

Análise, dimensionamento e verificação de elementos especiais em concreto armado utilizando o método dos elementos finitos e o método das bielas

Rafael Alves de Souza

Universidade Estadual de Maringá
Dpto de Engenharia Civil, Bloco C67
Avenida Colombo, 5790, CEP 87020-900 Maringá, Paraná, Brasil
Tel./ Fax: 55-44-261 4322, e-mail: rsouza@uem.br

Túlio Nogueira Bittencourt

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, 271
CEP 05508-900 São Paulo, Brasil
Tel.: 55-11-3091 9786; Fax: 55-11-3091 5181
e-mail: tulio.bittencourt@poli.usp.br

Sumário

A maioria dos elementos utilizados na engenharia estrutural podem ser dimensionados de maneira simplificada, adotando-se a clássica hipótese de Bernoulli. No entanto, existem várias situações para as quais esta hipótese simplificadora não pode ser aplicada, impossibilitando assim a utilização dos processos correntes de dimensionamento. Nestes casos, aqui denominados de especiais, deve-se recorrer a soluções alternativas de dimensionamento, tais como o método dos elementos finitos e o método das bielas. O objetivo deste trabalho concentra-se na investigação da aplicabilidade dos métodos supracitados, de maneira a estabelecer recomendações práticas no desenvolvimento racional de projetos estruturais complexos com qualquer natureza geométrica. Dentro do âmbito das estruturas especiais, procurou-se enfatizar os casos das vigas-paralelas e dos blocos de fundação sobre estacas, tendo em vista a grande utilização e a importância desses elementos nos projetos correntes. O presente trabalho contribui no atenuamento das soluções imprecisas baseadas em empirismos, fornecendo critérios lógicos para a resolução segura das denominadas *regiões D*.

Palavras chave:

Método dos elementos finitos, método das bielas, concreto estrutural, regiões D.

ANALYSIS, DESIGN AND VERIFICATION OF SPECIAL REINFORCED CONCRETE STRUCTURES USING THE THE FINITE ELEMENT METHOD AND THE STRUT-AND-TIE METHOD

Summary

Most of the elements used in the structural engineering can be dimensioned in a simplified way, adopting the classic Bernoulli's Hypothesis. However, there are several situations for which this hypothesis can not be applied, thus, making the use of the current design processes impossible. In these cases, alternative solutions of design should be searched, such as the Finite Element Method and the strut-and-tie method. The objective of this study is to investigate the applicability of the above-mentioned methods in order to establish practical recommendations for the rational design of complex structures of any geometrical nature. With respect to this special structures, the case of deep-beams and pile caps have been emphasized because of their great use and importance in current projects. This study contributes to lessen the application of approximate solutions based on empirical studies, supplying logical criteria for the safe design of the denominated *D regions*.

Keywords:

finite element method, strut-and-tie model, structural concrete, D regions.

INTRODUÇÃO

A hipótese de Bernoulli facilita muito o dimensionamento de elementos de concreto armado, pois é possível assumir que a distribuição de deformações ao longo da altura da seção transversal seja mantida linear, desde o início do carregamento até a ruptura.

Nessa hipótese, costuma-se desprezar as deformações de distorção provocadas pela força cortante, o que permite um dimensionamento funcional e seguro para a maioria dos elementos estruturais. Porém, essa hipótese simplificadora não pode ser estendida para todos os tipos de elementos estruturais, ou mais especificamente, para todas as regiões de um elemento estrutural.

Em pontos de aplicação de cargas ou em regiões com irregularidades geométricas, pode-se demonstrar com o recurso de métodos numéricos o aparecimento de singularidades de deformação em regiões bem definidas, que impedem a adoção de deformações lineares, conforme pressupõe a hipótese de Bernoulli.

Nessas regiões de perturbação, as deformações provocadas pela força cortante apresentam valores significativos, o que faz com que as deformações ao longo da seção sejam não-lineares. Portanto, para estas regiões a aplicação dos métodos convencionais de análise e dimensionamento pode conduzir a soluções inseguras.

De acordo com Schäfer e Schlaich¹⁸ pode-se dividir uma estrutura em regiões contínuas (*regiões B*, em que a hipótese de Bernoulli de distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal é válida) e regiões descontínuas (*regiões D*, em que a hipótese de Bernoulli não pode ser aplicada, isto é, onde a distribuição de deformações ao longo do elemento é não-linear).

Em geral as *regiões D* se manifestam a partir de perturbações de ordem estática (causada pela presença de cargas) e geométrica (causada por mudanças bruscas na geometria), sendo que o comprimento dessas regiões pode ser definido aproximadamente a partir da altura do elemento estrutural, conforme ilustram os trechos cinzentos da Figura 1.

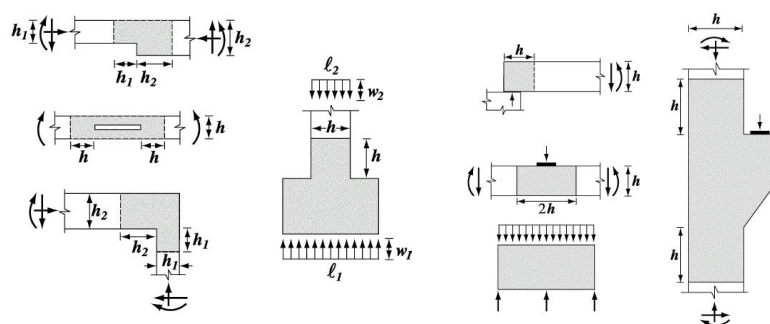


Figura 1. Exemplos de *regiões D* e seus contornos (Fonte: ACI-318¹)

Em uma região B a força de tração na armadura longitudinal varia ao longo do elemento, de maneira a balancear o momento fletor aplicado, mantendo o braço de alavanca interno relativamente constante. Por outro lado, em uma *região D* a força de tração na armadura tende a permanecer constante, o braço de alavanca interno sofre variação e o elemento se comporta como se fosse um arco atirantado, com o esforço cortante sendo transmitido por compressão através de escoras inclinadas (*strut action*).

Como exemplos de regiões D parciais ou generalizadas podem ser citados os casos dos dentes Gerber, das áreas de aplicação de protensão, dos consolos, das cargas próximas de apoios, das vigas-parede, das sapatas e dos blocos rígidos de fundação sobre estacas. Dessa maneira, a análise e dimensionamento estrutural desses elementos deve ser feita recorrendo a modelos que levem em consideração as deformações provocadas pela força cortante. A maioria dos pesquisadores têm recomendado para essa atividade o uso de ferramentas como o método dos elementos finitos e o método das bielas.

MÉTODO DAS BIELAS

No início do século XX, Ritter e Mörsch introduziram a analogia de treliça. Esta idéia, talvez uma das mais brilhantes dentro do concreto estrutural, é até hoje utilizada para o cálculo das armaduras transversais necessárias ao combate da força cortante e do momento torçor.

A forma mais generalizada e sistematizada da analogia de treliça é conhecida como método das bielas e teve sua base fortemente fundamentada, ou pelo menos amplamente divulgada, no trabalho de Schlaich *et al.* (1987) que pela primeira vez deram uma atenção especial aos nós e aos seus estados múltiplos de tensão.

Para a consagração do método das bielas, também não deve-se deixar de mencionar os trabalhos clássicos de Marti^{14,15} e as recomendações já históricas do CEB-FIP Model Code de 1978 e do código canadense CSA⁵.

Atualmente, vários trabalhos têm demonstrado a aplicação e a potencialidade do método das bielas, como por exemplo, aqueles publicados por Schlaich²⁰, MacGregor¹³, ASCE-ACI³ e Schäfer¹⁹. No entanto, ainda observa-se uma lacuna de trabalhos abordando a aplicação do método das bielas em casos tridimensionais.

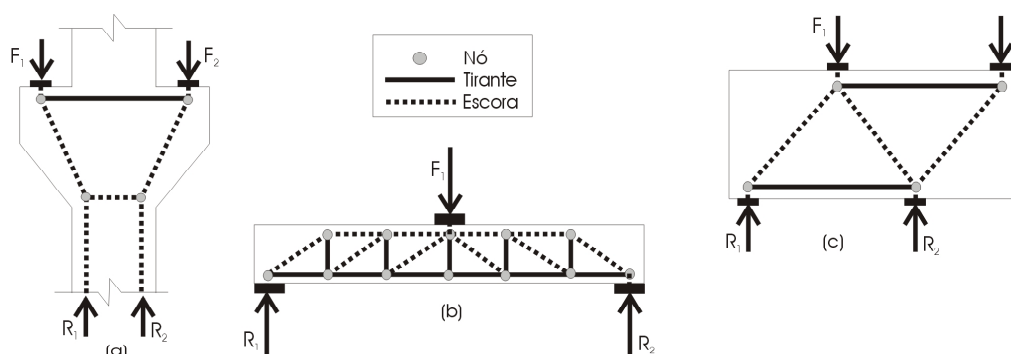


Figura 2. Exemplos de aplicação do método das bielas: (a) consolo; (b) viga simples; (c) viga-parede em balanço

O método das bielas têm como idéia principal a substituição da estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça, que simplifica de maneira sistemática o problema original, conforme ilustram os exemplos da Figura 2. Nessa treliça hipotética os elementos comprimidos são denominados escoras e os elementos tracionados são denominados tirantes. Os pontos de intersecção desses elementos no modelo, onde existe a mudança na direção das forças, se constituem as chamadas *regiões nodais*.

Para se obter elementos com um comportamento dúctil frente ao estado limite último deve-se garantir que as armaduras de aço vão escoar antes do concreto das escoras e das regiões nodais chegarem à ruína. Assim, limites de tensão devem ser impostos para os tirantes, escoras e nós do modelo de treliça investigado.

De acordo com Schäfer e Schlaich¹⁸ tres configurações típicas de escoras são suficientes para cobrir todos os campos de compressão existentes no concreto estrutural, conforme as explanações a seguir, representadas em maiores detalhes na Figura 3:

- Escora prismática (*prismatic*) ou paralela (*parallel*): trata-se de um campo de tensão que se distribui uniformemente, sem perturbação, e que não produz tensões transversais de tração;
- Escora em leque (*fan-shaped*): trata-se de uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível, que não desenvolve tensões transversais de tração;
- Escora garrafa (*bottle-shaped*): trata-se de um tipo de escora que possui a distribuição de tensão em linhas curvilíneas com afinilamento da seção e que desenvolve tensões transversais de tração consideráveis.

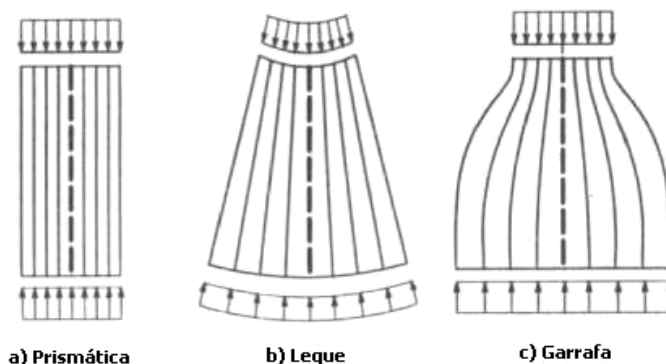


Figura 3. Configurações típicas de campos de tensão de compressão

A partir de uma série de investigações analíticas, procurando enquadrar as recomendações mais relevantes apresentadas na literatura²², propõe-se os valores apresentados nas equações (1) e (2), de maneira a preservar a integridade das escoras de concreto

$$f_e = 0,63f_{ck} \quad \text{para escoras prismáticas} \quad (1)$$

$$f_e = 0,48f_{ck} \quad \text{para escoras do tipo garrafa atravessadas por tirantes} \quad (2)$$

Em que f_{ck} representa a resistência característica à compressão do concreto De acordo com Schäfer e Schlaich¹⁸ os nós ou regiões nodais podem ser classificados em contínuos ou singulares, conforme ilustram os exemplos da Figura 4 e as explanações a seguir.

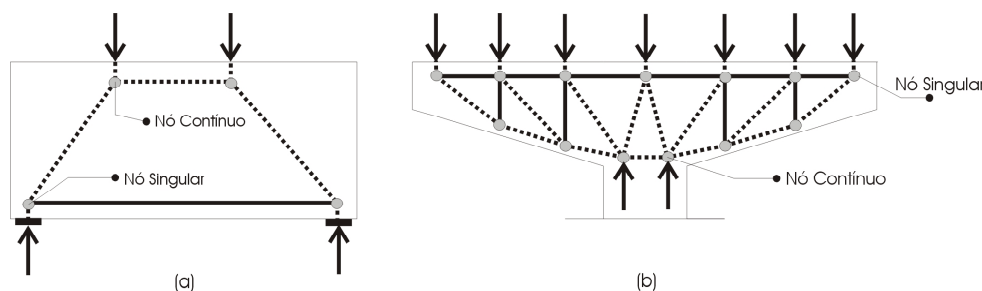


Figura 4. Exemplo de nós contínuos e nós singulares: (a) viga-parede; (b) pilar de viaduto

- Nós contínuos (*smeared, continuous*): onde o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis e onde a armadura pode ser ancorada sem maiores problemas. Em geral essas regiões nodais não precisam ser verificadas;
- Nós singulares ou concentrados (*singular, concentrated*): onde forças concentradas são aplicadas e o desvio de forças é feito localizadamente. Estes nós são críticos e devem ter as suas tensões verificadas, de maneira a equilibrar as forças provenientes das escoras e dos tirantes sem produzir deformações excessivas capazes de provocar fissuração.

A partir de uma série de investigações analíticas enquadrando várias propostas existentes na literatura²² recomenda-se a adoção dos valores propostos nas equações (3), (4) e (5), de maneira a preservar a integridade das regiões nodais singulares:

$$f_e = 0,58f_{ck} \quad \text{para regiões nodais circundadas por escoras ou placas de apoio} \quad (3)$$

$$f_e = 0,46f_{ck} \quad \text{para regiões nodais ancorando um único tirante} \quad (4)$$

$$f_e = 0,40f_{ck} \quad \text{para regiões nodais ancorando vários tirantes} \quad (5)$$

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF), concebido na década de 50, têm sido utilizado com grande sucesso principalmente na indústria aeronáutica e mecânica, no entanto, têm sido pouco aplicado na resolução de problemas envolvendo o concreto estrutural no meio prático. Conforme muito bem observou Lourenço¹², isso ocorre porque o projetista de estruturas encontra-se em uma situação paradoxal.

De um lado, tem-se o meio científico, que a cada dia apresenta uma infinidade de programas de elementos finitos com poderosos pós-processadores e com os mais avançados modelos constitutivos para o tratamento do concreto armado. Do outro lado, o mercado, que necessita de soluções estruturais viáveis economicamente e em curto prazo, o que às vezes impossibilita uma análise mais cuidadosa por parte do calculista utilizando recursos sofisticados de cálculo.

Adicionalmente, existem poucas recomendações quanto ao MEF nos códigos de concreto estrutural, o que gera uma certa insegurança nos projetistas. Além disso, para o nível atual do conhecimento, uma abordagem estrutural real utilizando o método dos elementos finitos requer o levantamento de um número substancial de parâmetros, uma análise cuidadosa das condições de aplicação das cargas e das condições de contorno e uma análise ainda mais cuidadosa dos resultados obtidos.

Os fatores anteriores, aliados aos prazos reduzidos impostos pelo mercado, desmotivam o projetista de estruturas na utilização de recursos sofisticados de análise estrutural. Dessa maneira, procura-se muitas vezes obter uma solução por meio da inovação, do que por intermédio de uma resolução propriamente dita. O projetista de estruturas é forçado a utilizar a sua experiência adquirida e propor uma solução simplificada, que pode ser muitas vezes insegura.

Deixando de lado toda problemática abordada anteriormente, pode-se dizer que com a utilização do MEF é possível entender perfeitamente o fluxo de tensões através do elemento estrutural em análise. Dessa maneira, o método dos elementos finitos pode ser essencial para a definição de modelos de escoras e tirantes (método das bielas), auxiliando na escolha das melhores posições para a disposição das armaduras resistentes.

Adicionalmente, o método dos elementos finitos possibilita fazer simulações de desempenho do elemento estrutural dimensionado através da análise não-linear. O computador, nesse caso, serve como uma espécie de laboratório virtual, que possibilita a validação do dimensionamento efetuado para alguma estrutura em que não se tenha uma experiência prévia.

O problema da verificação da segurança de estruturas utilizando o método dos elementos finitos acoplado à análise não-linear pode ser conduzido utilizando um formato de segurança simplificado recomendado por Figueiras *et al.*¹¹. A rotina dessa verificação é apresentada a seguir:

- A estrutura é dimensionada utilizando os processos correntes, ou seja, utiliza-se uma análise linear para a obtenção dos esforços e em seguida dimensionam-se as seções transversais através de equações constitutivas não-lineares para o aço e para o concreto;
- A estrutura dimensionada é analisada de maneira não-linear, sendo que as relações constitutivas são definidas com base nos valores médios das propriedades dos materiais que determinam a flexibilidade da estrutura e com base nos valores característicos para as propriedades que determinam a capacidade de resistência última da estrutura;
- As cargas são definidas pelos valores característicos P_k , sendo incrementadas até que se atinja o estado de colapso da estrutura P_u . Dessa maneira, pode-se determinar um valor para o fator de carga último dado por $\lambda_u = P_u/P_k$;
- A segurança da estrutura é considerada satisfeita desde que $\lambda_u \geq \lambda_c = \gamma_f^* \gamma_m$ sendo γ_m ditado pelo aço ou pelo concreto, conforme o tipo de ruína esperado.

Dessa maneira, para que uma estrutura investigada utilizando a análise não-linear seja considerada segura, os limites das equações (6) e (7) devem ser verificados, tomando por base os coeficientes de ponderação propostos pelo código brasileiro NBR 6118⁴

$$\lambda_u \geq \lambda_c = \gamma_f^* \gamma_m = 1,4 \cdot 1,4 = 1,96 \quad \text{se o colapso for atribuído ao concreto} \quad (6)$$

$$\lambda_u \geq \lambda_c = \gamma_f^* \gamma_m = 1,4 \cdot 1,15 = 1,61 \quad \text{se o colapso for atribuído ao aço} \quad (7)$$

Análise, dimensionamento e verificação numérica de viga-parede complexa

A viga-parede complexa apresentada na Figura 5 se constitui uma região de descontinuidade generalizada e foi dimensionada utilizando o método das bielas. Este elemento estrutural possui largura de 25 cm, concreto de resistência característica a compressão de 26 MPa e aço com resistência característica ao escoamento de 500 MPa.

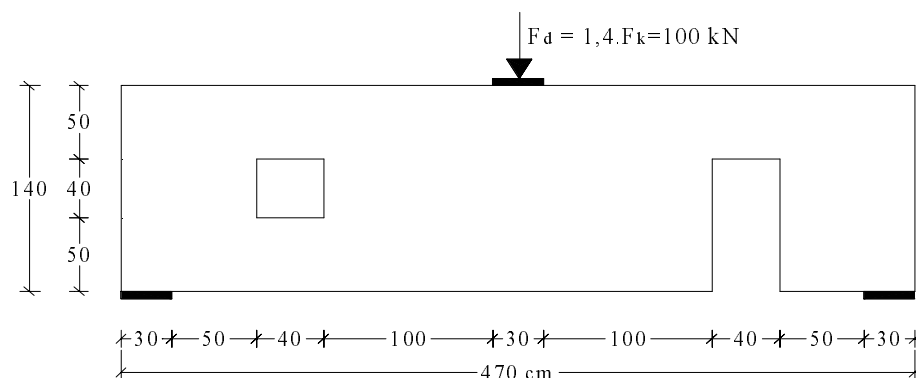


Figura 5. Viga-parede complexa sujeita a irregularidades estáticas e geométricas

Inicialmente foram conduzidas análises lineares utilizando o programa ADINA, procurando-se propor algumas alternativas de modelos de escoras e tirantes. A Figura 6 apresenta as tensões principais, bem como, os modelos resistentes propostos para o dimensionamento do problema.

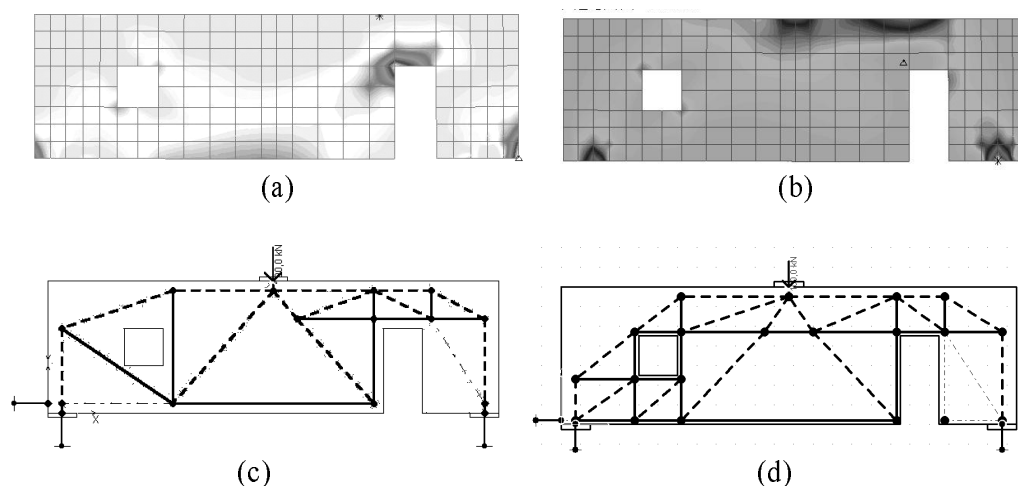


Figura 6. (a) Tensões principais de tração; (b) tensões principais de compressão; (c) modelo A - tirantes horizontais, verticais e inclinados; (d) modelo B - tirantes horizontais e verticais

Na sequência, o modelo B foi escolhido para ser investigado numericamente, sendo dimensionado com o auxílio do programa CAST²⁴, que auxiliou na verificação automática das escoras e das regiões nodais do modelo. A quantidade de armaduras utilizada é apresentada em maiores detalhes na Tabela I.

Tirante	Posição	Esforço(kN)	Armadura adotada
N1	face inferior da viga	72,8	2 ϕ 10 mm
N2	abaixo da abertura esquerda	43,1	2 ϕ 10 mm
N3	acima da abertura direita e esquerda	151,4	3 ϕ 10 mm + 1 ϕ 12,5 mm
N4	à esquerda da abertura esquerda	17,2	2 ϕ 10 mm
N5	à direita da abertura esquerda	32,8	2 ϕ 10 mm
N6	à esquerda da abertura direita	76,2	3 ϕ 10 mm
N7	à direita da abertura direita	50,0	2 ϕ 10 mm

Tabela I. Determinação das armaduras resistentes para o modelo B

Os esforços apresentados são apenas os maiores valores de cada armadura discretizada. De maneira a evitar armaduras diferenciadas ao longo da estrutura, tomou-se o maior esforço e dimensionou-se a armadura de cada tirante com bitola constante.

Com base nas investigações numéricas, realizadas com os recursos de análise não-linear do programa DIANA, concluiu-se que modelo B proposto para a estrutura em análise atende com grande segurança o desenvolvimento da carga limite.

A análise não-linear indicou que a estrutura provida somente de armaduras principais, conforme a Tabela I, chega à ruptura pelo rompimento dos tirantes situados acima e à

esquerda da abertura direita, com um fator de carga $\lambda_u \approx 2,06$. A Figura 7 apresenta o panorama de fissuração da viga-parede complexa no momento de ruína.

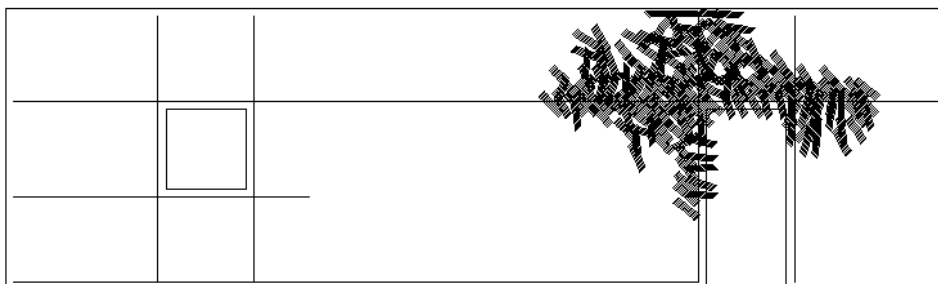


Figura 7. Panorama de fissuração do modelo B no momento da ruína

Adicionando-se armaduras mínimas para o controle de fissuração, a estrutura chega ao colapso pelo rompimento dos tirantes situados nas proximidades da abertura direita com um fator de carga $\lambda_u \approx 2,92$. Como verifica-se que $\lambda_u > \lambda_c = 1,61$ pode-se assegurar que a estrutura apresentará boas condições de segurança.

Um problema evidente levantado com as análises realizadas é que às vezes a armadura de fissuração exigida pelos códigos normativos pode ser maior do que as armaduras dos tirantes, podendo alterar profundamente o modelo de escoras e tirantes concebido. No problema em questão não foi registrada essa possibilidade mas em outros problemas essa possibilidade deve ser cuidadosamente investigada. Para maiores informações sobre o problema investigado recomenda-se a leitura de Souza *et al.*²³ e Souza²².

ANÁLISE NUMÉRICA DE BLOCO RÍGIDO SOBRE DUAS ESTACAS

Para o desenvolvimento das simulações numéricas desta etapa do trabalho, tomou-se como referência os resultados experimentais apresentados por Mautoni¹⁶, que descreveu com grandes detalhes o ensaio de um bloco rígido sobre duas estacas, denominado de B1-A, apresentado geometricamente na Figura 8a.

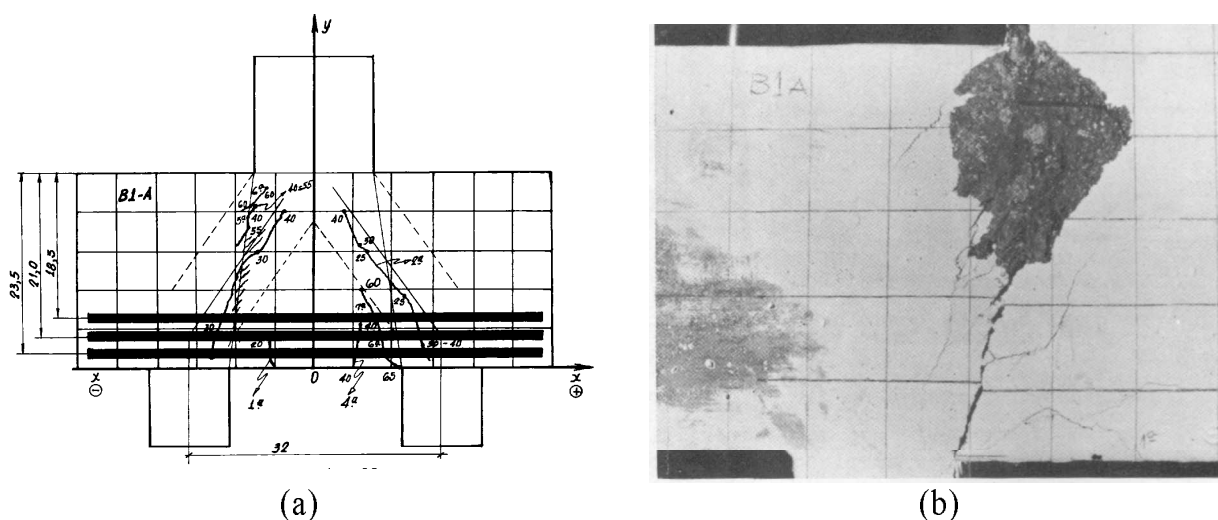


Figura 8. (a) Configuração geométrica do bloco B1-A ensaiado por Mautoni¹⁶; (b) ruína do bloco rígido sobre duas estaca para a carga de 800 kN

O bloco B1-A possuía largura de 15 cm, altura de 25 cm, comprimento de 15 cm para o pilar e comprimento de 10 cm para as estacas. A distância entre os eixos das estacas era igual a 32 cm e a saliência existente entre a face das estacas e o bloco igual 9 cm.

O bloco foi executado com um concreto de resistência média à compressão de 36,3 MPa e para a armadura longitudinal disponibilizou-se 6 barras de 12,5 mm com resistência média ao escoamento de 720 MPa. A Figura 8b apresenta o panorama de fissuração no momento da ruptura (800 kN), ocorrida por falência das escoras de concreto.

De maneira geral, observa-se que o modelo numérico elaborado no programa DIANA conseguiu capturar com boa precisão o comportamento verificado experimentalmente, estimando a carga de ruptura com uma diferença de apenas 1 % em relação a carga de ruptura real. A Figura 9 apresenta a evolução das fissuras para diversos passos de carga no modelo numérico, sendo que o panorama de fissuração se aproximou bastante daquele verificado experimentalmente.

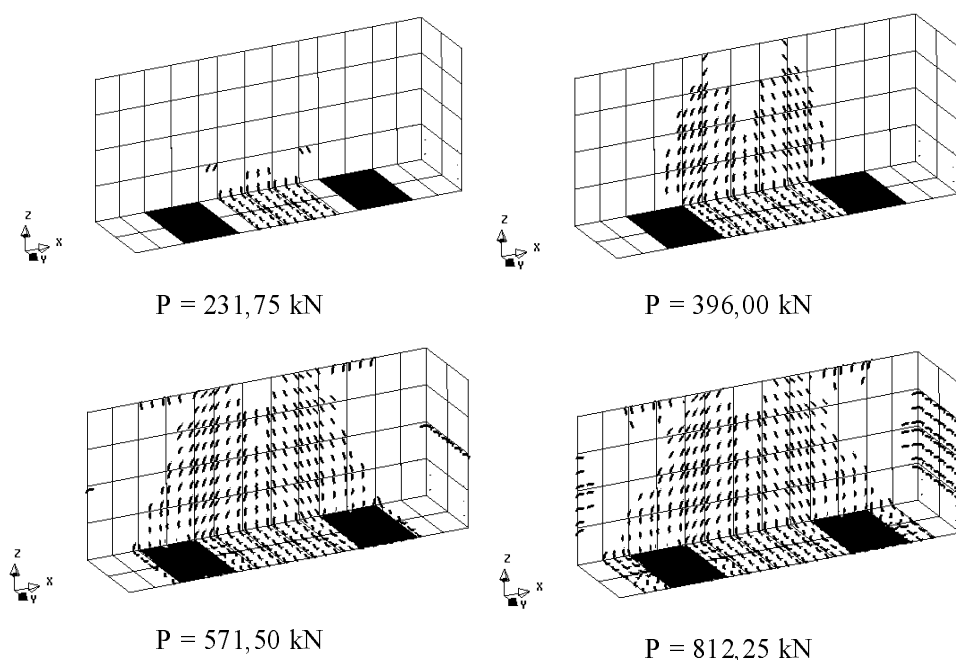


Figura 9. Evolução das fissuras ao longo dos vários passos de carga no modelo numérico construído no programa DIANA

Observa-se que a ruptura do bloco ocorreu por cisalhamento, mais especificamente devido ao desenvolvimento de tensões transversais de tração nas escoras inclinadas. Esse é o caso típico de ruína das escoras denominadas de *garrafa*, sendo que em casos bidimensionais escoras desse tipo normalmente necessitam de uma armadura adicional visando limitar as tensões transversais, ocasionadas pelo espraçamento das tensões de compressão.

De acordo com Adebar *et al.*², uma maneira de se evitar a ruptura destas escoras em casos tridimensionais, é limitar a tensão no ponto mais carregado de uma certa parcela da resistência à compressão do betão utilizado. Tomando a carga de ruptura (800 kN) experimental como referência, a máxima tensão introduzida pelo pilar na ruína do bloco é de aproximadamente $1,02.f_{cm}$, que corresponde a cerca de $1,26.f_{ck}$ e aproximadamente $1,35.f'_c$.

Observa-se que estes valores estão próximos daquele valor encontrado por Adebar *et al.*² em ensaios experimentais e numéricos de blocos rígidos sobre quatro estacas. Estes pesquisadores encontraram um limite inferior de $1,10.f'_c$, mas têm recomendado para projeto um valor limite inferior a $1,0.f'_c$.

Com base nestes fatos, bem como, em outras investigações realizadas, recomenda-se para os blocos rígidos sobre qualquer número de estacas que sempre se mantenha um nível de tensão exercido pelo pilar abaixo de $1,0.f_{ck}$, de maneira a preservar indiretamente a integridade das escoras.

De maneira a controlar as fissuras nos blocos, é recomendável no detalhamento dispor uma armadura em malha nas faces laterais, de maneira horizontal e vertical, com pelo menos 12,5 % da armadura principal calculada. Também é importante dispor uma armadura em malha na base do bloco, dimensionada para cerca de 20 % da armadura principal, bem como, adotar uma armadura de topo, dimensionada para 10 % da armadura principal. Para maiores informações sobre a investigação conduzida recomenda-se consultar Souza²² e Souza, Bittencourt²³.

ANÁLISE NUMÉRICA DE BLOCO RÍGIDO SOBRE QUATRO ESTACAS

Como ensaio de referência para o desenvolvimento dessa etapa do trabalho, tomou-se aqueles resultados apresentados por Sam e Iyer¹⁷, que analisaram experimentalmente/computacionalmente o comportamento de blocos rígidos sobre quatro estacas para diferentes disposições das armaduras principais, conforme ilustra a Figura 10.

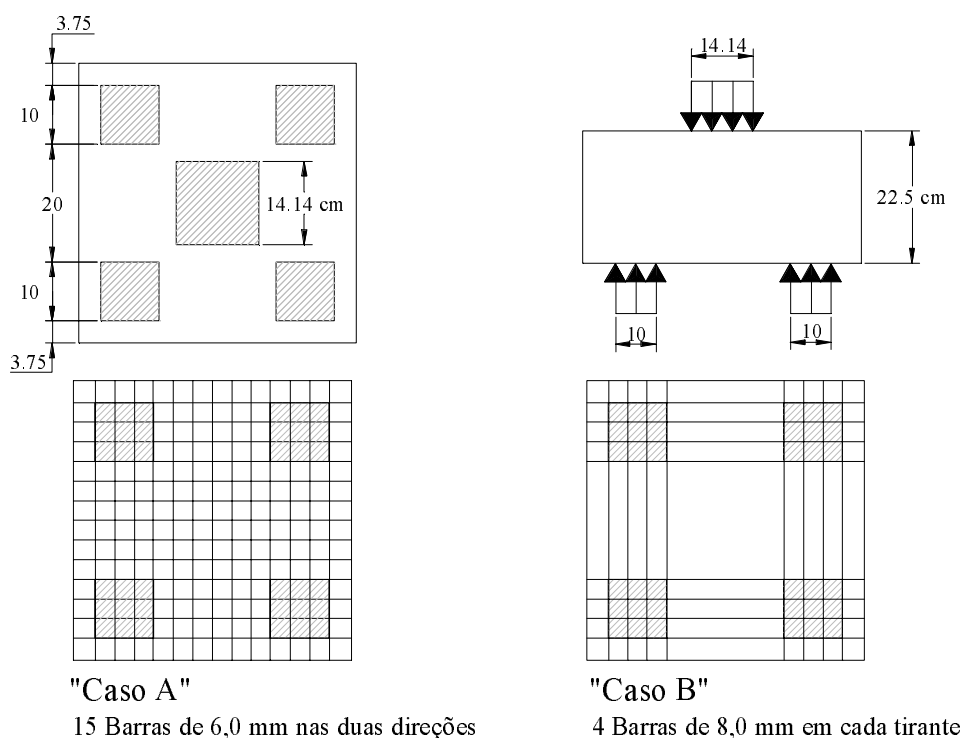


Figura 10. Características dos blocos ensaiados por Sam e Iyer¹⁷

As análises foram conduzidas no programa DIANA e, aproveitando as condições de simetria, apenas 1/4 da geometria do bloco de fundação foi investigada. Os pilares e as estacas não foram descritos no modelo e sim substituídos por condições equivalentes de apoio e de carregamento.

As propriedades dos materiais foram definidas conforme as informações de Sam e Iyer¹⁷ e os parâmetros não informados no trabalho dos pesquisadores, mas necessários para a condução da análise não-linear, foram estimados através de recomendações constantes no trabalho de Feenstra e Borst⁹.

Para o Caso A apresentado na Figura 11, foram testados vários modelos de fissuração, tendo a carga de ruptura variado no limite de $615,44\text{kN} < P_{\text{ruptura}} < 622\text{kN}$. Os resultados indicaram uma diferença de 10 e 12 % em relação a carga de ruptura experimental obtida por Sam e Iyer¹⁷, que foi de 690 kN.

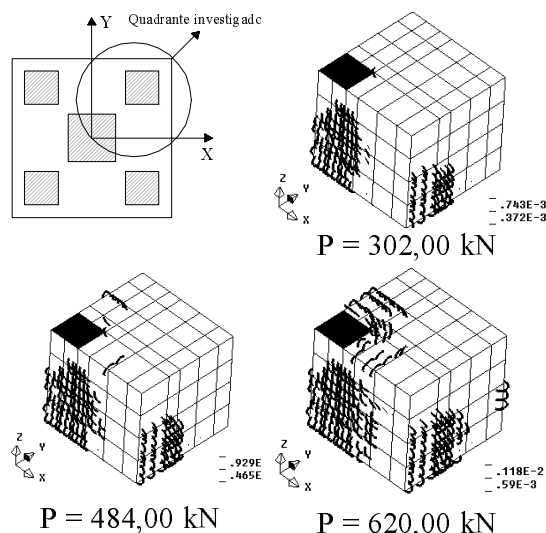


Figura 11. Caso B: fissuras desenvolvidas no topo do bloco rígido

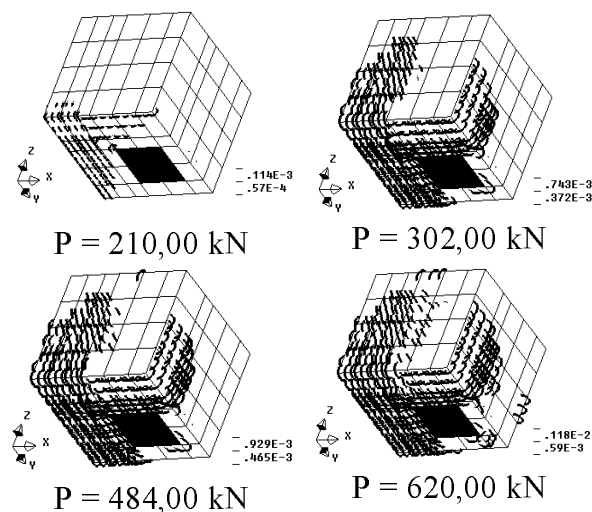


Figura 12. Caso B: fissuras desenvolvidas na base do bloco rígido

Para o Caso B também foram testados vários modelos de fissuração, com a carga de ruptura variado no limite definido por $524\text{kN} < P_{\text{ruptura}} < 664 \text{ kN}$. Os resultados indicaram uma diferença de 5 a 20 % em relação a carga de ruptura experimental obtida por Sam e Iyer¹⁷, que foi de 630 kN.

Tanto no Caso A quanto no Caso B as fissuras se propagaram de maneira inclinada subindo em direção ao pilar, formando uma série de fissuras na região de contato entre o pilar e o bloco de fundação no estágio final de resistência. As Figuras 11 e 12 apresentam as fissuras desenvolvidas para o Caso B, que se assemelham muito com aquelas obtidas para o Caso A.

Em ambos os casos observou-se na ruptura um nível de tensão muito baixo para as armaduras, cerca de 168 MPa para o Caso A e cerca de 13 MPa para o Caso B, indicando que não ocorreu escoamento das armaduras principais e que a ruptura dos blocos se deu pelo concreto.

Observou-se para o problema em questão uma grande dificuldade em se estabelecer uma carga limite, levando a crer que para casos de fissuras diagonais, típicas de cisalhamento, seja mais interessante adotar para a carga de ruptura uma faixa de variação ao invés de um valor limite. No entanto, as faixas de variação encontradas, bem como a forma de ruína, se aproximam muito dos resultados experimentais, confirmando a grande potencialidade da análise não-linear em problemas complexos de análise estrutural.

Os autores do presente trabalho acreditam que o mecanismo que levou ao colapso dos blocos tenha sido o desenvolvimento de tensões transversais de tração nas escoras inclinadas, que encaminham a carga do pilar diretamente para as estacas.

As constatações anteriores indicam a necessidade de se dispor estribos horizontais ao longo da altura do bloco, visando conter as tensões transversais de tração que se desenvolvem. Se não existe a intenção de se colocar estas armaduras nos blocos, deve-se então limitar a máxima tensão no pilar em torno de $0,8.f_{ck}$, de maneira que o concreto possa absorver as tensões de tração.

Adicionalmente, recomenda-se a disponibilização de armaduras na forma de malha ortogonal na base da estrutura, visando conter o desenvolvimento de fissuras que podem levar o bloco prematuramente a ruptura. Para maiores informações sobre a investigação conduzida recomenda-se a leitura do trabalho de Souza²².

CONCLUSÕES

As alternativas disponíveis atualmente para o dimensionamento e verificação do concreto estrutural submetido a descontinuidades são muito eficientes, apesar das várias dúvidas ainda existentes e da falta de consenso na comunidade científica em algumas questões.

O presente trabalho procura apresentar exemplos de dimensionamento e verificação estrutural, contribuindo no esclarecimento de assuntos recentes e ainda pouco difundidos. A maioria desses métodos ainda estão sendo incorporados nos códigos de concreto estrutural e ainda são tratados de maneira superficial. Nesse sentido, merecem destaque os códigos CSA, CEB-FIP Model Code 1990⁷, EHE⁸ e ACI-318¹, que apresentam recomendações eficazes.

Observou-se que para a obtenção de um dimensionamento eficiente utilizando tais metodologias é necessário, na maioria das vezes, um grande conhecimento a respeito do comportamento mecânico dos materiais empregados, do funcionamento das estruturas e da utilização de modelagens numéricas.

Uma análise pouco cuidada utilizando tais modelos é potencialmente perigosa e, por isso, recomenda-se que estas ferramentas sejam inicialmente aplicadas em casos mais simples e difundidos tais como: vigas-parede, dentes gerber e consolos. A partir do entendimento efetivo destes casos, pode-se partir para a análise de casos mais complexos, cuja solução dificilmente será encontrada na literatura.

A utilização do método das bielas acoplado ao método dos elementos finitos parece ser a melhor estratégia para o dimensionamento e verificação de estruturas complexas. A análise linear conduz a construção de um modelo de escoras e tirantes racional, enquanto que a análise não-linear fornece respostas dos elementos dimensionados, desde o início do carregamento até a ruptura, passando pelas tão necessárias condições de serviço.

Uma alternativa de dimensionamento interessante é aquela que emprega o método dos elementos finitos para calcular as armaduras em malha, para elementos sujeitos a esforços

de membrana. Esse modelo pode ser utilizado reforçando posteriormente as regiões mais críticas e elaborando um Modelo de Escoras e Tirantes para o estado limite último.

Finalmente, alerta-se para o fato de que o método das bielas não pode ser tomado como uma panacéia da engenharia estrutural, como demonstra ser a princípio. Tendo em vista a obrigatoriedade da utilização das armaduras mínimas, imposta pelos códigos normativos, essa idéia de solução geral acaba sendo derrubada, uma vez que tais armaduras podem ser maiores que os tirantes concebidos, descaracterizando assim o modelo inicial.

REFERÊNCIAS

- 1 American Concrete Institute, “*Building code requirements for structural concrete (ACI 318-95) and commentary (ACI 318R-95), Appendix A: strut-and-tie models*”, Farmington Hills, Michigan, (2002).
- 2 P. Adebar, D. Kuchma e M.P. Collins, “Strut-and-tie models for the design of pile caps: an experimental study”, *ACI Structural Journal*, Vol. **87**, No 1, pp. 81–92, (1990).
- 3 ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion, “Recent approaches to shear design of structural concrete”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. **124**, No 12, (1998).
- 4 Associação Brasileira de Normas Técnicas, “NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - procedimento”, Rio de Janeiro: ABNT, (2003).
- 5 Canadian Standards Association, “CSA Standard-A23.3-M84 - Design of concrete structures”, Ontario: Rexdale, (1984).
- 6 Canadian Standards Association, “CSA Standard-A23.3-94 - Design of concrete structures”, Ontario: Rexdale, (1994).
- 7 Comité Euro-international du Béton, “CEB-FIP Model Code 1990”, London: Thomas Telford Services Ltd., (1993).
- 8 EHE, “*Instrucción de hormigón estructural*”, 2. ed., Madrid: Ministerio de Fomento, (1999).
- 9 P.H. Feenstra e R. Borst, “Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete”, *Heron*, Vol. **38**, No 4, Delft, Netherlands, pp. 3–76, (1993).
- 10 J.A. Figueiras, M. Pimentel, G. Lopes, “ETAR de sobreiras - aspectos especiais do projecto”, *Encontro nacional do betão estrutural*, (2002).
- 11 J.A. Figueiras, R.H.C.F. Póvoas, P.B. Cachim e M.L.V.P. Genésio, “Aplicação de modelos não-lineares a análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão”, *Congresso ibero-latino americano sobre métodos computacionais para engenharia*, Vol. **9**, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, (1990).
- 12 P.J.B.B. Lourenço, “Novas metodologias para o dimensionamento de estruturas de betão armado”, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Portugal, (1992).
- 13 J.G. MacGregor, “Dimensioning and detailing”, *Proceedings IABSE Colloquium Structural Concrete*, Vol. **62**, Stuttgart, pp. 391–409, (1991).
- 14 P. Marti, “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *Proceedings ACI Structural Journal*, Vol. **82**, No 1, pp. 45–56, (1985a).
- 15 P. Marti, “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. **82**, No 1, pp. 66–73, (1985b).
- 16 M. Mautoni, “*Blocos sobre dois apoios*”, São Paulo: Gremio Politécnico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, (1972).
- 17 C. Sam e P.K. Iyer, “Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete four-pile caps”, *Computers & Structures*, Vol. **57**, No 4, pp. 605–622, (1995).
- 18 K. Schäfer e J. Schlaich, “Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models”, *The Structural Engineer*, Vol. **69**, No 6, pp. 113–125, (1991).
- 19 K. Schäfer, “Deep beams and discontinuity regions”, *Structural concrete - Textbook on behaviour, Design and Performance*, Vol. **3**, fib CEB-FIP, (1999).
- 20 J. Schlaich, “The need for consistent and translucent models”, *Proceedings IABSE Colloquium Structural Concrete*, Vol. **62**, Stuttgart, pp. 169–184, (1991).
- 21 R.A. Souza, T.N. Bittencourt, J.A. Figueiras e J.S. Pimentel, “Dimensionamento e verificação de uma viga-parede complexa utilizando o método das bielas e análise não-linear”, *Revista de Engenharia Estudo e Pesquisa*, Vol. **6**, No 2, pp. 71–80, (2003).

-
- 22 R.A. Souza, “Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades”, Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, (2004).
 - 23 R.A. Souza e T.N. Bittencourt, “Análise não-linear de bloco rígido sobre duas estacas”, *Revista Engenharia Civil, Universidade do Minho*, Vol. **21**, pp. 25–38, (2004).
 - 24 T.N. Tjhin e D.A. Kuchma, “Computer-based tools for design by strut-and-tie method: advances and challenges”, *ACI Structural Journal*, Vol. **99**, No 5, pp. 586–594, (2002).