

Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura

Héctor Aguilar

Centro de Investigación Sísmica, A.C.
Carretera al Ajusco 203, Tlalpan 14200, México D.F., México
Tel.: 52-555-645 49 59, Fax: 52-555-645 50 87
e-mail: hraguilar@hotmail.com

Javier Avilés

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Jiutepec 62550, Morelos, México
Tel.: 52-777-319 44 45/864, Fax: 52-777-319 43 61
e-mail: javiles@tlaloc.imta.mx

Resumen

Se estudia un modelo de interacción entre la estructura, cimentación y suelo para evaluar la influencia de pilotes de fricción en la respuesta estructural ante excitación sísmica. El sistema se idealiza por medio de masas concentradas y resortes y amortiguadores discretos. Los resortes y amortiguadores que representan al suelo se consideran dependientes de la frecuencia de excitación mediante el uso de funciones de impedancia apropiadas al tipo de cimentación. El efecto de grupos de pilotes debido a la interacción pilote-suelo-pilote se tiene en cuenta usando los factores de interacción dinámica desarrollados por Dobry y Gazetas de la misma forma que los reconocidos factores de interacción estática de Poulos. Los efectos de interacción suelo-estructura se consideran solamente en las propiedades dinámicas relevantes de la estructura. Se proponen fórmulas aproximadas para calcular fácilmente el incremento en el periodo fundamental debido a la flexibilidad del suelo y el cambio en el amortiguamiento asociado por la radiación de ondas dentro del suelo. Con fines de diseño, se propone además un enfoque práctico para tomar en cuenta los efectos de interacción en el cortante basal. La aplicación de los conceptos presentados se ilustra con un ejemplo práctico y se muestran comparaciones entre las soluciones con y sin la presencia de los pilotes.

EFFECT OF FLOATING PILES ON DYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION

Summary

An interaction model among the structure, foundation and soil is studied to evaluate the influence of floating piles on the structural response under seismic excitation. The system is idealized by means of lumped masses and discrete springs and dashpots. The springs and dashpots representing the soil are considered dependent on the excitation frequency, by using impedance functions appropriate to the foundation type. The effect of pile groups due to pile-soil-pile interaction is accounted for using the dynamic interaction factors developed by Dobry and Gazetas in the same way as the well-known static interaction factors of Poulos. The effects of soil-structure interaction are considered only on the relevant dynamic properties of the structure. Approximate formulas are proposed to easily compute the increase in the fundamental period because of the soil flexibility and the change in the associated damping due to the wave radiation within the soil. For design purposes, a practical approach is also proposed to account for the interaction effects on the base shear. The application of the concepts presented is illustrated with a practical example and comparisons between the solutions with and without regard to the presence of piles are shown.

INTRODUCCIÓN

Es sabido que el fenómeno de interacción dinámica suelo–estructura es particularmente importante en la respuesta sísmica de construcciones ubicadas en terrenos de suelo blando, debido al incremento de la flexibilidad del sistema.

Se ha observado que la respuesta dinámica de un sistema suelo–cimentación–estructura depende fuertemente de las propiedades geométricas de la cimentación, definidas por su tipo. Hasta el momento se ha puesto especial interés en el estudio de la interacción dinámica en cimentaciones superficiales. Sin embargo, gran parte de las edificaciones localizadas en sitios de terreno blando que transmiten grandes descargas al suelo se encuentran apoyadas en cimentaciones profundas, constituidas principalmente por pilotes. Particularmente, en la ciudad de México durante los terremotos de septiembre de 1985 las cimentaciones con pilotes de fricción presentaron un comportamiento desfavorable, produciendo hundimientos diferenciales permanentes en las estructuras y, en algunos casos, el colapso. Este escenario obliga a estudiar los efectos dinámicos que producen este tipo cimentaciones en las edificaciones.

El problema de la interacción dinámica suelo–estructura se compone de la interacción inercial y la interacción cinemática. Los efectos inerciales afectan directamente al comportamiento de la estructura; aumentan el periodo fundamental de vibración, modifican el amortiguamiento y, hasta donde se tiene conocimiento, reducen la ductilidad. Estos fenómenos ocurren por el aumento de flexibilidad que sufre la estructura al encontrarse sin empotramiento fijo en su base. La interacción cinemática se refiere al comportamiento de la cimentación, la que por su geometría y rigidez filtra las altas frecuencias de la excitación. La cimentación, al incorporarse al sistema, experimenta efectos de torsión y cabeceo, lo que origina, generalmente, reducción en su movimiento. Para este trabajo se han considerado los efectos de la interacción inercial y despreciado los de la interacción cinemática. Ello resulta conservador siempre que los efectos de amplificación de sitio sean tomados en cuenta mediante el movimiento sísmico en la superficie del terreno, el cual se asigna como excitación de diseño en la base de la cimentación.

El modelo empleado se compone de un oscilador de un grado de libertad, amortiguado, para el que se obtienen periodos y amortiguamientos en la condición de interacción. El oscilador idealiza a la estructura en estudio en su modo fundamental. La cimentación se representa por resortes y amortiguadores, obtenidos a partir de funciones de impedancia que reflejan la rigidez dinámica del conjunto suelo–cimentación.

Se presentan criterios y curvas de aplicación práctica que permiten la determinación de funciones de impedancia. Ello permite considerar el efecto de los pilotes en la respuesta dinámica de edificios. Se destaca que en la determinación de estas funciones se incluye el efecto de grupo en los pilotes algunas veces despreciado y que genera efectos importantes en la respuesta estructural. Una vez establecido el comportamiento del sistema suelo–cimentación, se cuantifican los cambios en el periodo y amortiguamiento estructurales. Con ello es posible definir la modificación de la aceleración espectral y el efecto en el cortante basal asociado.

RIGIDECES DINÁMICAS

En la analogía de Lysmer⁶ se establece que el comportamiento dinámico de una cimentación cargada verticalmente sobre un semiespacio puede determinarse empleando un oscilador de un grado de libertad con coeficientes de rigidez y de amortiguamiento dependientes de la frecuencia de excitación. Estos coeficientes representan la rigidez dinámica que controla el comportamiento de la cimentación. El éxito de la analogía de Lysmer se debe a la congruencia de los resultados comparados con estudios experimentales, por ello, se ha considerado adecuado emplear este enfoque en el estudio de la respuesta dinámica de siste-

-mas suelo–cimentación. Con este antecedente se establece que el comportamiento de una cimentación, en el problema de interacción suelo–estructura, está controlado por las rigideces dinámicas. Conceptualmente, las rigideces dinámicas o funciones de impedancia del conjunto suelo–cimentación se definen como la relación, en estado estacionario, entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante en la dirección de la fuerza para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente.

La representación matemática de la rigidez dinámica es una función compleja dependiente de la frecuencia de excitación. La parte real representa la rigidez e inercia del suelo, idealizados como resortes. La parte imaginaria se refiere al amortiguamiento material y al geométrico, e indica los amortiguadores idealizados del suelo. La función de impedancia del oscilador se acostumbra expresar en términos de la rigidez estática y coeficientes de impedancia, dependientes de la frecuencia de excitación ω , de la forma

$$\tilde{K}(\omega) = K(k + i\omega c) \quad (1)$$

donde $k = 1 - \omega^2/\omega_0^2$ y $c = 2\zeta_0/\omega_0$, siendo ω_0 la frecuencia natural y ζ_0 el amortiguamiento del oscilador. Este último representa el porcentaje de amortiguamiento con respecto al crítico. Los parámetros k y c se conocen como coeficientes de rigidez y amortiguamiento, respectivamente. La ecuación anterior implica que la rigidez dinámica \tilde{K} se puede expresar como el producto de la rigidez estática K por un factor dinámico complejo ($k + i\omega c$) que considera las características de inercia y amortiguamiento del sistema.

Si K_m representa el resorte y C_m el amortiguador equivalentes del suelo (Figura 1), la función de impedancia del conjunto suelo–cimentación se define alternativamente mediante la expresión compleja

$$\tilde{K}(\omega) = K_m(\omega) + i\omega C_m(\omega) \quad (2)$$

donde los parámetros K_m y C_m para el modo de vibración m (horizontal, vertical, cabeceo o acoplado) se definen a partir del tipo de cimentación empleado.



Figura 1. Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo

Rigideces dinámicas para un pilote

En cimentaciones con pilotes de fricción las funciones de impedancia para un pilote aislado en los distintos modos de vibración se determinan a partir del resorte y amortiguador en sustitución del suelo mediante

$$K_m = K_m^0 k_m \quad \text{y} \quad C_m = \frac{2K_m^0 c_m}{\omega} \quad (3)$$

En este tipo de cimentaciones la respuesta dinámica de pilotes ante fuerzas laterales, verticales y momentos flexionantes, actuando en sus cabezas, es independiente de la longitud de estos elementos. Por ello, solamente a lo largo de una porción superior del pilote, conocida como longitud activa, las cargas impuestas son transmitidas al suelo circundante.

Las rigideces dinámicas que aquí se presentan sólo son aplicables a pilotes que cumplen con la condición

$$L_p > L_c \quad (4)$$

donde

$$L_c = 2d \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,25} \quad (5)$$

siendo L_p y L_c las longitudes total y activa del pilote, respectivamente; d es el diámetro, E_p el módulo de elasticidad del pilote y E_s el módulo de Young del suelo. La gran mayoría de pilotes caen en esta categoría, incluso algunos de gran diámetro en suelos muy blandos.

Para un pilote flotante enterrado en un estrato viscoelástico con base rígida y módulo de elasticidad constante, las rigideces estáticas (K_m^0) y los coeficientes de rigidez (k_m) y de amortiguamiento (c_m) necesarios para construir las rigideces dinámicas (ecs. (2) y (3)) para los modos en vibración horizontal, vertical, cabeceo y acoplado se pueden aproximar mediante las expresiones mostradas en la Tabla I. Estas ecuaciones se han manipulado a partir de las propuestas por Gazetas⁴.

Modo de vibración	Rigidez estática	Coefficiente de rigidez	Coefficiente de amortiguamiento
Horizontal	$K_h^0 = dE_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,21}$	$k_h = 1$	$c_h = \begin{cases} 0,8\zeta & \text{para } \eta \leq \eta_s \\ 0,8\zeta + 0,175 \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,17} \eta & \text{para } \eta > \eta_s \end{cases}$
Vertical	$K_v^0 = 1,9dE_s \left(\frac{L_p}{d} \right)^{0,67}$	$k_v = \begin{cases} 1 & \text{para } \frac{L_p}{d} < 15 \\ \frac{L_p}{d} & \text{para } 15 \leq \frac{L_p}{d} < 50 \\ 1 + \sqrt{\eta} & \text{para } \frac{L_p}{d} \geq 50 \end{cases}$	$c_v = \begin{cases} 0 & \text{para } \eta \leq \frac{3,4}{\pi(1-\nu)}\eta_s \\ \frac{0,413}{(1+\nu)} \left(\frac{L_p}{d} \right)^{0,33} \Psi \eta^{0,8} & \text{para } \eta > \frac{5,1}{\pi(1-\nu)}\eta_s \end{cases}$ donde $\Psi = \left(1 - e^{-(E_p/E_s)(L_p/d)^{-2}} \right)$
Cabeceo	$K_r^0 = 0,15d^3E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,75}$	$k_r = 1$	$c_r = \begin{cases} 0,25\zeta & \text{para } \eta \leq \eta_s \\ 0,25\zeta + 0,056 \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,2} \eta & \text{para } \eta > \eta_s \end{cases}$
Acoplado	$K_{hr}^0 = -0,22d^2E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,5}$	$k_{hr} = 1$	$c_{hr} = \begin{cases} 0,5\zeta & \text{para } \eta \leq \eta_s \\ 0,5\zeta + 0,135 \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0,18} \eta & \text{para } \eta > \eta_s \end{cases}$

Tabla I. Rigideces dinámicas para pilotes de fricción

En la Tabla I $\eta = \omega d / \beta_s$ representa la frecuencia normalizada; en tanto que $\eta_s = \pi d / 2H_s$ y $\eta_p = \pi d \alpha_s / 2H_s \beta_s$ representan las frecuencias fundamentales adimensionales del estrato de suelo bajo la vibración de ondas transversales (β_s) y verticales (α_s), respectivamente. Los parámetros geométricos que aparecen en las expresiones de la Tabla I se ilustran en la Figura 2, mientras que los parámetros materiales como el amortiguamiento y la relación de Poisson se identifican por ζ y ν , respectivamente.

Se destaca que en la obtención de los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento para el modo vertical, indicados en la Tabla I, es necesario realizar una interpolación lineal en los intervalos $15 \leq L_p/d < 50$ y $\eta_p < \eta \leq 1,5\eta_p$.

Mediante un análisis de los parámetros materiales y geométricos que controlan tanto a las rigideces estáticas, como a los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en la construcción de

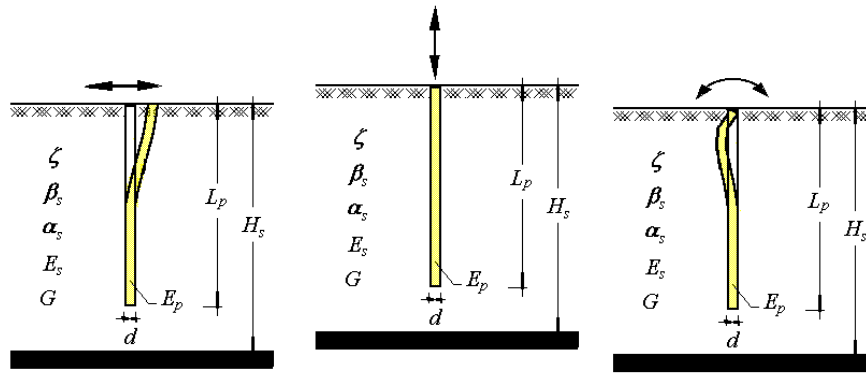


Figura 2. Modos de vibración para un pilote

las funciones de impedancia, se han obtenido curvas que permiten cuantificar directamente estos términos a partir de las expresiones expuestas en la Tabla I. De ellas se derivan las rigideces dinámicas para el sistema suelo-cimentación.

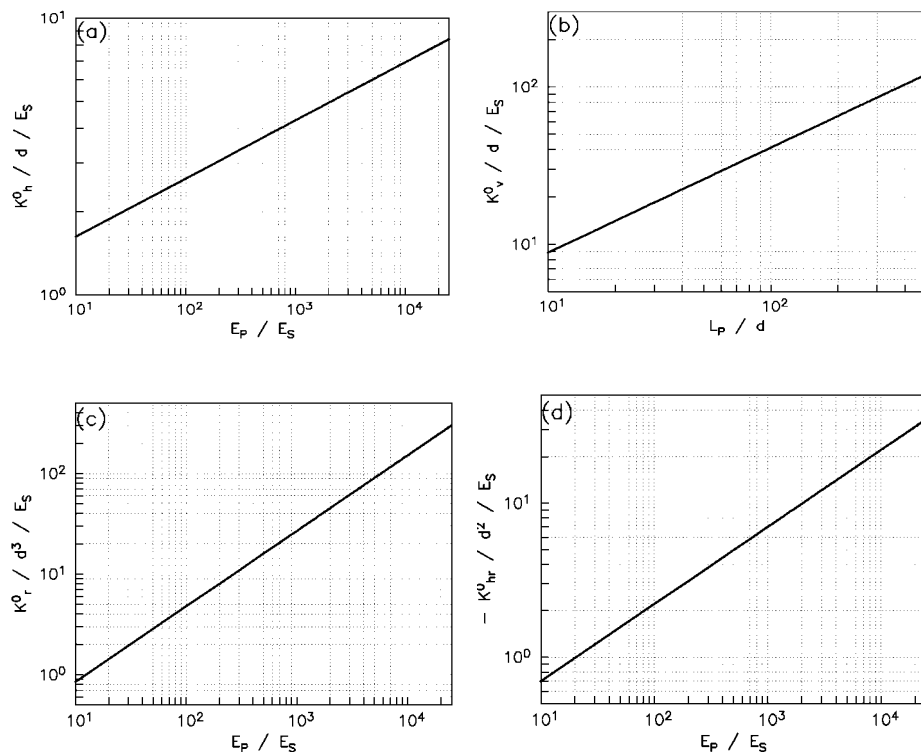


Figura 3. Rigideces estáticas en pilotes para los modos de vibración horizontal (a), vertical (b), cabeceo (c) y acoplado (d)

En las Figuras 3a-3d se muestran las curvas necesarias para determinar las rigideces estáticas ante los modos de vibración horizontal, vertical, cabeceo y acoplado, respectivamente. Como se observa, las rigideces estáticas están gobernadas por los parámetros geométricos: diámetro y longitud del pilote y los parámetros materiales: módulos de elasticidad del suelo y del pilote. En especial las rigideces asociadas a los modos de vibración horizontal, cabeceo y acoplado están controladas por la relación entre módulos de pilote y suelo, mientras que la rigidez vertical está dominada por la relación entre longitud y diámetro del pilote.

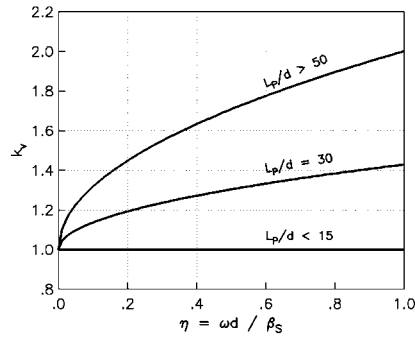


Figura 4. Coeficientes de rigidez para pilotes en vibración vertical

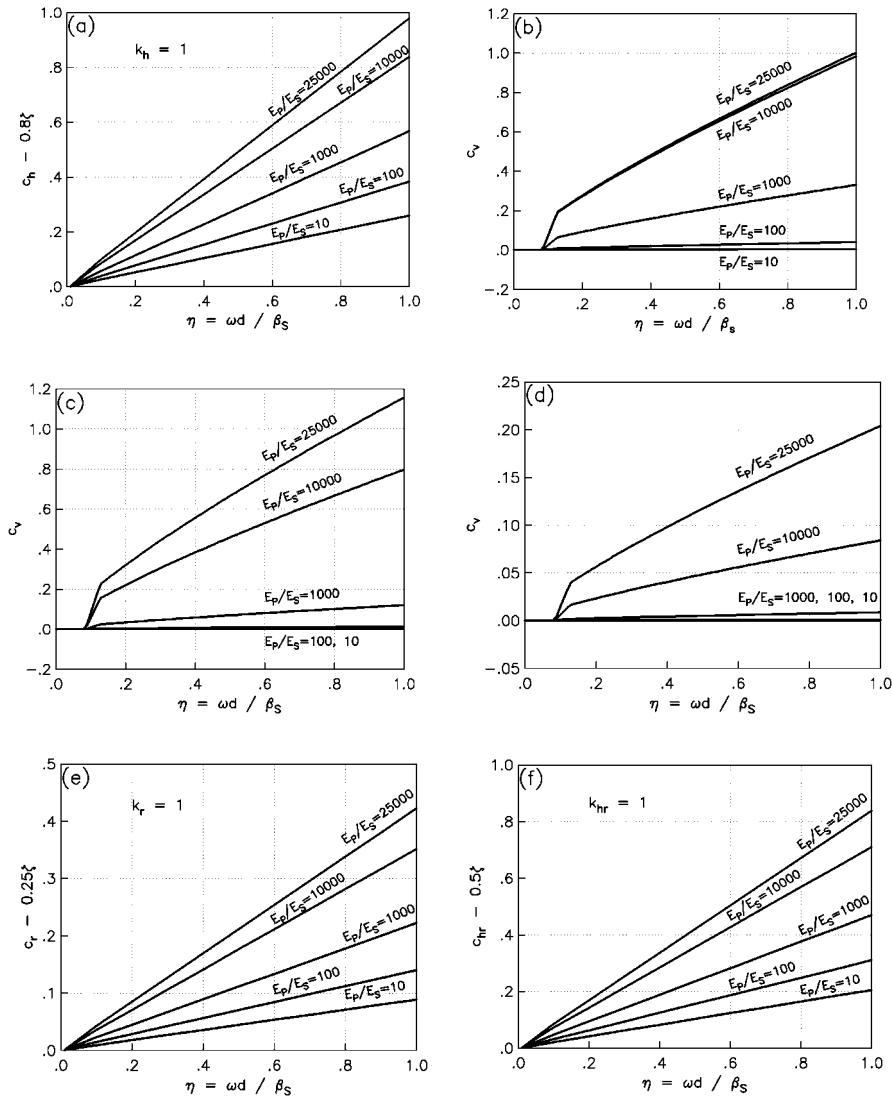


Figura 5. Coeficientes de amortiguamiento en pilotes para los modos en vibración horizontal (a); vertical con $\nu = 1/2$ y $L_p/d = 50$ (b); $L_p/d = 100$ (c) y $L_p/d = 500$ (d); cabeceo (e) y acoplado (f)

Como se indica en las expresiones de la Tabla I, los coeficientes de rigidez se suponen unitarios para cualquier frecuencia, salvo el caso de los coeficientes de rigidez en vibración vertical, los que son dependientes de la relación de esbeltez del pilote, como se observa en la Figura 4. En esta figura se presentan curvas para los casos $L_p/d \leq 15$, $L_p/d = 30$ y $L_p/d \geq 50$. De estas curvas se interpolarán los valores correspondientes a relaciones de esbeltez distintas.

Los coeficientes de amortiguamiento en los modos horizontal, cabeceo y acoplado, además de estar controlados por la frecuencia adimensional, son función de la relación entre módulos de elasticidad del pilote y del suelo así como del amortiguamiento material. La configuración de los coeficientes de amortiguamiento en función de estos parámetros se indica en las Figuras 5a, 5e y 5f. En ellas se han estudiado las relaciones $E_p/E_s = 10, 100, 1000, 10\ 000$ y $25\ 000$. Para el caso de los coeficientes de amortiguamiento en el modo vertical, además de la relación entre módulos elásticos, intervienen el módulo de Poisson y la relación de esbeltez del pilote. Por tanto, los escenarios geométricos y materiales se multiplican. En las Figuras 5b, 5c y 5d se muestra el comportamiento del coeficiente de amortiguamiento vertical para la relación entre los módulos suelo-pilote indicados y además para $\nu = 1/2$ y $L_p/d = 50, 100$ y 500 , respectivamente.

Efecto de grupo en pilotes

Para el estudio de la respuesta dinámica de un grupo de pilotes es válido aplicar el procedimiento de superposición propuesto por Poulos^{9,10}, donde se considera el efecto que produce un pilote sobre otro. Roesset¹¹ y otros han demostrado que los resultados obtenidos al aplicar la superposición de Poulos a problemas dinámicos son una buena aproximación de las soluciones rigurosas. Por ello, la respuesta de un grupo de pilotes puede determinarse con buena aproximación al emplear “factores de interacción” obtenidos del efecto entre dos pilotes.

Para calcular la influencia que produce un pilote p (activo) en un pilote q (pasivo), es válido remplazar al pilote q por su eje, despreciando sus dimensiones^{12,11}. En esta consideración se toma en cuenta que las deformaciones en el contorno del pilote q , provocadas por las ondas generadas del pilote p , se encuentran prácticamente en fase.

Con objeto de incluir el efecto de grupo en un arreglo de pilotes, Dobry y Gazetas³ proponen un método simple, pero eficiente, para el cálculo de rigideces y amortiguamientos dinámicos para pilotes de fricción aplicando factores de interacción. Los resultados de este método práctico, para cada modo de vibración, se han aplicado a este trabajo bajo el esquema que se describe enseguida.

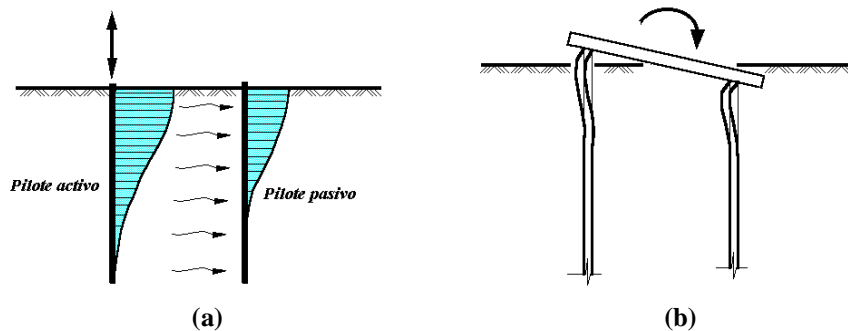


Figura 6. Distribución de amplitudes de desplazamiento a lo largo del fuste de un pilote activo oscilando verticalmente y de un pilote vecino pasivo (a); deformaciones en pilotes producidas por cabeceo (b)

El factor de interacción empleado para el caso de un pilote con diámetro $d = 2r_0$ oscilando verticalmente a una distancia S con respecto a un pilote vecino (Figura 6a), se define como

$$\alpha_\nu \approx \left(\frac{S}{r_0}\right) e^{-\zeta\omega S/\beta} e^{-i\omega S/\beta} \quad (6)$$

Para un arreglo con n número de pilotes es necesario construir un sistema matricial, que incluye una matriz de factores de interacción, para determinar la función de impedancia del grupo de pilotes. Para ello, se considera que el desplazamiento $\bar{X}_i e^{i\omega t}$ para un pilote i incluyendo la acción del resto de los pilotes se determina mediante

$$\bar{X}_i = X_{ii}(1 + \Sigma\alpha_{ij}) \quad \text{para } j = 1, n \quad (7)$$

o bien

$$\bar{X}_i = \frac{P_i}{\tilde{K}_\nu}(1 + \Sigma\alpha_{ij}) \quad \text{para } j = 1, n \quad (8)$$

de donde se deriva el sistema matricial que involucra a todos los pilotes del arreglo, dado por

$$\frac{1}{\tilde{K}_\nu} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & 1 & \alpha_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Al resolver el sistema, la rigidez dinámica vertical para el grupo de pilotes \tilde{K}_ν^G será igual a la relación que existe entre la sumatoria de fuerzas verticales actuando sobre cada pilote y el desplazamiento generado, esto es

$$\tilde{K}_\nu^G = \frac{\Sigma P_i}{X_G} \quad (10)$$

donde, por definición de función de impedancia, se tiene que

$$X_G = X_1 = X_2 = X_3 = \dots = X_n = 1 \quad (11)$$

De forma similar se construyen sistemas matriciales para el resto de los modos de vibración con objeto de cuantificar la rigidez dinámica del grupo de pilotes.

Para pilotes oscilando lateralmente, el factor de interacción α_h depende, además de la frecuencia ω y la distancia S , del ángulo θ que forma la línea virtual que los separa y la dirección de la fuerza horizontal aplicada. Los coeficientes de interacción para cualquier ángulo, incluidos en el sistema, pueden determinarse con suficiente aproximación a partir de los coeficientes de interacción horizontal para los ángulos $\theta = 0$ y $\theta = 90^\circ$ con las expresiones siguientes

$$\alpha_h(\theta^\circ) \approx \alpha_h(0^\circ) \cos^2 \theta + \alpha_h(90^\circ) \sin^2 \theta \quad (12)$$

$$\alpha_h(0^\circ) \approx \left(\frac{S}{r_0}\right)^{-0,5} e^{-\zeta\omega S/\beta_L} e^{-i\omega S/\beta_L}, \quad \alpha_h(90^\circ) \approx \alpha_\nu \quad (13)$$

donde $\beta_L = 3,4\beta/\pi/(1-\nu)$ es la velocidad análoga de Lysmer.

Por su parte, en el modo de cabeceo no existe interacción alguna entre pilotes debido a la deformación por rotación de cada uno. Tal deformación tiene efecto a pocos diámetros por debajo de la cabeza del pilote y produce una disminución del campo de esfuerzo alrededor del pilote (Figura 6b). Por ello, aún para la separación mínima, los pilotes vecinos se localizan fuera de la zona de influencia de este efecto. Bajo estas condiciones, las deformaciones axiales y rotacionales del pilote q se deben a los generados por su propia carga dinámica y se adicionan las deformaciones axiales generadas por el resto de los pilotes del arreglo. Por tanto, la rigidez dinámica por cabeceo para el grupo de pilotes \tilde{K}_r^G es función de las rigideces dinámicas por cabeceo \tilde{K}_r y vibración vertical \tilde{K}_v de cada pilote, cuantificándose como

$$\tilde{K}_r^G = \sum_{i=1}^n (\tilde{K}_r^i + \tilde{K}_v^i \varepsilon_i^2) \quad (14)$$

siendo ε la distancia que cada pilote, de los n del arreglo, guarda con respecto al eje principal de rotación de la cimentación en la dirección de análisis.

RESPUESTA DINÁMICA ESTRUCTURAL

Al incluir la flexibilidad del suelo en la respuesta dinámica de una estructura, su periodo fundamental de vibración, amortiguamiento y ductilidad se modifican. Para evaluar la respuesta dinámica de una estructura apoyada sobre una base flexible, se recurre a la ecuación matricial de equilibrio dinámico para un oscilador de un grado de libertad amortiguado y con interacción, expresada como

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s = -\ddot{x}_0 \mathbf{M}_0 \quad (15)$$

donde \mathbf{x}_s es un vector de coordenadas compuesto por $\{x_e, x_c, \phi_c\}^T$, donde x_e es el desplazamiento de la estructura con respecto a la base, x_c el desplazamiento de la base de la cimentación relativo al movimiento horizontal de campo libre x_0 y ϕ_c la rotación de la cimentación. Por otra parte, \mathbf{M}_s representa la matriz de masa del sistema, \mathbf{C}_s la matriz de amortiguamiento, \mathbf{K}_s la matriz de rigidez y \mathbf{M}_0 es un vector de carga. Se destaca que en las matrices de amortiguamiento y rigidez se incluyen los componentes de las funciones de impedancia.

Bajo una excitación armónica, con dependencia del tiempo dada por el factor $e^{i\omega t}$, la ecuación de equilibrio dinámico puede expresarse como

$$[\mathbf{K}_s + i\omega \mathbf{C}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s] X_s = -\ddot{X}_0 \mathbf{M}_0 \quad (16)$$

Rigurosamente es necesario resolver el sistema matricial en el dominio de la frecuencia y obtener la función de transferencia del oscilador. La posición del pico resonante de la función de transferencia y su amplitud definen el periodo y amortiguamiento modificados por la interacción dinámica, respectivamente.

Alternativamente, las propiedades dinámicas estructurales pueden determinarse a través de parámetros equivalentes, llamados efectivos. Estos parámetros representan el periodo y amortiguamiento estructural del sistema para el modo fundamental en su condición de base flexible. Para ello, es necesario igualar la parte real e imaginaria de la pseudoaceleración en resonancia de un sistema, obtenido a partir de la ecuación matricial de equilibrio dinámico (ec. (16)), con otro sistema de reemplazo, donde su periodo y amortiguamiento representan a los efectivos. Se destaca que en el sistema matricial de equilibrio se desprecian la masa de la cimentación y su momento de inercia, así como el modo acoplado en el cálculo de las funciones de impedancia que, como se ha visto, no influyen fuertemente en la respuesta

estructural¹. Este método aproximado refleja razonablemente las condiciones de interacción en comparación con las determinadas con métodos rigurosos¹.

Bajo este escenario alternativo, al igualar las partes reales de los sistemas involucrados, se obtiene que el periodo efectivo \tilde{T}_e , considerando la interacción suelo–estructura, queda definido por

$$\tilde{T}_e = (T_e^2 + T_h^2 + T_r^2)^{1/2} \quad (17)$$

donde T_e es el periodo fundamental estructural en la condición de base rígida y los periodos naturales de vibración en traslación horizontal T_h y rotación de la base T_r se calculan como

$$T_h = 2\pi \left(\frac{M_e}{K_h} \right)^{1/2} \quad \text{y} \quad T_r = 2\pi \left(\frac{M_e(H_e + D)}{K_h} \right)^{1/2} \quad (18)$$

La forma de obtener el periodo efectivo es iterativa, considerando en la primera aproximación a las rigideces dinámicas K_h y K_r como las rigideces estáticas, con lo que se obtiene un primer periodo efectivo. Este parámetro se utilizará para evaluar nuevas rigideces dinámicas y para obtener un nuevo periodo efectivo. Este proceso continúa hasta que el periodo converge a un valor.

Conocido el periodo efectivo, el amortiguamiento efectivo asociado $\tilde{\xi}_e$ se obtiene de igualar las partes imaginarias de los sistemas mencionados. Sin embargo, para fines de diseño puede adoptarse la ecuación ajustada siguiente².

$$\tilde{\xi}_e = \xi_e \left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right)^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left(\frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left(\frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right)^2 \quad (19)$$

Esta expresión cubre la mayoría de los casos de interés práctico. En ella, los amortiguamientos ζ_h y ζ_r corresponden a la traslación y rotación de la base de la estructura, respectivamente, y se obtienen mediante

$$\zeta_h = \frac{\omega C_h}{2K_h} \quad \text{y} \quad \zeta_r = \frac{\omega C_r}{2K_r} \quad (20)$$

Nótese que los términos C_m corresponden a los amortiguadores de las funciones de impedancia asociados al modo m . En la Figura 7 se ilustra el oscilador de reemplazo con base empotrada caracterizado por su periodo y el amortiguamiento efectivos.

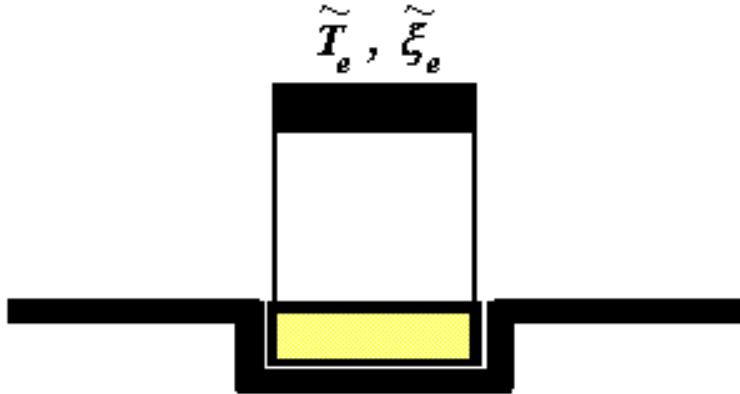


Figura 7. Oscilador equivalente con base rígida

EFFECTO DE LA INTERACCIÓN EN EL PERIODO Y AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURALES

A partir de la función de impedancia para una cimentación con pilotes y aplicando el método alternativo citado, se cuantificaron periodos y amortiguamientos efectivos para una familia de estructuras. Para ello se estudió un depósito de suelo blando de 56 m de espesor. Los valores medios de las propiedades asignadas a esta formación fueron $\beta_s = 67,7 \text{ ms}^{-1}$, $\nu = 0,45$, $\zeta = 5 \%$ y $\gamma = 1,5 \text{ tm}^{-3}$. Este último término representa al peso volumétrico.

Sobre el depósito se consideraron estructuras hipotéticas de igual masa, con periodos fundamentales de vibración ubicados entre 0,2 y 5 s, aproximadamente. A estas estructuras se les asignó 5 % de amortiguamiento material con respecto al crítico. La cimentación propuesta para las estructuras se compone de un cajón de cimentación de $20 \times 20 \text{ m}$ desplantado a 5 m de profundidad y con 64 pilotes de fricción de 40 cm de diámetro. Los pilotes presentan una longitud total de 40 m y se encuentran espaciados a cada 2,8 m en direcciones ortogonales. El sistema estudiado se ilustra en la Figura 8.

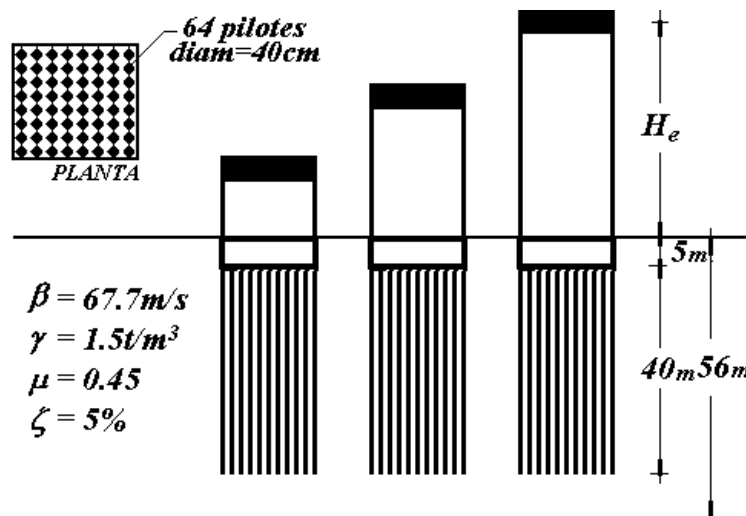


Figura 8. Sistema suelo–cimentación–estructura

Adicionando las funciones de impedancia del cajón de cimentación, a partir de las ecuaciones aproximadas propuestas por Kausel *et al.*⁵, a las funciones de impedancia para pilotes, incluyendo el efecto de grupo, se calcularon los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo para el sistema suelo–pilotes–cajón de cimentación. Para ello se aplicó el principio de superposición a los resortes y amortiguadores con que contribuye cada elemento de la cimentación, a partir de las fuerzas requeridas para producir un desplazamiento unitario, o una velocidad unitaria, en un punto de referencia. Bajo este criterio, la rigidez dinámica total del sistema de cimentación $\tilde{K}_m^{\text{total}}$ se obtiene a partir de las rigideces dinámicas del grupo de pilotes $\tilde{K}_m^{\text{pilotes}}$ y la rigidez dinámica del cajón $\tilde{K}_m^{\text{cajon}}$ como

$$\tilde{K}_m^{\text{total}} = \tilde{K}_m^{\text{pilotes}} + \tilde{K}_m^{\text{cajon}} \quad (21)$$

Con las rigideces dinámicas del sistema suelo–cimentación se cuantificaron los periodos y amortiguamientos efectivos en función de los periodos y amortiguamientos con base rígida. Los resultados se muestran en las Figuras 9a y 9b. En ellas se indica el incremento de periodo por interacción con respecto al original y la variación del amortiguamiento efectivo, ambos en función del parámetro $4H_e/\beta_s T_e$. Este término mide la intensidad de la interacción

dinámica, por lo que para $4H_e/\beta_s T_e = 0$ se tiene $\tilde{T}_e/T_e = 1$ y $\xi_e = 5\%$, que corresponden a la condición de base rígida.

De la Figura 9a se observa que la cimentación con cajón y pilotes ofrece mayor rigidez al sistema que la cimentación donde se deprecia el efecto de los pilotes. Ello provoca que el aumento del periodo estructural, para el primer caso, sea inferior que el obtenido para la cimentación con cajón.

Como se ilustra en la Figura 9b, la disipación de energía es mayor para el sistema suelo-pilotes-cajón, lo que se refleja con valores de amortiguamiento mayores que los determinados en el sistema suelo-cajón.

Con objeto de identificar, cuantitativamente, las variaciones producidas en el periodo y amortiguamiento estructurales por efecto de la interacción dinámica en función del tipo de cimentación, se ha estudiado un caso en particular. Considérese una estructura con altura efectiva $H_e = 25$ m y periodo fundamental $T_e = 1$ s que, para las condiciones del depósito de suelo propuesto, corresponde una relación $4H_e/\beta_s T_e = 1,5$. Analizando el caso del sistema de cimentación con cajón y pilotes en las curvas de las Figuras 9a y 9b, el periodo y el amortiguamiento modificados por interacción dinámica son $\tilde{T}_e = 1,21$ s y $\xi_e = 10\%$, respectivamente. Si la estructura se apoya sólo en un cajón de cimentación, el periodo efectivo es $\tilde{T}_e = 1,56$ s y el amortiguamiento asociado de $\xi_e = 7\%$.

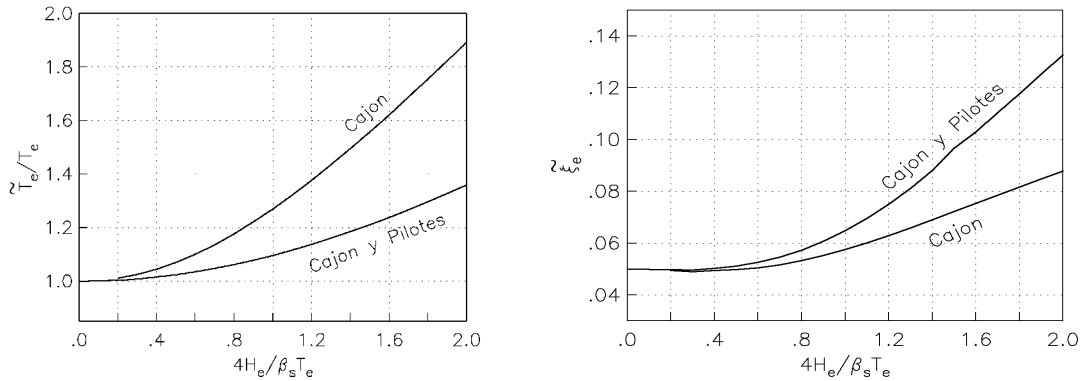


Figura 9. Variación de periodos y amortiguamientos efectivos

ACELERACIÓN ESPECTRAL Y CORTANTE BASAL

Los efectos inerciales generados por la interacción dinámica producen una modificación en la respuesta estructural. Por una parte, al incrementarse la flexibilidad del sistema, el periodo fundamental de vibración de la estructura aumenta, produciendo que la ordenada espectral correspondiente se modifique. Adicionalmente, en la mayoría de los casos existe un incremento en el amortiguamiento estructural, lo que genera una disminución en las ordenadas espectrales originales. Por tanto, conociendo el periodo y amortiguamiento modificados por el efecto de interacción y el espectro de diseño sísmico, es posible determinar el cambio en la aceleración espectral.

Para cuantificar el valor de la aceleración espectral a partir del periodo y amortiguamiento efectivos, se han propuesto las siguientes expresiones para el valle de México

$$a = a_0 + \left(\frac{c\lambda}{Q} - a_0 \right) \frac{T}{T_a} \quad \text{para } T < T_a \quad (22)$$

$$a = \frac{c\lambda}{Q} \quad \text{para } T_a \leq T \leq T_b \quad (23)$$

$$a = \frac{c\lambda}{Q} \left(\frac{T_b}{T} \right)^r \quad \text{para } T > T_b \quad (24)$$

donde los términos a y a_0 , expresados como fracción de la gravedad, representan la ordenada espectral para diseño sísmico y la aceleración del terreno, respectivamente; c y Q son el coeficiente y factor de comportamiento sísmicos; los parámetros T_a y T_b se relacionan con los periodos característicos que limitan a la meseta de máximas aceleraciones en el espectro de diseño y r es el exponente que define el decremento de la ordenada espectral para periodos largos. Los valores que corresponden a estos términos, en función de la ubicación de un sitio en particular, se consignan en las normas mexicanas para diseño sísmico (Manual de Diseño de Obras Civiles, MDOC⁷; Normas Técnicas Complementarias, NTC⁸).

Para incluir el efecto de la interacción dinámica, el periodo de interés T se considera como el periodo efectivo \tilde{T}_e . Por su parte, el valor del amortiguamiento efectivo se incluye al cuantificar el término λ con la ecuación

$$\lambda = \left(\frac{\xi_e}{\xi_c} \right)^\kappa \quad (25)$$

donde el exponente κ se considera igual a 0,6 para terrenos blandos y 0,5 para terrenos intermedios (MDOC⁷).

Se destaca que las ecs. (22), (23) y (24) se aplican igualmente al caso de base rígida, es decir, sin el efecto de interacción dinámica. Bajo esta condición se considera $T = T_e$ y $\lambda = 1$.

Conocida la aceleración espectral con los parámetros efectivos, el cortante basal con interacción \tilde{V} se define como

$$\tilde{V} = aW - (a - \tilde{a})W_e \quad (26)$$

siendo W el peso total de la estructura y W_e el peso efectivo de la misma; a y \tilde{a} son las ordenadas espectrales para la condición de base rígida y flexible, respectivamente. Se sugiere que el peso efectivo de la estructura no sea inferior al 80 % del peso total.

EFECTO DE LA INTERACCIÓN EN LA ACELERACIÓN ESPECTRAL Y EL CORTANTE BASAL

Se sabe que el periodo y el amortiguamiento efectivos por interacción se asocian con una aceleración espectral distinta a la condición original con base rígida. La aceleración espectral modificada por interacción será mayor o menor que la original en función de la ubicación del periodo efectivo en el espectro de diseño y la intensidad del amortiguamiento efectivo.

Para este estudio se definió el espectro de diseño sin interacción en función del periodo dominante de vibración del suelo (NTC⁸) y las ecs. (22), (23) y (24), considerando periodos estructurales ubicados entre 0 y 5 s. Por otra parte, se asumió $\xi_e = 5\%$, $Q = 1$ y los parámetros $a = 0,1$, $c = 0,35$; $T_a = 1,16$, $T_b = 3,97$ y $r = 1$. La configuración de este espectro se ilustra en la Figura 10.

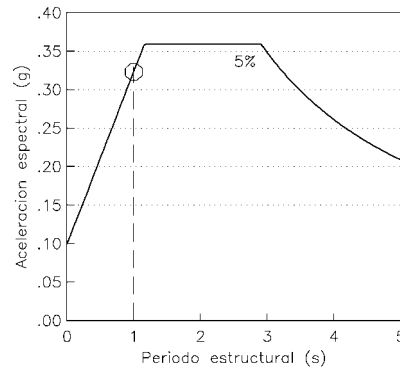


Figura 10. Espectro de diseño empleado

Asumiendo que por el tipo y características de las estructuras estudiadas les corresponde un factor de comportamiento sísmico $Q = 4$, la relación entre las ordenadas espectrales con y sin interacción (\tilde{a}/a), empleando las ecs. (22), (23) y (24), se presenta en la Figura 11a para los dos sistemas de cimentación propuestos en función de la intensidad de interacción. De igual forma en la Figura 11b se muestra la variación de la relación entre cortantes basales (\tilde{V}/V) determinados con la ec. (26). Para la cuantificación de los cortantes basales se consideró que la masa efectiva representa un 80 % de la masa real, aproximadamente.

Como se observa en la Figura 11, en prácticamente todo el dominio del parámetro $4H_e/\beta_s T_e$ estudiado, las ordenadas espectrales y los cortantes basales definidos a partir de los parámetros efectivos son siempre menores que los calculados sin interacción. Adicionalmente, el sistema de cimentación con cajón y pilotes ofrece, para la mayoría de los casos, reducciones mayores en las ordenadas y cortantes que el sistema de cimentación con cajón.

En la Figura 11 se muestra el efecto que tiene la modificación de las propiedades dinámicas estructurales, por interacción, en las fuerzas sísmicas que actúan en la estructura. Se destaca que la disminución en estas fuerzas, para una estructura en particular, depende del tipo de cimentación.

Para la estructura propuesta con $T_e = 1$ s y $4H_e/\beta_s T_e = 1,5$, apoyada en la cimentación con cajón y pilotes, se presentan reducciones en la ordenada espectral y el cortante basal del 29 y 23 % con respecto a los valores originales, respectivamente. Considerando a la estructura sobre el cajón de cimentación, despreciando el efecto de los pilotes, las reducciones de los mismos parámetros son del 20 y 16 %, respectivamente.

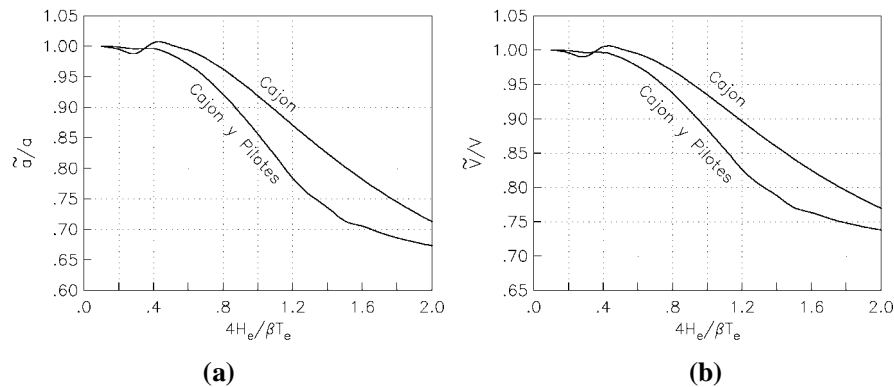


Figura 11. Variación de aceleración espectral y cortante basal por interacción dinámica

Las modificaciones que presentaría el espectro de diseño sísmico original (Figura 10), después de incluir las variaciones por interacción en el periodo y amortiguamiento efectivo se ilustran en la Figura 12. Para la cimentación con cajón y pilotes, en la Figura 12a se presenta el espectro de diseño sísmico para 10 % de amortiguamiento estructural, que corresponde al amortiguamiento efectivo determinado. La línea vertical discontinua muestra la posición del periodo efectivo ($\tilde{T}_e = 1,21$ s) y la aceleración espectral asociada. Adicionalmente, en esta misma figura se presenta el espectro reducido al incorporar el comportamiento no lineal estructural mediante el factor de comportamiento sísmico, así como la ordenada espectral correspondiente al periodo efectivo.

Bajo el mismo esquema, en la Figura 12b se ilustra la modificación del espectro de diseño para el sistema de cimentación que desprecia la participación de los pilotes. Se muestra el espectro para 7 % de amortiguamiento estructural y la aceleración correspondiente al periodo $\tilde{T}_e = 1,56$ s, así como para el espectro que incluye el comportamiento no lineal estructural.

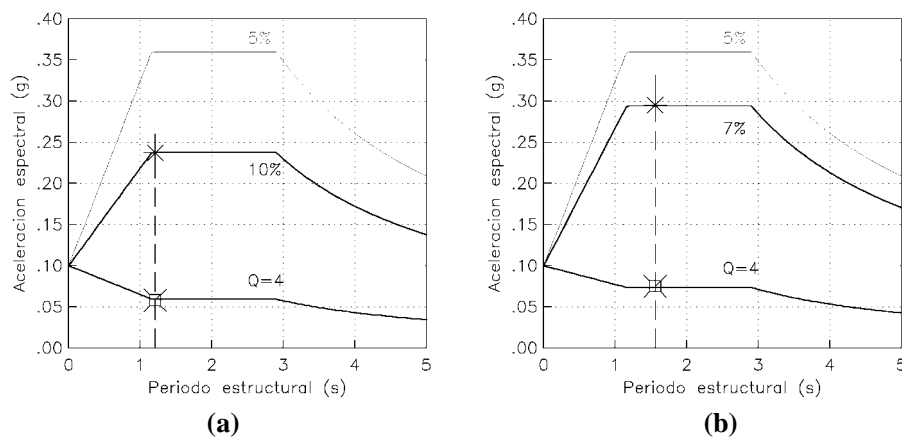


Figura 12. Modificación del espectro de diseño sísmico por interacción dinámica

CONCLUSIONES

Se plantearon expresiones, de aplicación práctica, para el cálculo de funciones de impedancia aplicables a cimentaciones con pilotes de fricción, incluyendo un procedimiento para considerar el efecto de grupo. Con base en las funciones de impedancia se presentó un método simplificado para determinar el periodo y amortiguamiento estructurales, llamados efectivos, bajo la condición de interacción dinámica.

A partir de un depósito de suelo propuesto y estructuras hipotéticas caracterizadas por su periodo fundamental de vibración y 5 % de amortiguamiento estructural, se estudió la variación del periodo y amortiguamiento efectivos en sistemas que presentan una cimentación con cajón y pilotes. Estos resultados se compararon con respecto a los obtenidos en sistemas en que los pilotes se desprecian. Para un periodo estructural se observó que, por su rigidez, el sistema de cimentación mixta genera periodos y amortiguamientos efectivos menores y mayores, respectivamente, que los determinados en sistemas en que los pilotes se desprecian.

Se propusieron también expresiones para determinar el valor de la aceleración espectral con interacción dinámica para el diseño sísmico de estructuras, incluyendo directamente el amortiguamiento efectivo y el factor de comportamiento sísmico. Cuando se desprecia el efecto de interacción y el comportamiento inelástico de las estructuras, se construyen con estas expresiones los espectros de diseño elásticos establecidos en las normas mexicanas.

Para los sistemas con cajón de cimentación que incluyen y desprecian los pilotes, se calcularon relaciones de aceleración espectral y cortante basal con interacción con respecto a los originales calculados con base rígida. De este análisis, donde se incluyó un factor de comportamiento sísmico $Q = 4$ para las estructuras, se observó que las fuerzas sísmicas con interacción, en general, siempre fueron menores a las originales, presentando mayores reducciones aquéllas con el sistema de cimentación que incluye pilotes.

REFERENCIAS

- 1 H.R. Aguilar, “Respuesta de sistemas suelo–cimentación–estructura”, Tesis profesional, Universidad La Salle, México, D.F., (1992).
- 2 J. Avilés, L.E. Pérez-Rocha y H.R. Aguilar, “Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo–estructura”, Boletín del Centro de Investigación Sísmica, Fundación Javier Barros Sierra, (1992).
- 3 R. Dobry y G. Gazetas, “Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups”, *Geotechnique*, Vol. **38**, N° 4, pp. 557–574, (1988).
- 4 G. Gazetas, “Foundation vibrations”, Foundation Engineering Handbook, H. Fang (Ed.), Van Nostrand Reinhold, Nueva York, (1991).
- 5 E. Kausel, R. Whitman, J. Morray y F. Elsabee, “The spring method for embedded foundations”, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. **48**, pp. 377–392, (1978).
- 6 J. Lysmer, “Vertical motions of rigid footings”, Tesis doctoral, University of Michigan, Ann Arbor, (1965).
- 7 MDOC, “Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo”, Instituto de Investigaciones Eléctricas de la Comisión Federal de Electricidad, (1993).
- 8 NTC, “Normas técnicas complementarias para diseño por sismo”, *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal del 5 de noviembre 1987*, (1987).
- 9 H.G. Poulos, “Analysis of the settlement of pile group”, *Geotechnique*, Vol. **18**, N° 4, pp. 449–471, (1968).
- 10 H.G. Poulos, “Behavior of laterally–loaded piles II: pile groups”, *Soil Mech. Fdns. Div. Am. Soc. Civ. Engrs.*, Vol. **97**, SM5, pp. 733–751, (1971).
- 11 J.M. Roesset, “Dynamic stiffness of pile groups”, *Pile foundations*, ASCE, New York, (1984).
- 12 I. Sánchez-Salineró, “Dynamic stiffness of pile groups: approximate solutions”, *Geotechnical Engineering Report GR83-5*, University of Texas at Austin, (1983).