

# Una aplicación del algoritmo de recocido simulado a la inversión de velocidades de fase y grupo y atenuación de ondas Rayleigh

Jorge Olarte

Departament d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica (ETSECCPB)  
Universitat Politècnica de Catalunya, Gran Capitán s/n  
Edifici D-2, Campus Nord, 08034 Barcelona, España  
Fax: 34-93-401 6504, e-mail: doloarte@etseccpb.upc.es

Xavier Lana

Departament de Física i Enginyeria Nuclear (ETSEIB)  
Universitat Politècnica de Catalunya  
Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, España  
Tel.: 34-93-401 6568, Fax: 34-93-401 6600  
e-mail: lana@fen.upc.es

José Antonio Canas

Instituto Geográfico Nacional  
Gral. Ibáñez de Ibero 3, 28003 Madrid, España  
Tel.: 34-91-597 9410, Fax: 34-91-597 9753

## Resumen

El algoritmo de recocido simulado es una técnica que tiene especial atención en problemas de inversión combinatorial, que utiliza analogías termodinámicas para obtener la solución del mejor modelo de una generación aleatoria de posibles modelos, lo que es lo mismo, la búsqueda del mínimo global de una determinada función de ajuste entre valores experimentales y valores generados por los posibles modelos. Esta técnica evita que el proceso de inversión quede atrapado en un mínimo local de la función de ajuste, aceptando dicho algoritmo tanto variaciones en los posibles modelos asociados a decrementos de la función a minimizar, como variaciones relacionadas con incrementos de dicha función. En los algoritmos de inversión convencional (estocástica, total, etc.) la analogía aquí utilizada no es perfecta debido a que estos últimos algoritmos citados equivaldrían a una variación monótonamente decreciente de la función a minimizar, llegándose en muchos casos a soluciones correspondientes a mínimos secundarios de la función de ajuste mencionada. En el presente estudio adaptamos el algoritmo de recocido simulado a problemas de geofísica de inversión conjunta de velocidades de fase y de grupo y atenuación de ondas de Rayleigh para obtener modelos elásticos y anelásticos para dos regiones hercinianas pertenecientes a la Península Ibérica. Previamente se realiza también mediante el recocido simulado una inversión de velocidades de fase y de grupo únicamente. Para contrastar la fiabilidad de los modelos, hemos realizado varias comparaciones entre los modelos aquí obtenidos y los modelos deducidos a partir de otros estudios geofísicos de la Península.

## LITHOSPHERIC STRUCTURE OF THE MEDITERRANEAN MARGIN OF THE IBERIAN PENINSULA

### Summary

The simulated annealing algorithm is an inversion procedure based on the random generation of models and thermodynamic analogies. The main objective is the search for the main global of a misfit function, which will be linked to the most probable model, being computed this function as the discrepancy between empiric data and data generated by possible models. In contrast with other inversion algorithms, the simulated annealing hardly ever will get trapped in secondary minima but will detect very accurately the global minimum of the misfit function. At present, we apply this algorithm to the joint inversion of phase and group velocities and attenuation coefficients for Rayleigh waves fundamental mode with the aim of deducing elastic and anelastic structures for two hercinic regions of the Iberian Peninsula. Previously, an inversion for phase and group velocity is also achieved. Models deduced by inversion are tested by comparing them with others obtained from different geophysical studies of the Iberian Peninsula.

## INTRODUCCIÓN

Los métodos de inversión geofísica se acostumbran plantear reduciéndolos a un sistema lineal o linealizado. Así, el planteamiento general  $\mathbf{d} = g(\mathbf{p})$ , siendo  $\mathbf{d}$  un conjunto de observaciones,  $\mathbf{p}$  el conjunto de parámetros que definen nuestro modelo de la Tierra y  $g(\mathbf{p})$  una función que relaciona observaciones y modelos, se reduce a  $\mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{p}$  si existe una relación lineal de  $\mathbf{d}$  y  $\mathbf{p}$ , o mediante una linealización del problema (donde  $A_{ij} = \partial g_i / \partial p_j$ ). A partir de aquí, intentamos encontrar  $\mathbf{p}$ , donde el vector  $\mathbf{d}$  obtenido de nuestras observaciones proviene del operador lineal  $\mathbf{A}$  aplicado a un vector desconocido  $\mathbf{p}$ . Usualmente, esta operación está *mal condicionada*, debido a que pequeñas variaciones de medida  $\partial \mathbf{d}$ , o errores de redondeo, pueden producir grandes variaciones  $\partial \mathbf{p}$  y dichas variaciones  $\partial \mathbf{p}$  pueden desvirtuar totalmente la solución verdadera<sup>14</sup>.

Dentro de los diversos métodos de inversión podemos destacar la inversión estocástica<sup>14</sup> que aplica la teoría de procesos estocásticos como un medio para utilizar nuestra preconcepción de los parámetros (resultados) y obtener la mayor información posible de problemas lineales o linealizados *mal condicionados*. Son numerosas las aplicaciones de la inversión estocástica en problemas geofísicos. Entre los más recientes estudios podemos citar las referencias<sup>3,12,13,23</sup>.

Otra técnica de inversión, usualmente utilizada, es el algoritmo de inversión total desarrollado por Tarantola<sup>33</sup>. En ella se muestran claramente aproximaciones por mínimos cuadrados a problemas de inversión no lineales y se da un procedimiento práctico para resolverlos. Ejemplos de este tipo de problemas en geofísica los podemos encontrar en las referencias<sup>21,22,23</sup>.

En este estudio, adaptamos el algoritmo de *recocido simulado* a la inversión de velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación de ondas de Rayleigh para obtener modelos regionales elásticos y anelásticos de la corteza y manto superior para dos regiones hercinianas pertenecientes a la Península Ibérica.

El algoritmo de *recocido simulado*<sup>20</sup> es un método de generación aleatoria de modelos que utiliza una analogía termodinámica para resolver problemas de búsqueda de un mínimo global. Esta técnica de investigación está basada en procesos aleatorios que evitan que un proceso de inversión quede atrapado en un mínimo local, aceptando tanto una transición correspondiente al decremento del valor de la función a minimizar, como el correspondiente a un incremento del valor de dicha función. Este último caso está limitado por un criterio de aceptación probabilística. En el proceso de minimización, la probabilidad de aceptar transiciones a valores mayores de la función hace posible que salga de un mínimo local y explore la totalidad del espacio de parámetros. En los algoritmos de minimización convencional (inversión estocástica, inversión total, etc.) la analogía no es perfecta debido a que éstos corresponden a enfriamientos rápidos del problema y en general, el valor de la función tiende a disminuir monótonamente, lo cual nos conduce a un mínimo local, que no necesariamente es el mínimo global.

Originado en una analogía con procesos termodinámicos<sup>26</sup>, el *recocido simulado* es asimilado al proceso de líquidos que se enfrían y cristalizan, o a metales que se enfrían y recalientan. A altas temperaturas, las moléculas de un líquido se mueven libremente con respecto a otras. Si el líquido se enfría lentamente, la movilidad térmica se pierde, los átomos son alineados propiamente de una forma cristalina y ordenada. Éste será estado de mínima energía por este sistema.

La esencia del proceso de *recocido* es el enfriamiento lento, permitiendo varias veces la redistribución de los átomos conforme pierdan movilidad. Esta definición técnica es esencial para asegurar que se ha obtenido un estado de mínima energía<sup>29</sup>.

Algunos ejemplos de aplicación de las técnicas del *recocido simulado* en diferentes campos de la física podemos encontrar en las referencias<sup>20,25,26</sup>. Las aplicaciones más recientes en geofísica son las dedicadas a la localización de sismos<sup>8</sup>, la inversión de la directividad de

ondas superficiales para obtener parámetros de la fuente sísmica<sup>24</sup> y la inversión de telesismos de ondas  $P$  para obtener modelos de velocidades de ondas sísmicas<sup>32</sup> y aplicaciones en la interpretación de los residuos de los tiempos de propagación de ondas sísmicas<sup>30</sup>. Es interesante señalar las aplicaciones recientes del *recocido simulado* en el análisis y diseño estructural y la ciencia de los materiales, como por ejemplo la optimización del diseño de estructuras de acero<sup>5</sup> y los efectos de la energía de radiación y temperatura en nuevos hormigones<sup>34</sup>.

## ALGORITMO DE RECOCIDO SIMULADO

Suponemos que tenemos un conjunto de observaciones  $\mathbf{d}$  y deseamos deducir un conjunto de parámetros  $\mathbf{p}$  que minimice la siguiente función

$$e(\mathbf{p}) = (\mathbf{d} - g(\mathbf{p}))^T (\mathbf{d} - g(\mathbf{p})) \quad (1)$$

donde  $e(\mathbf{p})$  es la función de minimización que representa algún proceso físico y  $g(\mathbf{p})$  una función que relaciona los parámetros  $\mathbf{p}$  con las observaciones  $\mathbf{d}$ .

Un punto del espacio de parámetros de dimensión  $s$  será

$$\mathbf{p}_j = (p_{j_1}, \dots, p_{j_s}) \quad (j = 1, \dots, N^s) \quad (2)$$

donde el valor de cada parámetro  $p_k$  ( $k = 1, \dots, s$ ) está dividido en  $N$  intervalos y  $N^s$  es un número finito de puntos del espacio.

Para encontrar el modelo  $\mathbf{p}_u$  que minimice (1) se deberá evaluar todos los posibles puntos  $N^s$  sobre nuestro espacio. Este gran número de puntos, debido a que  $N$  es grande si queremos buena resolución en el valor de los parámetros, hace en muchos casos imposibles el proceso, debido al tiempo de ordenador. Sin embargo, podemos seguir un camino aleatorio (*random walk*) usando un conjunto de analogías termodinámicas. De acuerdo con la referencia<sup>20</sup>, el esquema de *recocido simulado* es el siguiente:

a) Suponemos que el estado  $N^s$  sigue una distribución de Gibbs en el espacio de parámetros

$$\text{prob}(\mathbf{p} = \mathbf{p}_j) = \frac{\exp(-e(\mathbf{p}_j)/\sigma^2)}{\sum_j \exp(-e(\mathbf{p}_j)/\sigma^2)} \quad (3)$$

donde la función de ajuste definida en (1) es la analogía de la energía para el estado  $j$  y  $\sigma^2$  representa la constante de Boltzman  $k_B$  multiplicada por la temperatura absoluta  $T$  en el estado  $j$ .  $\sigma^2$  es en nuestro caso la varianza de ruido (errores experimentales) que deberá reducirse durante el *proceso de recocido* y el valor de  $\text{prob}(\mathbf{p} = \mathbf{p}_j)$  es la probabilidad del estado  $\mathbf{p}_j$ . Debe notarse que cuando  $\sigma^2 \rightarrow 0$ , el estado más probable queda muy realzado del resto de posibles estados. Es por ello que  $\sigma^2$  se irá reduciendo a lo largo de nuestro proceso.

b) El estado más probable (máxima verosimilitud) y la solución de nuestro problema será aquel asociado con el mínimo absoluto de (1).

c) El camino aleatorio (*random walk*) de nuestro espacio de parámetros, que tiende a encontrar el mínimo de (1), podemos resumirlo en los siguientes pasos (Figura 1):

Paso 1. Se selecciona un modelo inicial  $\mathbf{p}_i$

Paso 2. Se define un intervalo para cada parámetro del problema de inversión en las vecindades del modelo inicial.

Paso 3. Se intenta una transición aleatoria de  $\mathbf{p}_i$  a  $\mathbf{p}_j$  cuantificada por

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{p}_i + (I_1 r_1, \dots, I_s r_s) \quad (4)$$

donde  $I_1, \dots, I_s$  son los intervalos permitidos y  $r_1, \dots, r_s$  los números aleatorios con función de densidad constante en el intervalo  $[-1,1]$ .

**Figura 1.** Diagrama de flujo para el recocido simulado

Paso 4. De acuerdo a (3), la probabilidad de transición entre el estado  $i$  y el estado  $j$  se define como

$$\text{prob}(i/j) = \begin{cases} \exp[-(e_j - e_i)/\sigma^2], & \text{si } e_j > e_i \\ 1, & \text{si } e_j \leq e_i \end{cases} \quad (5)$$

Paso 5. Para el caso que  $\text{prob}(i/j) = 1$ , la transición se acepta, el modelo  $\mathbf{p}_i$  es reemplazado por  $\mathbf{p}_j$ , la varianza de ruido  $\sigma^2 = k_B T^2$  es reducida según un factor de enfriamiento (*cooling factor*) experimental y el algoritmo retorna al paso 3.

Paso 6. Para el caso de  $\text{prob}(i/j) < 1$ , la transición se acepta probabilísticamente aplicando el algoritmo de Metropolis<sup>26</sup>. Se genera un número aleatorio en el intervalo (0,1) con función de densidad constante. Si este número es menor o igual a  $\text{prob}(i/j)$ , la transición se acepta, se actualiza el modelo según el paso 5 y el algoritmo retorna al paso 3. Si el número aleatorio es mayor que  $\text{prob}(i/j) = 1$ , el algoritmo retorna directamente al paso 3 intentando una nueva transición sin modificar el modelo y sin reducir la varianza de ruido.

Cada transición aceptada representa un paso de la cadena finita de Markov<sup>30</sup> con probabilidad  $\text{prob}(i/j) = 1$ . Si suponemos que la cadena de Markov es aperiódica, la referencia<sup>19</sup> demostró que la probabilidad, con un número  $r$  de transiciones aceptadas, da el valor estacionario siguiente

$$p_j^0 = \lim_{r \rightarrow \infty} \text{prob}(i/j)^r \quad (6)$$

donde  $\text{prob}(i/j)^r$  es la probabilidad de transición en  $r$  pasos de  $i$  a  $j$ . Teniendo en cuenta que  $p_j^0$  es un valor estacionario, independiente del modelo inicial  $\mathbf{p}_i$ , después de un número suficiente de transiciones y de un factor de enfriamiento apropiado para  $\sigma^2$ , se obtiene un modelo final  $\mathbf{p}_u$ , que es independiente de la posición inicial.

Si seguimos un esquema de enfriamiento adecuado, el algoritmo de *recocido simulado* converge al mínimo global de la función. Esta convergencia queda demostrada por el teorema de la referencia<sup>7</sup>, donde indica que eventualmente, el algoritmo de recocido absorbe las arbitrariedades del modelo y resuelve adecuadamente los problemas de optimización combinatorial.

Debemos destacar que la varianza total de ruido se reduce a valores próximos a cero en el final del proceso pero en ningún caso exactamente cero, con lo cual no se garantiza la unicidad del modelo final. Se pueden esperar ligeras diferencias del modelo final iniciando el proceso de diferentes modelos iniciales. Consecuentemente, parece conveniente continuar el proceso de *recocido simulado* hasta que la varianza de ruido sea reducida en varios órdenes de magnitud y los modelos aceptados sean muy similares. Parecía lógico repetir el proceso varias veces con distintos modelos iniciales para cuantificar la no unicidad de la solución, no obstante el tiempo de ordenador necesario para obtener la incertidumbre en los parámetros puede ser excesivo. Alternativamente, se puede explorar alrededor del valor de la función de mínima energía y menor temperatura para obtener un valor esperado y una varianza en el espacio de parámetros siguiendo la distribución de Gibbs.

No existen reglas generales para seleccionar la varianza de ruido inicial, el factor de enfriamiento, las transiciones máximas para cada parámetro y las variaciones permitidas. Sin embargo, la experiencia sugiere que problemas similares necesitan parámetros de control del recocido también parecidos, aunque es igualmente conveniente alguna simulación numérica previa a estas aplicaciones para determinar los parámetros de control adecuados. Estos últimos aspectos se discuten en las diversas aplicaciones realizadas.

## APLICACIÓN

Uno de los tipos de ondas más importantes en la sismología de exploración es la onda de Rayleigh. Viaja a lo largo de la superficie de la Tierra e involucra una combinación de movimiento longitudinal y transversal confinado a un plano vertical que incluye la dirección de propagación de la onda. Genera un movimiento de trayectoria elíptica (polarización vertical) y retrógrada debido al sentido de rotación de las partículas al paso de la onda sísmica.

La principal característica es que la longitud de las ondas de Rayleigh decrece exponencialmente con la profundidad presentando un máximo en la superficie libre. Esta atenuación es menor cuanto mayor es la longitud de onda o periodo, por lo que a diferentes frecuencias obtenemos una valiosa información de la estructura interna para distintas profundidades.

El cálculo de la velocidad de fase de las ondas de Rayleigh se obtiene mediante métodos matriciales de acuerdo con los trabajos<sup>6,17</sup> entre otros. En las ondas de Rayleigh, una solución para la ecuación general del movimiento viene dada por

$$\begin{aligned} u_1 &= r_1(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \\ u_2 &= 0 \\ u_3 &= r_2(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  son las componentes de los desplazamientos radial, tangencial y vertical, el valor imaginario  $i$  en las fórmulas nos muestran el carácter elíptico y retrógrado de las ondas de Rayleigh y  $r_1$  y  $r_2$  son las funciones propias de los desplazamientos.

En un sistema de coordenadas cilíndricas, las ecuaciones del movimiento que gobiernan las funciones propias de las ondas de Rayleigh son

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k & 1/\mu & 0 \\ -k\lambda/(\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & 1/(\lambda + 2\mu) \\ -\rho\omega^2 + k^2\zeta & 0 & 0 & k\lambda(\lambda + 2\mu) \\ 0 & -\rho\omega^2 & -k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde  $(r_1, r_2, r_3$  y  $r_4)$  es el vector de funciones propias de desplazamientos y esfuerzos,  $\zeta = 4\mu(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu)$  y  $\varepsilon = r_1/r_2$  es la elipticidad de la onda,  $\omega$ ,  $k$ ,  $\lambda$  y  $\mu$  representan respectivamente la frecuencia angular, el número de onda y los parámetros elásticos de Lamé.

El concepto general de atenuación por la fricción interna es muy amplio. Un aspecto importante, investigado por muchos autores, es el desarrollo de las relaciones macroscópicas esfuerzo-deformación para reemplazar las leyes de Hooke y a partir de aquí obtener ecuaciones del movimiento para materiales con algún factor de calidad del material  $Q = Q(\omega)$  dependiente de la frecuencia. El uso de las restricciones de causalidad es un aspecto crítico y nos conduce a un fenómeno de dispersión, simplemente por la propagación en un medio anelástico. Una variación de velocidad o atenuación con la longitud de onda (o frecuencia) es llamada *dispersión* y da como resultado un cambio de la forma del tren de ondas con la distancia.

La necesidad de un material dispersivo en un medio atenuante fue estudiado por las referencias<sup>2,15</sup>. Las suposiciones de linealidad,  $Q$  constante y falta de dispersión, viola nuestras nociones elementales de causalidad. Nos conduce a un pequeño desplazamiento inicial de la forma del pulso de onda inclusive antes de  $t = 0$ , instante en que la onda sísmica sale del foco emisor. Si mantenemos las dos suposiciones iniciales y relajamos la tercera (es decir permitimos alguna dispersión), obtenemos una relación de velocidades de fase a dos diferentes frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$

$$\frac{c(\omega_1)}{c(\omega_2)} = 1 + \frac{1}{\pi Q} \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \quad (9)$$

donde  $Q$  es la atenuación temporal (factor específico de calidad).

La causalidad de la referencia<sup>15</sup> se basa en el uso de una frecuencia angular de referencia  $\omega_r$ . Así, la velocidad de fase causal  $c$  se expresa como

$$c = c_o + \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) \sum_{l=1}^n \left[ \frac{\partial c_o}{\partial \beta} \beta Q_{\beta}^{-1} + \frac{\partial c_o}{\partial \alpha} \alpha Q_{\alpha}^{-1} \right] \quad (10)$$

donde el subíndice  $o$  representa el valor de la velocidad de fase según un medio puramente elástico. Observamos que los parámetros elásticos  $c_o$  serán iguales a los parámetros totales  $c$  cuando la frecuencia angular  $\omega$  sea igual a  $\omega_r$ .

La velocidad de grupo causal  $U$  será

$$U = U_o \left[ 1 + \left( 2 - \frac{U_o}{c_o} \right) \left( \frac{c - c_o}{c_o} \right) + \frac{2\gamma U_o}{\pi\omega} \right] \quad (11)$$

donde  $\gamma$  es el coeficiente de atenuación espacial con idéntica interpretación para  $U_o$  y suponiendo que  $\left( \frac{c - c_o}{c_o} \right)^2 \ll 1$ .

Finalmente, la relación entre la atenuación espacial y la atenuación temporal es

$$\gamma = \frac{\pi}{T} \sum_{l=1}^n \left[ \frac{\alpha_l}{c^2} \left( \frac{\partial c}{\partial \alpha_l} \right)_l Q_{\alpha_l}^{-1} + \frac{\beta_l}{c^2} \left( \frac{\partial c}{\partial \beta_l} \right) Q_{\beta_l}^{-1} \right] \quad (12)$$

Si suponemos que podemos despreciar la pérdida de energía bajo esfuerzos puramente compresivos<sup>1</sup>, tenemos la siguiente relación

$$Q_{\alpha_l}^{-1} \approx \frac{4}{3} \left( \frac{\beta_l}{\alpha_l} \right)^2 Q_{\beta_l}^{-1} \quad (13)$$

Las ecuaciones (10), (11), (12) y (13) son necesarias si queremos una interpretación conjunta de las velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación para obtener modelos

de velocidades y fricción interna conjuntos de la onda de cizalla para la estructura interna de la Tierra.

Para este estudio hemos considerado dos regiones del dominio herciniano pertenecientes a la Península Ibérica. La base de datos consta de i) dispersiones de velocidades de fase y grupo de las ondas de Rayleigh<sup>23</sup> y ii) dispersión de coeficientes de atenuación anelástica de las ondas de Rayleigh<sup>12</sup>. Las Figuras 2a y 2b muestran las distintas regiones desde el punto de vista de las velocidades de fase y grupo y atenuaciones. Como región herciniana I consideraremos la superposición de las zonas 1 y 2 de velocidades de fase y grupo y la zona I de atenuaciones. Similarmente, la región herciniana II es el resultado de superponer la zona 3 de velocidades de fase y grupo y la zona II de atenuaciones. Los valores de las velocidades de fase y grupo definitivos para las regiones hercinianas I y II se muestran en la Tablas I y II. Los valores de los coeficientes de atenuación definitivos para las mismas regiones I y II se muestran en las Tablas III y IV.

**Figura 2.** Regionalización de la Península Ibérica de acuerdo con a) velocidades de fase y grupo<sup>23</sup> y b) coeficientes de atenuación anelástica<sup>11</sup>

$T$	$c$ (km s <sup>-1</sup> )	$\sigma(c)$	$U$ (km s <sup>-1</sup> )	$\sigma(U)$
15,00	3,045	0,060	2,750	0,055
20,00	3,215	0,080	2,610	0,110
25,00	3,395	0,085	2,750	0,135
30,00	3,550	0,065	2,945	0,150
35,00	3,605	0,065	3,260	0,140
40,00	3,685	0,060	3,400	0,125
45,00	3,710	0,055	3,565	0,070
50,00	3,740	0,045	3,655	0,040
55,00	3,770	0,035	3,665	0,030
60,00	3,785	0,030	3,690	0,015
65,00	3,775	0,095	3,635	0,060
70,00	3,835	0,090	3,635	0,070
75,00	3,815	0,110	3,600	0,065
80,00	3,845	0,090	3,590	0,050

**Tabla I.** Valores de las velocidades de fase y grupo y sus correspondientes desviaciones estándar para la región I obtenida por regionalización<sup>23</sup>

$T$	$c$ (km s <sup>-1</sup> )	$\sigma(c)$	$U$ (km s <sup>-1</sup> )	$\sigma(U)$
15,00	3,470	0,060	2,930	0,060
20,00	3,610	0,090	3,170	0,070
25,00	3,730	0,100	3,370	0,080
30,00	3,830	0,070	3,560	0,090
35,00	3,870	0,060	3,670	0,090
40,00	3,890	0,050	3,760	0,080
45,00	3,900	0,050	3,790	0,070
50,00	3,910	0,050	3,800	0,040
55,00	3,910	0,050	3,790	0,040
60,00	3,920	0,050	3,780	0,030
65,00	3,920	0,080	3,770	0,060
70,00	3,920	0,080	3,760	0,060
75,00	3,930	0,100	3,750	0,070
80,00	3,930	0,110	3,750	0,060

**Tabla II.** Valores de las velocidades de fase y grupo y sus correspondientes desviaciones estándar para la región II obtenida por regionalización<sup>23</sup>

$T$	$\gamma$ (10 <sup>-3</sup> ) (km <sup>-1</sup> )	$\sigma(\gamma)$
10,00	0,954	0,172
12,00	0,836	0,123
14,00	0,960	0,076
16,00	0,903	0,069
18,00	0,733	0,088
20,00	0,702	0,111
22,00	0,589	0,085
24,00	0,627	0,071
26,00	0,429	0,137
28,00	0,387	0,163
30,00	0,463	0,079
35,00	0,383	0,078
40,00	0,532	0,076
45,00	0,537	0,095
50,00	0,356	0,112
60,00	0,509	0,060
70,00	0,452	0,054
80,00	0,320	0,074
90,00	0,358	0,068
100,00	0,223	0,075
110,00	0,309	0,021
120,00	0,278	0,021

**Tabla III.** Valores de los coeficientes de atenuación y sus correspondientes desviaciones estándar para la región I obtenida por regionalización<sup>11</sup>

$T$	$\gamma$ ( $10^{-3}$ ) ( $\text{km}^{-1}$ )	$\sigma(\gamma)$
10,00	0,813	0,172
12,00	0,790	0,123
14,00	0,796	0,076
16,00	0,794	0,069
18,00	0,776	0,088
20,00	0,641	0,111
22,00	0,701	0,085
24,00	0,654	0,071
26,00	0,671	0,137
28,00	0,544	0,163
30,00	0,501	0,079
35,00	0,629	0,078
40,00	0,616	0,076
45,00	0,550	0,095
50,00	0,536	0,112
60,00	0,493	0,060
70,00	0,480	0,054
80,00	0,385	0,074
90,00	0,396	0,068
100,00	0,364	0,075
110,00	0,357	0,021
120,00	0,356	0,021

**Tabla IV.** Valores de los coeficientes de atenuación y sus correspondientes desviaciones estándar para la región II obtenida por regionalización<sup>11</sup>

Esta base de datos se ha obtenido de la aplicación conjunta de dos algoritmos de agrupamiento de reciente aplicación en problemas de sismotectónica<sup>22</sup> y tomografía sísmica<sup>23</sup>, conocidos como Análisis de Componente Principal<sup>28</sup> (PCA, por sus siglas en inglés) y de Enlace Promediado<sup>18</sup> (AL, por sus siglas en inglés). Estos algoritmos evitan una regionalización a priori, es decir, la regionalización se realiza sin restricciones previas del número y enlace entre posibles regiones y áreas tectónicas.

Dado que el algoritmo de *recocido simulado* requiere un modelo inicial para el proceso de inversión, hemos tomado como estructura inicial de velocidad de cizalla obtenida por la referencia<sup>3</sup>. Se obtiene de una aproximación de la distribución de las constantes elásticas de la Tierra por un número finito de planos horizontales, consistentes en capas homogéneas sobre un semiespacio, para profundidades comprendidas entre 0 y 350 km. Se ha tomado un modelo de Tierra inicial de 24 capas para apreciar mejor las posibles variaciones de la velocidad de cizalla con la profundidad. Como modelo inicial de fricción interna se ha tomado el obtenido por la referencia<sup>27</sup>, calculado a partir de la inversión estocástica para cada región en estudio. La función de energía a minimizar  $e(\mathbf{p})$  se evalúa de acuerdo a la ecuación (1). Para nuestro caso hemos de definir dos funciones de energía

$$\begin{aligned}
 e_1(\mathbf{p}) &= \Sigma[(c - c_{obs})^2 + (U - U_{obs})^2] \\
 e_2(\mathbf{p}) &= \Sigma(\gamma - \gamma_{obs})^2
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

siendo  $e_1(\mathbf{p})$  y  $e_2(\mathbf{p})$  respectivamente las funciones de ajuste para las velocidades de fase y de grupo y para las atenuaciones. Dicho desdoblamiento debe hacerse en nuestro caso debido a los diferentes órdenes de magnitud de ambas energías.  $c$ ,  $U$  y  $\gamma$  son velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación generados,  $c_{obs}$ ,  $U_{obs}$  y  $\gamma_{obs}$  son velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación observadas.

En la evolución de las funciones de energía se aprecia que existen muchos mínimos locales. Cuando el proceso se atrapa en un mínimo que suponemos como mínimo global (absoluto), entonces detenemos el algoritmo de recocido y damos ésta como la mejor solución. El objetivo de las funciones de energía será tener valores cercanos a 0, el que se consigue si las velocidades de fase y grupo y los coeficientes de atenuación de las dispersiones generadas son muy similares a los valores observados.

Hemos supuesto un decaimiento exponencial de  $\sigma^2$  modelado por  $\sigma^2 = \sigma_o^2 e^{-kN_a}$  donde  $N_a$  es el número de transiciones aceptadas a lo largo de *random walk* y  $k$  es igual a 0,1. Para nuestro caso,  $\sigma_o^2 = 100$ . Pruebas empíricas para obtener el mejor valor de  $k$  nos conducen a que para valores mayores a 0,1 el problema se enfría demasiado rápido y nos quedamos en un mínimo secundario. Con valores de  $k$  menores a 0,1 obtenemos buenas estimaciones de los parámetros elásticos del problema, pero consumen demasiado tiempo de ordenador.

Para la inversión de velocidades de fase y grupo se ha evaluado la función de energía  $e_1(\mathbf{p})$  y se han realizado varias simulaciones previas. Con variaciones máximas y mínimas 5, 10 y 15 % del modelo inicial y transiciones de 0,01 y 0,02 km s<sup>-1</sup> en cada iteración, el mejor modelo se obtiene con 10 % de variación y 0,02 km s<sup>-1</sup> de transición para la región I y de 10 % de variación y 0,01 km s<sup>-1</sup> de transición para la región II.

Para la inversión de velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación anelástica se han evaluado dos funciones de energía  $e_1(\mathbf{p})$  y  $e_2(\mathbf{p})$ . Pruebas realizadas previamente con variaciones de 10, 20 y 30 % y transiciones de 0,0050; 0,0025; 0,0005 y 0,0001 para  $Q_\beta^{-1}$  nos sugieren para la región I valores de 10 % y 0,01 km s<sup>-1</sup> para  $\beta$  y 30 % y 0,0025 para  $Q_\beta^{-1}$ . Para la región II obtenemos valores de 10 % y 0,01 km s<sup>-1</sup> para  $\beta$  y 20 % y 0,0050 para  $Q_\beta^{-1}$ .

## INVERSIÓN DE VELOCIDADES DE FASE Y GRUPO

Una vez obtenidos los valores apropiados para variaciones y *transiciones del recocido*, así como de  $\sigma_o^2$  y  $k$ , procedemos a analizar los mejores modelos obtenidos para las regiones hercianas I y II en estudio.

En la región I, el mejor modelo de velocidad de cizalla es obtenido con variaciones del modelo de 10 % y transiciones de 0,02 km s<sup>-1</sup>. De los 74594 modelos probados se han aceptado 250. Uno de los puntos más importantes para decidir el mejor modelo de velocidades es la evolución de la función de energía 1 de las velocidades de fase y de grupo (Figura 3). En ella se aprecian los mayores valores de energía en los primeros 75 pasos, luego viene un decaimiento gradual de la energía hasta el paso 200, desde el cual se inicia la estabilización de la función a valores mínimos de energía (valor último de 0,009 en el paso 250).

El modelo final de velocidades de cizalla (Figura 4) presenta características diferenciadas del modelo inicial. Observamos dos pequeñas capas de baja velocidad en la astenosfera, una entre los 7 y 9 km y la otra entre los 14 y 24 km. El canal de baja velocidad en la astenosfera se muestra claramente entre los 81 y los 181 km. Se observa la máxima velocidad de 4,93 km s<sup>-1</sup> en los 221 km. El ajuste entre los valores teóricos y experimentales de las velocidades de fase y de grupo es muy bueno en todo el rango de periodos estudiado (Figura 5). Todas las discrepancias entre velocidades observadas y teóricas caen dentro de las desviaciones estándar observadas.

En la región II, el mejor modelo de velocidades de cizalla se obtiene con variaciones del modelo de 10 % y transiciones de 0,01 km s<sup>-1</sup>. De los 74114 modelos probados se han aceptado 270. La decisión del mejor modelo (similar a la región I) es dada por la evolución de la función de energía de las velocidades de fase y de grupo (Figura 3). Se aprecian oscilaciones importantes de energía en los primeros 120 pasos, a partir del cual se inicia un decaimiento gradual de la energía hasta los 225 pasos donde empieza la estabilización de la función hasta el valor mínimo de energía (valor último de 0,003 en el paso 270).

**Figura 3.** Evolución de las funciones de energía en la región I y II

**Figura 4.** Modelo de velocidades de cizalla y sus variaciones en la región I

**Figura 5.** Ajuste de velocidades de fase y grupo teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones típicas para la región I

El modelo final de velocidades de cizalla (Figura 6) presenta características propias del modelo inicial. Observamos tres pequeñas capas de baja velocidad, una entre 5 y 11 km, la segunda entre los 17 y 24 km y una tercera entre los 41 y 51 km. El canal de baja velocidad en la astenosfera se localiza entre los 81 y 181 km. En la parte más profunda se aprecian las mayores velocidades, con un valor máximo de  $4,91 \text{ km s}^{-1}$  en los 201 km. El ajuste entre los valores teóricos y experimentales de velocidades de fase y grupo es muy bueno en todo el rango de periodos estudiado (Figura 7). Todas las discrepancias entre velocidades observadas y teóricas caen de nuevo dentro de las desviaciones estándar observadas.

Podemos resaltar que el valor último de la función de energía (velocidades de fase y grupo) es significativamente menor que los valores iniciales de energía, tanto para la región I como la región II, con lo cual el objetivo buscado de reducir la función de ajuste se ha logrado satisfactoriamente (Figura 3).

**Figura 6.** Modelo de velocidades de cizalla y sus variaciones en la región II

**Figura 7.** Ajuste de velocidades de fase y grupo teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones típicas para la región II

## INVERSIÓN DE VELOCIDADES DE FASE Y GRUPO Y COEFICIENTES DE ATENUACIÓN ANELÁSTICA

Una vez obtenidos los valores más apropiados para variaciones y transiciones del *recocido simulado conjunto*, procedemos a analizar los mejores modelos de velocidades de cizalla y fricción interna para las regiones I y II en estudio.

En la región I, los mejores modelos son obtenidos con variación del 10 % y transiciones de  $0,01 \text{ km s}^{-1}$  para las velocidades de cizalla y variaciones de 30 % y transiciones de 0,0025 para la fricción interna. Para este caso se han probado 46864 modelos, aceptándose 295 modelos.

En la función de energía 1 para velocidades de fase y grupo (Figura 8) se aprecian los mayores valores de energía para los primeros 100 pasos, luego viene un decaimiento gradual del valor de la función hasta los 250 pasos. En el último tramo se inicia la estabilización de la función hasta valores mínimos de energía (valor último de 0,027 en el paso 295). En la función de energía 2 para coeficientes de atenuación anelástica (Figura 9) se aprecian oscilaciones importantes en los primeros 250 pasos, luego se inicia la estabilización de la función a valores mínimos de energía (valor último de  $1,95 \cdot 10^{-8}$  en el paso 295).

**Figura 8.** Evolución de la función de energía 1 para las regiones I y II (Recocido simulado conjunto)

**Figura 9.** Evolución de la función de energía 2 para las regiones I y II (Recocido simulado conjunto)

El modelo de velocidades de cizalla presenta características diferentes al modelo inicial (Figura 10). Observamos tres pequeñas capas de baja velocidad, una entre 7 y 11 km, otra entre 21 y 24 km y la tercera entre los 41 y 51 km. Se aprecia claramente el canal de baja velocidad en la astenosfera entre los 81 y 181 km con gradiente de velocidades negativo. A partir de los 181 km se aprecian las mayores velocidades, con el valor máximo de  $5,04 \text{ km s}^{-1}$  a una profundidad media de 300 km. El ajuste entre los valores teóricos y experimentales de las velocidades de fase y grupo es bueno en todo el rango de periodos estudiado (Figura 11). Prácticamente todas las dispersiones calculadas caen dentro de las desviaciones estándar observadas.

**Figura 10.** Modelo de velocidades de cizalla y sus variaciones en la región I (Recocido simulado conjunto)

**Figura 11.** Ajuste de velocidades de fase y grupo teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones típicas para la región I (Recocido simulado conjunto)

El mejor modelo de fricción interna obtenido (Figura 12) mantiene la misma forma que el modelo inicial, sólo difieren en los valores numéricos. Se muestran tres zonas de alta fricción interna. La zona de mayores valores se localiza en la astenosfera entre los 81 y 181 km, donde el máximo valor es  $61 \cdot 10^{-3}$  para  $Q_{\beta}^{-1}$  localizada en los 141 km. La segunda zona

muy superficial está localizada a 7 km de profundidad, mientras la tercera que se puede asociar a la transición corteza-manto superior se localiza entre los 24 y 31 km. El ajuste entre los valores teóricos y experimentales de los coeficientes de atenuación anelástica es muy bueno en todo el rango de periodos (Figura 13). Todos los valores obtenidos caen dentro de las desviaciones estándar observadas.

**Figura 12.** Modelo de fricción interna para la región I (Recocido simulado conjunto)

**Figura 13.** Ajuste de los coeficientes de atenuación teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones estándar para la región I (Recocido simulado conjunto)

En la región II los mejores modelos se obtienen con variación del 10 % y transiciones de  $0,01 \text{ km s}^{-1}$  para las velocidades de cizalla y variaciones de 20 % y transiciones de 0,0050 para la fricción interna. Para este caso se han probado 2448 modelos, aceptándose 278 de ellos.

En la función de energía 1 de velocidades de fase y grupo (Figura 8) se aprecian los mayores valores de energía para los primeros 100 pasos. A partir de aquí se inicia un decaimiento gradual de la energía hasta los 250 pasos desde el cual se inicia la estabilización

de la función hasta obtener los valores mínimos de energía (valor último de 0,003 en el paso 278). En la función de energía 2 de coeficientes de atenuación anelástica (Figura 9) se aprecian oscilaciones importantes de energía en los primeros 260 pasos, luego la función se asintotiza a valores mínimos de energía (valor último de  $0,09 \cdot 10^{-7}$  en el paso 278).

El modelo de velocidades de cizalla presenta características diferenciales respecto al modelo inicial (Figura 14). Observamos dos pequeñas capas de baja velocidad, la primera muy superficial entre los 7 y 11 km, mientras la segunda entre los 41 y 51 km. El canal de baja velocidad en la astenosfera aparece claramente definido entre los 81 y 181 km, a partir del cual se aprecian las mayores velocidades, con el valor máximo de  $4,85 \text{ km s}^{-1}$  en los 300 km. El ajuste entre las velocidades de fase y grupo teóricas y experimentales es muy bueno en todo el rango de periodos (Figura 15). Todos los valores teóricos caen dentro de las desviaciones estándar observadas.

**Figura 14.** Modelo de velocidad de cizalla y sus correspondientes variaciones en la región II (Recocido simulado conjunto)

**Figura 15.** Ajuste de velocidades de fase y grupo teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones estándar para la región II (Recocido simulado conjunto)

El mejor modelo de fricción interna (Figura 16) mantiene la misma forma que el modelo inicial, sólo difieren en valores numéricos. Los mayores valores de fricción interna aparecen entre los 81 y 181 km, con un valor máximo de  $60 \cdot 10^{-3}$  para  $Q_{\beta}^{-1}$  en los 141 km. El inicio de la astenosfera se observa claramente en los 81 km, si suponemos el salto brusco de  $Q_{\beta}^{-1}$  en dicha profundidad. Además, se aprecia una zona muy superficial de alta fricción interna localizada a los 3 km de profundidad. Los valores teóricos y experimentales de los coeficientes de atenuación anelástica presentan un buen ajuste en todo el rango de periodos estudiados (Figura 17). Todos los valores obtenidos caen dentro de las desviaciones estándar observadas.

**Figura 16.** Modelos de fricción interna para la región II (Recocido simulado conjunto)

**Figura 17.** Ajuste de los coeficientes de atenuación teóricos y experimentales con sus correspondientes desviaciones para la región II (Recocido simulado conjunto)

Se observa en las regiones I y II que el valor último de la función de energía 1 (valores de fase y grupo) es significativamente menor que la función de energía inicial, con lo cual el objetivo buscado de reducir la función de ajuste ha sido logrado satisfactoriamente. En el

caso de la evolución de la energía 2 (coeficientes de atenuación), se observa una tendencia a reducir la energía, estabilizando el valor la función. Sin embargo, esta reducción no ha sido tan importante. Debemos considerar que el modelo inicial de  $Q_{\beta}^{-1}$  proviene de una inversión estocástica previa realizada con los coeficientes de atenuación de las Tabla III y IV, mientras el modelo inicial elástico no proviene de ninguna inversión, sino que se ha supuesto idéntico al utilizado por las referencias<sup>3,4</sup>. Además, a diferencia de las velocidades de fase y grupo observadas, donde el grado de dificultad para lograr la curva de ajuste es menor (Figura 11 y 15), el ajuste de los coeficientes de atenuación muestran un grado de dificultad mayor (Figura 13 y 17).

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para la discusión de resultados hemos realizado comparaciones entre los resultados obtenidos y otros estudios de la Península Ibérica para poder contrastar la fiabilidad de los mismos.

Para la región I, comparando las Figuras 10 y 12, se aprecian tres capas de alta fricción interna. La primera a 5 km se corresponde con una capa de baja velocidad, la segunda a 21 km se asocia a una capa de baja velocidad y la tercera en la astenosfera, entre los 81 y 181 km, con los mayores valores de fricción interna se asocian con capas de baja velocidad del modelo elástico. El mayor aumento de  $Q_{\beta}^{-1}$  en los 81 km se puede interpretar como el inicio de la astenosfera que coincide con el inicio del canal de baja velocidad.

Similarmente, comparando los modelos de velocidades y fricción interna para la región II (Figura 14 y 16) se observa que la zona de mayor fricción interna está localizada en la astenosfera y se asocia a una zona de baja velocidad entre los 81 y 181 km. Una segunda zona muy superficial está localizada en los 5 km de profundidad y se corresponde con una zona de baja velocidad. Se aprecia claramente un aumento súbito de  $Q_{\beta}^{-1}$  en los 81 km, que se puede interpretar como el inicio de la astenosfera.

En la comparación de modelos de velocidades de cizalla obtenidos por el *recocido simulado y el recocido simulado conjunto* se aprecian cambios importantes entre los modelos calculados por ambas inversiones y el modelo inicial de la referencia<sup>3</sup>. Al comparar los modelos de velocidades de cizalla de la región I (Figuras 4 y 10) se aprecian tres zonas de baja velocidad. La más importante está localizada en la astenosfera entre los 81 y 181 km, con una disminución escalonada de velocidades en profundidad. Las otras dos zonas se localizan entre los 5 y 9 km y entre los 14 y 24 km, donde la capa más superficial coincide con la capa de baja velocidad del modelo inicial.

Similarmente, en la Figura 7 y 14 se muestra la comparación de modelos de velocidades de cizalla en la región II. Se aprecia una zona muy marcada de baja velocidad en la astenosfera en ambos modelos situada entre los 81 y 181 km. Además, se muestra una pequeña zona de baja velocidad entre los 7 y 11 km que se asocia con el modelo inicial y dos capas entre los 18 y 24 km y entre los 41 y 51 km de profundidad que no se corresponden a ninguna singularidad del modelo inicial. Debe mencionarse la tendencia observada en ambas regiones, consistente en un aumento de la velocidad de cizalla en toda la estructura en el caso causal (*recocido simulado conjunto*), en contraste con el caso no causal (inversión de velocidades de fase y de grupo).

Para contrastar la fiabilidad de los resultados es importante tener conocimiento de los estudios anteriores y de resto de información que se tiene de la zona. En nuestro caso, las regiones I y II están comprendidas dentro de la zona herciniana en la Península Ibérica, para la cual disponemos de una cantidad importante de trabajos realizados en esta zona, tanto de modelos de velocidades de cizalla como de fricción interna.

En cuanto a la base de datos, podemos indicar que los resultados de dispersiones de velocidades de fase y grupo obtenidos por la referencia<sup>4</sup> en la trayectoria NE21-NE27

y por la referencia<sup>13</sup> en la trayectoria NE13-NE21 son compatibles con nuestros datos y los coeficientes de atenuación anelástica mantienen una gran similitud con los trabajos realizados por las referencias<sup>9,10,11</sup>. Debemos indicar que los dos primeros estudios provienen de registros analógicos en la red de estaciones WWSSN, mientras que la referencia<sup>11</sup> añadió a estos resultados datos digitalizados procedentes de estaciones de la red NARS.

Para la comparación de modelos de velocidades de cizalla hemos tomado los mismos estudios que para las dispersiones de velocidades<sup>4,13</sup>. En la región I se aprecian algunas diferencias si los comparamos con los estudios de las referencias<sup>4,13</sup>. En los primeros kilómetros de la corteza, los modelos obtenidos muestran dos pequeñas capas de baja velocidad, la primera muy superficial entre los 7 y 11 km y la segunda entre los 21 y 14 km, ambas similares a las obtenidas en las referencias<sup>4,13</sup>, aunque con valores de velocidad diferentes. Si interpretamos la transición de la corteza al manto como la discontinuidad de Mohorovicic, ésta se nos pone de manifiesto, a unos 31 km de profundidad, con un incremento promedio de  $0,68 \text{ km s}^{-1}$ . En las referencias<sup>4,13</sup> el Moho aparece a la misma profundidad (31 km). Debajo de la corteza, en el inicio del manto superior, se observa una capa de baja velocidad sólo en el *recocido simulado conjunto* similar a las de las referencias<sup>4,13</sup>, localizada entre los 41 y 51 km. El canal de baja velocidad en la astenosfera se encuentra claramente definido entre los 81 y 181 km en nuestros dos modelos, donde las velocidades presentan una reducción gradual en profundidad. Este canal coincide en profundidad con los obtenidos por las referencias<sup>4,13</sup>. La zona del manto superior debajo del canal en la astenosfera muestra las más altas velocidades. La transición aparece de forma abrupta y es la parte de la estructura más profunda de nuestro estudio.

En la región II, los resultados obtenidos muestran características similares a los estudios de las referencias<sup>4,13</sup>. En los primeros kilómetros de la corteza, los modelos obtenidos muestran dos pequeñas capas de baja velocidad, la primera entre los 7 y 11 km y la segunda entre los 17 y 24 km, ambas similares a las obtenidas en las referencias<sup>4,13</sup>. La discontinuidad de Mohorovicic aparece en los 31 km, con un cambio de velocidad de  $0,47 \text{ km s}^{-1}$  en el *recocido simulado conjunto*. Debajo de la corteza, en el inicio del manto superior, se observa una capa de baja velocidad en nuestros dos modelos, localizada entre los 41 y 51 km. El canal de baja velocidad en la astenosfera queda perfectamente definido en los dos modelos, con variaciones de velocidad parcialmente homogéneas. Está ubicado entre los 81 y 181 km, similar a los resultados obtenidos por las referencias<sup>4,13</sup>. Finalmente, en la estructura más profunda de nuestro estudio aparece un cambio brusco de velocidad en los 181 km y se aprecian las más altas velocidades de nuestro estudio.

Para la comparación de modelos de fricción interna hemos considerado los trabajos de las referencias<sup>9,10,11</sup>. Respecto a la referencias<sup>10</sup>, el rango de periodo estudiado estuvo comprendido entre los 10 y 30 s. La referencia<sup>9</sup> obtuvo un rango de periodos mayor, comprendido entre los 7,5 y 60 s. Ambos estudios provienen de datos analógicos de la trayectoria PTO-TOL, localizada en el dominio herciniano. Sin embargo la referencia<sup>11</sup> obtuvo un rango de periodos similares a nuestro estudio.

En la región I, los modelos de fricción interna obtenidos por el *recocido simulado conjunto* muestran alguna similitud si los comparamos con otros estudios. Con la referencia<sup>10</sup>, el máximo valor de fricción interna aparece en los 30 km. En la referencia<sup>9</sup> tenemos un primer máximo en 5 km y un segundo máximo en los 41 km, que se puede asociar al obtenido por la referencia<sup>10</sup>. La referencia<sup>11</sup> obtiene la máxima fricción interna entre los 81 y 131 km y otras dos zonas de alta fricción en los 5 y 31 km. El modelo obtenido por *recocido simulado conjunto* presenta una zona de máxima fricción interna localizada en la astenosfera entre los 81 y 181 km y dos zonas de alta fricción interna en profundidades medias de 5 y 24 km. Si comparamos nuestros resultados con la referencia<sup>11</sup>, podemos afirmar la existencia de una zona de máxima fricción interna localizada en el canal de baja velocidad en la astenosfera en profundidades comprendidas entre los 81 y 181 km. En la corteza podemos afirmar la

existencia de dos zonas de alta fricción interna en las profundidades comprendidas entre los 5 y 9 km y la segunda entre los 24 y 31 km de profundidad.

En la región II, el modelo de fricción interna obtenido por *recocido simulado conjunto* muestra alguna similitud a los obtenidos en la región I. Los dos modelos presentan una zona de máxima fricción interna localizada entre los 81 y 181 km que se puede asociar a la obtenida por referencia<sup>11</sup>. Además, se aprecian dos zonas de alta fricción interna en los dos modelos. La primera, muy superficial, entre los 5 y 7 km que se puede asociar a las referencias<sup>9,11</sup> en la misma profundidad. La segunda, debajo del Moho, entre los 31 y 41 km que se asocia a los obtenidos por las referencias<sup>10,11</sup> a la misma profundidad, sin embargo el obtenido por referencia<sup>9</sup> se inicia a una profundidad mayor (41 km).

## CONCLUSIONES

El recocido simulado es un potente algoritmo que resuelve eficientemente problemas de optimización combinatorial, es decir, encontrar el mínimo de una función multivariable. Para nuestro caso, la inversión de dispersiones de velocidades y atenuación de ondas de Rayleigh, se han obtenido modelos elásticos y anelásticos para la corteza y manto superior de dos regiones hercinianas de la Península Ibérica con muy buen ajuste entre las dispersiones observadas y las dispersiones generadas. Debe destacarse, no obstante, la importancia de escoger adecuadamente los parámetros de control de proceso de recocido para obtener modelos correctos.

En la comparación de modelos de velocidades de cizalla y fricción interna se cumple mejor la relación inversa (a mayor  $\beta$  se asocia un menor  $Q_{\beta}^{-1}$  y viceversa) para las dos regiones en estudio. De aquí se desprende que la inversión del *recocido simulado conjunto* de dispersiones de velocidades y atenuación parece ser el método más adecuado para la inversión causal de velocidades de fase y grupo y coeficientes de atenuación anelástica.

Los resultados obtenidos confirman la existencia de varias estructuras en la corteza y manto superior de la zona herciniana de la Península. Si comparamos con otras regiones peninsulares<sup>11,23</sup>, las velocidades de cizalla son las más altas y las fricciones internas las más bajas de toda la Península Ibérica. Debido a los altos valores de factores de calidad (inverso de la fricción interna) en todo el rango de profundidades, podemos afirmar que son zonas tectónicas antiguas, estables, con baja atenuación anelástica y además asociadas con la menor peligrosidad sísmica de la Península.

Las características sismotectónicas y geotectónicas tienen una estrecha relación con los parámetros geofísicos de las zonas en estudio<sup>11,31</sup>. De los estudios realizados, en general, podemos afirmar que para periodos cortos y profundidades menores a 100 km debe existir una correlación con las características sismotectónicas y geotectónicas de las regiones en estudio. Estos datos sismogeotectónicos sólo están relacionados con parámetros superficiales, por lo que a mayores profundidades esta relación no tiene por que existir. Además, cuanto más antigua y estable es una región, presenta mayores valores de velocidades de cizalla, menor atenuación y menores valores de fricción interna (p.e. las referencias<sup>4,9,10,13</sup>). En la Península Ibérica, la zona con menor actividad sismotectónica es la región herciniana, donde la actividad sísmica es mínima y dispersa, pudiéndose en general asociar la actividad sísmica a zonas neógenas y de plegamiento alpino.

Los modelos obtenidos se caracterizan por bruscas variaciones de las velocidades de propagación de las ondas sísmicas. La discontinuidad de Mohorovicic limita nítidamente la corteza del manto superior con una profundidad media de 31 km. Podemos interpretar el mayor incremento de fricción interna a 81 km de profundidad como la transición litosfera-astenosfera en las dos zonas en estudio.

Un parámetro importante relacionado con la atenuación anelástico es la pseudoaceleración del terreno. Las zonas con mayor actividad sísmica se asocian con curvas de

seudoaceleraciones que decaen más rápidamente<sup>16</sup> al aumentar el periodo, lo cual concuerda con los resultados obtenidos en este estudio. Cabe destacar que los coeficientes de atenuación y los valores de fricción interna calculados en las regiones I y II son los menores, si los comparamos con valores obtenidos en las demás regiones de la Península<sup>9,10,11</sup>.

Finalmente, para el *recocido simulado*, las variaciones máximas recomendadas en el modelo de velocidades de cizalla son del 10 %, con transiciones entre modelos de 0,01 y 0,01 km s<sup>-1</sup>. En la inversión mediante el algoritmo de *recocido simulado conjunto*, las variaciones máximas recomendadas en el modelo de velocidades de cizalla son las mismas que las obtenidas por el *recocido simulado*, mientras que para la fricción interna, las variaciones máximas son de 20 y 30 %, con transiciones entre modelos de 0,0025 y 0,0050 de  $Q_{\beta}^{-1}$ .

Los valores más convenientes para el modelado de  $\sigma^2 = \sigma_o^2 e^{-kN_a}$  son  $\sigma_o^2$  igual a 100,  $k$  igual a 0,1, siendo  $N_a$  el número de transiciones aceptadas a lo largo del *random walk*. Con valores de  $k$  mayores de 0,1, el problema se “enfriá” demasiado rápido, mientras que con valores de  $k$  menores que 0,1 el algoritmo consume demasiado tiempo de ordenador para llegar a un modelo final razonable.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido realizado gracias a la financiación aportada por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica del Ministerio de Educación y Ciencia (España) a través de los proyectos PB95-0777 y MAR95-1916-CO2-01.

## REFERENCIAS

- 1 D.L. Anderson, A. Ben-Menahen y C. Archambeau, “Attenuation of seismic energy in the upper mantle”, *J. Geophys. Res.*, Vol. **70**, pp. 1441–1448, (1965).
- 2 Sh.A. Azimi, A.V. Kalinin, V.V. Kalinin y B.L. Pivovarov, “Impulse and transient characteristics of media with linear and quadratic absorption laws”, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, February, pp. 88-93, (1968).
- 3 J. Badal, V. Chorchete, G. Payo, F.J. Serón, J.A. Canas y L. Pujades, “Deep structure of the Iberian Peninsula determined by Rayleigh wave velocity inversion”, *Geoph. J. Int.*, Vol. **108**, pp. 71–108, (1992).
- 4 J. Badal, V. Chorchete, G. Payo, J.A. Canas y L. Pujades, “Imaging of shear wave velocity structure beneath Iberia”, *Geophys. J. Int.*, Vol. **124**, pp. 591–611, (1996).
- 5 R.J. Balling, “Optimal steel frame design by simulated annealing”, *J. Struc. Engng., ASCE*, Vol. **117**, N° 6, pp. 1780–1795, (1991).
- 6 M. Bath, “*Mathematical aspects of seismology*”, Elsevier, Amsterdam, (1968).
- 7 C.J.P. Bélise, “Convergence theorems for a class of simulated annealing algorithms on  $R^d$ ”, *J. Appl. Probability*, Vol. **18**, N° 2, pp. 255–266, (1992).
- 8 S.D. Billings, “Simulated annealing for earthquake location”, *Geophys. J. Int.*, Vol. **118**, N° 3, pp. 680–692, (1994).
- 9 C. Blay, “Modelización anelástica de la Península Ibérica”, Tesis doctoral, ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña, (1991).

- 10 J.A. Canas, F. De Miguel, F. Vidal y G. Alguacil, "Anelastic Rayleigh wave attenuation in the Iberian Peninsula", *Geoph. J. Int.*, Vol. **95**, pp. 391–396, (1988).
- 11 O. Caselles, "Tomografía anelástica de la Península Ibérica", Tesis doctoral, ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña, (1995).
- 12 O. Caselles, X. Lana, J.A. Canas y J. Badal, "Anelastic structure of the Iberian Peninsula obtained for an automated regionalization algorithm and the stochastic inversion", *Tectonophysics*, (1998).
- 13 V. Corchete, J. Badal, L. Pujades y J.A. Canas, "Shear velocity structure beneath the Iberian Massif from broadband Rayleigh wave data", *Phys. Earth. Planet. Int.*, Vol. **79**, pp. 349–365, (1993).
- 14 J.N. Franklin, "Well-posed stochastic extensions of ill-posed linear problems", *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. **31**, pp. 682–716, (1970).
- 15 W.I. Futterman, "Dispersive body waves", *J. Geog. Res.*, Vol. **67**, pp. 5279–5291, (1962).
- 16 M. García, "Atenuación espectral de ondas  $L_g$  y pseudoaceleración máxima en la Península Ibérica", Tesis doctoral, Facultad de Física, Universidad de Barcelona, (1989).
- 17 N.A. Haskell, "The dispersion of surface waves an multilayered media", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. **43**, pp. 17–34, (1953).
- 18 C.S. Kalkstein, G. Tan y J.R. Skindlov, "An evaluation of three clustering procedures for use in synoptic climatological classifications", *J. Clim. Appl. Meteorol.*, Vol. **26**, pp. 717–730, (1987).
- 19 J. Kemeny y J. Snell, "*Finite Markov chains*", Van Nostand Co., Holanda, (1960).
- 20 S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt Jr. y M.P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol. **220**, pp. 671–680, (1983).
- 21 X. Lana y A.M. Correig, "An example of stress tensor distribution deduced from the aftershocks of the November 23, 180 southern Italy earthquake", *Tectonophysics*, Vol. **135**, pp. 289–296, (1986).
- 22 X. Lana y G. Fernández Mills, "Local lithospheric stress distribution deduced by means of total inversion algorithm and objective classification method", *Pure Appl. Geophys.*, Vol. **138**, N° 2, pp. 229–247, (1992).
- 23 X. Lana, G. Fernández Mills, J. Badal y J.A. Canas, "Objective regionalization of Rayleigh wave dispersion data by means of clustering algorithms", *Geophys. J. Int.*, Vol. **129**, pp. 421–438, (1997).
- 24 F.D. Lane y T.M. Boyd, "Determination of kinematic rupture parameters from surface wave directivity. An application of simulated annealing to a nonlinear optimization problem", *Trans Am. Geophys.*, Vol. **72**, (1991).
- 25 I. Matsuba, "Optimal simulated-annealing methods based on stochastic-dynamic programming", *Physical Review A-General Physic*, Vol. **39**, N° 5, pp. 2635–2642, (1989).
- 26 N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller y E. Teller, "Equation of state calculations by fast computing machines", *J. Chemical Physics*, Vol. **21**, pp.108–1092, (1953).

- 27 J. Olarte, “Revisión de algoritmos de inversión y obtención de modelos regionales elásticos y anelásticos para la corteza y manto superior de la Península Ibérica”, Tesis doctoral, ETSICCPB, Universidad Politécnica de Cataluña, (1998).
- 28 R.W. Preisendorfer, “*Principal component analysis in meteorology and oceanography*”, Elsevier, Amsterdam, (1988).
- 29 W. Press y S.A. Teukolsky, “Simulated annealing optimization over continuous spaces”, *Computer in Physics*, pp. 426–429, (1991).
- 30 D.H. Rothman, “Automatic estimation of large residual statics corrections”, *Geophysics*, Vol. **51**, 332–334, (1986).
- 31 S. Singh y R.B. Herrmann, “Regionalization of crustal coda Q in the continental United States”, *J. Geophys. Res.*, Vol. **88**, pp. 527–538, (1983).
- 32 L.K. Steck, “Simulated annealing inversion of teleseismic P-waves slowness and azimuth for crustal velocity structure at Long Valley Caldera”, *Geophysical Research Letters*, Vol. **22**, N° 4, pp. 497–500, (1995).
- 33 A. Tarantola, “*Inverse problem theory*”, Elsevier, New York, (1987).
- 34 M.S. Zaghoul y M.N. Youns, “Effects of both irradiation energy and annealing temperatures on hall voltage of new concrete mixer”, *Cement and Concrete Research*, Vol. **21**, pp. 426–440, (1991).