciones de contorno se modelan con precisión al utilizarse incrementos de tiempo muy pequeños. Además pueden implementarse fácilmente en ordenadores paralelos. En el lado negativo se tiene que exigen incrementos muy pequeños para evitar la inestabilidad de la solución. Otro inconveniente de esta técnica es su dificultad para predecir el inicio de inestabilidades locales y otros fenómenos como la recuperación elástica en procesos de conformado de chapa.

El debate actual entre métodos cuasiestáticos implícitos o dinámicos explícitos en la formulación de sólido se clarificar cuando se avance en la paralelización de algoritmos iterativos para solución de ecuaciones en programas implícitos. Es posible que un programa implícito "optimizado" podría ser finalmente el más adecuado para análisis de problemas de conformado de metales.

## 10. EJEMPLOS

El primer ejemplo que se muestra en la Figura 1 es la solución de un problema de extrusión plana estacionario resuelto con la formulación de flujo. El elemento utilizado es el cuadrilátero  $Q_2/P_1$  con una interpolación cuadrática para las velocidades y la temperatura y una interpolación lineal discontinua para la presión [1,29]. En la referencia [7] pueden encontrarse detalles sobre la geometría y propiedades mecánicas de este problema.

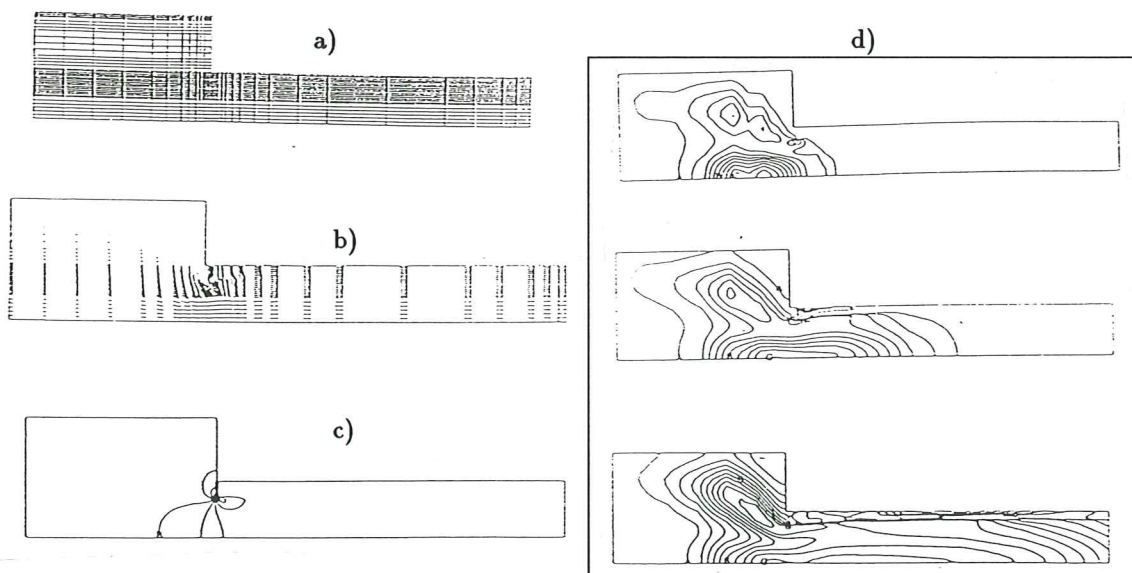


Figura 1. Extrusión plana. a) Geometría y malla de 230 elementos mixtos  $Q_2/P_1$  utilizados. b) Campo de velocidades. c) Isolíneas de presión y d) Evolución de isolíneas de temperatura desde el estado inicial al final.

La Figura 1a muestra la malla utilizada mientras que las Figuras 1b, 1c y 1d muestran los campos de velocidades, temperaturas y presión obtenidos en el análisis.

El segundo ejemplo es la forja de una barra prismática en un molde cerrado. El estudio se ha realizado con la formulación de sólido utilizando un método explícito dinámico [38]. Los resultados del proceso de deformación se muestran en la Figura 2.

El tercer ejemplo que se muestra en la Figura 3 es el llenado de un molde. El problema se resuelve con la formulación de flujo y la técnica de pseudo-concentración descrita en el Apartado 8. La Figura 3a muestra la malla de 548 elementos  $Q_2/P_1$  utilizados en el análisis y la Figura 3b los resultados de un estudio experimental. Las Figuras 3c y 3d muestran la posición de contorno del metal fluido y la evolución de las presiones durante el llenado. Más información sobre este ejemplo puede encontrarse en las referencias [29] y [37].

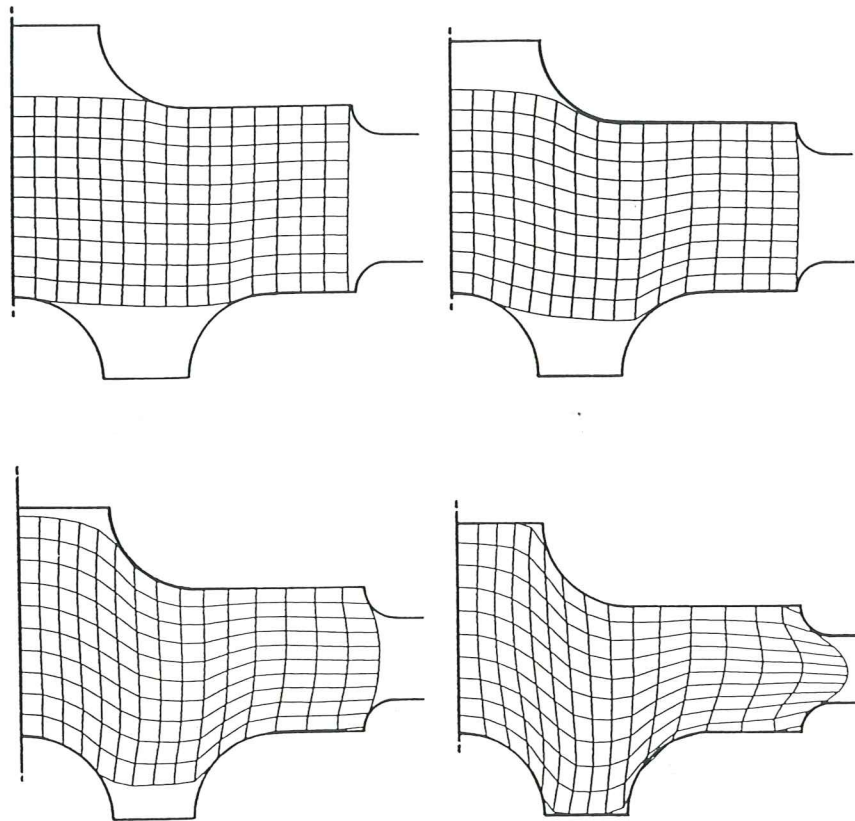


Figura 2. Forja de una barra horizontal rectangular. Reducciones de 10%, 20%, 30% y 40%.

El cuarto ejemplo, que se muestra en la Figura 4 es el laminado en caliente de un tocho rectangular. La técnica de solución ha sido la misma que para el ejemplo anterior. Las propiedades geométricas y del material pueden encontrarse en [7]. La Figura 4 muestra la posición del contorno del metal durante el proceso de laminado y las líneas de iso-temperatura para distintos instantes del proceso.



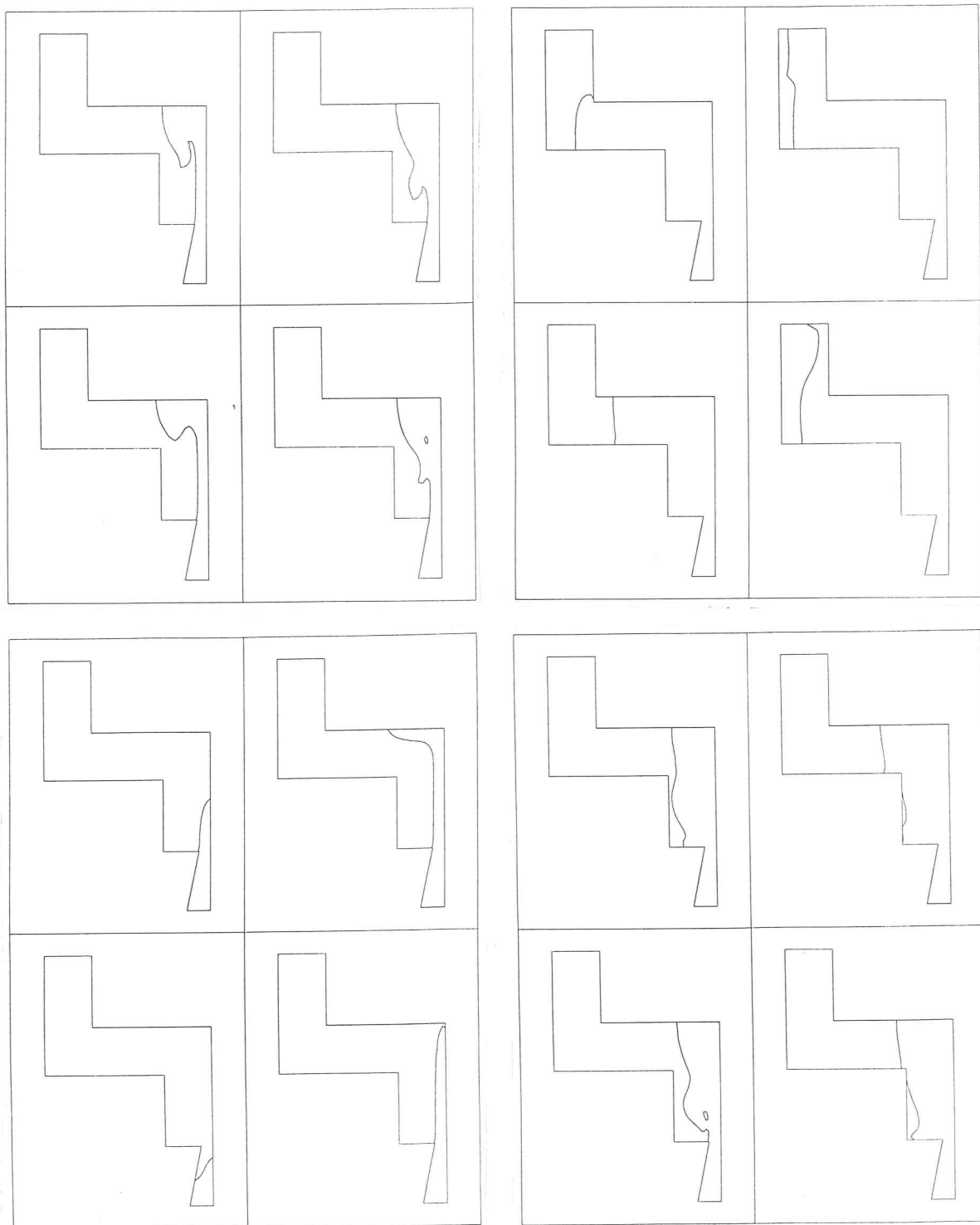


Figura 3c. Llenado de un molde de Galio. Posiciones del metal en diferentes instantes.

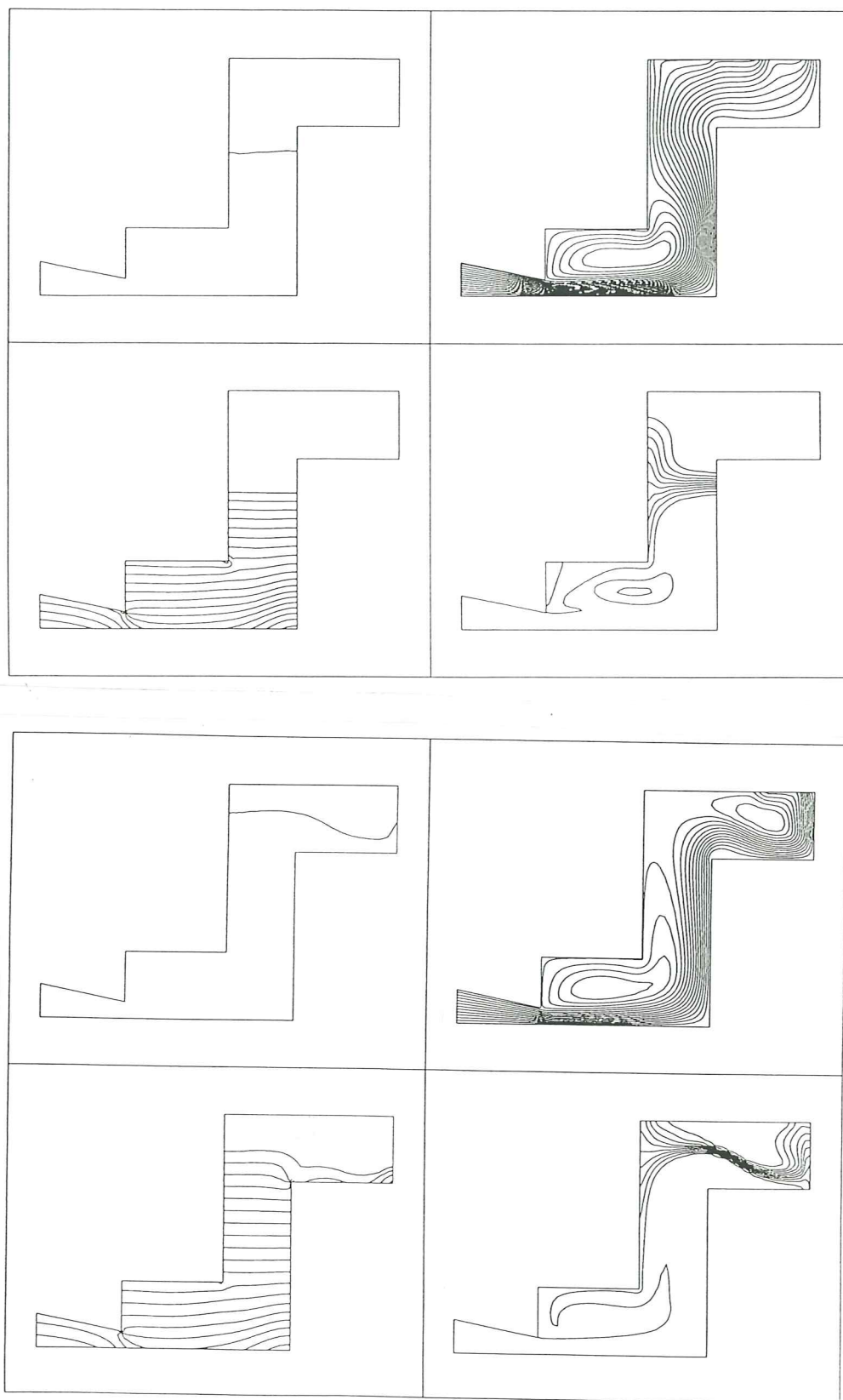


Figura 3d. Llenado de un molde de Galio. Líneas de corriente, distribución de presiones y temperaturas en un instante del llenado.



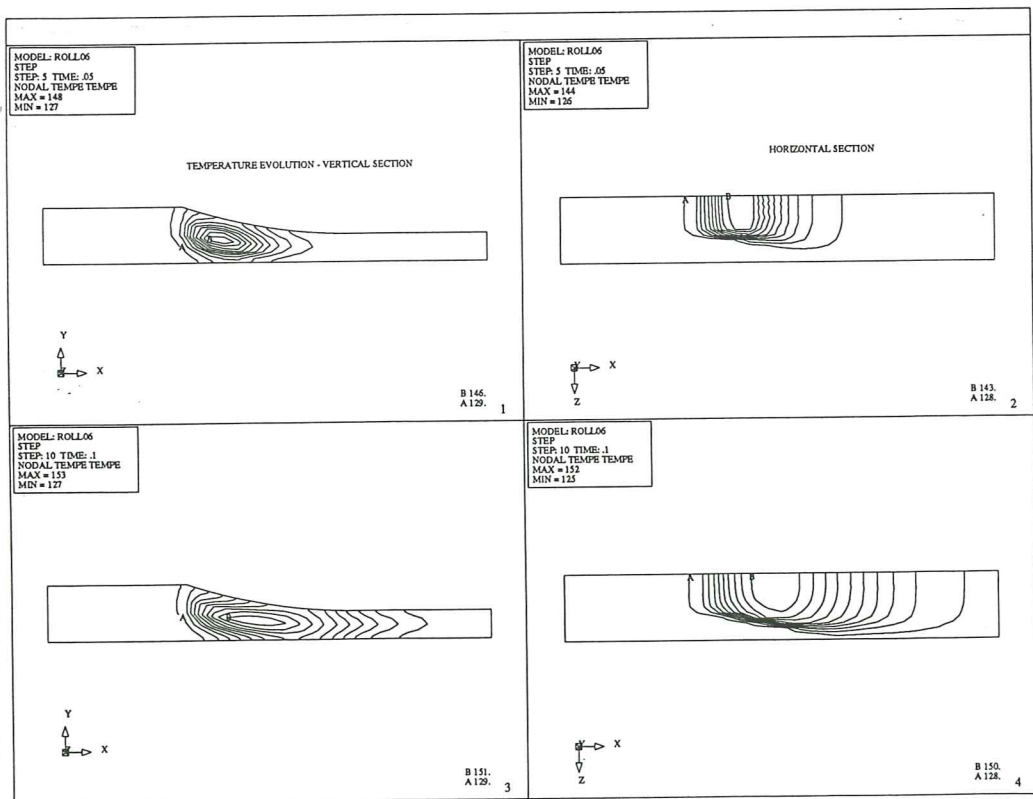
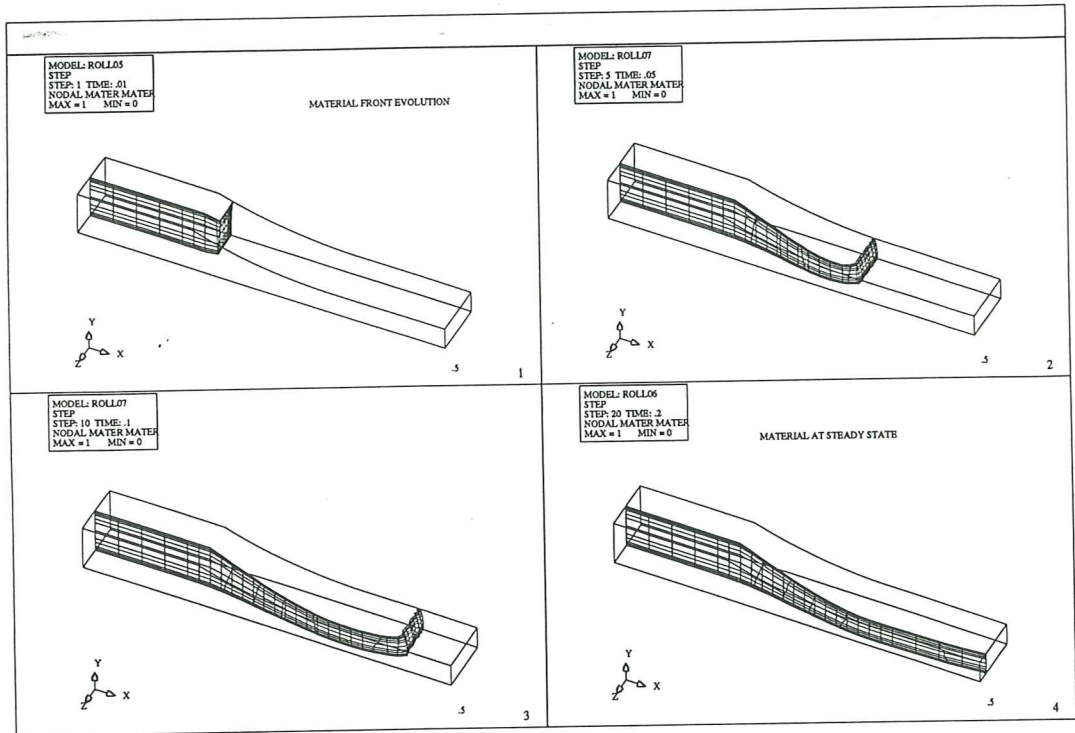


Figura 4. Laminado en caliente de una pieza rectangular. Evolución del contorno de la pieza e isóneas de temperatura en distintas secciones durante diferentes instantes del proceso.

El quinto ejemplo es la embutición de una bandeja rectangular. Este problema se ha resuelto con elementos prismáticos 3D basados en la formulación de sólido y una técnica explícita [39,40]. Las Figuras 5a y 5b muestran la geometría deformada de la bandeja y la distribución de espesores a lo largo de las líneas OA y OB. En las referencias [40] y [45] puede encontrarse información detallada sobre este problema.

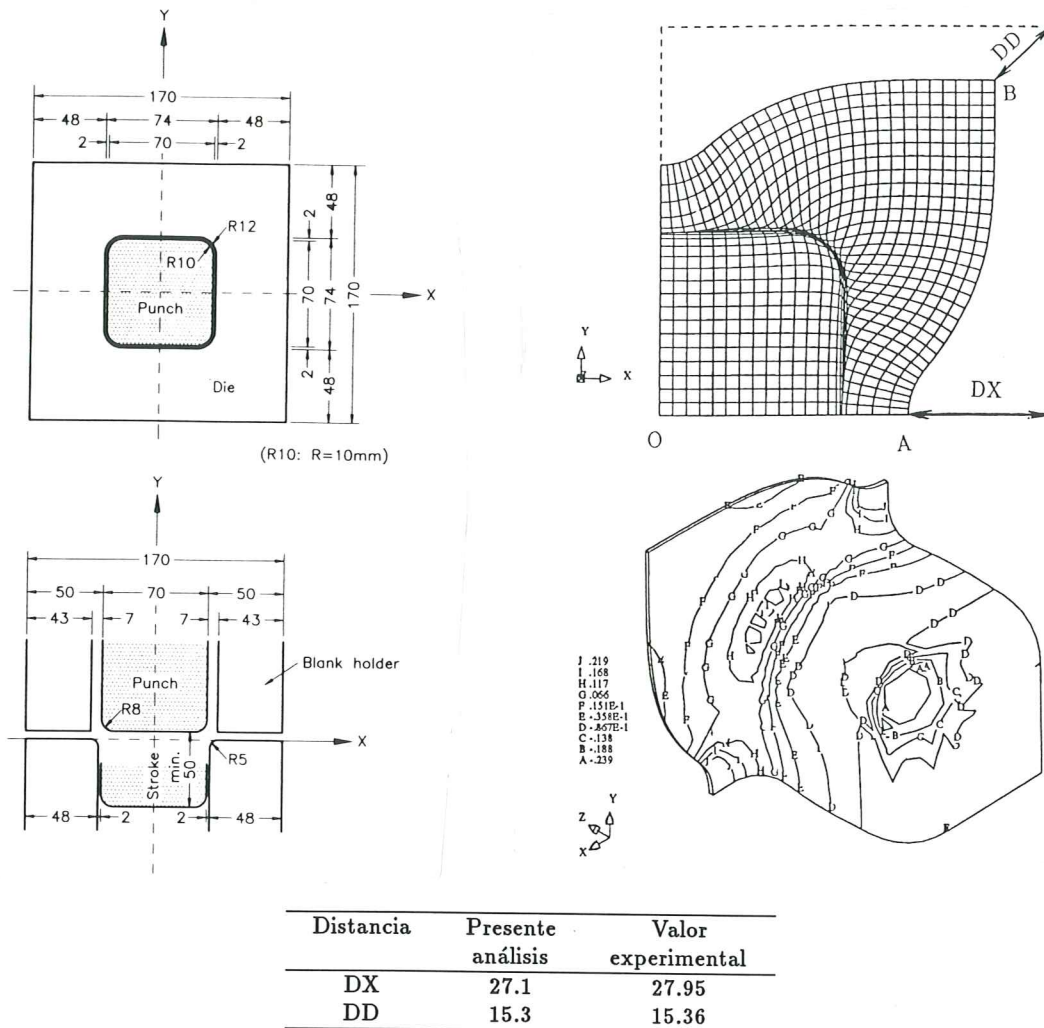


Figura 5a. Embutición de una bandeja rectangular. Deformación de la chapa para diferentes niveles de embutición.

El último ejemplo es el estudio de la solidificación y enfriamiento de un cigüeñal de la empresa RENAULT obtenido por fundición de grafito esferoidal. El análisis se ha llevado a cabo con el programa VULCAN desarrollado en CIMNE para análisis termo-mecánico de procesos de fundición por el MEF [4]-[42]. En la Figura 6 se puede apreciar la geometría de la pieza y el molde, la discretización utilizada y la evolución de la temperatura en dos puntos. Obsérvese la excelente concordancia con los resultados experimentales obtenidos por Fundiciones Miguel Ros SA. En la misma figura se muestra también la deformada del cigüeñal después de 1000 segundos de enfriamiento. Más información puede encontrarse en las referencias [40-42].

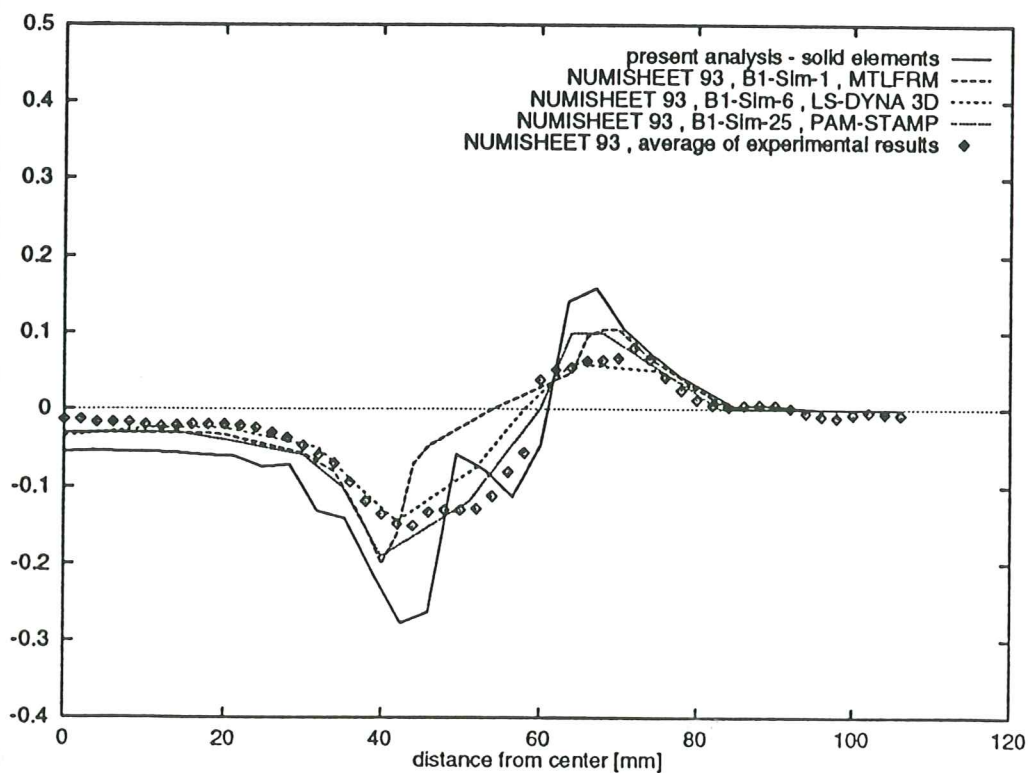
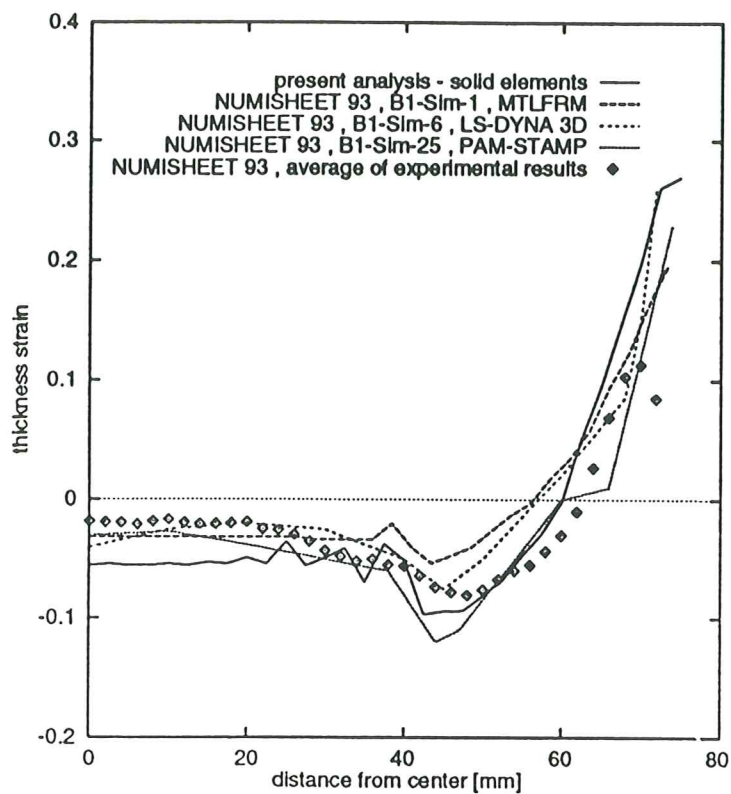


Figura 5b. Embutición de una bandeja rectangular. Distribución de espesores a lo largo de las líneas OA (fig. superior) y OB (fig. inferior).

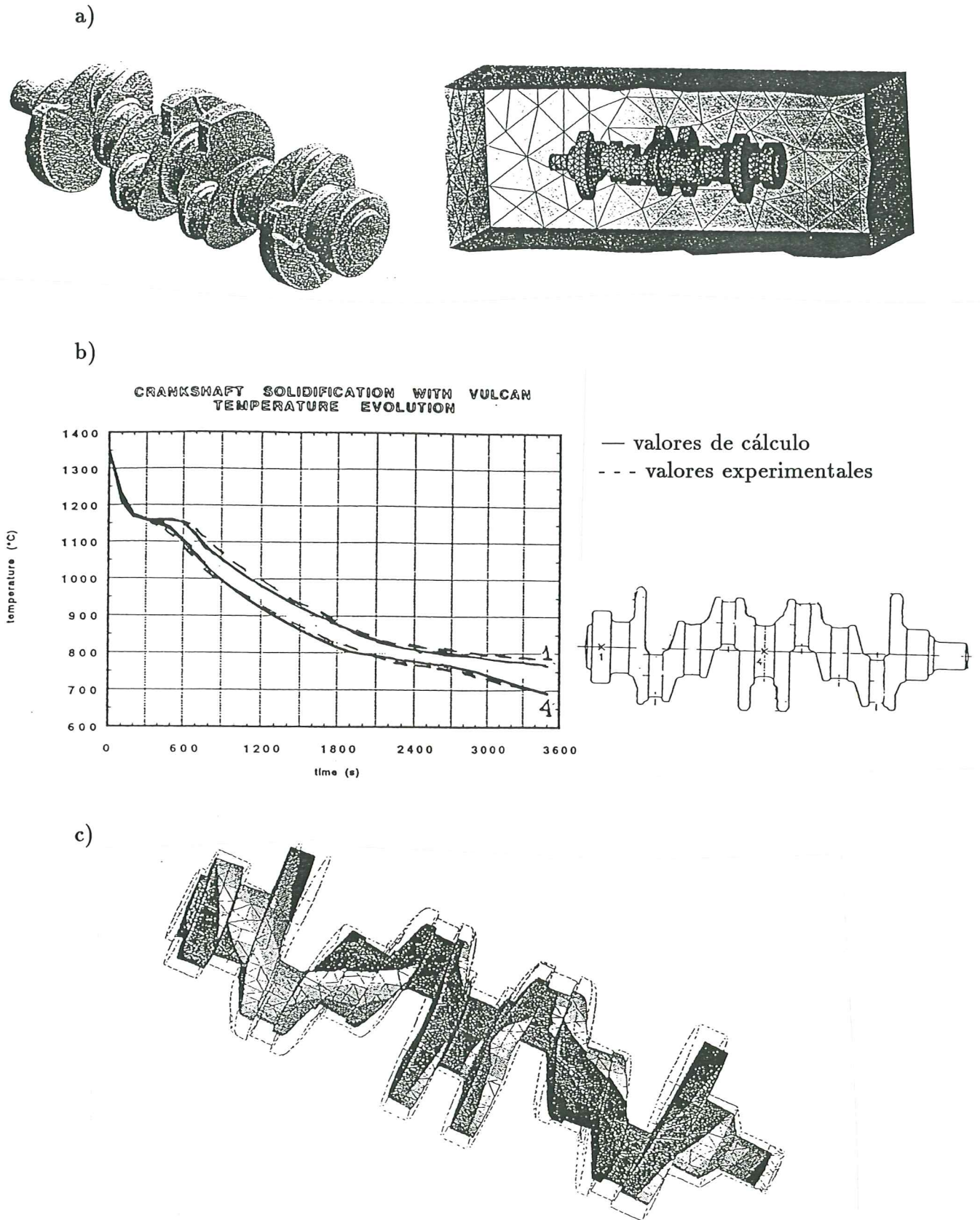


Figura 6. Estudio de solidificación y enfriamiento de un cigüeñal. a) Geometría y malla de 43.500 tetraedros. b) Evolución de la temperatura en dos puntos. c) Deformación después de 1000 segundos.

## 11. COMENTARIOS FINALES

Parece claro que las dificultades intrínsecas de la simulación por ordenador de los procesos de conformado de metales son una clara motivación para el desarrollo de nuevas y más sofisticadas técnicas numéricas. En este trabajo se ha presentado una panorámica de algunas de las más recientes y populares. No obstante, la solución de problemas de interés industrial exige todavía procedimientos numéricos más eficientes que permitan predecir la evolución de todos los parámetros que intervienen en los procesos de conformado de manera precisa. La necesidad de mejoras en esta área es clara y temas como el desarrollo de nuevos elementos finitos, así como de técnicas computacionales más eficientes compatibles con las nuevas arquitecturas de ordenadores paralelos, serán seguramente el objetivo de la investigación en los próximos años.

## REFERENCIAS

1. O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, "*The Finite Element Method*", *Fourth Edition*, Volume 2, McGraw-Hill, (1991).
2. J.F.T. Pittman, O.C. Zienkiewicz, R.D. Wood and J.M. Alexander (eds.), "*Numerical Methods in Industrial Forming Processes*", *Proceedings of NUMIFORM'86*, J. Wiley, (1984).
3. K. Mattiasson A. Samuelsson, R.D. Wood O.C. Zienkiewicz (eds.), "*Numerical Methods in Industrial Forming Processes*", *Proceedings of NUMIFORM'86*, Balkema, (1986).
4. E.G. Thomppson, R.O. Wood, O.C. Zienkiewicz and A. Samuelsson (eds.), "*Numerical Methods in Industrial Forming Processes*", *Proceedings of NUMIFORM'89*, Balkema, (1989).
5. R. Owen, E. Oñate and E. Hinton, (eds.), "*Computational Plasticity Models and Applications*", *Vols. I and II*, Pineridge Press/CIMNE, (1992).
6. O.C. Zienkiewicz, P.C. Jain and E. Oñate, "Flow of solids during forming and extrusion. Some aspects of numerical solutions", *Int. J. Solids Struct.* Vol. 14, (1978), pp. 14-28.
7. O.C. Zienkiewicz, E. Oñate and J.C. Heinrich. "A general formulation for coupled thermal flow of metals using finite elements", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 17, pp. 1497-1519, (1991).
8. E. Oñate and O.C. Zienkiewicz, "A viscous shell formulation for the analysis of thin sheet metal forming", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 25, pp. 305-335., (1983).
9. E. Oñate and C. Agelet de Saracibar, "Analysis of sheet metal forming problems using a selective bending-membrane formulation", *Int. J. Num. Engng.*, Vol. 30, (1990), pp. 1577-1593.
10. C. Agelet de Saracibar, "Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes" (in Spanish) Ph.D. Thesis., Univ. Pol. Catalunya, Barcelona, (1990).
11. J.L. Chenot, "A velocity approach to finite element calculation of elastoplastic and viscoplastic deformation processes", *Eng. Comput.*, Vol. 5, (1988), pp. 2-9.

12. C. Agelet de Saracibar and E. Oñate, "Plasticity metals for porous metals", Proceedings of the 2nd In. Conf. on Computational Plasticity, D.R.J Owen, E. Hinton and E. Oñate (eds.), Pineridge Press, (1989), pp. 159-152.
13. E. Oñate and C. Agelet de Saracibar, "Numerical modelling of sheet metal forming problems", Numerical Modelling of Material Deformation Processes: Research, Developments and Applications, P.Hartley *et al.* (eds.), Springer-Verlag, (1992).
14. J.C. Simo, "A framework for finite strain elastoplastics based on maximum plastic dissipation and the multiplicative decomposition. Part II: Computational Aspects", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engng.*, Vol. 68, (1988), 1-31, Norf Holland.
15. J.C. Simo, R.L. Taylor and K.S. Pister, "Variational and projection methods for the volume constraint in finite deformation elastoplasticity", *Comp. Meth. App. Mech. Engng.*, Vol. 51, (1988), 177-208.
16. T.J.R. Hughes, "Generalization of selective integration procedures to anisotropic and non linear media", *Inf. J. Num. Meth. in Engng.*, Vol. 19 (9), (1980), 1413, 18.
17. I.St. Doltsinis, "Nonlinear concepts in the analysis of solids and structures", Advances in Computational Nonlinear Mechanics, I. St, Doltsinis (ed.), Springer Verlag, (1989).
18. P.Wriggers T. Vu Van and E. Stein, "Finite elements formulation of large Deformation Impact-Contact problems", Vol. 37, (1990), pp. 319-331.
19. C. Agelet de Saracibar, "Numerical simulation of frictional contact problems", Lectures notes of the *A short Course on Finite Element Procedures for Plasticity and Viscoplasticity*, Barcelona, Spain, (1992), April 2-3.
20. J.W. Ju, R.L. Taylor and L.Y. Cheng, "A Consistent Finite Element Formulation of Nonlinear Frictional Contact Problems", Proc. NUMETA'87, D5/1, A.A. Balkema, (1987).
21. J.C. Simo and T.A. Laursen, "An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction", *Computers & Structures*, Vol. 42, (1992), pp. 97-116.
22. P. Papadopoulos and R.L. Taylor, "A mixed formulations for the finite element solution of contact problems", *Comp Meth. Appl. Mech Engng.*, Vol. 94, (1992), pp. 373-389.
23. P. Wriggers, J.C. Simo and R.L. Taylor, "Penalty and augmented Lagrangian Formulations for contact problems", Proc. NUMETA'85, pp. 97-106, A.A. Balkema, (1985).
24. T. Wertheimer, "Numerical Simulation of metal sheet forming processes", Proc. FE-Simulator of 3-D sheet Metal Forming Processes in Automatic Industry, pp. 405-440, VDI. (1991).
25. J. Huentink, P.T. Vreede and J. van der Lugt, "Progress in mixed Eulerian-Lagrangian finite element simulation of forming processes", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 30, (1990), 1441.
26. E. Thompson and R.E. Smelser, "Transient analysis of forging operations by the pseudoconcentration method", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 25, (1988), 177-89.

27. H.J. Antunez and J.R. Idelsohn, "Using pseudoconcentration in the analysis of transient forming processes", *Engineering Comput.*, (to appear).
28. E. Dvorkin and E.G. Petöcz, "On the modelling of 2D metal forming processes using the flow formulations and the pseudo-concentrations technique", in *Computational Plasticity*, R. Owen, E. Oñate and E. Hinton (Eds.), Pineridge Press /CIMNE, (1992).
29. R. Codina, "A finite element model for incompressible flow problems", Ph. D. Thesis, Univ. Politécnica de Catalunya, (1992).
30. L.E. Malvern, "Introduction to the mechanics of a continuous medium", Prentice-Hall, (1969).
31. I. Babuska, "Error bounds for finite element method", *Numer. Math.*, Vol. 16, (1971), 322-33.
32. I. Babuska, J. Osborn and J. Pitkäranta, "Analysis of mixed methods using mesh dependent norms", *Math. Comp.*, Vol. 35, (1982), 1039-62.
33. F. Brezzi and K.J. Bathe, "A discourse on the stability conditions for mixed finite element formulations", *Comp. Meths. Appl. Mech. Engng*, Vol. 82, (1990), pp. 27-97.
34. W. Sosnowski, E. Oñate and C. Agelet de Saracibar, "Computational aspects in the finite element analysis of sheet metal forming problems using a viscous shell approach", in *Computational Plasticity*, R. Owen, E. Oñate and E. Hinton (Eds.), Pineridge Press/CIMNE, (1992).
35. A. Huerta, "Una formulación arbitrariamente Lagrangiana-Euleriana para grandes desplazamientos del contorno", *Int. Center for Numerical Methods in Engng.*, Barcelona, Spain, (1988).
36. A. Huerta and M. Casteleiro, "Progress in arbitrary Lagrangian-Eulerian analysis of fluid and solid problems", in *Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences*, H. Alder, J.C. Heinrich, S. Lavanchy, E. Oñate and B. Suárez (Eds.), CIMNE, Barcelona, (1992).
37. R. Codina, U. Schäfer, E. Oñate, M. Cervera and O. Soto, "A finite element model to track free surfaces of viscous incompressible flows", in *Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences*, H. Alder, J.C. Heinrich, S. Lavanchy, E. Oñate and B. Suárez (Eds.), CIMNE, Barcelona, (1992).
38. R. Codina, U. U. Schäfer and E. Oñate, "Mould filling simulation using finite elements", *Int. Journal of Numerical Methods Heat and Fluid Flow*, 4, (1994), 291-310.
39. J. Miquel, E. Oñate, C. García, S. Botello, F. Flores and J. Rojek, "Análisis de problemas de choque e impacto entre sólidos deformables por el método de los elementos finitos. Proyecto SIMPACT", CIMNE, Monografía 25, Noviembre (1994).
40. E. Oñate, J. Rojek and C. García, "NUMISTAMP. A research project for assesment of finite element models for stamping processes", *Journal of Mat. Processing Tech.*, 50, 17-38, (1995).
41. Manual del usuario del programa VULCAN, CIMNE, Barcelona, (1995).
42. E. Oñate, D. Celentano, R. Codina, S. Oller y O. Soto, "Finite Element Methods for analysis of mould filling and solidification in casting". Presented at conference of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes, London, 10-15 Sept. (1995).

43. Informe Final Proyecto Brite-Euram "Developing of a user oriented CAE systems for casting analysis of ductile iron parts". Participants: Renault, CIMNE, Fundición Miguel Ros, Rockfield Software. Feb. (1995).
44. E. Oñate, "Una panorámica de las posibilidades del MEF para análisis del proceso de conformado de metales", Publicación CIMNE, n<sup>o</sup> 23, Barcelona, Diciembre 1992.
45. Makinouchi, A., Nakamachi, Oñate, E. and Wagoner R. (Eds.), *NUMISHEET 2d. Conference on Numerical Simulation of 3D sheet Metal Forming Processes, Verification of Simulation with Experiment*, 31 August–2 September 1993, Isekava, Japan.