

DETERMINACION DEL FLUJO EOLICO EN LA MESOESCALA DE LAS ISLAS CANARIAS: UNA CONTRIBUCION PRACTICA PARA LA EXPLOTACION DE ENERGIAS ALTERNATIVAS

JAVIER CASTRO*
MIGUEL GALANTE*
y
MIGUEL CERROLAZA**

**Dpto. de Teoría de Estructuras y Mec. de Medios Continuos,
E.T.S. Ingenieros Industriales,
Universidad Politécnica de las Palmas,
Tafira Baja,
Las Palmas de Gran Canaria.*

***Instituto de Materiales y Modelos Estructurales,
Universidad Central de Venezuela,
Apartado Postal 50361,
Sabana Grande, Caracas, Venezuela.*

RESUMEN

Este trabajo explora la posibilidad de explotar la energía eólica en el ámbito del archipiélago canario. El estudio es llevado a cabo mediante dos tipos de modelos. Se utilizan modelos de gran escala (macrozonales) basados en las ecuaciones de Navier-Stokes para fluido incompresible viscoso y discretizados vía elementos finitos. El análisis de estos modelos permite evaluar las características globales del fluido eólico en la mesoescala sobre la isla —dirección y velocidad del viento—. La información obtenida con los modelos macrozonales es entonces introducida en modelos de pequeña escala (microzonales) con el objetivo de obtener mapas locales de energía eólica en regiones previamente seleccionadas de la isla. Mediante el análisis de estos modelos se determinan las zonas más rentables energéticamente, en las cuales serán instalados los Sistemas Eólicos Piloto. Se presentan y discuten algunos resultados y mapas de energía eólica preliminares obtenidos sobre la isla de Gran Canaria.

SUMMARY

This work explores the possibility of to exploit wind energy in the context of the Canary Islands. The study is carried out through two different scale models. Large-scale models, based upon the Navier-Stokes equations for steady incompressible flow, are used in order to evaluate wind global characteristics over the entire island —direction and wind velocity—. The information given by the large-scale models is then introduced as input data for small-scale models in order to obtain local maps of wind energy at previously selected regions of the island, thus providing a further refinement regarding those surface regions which seem better for the Experimental Wind Energy Systems sitting.

Recibido: Octubre 1988

INTRODUCCION

Es indudable que la búsqueda de fuentes alternativas de energía es, hoy en día, una línea de investigación a nivel mundial. Entre las principales fuentes energéticas renovables que son investigadas actualmente se pueden mencionar a la solar, eólica, biomasa, geotérmica, marítima, etc..

Este trabajo se ocupa, justamente, de investigar la posibilidad de explotar la energía eólica en el ámbito de las islas Canarias. Debe mencionarse que se trata de un proyecto de investigación más extenso, el cual abarca algunos países iberoamericanos además de España, y que se enmarca dentro de las actividades previstas con motivo de la conmemoración del Quinto Centenario del Descubrimiento de América⁴⁰.

La energía eólica constituye, pues, una fuente importante de energía renovable y que cobra especial significación en lugares donde la red nacional de suministro eléctrico no se encuentra todo lo consolidada que se desea^{11,25} y, eventualmente, en localidades rurales donde existe una significativa carencia de energía para satisfacer las más elementales necesidades humanas. En las islas Canarias, los vientos Alisios y los vientos de componente norte son una constante práctica durante todo el año, lo cual hace todavía más atractiva la posibilidad de explotar esta fuente de energía.

Así pues, se describe la primera fase de un estudio de gran envergadura^{4,6,40} sobre el archipiélago Canario. El objetivo fundamental consiste en la instalación de Sistemas Eólicos Piloto (SEP) constituidos por aerogeneradores experimentales (ver Figura 1), en aquellas regiones donde la rentabilidad energética sea la mayor posible, produciendo a su vez el menor impacto socio-ecológico-ambiental.

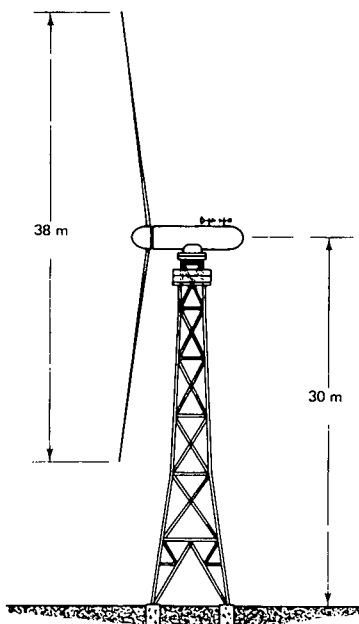


Figura 1. Configuración típica de un aerogenerador de viento.

Entonces, como paso previo a la consecución de este objetivo, es necesario determinar las zonas del archipiélago Canario más adecuadas para la instalación y puesta en funcionamiento de los (SEP).

Existen experiencias previas en otros países —que se describen más adelante— basadas, habitualmente, en el desarrollo de mapas eólicos sobre la región de estudio mediante modelos numéricos del comportamiento del fluido. En el estudio que aquí se presenta, y como primera fase del proyecto, se ha realizado el modelado de un volumen de control adecuado que incluye la isla de Gran Canaria, mediante elementos finitos 3-D, además de un modelo bidimensional parcial de las islas orientales del archipiélago (Gran Canaria, Fuerteventura y Lanzarote). Estos modelos se han denominado macrozonales.

A continuación se han aplicado las formulaciones usuales del método de los Elementos Finitos para el caso de fluido incompresible viscoso (ecuaciones de Navier-Stokes), desarrollándose códigos de ordenador adecuados para efectuar el análisis numérico. Una vez obtenidas las distribuciones de presión, velocidad y dirección del viento, se ha procedido a realizar análisis microzonales con programas de ordenador existentes y apropiados para tal fin, los cuales proporcionan incluso la cantidad de energía eléctrica generada, conocidas las características del molino instalado³⁸.

El resultado final de los citados análisis es la obtención de los mapas globales de distribución de vientos y las características particulares del viento en las zonas que los modelos macrozonales hayan indicado como más rentables energéticamente. A través de los modelos macrozonales se han obtenido mapas de energía eólica, pudiendo así ser seleccionados los emplazamientos idóneos para la instalación y explotación de los SEP.

EXPERIENCIAS PREVIAS

El estudio del flujo eólico sobre superficies terrestres y marítimas mediante métodos numéricos se remonta, probablemente, el modelo lineal presentado por Queney (1948), mediante el cual pudieron ser reproducidas algunas de las principales características observadas del flujo eólico sobre montañas. Un año después y basado en las ecuaciones de Queney, Scorer (1949) introdujo un modelo multi-capa caracterizado por distintas longitudes de onda. Algo más tarde, Sawyer (1960) obtuvo la solución del modelo multi-capa.

Posteriormente, los efectos no-lineales y análisis dependientes del tiempo fueron incorporados por Hovermale (1965), Anthes y Warner (1974), etc.. En la misma década de los 70 comienzan a aparecer trabajos más específicos y rigurosos sobre terrenos complejos con la finalidad de estimar las distribuciones eólicas. Los trabajos de Neumann et al (1974) relativos al estudio de vientos sobre las islas circulares; Pielke (1974) y Mahrer y Pielke (1977), quienes propusieron un modelo tridimensional para la determinación de los campos de viento sobre Florida (EEUU); Lilly (1973), quien caracterizó el comportamiento del flujo estratificado estable sobre terrenos complejos; Rosset (1976), cuyo modelo permitió evaluar la influencia de la superficie del terreno sobre flujos en la mesoescala y Dickerson (1978), quien propuso un sofisticado modelo para el estudio de vientos atmosféricos también sobre terrenos complejos, constituyen una buena muestra del interés que ha suscitado este tema en la comunidad científica.

Algunas aplicaciones prácticas

Una de las aplicaciones prácticas que quizás reviste más importancia ha sido realizada por el "*Departement de Environnement Aquatique et Atmospherique-Electricite de France*" en 1984 (véase referencia [3]), enmarcada en un Proyecto de Cooperación con la Comunidad Europea. Estos autores desarrollaron una formulación variacional en la cual la restricción de incompresibilidad del fluido se introduce con multiplicadores de Lagrange, y que permite obtener las configuraciones de los campos de viento en la mesoescala atmosférica sobre zonas predeterminadas del terreno en estudio.

El procedimiento se basa en un esquema iterativo. Se define y discretiza un volumen de control sobre la superficie con elementos finitos tridimensionales de ocho nodos y, a continuación, se realiza un análisis iterativo del campo de vientos tomando en consideración una red de estaciones para recogida de mediciones experimentales.

El modelo desarrollado fue aplicado al estudio del flujo eólico sobre la isla de Hawai (EEUU) y sobre la Selva Negra (RFA). Asimismo, la validación del modelo propuesto se realizó mediante comparaciones con los resultados obtenidos al aplicar modelos existentes (véase Nickerson y Richard, 1981; Nickerson y Magaziner, 1976). El éxito de la formulación variacional desarrollada se ve, no obstante, fuertemente condicionado por la disponibilidad de una red confiable de mediciones experimentales de viento, temperatura y presión, uniformemente distribuida sobre la superficie en estudio.

Otro desarrollo que indudablemente ha tenido gran impacto y ha estimulado este tipo de estudios es el realizado por el Laboratorio Nacional RISO (Dinamarca). El citado organismo ha desarrollado y puesto en práctica un ambicioso programa orientado hacia la instalación y explotación de "Granjas Eólicas" sobre todo el territorio danés^{26,27}, habiéndose obtenido alentadores resultados prácticos. Previamente, fue necesario concebir una metodología para el análisis del flujo eólico que permite la obtención de mapas eólicos y, por consiguiente, la determinación de las zonas idóneas para la instalación de las "Granjas Eólicas".

En el caso que nos ocupa, el estudio de vientos sobre el archipiélago canario y más concretamente la isla de Gran Canaria, las estaciones de recogida de mediciones experimentales no se encuentran adecuadamente distribuidas y no existen en número suficiente de manera de garantizar un conjunto fiable de valores experimentales que permita aplicar el modelo precitado. Todo ello conduce a la adopción de estrategias diferentes (y sus hipótesis asociadas), las cuales serán descritas en lo que sigue.

ESTUDIO PRESENTE SOBRE LA ISLA DE GRAN CANARIA

Los fenómenos meteorológicos son habitualmente clasificados según la escala espacio-temporal propuesta por Orlansky (1975). Esta clasificación se basa en la escala horizontal de la región atmosférica a considerar, siendo también dependiente del tiempo de duración del fenómeno atmosférico observado. Sin embargo, debe ser considerado sólo de manera esquemática, ya que no toma en cuenta factores como la estabilidad atmosférica^{2,3}.

Así, pueden ser identificadas, básicamente, tres regiones en la escala de Orlansky:

- *Macroescala*: Dimensiones horizontales mayores de 2000 km (incluye ondas baroclínicas y corrientes atmosféricas).
- *Mesoescala*: Dimensiones horizontales entre 2 y 2000 km. Esta escala a su vez puede ser dividida a su vez en tres subescalas, a saber;
 - *Mesoescala- α* : 200-2000 km.
Incluye los huracanes y tormentas. Los efectos atmosféricos se ven afectados por obstáculos topográficos de gran envergadura (altas montañas, valles profundos, etc.).
 - *Mesoescala- β* : 20-200 km.
Las perturbaciones atmosféricas son debidas a obstáculos topográficos medios (colinas suaves, barrancos, etc.).
 - *Mesoescala- γ* : 2-20 km.
Las perturbaciones atmosféricas se deben a obstáculos urbanos y reducidos detalles topográficos.
- *Microescala* : Dimensiones horizontales menores de 2 km.

Como puede verse, la mesoescala abarca una zona suficientemente amplia y, en la mayoría de los casos, es utilizada para la evolución y predicción de los fenómenos meteorológicos observables en periodos que van desde una hora hasta un mes aproximadamente (Caneill et al, 1984).

Modelos utilizados en la mesoescala

Así pues, el estudio preliminar que aquí se presenta ha sido realizado con dos tipos de modelos, cuyas dimensiones quedan comprendidas dentro de la mesoescala:

* *Modelo macrozonal*

Se utiliza para la determinación de las características globales del flujo eólico sobre toda la superficie terrestre a evaluar (en este caso una isla), mediante la aplicación de las ecuaciones de Navier-Stokess para fluido newtoniano incompresible y una discretización del volumen de control con los elementos finitos tridimensionales de veinte nudos. En esta primera aproximación, los efectos de Coriolis y los debidos a la estratificación del fluido han sido omitidos, de acuerdo al modelo de Jackson y Hunt (1975). A título ilustrativo, la Figura 2a muestra un dibujo esquemático de la topografía de la isla de Santiago (Cabo Verde). Esta isla fue analizada mediante el modelo espectral propuesto por Troen y Baas (1986) para la estimación de los campos sobre la superficie. La Figura 2b muestra la distribución de velocidades y dirección del viento obtenida sobre la isla, pudiéndose notar la prácticamente nula desviación del viento de entrada debido a la baja escabrosidad del terreno (relación altura-típica/dimensión-horizontal-típica suficientemente menor que la unidad³⁸).

* *Modelo Microzonal*

Se utiliza para la determinación de las características locales del flujo eólico sobre

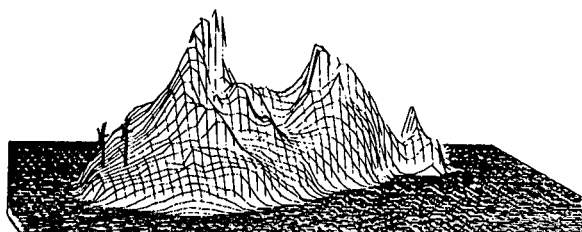


Figura 2a. Superficie digitalizada de la isla de Santiago Cabo Verde).

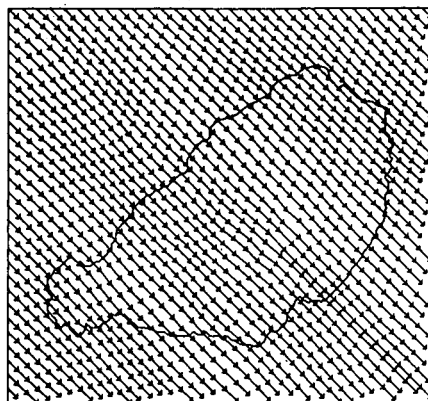


Figura 2b. Distribución de velocidades y dirección de vientos sobre la isla de Santiago (cabo Verde).

pequeñas regiones de la superficie (típicamente, no mayores de 20-100 Km²). La evaluación del campo eólico local se realiza mediante procedimientos existentes, los cuales toman en cuenta ciertos parámetros cuya evaluación resulta muy dificultosa en los modelos macrozonales. Parte de los datos de entrada para este modelo provienen de los modelos macrozonales.

Aplicación del modelo macrozonal

La isla de Gran Canaria se presta razonablemente bien a la aplicación del modelo macrozonal (en adelante, MAZ) por diversas razones, entre las cuales se pueden citar algunas:

- El flujo no se ve sustancialmente influenciado por la presencia de otras islas del archipiélago. La Figura 3 muestra los resultados obtenidos al utilizar un modelo bidimensional parcial sobre las islas orientales del archipiélago⁶. Se puede notar que la isla de Fuerteventura está alejada lo suficiente de Gran Canaria como para no perturbar significativamente el flujo eólico sobre la última. No ocurre lo mismo entre las islas Fuerteventura y Lanzarote, donde se hace necesario tomar en consideración la interacción entre ambas islas al utilizar modelos MAZ. Razonamientos y análisis similares realizados entre Gran Canaria y Tenerife muestran que esta última tampoco perturba significativamente el flujo eólico sobre Gran Canaria⁶.
- La topografía de Gran Canaria no es especialmente complicada (véase Figuras 5 y 6), presentando alturas máximas de aproximadamente 2000 metros y valles no muy profundos. Adicionalmente, esta isla presenta zonas costeras amplias de suave relieve, donde se espera obtener las mayores velocidades y regularidad en los vientos, idóneas para la instalación de los Sistemas Eólicos Piloto (SEP). Como puede observarse en las Figuras 5 y 6, la península denominada La Isleta ha sido

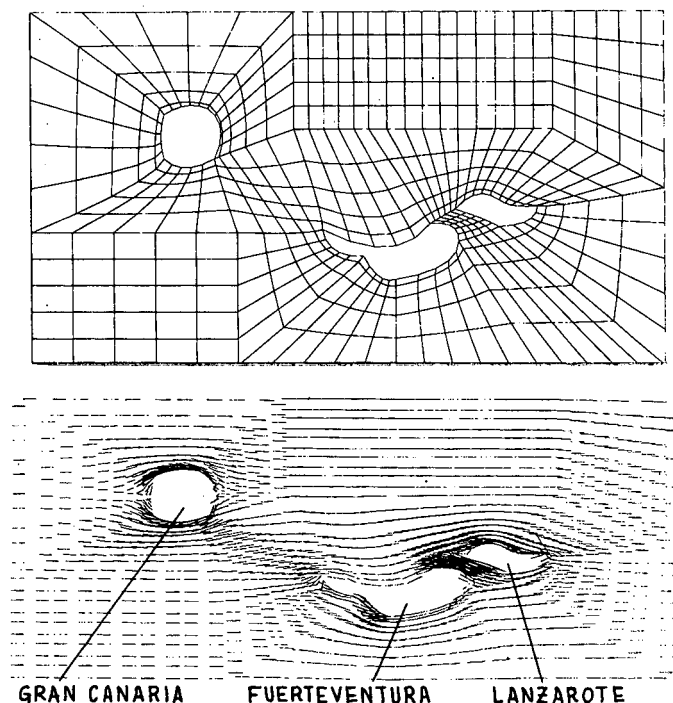


Figura 3. Análisis bidimensional de las islas orientales del archipiélago. a) Modelos de elementos finitos. b) Flujo eólico.

suprimida del modelo con la finalidad de simplificar la generación de la malla de elementos finitos tridimensionales.

Aplicación de los modelos Microzonales

La aplicación de los modelos microzonales (MIZ) se ha restringido, en esta primera etapa de la investigación, al análisis de la zona oriental de la isla de Gran Canaria que contiene a la península de Gando (ver Figura 11 y 12). Se trata de una extensión de terreno de aproximadamente 10×10 km y su elección se ha basado en dos razones: a) se dispone en la zona de una estación de mediciones experimentales, concretamente en el aeropuerto de Gran Canaria, cuyas coordenadas y secuencias temporales de magnitud y dirección del viento se incluyen en apartados siguientes. Esto permite, de cierta manera, validar los resultados obtenidos con los datos provenientes del modelo MAZ; y b) se trata de una zona costera con relieve no abrupto sobre el cual el viento fluye con cierta regularidad y con mayor intensidad que en otras zonas costeras de las isla⁴¹.

El análisis mediante los modelos MIZ ha sido llevado a cabo con la metodología diseñada por el Laboratorio RISO (Dinamarca). Se ha utilizado un paquete de software implementado a tal efecto (Wasp, 1986). El método precitado permite evaluar la energía eólica, ajustada mediante una función de probabilidades del tipo Weibull (véase por ejemplo, Johnson, 1985), en una zona de dimensiones relativamente reducidas (usualmente, no mayores de $20\text{-}100$ km²) y asumiendo que se dispone de al menos una estación para recogida de mediciones experimentales. Este programa permite incluir diversos parámetros como son la rugosidad del terreno, presencia de obstáculos

tales como edificios, instalaciones, etc. y proporciona incluso la potencia eléctrica media anual generada en un determinado punto del terreno a una altura dada si se le suministran las curvas de rendimiento de turbina a instalar. Sin embargo, presenta el inconveniente de que sus resultados no son totalmente confiables en regiones con cambios bruscos de topografía, debido a los efectos locales que se producen aguas abajo del obstáculo. Todo ello aconseja una utilización racional y cuidadosa de este método y su aplicación a zonas reducidas.

Surge, entonces, un primer inconveniente considerable del presente estudio, no se dispone del número suficiente y la adecuada distribución de estaciones para toma de mediciones experimentales de las características atmosféricas. Una manera de remediar esta carencia (al menos hasta que se disponga de un mayor número de estaciones experimentales) es, justamente, la utilización de los resultados proporcionados por el modelo MAZ —magnitud y dirección del viento en puntos preseleccionados de la malla de elementos finitos— como datos de entrada del modelo MIZ. Obviamente, no resulta posible reproducir secuencias temporales que se desconocen. Sin embargo, las características básicas de las mismas pueden ser tomadas de estaciones experimentales cercanas. Se argumenta que proceder de esta manera no afecta sustancialmente a la dirección del viento la cual, por otro lado, viene condicionada por la dirección de los vientos Alisos predominantes sobre la isla y sufre variaciones pequeñas para efectos prácticos^{9,41}. Adicionalmente, los molinos a instalar son auto-orientables, es decir, la parte del molino que contiene a la turbina tiene la capacidad de rotar en un plano horizontal para situarse convenientemente de frente al viento.

FORMULACION TEORICA DEL MODELO MACROZONAL

Este apartado contiene una breve descripción de la formulación empleada para el desarrollo del modelo MAZ, basado en la solución de la ecuaciones de Navier-Stokes para fluido newtoniano e incompresible sobre un volumen de control tridimensional. Considerando la gran cantidad de publicaciones existentes sobre el tema en la literatura técnica, sólo se incluye aquí un resumen del tratamiento de tales ecuaciones. El lector interesado en los detalles de la formulación puede consultar, por ejemplo, los trabajos de Tuann et al (1976), Gallagher et al (1978), Heinrich E. (1986), Taylor y Hood (1983), Zienkiewicz (1976), etc. y las recopilaciones de Norrie y G. de Vries (1978) y Lohner (1987).

Ecuaciones de Navier-Stokes

El comportamiento de un fluido incompresible y newtoniano viene representado por las ecuaciones de Navier-Stokes, que para un régimen estacionario toman la forma¹²:

— ecuaciones de momento (conservación del momento)

$$\rho u_j u_{i,j} + p_{,i} - \mu(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = \rho f_i \quad \text{en } \Omega \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

- ecuaciones de continuidad (conservación de la masa)

$$u_{i,i} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

donde:

u_i	Velocidad del fluido
p	Presión
ρ	Densidad
μ	Viscosidad dinámica
f_i	Fuerzas másicas que actúan en el seno del fluido

Las condiciones de contorno que deben imponerse al dominio son:

- condiciones de contorno esenciales (Dirichlet)

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{en } \Gamma_u \quad (3)$$

- condiciones naturales (Neumann)

$$[-p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i})]n_j = \bar{S}_i \quad \text{en } \Gamma_s \quad (4)$$

donde $\bar{S}_i$ caracteriza al tensor de tensiones provocadas por el fluido; Γ_u se denomina frontera cinemática y Γ_s frontera estática, con $\Gamma_u \cup \Gamma_s = \Gamma$ y $\Gamma_u \cap \Gamma_s = \emptyset$, siendo Γ el contorno del dominio Ω y n_i el vector normal a dicho contorno. Se ha adoptado la notación inicial y, como es habitual, el símbolo “ i ” significa derivación respecto a la dirección i . δ_{ij} es el delta de Kronecker.

Las dificultades en la resolución de estas ecuaciones son debidas fundamentalmente a no linealidad del término convectivo $u_j \cdot u_{i,j}$ de la ecuación de momento (1), y al desacoplamiento existente entre la condición de incompresibilidad (2) y las ecuaciones de momento. A continuación, se describe la formulación débil, obtenida con el método de los Residuos Ponderados y algunas estrategias adecuadas para linealizar las ecuaciones de gobierno.

Formulación débil de las ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones Navier-Stokes para fluido incompresible pueden ser reducidas a una formulación variacional débil mediante el método de los Residuos Ponderados. Para ello se ponderan sobre todo el dominio Ω los residuos de la ecuación de momento (1) por un campo arbitrario de velocidades u_i^* , tal que $u_i^* = 0$ en Γ_u , y análogamente se pondera la ecuación de continuidad (2) mediante un campo de presiones arbitrario p^* . Aplicando el teorema de la divergencia, se obtiene

$$\begin{aligned} \rho \int_{\Omega} u_i^* u_j u_{i,j} d\Omega - \int_{\Omega} u_{i,i}^* p d\Omega + \mu \int_{\Omega} (u_{i,j}^* u_{i,j} + u_{j,i}^* u_{j,i}) d\Omega = \\ = \rho \int_{\Omega} u_i^* f_i d\Omega + \int_{\Gamma_s} u_i^* \bar{S}_i d\Gamma \end{aligned} \quad (5)$$

$$- \int_{\Omega} p^* u_{i,i} d\Omega = 0 \quad (6)$$

donde puede notarse que se ha cambiado el signo de la ecuación de continuidad para obtener simetría con el término de presión de la ecuación (5).

Linealización de las ecuaciones de gobierno

En estas ecuaciones sigue existiendo el problema de la no linealidad del término convectivo. Una forma de soslayar esta no-linealidad consiste en considerar el campo de velocidades que da lugar a las fuerzas de inercia del fluido como dato del análisis (donde se adopta la notación $\hat{u}_i$) e incorporándolo al vector de términos independientes. Se obtienen así las ecuaciones linealizadas³⁹:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} u_{i,i}^* p \, d\Omega + \mu \int_{\Omega} (u_{i,j}^* u_{i,j} + u_{i,j}^* u_{j,i}) \, d\Omega = \\ & = \rho \int_{\Omega} u_i^* f_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_s} u_{i,i}^* \bar{S}_i \, d\Gamma - \rho \int_{\Omega} u_i^* \hat{u}_j \hat{u}_{i,j} \, d\Omega \end{aligned} \quad (7)$$

Sólo se obtendrá una solución de las ecuaciones originales (5)–(6) en el caso de que los dos campos de velocidades u_i y $\hat{u}_i$ coincidan lo cual, obviamente, obliga a realizar un análisis de tipo iterativo.

En la literatura técnica^{22,23} también pueden ser encontrados otros esquemas de linealización de las ecuaciones de Navier-Stokes. Uno de los más populares es el que considera sólo la velocidad de transporte del proceso convectivo, quedando la ecuación (5) de la forma:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{\Omega} u_i^* \hat{u}_i u_{i,j} \, d\Omega - \int_{\Omega} u_{i,i}^* p \, d\Omega + \mu \int_{\Omega} (u_{i,j}^* u_{i,j} + u_{i,j}^* u_{j,i}) \, d\Omega = \\ & = \rho \int_{\Omega} u_i^* f_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_s} u_i^* \bar{S}_i \, d\Gamma \end{aligned} \quad (8)$$

Taylor y Hughes (1981) han probado ambos esquemas, y han mostrado que los dos tienen el mismo comportamiento en el caso de que el flujo tenga un bajo número de Reynolds. Para altos números de Reynolds, el procedimiento representado por la ecuación (8) presenta una mejor convergencia. También pueden ser resueltas las ecuaciones sin linealizar, considerando el término convectivo dentro de la matriz de influencia. Sin embargo, esta forma de proceder conlleva a tiempos de ordenador excesivos (a veces prohibitivos) en aplicaciones de orden práctico.

Implementación numérica

Se incluye aquí una sencilla descripción de la implementación numérica mediante elementos finitos tridimensionales. Nos centraremos primero en la resolución numérica de las ecuaciones (7)–(6), correspondiendo a las ecuaciones de Navier Stokes linealizadas. Para ello, se discretiza el dominio mediante elementos finitos, aproximando así las variables primitivas u_i y p como

$$u_i = \mathbf{N}^T \mathbf{U}_i \quad ; \quad p = \mathbf{L}^T \mathbf{P} \quad (9)$$

siendo $\mathbf{N}$ y $\mathbf{L}$ las matrices de funciones de interpolación de las incógnitas, donde $\mathbf{L}$ es de un orden menor en la aproximación que $\mathbf{N}$. Igualmente, si se utiliza un método tipo Galerkin, las funciones de ponderación se escogen de tal manera que

$$u_i^* = \mathbf{N}^T \mathbf{U}_i^* \quad ; \quad p^* = \mathbf{L}^T \mathbf{P}^* \quad (10)$$

donde $\mathbf{U}_i^*$ y $\mathbf{P}^*$ son arbitrarios. Introduciendo (9) y (10) en las ecuaciones (7)-(6) se obtiene la bien conocida formulación matricial

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ij} & \vdots & \mathbf{C}_i \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{C}_j^t & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \vdots \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde

$$\mathbf{K}_{ij} = \mu \int_{\Omega} (\mathbf{N}_{,k} \mathbf{N}_{,k}^T \delta_{ij} + \mathbf{N}_{,j} \mathbf{N}_{,i}^T) d\Omega \quad (12a)$$

$$\mathbf{C}_i = - \int_{\Omega} \mathbf{N}_{,i} \mathbf{L} \quad (12b)$$

$$\mathbf{F}_i = \rho \int_{\Omega} \mathbf{N} f_i d\Omega + \int_{\Gamma_s} \mathbf{N} \bar{S}_i d\Gamma - \rho \int_{\Omega} \mathbf{N} \hat{u}_i \hat{u}_{i,j} d\Omega \quad (12c)$$

Nótese que la matriz de influencia del sistema que se obtiene mediante esta formulación es simétrica en virtud del cambio de signo proporcionado a la ecuación (6) si bien no es definida positiva. Esta última propiedad obliga a que el orden de aproximación de la velocidad deba ser al menos superior en uno al de la presión, de manera de evitar que aparezcan singularidades en la solución debido a la presencia de un número excesivo de autovalores nulos en las matrices elementales, tal como muestran Tuann y Olson (1976).

Proceso iterativo

Como segundo aspecto del análisis numérico es necesario implementar un proceso iterativo que haga coincidir al final del análisis los campos de velocidades u_i y $\hat{u}_i$. El esquema de iteración que se ha usado en esta investigación es el sugerido en la referencia [34] y que puede esquematizarse como sigue:

iteración n-ésima:

1. $\hat{u}_i \leftarrow u_i^n$
2. Obtener u_i resolviendo el sistema (11)
3. $u_i^{n+1} \leftarrow u_i^n + \alpha(u_i - u_i^n)$
4. Si $E = \|u - u^n\| / \|u^n\| < \beta$ entonces parar el proceso, en caso contrario volver al paso 1.

En el esquema anterior, β es el error relativo tolerado entre u_i y $\hat{u}_i$ y α es un parámetro de relajación del proceso iterativo que varía entre 0 y 1. $\|\cdot\|$ indica la norma L_2 del vector correspondiente. Nuestra experiencia ha demostrado que un valor de β

en torno del 5% es razonablemente preciso para propósitos prácticos y no involucra tiempos excesivos del ordenador. Esto último reviste importancia en problema 3-D, donde pueden llegar a manejarse sistemas de órdenes $O(10^3) - O(10^4)$ ecuaciones.

Programas de ordenador desarrollados

Con la finalidad de implementar el algoritmo descrito en el apartado anterior han sido desarrollados dos programas de ordenador, que permiten la evaluación de los campos de velocidades y presiones en el flujo bi y tridimensional. El lenguaje utilizado ha sido FORTRAN y se encuentran operativos sobre un ordenador VAX/11-750⁶.

Se han utilizado elementos cuadriláteros de ocho nodos —en dominios bidimensionales— y elementos hexaédricos de 20 nodos —en dominios tridimensionales—, como los indicados en la Figura 4.

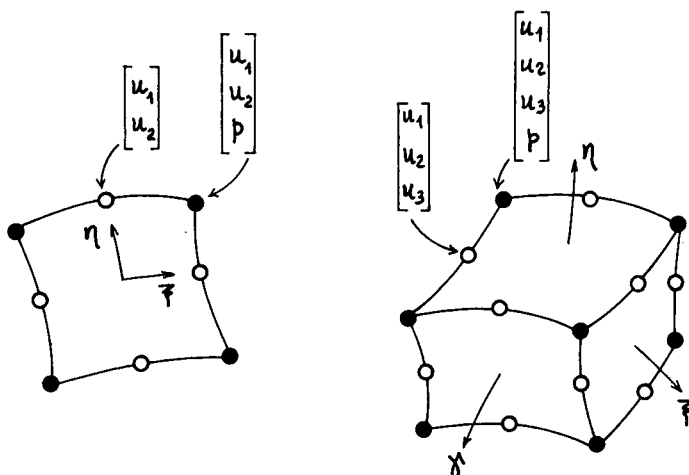


Figura 4. Elementos finitos utilizados en modelos 2-D y 3-D.

Con estos elementos se consigue una interpolación de segundo orden por lado/arista para aproximar los campos de velocidades. Las variables de presión son consideradas sólo en los nodos vértice del elemento, con lo cual quedan aproximadas linealmente por lado/arista. También han sido desarrollados códigos que utilizan elementos con interpolación bilineal —dominio 2-D— y trilineal —dominio 3-D— para campos de velocidades quedando la presión constante en el interior del elemento. Las integraciones necesarias para el cálculo de las matrices elementales se realizan mediante cuadratura standard de Gauss-Legendre, habiéndose obtenido resultados satisfactorios con el uso de $2 \times 2 \times 2$ puntos de Gauss en el caso tridimensional, salvo en situaciones que involucren elementos muy distorsionados donde se requieran órdenes de integración más altos. La generación de la matriz de influencia se realiza una sola vez, ya que la misma no necesita ser modificada en cada iteración. Por el contrario, los vectores locales de carga necesitan ser recalculados en cada iteración para corregir las fuerzas de inercia del fluido.

La matriz del sistema no se ensambla globalmente, almacenando sólo el triángulo superior de las matrices elementales. Este método de almacenamiento resulta sustancialmente más económico que el tradicional almacenamiento en semibanda, lo

cual resulta atractivo teniendo en cuenta el gran número de grados de libertad que poseen los modelos tridimensionales de elementos finitos (en los casos aquí analizados se han llegado a manejar sistemas de hasta 14000 ecuaciones), donde se hace prácticamente imposible mantener la matriz de influencia residente en memoria central.

La solución del sistema de ecuaciones en cada iteración se ha llevado a cabo con el método del Gradiente Conjugado, implementado elemento-a-elemento, acorde con el sistema de almacenamiento. Estudios de tiempo realizados en la presente investigación han mostrado que el método del Gradiente Conjugado es más eficiente y supera en velocidad de convergencia a otros métodos iterativos de resolución de grandes sistemas de ecuaciones.

Las propiedades del fluido —viscosidad y densidad— se introducen variables con la altura respecto a la superficie de terreno y son calculadas por el propio programa en función de leyes de variación previamente definidas.

Estrategias para la relajación del proceso iterativo

El esquema iterativo usado, expuesto en el apartado anterior, viene controlado por la elección del parámetro de relajación α el cual no resulta sencillo ni intuitivo, pudiendo afectar significativamente la convergencia del proceso de análisis si no se toman ciertas precauciones. Una forma de elegir este parámetro consiste en mantenerlo en todo momento igual a una constante predeterminada α_0 , o bien seleccionarlo adaptativamente en función del error E cometido en cada iteración. Las estrategias se han probado son las siguientes:

$$\begin{array}{ll} \alpha \leftarrow \alpha_0 & \text{Constante} \\ \alpha \leftarrow 1 - (1 - \alpha_0) \cdot E & \text{Lineal} \\ \alpha \leftarrow 1 - (1 - \alpha_0) \cdot E^2 & \text{Cuadrática} \end{array} \quad (13)$$

El papel que juega este coeficiente de relajación en la resolución del problema es el de evitar que la inestabilidad producida por la variación del término convectivo de una iteración a otra impida la convergencia del proceso iterativo, lo cual se produce en flujos de alto número de Reynolds. En estos casos las estrategias adaptativas consiguen una mejor convergencia, habiéndose comprobado que la elección de un campo de velocidades iniciales suave y no nulo condiciona mejor la convergencia del proceso³⁴. En el caso de flujos con bajos números de Reynolds, las fuerzas debidas al término convectivo no son dominantes y la elección de un coeficiente de relajación constante con valores entre 0.75 y 1.0 se ha mostrado más efectiva.

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

Este apartado se ocupa de analizar los resultados obtenidos al aplicar los modelos descritos sobre la isla de Gran Canaria y la zona de Gando. Es conveniente mencionar que se trata de un análisis preliminar y por ende, sujeto a variaciones y modificaciones según se progrese en la presente investigación. Sin embargo, los resultados son alentadores, habiéndose obtenido información valiosa, concretamente en la distribución

de la energía eólica sobre la región de Gando. Actualmente, están siendo analizadas otras regiones de la isla —susceptibles de albergar parques eólicos—, así como también, el modelo matemático utilizado para analizar el flujo global sobre la isla está siendo refinado. Se ha previsto incluir efectos como las variaciones térmicas —las cuales influyen principalmente en la distribución del flujo vertical—, las fuerzas debidas a Coriolis, etc.. Igualmente, el estudio de otras islas del archipiélago será acometido en fases subsiguientes del proyecto actual.

Modelo macrozonal sobre la isla de Gran Canaria

La Figura 5 muestra un plano topográfico global de la isla, obtenido mediante digitalización de las curvas de nivel cada 100 mts. disponibles en los planos topográficos de la isla.

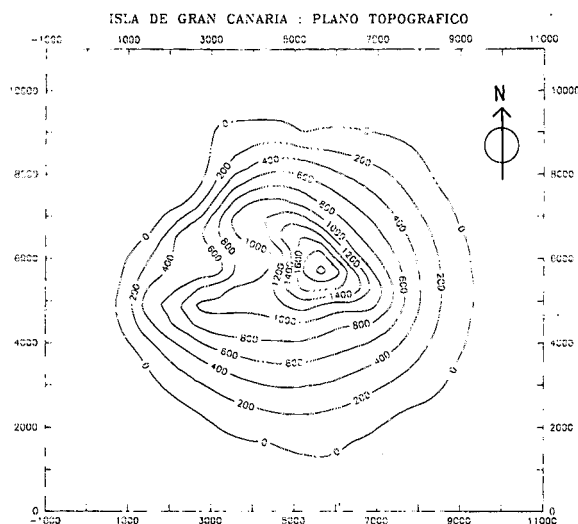


Figura 5. Plano topográfico de Gran Canaria obtenido mediante digitalización de las curvas de nivel: cotas en metros.

Naturalmente, se trata de una orografía relativamente simplificada, en la cual los accidentes topográficos más relevantes quedan representados por el punto más alto —conocido como Pico de las Nieves, de cota 2000 mts. aproximadamente— y un barranco de dimensiones considerables —conocido a su vez por el nombre de Barranco de la Aldea de San Nicolás de Tolentino—. La Figura 6 ilustra una proyección ortográfica de la isla con la escala vertical exagerada y obtenida con un ángulo de elevación de 65 grados sobre la superficie del mar.

Se pueden apreciar los detalles topográficos ya mencionados habiéndose dibujado la línea de cota cero para delimitar claramente la frontera terreno-mar. La Figura 7 representa un relieve en proyección perspectiva de la isla, también con la escala vertical exagerada, y donde ahora se representa la cuadrícula correspondiente.

La Figura 8 muestra una de las distribuciones del flujo eólico calculada sobre la isla a una altura de 50 mts. sobre la superficie.

PROYECCION ORTOGRAFICA (Escala vertical exagerada)

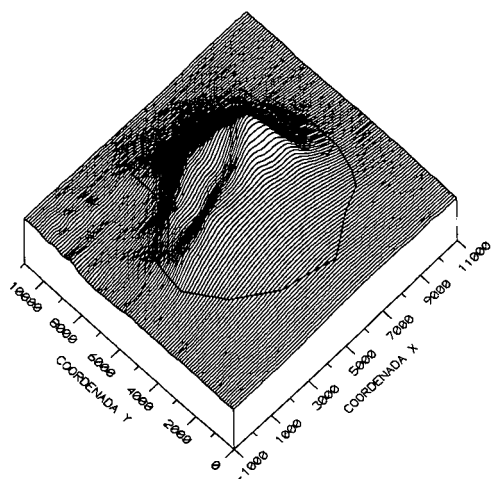


Figura 6. Proyección ortográfica de Gran Canaria. Angulo de elevación: 65 grados sobre la superficie del mar.

PERSPECTIVA (Escala vertical exagerada)

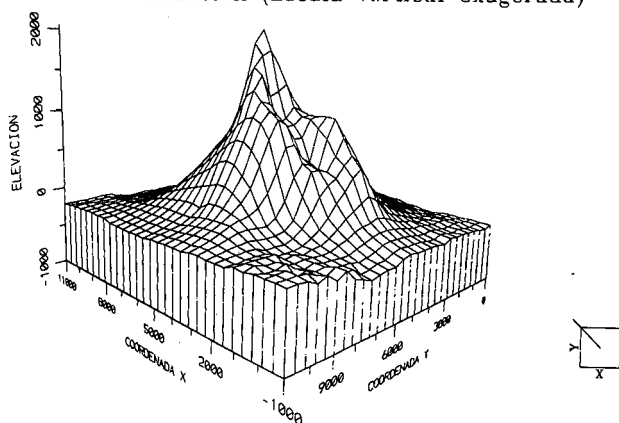


Figura 7. Proyección perspectiva de Gran Canaria.

Como era de esperarse, las variaciones en la dirección del viento son prácticamente despreciables para propósitos prácticos, sobre todo en las zonas costeras donde la instalación de los parques eólicos luce más apropiada. Este resultado concuerda con los obtenidos por Troen y Baas (1986) sobre la isla de Santiago (Cabo Verde) al tratarse de una superficie de relieve no muy abrupto (Figura 9). La relación de aspecto altura-típica/dimensión-horizontal-típica de la isla de Gran Canaria es de 2 km/45 km proporcionando un valor de aproximadamente 0.04 el cual es significativamente menor que la unidad, sugiriendo la presencia de terreno “no-complejo”³⁵. Sin embargo, si se identifican, básicamente, dos zonas de la isla (encerradas en círculos en la Figura 8) donde el flujo aumenta su velocidad ligeramente: la zona identificada con la letra A —correspondiente a la Punta de la Aldea— y la zona identificada con la letra B —comprendida entre la bahía de Arinaga y la Punta del Tenefé—. Particularmente, la zona

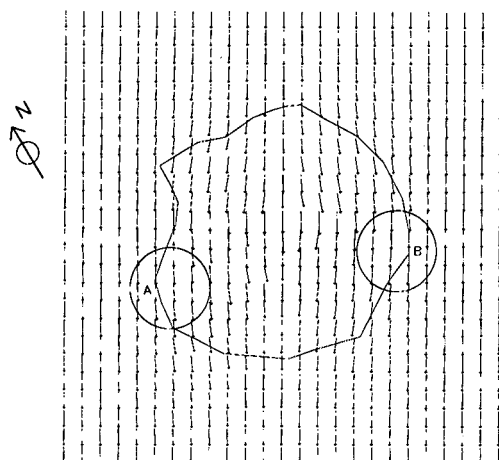


Figura 8. Mapa eólico global sobre Gran Canaria calculado a 50 metros de la superficie del terreno.

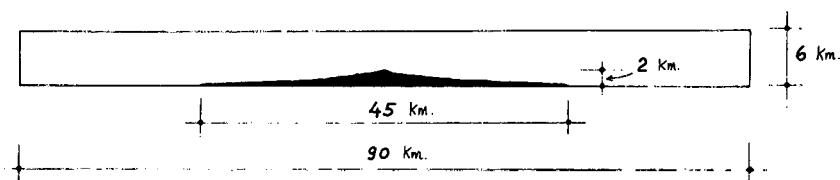


Figura 9. Relación de aspecto altura-típica/dimensión-horizontal-típica de Gran Canaria.

B presenta una topografía muy suave, lo cual facilita en gran medida la circulación del viento.

Modelo Microzonal de la zona de Gando: utilización de WASP

La generación de los mapas de energía y de velocidades del viento en la Zona de Gando en la isla de Gran Canaria se ha llevado a cabo mediante el programa Wasp³⁸. Este programa genera un atlas de viento a partir de datos tales como la orografía de la zona —proporcionada mediante las curvas de nivel de la misma—, la rugosidad del terreno, los obstáculos en el terreno y las series temporales de velocidad y dirección del viento provenientes de una estación para recogida de mediciones experimentales. La Figura 10 contiene algunas de las medidas recogidas por tales estaciones, son registros cada seis horas.

Una vez introducida la información anterior, así como la latitud, longitud, y la altura de la estación experimental, se obtiene un histograma para cualquier punto contenido en el modelo. Este histograma queda caracterizado por parámetros correspondientes a una distribución de Weibull (véase, por ejemplo, Johnson, 1985) en cada uno de los sectores circulares definidos en Wasp (por defecto, se supone que existen doce sectores de 30 grados sexagesimales cada uno). La distribución global se obtiene mediante la velocidad media anual del viento, la energía media de un aerogenerador orientable y las frecuencias de ocurrencia para cada sector.

AÑO: 1986				MES: AGOSTO			
Día	Hora	Veloc. (km/h)	Direcc. Grados	Día	Hora	Veloc. (km/h)	Direcc. Grados
02	01	38.0	20	06	07	29.0	360
02	07	40.0	20	06	13	38.0	20
02	13	47.0	30	06	18	32.0	20
02	18	43.0	20	07	01	38.0	30
03	01	38.0	20	07	07	29.0	20
03	07	34.0	20	07	13	36.0	30
03	13	43.0	30	07	18	40.0	20
03	18	40.0	30	08	01	29.0	30
04	01	32.0	20	08	07	36.0	20
04	07	32.0	20	08	13	52.0	30
04	13	32.0	30	08	18	45.0	30
04	18	43.0	20	09	01	32.0	30
05	01	23.0	20	09	07	29.0	20
05	07	00.0	0	09	13	29.0	10
05	13	36.0	30	09	18	31.0	20
05	18	38.0	30	10	01	33.0	30
06	01	31.0	20	10	07	30.0	20

Figura 10. Registros experimentales recogidos por una estación eólica; velocidad del viento (km/hora) y dirección del viento (grados Norte).

La introducción de la información que requiere Wasp se realiza a través de la generación de ficheros de datos en los que se define la orografía del terreno y las series temporales provenientes de la estación experimental. Los datos de rugosidades, obstáculos, etc., pueden ser editados directamente en Wasp. En esta investigación, el fichero que contiene la orografía del terreno se ha generado digitalizando las líneas de nivel del terreno mediante el uso de una tableta digitalizadora. El estudio realizado por Wasp se basa en un modelo radial centrado en el punto estudiado. Se utiliza una malla de paso variable, el cual se estrecha proporcionalmente con la disminución de la distancia al centro del modelo. El paso de la malla en el centro del modelo es del orden de 10 metros y depende del radio del modelo, el cual es convenientemente ajustado en función de la orografía introducida.

La Figura 11 ilustra un mapa topográfico de la zona de Gando, obtenido mediante digitalización de las curvas de nivel a cada 50 mts. disponibles en los planos topográficos de la isla. Por su parte, La Figura 12 muestra un relieve —en proyección perspectiva— de la misma zona, en la cual la escala vertical se ha aumentado con la finalidad de observar mejor los detalles topográficos del terreno. La línea de cota cero —representativa del perfil costero— se ha incluido en el gráfico para indicar claramente la división del terreno-mar. También puede notarse la ubicación de la estación experimental, identificada con el símbolo E en el plano topográfico.

ZONA DE GANDO : PLANO TOPOGRAFICO

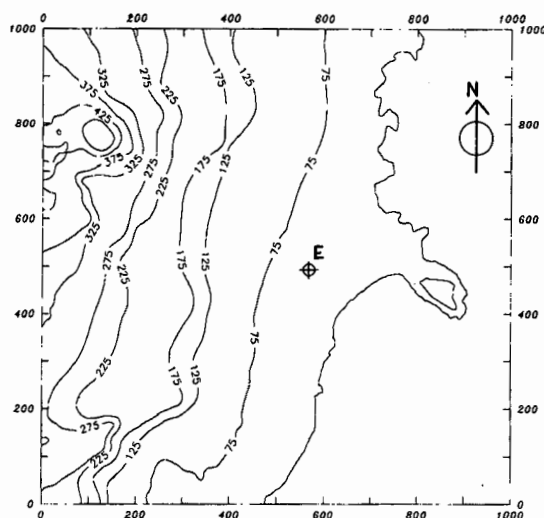


Figura 11. Plano topográfico de la zona de Gando obtenido mediante digitalización de las curvas de nivel: cotas en metros.

ZONA DE GANDO: PERSPECTIVA (Escala vertical exagerada)

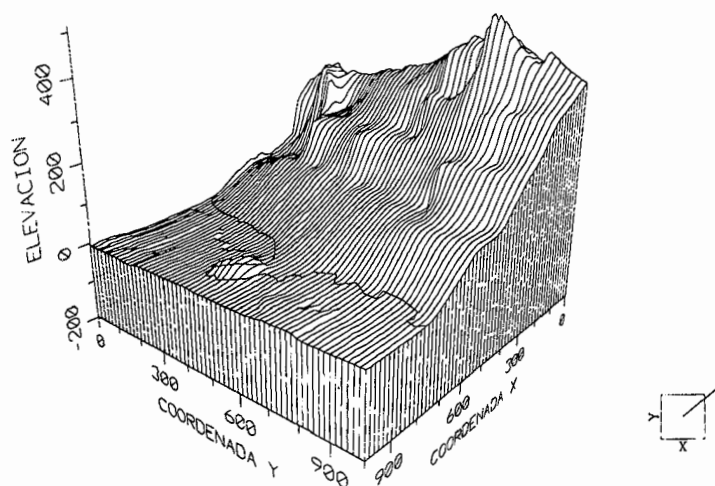


Figura 12. Proyección perspectiva de la zona de Gando: elevación en metros.

La elaboración de los mapas de energía eólica —en Watios/ m^2 — (Figura 13) y magnitud de la velocidad del viento en metros/segundo (Figura 14) se ha realizado calculando las características del viento en una malla cartesiana de 121 puntos que abarca una región de aproximadamente 10×10 km. A continuación, estos valores son interpolados y ajustados de manera de obtener las curvas iso-energéticas y las curvas de igual velocidad. En ambos mapas se ha incluido la línea de cota cero. En la generación

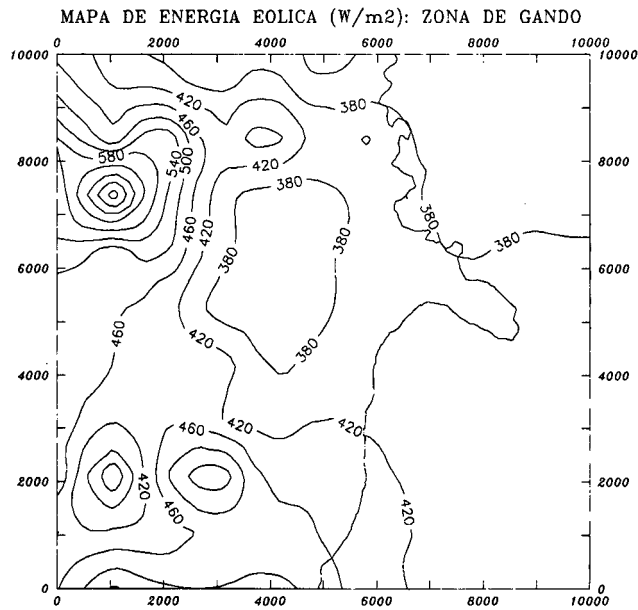


Figura 13. Mapa de energía eólica obtenido sobre la zona de Gando: valores de la energía en Watios/metros².

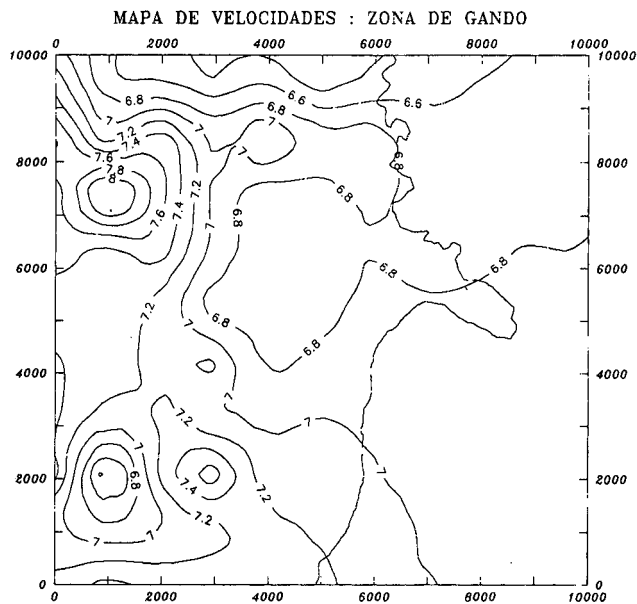


Figura 14. Mapa de distribución de velocidades del viento sobre la zona de Gando; valores de la velocidad en metros/segundo. Datos provenientes de la estación experimental.

del mapa de velocidades (Figura 14) se ha supuesto que la variación en la dirección del viento no es considerable —normalmente, proviene del Nor-Este, variando entre

20 y 30 grados Norte—, procediéndose a representar los valores de la magnitud de las velocidades en metros/segundo. Como era de esperarse, la topología de estos dos mapas (Figuras 13 y 14) es muy similar, registrándose valores más altos de la energía eólica según se avanza en la dirección sur-oeste.

La Figura 15 muestra una perspectiva de la superficie tridimensional del mapa de energía eólica y se incluye aquí con la finalidad de apreciar cualitativamente la evolución de los gradientes energéticos. La región de interés, a efectos prácticos, es la correspondiente a las zonas costeras, ya que los valores de energía que corresponden a los contornos del dominio carecen de la fiabilidad necesaria. Esto es debido a que el programa Wasp realiza el análisis con regiones de tipo circular y en los contornos del dominio la información topográfica es, obviamente, incompleta para efectuar tal análisis.

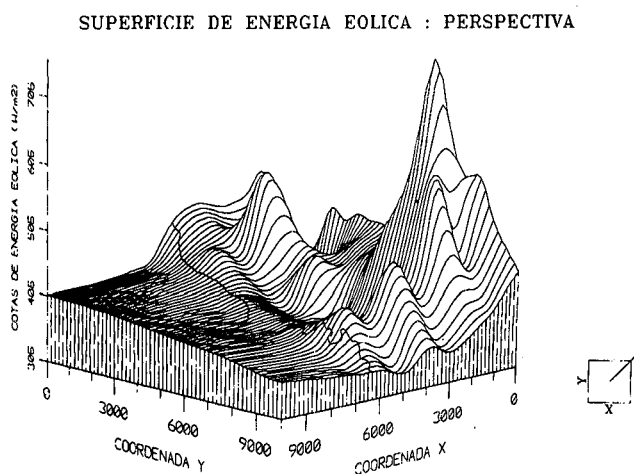


Figura 15. Proyección perspectiva de la superficie de energía eólica sobre la zona de Gando: datos provenientes de la estación experimental.

Finalmente, la Figura 16 muestra la misma proyección perspectiva de la superficie de energía eólica, pero ahora generada a partir de los resultados provenientes del modelo MAZ. La secuencia de datos obtenida con la estación experimental fue sustituida por los valores de velocidad y dirección del viento proporcionados por el modelo global de elementos finitos.

Puede notarse que, si bien los resultados del modelo MAZ no son capaces de recoger las características propias de una secuencia temporal de mediciones experimentales, los resultados proporcionados por el modelo MIZ se aproximan razonablemente bien a los que se obtienen a partir de los datos de la estación experimental (Figura 15). Esta es, probablemente, una de las conclusiones más prometedoras derivadas del trabajo que aquí se presenta: la posibilidad de estimar los recursos eólicos de una determinada región en la cual se carecen de estaciones experimentales mediante el simple procedimiento de sustituir los registros experimentales por valores aproximados provenientes de un modelo global de elementos finitos. Es conveniente mencionar que actualmente se está trabajando sobre otras regiones de la isla, en las cuales no se dispone

SUPERFICIE DE ENERGIA EOLICA : PERSPECTIVA

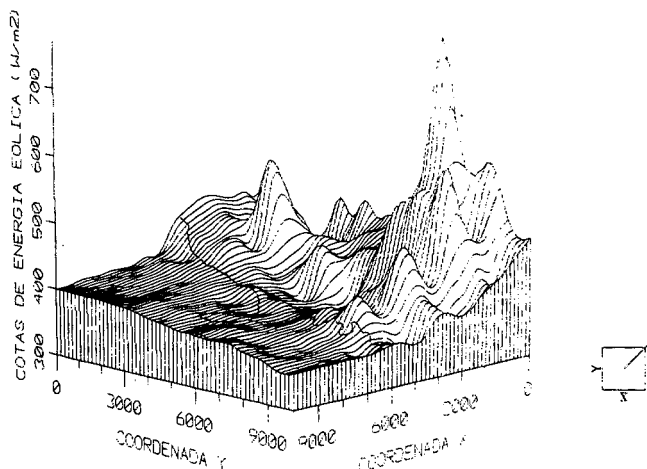


Figura 16. Proyección perspectiva de la superficie de energía eólica sobre la zona de Gando: datos provenientes del modelo MAZ de elementos finitos.

de mediciones experimentales y los resultados preliminares obtenidos concuerdan —suficientemente bien con los prácticos— con algunas estimaciones existentes¹⁴.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a Pedro Gallego Samper, Alejandro Córcoles y Antonio López Gulía, sin cuya colaboración no hubiera sido posible la realización de esta fase del Proyecto. La Consejería de Industria y Energía de la Comunidad Autónoma Canaria ha proporcionado apoyo económico para la ejecución de parte del proyecto.

REFERENCIAS

1. R.A. Anthes y T.T. Warner, "Prediction of mesoscale flow over complex terrain", Tech. Rep. ECOM-5532, U.S. Army Elec. Comm., New Jersey, (1974).
2. B.W. Atkinson, "Meso-Scale atmospheric circulation", Ed. Academic Press, 2a. Ed., Londres, (1981).
3. J.Y. Caneill, P. Rancher, J.P. Granier y R. Rosset, "A finite element formulation of a variational procedure of wind-field adjustment over complex terrain", Final Rep. Comm. of the E.C., Project No. 8C-SR015F, (1984).
4. M. Cerrolaza, J. Castro, y M. Galante, "On the determination of incompressible mesoscale wind-fields; a practical application over the Canary Islands", *Proc. 7th. Int. Conf. on Finite Elements for Fluid Mech.*, Univ. of Alabama (EEUU) (aceptada para publicación), (1989).
5. M.H. Dickerson, "A mass-consistent atmospheric flux models for regions with complex terrain", *J. Applied Met.*, Vol. 17, pp. 241-253, (1978).

6. M. Galante, J. Castro y M. Cerrolaza, "Aplicación de métodos numéricos a una formulación variacional para la determinación de campos de vientos sobre el archipiélago Canario", Informe de avance enviado a la Consejería de Industria y Energía de la Comunidad Autónoma Canaria, Las Palmas, (1980).
7. R.H. Gallagher, O.C. Zienkiewicz, J.T. Oden y M. Morandi Cecchi, (Eds.), "*Finite Elements in Fluids*", Vols. 1-5, Ed. John Wiley & Sons, (1978).
8. E. Heinrich (Ed.), "*Finite Approximations in Fluid Mechanics*", Ed. Vieweg, (1986).
9. J.B. Hovermale, "A non-linear treatment of the problem of the air flow over mountains", Ph. D. Dissertation, The Pennsylvania State University, (1965).
10. P.S. Jackson, J.C.R. y J.C.R. Hunt, "Turbulent wind flow over a low hill", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 105, (1979).
11. G. Johnson, "*Wind Energy Systems*", Ed. Prentice Hall, New York, (1985).
12. M. Kawahara, "Steady and unsteady finite element analysis of incompressible viscous flow", *Finite Elements in Fluids*, (Gallagher et al Eds.), Ed. John Wiley & Sons, pp. 23-54, (1978).
13. C.W. Kreitzberg, "Program and problems in regional numerical weather prediction", *Comp. Fluid Dyn. SIAM-AMS Proc.*, Vol. XI, pp. 32-58, (1978).
14. D.K. Lilly, "Calculations of stably stratified flow around complex terrain", *Research note No. 40*, Fow research, Washington, (1973).
15. R. Lohner, "Finite Element in CFD: what lies ahead", *Int. J. Num Met. Eng.*, Vol. 24, pp. 1741-1756, (1987).
16. Y. Mahrer y R.A. Pielke, "A numerical study of the air flow over mountains using the two dimensional version of the Univeristy of Virginia mesoscale model", *J. of Atmospheric Sciences*, Vol. 32, pp. 2144-2155, (1985).
17. Y. Mahrer y R.A. Pielke, "The stract of topograpy on sea and landbreeze in two dimensional numerical models", *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 105, pp. 1151-1162, (1977).
18. J. Neumann y J. Maherer, "A theoretical study of the sea and landbreezes of circular islangs", *J. Atmos. Sci.*, Vol. 31, pp. 2027-2039, (1974).
19. E.C. Nickerson y E.L. Magaziner, "A three dimensional simulation of winds and non precipitating orographic cloud over Hawai", NOAA Tech. Rep., ERL-377-APCL-39, (1976).
20. E.C. Nockerson y E. Richard, "On the distribution and evolution of clouds and rain over the Vosges and Black Forest Mountains a three dimensional mesoscala simulation with parametrized microphysics", *Proc. Monterrey Conf. on numerical Simulation*, (1981).
21. D.H. Norris y G. de Vries, "A survey of the finite element applications in fluid mechanics", *Finite Elements in Fluid*, (Gallagher et al eds.), Ed. John Wiley & Sons, (1978).
22. M.D. Olson y S.Y. Tuann, "Primitive variables versus stream function finite elements of the Navier-Stokes equation", *Finite Elements in Fluid*, (Gallagher et al Eds.), Ed. John Wiley & Sons, pp. 73-87, (1978).
23. E. Oñate, "Modern Computational Techniques in Fluid Mechanics", *First Int. Short Course*, University de Catalunya, Barcelona, (1988).
24. I. Orlansky, "A rational subdivision of scale for atmospheric processes", *Bull. Amer. Soc.*, Vol. 56, pp. 527-530, (1975).
25. H. Petersen y J.C. Hansen, "Application of wind energy in developing countries", *Proc. EWEC'86*, Roma, (1986).
26. H. Petersen y I. Troen, "The European Wind Atlas", *Proc. EWEC'86*, Roma, (1986).
27. H. Petersen, I. Troen, S. Frandsen y K. Hedegard, "Wind Atlas for Denmark", RISO National Laboratory, Dinamarca, (1981).

28. R.A. Pielke, "A three dimensional numerical model of the sea breezes over South Florida", *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 102, pp. 11-137, (1976).
29. P. Queney, "The problem of the airflow over mountains: a summary of theoretical studies", *Bull. Amer. Meteor. Sci.*, Vol. 29, pp. 16-26, (1948).
30. R. Rosset, "Ecoulements atmospherics à mesochele: influence du relief, phenomenes de brises", *Conf. EDF-OEA, Mechanique de l'atmosphere et energetique indutrialle*, Jouyen-Josas, (1975).
31. J.S. Sawyer, "Numerical calculation of the displacement of a stratified airstream crossing a ridge of small height", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 86, pp. 326-345, (1960).
32. R.S. Scorer, "Theory of waves in the lee mountains", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 75, pp. 41-56, (1949).
33. C. Taylor y P. Wood, "A numerical solution of the Navier-Stokes equations using the finite element techniques", *Comp. Fluid*, Vol. 1, pp. 73-100, (1982).
34. C. Taylor y T. Hughes, "*Finite programing of the Navier-Stokes equations*", Ed. Pineridge Press, Swansea, (1981).
35. I. Troen y A. Bass, "A spectral diagnostic model for wind flow simulation in complex terrain", *Proc. EWWC'86*, Roma, (1986).
36. S.Y. Tuann y M.D. Olson, "A study of various solution methods for the Navier-Stokes equations", *Structural report No. 14*, Dept. of Civil Eng., U.B.L., (1976).
37. C.E. Wallington, "A computing aide to studies of sirflow over mountains", *Meteor. Mag.*, Vol. 99, pp. 157-165, (1970).
38. WASP: Wind Atlas Analysis and Application Programme, Laboratorio Nacional RISO, Dinamarca, (1986).
39. O.C. Zienkiewicz, "*The Finite Element Method*", 3a. Ed., Mc. Graw-Hill, (1976).
40. "Aprovechamiento Racional de Pequeños Sistemas Eólicos de Energía Eléctrica en Paises Iberoamericanos", Propuesta de Investigación de la Comisión y Centenario del Descubrimiento de América, Madrid, (1988).
41. "Seminario Cívico-Militar de Canarias", Conferencias varias, Las Palmas, (1984).