

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A. H. Barbat

**Estudio Analítico sobre el
Comportamiento Sísmico de
Muros de Mampostería
Confinada con Aberturas**

J. J. Alvarez
S. M. Alcocer

Estudio Analítico sobre el Comportamiento Sísmico de Muros de Mampostería Confinada con Aberturas

J. J. Alvarez
S. M. Alcocer

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA
Edificio C1, Campus Norte UPC
Gran Capitán s/n
08034 Barcelona, Spain

MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA
Editor A. H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**ESTUDIO ANALÍTICO SOBRE EL COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE MUROS DE MAMPOSTERÍA
CONFINADA CON ABERTURAS**

Monografía CIMNE IS46
© Los autores

ISBN: 84-89925-90-9
Depósito legal: B-48204-2001

Dedico este trabajo, con profundo amor, a mi esposa y a mis hijos.

A mis padres, con mi agradecimiento perenne.

José de Jesús Alvarez Sereno.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi sincero agradecimiento a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México), mi centro de trabajo, por haber hecho posible la realización de esta investigación. Igualmente, al Centro Nacional de Prevención de Desastres (México), por las facilidades otorgadas durante la realización de la misma.

M. en I. José de Jesús Álvarez Sereno.

CONTENIDO

PRÓLOGO	1
CAPÍTULO 1. DESARROLLO DEL MODELO ANALÍTICO	3
1.1 INTRODUCCIÓN	3
1.2 LEYES CONSTITUTIVAS	4
1.2.1 Consideraciones básicas	4
1.2.2 Ley equivalente uniaxial para el concreto y la mampostería	7
1.2.3 Fractura de los materiales pétreos	9
1.2.4 Criterio de falla bajo esfuerzo biaxial en los materiales pétreos	10
1.2.5 Modelos de grietas distribuidas	12
1.2.6 Rigidez por cortante de los materiales agrietados	13
1.2.7 Resistencia a la compresión de los materiales agrietados	14
1.2.8 Ley esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo	15
1.2.9 Matrices de rigidez de los materiales	15
1.2.10 Deformación uniaxial equivalente	17
1.2.11 Análisis de esfuerzos	17
1.3 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO	18
1.4 TÉCNICA DE SOLUCIÓN NO LINEAL	19
1.4.1 El Método de Newton-Raphson	19
1.4.2 Criterio de convergencia	20
CAPÍTULO 2. CALIBRACIÓN DEL MODELO	22
2.1 INTRODUCCIÓN	22
2.1.1 Modelado de los especímenes	23
2.1.2 Condiciones de carga	23
2.2 MODELO M0	24
2.2.1 Descripción del modelo experimental	24
2.2.2 Descripción del modelo analítico	24
2.2.3 Modelos de grieta fija	27
2.2.4 Modelos de grieta giratoria	32
2.3 MODELO WWW	36
2.3.1 Descripción del modelo experimental	37

2.3.2 Descripción del modelo analítico	39
2.3.3 Modelo de columna ancha	45
2.4 COMENTARIOS	47
CAPÍTULO 3. COMPORTAMIENTO ANALÍTICO DE MUROS CON ABERTURAS	49
3.1 INTRODUCCIÓN	49
3.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS	49
3.3 EFECTO DEL TAMAÑO DE LA ABERTURA	59
3.3.1 Modelos cuadrados ($H/L=1$)	60
3.3.2 Modelos anchos ($H/L=0.67$)	63
3.3.3 Modelos esbeltos ($H/L=2$)	66
3.4 EFECTO DE LA POSICIÓN DE LA ABERTURA	66
3.4.1 Modelos cuadrados ($H/L=1$)	66
3.4.2 Modelos anchos ($H/L=0.67$) y modelos esbeltos ($H/L=2$)	82
3.5 COMENTARIOS Y RECOMENDACIONES	82
CAPÍTULO 4. ESTUDIO DE OTRAS VARIABLES	91
4.1 INTRODUCCIÓN	91
4.2 EFECTO DE LA CARGA VERTICAL	91
4.2.1 Descripción del comportamiento analítico	91
4.2.2 Comparación con resultados experimentales	92
4.3 INFLUENCIA DE LA RELACIÓN DE ASPECTO	102
4.3.1 Modelos sin abertura	102
4.3.2 Modelos con abertura	104
4.4 PATRONES DE AGRIETAMIENTO	108
4.5 MODELOS DE COLUMNA ANCHA	114
REFERENCIAS	117

PRÓLOGO

El sistema estructural mayormente empleado en la construcción de vivienda en México y en muchas otras partes del mundo sigue siendo a base de muros de mampostería. Éste representa en muchos casos, la solución económica más adecuada para construcciones de baja o mediana altura en las que se requiere subdividir el área total en espacios pequeños. En este tipo de estructuras los muros constituyen el único elemento vertical resistente, por lo que deben soportar los efectos de las cargas verticales (gravitacionales) y horizontales (sismos), quedando sometidas a fuerzas normales, fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

En varios países de América Latina, entre ellos México, es común el uso de la mampostería confinada, la cual consiste en tableros de mampostería confinados con columnas y vigas de concreto reforzado de pequeñas dimensiones en su sección transversal, que en nuestro país se denominan *castillos* y *dalas*. El tablero de mampostería se construye primero, y posteriormente se cuelan los castillos y las dalas, utilizando las superficies laterales del tablero como cimbra.

Actualmente, las tendencias de diseño sísmico de edificios basadas en desempeño, requieren conocer con detalle su comportamiento no lineal hasta niveles altos de deformación lateral. Los métodos de análisis elástico-lineales en general no proporcionan la información necesaria para el diseño, por lo que debieran ser sustituidos por técnicas, y eventualmente, por programas de análisis no lineal. Sin embargo, la práctica profesional de la ingeniería requiere de modelos estructurales no lineales que sean suficientemente simples para su uso cotidiano y que, al mismo tiempo, representen en forma realista su comportamiento.

Para el análisis de muros de mampostería confinada no existe un modelo simple; el comportamiento de la mampostería es menos conocido que el del concreto y el del acero, a pesar de que en nuestro país se han realizado investigaciones serias al respecto desde hace tres décadas. Como principales razones de lo anterior, se pueden mencionar el complejo comportamiento mecánico y el número de variables que es necesario tomar en cuenta para su estudio; algunas de ellas son difíciles de cuantificar, como son las propiedades de los materiales y la calidad de la mano de obra, y otras poco o nada se han estudiado, como son las condiciones de contacto entre tablero y marco confinante, y la adherencia entre el mortero y las piezas.

El problema del comportamiento de los muros de mampostería confinada aún no está resuelto; existen muchas variables que modifican su respuesta y que no ha sido posible estudiar en el laboratorio, principalmente por el alto costo que esto representa. Una alternativa es desarrollar procedimientos analíticos, debidamente calibrados, que permitan simular dichas pruebas experimentales, y a partir de ellos, proponer modelos simples de análisis para su uso en la praxis de la ingeniería estructural.

El desarrollo que ha tenido la computación en los últimos años permite la aplicación del método de los elementos finitos al análisis de estructuras de formas y comportamiento complejos. Por esto, actualmente una de las herramientas más potentes para el estudio de estructuras de mampostería lo constituye el método de los elementos finitos, básicamente en el ámbito de la investigación, ya que la gran cantidad de recursos computacionales que requiere un análisis no lineal hace que su uso resulte inadecuado para la práctica de la ingeniería.

Una de las variables que menos se conocen en el comportamiento de estructuras de mampostería confinada sometidas a fuerzas laterales es el efecto del tamaño y de la posición de las aberturas que, por razones arquitectónicas y de funcionalidad, se presentan con frecuencia en los muros de fachada de los edificios, en forma de ventanas.

El objetivo fundamental de este trabajo es estudiar de manera analítica las implicaciones que tiene la existencia de aberturas en la degradación de resistencia y de rigidez en muros de mampostería confinada. Para desarrollar la idea anterior, se elaboraron y se analizaron varios modelos no lineales de elementos finitos de muros de mampostería confinada con y sin aberturas; previamente se calibró el método con dos modelos a escala natural ensayados en el laboratorio por otros autores (Alcocer *et al.*, 1994; Aguilar *et al.*, 1996). Con base en la información obtenida en los diferentes análisis fue posible proponer recomendaciones prácticas con fines de diseño.

En el primer capítulo se describen las leyes constitutivas y propiedades de los materiales requeridas para el análisis no lineal de muros de mampostería confinada usando el método de los elementos finitos. En el segundo capítulo se calibra el modelo con dos especímenes ensayados en laboratorio. En el tercero se estudia una amplia variedad de modelos no lineales de elementos finitos de muros de mampostería confinada con y sin huecos, con distintos niveles de carga vertical y con diferentes relaciones de aspecto; de los resultados se obtienen las recomendaciones para diseño que cumplen con el objetivo planteado. Finalmente, en el cuarto capítulo se estudia el efecto de otras variables que influyen en el comportamiento analítico de muros de mampostería y su respuesta se compara con algunos resultados experimentales.

CAPÍTULO 1

DESARROLLO DEL MODELO ANALÍTICO

1.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo fue formular un modelo analítico, a través del código *SBETA* (Cervenka y Pukl, 1995), que permitiese reproducir el comportamiento de muros de mampostería confinada sujetos a cargas laterales monótonas aplicadas en su plano. El modelo debería ser capaz de reproducir, tan fielmente como fuese posible, el comportamiento de este complejo sistema estructural. Se empleó el método de los elementos finitos (MEF), mismo que representa actualmente una poderosa herramienta para el análisis de sistemas estructurales y que permite abordar problemas complejos como son estructuras compuestas por diferentes materiales, comportamiento no lineal de los mismos, etc.

Al nivel macroscópico que interesa en este trabajo, se puede considerar que los muros de mampostería confinada están formados por tres materiales: la propia mampostería, el concreto y el acero de refuerzo. Cada material puede exhibir, alcanzando un cierto nivel de esfuerzos, un notorio comportamiento inelástico, que se manifiesta principalmente como agrietamiento en la mampostería y en el concreto, así como por fluencia en el acero de refuerzo.

Tomando en cuenta los efectos mencionados, el análisis de un muro de mampostería puede considerarse como un problema de estado plano de esfuerzos, con relaciones esfuerzo-deformación no lineales. Como a pesar de dichos efectos los muros siguen teniendo una rigidez apreciable y las deformaciones son pequeñas, puede ignorarse la no linealidad geométrica, es decir, las ecuaciones de equilibrio pueden plantearse sobre la configuración inicial (sin deformaciones).

Para los fines que se persiguen en este trabajo, el concreto y el acero de refuerzo pueden considerarse como materiales homogéneos aunque la mampostería es un material claramente heterogéneo, formado por piezas prismáticas (tabiques o bloques) dispuestas en hiladas, unidas entre sí por un mortero. Al respecto, existen técnicas de homogeneización que permiten, a partir de las propiedades de los materiales constituyentes (piezas y mortero), estimar las propiedades homogéneas equivalentes del conjunto en un enfoque macroscópico. Sin embargo, los métodos de homogeneización, al menos en su estado actual de desarrollo, no constituyen un camino práctico para caracterizar el comportamiento global no lineal de la mampostería. Las pruebas de laboratorio son costosas y es necesario realizar un gran número de ellas para conocer aproximadamente el comportamiento de un tipo particular de mampostería, mientras que los métodos analíticos aproximados, como los propuestos por Pande y Middleton en 1995, Mosalam en 1996 y Laurenço en 1996, conducen a errores importantes cuando se aplican en el intervalo no lineal (Orduña, 1999). La alternativa que se ha empleado, teniendo presente que interesa estudiar el comportamiento de muros de mampostería a escala macroscópica, es representar el conjunto piezas-mortero como si fuese un solo material, similar al concreto, al cual se le asignan propiedades mecánicas que corresponden a las del material compuesto (Bazán, 1980). Actualmente puede considerarse que un comportamiento de este tipo es suficiente para reproducir la respuesta global de la estructura. Por lo anterior, y teniendo en cuenta que el comportamiento general uniaxial es similar entre el concreto y la mampostería, para simular el comportamiento de esta última se recurrirá al modelo constitutivo y los criterios de falla empleados para el concreto.

El desarrollo que se siguió en este trabajo se basa en la formulación en términos de desplazamiento del MEF y en un modelo constitutivo no lineal para concreto reforzado. El procedimiento numérico para la solución de un problema a través del MEF consiste, en general, de tres partes básicas:

- (1) Las leyes constitutivas que definen el comportamiento del material a través de las relaciones esfuerzo-deformación.
- (2) La técnica de los elementos finitos, la cual lleva a cabo una discretización del campo de desplazamientos usando los desplazamientos nodales.
- (3) La técnica de solución, la cual resuelve el problema no lineal a través de un proceso iterativo que toma en cuenta los cambios en las leyes constitutivas de los materiales y las redistribuciones de esfuerzos a que haya lugar.

La descripción de estos aspectos básicos, que son los que se considerarán más adelante para la elaboración de modelos de elementos finitos y que son los empleados por el software SBETA (Cervenka y Pukl, 1995), se presenta en este capítulo. Se hará énfasis en explicar los procedimientos usados; el sustento teórico no se tratará en detalle, pero se puede consultar en las referencias.

1.2 LEYES CONSTITUTIVAS

1.2.1 Consideraciones básicas

1.2.1.1 Esfuerzo, Deformación y Rigidez de los Materiales

Se supuso para el análisis un estado plano de esfuerzos; por lo tanto, las leyes constitutivas también se consideraron para un estado plano de esfuerzos. Se empleó un *enfoque difuso* para modelar las propiedades de los materiales, tales como grietas o acero de refuerzo distribuido. Esto significa que las propiedades de los materiales definidas para un punto en particular eran válidas dentro de un cierto volumen de material, el cual estaba, en este caso, asociado con un elemento finito completo. El modelo constitutivo se basó en la formulación de las rigideces y se describe por la ecuación de equilibrio en un punto del material:

$$\mathbf{s} = \mathbf{D}\mathbf{e}, \quad \mathbf{s} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T, \quad \mathbf{e} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T \quad (1.1)$$

donde \mathbf{s} , \mathbf{D} y \mathbf{e} son el vector de esfuerzos, la matriz de rigideces del material y el vector de deformaciones, respectivamente. Los vectores de esfuerzo y de deformación incluyeron las componentes del esfuerzo en el estado plano de esfuerzo, σ_x , σ_y , τ_{xy} (figura 1.1) y las componentes de deformación, ε_x , ε_y , γ_{xy} (figura 1.2). Las deformaciones eran comunes para todos los materiales. El vector \mathbf{s} y la matriz \mathbf{D} podían descomponerse en los esfuerzos y rigideces debidos al concreto y al acero de refuerzo como

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_c + \mathbf{s}_s, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_c + \mathbf{D}_s \quad (1.2)$$

El vector de esfuerzos \mathbf{s} y ambas componentes del esfuerzo \mathbf{s}_c y \mathbf{s}_s estaban relacionadas a través del área total de la sección transversal. El esfuerzo en el concreto \mathbf{s}_c actuaba en el área del concreto A_c , la cual se consideró igual al área total de la sección transversal compuesta.

La matriz \mathbf{D} tuvo una formulación que siguió la ley de Hooke tanto para materiales isotrópicos como ortótropos, como se mostrará en la sección 1.2.9.

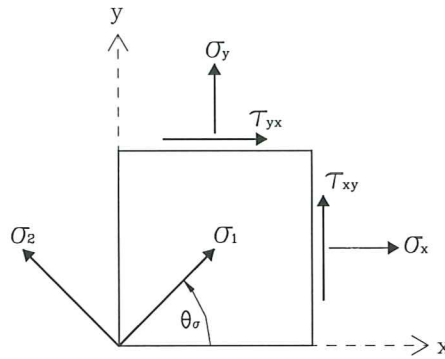


Figura 1.1. Componentes del estado plano de esfuerzos.

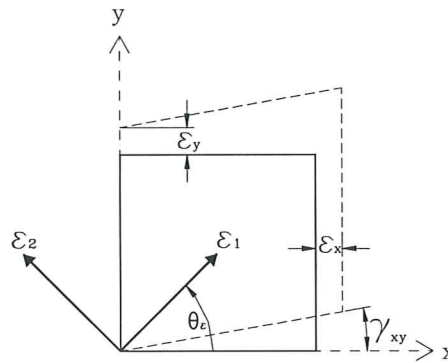


Figura 1.2. Componentes del estado de deformación.

El vector de esfuerzo del acero de refuerzo s_s , era la suma de todas las componentes de esfuerzo de las diferentes barras de refuerzo:

$$s_s = \sum_{i=1}^n s_{si} \quad (1.3)$$

en donde n era el número de barras de refuerzo. Para el i -ésimo refuerzo, la componente global de esfuerzo del refuerzo s_{si} se relacionó con el esfuerzo local del refuerzo σ'_{si} mediante la transformación

$$s_{si} = T_\sigma p_i \sigma'_{si} \quad (1.4)$$

donde p_i es la cuantía de refuerzo $p_i = A_{si} / A_c$ (A_{si} es el área de la sección transversal de acero). El esfuerzo local del refuerzo σ'_{si} actuaba en el área del acero de refuerzo A_{si} .

Los vectores de esfuerzo y de deformación en el estado plano de esfuerzos se transformaron de acuerdo con las ecuaciones siguientes. Los nuevos ejes u y v estaban girados respecto a los ejes x y y un ángulo α , el cual era positivo en sentido contrario a las manecillas del reloj, como se muestra en la figura 1.3.

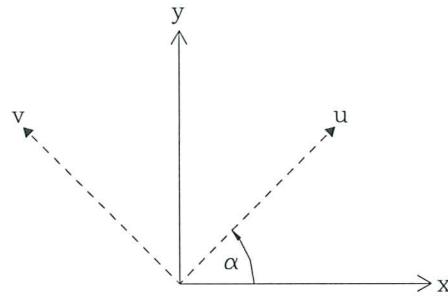


Figura 1.3. Rotación de los ejes de referencia.

Por tanto, la transformación de esfuerzos estaba dada por

$$\mathbf{s}_{(u)} = \mathbf{T}_{\sigma} \mathbf{s}_{(x)} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{T}_{\sigma} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\text{donde } \mathbf{s}_{(u)} = \{\sigma_u, \sigma_v, \tau_{uv}\}^T \text{ y } \mathbf{s}_{(x)} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T$$

y la transformación de deformaciones era

$$\mathbf{e}_{(u)} = \mathbf{T}_{\epsilon} \mathbf{e}_{(x)} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{T}_{\epsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ -2\cos(\alpha)\sin(\alpha) & 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$\text{donde } \mathbf{e}_{(u)} = \{\epsilon_u, \epsilon_v, \gamma_{uv}\}^T \text{ y } \mathbf{e}_{(x)} = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}\}^T$$

Los ángulos de los planos principales (figuras 1.1 y 1.2) se obtenían con las ecuaciones (Popov, 1976)

$$\tan(2\theta_{\sigma}) = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} \quad \tan(2\theta_{\epsilon}) = \frac{\gamma_{xy}}{(\epsilon_x - \epsilon_y)} \quad (1.9)$$

donde θ_{σ} era el ángulo del plano principal de esfuerzos y θ_{ϵ} el ángulo del plano principal de deformaciones. En caso de material isótropo (concreto o mampostería sin agrietar), éstos eran iguales; en caso de material ortótropo (material agrietado) los ángulos podían ser diferentes.

1.2.1.2 Propiedades de los materiales

Una modelación adecuada para los materiales frágiles, como son el concreto y la mampostería, es difícil de lograr aún con sofisticados programas de computadora. Una de las dificultades es

que existen algunas propiedades difíciles de medir en el laboratorio, o que incluso, como en el caso de la mampostería, algunas de ellas ni siquiera se han estudiado o medido. Para tratar de alcanzar una respuesta analítica satisfactoria del comportamiento de estos materiales, el modelo que se desarrolló y presentará en los siguientes capítulos incluye los efectos del comportamiento del concreto y de la mampostería que se mencionan a continuación:

- comportamiento no lineal en compresión, incluyendo el ablandamiento,
- fractura del concreto a tensión basada en la mecánica de la fractura no lineal,
- criterio de falla por esfuerzo biaxial,
- reducción de la resistencia a compresión después del agrietamiento,
- reducción de la rigidez por cortante después del agrietamiento, y
- dos modelos de grieta: dirección de grieta fija y dirección de grieta giratoria.

Se supuso una perfecta adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo. Se consideró que el acero de refuerzo se encontraba sometido a un estado uniaxial de esfuerzos y poseía un diagrama esfuerzo-deformación bilineal.

La matriz \mathbf{D} de los materiales en la Ec. 1.2 se obtuvo usando un enfoque elástico no lineal. En este enfoque las constantes elásticas actuales se obtenían de una función esfuerzo-deformación llamada *ley equivalente uniaxial*.

1.2.2 Ley equivalente uniaxial para el concreto y la mampostería

El comportamiento no lineal del concreto y de la mampostería en el estado biaxial de esfuerzos se expresó a través del llamado esfuerzo efectivo σ_c^{ef} , el cual era un esfuerzo principal, y de la deformación uniaxial equivalente ε^{eq} (sección 1.2.10). El esfuerzo efectivo era función de la deformación uniaxial equivalente. El diagrama de esta función constaba de las cuatro partes que se muestran en la figura 1.4.

Estado 1. Tensión elástica lineal antes del agrietamiento,

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, \quad 0 < \sigma_c < R_t^{ef} \quad (1.10)$$

donde E_c era el módulo de elasticidad inicial del concreto o de la mampostería y R_t^{ef} la resistencia efectiva a tensión, derivada de una función de falla (sección 1.2.4.2).

Estado 2. Ablandamiento lineal por tensión después del agrietamiento

$$\sigma_c^{ef} = E_t \varepsilon^{eq} + R_t^{ef} \left(1 - \frac{E_t}{E_c}\right), \quad \varepsilon_t < \varepsilon^{eq} < \varepsilon_0 \quad (1.11)$$

donde $E_t < 0$ era el módulo de ablandamiento y ε_t , ε_0 eran las deformaciones pico y final, respectivamente.

Estado 3. El tramo de carga en compresión era una parábola de segundo grado

$$\sigma_c^{ef} = R_c^{ef} (2x - x^2), \quad x = \varepsilon^{eq} \frac{E_c}{2R_c^{ef}}, \quad R_c^{ef} < \sigma_c^{ef} < 0 \quad (1.12)$$

donde R_c^{ef} era el esfuerzo pico del diagrama esfuerzo-deformación (resistencia del concreto y/o de la mampostería).

Estado 4. El ablandamiento en compresión (rama descendente) era lineal

$$\sigma_c^{ef} = E_d(\varepsilon^{eq} - \varepsilon_d), \quad \varepsilon_d = \frac{R_c^{ef}}{E_c} \left(2 - \frac{E_c}{E_d}\right), \quad \varepsilon_d < \varepsilon^{eq} < \varepsilon_c = \frac{2R_c^{ef}}{E_c} \quad (1.13)$$

donde $E_d < 0$ era el módulo de ablandamiento en compresión y ε_c , ε_d , eran las deformaciones pico y final en compresión respectivamente.

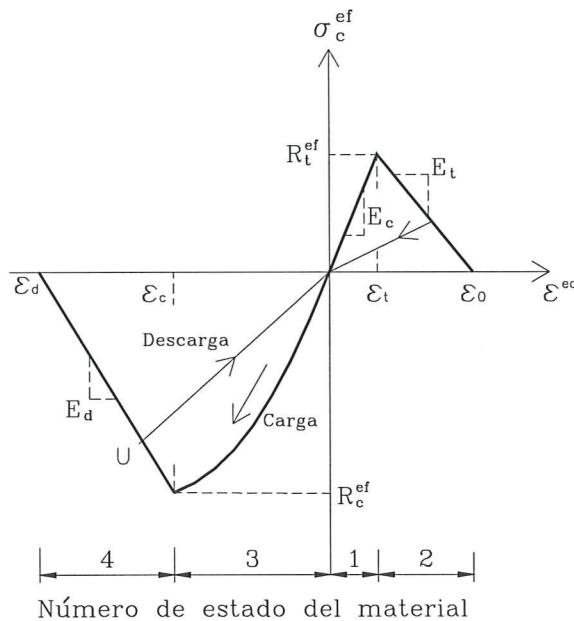


Figura 1.4. Diagrama esfuerzo-deformación uniaxial para el concreto y la mampostería (Cervenka y Pukl, 1995).

La descarga se idealizó como una función lineal al origen. Un ejemplo de descarga en el punto U se muestra en la figura 1.4. Por ello, la relación entre esfuerzo y deformación ε^{eq} y σ_c^{ef} no era única y dependía de la historia de carga.

Los valores pico del esfuerzo en compresión R_c^{ef} y en tensión R_t^{ef} se calculaban de acuerdo con el estado biaxial de esfuerzos como se mostrará en la sección 1.2.4. Por lo tanto, la ley de esfuerzo-deformación uniaxial equivalente reflejaba el estado biaxial de esfuerzos. La relación esfuerzo-deformación descrita con anterioridad se usó para calcular el módulo de elasticidad de las matrices de rigidez del material (sección 1.2.9).

El módulo secante se calculó con

$$E_c^s = \frac{\sigma_c}{\varepsilon^{eq}} \quad (1.14)$$

y se usaba en las ecuaciones constitutivas para calcular los esfuerzos en un determinado estado de deformación en la sección 1.2.11.

El módulo tangente E'_c se aplicaba en la matriz del material Dc , la cual era usada para construir la matriz de rigideces del elemento para la solución iterativa. El módulo tangente era la pendiente de la curva esfuerzo-deformación en ese punto y siempre era positiva. En los casos en que la pendiente de la curva fuera muy pequeña, menor que $E'_{min} = 0.002E_c$, el valor del módulo tangente se consideró igual a $E'_c = E'_{min}$ (Cervenka y Pukl, 1995). Esto ocurría en los intervalos de ablandamiento y cerca del pico de compresión.

1.2.3 Fractura de los materiales pétreos

Se adoptó el enfoque no lineal de la mecánica de la fractura para la propagación de la grieta dentro del concepto de grieta distribuida. El inicio de la grieta estaba gobernado por el criterio del esfuerzo $\sigma_c > R_t^{ef}$ y la abertura consecuente de las grietas estaba controlado por el modelo de banda agrietada (Bazant, 1983). El módulo de ablandamiento E_t del concreto en tensión (figura 1.4) se ajustaba para cada elemento de acuerdo con la ecuación

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E_c} \left(1 - \frac{2\lambda}{L}\right), \quad \lambda = \frac{E_c G_f}{R_t^{ef 2}} \quad (1.15)$$

donde G_f era la energía de fractura y L era el ancho de banda de la grieta. El ancho de banda de la grieta era función del tamaño del elemento y se aproximaba para todas las orientaciones de las grietas con $L = \sqrt{A}$, donde A era el área del elemento finito cuadrilátero. λ era una longitud característica (Hillerborg, 1991) y era una medida de la tenacidad.

En caso de que la energía de fractura no fuese conocida, se podía recurrir a un procedimiento alternativo (Vos, 1983). En este enfoque se considera que la abertura de la grieta ω_0 prácticamente no varía con las propiedades del material y se relaciona con la energía de fractura G_f y la resistencia a tensión R_t^{ef} mediante

$$\omega_0 = \frac{2G_f}{R_t^{ef}} = 0.0051 \text{ [cm]} \quad (1.16)$$

donde ω_0 era el ancho de la grieta después de que ésta estaba completamente libre de esfuerzo normal. Por ejemplo, para concreto con $R_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ le correspondía aproximadamente una energía de fractura $G_f = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{cm/cm}^2$ si se consideraba $R_t = 0.1R_c$. La Ec. 1.16 se sustituía en la Ec. 1.15 para determinar el módulo de ablandamiento E_t .

El proceso de formación de la grieta se dividió en tres etapas, como se muestra en la figura 1.5: *Estado no agrietado* – antes de que la resistencia a tensión se alcanzara, *estado de formación de la grieta* – antes de que la cara de la grieta quedara completamente libre de esfuerzo, *estado agrietado* – después del cese completo de esfuerzo. Todas las grietas que estaban en proceso conformaban una zona de esfuerzos elevados. Después de la completa caída del esfuerzo, por lo general se formaba una grieta en una delgada franja de los elementos finitos de la zona en proceso. Sin embargo, la aparición de la grieta puede retardarse o prevenirse con el acero de refuerzo. El enfoque de la energía de fractura usada aquí reduce significativamente el efecto del tamaño de la malla de elementos finitos en el análisis (Cervenka y Pukl, 1995).

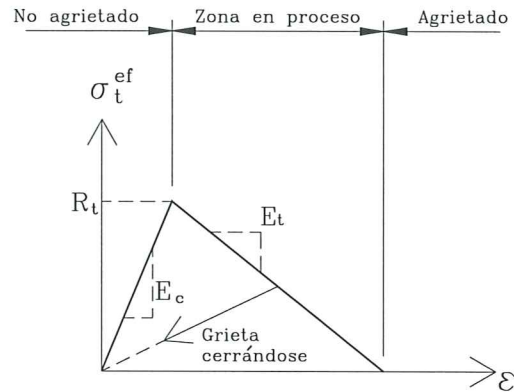


Figura 1.5. Etapas de formación de la grieta (Cervenka y Pukl, 1995).

El modelo de la fractura distribuida no es idéntico a las grietas discretas que ocurren en el concreto y en la mampostería. Sin embargo, en muchas situaciones el comportamiento real exhibe bandas de grietas finamente separadas (por ejemplo en muros de concreto o de mampostería con refuerzo a base de malla), el cual es muy similar al modelo de grieta distribuida o difusa. De esta manera, el modelo de la fractura distribuida es más apropiado en algunos casos y menos en otros. A pesar de ello, se ha mostrado que el modelo de la fractura distribuida puede también describir satisfactoriamente la propagación de las grietas discretas en el concreto (Cervenka *et al.*, 1990 y 1991). También es posible que el segundo esfuerzo paralelo a la dirección de la grieta exceda la resistencia a tensión; entonces se forma una segunda grieta en la dirección ortogonal a la primera, usando el mismo modelo de ablandamiento que para la primera grieta.

1.2.4 Criterio de falla por esfuerzo biaxial en los materiales pétreos

1.2.4.1 Falla por compresión

Se consideró el criterio de falla por esfuerzo biaxial (Kupfer *et al.*, 1969) que se presenta en la figura 1.6. En estado de compresión-compresión la función de falla es

$$R_c^{ef} = \frac{1+3.65a}{(1+a)^2} R_c, \quad a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (1.17)$$

donde σ_{c1} , σ_{c2} son los esfuerzos principales en el material y R_c es la resistencia a compresión uniaxial. La resistencia del material en un estado biaxial de esfuerzo se predice bajo la suposición de un patrón proporcional de esfuerzo.

En un estado de compresión-tensión la función de falla continúa del punto ($\sigma_{c1}=0$, $\sigma_{c2}=R_c$) hacia la región de compresión-tensión:

$$R_c^{ef} = R_c r_{ec}, \quad r_{ec} = \left(1 + 5.3278 \frac{\sigma_{c1}}{R_c}\right), \quad r_{ec} \geq 0.9 \quad (1.18)$$

donde r_{ec} es el factor de reducción para la resistencia en compresión en la dirección principal 2 debida al esfuerzo principal de tensión en la dirección 1.

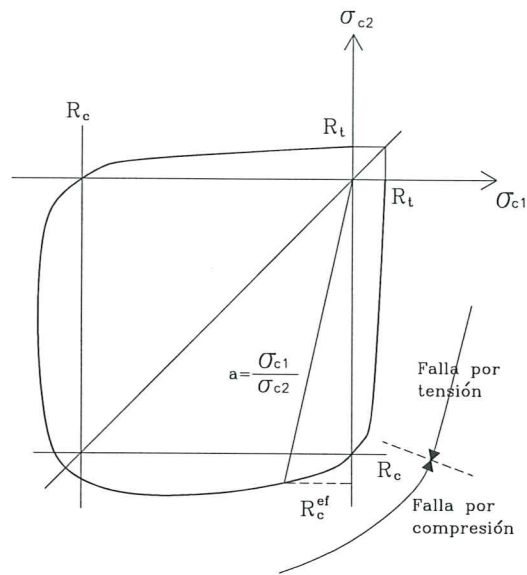


Figura 1.6. Función de falla biaxial del concreto y la mampostería (Cervenka y Pukl, 1995).

1.2.4.2 Falla por tensión

En un estado de tensión-tensión la resistencia por tensión era constante e igual a la resistencia a tensión uniaxial R_t .

En un estado de compresión-tensión la resistencia por tensión se redujo con la relación

$$R_t^{ef} = R_t r_{et} \quad (1.19)$$

donde r_{et} era el factor de reducción de la resistencia por tensión en la dirección 1 debida al esfuerzo de compresión en la dirección 2. La función de reducción podía tener una de las siguientes formas (figura 1.7):

$$r_{et} = 1 - 0.8 \frac{\sigma_{c2}}{R_c} \quad (1.20)$$

$$r_{et} = \frac{A + (A-1)B}{AB}, \quad B = Kx + A, \quad x = \frac{\sigma_{c2}}{R_c} \quad (1.21)$$

La función de reducción en la última ecuación es una hipérbola que pasa a través de los puntos ($r_{et}=1.0$, $x=0$) y ($r_{et}=0.2$, $x=1.0$). Las constantes K y A definen la forma de la hipérbola. Se consideraron dos formas de la hipérbola, que están dadas por la posición de un punto intermedio. Los valores de las constantes para las dos posiciones de un punto intermedio se dan en la siguiente tabla:

Tipo	Punto		Parámetros	
	r	x	A	K
(a)	0.5	0.4	0.75	1.125
(b)	0.5	0.2	1.0625	6.0208

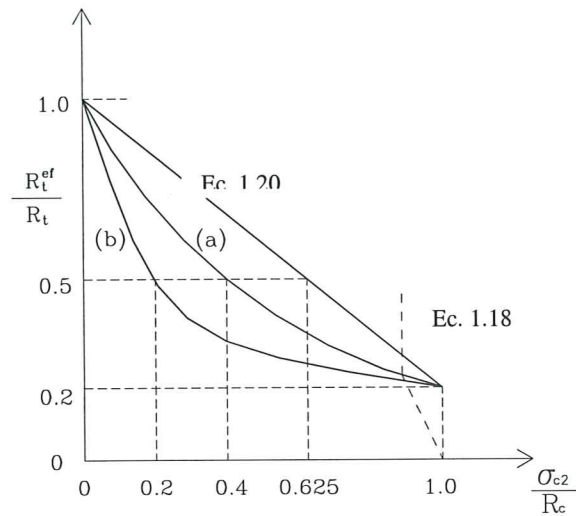


Figura 1.7. Función de falla en compresión-tensión para el concreto y la mampostería (Cervenka y Pukl, 1995).

1.2.5 Modelos de grietas distribuidas

Se consideró el modelo de la fractura distribuida para la modelación de las grietas. Dentro del modelo distribuido se tienen dos enfoques posibles para el modelado de las grietas: modelo de grieta fija y modelo de grieta giratoria. En ambos modelos la grieta se forma cuando el esfuerzo principal excede la resistencia a tensión. La formación de una grieta en el concepto de grieta distribuida significa que el modelo de material ortótropo se empleará en un elemento finito.

1.2.5.1 Modelo de grieta fija

En el modelo de grieta fija (Cervenka, 1985) la dirección de la grieta está dada por la dirección del esfuerzo principal en el momento del inicio de la grieta. Durante el incremento de la carga, esta dirección queda fija y representa el eje de ortotropía del material.

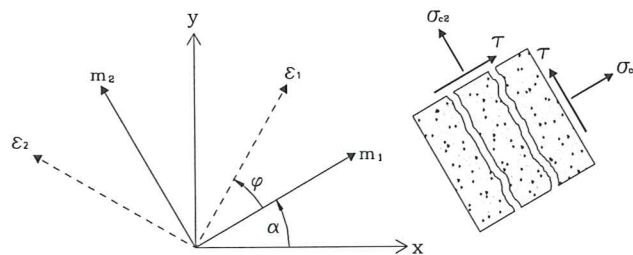


Figura 1.8. Modelo de grieta fija. Estado de esfuerzos y deformaciones.

Las direcciones del esfuerzo y deformación principales coincidían en el material no agrietado, debido a que se asumió la condición de isotropía. Después del agrietamiento se introducía una ortotropía. El eje débil del material m_1 era normal a la dirección de la falla y el eje fuerte m_2 era paralelo a las grietas. En un caso general, los ejes principales de deformación, ϵ_1 , ϵ_2 , pueden girar y no necesariamente coinciden con los ejes de ortotropía, m_1 y m_2 . Esto podía producir las

tres componentes de esfuerzo en el concreto agrietado, como se muestra en la figura 1.8. Los esfuerzos σ_{c1} , σ_{c2} denotan los esfuerzos normales en los planos de agrietamiento; ellos no eran los esfuerzos principales. La rigidez por cortante del material agrietado se describirá en la sección 1.2.6.

1.2.5.2 Modelo de grieta giratoria

En el modelo de grieta giratoria (Vecchio y Collins, 1986; Crisfield y Wills, 1989) la dirección de los esfuerzos principales coincidía con la dirección de las deformaciones principales. Sin embargo, no ocurría deformación por cortante en el plano de la grieta y solamente las dos componentes del esfuerzo normal debían ser definidas, como se muestra en la figura 1.9.

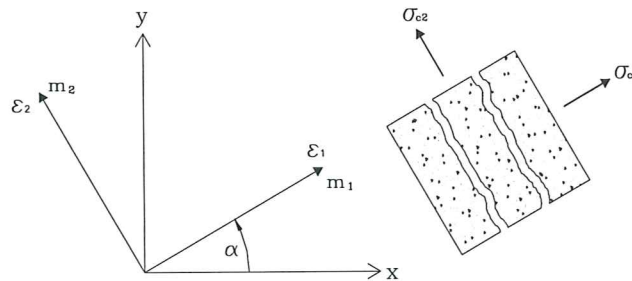


Figura 1.9. Modelo de grieta giratoria. Estado de esfuerzos y deformaciones.

Si el eje principal de deformación giraba durante la etapa de carga, la dirección de las grietas también lo hacía. Para asegurar la coaxialidad de los ejes principales de deformación con los ejes principales de esfuerzo del material el módulo tangente por cortante G^t se calculó con (Crisfield y Wills, 1989):

$$G^t = \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \quad (1.22)$$

1.2.6 Rigidez por cortante de los materiales agrietados

En el caso del modelo de grieta fija el módulo de cortante se podía reducir después de la aparición de la grieta de acuerdo con la Ec. 1.23 derivada para concreto por Kolmar en 1985 (Cervenka y Pukl, 1995); esta tendencia es similar a la observada en muros de mampostería (Alcocer *et al.*, 1994; Aguilar *et al.*, 1996). El módulo de cortante se reduce al aumentar la deformación normal a la grieta, figura 1.10. Esto representa la pérdida de rigidez por cortante debida a la apertura de la grieta.

$$G = r_g G_c, \quad r_g = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_u}{c_1}\right)}{c_2} \quad (1.23)$$

$$c_1 = 7 + 333(p - 0.005), \quad c_2 = 10 - 167(p - 0.005), \quad 0 < p < 0.02 \quad (1.24)$$

En esta fórmula, r_g era el factor de retención de cortante, G el módulo reducido de cortante, G_c era el módulo inicial de cortante del concreto, ($G_c = E_c / 2(1+\nu)$), donde E_c era el módulo de

elasticidad inicial y ν es la relación de Poisson), ϵ_u era la deformación normal a la dirección de la grieta (apertura de la grieta), c_1 y c_2 eran constantes que dependían de la cuantía de refuerzo, p era la proyección de la cuantía de refuerzo (todo el refuerzo era proyectado al plano de la grieta).

Era posible imponer una restricción adicional en el módulo de cortante. Si el producto $G\gamma$, el cual es el esfuerzo cortante en el plano de la grieta, excedía la resistencia a tensión R_t , el esfuerzo cortante se podía considerar igual a R_t y el módulo por cortante se calculaba con $G=R_t/\gamma$. Los módulos de cortante secante y tangente del concreto agrietado eran iguales.

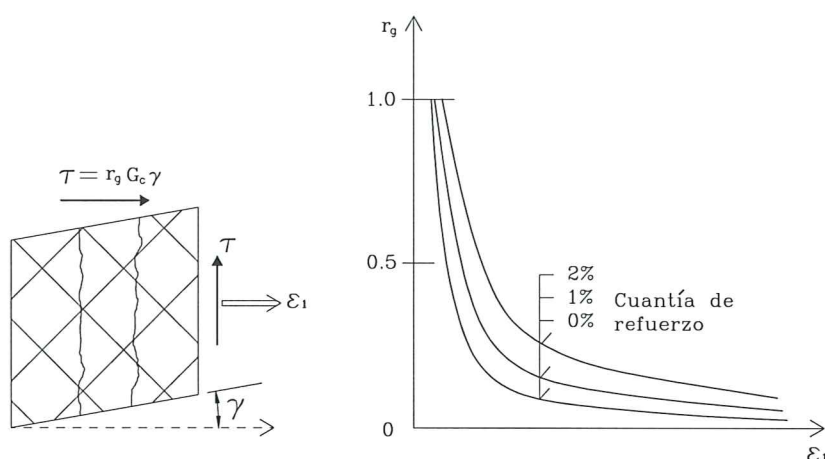


Figura 1.10. Reducción del módulo de cortante (Cervenka y Pukl, 1995).

1.2.7 Resistencia a la compresión de los materiales agrietados

Cuando la mampostería o el concreto se agrietan, su resistencia a la compresión en dirección paralela al agrietamiento se ve afectada. Se puede hacer una reducción en la resistencia a la compresión después de que aparece la grieta de forma similar a la encontrada experimentalmente (Vecchio y Collins, 1986), o bien, usar una función diferente para la reducción de la resistencia del concreto, de forma que esta variable pueda ajustarse manualmente y que tiene la forma mostrada en la figura 1.11. Sus parámetros se han encontrado experimentalmente (Cervenka y Pukl, 1995). Para una deformación normal igual a cero no hay reducción y para deformaciones grandes la resistencia se aproxima asintóticamente a un valor mínimo.

$$R_c^{ef} = r_c R_c, \quad r_c = c + (1 - c) e^{-(128\epsilon_u)^2} \quad (1.25)$$

donde ϵ_u es la deformación normal a la grieta.

La constante c representa la máxima reducción y el producto cR_c es la resistencia a la compresión mínima bajo una deformación transversal grande. Experimentalmente (Cervenka y Pukl, 1995) se ha encontrado que $c = 0.45$ para el concreto reforzado con malla delgada. Otros investigadores (Dyngeland, 1989), han encontrado reducciones no menores que $c=0.8$. El valor de c puede ajustarse de acuerdo con el tipo de refuerzo. Sin embargo, la reducción de la resistencia a compresión del concreto agrietado no se ve afectada solamente por el refuerzo. En el concreto, cuando se trata de una zona muy esforzada en una grieta significativa, los puntales

del concreto a compresión pueden cruzar esta grieta. La resistencia a compresión de estas zonas también puede verse significativamente reducida.

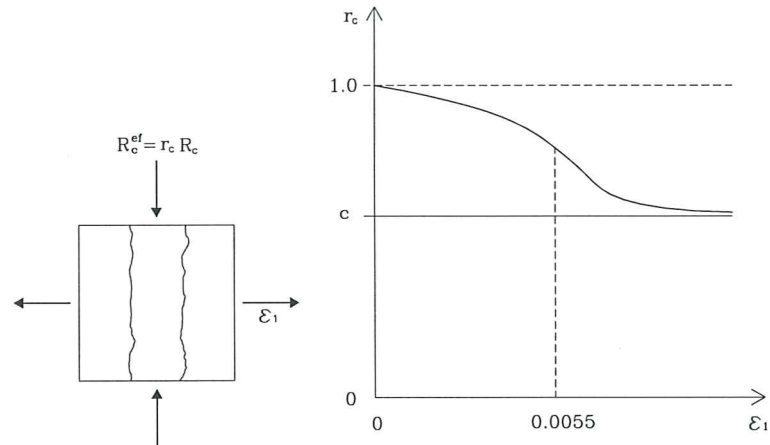


Figura 1.11. Reducción de la resistencia a compresión de los materiales pétreos agrietados (Cervenka y Pukl, 1995).

1.2.8 Ley esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo

Se supuso una ley bilineal como se muestra en la figura 1.12. El tramo elástico inicial tiene un módulo de elasticidad del acero E_s . La segunda línea representa la plasticidad del acero con el endurecimiento y su pendiente es el módulo de endurecimiento E_{sh} . En el caso de plasticidad perfecta $E_{sh} = 0$.

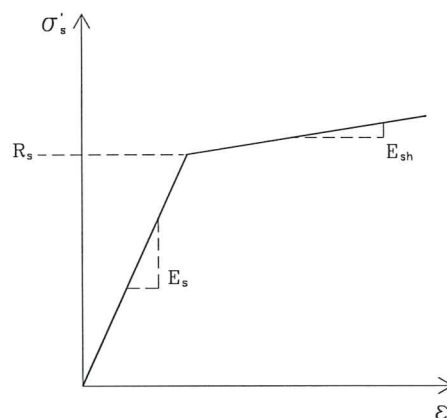


Figura 1.12. Diagrama esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

1.2.9 Matrices de rigideces de los materiales

1.2.9.1 Material sin agrietar

La matriz de rigideces para el concreto y/o la mampostería sin agrietar tenía la forma de una matriz elástica para material isótropo. Estaba escrita en coordenadas globales.

$$\mathbf{D}_c = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

En la ecuación anterior E es el módulo de elasticidad del concreto obtenido de la ley uniaxial equivalente y ν es la relación de Poisson.

1.2.9.2 Material agrietado

Para el concreto y/o la mampostería agrietados la matriz tenía la forma de la matriz elástica para material ortótropo. La matriz se formulaba en un sistema de coordenadas m_1, m_2 , figuras 1.8 y 1.9, el cual coincidía con la dirección de la grieta. Para hacer referencia a este sistema de coordenadas locales se usará el superíndice L . La dirección 1 es normal a la grieta y la dirección 2 es paralela a la grieta. La definición de las constantes elásticas para un material ortótropo en estado plano de esfuerzos surge de las relaciones de flexibilidad

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau \end{Bmatrix} \quad (1.27)$$

La matriz de flexibilidades en la ecuación anterior es la matriz inversa de la matriz de rigideces del material \mathbf{D}_c^L . En la ecuación anterior hay solamente tres constantes elásticas independientes, E_1, E_2, ν_{21} . Asumiendo que $\nu_{21}=\nu$, donde el segundo miembro es la relación de Poisson del material no agrietado, y usando la relación de simetría

$$\nu_{12} = \frac{E_1}{E_2} \nu \quad (1.28)$$

la matriz de rigideces del material \mathbf{D}_c^L en el sistema de coordenadas local de la dirección de la grieta para el material ortótropo puede escribirse de la siguiente forma

$$\mathbf{D}_c^L = H \begin{bmatrix} \xi & \nu\xi & 0 \\ \nu\xi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad \xi = \frac{E_1}{E_2}, \quad H = E_1(1-\xi\nu^2) \quad (1.29)$$

En la relación anterior E_2 debía ser diferente de cero. Si E_2 era cero y E_1 era diferente de cero, entonces se usaba una formulación alternativa con la relación inversa E_2/E_1 como parámetro. En caso de que ambos módulos elásticos fuesen cero, la matriz \mathbf{D}_c^L era igual a la matriz nula.

La matriz \mathbf{D}_c^L se transformaba al sistema de coordenadas global usando la matriz de transformación \mathbf{T}_ε de la Ec. 1.8.

$$\mathbf{D}_c = \mathbf{T}_\varepsilon^T \mathbf{D}_c^L \mathbf{T}_\varepsilon \quad (1.30)$$

El ángulo α se medía entre el eje x global y el primer eje del material m_1 , el cual era normal a la grieta (figuras 1.8 y 1.9).

1.2.9.3 Acero de Refuerzo

La matriz de rigideces del material para la i -ésima barra de refuerzo es

$$\mathbf{D}_s = \sum_{i=1}^n \mathbf{D}_{si} \quad (1.31)$$

$$\mathbf{D}_{si} = p_i E_{si} \begin{bmatrix} \cos^4(\beta_i) & \cos^2(\beta_i)\text{sen}^2(\beta_i) & \cos^3(\beta_i)\text{sen}(\beta_i) \\ \cos^2(\beta_i)\text{sen}^2(\beta_i) & \text{sen}^4(\beta_i) & \cos(\beta_i)\text{sen}^3(\beta_i) \\ \cos^3(\beta_i)\text{sen}(\beta_i) & \cos(\beta_i)\text{sen}^3(\beta_i) & \cos^2(\beta_i)\text{sen}^2(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

La sumatoria se aplicaba sobre las n barras de refuerzo. El ángulo β_i se formaba entre el eje global x y la i -ésima dirección del refuerzo y E_{si} era el módulo de elasticidad del refuerzo. La cuantía de refuerzo p_i se definió en la Ec. 1.4.

1.2.9.4 Rigidez secante y tangente del material

Las matrices de rigideces del material en las subsecciones anteriores podían ser tangentes o secantes, dependiendo del tipo de módulo de elasticidad usado. La matriz de rigidez secante se usaba para calcular los esfuerzos para deformaciones dadas, como se mostrará en la sección 1.2.11. La matriz de rigidez tangente del material era usada para construir la matriz de rigidez del elemento.

1.2.10 Deformación uniaxial equivalente

El comportamiento no lineal de los materiales pétreos se rige por los esfuerzos principales σ_{c1} y σ_{c2} . Para la elasticidad no lineal se introdujo el concepto de deformación uniaxial equivalente ε_{eq} propuesto por Darwin y Pecknold en 1974 (Cervenka y Pukl, 1995). Ésta representa la deformación debida a la componente del esfuerzo en consideración, sin el efecto de Poisson del otro esfuerzo. La deformación uniaxial equivalente se define como

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_c^{si}} \quad (1.33)$$

donde σ_{ci} es el esfuerzo principal, E_c^{si} es el módulo secante efectivo para los ejes del material e $i=1, 2$ es el número del esfuerzo principal (en caso de material agrietado y modelo de grieta fija, i denota los ejes del material, no los ejes principales).

1.2.11 Análisis de esfuerzos

Los esfuerzos en el concreto y/o en la mampostería se obtenían usando la componente secante efectiva de la matriz de rigideces del material

$$s_c = D_c^s e \quad (1.34)$$

donde D_c^s era la matriz de rigidez secante del material descrita en la sección 1.2.9, para material no agrietado o agrietado dependiendo del estado de éste. Las componentes del esfuerzo se calculaban tanto en coordenadas globales como en locales (los esfuerzos principales en el material sin agrietar y los esfuerzos en los planos de las grietas).

El esfuerzo en el acero de refuerzo se calculaba directamente a partir de la deformación en la dirección del refuerzo.

1.3 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Las ecuaciones globales de equilibrio del sistema de elementos finitos podían ser subdivididas dependiendo de las condiciones impuestas para los desplazamientos de la frontera:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_a \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_a \\ \mathbf{X}_b \end{Bmatrix} \quad (1.35)$$

En la ecuación anterior, los subíndices denotan: a – renglones debidos a los desplazamientos libres, b – renglones debido a desplazamientos restringidos. El significado de los vectores es

\mathbf{X}_a – Fuerzas nodales conocidas,

\mathbf{X}_b – Reacciones nodales desconocidas,

\mathbf{U}_a – Desplazamientos nodales desconocidos, y

\mathbf{U}_b – Desplazamientos nodales conocidos, incluyendo los desplazamientos cero y los impuestos.

La solución de las variables desconocidas se planteó en los siguientes pasos:

- (1) Solución de las fuerzas nodales \mathbf{X}_{ab} debidas a los desplazamientos conocidos. Este paso se llevaba a cabo sólo si \mathbf{U}_b incluía desplazamientos impuestos diferentes de cero.

$$\mathbf{X}_a - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{U}_b = \mathbf{X}_{ab} \quad (1.36)$$

- (2) Solución de los desplazamientos desconocidos \mathbf{U}_a del conjunto de ecuaciones lineales.

$$\mathbf{U}_a = \mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{X}_{ab} \quad (1.37)$$

La solución de las ecuaciones lineales se llevaba a cabo por el método de Cholesky (Kardestuncer, 1974).

- (3) Solución de las reacciones desconocidas \mathbf{X}_b .

$$\mathbf{X}_b = \mathbf{K}_{ba} \mathbf{U}_a + \mathbf{K}_{bb} \mathbf{U}_b \quad (1.38)$$

Las matrices de carga y desplazamiento \mathbf{X} , \mathbf{U} contenían, para el caso del método de Newton-Raphson, un solo vector columna.

1.4 TÉCNICA DE SOLUCIÓN NO LINEAL

Se describirá únicamente el método de Newton-Raphson, que fue el empleado para los casos que se plantean en este trabajo.

1.4.1 Método de Newton-Raphson

En el análisis no lineal la carga se aplica en pequeños incrementos. El vector de carga X_j en el j -ésimo paso de carga se calcula con

$$X_j = X_{j-1} + \Delta X_j \quad (1.39)$$

donde ΔX_j es el incremento de carga aplicado en el j -ésimo paso de carga. La solución no lineal se aproxima mediante la ecuación lineal de equilibrio basada en la matriz de rigidez tangente. Debido a la no linealidad las fuerzas no equilibradas se detectan y se aplican para corregir la respuesta del desplazamiento.

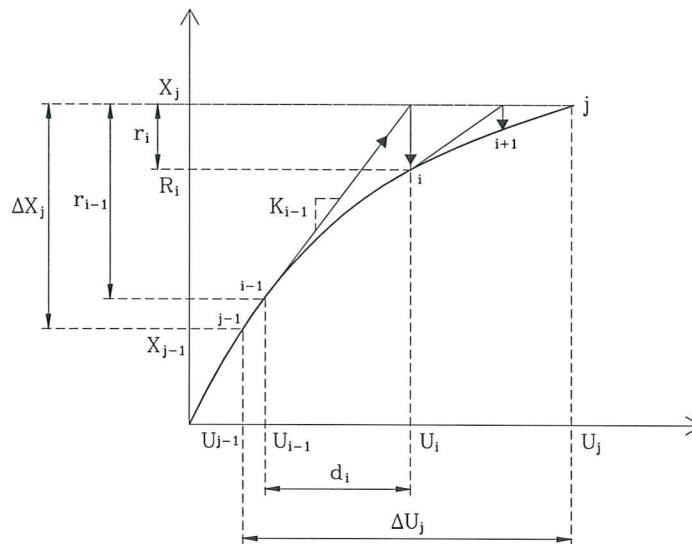


Figura 1.13. Esquema de iteración de Newton-Raphson.

La solución iterativa basada en el procedimiento de Newton-Raphson, se ilustra para un ejemplo de un sistema de un grado de libertad en la figura 1.13. Éste puede describirse con las siguientes ecuaciones:

$$X_j - R_i = r_i \quad (1.40)$$

$$K_{i-1} d_i = r_{i-1} \quad (1.41)$$

$$U_i = U_{i-1} + d_i \quad (1.42)$$

En la primera iteración del paso de carga, en el segundo miembro de la Ec. 1.40 está el incremento de la carga ΔX_j . En las expresiones anteriores i se refiere a la i -ésima iteración y los significados de los vectores y las matrices son como se muestra a continuación:

R_i – Vector de fuerzas resistentes (predicor),

r_i – Vector de fuerzas no equilibradas,

K_{i-1} – Matriz de rigidez tangente de la iteración anterior,

d_i – Vector del incremento de desplazamiento, y
 U_j – Vector del desplazamiento total.

El incremento de carga se aplica en el primer ciclo de iteración y el vector de carga X_j no cambia durante la iteración. El incremento en el desplazamiento ΔU_j en el paso de carga j correspondiente al incremento de carga ΔX_j , es una sumatoria de todos los incrementos del desplazamiento d_i de las iteraciones en el paso de carga j :

$$\Delta U_j = \sum_{i=1}^n d_i \quad (1.43)$$

donde n es el número de iteraciones en el paso de carga. La iteración se repite hasta que las fuerzas no equilibradas r_i sean suficientemente pequeñas. El criterio de convergencia se describirá en la sección 1.4.2.

El método de Newton-Raphson también permite aplicar la carga a través de desplazamientos prescritos. La carga se calcula indirectamente a partir de la Ec. 1.36; la rama descendente de la respuesta se puede obtener por este método, pero la prescripción de más de una componente de desplazamiento puede imponer restricciones cinemáticamente indeseables.

1.4.2 Criterio de convergencia

La convergencia del procedimiento iterativo hacia una solución estable se controla a través de dos criterios. El primer criterio se basa en la consideración de la valuación de la energía:

$$\frac{\Pi_i}{\Pi_1} < \delta_{\Pi} \quad (1.44)$$

donde la cantidad de trabajo hecho por las fuerzas no equilibradas en la i -ésima iteración

$$\Pi_i = r_i^T d_i \quad (1.45)$$

y la cantidad de trabajo hecho por el incremento de carga en la primera iteración

$$\Pi_1 = \Delta X^T d_1 \quad (1.46)$$

es usada como energía de referencia. La convergencia se controla al fijar un pequeño valor para δ_{Π} , que represente un error aceptable.

El segundo criterio se basa en las fuerzas no equilibradas. El siguiente formato es sugerido por varios autores (Bathe, 1982, por ejemplo):

$$\frac{N_{ri}}{N_L} < \omega_r \quad (1.47)$$

En este criterio N_{ri} es la norma Euclídeana del vector de las fuerzas nodales no equilibradas

$$N_{r_i} = \sqrt{\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i} \quad (1.48)$$

y N_L es la norma Euclideana del vector de carga de referencia (incremento del paso de carga):

$$N_L = \sqrt{\Delta \mathbf{X}^T \Delta \mathbf{X}} \quad (1.49)$$

Al comparar ambos criterios, se puede deducir que se usan dos diferentes medidas de convergencia. Mientras que en el criterio de la energía, Ec. 1.44, un producto vectorial se usa como medida de convergencia, la raíz cuadrada del producto vectorial se usa en el criterio de las fuerzas no equilibradas en la Ec. 1.47. Para unificar ambos criterios se acepta usar el producto vectorial para ambos.

De esa manera, para el criterio del equilibrio usado en SBETA (Cervenka y Pukl, 1995) se usa la siguiente desigualdad:

$$\frac{\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i}{\Delta \mathbf{X}^T \Delta \mathbf{X}} < \delta_r \quad (1.50)$$

Ambos criterios, Ec. 1.44 y 1.50, se usan de manera simultánea en todos los modelos analizados en este trabajo por medio de SBETA para controlar la solución iterativa de la respuesta no lineal.

CAPÍTULO 2

CALIBRACIÓN DEL MODELO

2.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se establecieron las relaciones esfuerzo-deformación y los criterios de falla que permiten representar los aspectos más relevantes del comportamiento no lineal de los materiales que conforman los muros de mampostería confinada. El análisis de un muro con características geométricas y propiedades de materiales dadas, sometidas a un conjunto de fuerzas en su plano, puede considerarse como un problema de estado plano de esfuerzos, lo cual implica que los esfuerzos en la dirección perpendicular al plano del muro son nulos. El método de los elementos finitos, ampliamente reconocido como el más apropiado para resolver problemas de esta naturaleza (Bazán, 1980), es el que se utiliza en este trabajo.

A grandes rasgos, la formulación del método en términos de desplazamientos consiste en subdividir la estructura o dominio en cierto número de regiones, denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se determina la forma como varían los desplazamientos, en función de los valores correspondientes a ciertos puntos denominados nudos. Con base en las leyes constitutivas de los materiales, en la forma adoptada para el campo de desplazamientos y en las relaciones cinemáticas entre deformaciones y desplazamientos, se determina la matriz de rigideces de cada elemento, haciendo uso del principio del trabajo virtual. Estas matrices están referidas a los grados de libertad de cada nudo. La matriz de rigideces K de la estructura completa se establece ensamblando, en el lugar que les corresponda, la contribución de cada elemento finito. Los desplazamientos U de los nudos, ante un sistema P de cargas dado, se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones

$$K U = P \quad (2.1)$$

Por la forma rectangular de los muros de mampostería, resulta apropiado el uso de elementos rectangulares.

Es necesario hacer notar que si cambian las leyes constitutivas de uno o varios elementos se modifican también sus matrices de rigideces y, por tanto, la matriz K , por lo que para el análisis no lineal es necesario recurrir a un procedimiento iterativo que permita tomar en cuenta los cambios en las leyes constitutivas de los materiales, así como las redistribuciones de esfuerzos a que dan lugar.

Dado que se requeriría de un gran esfuerzo computacional para abordar un importante número de modelos como el que se pretendía, se decidió recurrir al programa de computadora SBETA (Cervenka y Pukl, 1995), que fue desarrollado para el análisis no lineal de elementos finitos de estructuras de concreto reforzado en estado plano de esfuerzos. En este capítulo se presentará la calibración del modelo con dos especímenes a escala natural ensayados en el Laboratorio de Estructuras Grandes del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED, México), con la finalidad de ajustar los parámetros del software empleado, de tal manera que reproduzcan tan fielmente como sea posible, la respuesta de los especímenes en el laboratorio; dichos parámetros, que se comentarán más adelante, se usaron para analizar los modelos que se presentarán en el siguiente capítulo. La geometría y refuerzo de los especímenes se muestra en las figuras 2.1, 2.2, 2.16 y 2.17.

2.1.1 Modelado de los especímenes

En la calibración de los modelos, se hicieron las siguientes hipótesis:

1. En el análisis se supuso la condición de estado plano de esfuerzos.
2. La influencia de la losa de reacción en el comportamiento de los especímenes de laboratorio resultó despreciable, por lo que éstos se consideraron empotrados en el lecho superior de la viga de desplante.
3. Se usaron elementos cuadriláteros de cuatro nodos para el modelado de la mampostería y de los elementos de concreto.
4. En las figuras 2.3 y 2.18 se muestran las mallas de elementos finitos consideradas. La altura de cada elemento se supuso aproximadamente igual a dos hiladas de mampostería. La base de cada elemento fue aproximadamente igual a la altura. El tamaño de los elementos finitos fue muy similar en los diferentes modelos.
5. El acero de refuerzo de los elementos confinantes de concreto se modeló con el recurso disponible en SBETA. Tanto las barras longitudinales como las transversales se modelaron de forma discreta.
6. Aunque es sabido que la mampostería es un material anisótropo formado por piezas (de arcilla o de concreto) y mortero, dada la forma como se acomodan las primeras, con juntas horizontales continuas y juntas verticales cuatrapeadas, se puede idealizar como un material ortótropo. Más aun, a escala macroscópica resulta válido idealizarlo como un material isótropo hasta antes del agrietamiento; después del agrietamiento, éste se idealiza como ortótropo (Cervenka y Pukl, 1995), donde el eje de ortotropía se hace coincidir con la grieta. Puede considerarse que un modelo de este tipo es suficiente para reproducir la respuesta general de la estructura (Bazán, 1980; Orduña, 1999).
7. Aún cuando existe una discontinuidad mecánica, se consideró como interfaz rígida la zona de contacto de la mampostería con los elementos de concreto reforzado (castillos y dalas), hipótesis que se pensó que resultaría válida siempre y cuando las piezas que quedaran en contacto con los castillos estuvieran dentadas para incrementar así la trabazón de los tabiques del tablero con el concreto de los castillos. Durante los ensayos no se observó separación y/o deslizamiento del tablero con respecto a los castillos (Alcocer, 1999), al menos hasta alcanzar la resistencia a cortante. Con esta hipótesis se construyeron los modelos que se describen a continuación. Otras dos razones que condujeron a lo anterior fueron que no se contaba con información experimental suficiente que permitiese calibrar elementos interfaz que tomaran en cuenta la separación y/o el deslizamiento, y que la versión del programa empleado no contaba con la posibilidad de modelar este tipo de elementos. Sin embargo, la ausencia de daño o deslizamiento relativo parecieron apoyar la hipótesis adoptada.

2.1.2 Condiciones de carga

Para simular los efectos de las cargas gravitacionales durante el ensayo en el laboratorio en ambos modelos se aplicó un esfuerzo vertical constante de 5 kg/cm^2 . Este valor puede considerarse como típico en edificios de vivienda económica de cuatro o cinco niveles de altura (Meli *et al.*, 1994); posteriormente, los especímenes fueron ensayados aplicando cargas horizontales cíclicas reversibles. En el análisis, primeramente se aplicó también el esfuerzo vertical de 5 kg/cm^2 en cinco incrementos iguales, y después se aplicaron incrementos de carga horizontal monótona hasta la falla. Según Ishibashi y Katsumata (1994) el comportamiento de modelos matemáticos de muros de mampostería confinada sujetos a cargas cíclicas reversibles no es fácilmente simulable. La anchura y cantidad de las grietas en la mampostería representan obstáculos para la correcta simulación.

2.2 MODELO M0

Con la finalidad de estudiar la influencia de las variables que afectan el comportamiento estructural de los muros de mampostería confinada, se elaboró un primer modelo de elementos finitos de un muro ensayado experimentalmente en el CENAPRED (Aguilar *et al.*, 1996). A continuación se comentan las características de los modelos experimental y analítico, así como los resultados obtenidos en los análisis.

2.2.1 Descripción del modelo experimental

El modelo, que formaba parte de una serie de cuatro, consistió en un muro de mampostería confinada de 2.5 m de longitud por 2.5 m de altura, desplantado sobre una viga de cimentación de concreto reforzado y confinado por castillos en sus extremos y una dala-losa en el extremo superior. La geometría y dimensiones del modelo se presentan en la figura 2.1.

Las piezas utilizadas fueron de tabique rojo recocido de arcilla, con dimensiones aproximadas de longitud, anchura y espesor de 24, 12 y 6 cm, respectivamente. Las piezas fueron pegadas con mortero con una relación volumétrica cemento:arena de 1:4, y juntas de 1 cm de espesor. La resistencia promedio a compresión del mortero, obtenida de cubos de 5 cm de arista fue de 85 kg/cm².

Las propiedades de la mampostería se evaluaron mediante el ensaye de tres pilas y tres muretes por cada mitad de muro construido. Estos elementos se ensayaron de acuerdo con la reglamentación para la ciudad de México (DDF, 1995). La resistencia media en compresión de la mampostería fue de 36 kg/cm² y en compresión diagonal fue de 2.5 kg/cm².

El confinamiento consistió en una dala y dos castillos de concreto reforzado; la primera, con dimensiones de 12 cm de anchura por 25 cm de peralte, y los segundos de 12 cm por 15 cm. Además, el modelo contaba con una losa de 10 cm de espesor y 80 cm de anchura. El concreto empleado en los elementos confinantes fue elaborado en el laboratorio a partir de un proporcionamiento por volumen para una resistencia estándar de 250 kg/cm² y un revenimiento de 10 cm. La resistencia promedio a los 28 días fue de 260 kg/cm² en castillos, y de 255 kg/cm² en dala y losa.

El acero de refuerzo utilizado en el armado longitudinal de castillos y dala fue de grado 42 ($f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$); en los estribos se empleó acero liso del no. 2 con $f_y = 2,200 \text{ kg/cm}^2$. En la figura 2.2 se muestran los detalles del refuerzo del modelo.

2.2.2 Descripción del modelo analítico

Dada la falta de experiencia en la elaboración de modelos de elementos finitos para el análisis no lineal de estructuras y en el manejo del programa SBETA (Cervenka y Pukl, 1995), se decidió comenzar con un modelo relativamente simple (un solo tablero sin aberturas), que permitiera estudiar paulatinamente las diferentes variables que influyen en el comportamiento no lineal, hasta obtener un modelo que representara aproximadamente el comportamiento de este tipo de estructuras, con las herramientas que ofrece SBETA. Para este fin se escogió al modelo M0 (Aguilar *et al.*, 1996), ya que cumplía con la característica mencionada arriba, y porque se contaba con toda la información necesaria del ensaye de laboratorio.

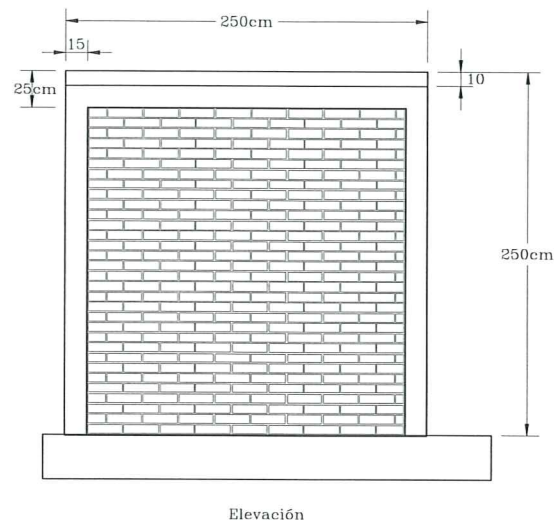


Figura 2.1. Geometría y dimensiones del modelo experimental M0.

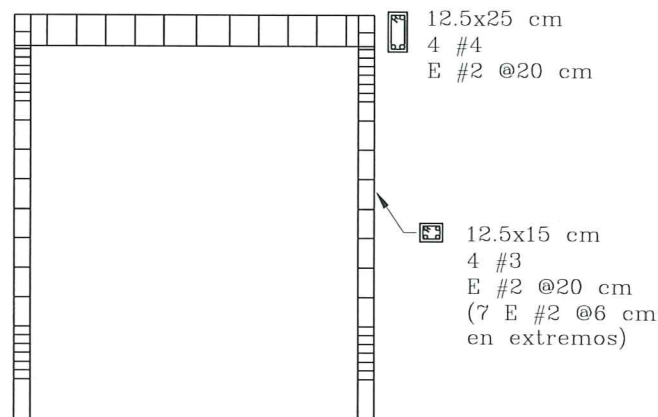


Figura 2.2. Detallado del refuerzo del modelo M0.

El modelo elaborado constó de 210 elementos para el tablero de mampostería y de 62 elementos para el marco confinante, como se ilustra en la figura 2.3, así como de 61 barras de refuerzo, figura 2.2. Las leyes constitutivas de los materiales (concreto, mampostería y acero de refuerzo) se describieron en el capítulo anterior, y más adelante se especificarán los valores numéricos que se emplearon en el análisis. Como parámetros constantes, durante todo el proceso de calibración se usaron los valores de la resistencia a la compresión del concreto y de la mampostería obtenidos en el laboratorio en el ensaye de cilindros y pilas respectivamente; para el acero de refuerzo se usó su esfuerzo de fluencia nominal.

Se analizaron un total de diez opciones en dos grupos; el primero constó de cinco modelos de grieta fija y el segundo de cinco modelos de grieta giratoria. En todos los casos se consideró una resistencia a la compresión f'_c de 260 kg/cm² para el concreto y f'_m de 36 kg/cm² para la mampostería (valores obtenidos en pruebas de laboratorio); se consideró además, un

ablandamiento lineal en compresión para ambos materiales con $E_d = -0.125E_c$ (figura 1.4), valor aceptable para concreto (Cervenka y Pukl, 1995). El comportamiento del acero de refuerzo se supuso elastoplástico perfecto, con un esfuerzo nominal de fluencia de $4,200 \text{ kg/cm}^2$ para el longitudinal y de $2,200 \text{ kg/cm}^2$ para el transversal, y un módulo de elasticidad igual a $2,000,000 \text{ kg/cm}^2$ para los dos tipos de acero.

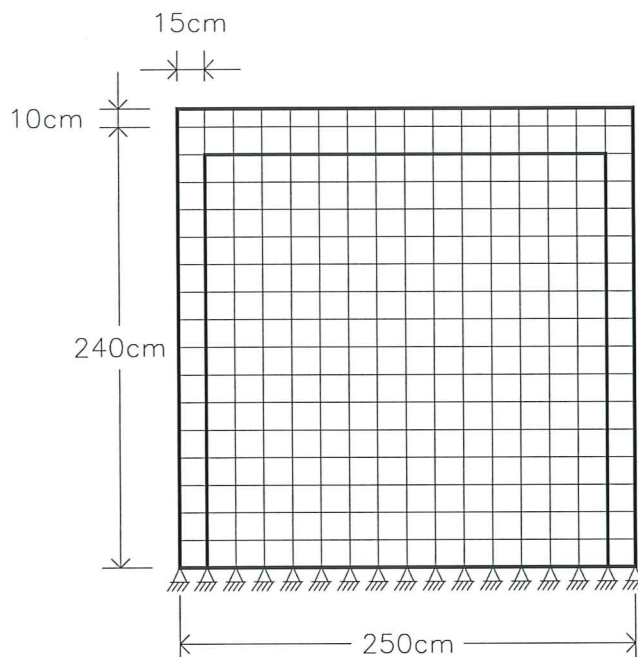


Figura 2.3. Malla de elementos finitos para el modelo M0.

La resistencia a tensión del concreto se consideró igual a un décimo de su resistencia en compresión, es decir, 26 kg/cm^2 . Para la mampostería se consideró una resistencia en compresión diagonal igual a 2.5 kg/cm^2 , que fue la resistencia determinada experimentalmente. Este valor resultó menor que el 10% de la resistencia a compresión, si se toma el criterio comúnmente usado para el concreto. El módulo de ablandamiento en tensión, E_t , del concreto y de la mampostería (figura 1.4) se ajustó para cada elemento con la E_c . 1.15, con lo cual resultó una longitud característica l de aproximadamente 22 cm y un módulo de ablandamiento $E_t \approx -0.5E_c$, valores obtenidos al evaluar la energía de fractura con el criterio señalado en la sección 1.2.3. La relación de Poisson para el concreto se tomó igual a 0.2, valor generalmente aceptado para este material (Park y Paulay, 1983); para la mampostería se usó un valor de 0.25, que parece ser un valor razonable (Pande y Middleton, 1995). Para definir la forma del diagrama de interacción para falla por tensión en el estado de esfuerzo tensión-compresión, se aplicó la ecuación 1.21, caso a).

Como se mencionó en 2.1.2, primeramente se aplicó a los modelos un esfuerzo vertical de 5 kg/cm^2 en cinco incrementos iguales de carga; posteriormente, se les aplicaron desplazamientos horizontales a razón de 0.125 mm por incremento, lo que equivale al 0.005% de distorsión; este desplazamiento se aplicó en el nudo central superior del modelo. Por lo que respecta a la técnica de solución no lineal, se empleó el *Método de Newton-Raphson*, que es el que permite el programa empleado cuando se aplica al modelo una historia de carga como la descrita (carga no proporcional).

A continuación se describirá cada una de las diferentes versiones y se comparará su respuesta con el modelo experimental, con la finalidad de determinar cuál de ellas reproduce de manera más precisa el comportamiento observado.

2.2.3 Modelos de grieta fija

Para cuatro de estos modelos (*m0gh*, *m0gk*, *m0gl* y *m0gp*, Tabla 2.1) se empleó un módulo de elasticidad inicial E_c para el concreto igual $14,000\sqrt{f_c}$, valor recomendado para concreto clase 1 con $f_c \geq 250 \text{ kg/cm}^2$ (DDF, 1996), y para el modelo *m0gn* se usó $E_c = 8,000\sqrt{f_c}$, con la finalidad de explorar esta variable en la respuesta del modelo. Para la mampostería se consideró igual a $600f_m$, de acuerdo con las normas vigentes (DDF, 1995). La mínima resistencia a compresión, en dirección paralela a las grietas para el concreto agrietado (sección 1.2.7), se consideró igual a $0.8f_c$ y para la mampostería se supuso igual a $0.2f_m$, que son valores típicos para concreto con y sin refuerzo respectivamente (Cervenka y Pukl, 1995).

Como se ha reconocido en otros casos (Orduña, 1999), el factor de retención de cortante r_g para los materiales agrietados es una de las variables que afectan de manera importante la respuesta de los modelos de grieta fija. Actualmente no se cuenta con información experimental para determinar el valor de este parámetro para la mampostería mexicana (por supuesto, éste debe ser mayor que cero y menor que la unidad). En la Tabla 2.1 se enumeran los valores de r_g para concreto y mampostería que se utilizaron para intentar reproducir el comportamiento del modelo M0 ensayado en el laboratorio.

Tabla 2.1. Factor de retención de cortante para concreto y mampostería.

Modelo	r_g
m0gh	Ec. 1.23
m0gk	0.4
m0gl	0.3
m0gp	0.2
m0gn	0.2

En las figuras 2.4 a 2.8 se muestran los diagramas fuerza cortante-distorsión para los casos anteriores y se comparan con los correspondientes ciclos de histéresis obtenidos experimentalmente. En la Tabla 2.2 aparecen la resistencia a cortante y su correspondiente distorsión, para los mismos modelos analíticos. En las figuras y en la tabla se observa que las rigideces en la zona elástica inicial y la resistencia a cortante, excepto para el modelo *m0gh* en el que se evaluó el factor de retención de cortante con el criterio de Kolmar (sección 1.2.6), tienen buena concordancia con los resultados experimentales, pero hay diferencias en las distorsiones a las que ocurre la resistencia. En particular, empleando valores constantes del factor de retención de cortante comprendidos entre 0.2 y 0.3, y un módulo de elasticidad inicial para el concreto igual a $14,000\sqrt{f_c}$, se logró una buena reproducción del comportamiento experimental.

En el ensayo de laboratorio se obtuvo que la fuerza cortante correspondiente a la aparición de la primera grieta diagonal fue de 10 t; analíticamente, aunque es difícil hablar de una carga de agrietamiento en un modelo de fractura distribuida como el que se está empleando, ésta puede idealizarse como *la carga que hace incursionar al modelo en una zona de marcado comportamiento no lineal dado que la estructura pierde rigidez al agrietarse de manera*

importante. Como se aprecia en las figuras 2.4 a 2.8 también corresponde, de manera aproximada, a una fuerza horizontal de 10 t, independientemente de los valores de r_g y E_c . Vale la pena señalar que la hipótesis básica de la fractura distribuida proviene del hecho de que el inicio del agrietamiento se da, para bajos valores de la carga lateral, mediante una serie de pequeñas fisuras en una región de la estructura en estudio; la propagación de algunas de estas fisuras es la que conduce a la aparición de una grieta macroscópica libre de esfuerzos.

Tabla 2.2. Resistencia a cortante y su correspondiente distorsión para modelos con diferente factor de retención de cortante.

Modelo	Resistencia a Cortante (t)			Distorsión a la Resistencia (%)		
	Laboratorio*	Calculada	Lab./Calc.	Laboratorio*	Calculada	Lab./Calc.
m0gh	13.75 (+)**	12.13	1.13	0.42 (+)**	0.13	3.23
	15.00 (-)***	12.13	1.24	0.40 (-)***	0.13	3.08
m0gk	13.75 (+)**	14.84	0.93	0.42 (+)**	0.515	0.82
	15.00 (-)***	14.84	1.01	0.40 (-)***	0.515	0.78
m0gl	13.75 (+)**	14.78	0.93	0.42 (+)**	0.375	1.12
	15.00 (-)***	14.78	1.01	0.40 (-)***	0.375	1.07
m0gp	13.75 (+)**	13.74	1.0	0.42 (+)**	0.352	1.19
	15.00 (-)***	13.74	1.09	0.40 (-)***	0.352	1.14
m0gn	13.75 (+)**	12.55	1.10	0.42 (+)**	0.276	1.52
	15.00 (-)***	12.55	1.20	0.40 (-)***	0.276	1.45

* Se refiere a los datos del modelo M0 ensayado experimentalmente

** El signo (+) indica carga horizontal aplicada "de izquierda a derecha"

*** El signo (-) indica carga horizontal aplicada "de derecha a izquierda"

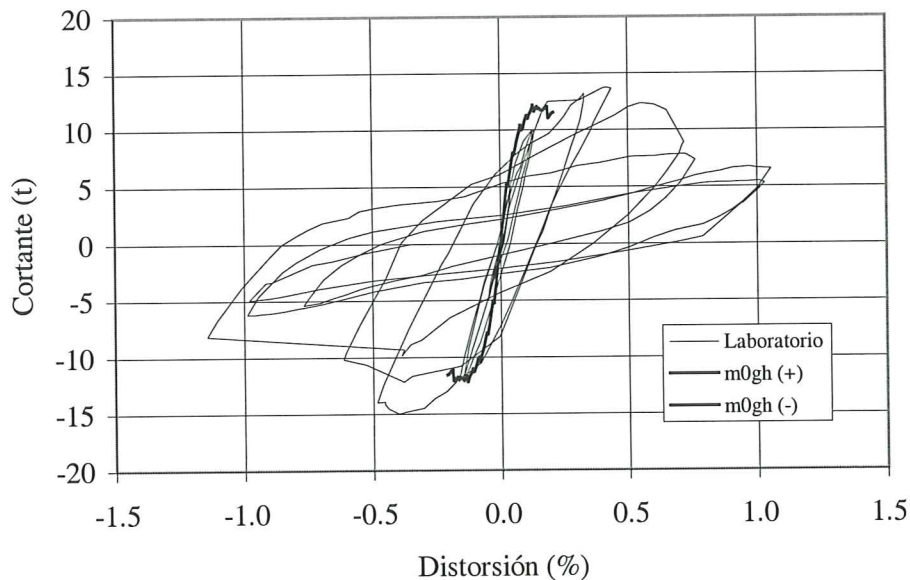


Figura 2.4. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo *m0gh*.

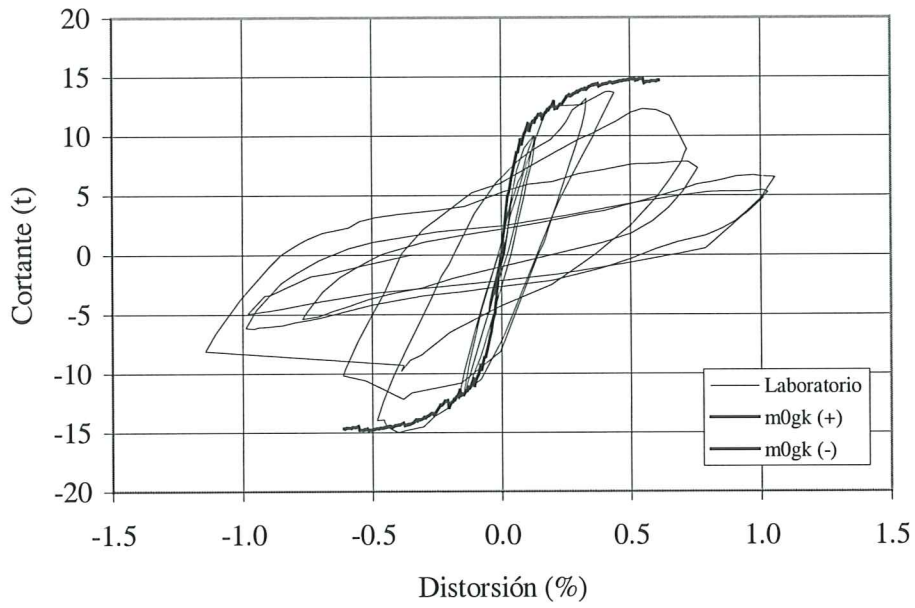


Figura 2.5. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gk$.

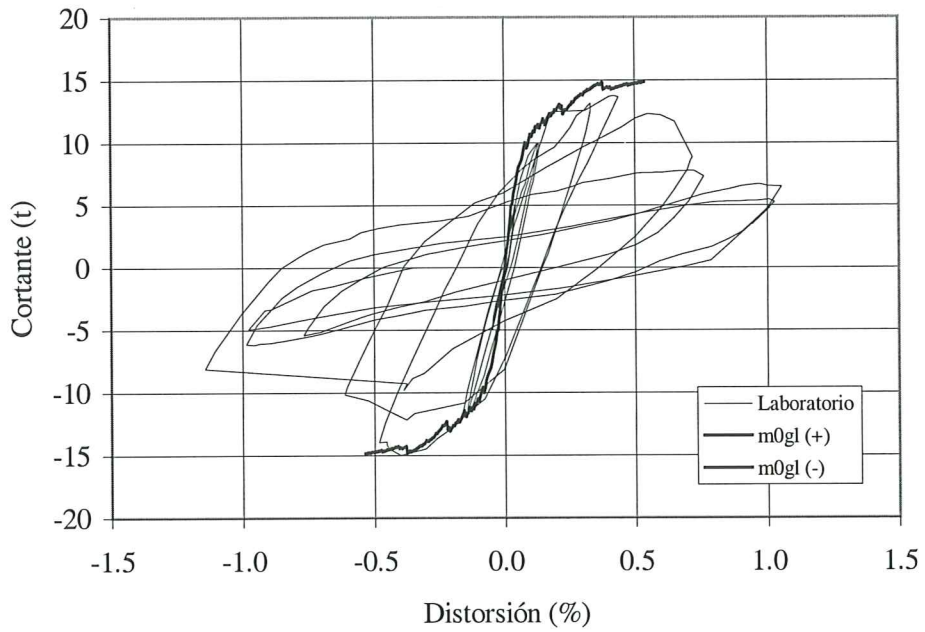
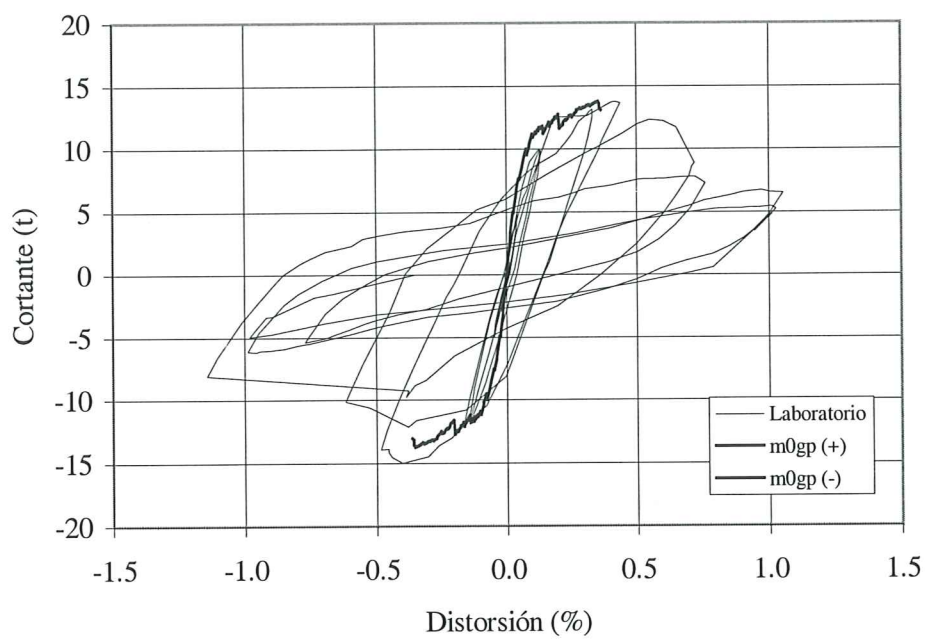
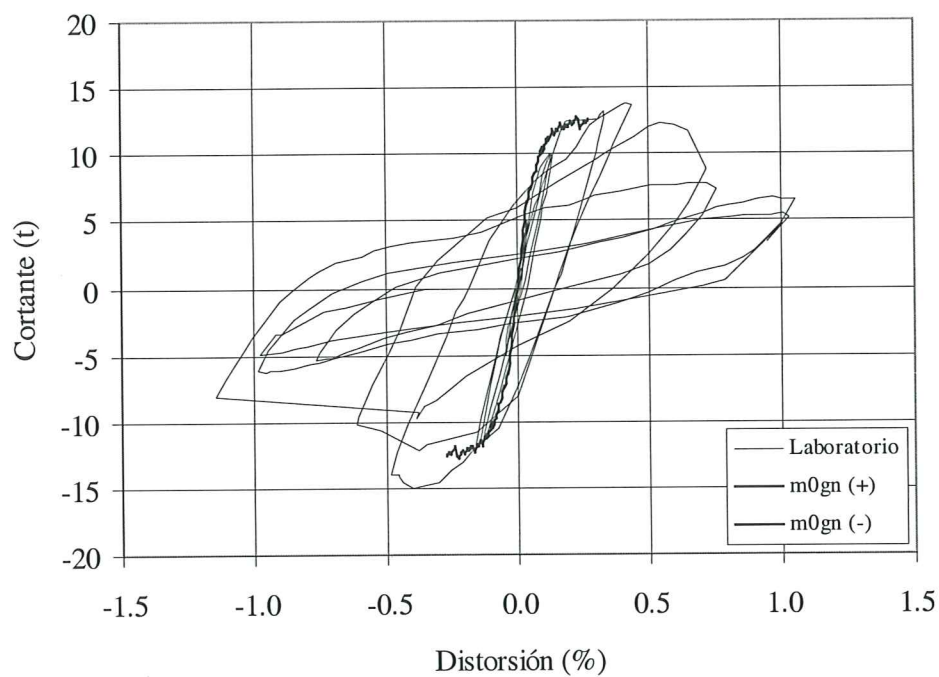


Figura 2.6. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gl$.

Figura 2.7. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gp$.Figura 2.8. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gn$.

Según la opinión de los autores, los modelos que mejor reprodujeron la respuesta experimental fueron el $m0gl$ y el $m0gp$ con factores de retención de cortante iguales a 0.3 y 0.2 respectivamente, ambos con un módulo de elasticidad del concreto $E_c=14,000\sqrt{f'_c}$. En la figura 2.9 se comparan los patrones finales de agrietamiento del modelo analítico $m0gp$ y del experimental. Los patrones de agrietamiento analítico y experimental presentaron una concordancia aceptable, aunque el modelo analítico exhibió un agrietamiento bastante difuso, debido al modelo de fractura distribuida que se está empleando, el cual tiene su mayor campo de aplicación en los problemas en los que el agrietamiento se presenta como un fenómeno efectivamente distribuido, como sucede en los muros de concreto densamente reforzados. En el modelo experimental, dado que la mampostería no cuenta con acero de refuerzo, el agrietamiento se asemeja más a un fenómeno de fractura discreta.

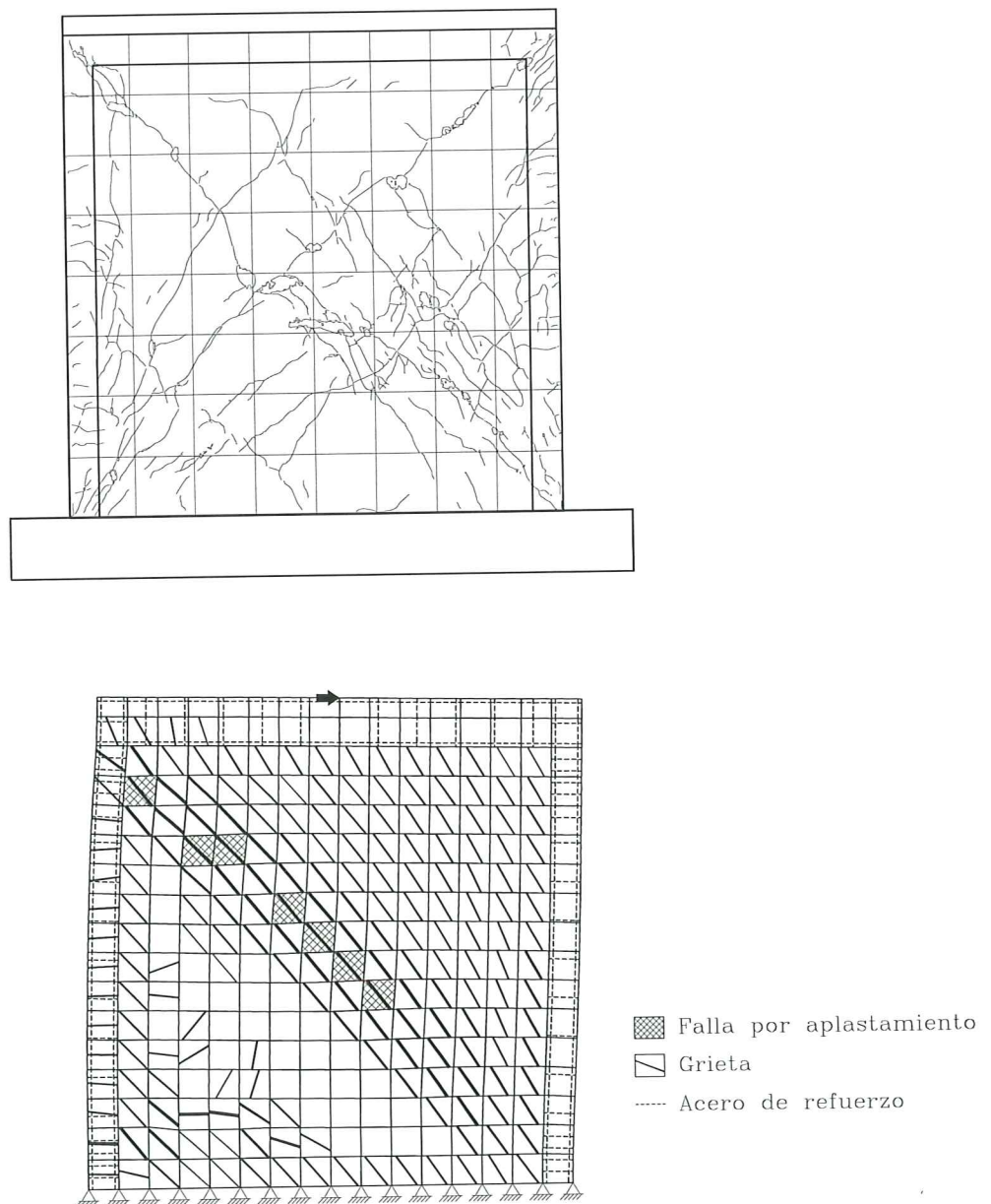


Figura 2.9. Patrones finales de agrietamiento, a) modelo experimental M0, b) modelo analítico $m0gp$, mostrando la geometría deformada.

La mecánica de la fractura estudia la formación y la propagación de grietas en cuerpos sólidos, y la influencia de estas grietas en su comportamiento mecánico. Esta rama de la mecánica ha dado origen a dos tipos de aplicaciones en el contexto de los elementos finitos: la fractura discreta, que modela a la grieta como una discontinuidad geométrica, y la fractura distribuida, que considera al sólido agrietado como un continuo.

La fractura discreta es particularmente útil cuando el agrietamiento es muy localizado y se conoce antes del análisis la ubicación y la trayectoria que seguirá(n) la(s) grieta(s). Cuando no se conoce previamente la localización de la grieta, este enfoque requiere de la adaptación de la malla de elementos finitos a medida que se inicia y se propaga la grieta. Sin embargo, esta estrategia consume una gran cantidad de recursos de cómputo; más aun, es prácticamente inaplicable cuando se intenta analizar algún problema en el que se presenta un gran número de grietas.

El enfoque de la fractura distribuida se basa en considerar que el agrietamiento es un fenómeno que ocurre en el interior de un elemento, sin que éste pierda su continuidad. Se modela mediante el cambio de las relaciones constitutivas iniciales del mismo y/o por otras relaciones de carácter ortótropo al iniciarse el agrietamiento. Los ejes de ortotropía están alineados con el plano de la grieta. Este enfoque tiene la ventaja de conservar la malla inicial de elementos finitos aunque se desconozca inicialmente la zona de agrietamiento, por lo que el esfuerzo computacional es mucho menor que en estrategias de solución de la fractura discreta.

2.2.4 Modelos de grieta giratoria

A diferencia del modelo de grieta fija, el factor de retención de cortante pierde sentido en el modelo de grieta giratoria, ya que en éste se considera que, una vez que se inicia una grieta, su orientación permanece perpendicular a la dirección de la deformación principal mayor de tensión. Sin embargo, en otro estudio (Orduña y Ayala, 1999) se ha considerado que otro aspecto que puede afectar de manera importante el comportamiento de muros de mampostería es el hecho de que la resistencia de los materiales pétreos sujetos a compresión en dirección paralela a la grieta disminuye cuando se ha iniciado este proceso; para esto, se afecta la resistencia a compresión de los materiales agrietados por el *factor de resistencia mínima a compresión en dirección paralela a las grietas* o simplemente *factor de resistencia mínima a compresión c* , tal como se definió en 1.2.7. Como actualmente no se cuenta con información experimental para determinar el valor de este parámetro en la mampostería (por supuesto, éste debe ser igual o mayor que cero y menor que la unidad), en los modelos de grieta giratoria se decidió explorar el efecto de éste parámetro en el comportamiento general del modelo analítico y compararlo con el modelo experimental. En la Tabla 2.3 se señalan los valores del factor mencionado c para el concreto reforzado y para la mampostería que se utilizaron para tratar de reproducir el comportamiento del modelo M0; a la mampostería se le asignaron valores menores de c suponiendo que su comportamiento pudiera asemejarse al del concreto sin refuerzo.

Tabla 2.3. Factores de resistencia mínima a compresión.

Modelo	c_{concreto}	$c_{\text{mampostería}}$
<i>m0ga</i>	0.80	0.2
<i>m0gc</i>	0.45	0.0
<i>m0gd</i>	0.80	0.4
<i>m0ge</i>	0.80	0.3
<i>m0gj</i>	0.80	0.2

Para los modelos *m0ga* a *m0ge* se empleó un módulo de elasticidad inicial E_c para el concreto igual a $14,000\sqrt{f_c}$, valor recomendado para concreto clase 1 (DDF, 1996); para el modelo *m0gj* se empleó un E_c de $8,000\sqrt{f_c}$, válido para concreto clase 2, con la finalidad de observar la influencia de esta variable en la respuesta del modelo. Para la mampostería se consideró igual a $600f_m$, de acuerdo con la normativa vigente (DDF, 1995).

En las Figuras 2.10 a 2.14 se muestran los diagramas fuerza cortante-distorsión para los casos señalados y se comparan con los correspondientes ciclos histeréticos obtenidos experimentalmente. En la Tabla 2.4 aparecen la resistencia a cortante y su correspondiente distorsión, para los mismos modelos analíticos. En las figuras y en la tabla se observa que las rigideces en la zona elástica inicial y la resistencia a cortante, en general, tienen buena concordancia con los resultados experimentales, aunque hay diferencias en las distorsiones a las que se presenta la resistencia. En particular, empleando valores para el factor de resistencia mínima a compresión de 0.8 para el concreto y de 0.2 para la mampostería (modelos *m0ga* y *m0gj* con E_c de $14,000\sqrt{f_c}$ y de $8,000\sqrt{f_c}$ respectivamente), se logró una buena reproducción del comportamiento experimental.

Tabla 2.4. Resistencia a cortante y su correspondiente distorsión de modelos con diferente factor de resistencia mínima a compresión.

Modelo	Resistencia a Cortante (t)			Distorsión a la Resistencia (%)		
	Laboratorio*	Calculada	Lab./Calc.	Laboratorio*	Calculada	Lab./Calc.
<i>m0ga</i>	13.75 (+)**	14.16	0.97	0.42 (+)**	0.50	0.84
	15.00 (-)***	14.16	1.06	0.40 (-)***	0.50	0.80
<i>m0gc</i>	13.75 (+)**	12.93	1.06	0.42 (+)**	0.29	1.45
	15.00 (-)***	12.93	1.16	0.40 (-)***	0.29	1.38
<i>m0gd</i>	13.75 (+)**	14.61	0.94	0.42 (+)**	0.815	0.52
	15.00 (-)***	14.61	1.03	0.40 (-)***	0.815	0.49
<i>m0ge</i>	13.75 (+)**	14.19	0.97	0.42 (+)**	0.62	0.68
	15.00 (-)***	14.19	1.06	0.40 (-)***	0.62	0.65
<i>m0gj</i>	13.75 (+)**	13.28	1.04	0.42 (+)**	0.41	1.02
	15.00 (-)***	13.28	1.13	0.40 (-)***	0.41	0.98

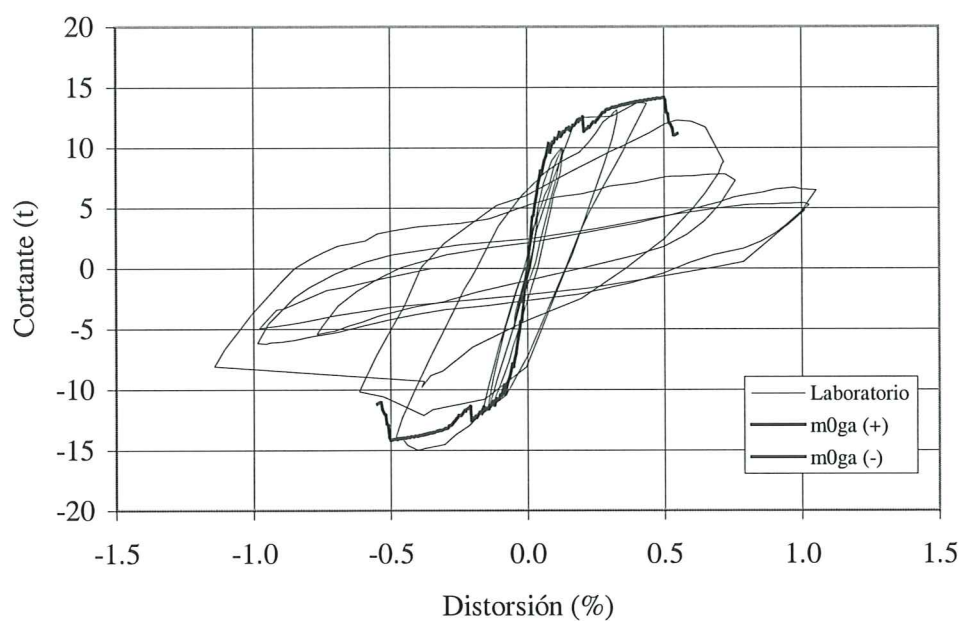
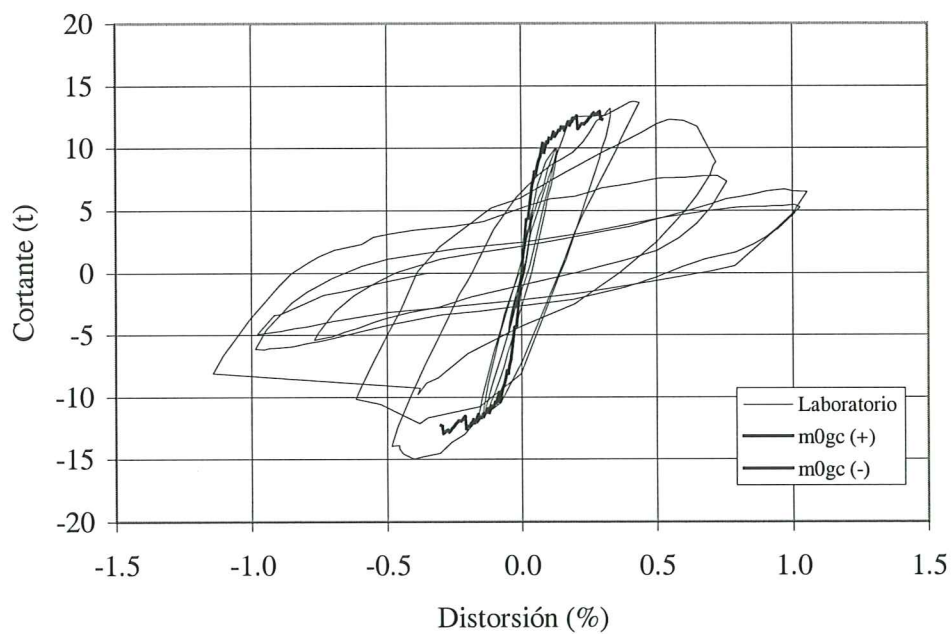
* Se refiere a los datos del modelo M0 ensayado experimentalmente

** El signo (+) indica carga horizontal aplicada "de izquierda a derecha"

*** El signo (-) indica carga horizontal aplicada "de derecha a izquierda"

Como ya se comentó, experimentalmente la fuerza cortante correspondiente a la aparición de la primera grieta diagonal fue de 10 t; analíticamente, definiendo la carga de agrietamiento como se hizo en 2.2.3, ésta también corresponde, con buena aproximación, a una fuerza horizontal de 10 t, como se aprecia en la figura 2.10.

De los resultados obtenidos se puede concluir que conforme aumenta el valor del factor de resistencia mínima a compresión para el material agrietado, aumenta ligeramente la resistencia a cortante del modelo, y aumenta de manera significativa la distorsión correspondiente.

Figura 2.10. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0ga$.Figura 2.11. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gc$.

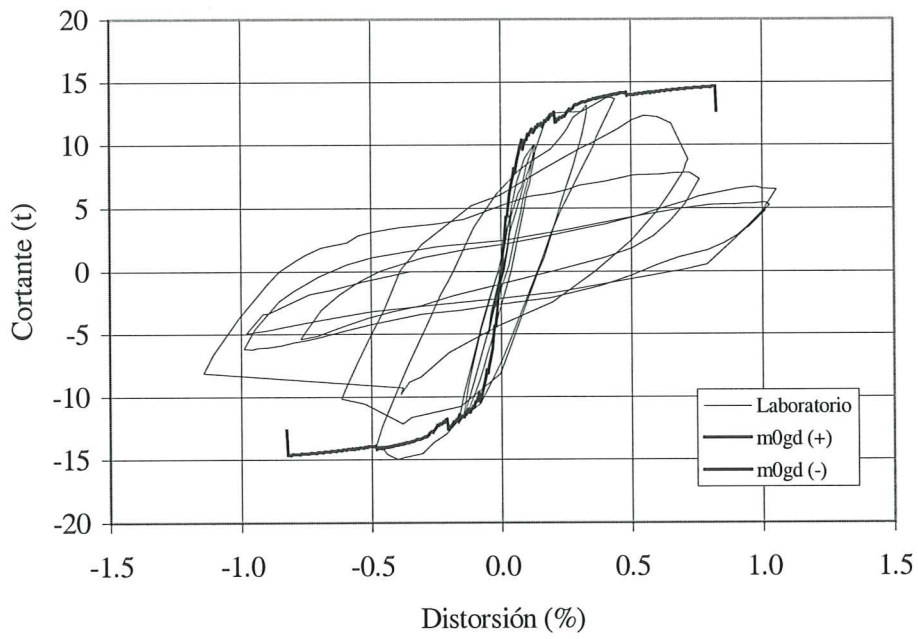


Figura 2.12. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gd$.

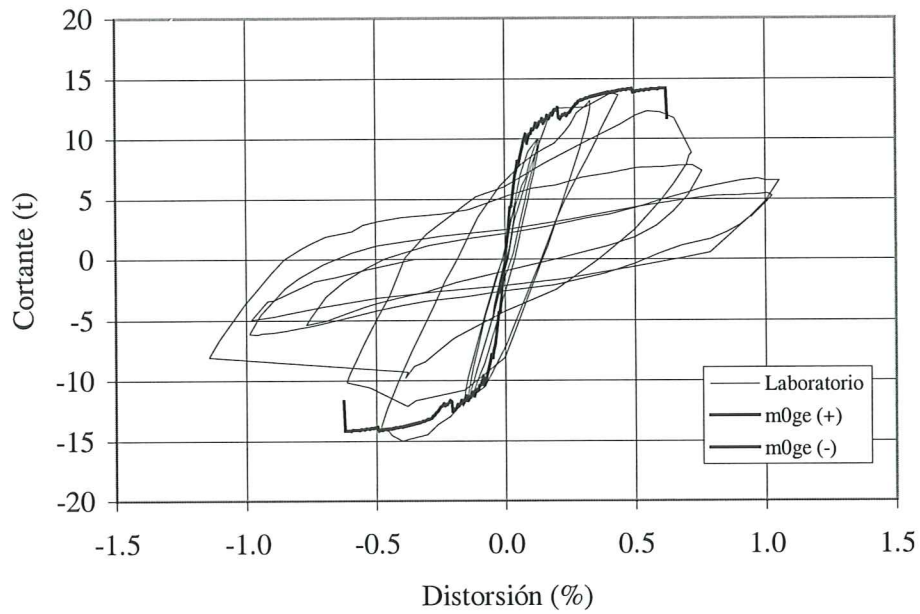


Figura 2.13. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0ge$.

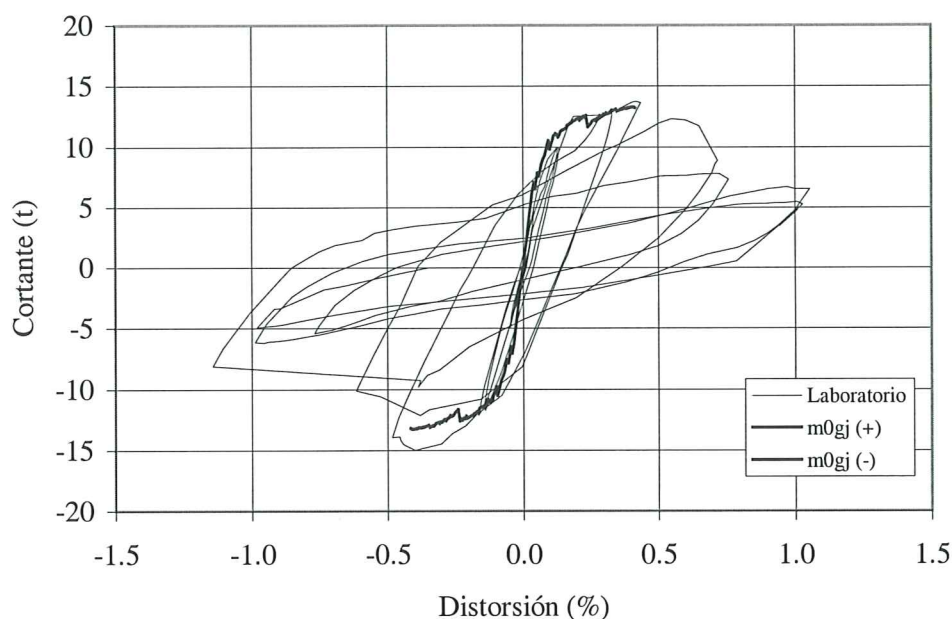


Figura 2.14. Diagrama fuerza cortante-distorsión para el modelo $m0gj$.

En la figura 2.15 se comparan los patrones finales de agrietamiento del modelo analítico $m0ga$ (que es uno de los que mejor reprodujo la respuesta) con el experimental. Por la misma razón ya explicada para los modelos de grieta fija, dichos patrones no resultan del todo similares entre sí; en el modelo experimental la primera grieta diagonal aparece en forma discreta hacia el centro del tablero, mientras que en el modelo analítico las primeras fisuras aparecen, para bajos valores de la carga lateral, en las esquinas del tablero de mampostería que tienden a separarse del marco de concreto (en este caso en que la carga lateral se aplicó de izquierda a derecha, dichas esquinas fueron la superior derecha y la inferior izquierda); cuando el número de elementos agrietados crece de manera importante, el modelo incursiona en un marcado comportamiento no lineal. Para la carga lateral máxima, el patrón de agrietamiento tuvo una mejor concordancia, si se considerase que los elementos que sufren aplastamiento en el modelo analítico asemejan la grieta discreta del modelo experimental. Los modelos $m0ga$ y $m0gj$, con factores de resistencia mínima a compresión de 0.8 para el concreto y de 0.2 para la mampostería, reprodujeron adecuadamente el comportamiento experimental; la única diferencia entre ambos fue el módulo de elasticidad del concreto, donde se empleó un E_c de $14,000 \star f'c$ y de $8,000 \star f'c$ respectivamente. En particular, al disminuir E_c se redujo ligeramente la resistencia y la distorsión a la que se presenta ésta, lográndose mayor concordancia en resistencia para el modelo $m0ga$, con $E_c=14,000 \star f'c$.

2.3 MODELO WWW

En comparación con el modelo M0 descrito con anterioridad, reproducir analíticamente la respuesta del WWW fue más complejo, ya que éste contaba con un mayor número de elementos de concreto reforzado, así como la presencia de una abertura tipo ventana. A continuación se describen las características de los modelos experimental y analítico, y los resultados obtenidos de la calibración.

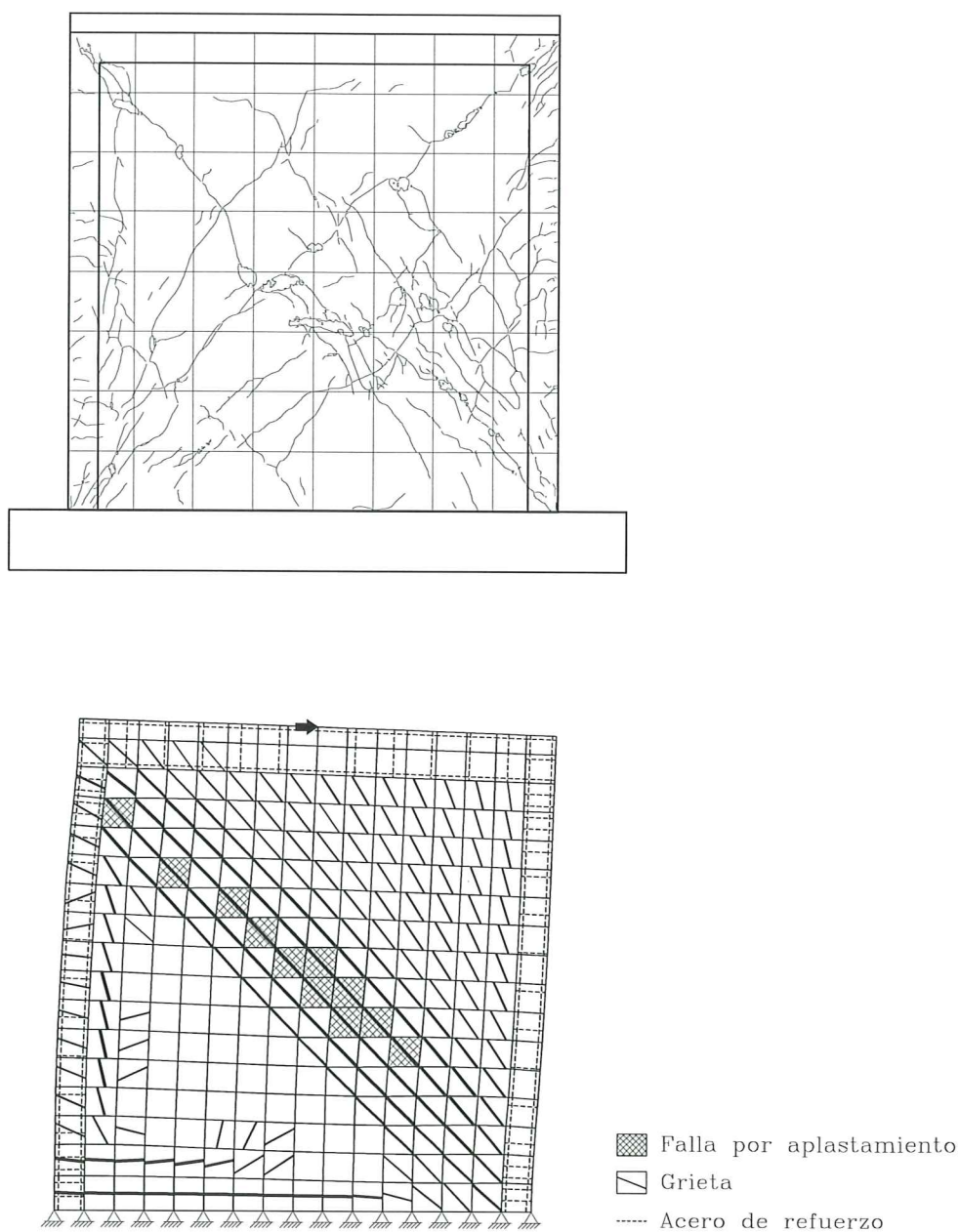


Figura 2.15. Patrones finales de agrietamiento, a) modelo experimental M0, b) modelo analítico *m0ga*, mostrando la geometría deformada.

2.3.1 Descripción del modelo experimental

La geometría del modelo se muestra en la figura 2.16. El espécimen, que formaba parte de una serie de tres, tenía una longitud de 5 m y estaba formado por dos muros, uno de 2.4 m y otro de 1.6 m de longitud. La altura de los pretilos era de 1 m. Los muros se construyeron con tabique de barro tipo artesanal. Los muros estaban confinados por castillos de sección nominal de 12.5 cm por 15 cm. El espesor de los muros era de 12.5 cm. La dala tenía una sección de 12.5 cm por

25 cm. El espesor de la losa fue de 10 cm y la anchura igual a 120 cm. La altura del espécimen, medida desde su desplante hasta el lecho superior de la losa, era de 2.5 m.

La resistencia media a la compresión del concreto de los castillos fue de 133 kg/cm^2 ; para la dala y losa resultó de 360 kg/cm^2 .

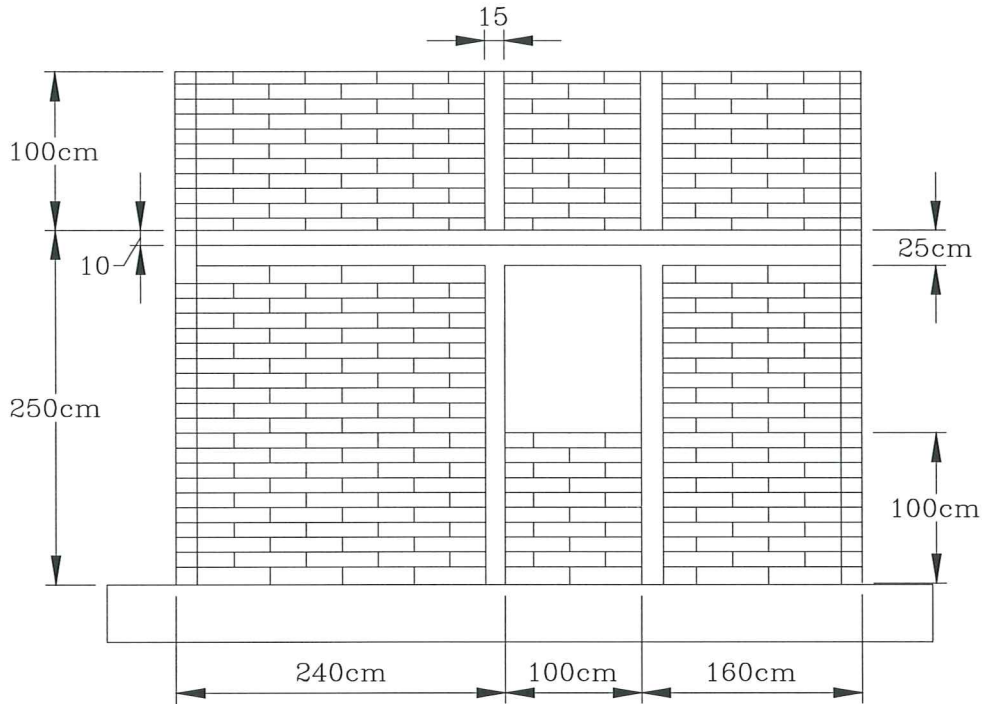


Figura 2.16. Geometría y dimensiones del modelo experimental WW.

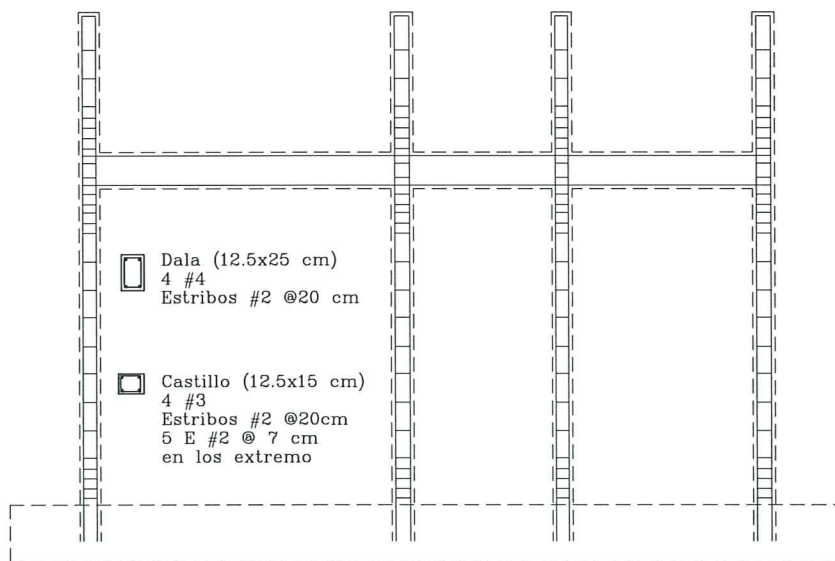


Figura 2.17. Detallado del refuerzo del modelo WW.

El mortero utilizado en la construcción del modelo fue dosificado por volumen para una resistencia a compresión de 125 kg/cm^2 . El mortero se dosificó con una relación volumétrica cemento:arena de 1:3. La resistencia media a la compresión del mortero obtenida del ensaye de cubos de 5 cm de arista fue de 160 kg/cm^2 .

Para obtener la resistencia a la compresión de la mampostería, se construyeron pilas con siete tabiques sobrepuestos. La resistencia media a compresión de la mampostería fue de 50 kg/cm^2 . La resistencia a la compresión diagonal se obtuvo del ensaye de muretes aproximadamente cuadrados hechos con una pieza y media de base y cinco hiladas. La prueba se realizó cargando en compresión a los muretes sobre una de las diagonales. La resistencia media a compresión diagonal de la mampostería resultó de 10 kg/cm^2 .

En la figura 2.17 se muestran los detalles del refuerzo del espécimen. El armado longitudinal de los castillos constó de cuatro barras corrugadas del #3. Transversalmente, los castillos se reforzaron con estribos lisos del #2 separados a cada 20 cm, excepto en los extremos donde se colocaron cinco estribos a cada 7 cm. La dala se reforzó longitudinalmente con cuatro barras del #4, y transversalmente con estribos lisos del #2 a cada 20 cm.

Para el refuerzo longitudinal de castillos, dala y losa se usaron barras corrugadas con esfuerzo nominal de fluencia $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$. Para los estribos de castillos y dala se usó alambrión del #2 con $f_y = 2,200 \text{ kg/cm}^2$. El esfuerzo de fluencia medido para las barras del #2, #3 y #4 fue igual a 2,750, 4,630 y $4,220 \text{ kg/cm}^2$, respectivamente.

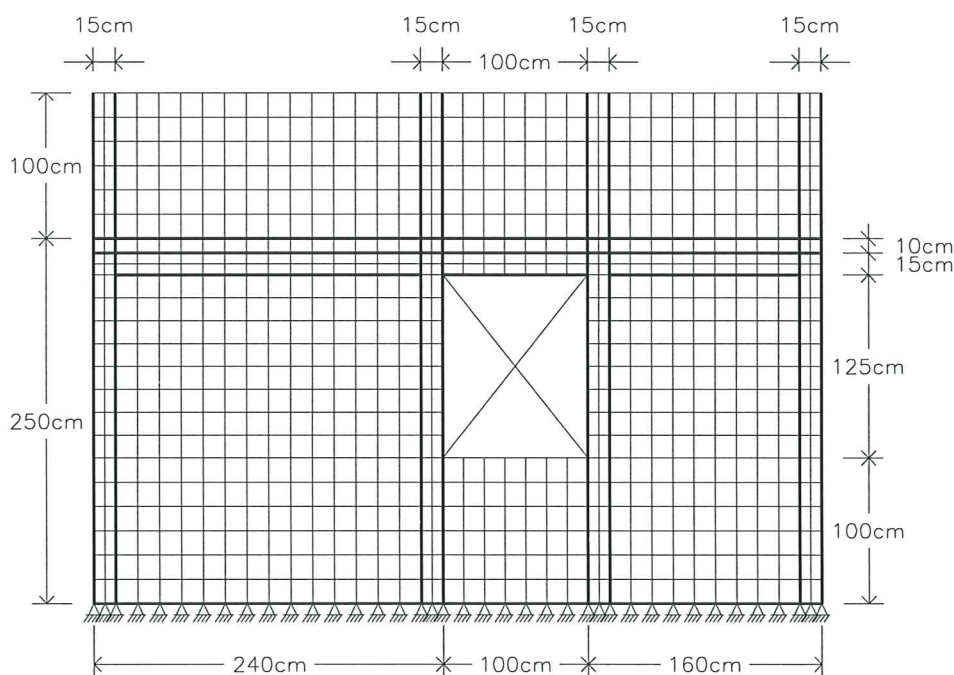


Figura 2.18. Malla de elementos finitos para el modelo WWW.

2.3.2 Descripción del modelo analítico

El modelo elaborado se hizo coincidir con el que se empleó en otro estudio (Ishibashi y Katsumata, 1994); constó de 818 elementos, como se ilustra en la figura 2.18, así como de 142 barras de refuerzo (figura 2.17). Las leyes constitutivas de los materiales (mampostería, concreto y acero de refuerzo) se describieron en el capítulo 1 y más adelante se especifican los

valores numéricos que se emplearon en el análisis. Como parámetros constantes, durante todo el proceso de calibración, se usaron los valores de la resistencia a compresión del concreto y de la mampostería obtenidos en el laboratorio mediante el ensaye de cilindros y pilas respectivamente; para el acero de refuerzo se supuso un comportamiento elastoplástico perfecto y se usaron el esfuerzo de fluencia y el módulo de elasticidad obtenidos de las probetas ensayadas a tensión.

Se analizaron tres grupos de dos alternativas cada uno, empleando el modelo de grieta fija; dado que el modelo era asimétrico geoméricamente, cada alternativa consistió en aplicar la carga lateral en una dirección dada (de izquierda a derecha o de derecha a izquierda). Como ya se mencionó, para las resistencias a compresión de los materiales pétreos se tomaron los valores señalados en 2.3.1. La resistencia a tensión para el concreto y la mampostería se consideró igual a un décimo de su resistencia a compresión, valor comúnmente aceptado para el concreto. Se consideró ablandamiento lineal en compresión para ambos materiales con $E_d = -0.125E_c$ (figura 1.4). El módulo de elasticidad inicial E_c para el concreto de la dala y de la losa se consideró igual $14,000\sqrt{f'_c}$ (concreto clase 1 con $f'_c \geq 250 \text{ kg/cm}^2$) y para el de los castillos se tomó igual a $8,000\sqrt{f'_c}$ (concreto clase 2 con $f'_c < 250 \text{ kg/cm}^2$); para la mampostería se consideró igual a $600f'_m$ (DDF, 1995; Ishibashi y Katsumata, 1994). Al igual que para el modelo M0, la relación de Poisson para el concreto se tomó igual a 0.2 e igual a 0.25 para la mampostería. Para definir la forma del diagrama de interacción para falla por tensión en el estado de esfuerzo tensión-compresión, se aplicó la Ec. 1.21, caso a). Para evaluar la energía de fractura se siguió el criterio señalado en 1.2.3, de manera similar al modelo M0.

Como se mencionó en 2.1.2, primeramente se aplicó al modelo un esfuerzo vertical de 5 kg/cm^2 en cinco incrementos iguales de carga; posteriormente la simulación fue controlada por desplazamiento, a razón de 0.125 mm por incremento, lo que equivale al 0.005% de distorsión; este desplazamiento se aplicó al nivel de la losa del lado izquierdo o del lado derecho, según fuera el caso. En el laboratorio, la carga lateral fue aplicada al espécimen a la altura de la losa mediante un gato hidráulico de doble acción, capaz de resistir fuerzas de compresión y de tensión. Por lo que respecta a la técnica de solución no lineal, al igual que para el modelo M0, también se empleó el *Método de Newton-Raphson*.

Para intentar reproducir la respuesta del modelo WWW, para los dos casos del primer grupo, el *wwwa* (carga lateral de izquierda a derecha) y el *wwwb* (carga lateral de derecha a izquierda), se usó un *factor de resistencia mínima a compresión* para el concreto agrietado igual a 0.8 y para la mampostería agrietada igual a 0.2; el *factor de retención de cortante* para los materiales agrietados se supuso igual a 0.2. Estos valores fueron iguales a los usados en el caso *m0gp* estudiado en 2.2.3 y que reprodujo de manera adecuada el comportamiento del modelo M0. Lamentablemente, en este caso no se obtuvo una reproducción satisfactoria de la respuesta; en la Tabla 2.5 y en la figura 2.19 se pueden comparar los resultados analíticos con los experimentales. Las resistencias a cortante del modelo analítico excedieron al valor experimental en 29% y en 21% para carga de izquierda a derecha y de derecha a izquierda, respectivamente. Una hipótesis aun no confirmada y que trata de explicar lo anterior, es que posiblemente para este modelo, que cuenta con un mayor número de elementos de concreto reforzado comparado con el M0, empieza a cobrar mayor importancia el hecho de que se haya considerado interfaz rígida entre los tableros de mampostería y los elementos confinantes de concreto reforzado.

En 2.2.3 y 2.2.4 se estudió el efecto del factor de retención de cortante y del factor de resistencia mínima a compresión para materiales pétreos agrietados. Ahí se pudo establecer, a grandes rasgos, que la resistencia y la capacidad de deformación decrecen proporcionalmente con ambos factores. Para el siguiente grupo, casos *wwwc* y *wwwd*, se consideró un *factor de resistencia mínima a compresión* para el concreto agrietado igual a 0.6 y para la mampostería agrietada

igual a 0.1; el *factor de retención de cortante* para el concreto se supuso igual a 0.2 y para la mampostería igual a 0.1. Los resultados se observan en la Tabla 2.5 y en la figura 2.20, donde se aprecia una mejor concordancia del modelo analítico con el experimental, aunque todavía las resistencias a cortante del modelo analítico excedieron al valor experimental en 19% y en 14% para carga de izquierda a derecha y de derecha a izquierda, respectivamente.

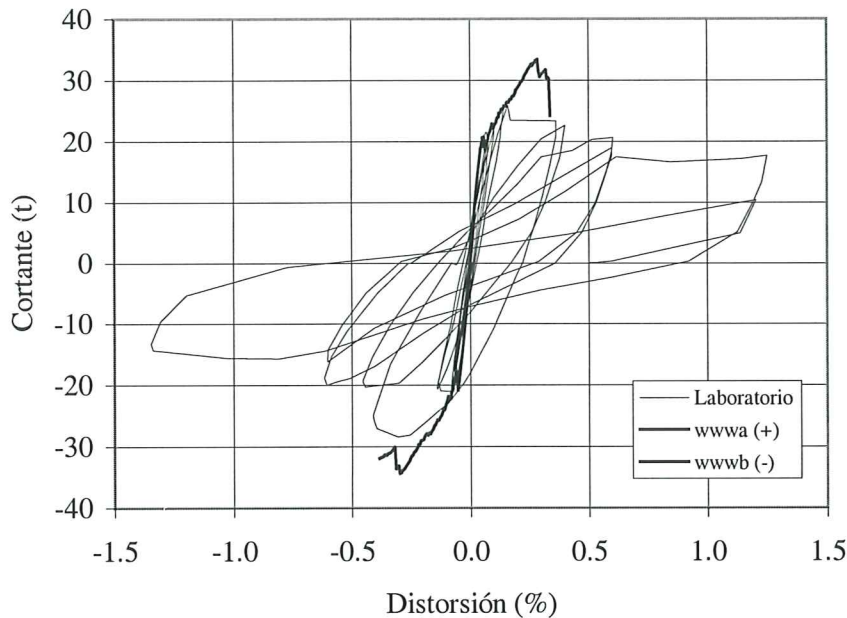


Figura 2.19. Diagrama fuerza cortante - distorsión para los casos *wwwa* y *wwwb*.

Tabla 2.5. Resistencia a cortante y su correspondiente distorsión.

Modelo	Resistencia a Cortante (t)			Distorsión a la Resistencia (%)	
	Laboratorio*	Calculada	Calc./Lab.	Laboratorio*	Calculada
<i>wwwa</i> **	25.9	33.32	1.29	0.162	0.285
<i>wwwb</i> ***	28.5	34.36	1.21	0.308	0.300
<i>wwwc</i> **	25.9	30.70	1.19	0.162	0.255
<i>wwwd</i> ***	28.5	32.41	1.14	0.308	0.320
<i>wwwg</i> **	25.9	27.14	1.05	0.162	0.235
<i>wwwf</i> ***	28.5	27.53	0.97	0.308	0.212

* Se refiere a los datos del modelo WWW ensayado experimentalmente

** Indica carga horizontal aplicada "de izquierda a derecha"

*** Indica carga horizontal aplicada "de derecha a izquierda"

Como se sabe que las propiedades de la mampostería son las que más influyen en la respuesta del modelo analítico, para el último grupo, casos *wwwg* y *wwwf*, se decidió reducir el factor de retención de cortante para la mampostería hasta un valor de 0.001; el resto de las variables se supusieron iguales a los casos *wwwc* y *wwwd*. Los resultados analíticos se pueden comparar con los experimentales en la Tabla 2.5 y en la figura 2.21; ahí se aprecia que las rigideces en la zona elástica inicial y la resistencia a cortante tienen buena concordancia, aunque hay diferencias en las distorsiones a las que ocurre la resistencia. Por supuesto, lo anterior no implica que 0.001 sea "el valor exacto" para el factor de retención de cortante de la mampostería, sino que es la combinación de todos los parámetros que intervienen en este complejo proceso, la que permite

reproducir satisfactoriamente el comportamiento del modelo experimental, al menos hasta alcanzar su resistencia a fuerza cortante.

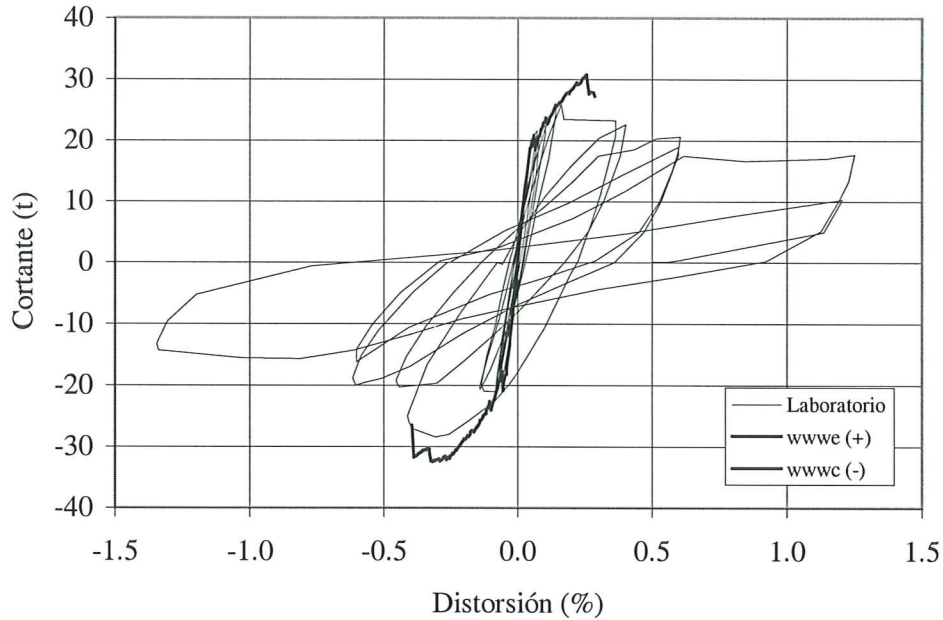


Figura 2.20. Diagrama fuerza cortante - distorsión para los casos *www*e y *www*c.

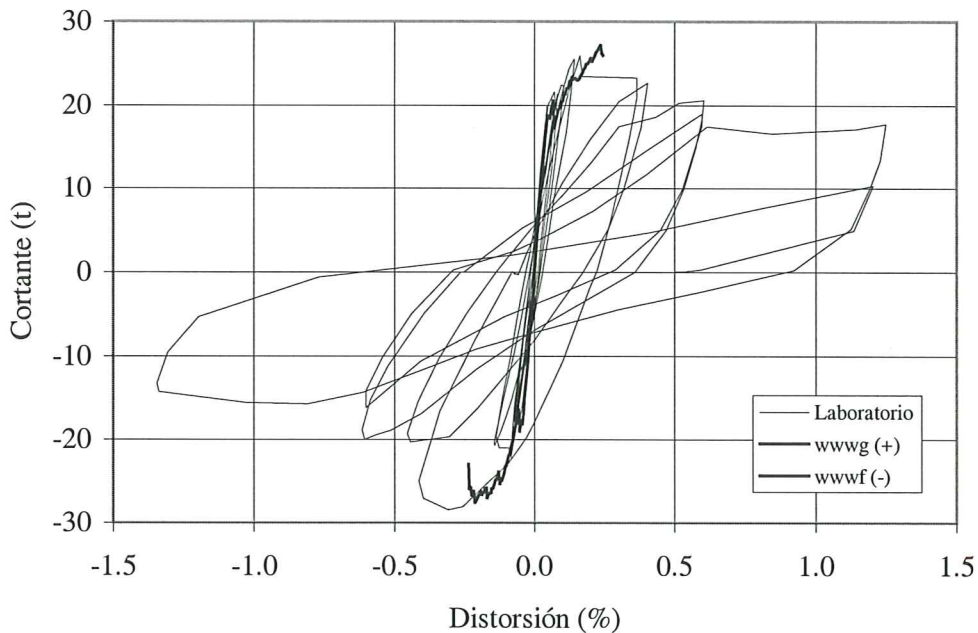


Figura 2.21. Diagrama fuerza cortante - distorsión para los casos *www*g y *www*f.

Finalmente, en las figuras 2.22 y 2.23 se comparan los patrones finales de agrietamiento del modelo experimental con los casos *www*g y *www*f para carga lateral aplicada de izquierda a derecha y viceversa. Como se puede apreciar, éstos tuvieron una mejor concordancia para la carga horizontal aplicada de derecha a izquierda (caso *www*f).

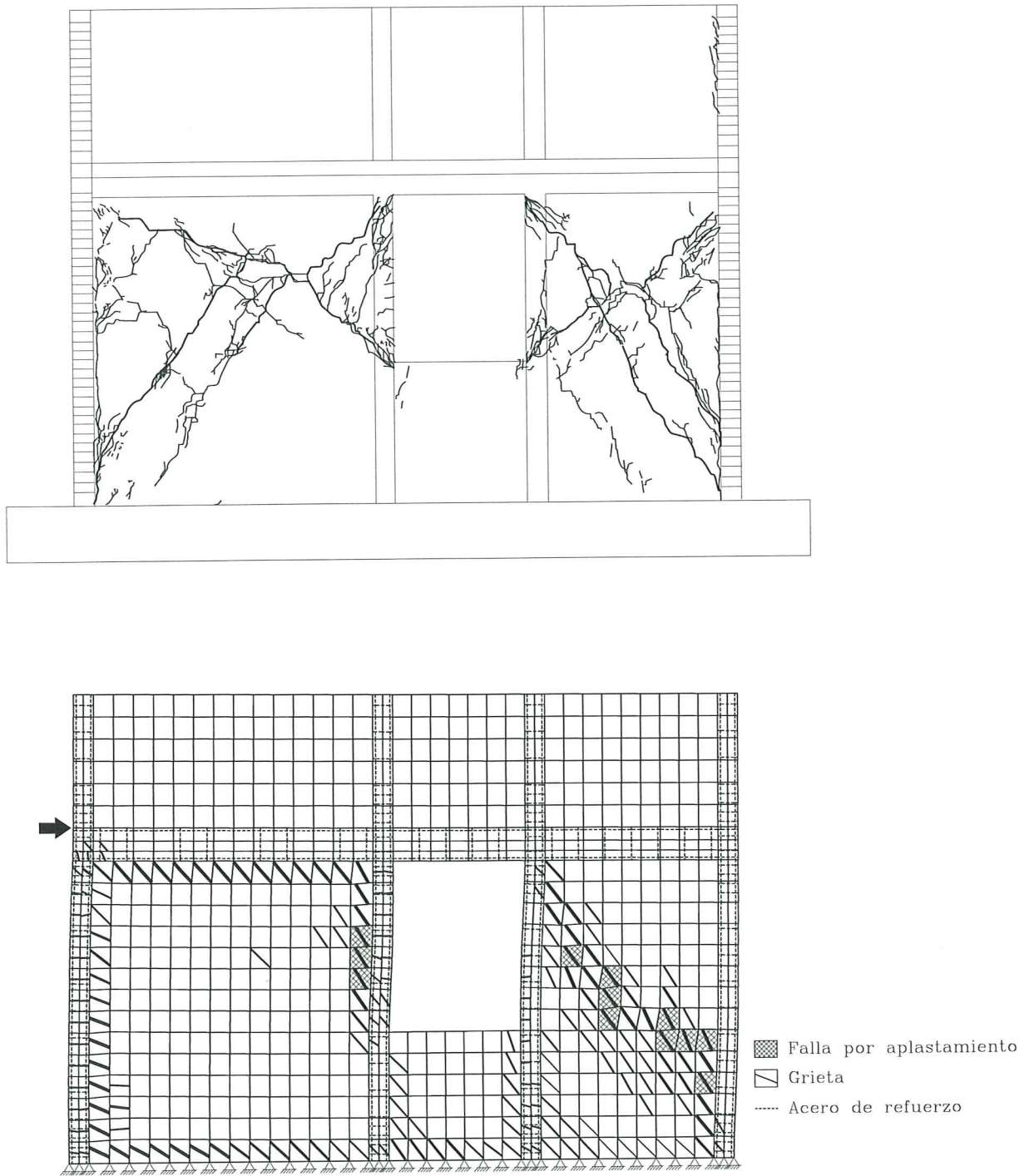


Figura 2.22. Patrones finales de agrietamiento, a) modelo experimental WWW, b) modelo analítico wwwg, mostrando la geometría deformada.

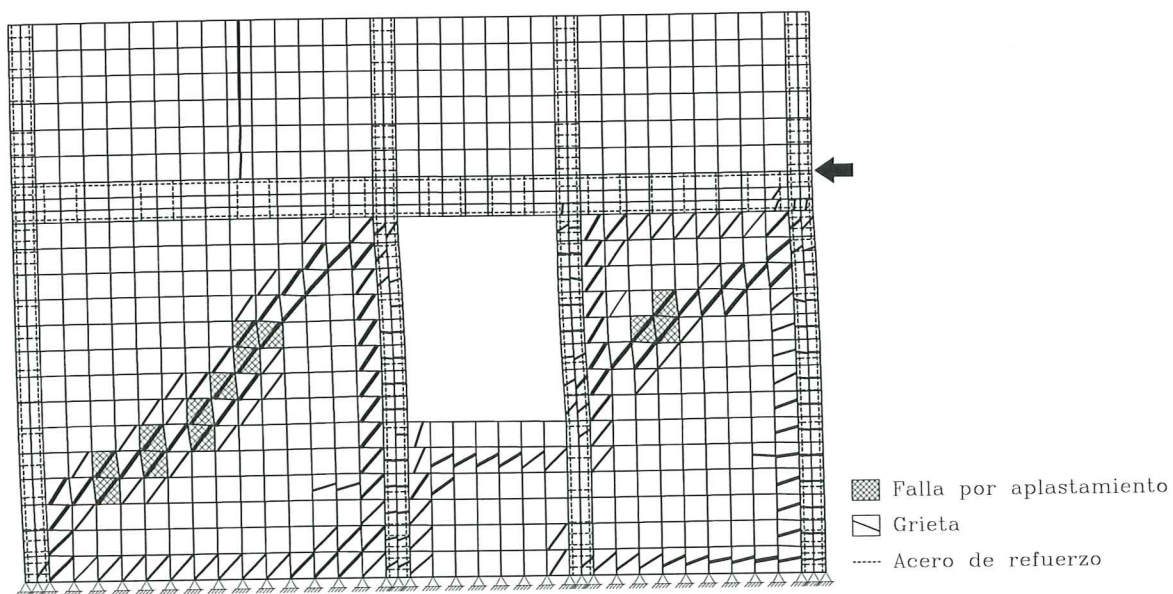
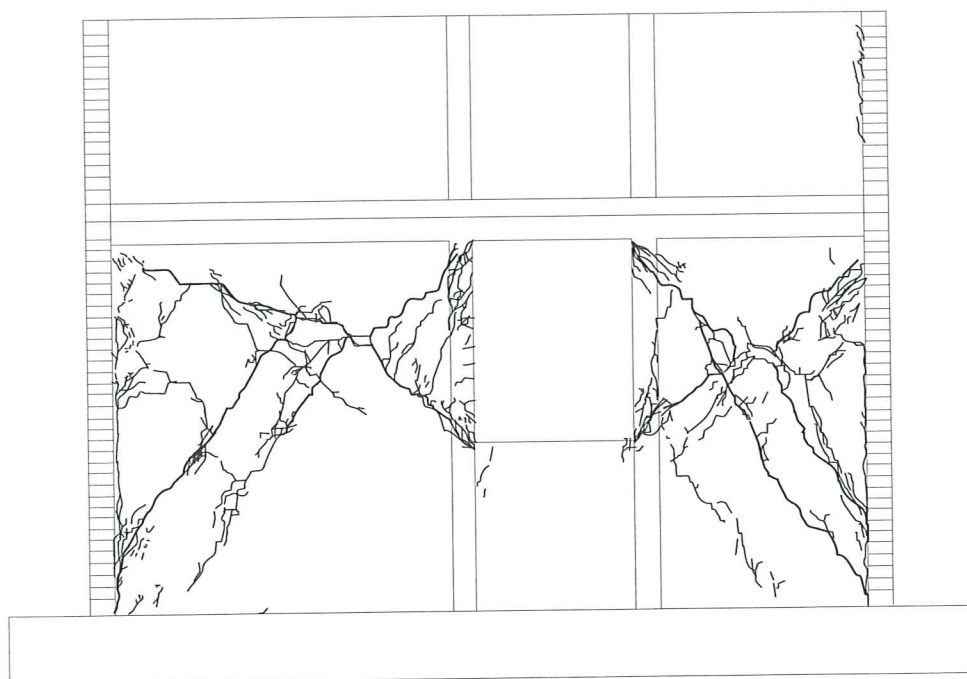


Figura 2.23. Patrones finales de agrietamiento, a) modelo experimental WWW, b) modelo analítico *wwwf*, mostrando la geometría deformada.

2.3.3 Modelo de columna ancha

Para realizar el análisis sísmico de estructuras de mampostería confinada es necesario conocer la rigidez de entrepiso de los elementos que las componen. En el proceso de diseño es práctica común hacer análisis elásticos, para los cuales se dividen las fuerzas entre un factor de comportamiento sísmico que pretende tomar en cuenta la no linealidad del comportamiento. Se presenta entonces la interrogante de cómo calcular esta rigidez, especialmente en muros con huecos.

Abordar el problema anterior siempre es posible mediante el uso de elementos finitos, ya sea realizando análisis lineales o no lineales. La realidad es que esta metodología aun se emplea poco en la práctica profesional de nuestro país (México). Surge entonces la necesidad de contar con métodos sencillos de análisis que, sin escatimar precisión, sean de uso accesible para el ejercicio de la ingeniería estructural.

Uno de los métodos más difundidos para el análisis de estructuras a base de muros consiste en concentrar las propiedades del muro en su eje centroidal considerándolo como columna; la zona de viga que queda dentro de la longitud del muro se representa como una viga de rigidez infinita a flexión. De esta manera se analiza la estructura como si estuviera formada por un conjunto de marcos, considerando los efectos tanto de flexión como de cortante. Este es el conocido *método de la columna ancha*. Con este método se suelen obtener resultados bastante precisos para muros sin aberturas, si se comparan con los obtenidos con métodos más refinados, como el de los elementos finitos (Bazán y Meli, 1999). Para evaluar el momento de inercia y el área de cortante debe tenerse en cuenta la contribución de los elementos de concreto (castillos y dalas) al usar la sección transformada, a través de la relación modular entre concreto y mampostería.

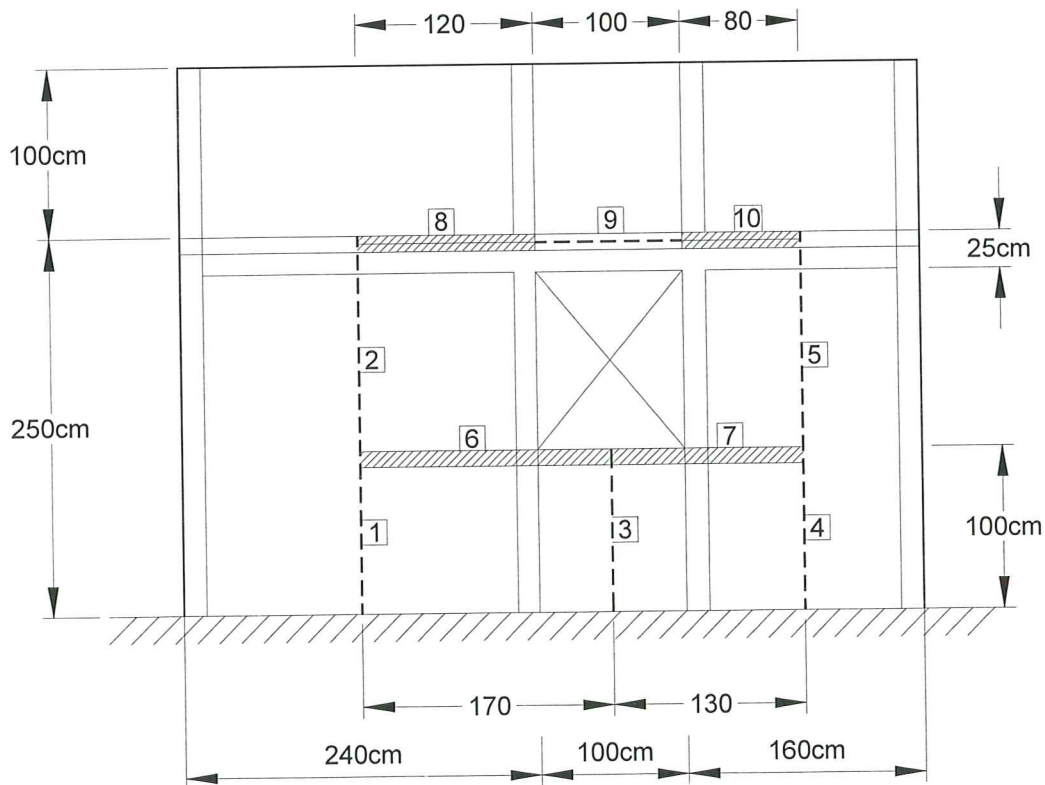


Figura 2.24. Modelo de columna ancha para el espécimen WW.

En el caso de muros con aberturas se puede recurrir al método descrito para evaluar la rigidez elástica de entrepiso, aunque los modelos resultan un poco más complejos que para los muros llenos. Para el espécimen WWW se analizó el modelo propuesto en la figura 2.24 (Flores, 1995), el cual constó, además de las dos columnas anchas que simulaban los muros y la trabe que simulaba la dala-losa con el pretil, de una columna corta que se ubicó debajo de la abertura, y de una trabe de rigidez infinita a flexión y a fuerza axial que conectó a las tres columnas a nivel del lecho inferior del hueco y que tuvo como finalidad idealizar la zona de muro que se localiza entre el nivel de desplante y el lecho bajo de la abertura, como una trabe que no se flexiona por estar apoyada en toda su longitud. A la columna corta se le asignaron las propiedades del muro que quedaba debajo de la abertura y la trabe de rigidez infinita a flexión y a fuerza axial (debajo de la abertura) sirvió para hacer trabajar a la columna corta en conjunto con las dos columnas anchas.

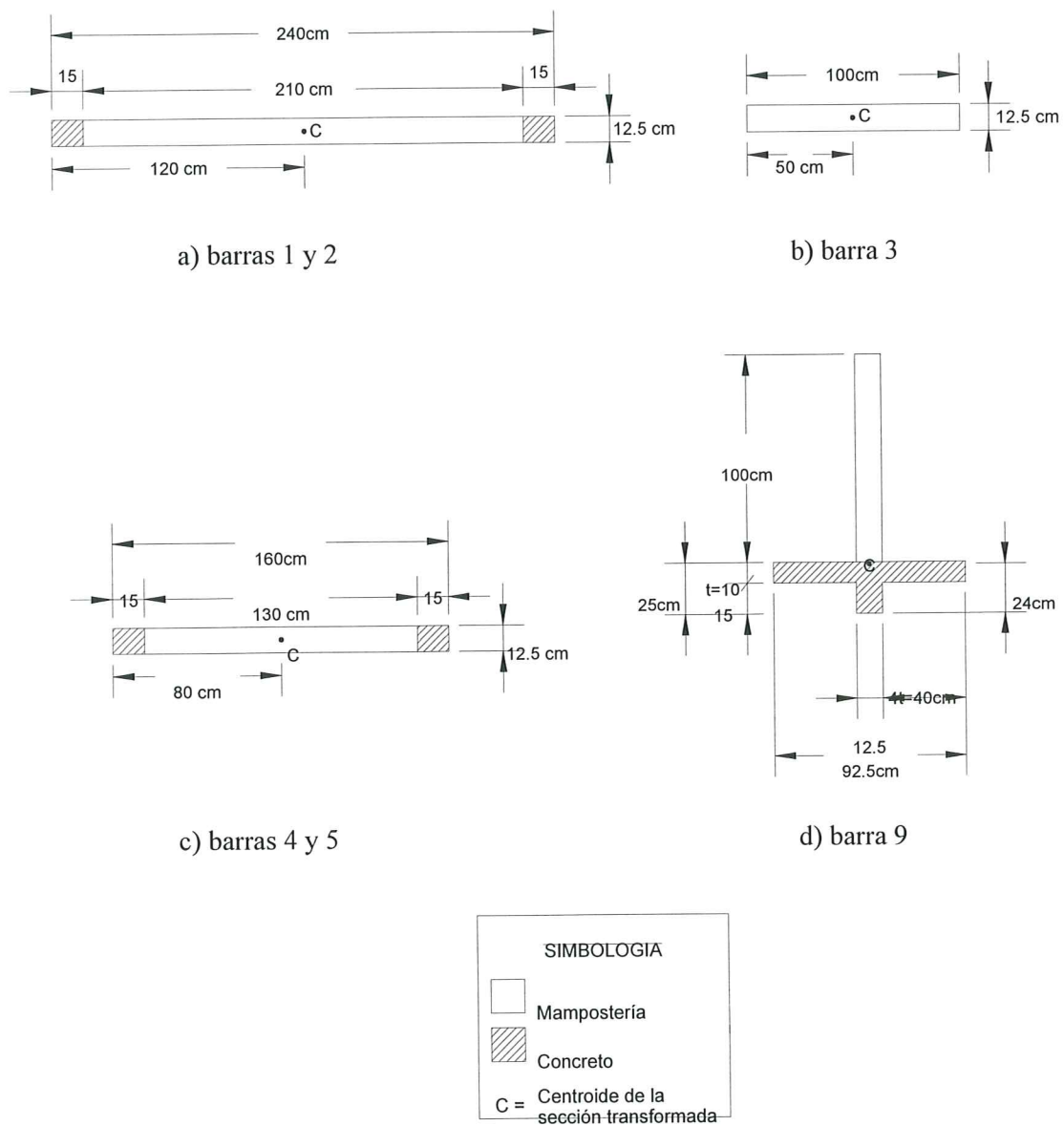


Figura 2.25. Secciones transversales de las barras, modelo WWW.

Las propiedades elásticas de las barras quedaron definidas por su módulo de elasticidad:

- $E=600f^* m=600 \times 50=30,000 \text{ kg/cm}^2$ mampostería
- $E=8,000\sqrt{f^* c}=8,000\sqrt{133}=92,260 \text{ kg/cm}^2$ concreto de los castillos
- $E=14,000\sqrt{f^* c}=14,000\sqrt{360}=265,631 \text{ kg/cm}^2$ concreto de la dala-losa

Para el cálculo de las propiedades geométricas de las secciones transversales, éstas fueron transformadas a mampostería a través de las relaciones modulares:

- $n_1 = \frac{92,260}{30,000} = 3.07$ para castillos
- $n_2 = \frac{265,631}{30,000} = 8.85$ para dala-losa

La geometría de las secciones transversales de las barras se muestra en la figura 2.25. En la Tabla 2.6 se presentan las propiedades geométricas de las secciones transformadas.

Tabla 2.6. Propiedades elásticas y geométricas de las secciones transformadas.

Barra	E, t/m ²	ν	A, m ²	A _c , m ²	I, m ⁴
1 y 2	300,000	0.25	0.38	0.32	0.2414
3	300,000	0.25	0.125	0.104	0.0104
4 y 5	300,000	0.25	0.28	0.23	0.0832
6,7,8,y,10	300,000	0.25	∞	∞	∞
9	300,000	0.25	1.10	0.40	0.0502

En la tabla: E = módulo de elasticidad
 ν = relación de Poisson
 A = área de la sección
 A_c = área de cortante
 I = momento de inercia

Para el modelo en cuestión se obtuvieron las siguientes rigideces de entrepiso:

- K=200 t/cm rigidez inicial obtenida experimentalmente
- K=190 t/cm rigidez inicial, análisis no lineal, MEF
- K=200 t/cm análisis elástico lineal, método de la columna ancha

Como se puede apreciar, para este caso particular el método de la columna ancha proporcionó un valor de la rigidez de entrepiso igual al medido experimentalmente, y 5% mayor que el obtenido en el análisis no lineal mediante elementos finitos.

2.4 COMENTARIOS

Aún cuando el comportamiento de muros de mampostería confinada sujetos a cargas laterales es muy complejo, con efectos no lineales prácticamente desde el inicio del proceso de carga, fue posible reproducir analíticamente la respuesta global de los modelos M0 y WWW ensayados experimentalmente en el Laboratorio de Estructuras Grandes del CENAPRED, al menos hasta alcanzar la resistencia a cortante de los modelos.

Con fundamento en las calibraciones efectuadas para dichos modelos, en los siguientes capítulos se estudia el comportamiento de diversos modelos tendientes a analizar el efecto del tamaño y posición de aberturas, el efecto de la carga vertical y la influencia de la relación de aspecto. En particular, se emplearán los parámetros del modelo *m0gp* por las siguientes razones:

- los modelos que se presentarán en los capítulos 3 y 4 constaron de un sólo tablero, al igual que el espécimen M0,
- se decidió emplear el modelo de grieta fija, que fue la alternativa que se usó para calibrar ambos especímenes experimentales (M0 y WWW), y
- según la apreciación de los autores, fue el modelo de grieta fija el que mejor reprodujo la respuesta experimental del espécimen M0.

En la Tabla 3.4 se presenta un resumen de los valores de los parámetros que se usaron para el modelo *m0gp*, y que sirvieron de base para el desarrollo de los modelos de muros con y sin aberturas estudiados en los próximos capítulos.

Por otro lado, resultó factible emplear el método de la columna ancha para evaluar la rigidez elástica de entrepiso del modelo WWW con una abertura tipo ventana. No se tiene la certeza de que esta modelación pueda extrapolarse a muros con geometría y/o distribución de aberturas más complejas (Tena-Colunga, 1992).

CAPÍTULO 3

COMPORTAMIENTO ANALÍTICO DE MUROS CON ABERTURAS

3.1 INTRODUCCIÓN

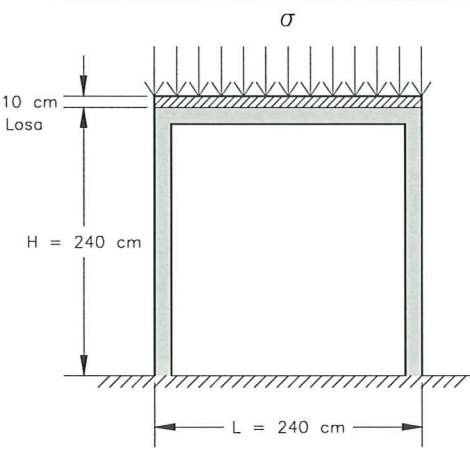
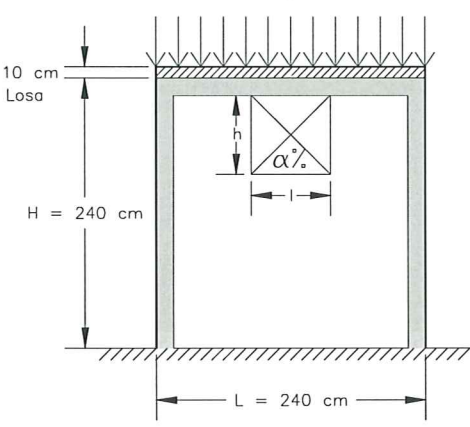
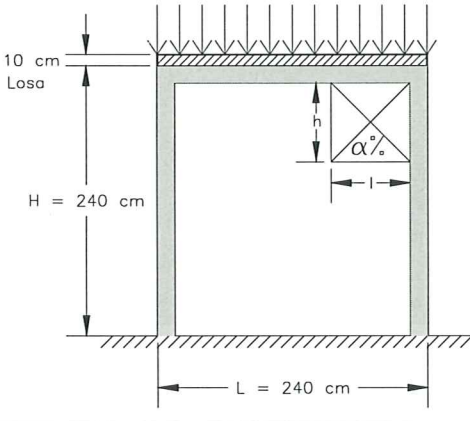
En el capítulo anterior quedó confirmado que el análisis no lineal de muros de mampostería confinada empleando el método de los elementos finitos permite reproducir, de manera suficientemente precisa, a escala macroscópica y hasta alcanzar la resistencia a fuerza cortante, el comportamiento de este complejo sistema estructural. Con base en lo anterior, se procedió a analizar una amplia variedad de modelos de muros, con y sin aberturas, sometidos a fuerzas horizontales. Se describe el comportamiento analítico observado estudiando, simultáneamente, el efecto del tamaño y de la posición de aberturas en los tableros de mampostería, que son dos aspectos poco conocidos en el comportamiento no lineal del sistema estructural que nos ocupa. Se analizaron varias alternativas que permitieron estudiar la degradación de resistencia y de rigidez, lográndose establecer recomendaciones para diseño, cumpliéndose así el objetivo fundamental de este trabajo.

3.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Se estudiaron 26 modelos en tres grupos: muros cuadrados, muros anchos y muros esbeltos, con relaciones de aspecto H/L iguales a 1, 0.67 y 2, respectivamente. Todos los modelos constaron de un solo tablero, dos castillos y una dala-losa. En las Tablas 3.1 a 3.3 se muestra la geometría de los diferentes modelos; para modelos asimétricos se analizaron dos casos por modelo, uno considerando carga lateral de izquierda a derecha (que en lo sucesivo se denotará por $V+$) y otro con carga lateral de derecha a izquierda (que se denotará por $V-$), lo que hace un total de 37 casos. Para los tres grupos se analizaron muros con y sin aberturas de diferente tamaño, colocando ésta, cuando era el caso, en la parte superior del tablero, ya fuera abertura centrada o lateral. No se consideró ningún confinamiento adicional alrededor de la abertura, únicamente el ya mencionado, consistente en una dala y dos castillos en los extremos de los modelos; se decidió hacer así, porque uno de los objetivos era evaluar qué tamaño máximo y posición de abertura sería aceptable sin la colocación de dalas y castillos adicionales en el perímetro del hueco.

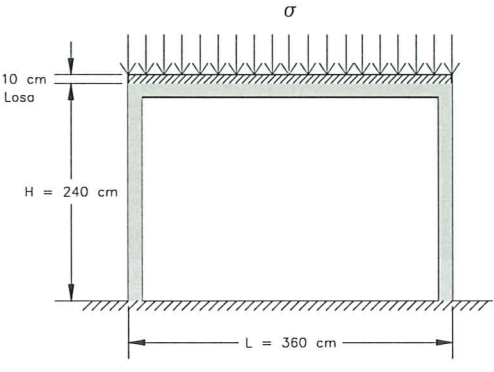
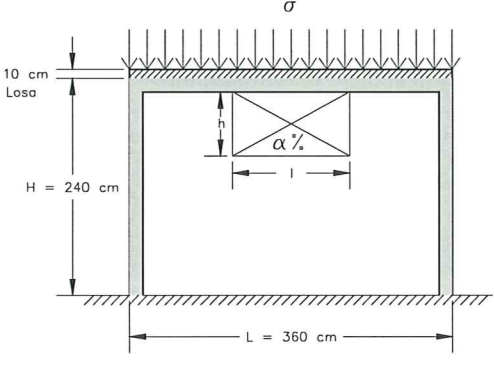
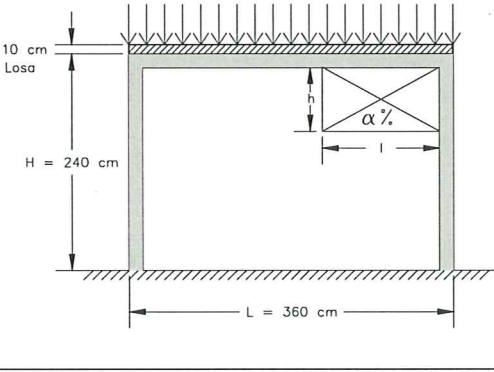
Las dimensiones de los modelos analizados se consideran comunes dentro de esta tipología. Se supuso una altura libre de los modelos de 2.40 m más una losa de 10 cm de espesor, y longitudes de 3.60 m, 2.40 m y 1.20 m; el espesor se tomó igual a 12.5 cm, ancho comercial frecuente del tabique de arcilla recocida producido en México. Los tableros de mampostería se supusieron confinados por castillos de 12.5 cm por 15 cm de sección transversal y por una dala de 12.5 cm por 25 cm; en la parte superior de la dala se incluyó una losa de 10 cm de espesor, a la cual se le asignaron propiedades elástico-lineales, y que sirvió como elemento de transición entre la carga y el modelo. Para los elementos confinantes se consideró un refuerzo longitudinal consistente en cuatro barras del #3 (10 mm de diámetro) y un refuerzo transversal con acero liso del #2 (6 mm de diámetro) a cada 20 cm, arreglo que cumple con los requisitos mínimos especificados por la normativa vigente (DDF, 1995).

Tabla 3.1. Geometría de Modelos Cuadrados con H/L=1.

MODELO	CASO		σ , kg/cm ²	l x h, cm	α , % ¹	b ²	
	→ ³	← ⁴					
	mc0a ⁵	-----	0	-	0	1	
	mc5a	-----	5	-	0	1	
	mc0b	-----	0	30 x 30	1.56	0.875	
	mc0c	-----		60 x 60	6.25	0.75	
	mc0d	-----		90 x 90	14.06	0.625	
	mc5b	-----	5	30 x 30	1.56	0.875	
	mc5c	-----		60 x 60	6.25	0.75	
mc5d	-----	90 x 90		14.06	0.625		
mc5e	-----	120 x 120		25.0	0.50		
	mc0e	mc0f	0	30 x 30	1.56	0.875	
	mc0g			mc0h	60 x 60	6.25	0.75
	mc0i			mc0j	90 x 90	14.06	0.625
	mc5f	mc5g	5	30 x 30	1.56	0.875	
	mc5h			mc5i	60 x 60	6.25	0.75
	mc5j			mc5k	90 x 90	14.06	0.625
	mc5l			mc5m	120 x 120	25.0	0.50

¹ α es la relación del área de la abertura al área total en %; $a=(A_{ab}/A_{total})\times 100$ ² b es la relación del área neta al área total de la sección transversal, $b=(A_{neto}/A_{total})$ de la sección transversal³ Se refiere a carga lateral aplicada de izquierda a derecha⁴ Se refiere a carga lateral aplicada de derecha a izquierda⁵ Nomenclatura: m=modelo; c=cuadrado; 0=esfuerzo vertical; a=caso

Tabla 3.2. Geometría de Modelos Anchos (H/L=0.67).

MODELO	CASO		σ , kg/cm ²	l x h, cm	α , % ¹	b ²
	→ ³	← ⁴				
	ma5a ⁵	-----	5	-	0	1
	ma5b ma5c	----- -----	5	90 x 60 135 x 90	6.25 14.06	0.75 0.625
	ma5d ma5f	ma5e ma5g	5	90 x 60 135 x 90	6.25 14.06	0.75 0.625

¹ α es la relación del área de la abertura al área total en %; $a=(A_{ab}/A_{total})\times 100$

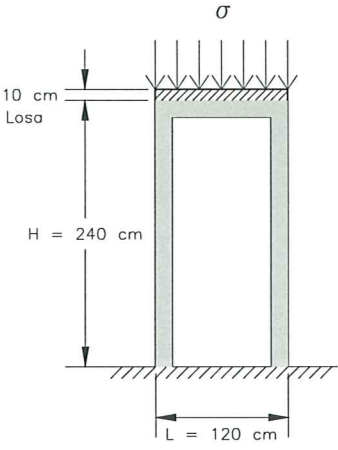
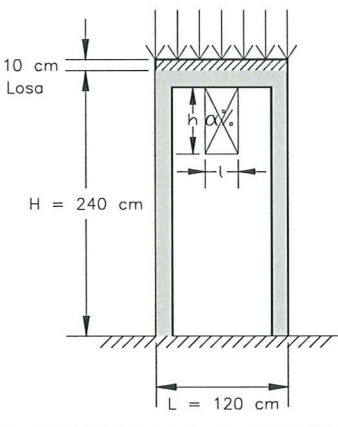
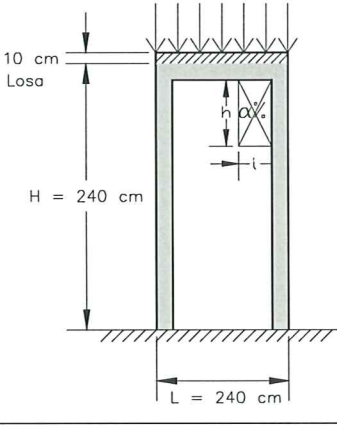
² b es la relación del área neta al área total de la sección transversal, $b=(A_{netal}/A_{total})$ de la sección transversal

³ Se refiere a carga lateral aplicada de izquierda a derecha, V(+)

⁴ Se refiere a carga lateral aplicada de derecha a izquierda, V(-)

⁵ Nomenclatura: m=modelo; a=ancho; 5=esfuerzo vertical; a=caso

Tabla 3.3. Geometría de Modelos Esbeltos ($H/L=2$).

MODELO	CASO		σ , kg/cm ²	l x h, cm	α , % ¹	b ²
	→ ³	← ⁴				
	me5a ⁵	-----	5	-	0	1
	me5b	-----	5	30 x 60	6.25	0.75
	me5c	-----		45 x 90	14.06	0.625
	me5d	me5e	5	30 x 60	6.25	0.75
	me5f	me5g		45 x 90	14.06	0.625

¹ α es la relación del área de la abertura al área total en %; $\alpha = (A_{ab}/A_{total}) \times 100$ ² b es la relación del área neta al área total de la sección transversal, $b = (A_{neto}/A_{total})$ de la sección transversal³ Se refiere a carga lateral aplicada de izquierda a derecha, V(+)⁴ Se refiere a carga lateral aplicada de derecha a izquierda, V(-)⁵ Nomenclatura: m=modelo; e=esbelto; 5=esfuerzo vertical; a=caso

Al igual que para los modelos estudiados en el capítulo anterior, en el análisis se supuso la condición de estado plano de esfuerzos. Los especímenes se consideraron fijos al nivel de desplante. Se usaron elementos cuadriláteros de cuatro nodos para el modelado del tablero de mampostería y de los elementos de concreto. En las figuras 3.1 a 3.3 se muestran las mallas de elementos finitos empleadas. La altura de cada elemento (celda básica) se supuso aproximadamente igual a dos hiladas de mampostería; la base de cada elemento fue aproximadamente igual a la altura. El tamaño de los elementos finitos fue muy similar en los diferentes modelos. El acero de refuerzo de los elementos confinantes se modeló en forma discreta. Se consideró interfaz rígida en la zona de contacto de la mampostería con los elementos de concreto reforzado, por las razones ya expuestas en la hipótesis 7 de la sección 2.1.1.

En cuanto a la condición de carga, en los modelos sujetos a carga vertical se aplicó un esfuerzo de 5 kg/cm^2 en cinco incrementos iguales; posteriormente, se aplicaron desplazamientos horizontales en todos los nudos del lecho superior a razón de 0.125 mm por incremento, lo que equivale al 0.005% de distorsión. A diferencia de los modelos analizados en el capítulo anterior, se decidió aplicar la carga lateral en todos los nudos superiores simultáneamente, pensando en que la fuerza de inercia producida por un sismo no se concentra en algún nudo en particular, como suele suceder en los especímenes ensayados en el laboratorio. Para los modelos cuadrados sin carga vertical, únicamente se aplicó la historia de carga referente a los desplazamientos horizontales. Por lo que respecta a la técnica de solución no lineal, se empleó el *método de Newton-Raphson*, que es el permitido por SBETA cuando se aplica una historia de carga no proporcional como la descrita con anterioridad, en la cual se aplica primeramente una carga vertical y luego una carga lateral. Para el análisis se empleó el modelo de grieta fija descrito en 1.2.5.1.

Se consideró que las leyes constitutivas de la mampostería y del concreto quedaban regidas por el modelo propuesto en 1.2. Para el análisis se adoptaron los mismos parámetros que se emplearon en la calibración del modelo M0 descrito en 2.2, en particular los del *m0gp*, y que se resumen en la Tabla 3.4; se decidió emplear estos parámetros porque al igual que el espécimen M0, se trataba de modelos formados por un sólo tablero. El comportamiento del acero de refuerzo se supuso elasto-plástico perfecto y se consideró que existía adherencia perfecta con el concreto; en la Tabla 3.5 se muestran las propiedades consideradas para el acero.

Tabla 3.4. Propiedades de los materiales pétreos.

Parámetro	Mampostería	Concreto
Resistencia a compresión	$f_m^* = 36 \text{ kg/cm}^2$	$f_c^* = 260 \text{ kg/cm}^2$
Resistencia a tensión	$f_{tm} = 3.6^{*1} \text{ kg/cm}^2$	$f_{tc} = 26^{*1} \text{ kg/cm}^2$
Módulo de elasticidad inicial	$E_m = 21,600^{*2} \text{ kg/cm}^2$	$E_c = 225,743^{*3} \text{ kg/cm}^2$
Relación de Poisson	$\nu_m = 0.25$	$\nu_c = 0.20$
Módulo de ablandamiento en compresión	$E_{dm} = -2,700^{*4} \text{ kg/cm}^2$	$E_{dc} = -28,218^{*5} \text{ kg/cm}^2$
Módulo de ablandamiento en tensión	Ec. 2.15	Ec. 2.15
Factor de resistencia mínima a compresión	$c_m = 0.2$	$c_c = 0.8$
Factor de retención de cortante	$r_{gm} = 0.2$	$r_{gc} = 0.2$
Factor de reducción de resistencia a tensión	Ec. 2.21.a	Ec. 2.21.a
Energía de fractura	Ec. 2.16	Ec. 2.16

*1 La resistencia a tensión se supuso igual a un décimo de la resistencia a compresión

*2 Se consideró $E_m = 600f_m$ (DDF, 1995)

*3 Se consideró $E_c = 14,000f_c$ para concreto clase 1 (DDF, 1996)

*4 Se supuso $E_{dm} = -0.125E_m$ (Cervenka y Pukl, 1995)

*5 Se supuso $E_{dc} = -0.125E_c$ (Cervenka y Pukl, 1995)

Dado el gran número de modelos por analizar, se consideró aceptable una tolerancia para la energía y el equilibrio iguales a 0.01 (Cervenka y Pukl, 1995), que debían satisfacerse simultáneamente, aunque durante el análisis se observó que una vez que se alcanzaba la resistencia a cortante del modelo en cuestión, el método dejaba de converger, impidiendo estudiar el intervalo de ablandamiento del diagrama fuerza cortante - distorsión; por lo anterior, en los diagramas que se presentan en el resto del capítulo, únicamente se muestra la rama ascendente.

Tabla 3.5. Propiedades del acero de refuerzo.

Acero de refuerzo	Area	Esfuerzo de fluencia	Módulo de elasticidad
Longitudinal #3	0.71 cm ²	4,200 kg/cm ²	2,000,000 kg/cm ²
Transversal #2	0.32 cm ²	3,000 kg/cm ²	2,000,000 kg/cm ²

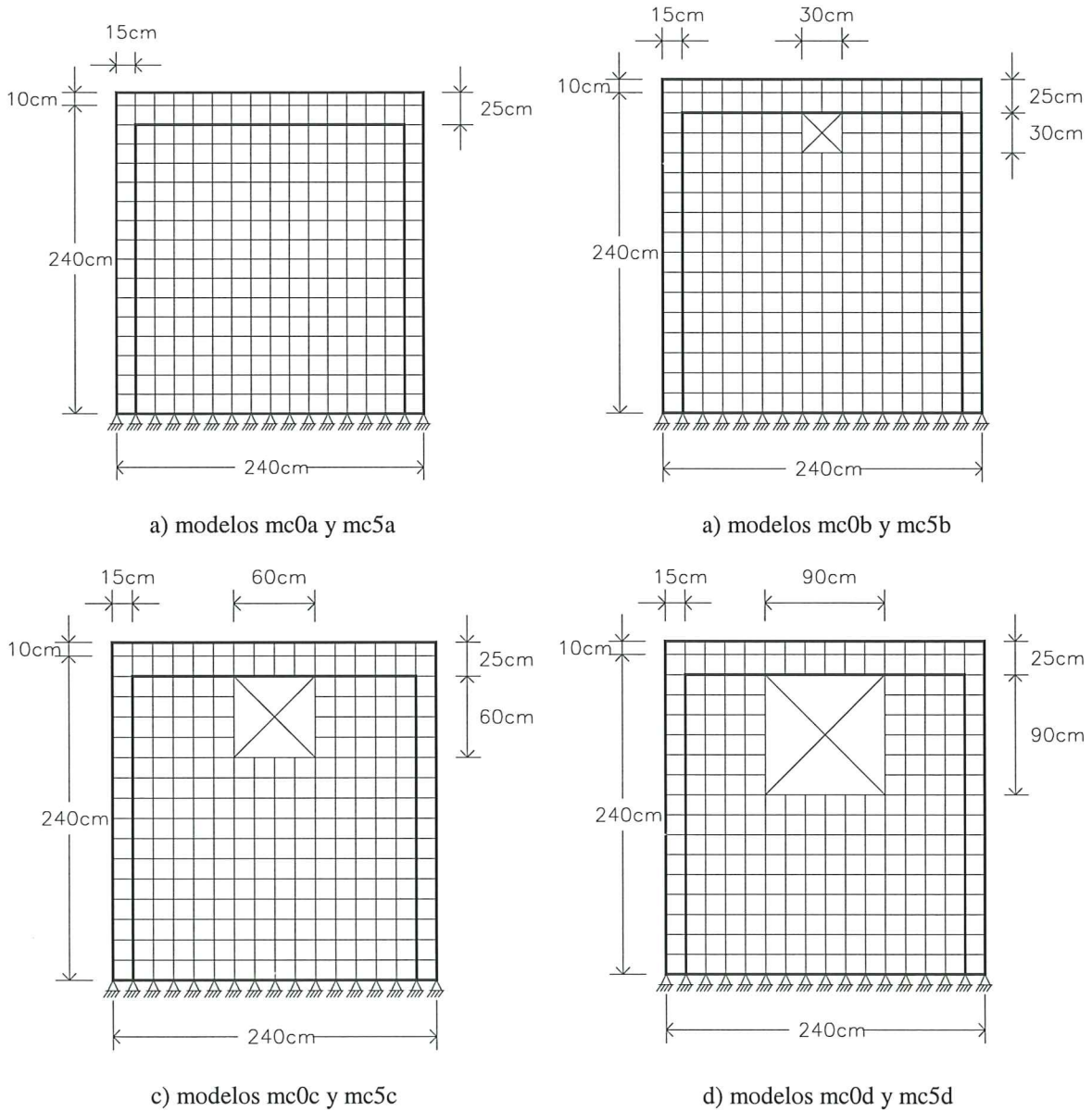
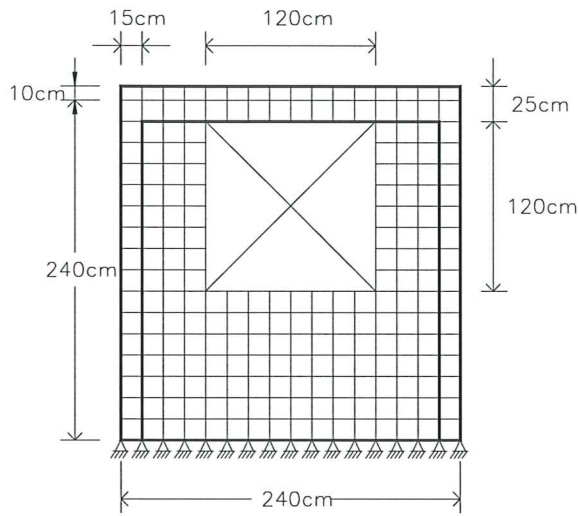
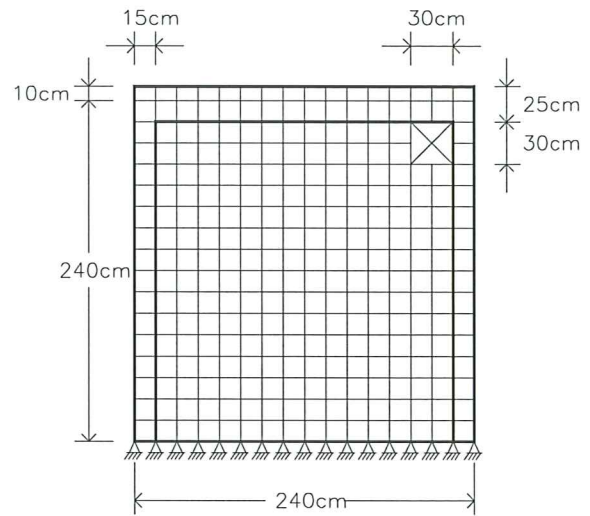


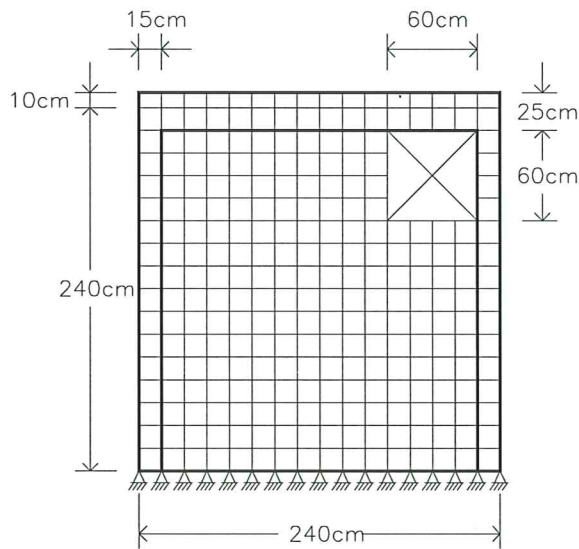
Figura 3.1. Mallas de elementos finitos para modelos cuadrados con H/L=1.



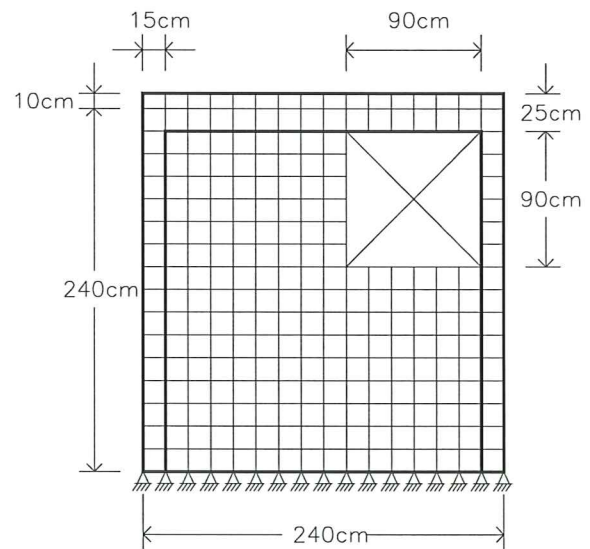
e) modelo mc5e



f) modelos mc0e, mc0f, mc5f y mc5g

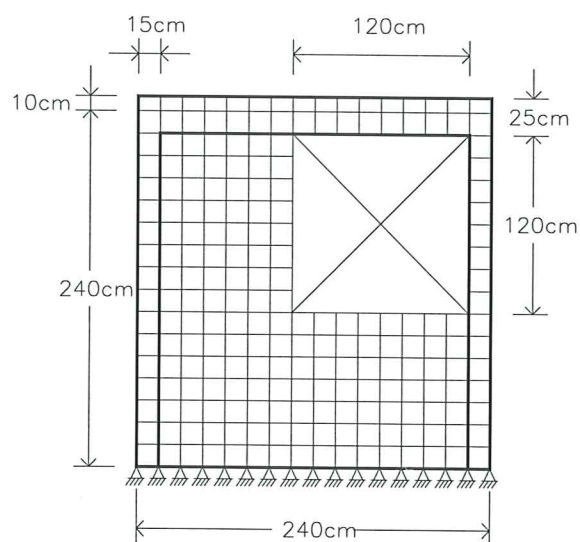


g) modelos mc0g, mc0h, mc5h y mc5i

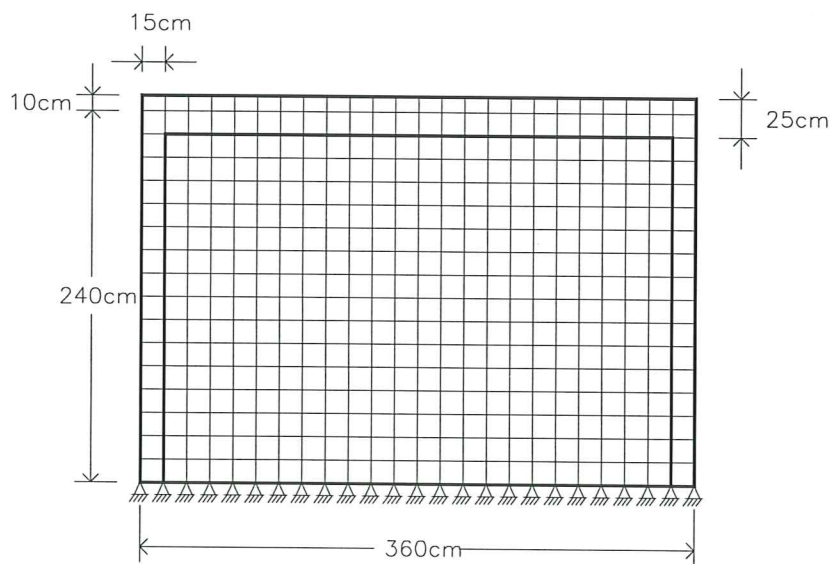


h) modelos mc0i, mc0j, mc5j y mc5k

Figura 3.1. Mallas de elementos finitos para modelos cuadrados con $H/L=1$.

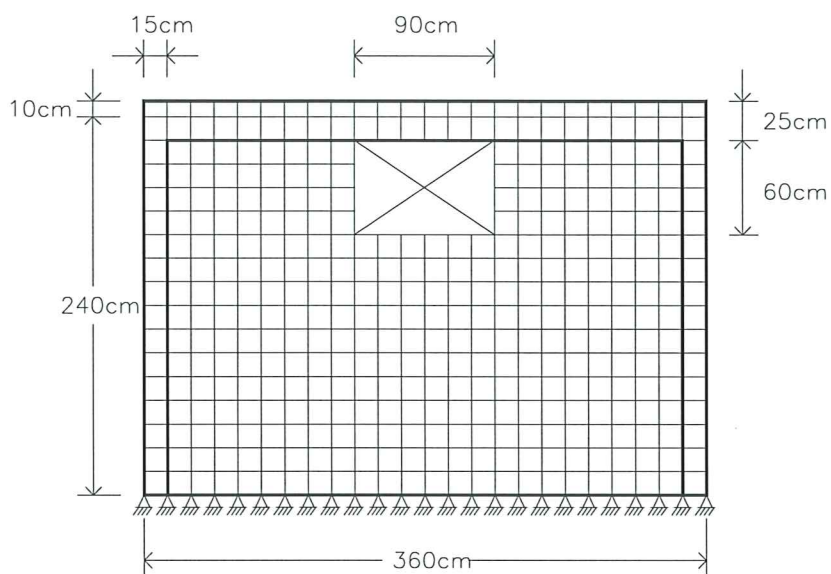


i) modelos mc5l y mc5m

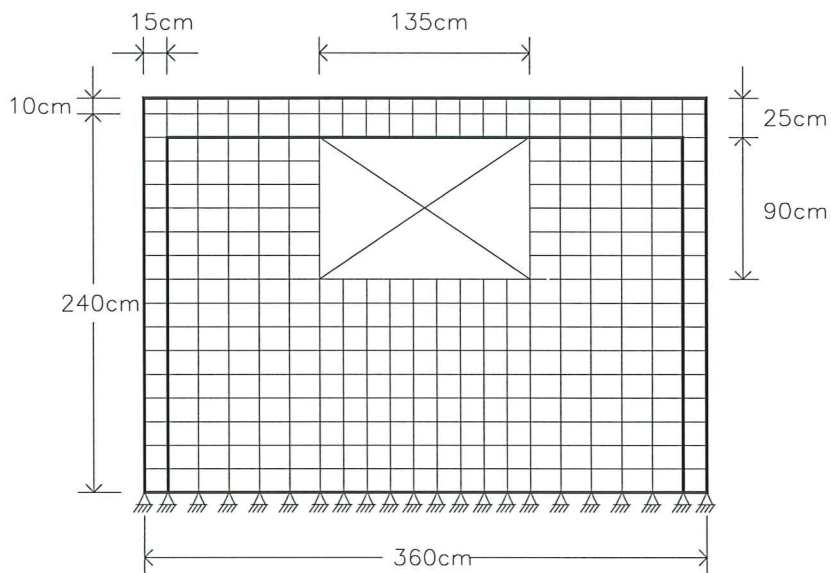
Figura 3.1. Mallas de elementos finitos para modelos cuadrados con $H/L=1$.

a) modelo ma5a

Figura 3.2. Malla de elementos finitos para modelos anchos con $H/L=0.67$.

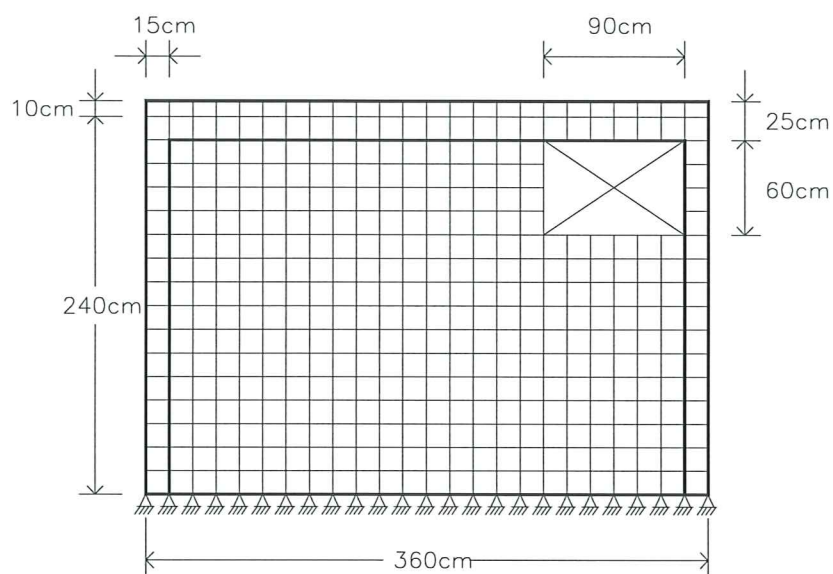


b) modelo ma5b

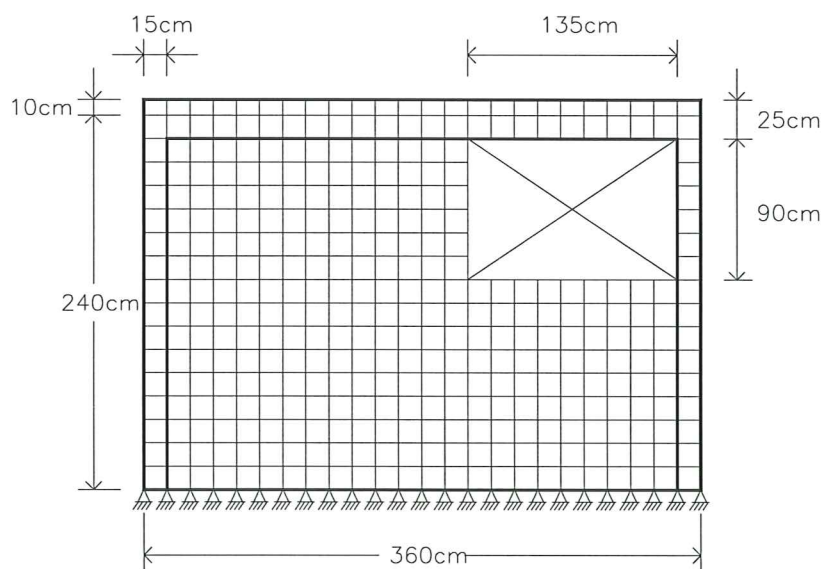


c) modelo ma5c

Figura 3.2. Mallas de elementos finitos para modelos anchos con $H/L=0.67$.



d) modelos ma5d y ma5e



e) modelos ma5f y ma5g

Figura 3.2. Mallas de elementos finitos para modelos anchos con $H/L=0.67$.

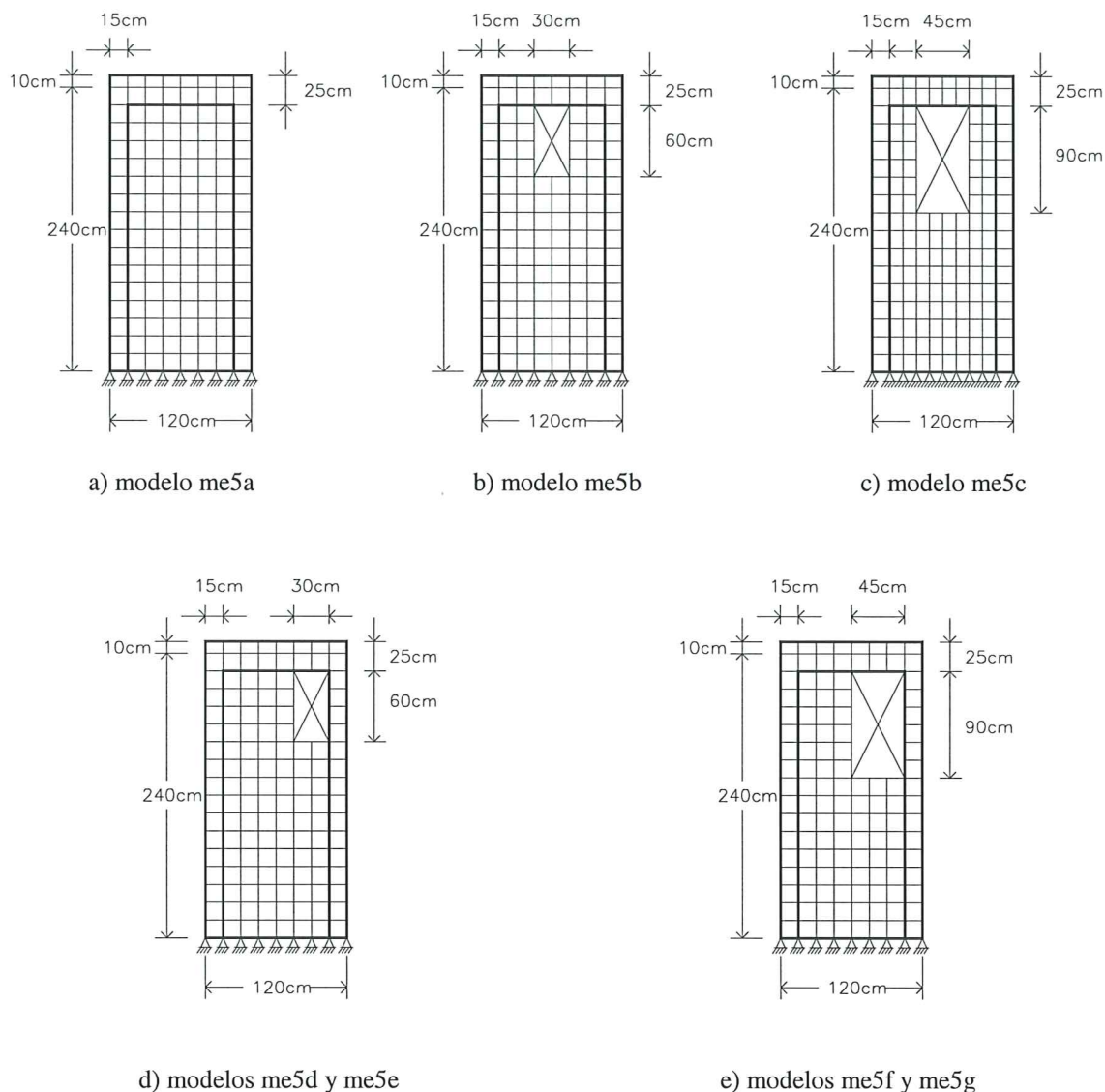


Figura 3.3. Mallas de elementos finitos para modelos esbeltos con $H/L=2$.

3.3 EFECTO DEL TAMAÑO DE LA ABERTURA

En esta sección se estudia el efecto del tamaño de la abertura en el comportamiento de modelos sujetos a carga lateral y con una carga vertical equivalente a 5 kg/cm^2 , y relaciones altura/longitud (H/L) iguales a 1 (modelos cuadrados), 0.67 (anchos) y 2 (esbeltos). Primeramente, se presentan los resultados obtenidos para los modelos cuadrados ($H/L=1$) porque fueron para los que se analizó un mayor número, pensando que el comportamiento de éstos puede extrapolarse a otros si se conocen con suficiente precisión las variables que afectan su comportamiento (relación de aspecto, carga vertical y aberturas, entre otras), es decir, sirven de patrón de comparación.

3.3.1 Modelos cuadrados (H/L=1)

El efecto del tamaño de la abertura en el comportamiento de los modelos cuadrados se presenta en las figuras 3.4 y 3.5. Las curvas para los diferentes modelos aparecen normalizadas con respecto al modelo *mc5a* (sin aberturas). En las figuras, V_0 representa la resistencia a cortante y K_0 la rigidez inicial del modelo *mc5a*, σ es el esfuerzo normal y α es el porcentaje del área de la abertura con respecto al área total del modelo.

El comportamiento fuerza cortante - distorsión para modelos con abertura al centro se presenta en la figura 3.4.a), donde se manifiesta una etapa elástica - lineal durante los primeros incrementos de desplazamiento horizontal, aunque rápidamente los modelos comenzaron a perder rigidez, debido al agrietamiento paulatino de los primeros elementos finitos. La resistencia a cortante para los diferentes modelos se alcanzó para distorsiones de entrepiso del orden de 0.3% (7.5 mm). Se puede apreciar que el modelo *mc5b* con $\alpha=1.56\%$ desarrolló la misma capacidad resistente que el modelo *mc5a* (sin abertura). Además, como era de esperarse, a mayor tamaño de abertura, menor resistencia a cortante. La menor resistencia se desarrolló por el modelo *mc5e* con $\alpha=25\%$, el cual sólo alcanzó el 44% de la resistencia del modelo sin abertura.

La degradación de rigidez en cada uno de los modelos con abertura al centro se presenta en la figura 3.4.b). Se empleó el concepto de rigidez de entrepiso, entendida ésta como el cociente de la fuerza cortante entre el desplazamiento relativo de entrepiso. Después de transcurrida la etapa inicial elástica-lineal, hubo un mayor deterioro de la rigidez para las siguientes etapas de carga que para las últimas. Además, se puede apreciar que la tasa de degradación de rigidez fue menor mientras más grande era la abertura. La rigidez inicial del modelo *mc5b* con $\alpha=1.56\%$ fue prácticamente igual a la del modelo *mc5a* (sin abertura), y la degradación fue muy similar entre ambos.

El comportamiento cortante-distorsión para los modelos con abertura lateral se presenta en la figura 3.5.a). Para estos modelos con geometría asimétrica se analizaron dos casos por modelo: carga lateral de izquierda a derecha (V+) y viceversa (V-). También se manifestó una etapa elástica - lineal durante los primeros incrementos de desplazamiento horizontal, aunque rápidamente los modelos incursionaron en el intervalo de comportamiento no lineal. La resistencia a cortante se alcanzó también para distorsiones del orden de 0.3%. Los modelos *mc5f* y *mc5g* con abertura $\alpha=1.56\%$ desarrollaron la misma resistencia que el modelo *mc5a* (sin abertura). El modelo *mc5h*, con V+, también desarrolló la misma capacidad resistente que el modelo sin abertura. La resistencia a cortante de los modelos con abertura lateral se vio más afectada cuando la carga lateral se aplicó de derecha a izquierda (V-); por ejemplo, la resistencia del modelo *mc5j* (con $\alpha=14.06\%$ y V+) fue de $0.78V_0$, mientras que la del *mc5k* (con $\alpha=14.06\%$ y V-) sólo fue de $0.71V_0$, donde V_0 es la resistencia del modelo sin abertura. Lo anterior se debe a que cuando se aplica al modelo una V+ el puntal de compresión que se forma en el tablero de mampostería se ve menos afectado por la abertura que cuando se aplica una V-, donde el puntal de compresión se ve interrumpido por la abertura.

La degradación de rigidez para los modelos con hueco lateral se presenta en la figura 3.5.b). Nuevamente se manifestó un mayor deterioro de la rigidez para las primeras etapas de carga lateral que para las últimas. Se puede apreciar también que la tasa de degradación de rigidez fue menor mientras más grande era la abertura. Los modelos con $\alpha=1.56\%$ tuvieron una rigidez inicial igual al 98% de la rigidez del modelo sin abertura, y para las primeras etapas de carga ésta prácticamente se igualó. Para los modelos con aberturas $\alpha=6.25\%$, 14.06% y 25% , la

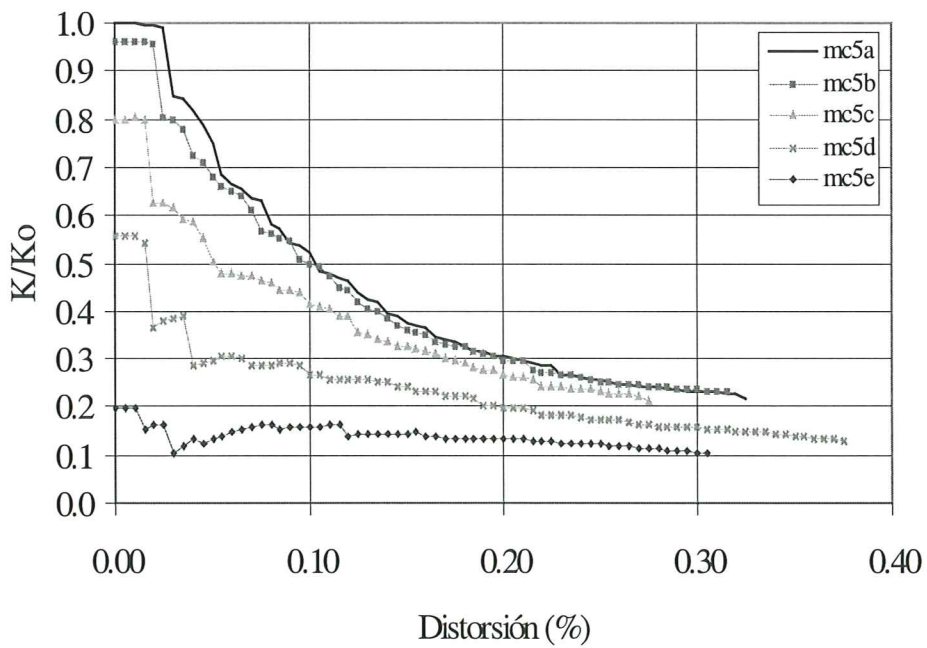
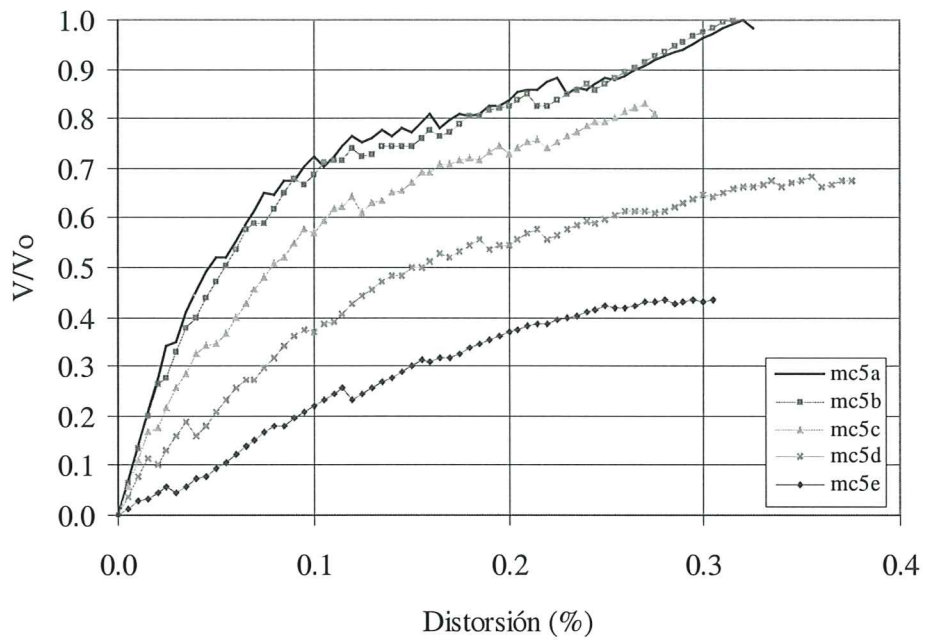


Figura 3.4. Efecto del tamaño de la abertura al centro, $s=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

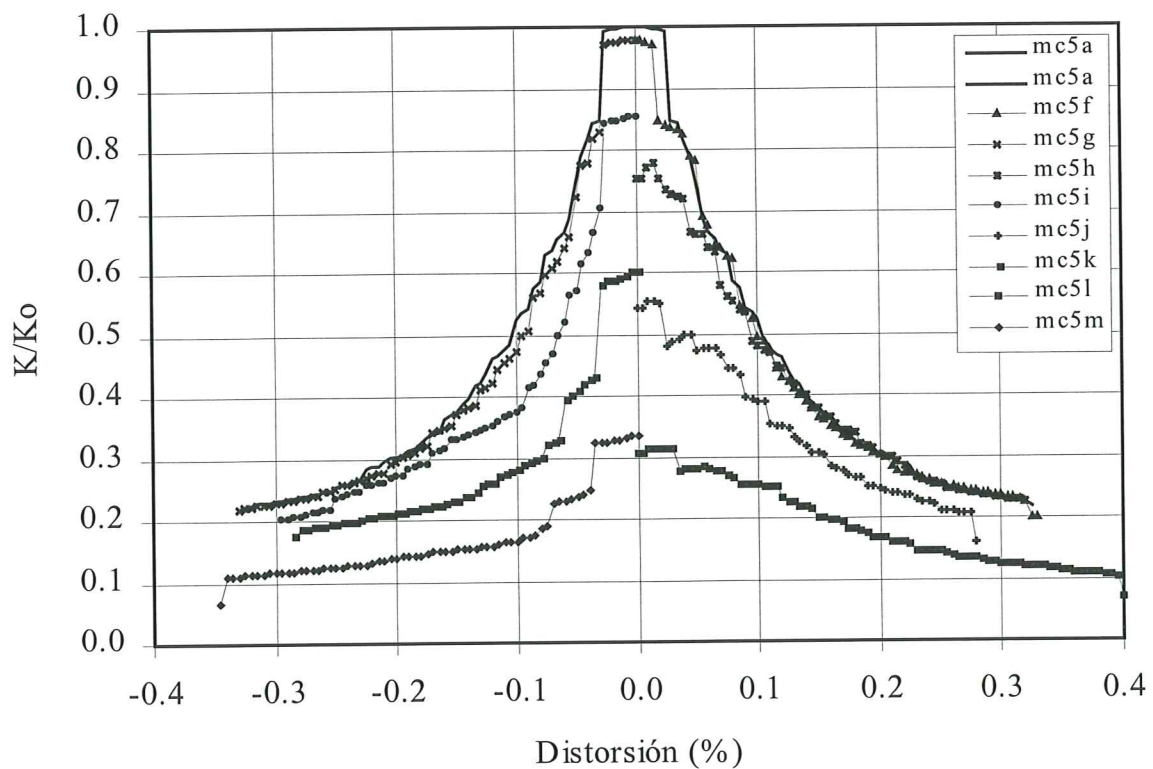
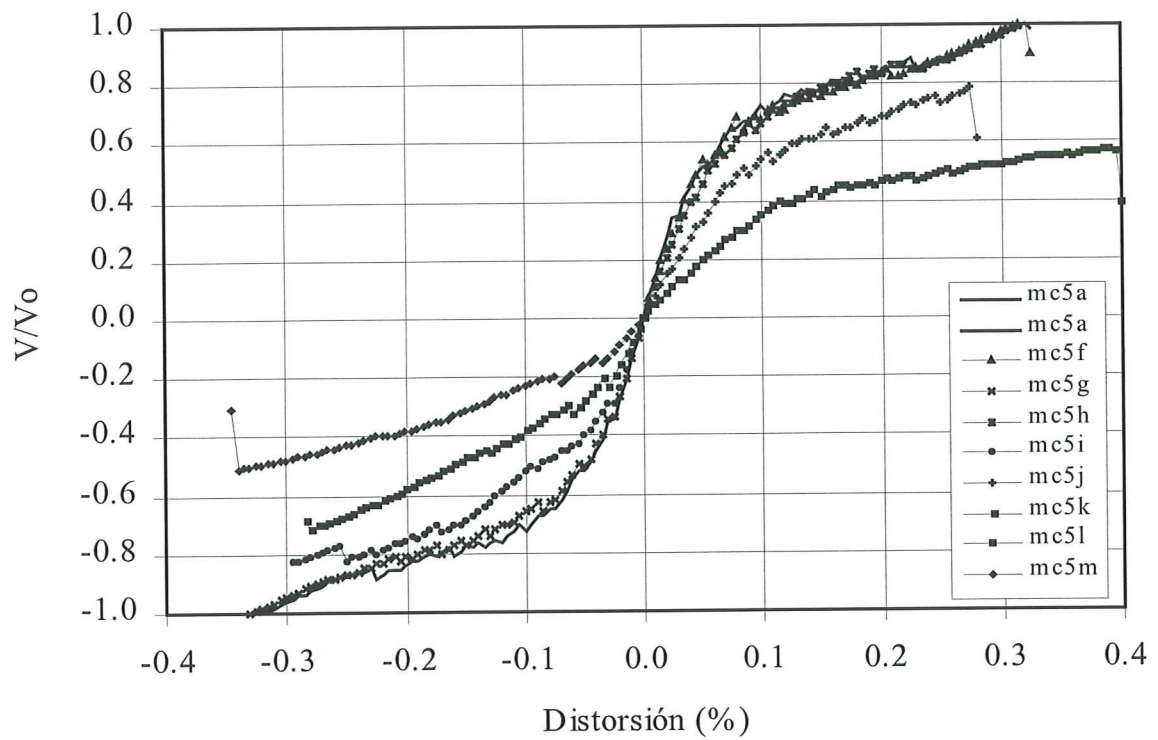


Figura 3.5. Efecto del tamaño de la abertura lateral, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

3.3.2 Modelos anchos ($H/L=0.67$)

Una vez realizado el análisis de los modelos cuadrados, se seleccionaron los tamaños de abertura para los modelos anchos y los esbeltos, de tal manera que éstos resultaran significativos para los fines que se persiguen, es decir, establecer la frontera donde el tamaño y la posición de la abertura afecta de manera importante el comportamiento del modelo. Como se pudo apreciar para los modelos cuadrados, la abertura pequeña ($\alpha=1.56\%$) no afectó ni la resistencia ni la rigidez del modelo, mientras que la abertura grande ($\alpha=25\%$ al centro, la más desfavorable) sí tuvo un efecto bastante nocivo en ambas propiedades, alcanzándose apenas una resistencia del 44% y una rigidez inicial del 20% con respecto al modelo sin aberturas. Por lo anterior, para los siguientes casos se estudiaron dos tamaños intermedios de abertura: $\alpha=6.25\%$ y 14.06%.

El efecto del tamaño de la abertura en el comportamiento de muros anchos se presenta en las figuras 3.6 y 3.7. Al igual que para los modelos cuadrados, las curvas para los diferentes modelos aparecen también normalizadas con respecto al modelo *ma5a* (sin abertura). En las figuras, las literales tienen el mismo significado que para los modelos cuadrados.

El comportamiento fuerza cortante-distorsión para modelos con abertura al centro se presenta en la figura 3.6.a) donde se manifestó una etapa elástica lineal durante los primeros incrementos de desplazamiento horizontal; esta etapa resultó más reducida mientras mayor era el tamaño de la abertura, incursionando en seguida en la etapa de comportamiento no lineal. La resistencia a cortante para el modelo *ma5a* (sin abertura) se alcanzó a una distorsión de entrepiso de aproximadamente 0.3%, mientras que para los modelos *ma5b* y *ma5c* (con α igual a 6.25% y 14.06% respectivamente) ésta se alcanzó a una distorsión de 0.25%. Como era de esperarse, a mayor tamaño de abertura, menor resistencia a cortante. La menor resistencia la desarrolló el modelo *ma5c* con $\alpha=14.06\%$, el cual sólo alcanzó una resistencia igual al 59% de la que tuvo el modelo sin abertura.

La degradación de rigidez para los modelos con abertura al centro se presenta en la figura 3.6.b), empleando el mismo concepto de rigidez de entrepiso usado para los modelos cuadrados. Hubo un mayor deterioro de la rigidez para las primeras etapas de carga que para las últimas. También se puede apreciar que la tasa de degradación de rigidez fue menor mientras más grande era la abertura. La rigidez inicial del modelo *ma5c* resultó menor que para distorsiones del orden de 0.02%; lo anterior es atribuible a que en el modelo se presentaron algunas grietas verticales debajo de la abertura después de aplicada la carga vertical, y entonces los primeros incrementos de carga lateral se encargaron de cerrar esas grietas para que después el modelo se recuperara.

El comportamiento fuerza cortante-distorsión para los modelos con abertura lateral se presenta en la figura 3.7.a). Para estos modelos (con geometría asimétrica) se analizaron, al igual que para los cuadrados, dos casos por cada modelo: V+ y V-. También se manifestó una etapa elástica lineal inicial, más amplia que para los modelos con abertura al centro. La resistencia a cortante se alcanzó para distorsiones del orden de 0.3% para la etapa de carga V(+), mientras que para la etapa V(-) la resistencia de los modelos con abertura se alcanzó para distorsiones ligeramente menores, del orden de 0.25%. El modelo *ma5d*, para V+, desarrolló la misma capacidad resistente que el modelo sin abertura, aunque para V- el modelo *ma5e* sólo alcanzó una resistencia igual al 77% de la del modelo sin abertura. De manera similar a los modelos cuadrados, la resistencia a cortante se vio más afectada cuando la carga se aplicó de derecha a izquierda (V-); esto se debe a que cuando se aplica al modelo una V+ el puntal de compresión que se forma en el tablero de mampostería se ve menos afectado por la presencia de la abertura que cuando se aplica una V-, donde el puntal principal de compresión se interrumpe por el hueco, aunque se forman otros de menor magnitud.

La degradación de rigidez para los modelos con hueco lateral se presenta en la figura 3.7.b). Después de la etapa inicial elástica lineal, se manifestó un mayor deterioro de la rigidez que para las últimas etapas. Se puede observar que la tasa de degradación de rigidez fue menor mientras más grande era la abertura. Para los modelos con abertura, la rigidez inicial para V- resultó mayor en aproximadamente 5% que la rigidez inicial para V+. Para el modelo *ma5d* con $\alpha=6.25\%$ y V+, la degradación de rigidez prácticamente se igualó con el modelo *ma5a* (sin abertura) para distorsiones mayores que 0.1%.

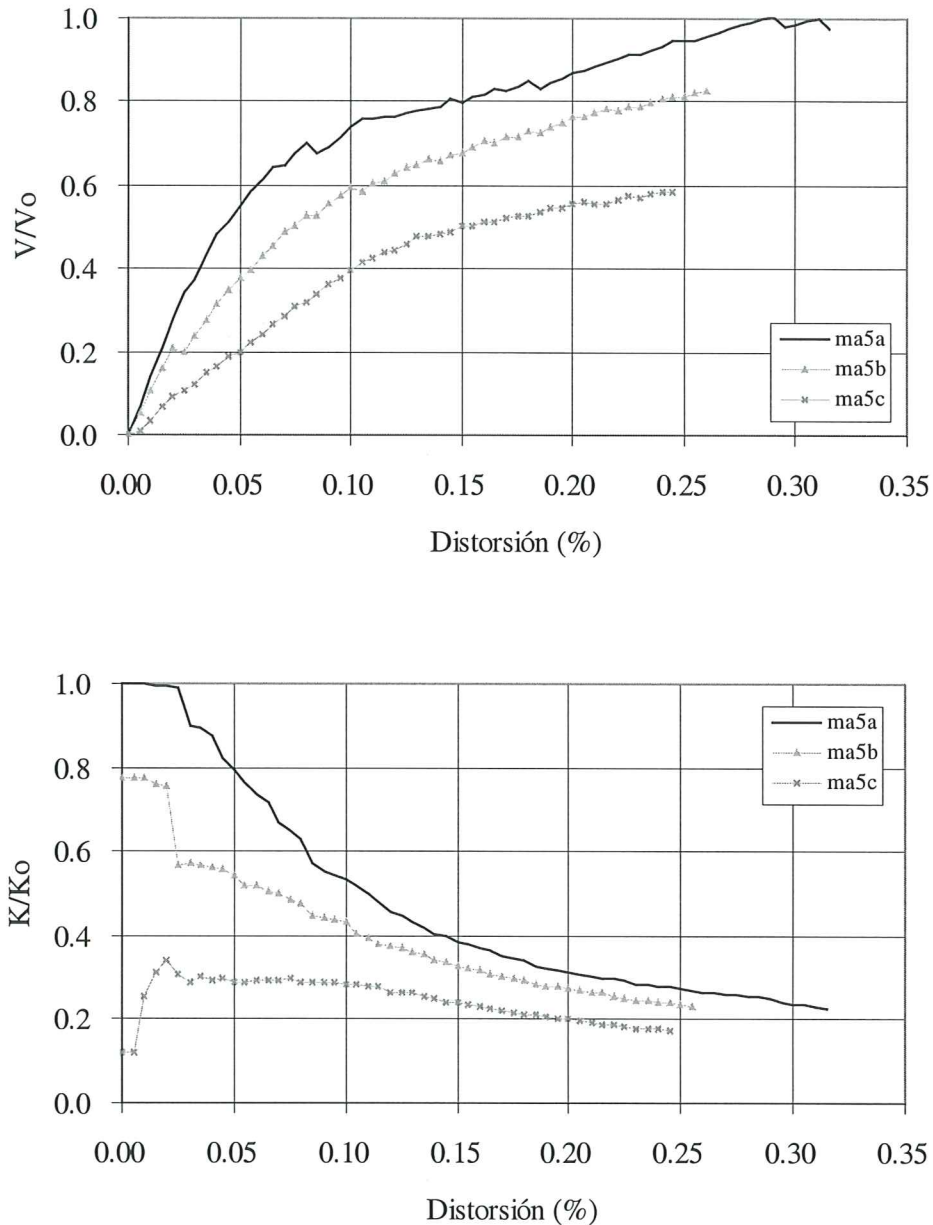


Figura 3.6. Efecto del tamaño de la abertura al centro, $s=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=0.67$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

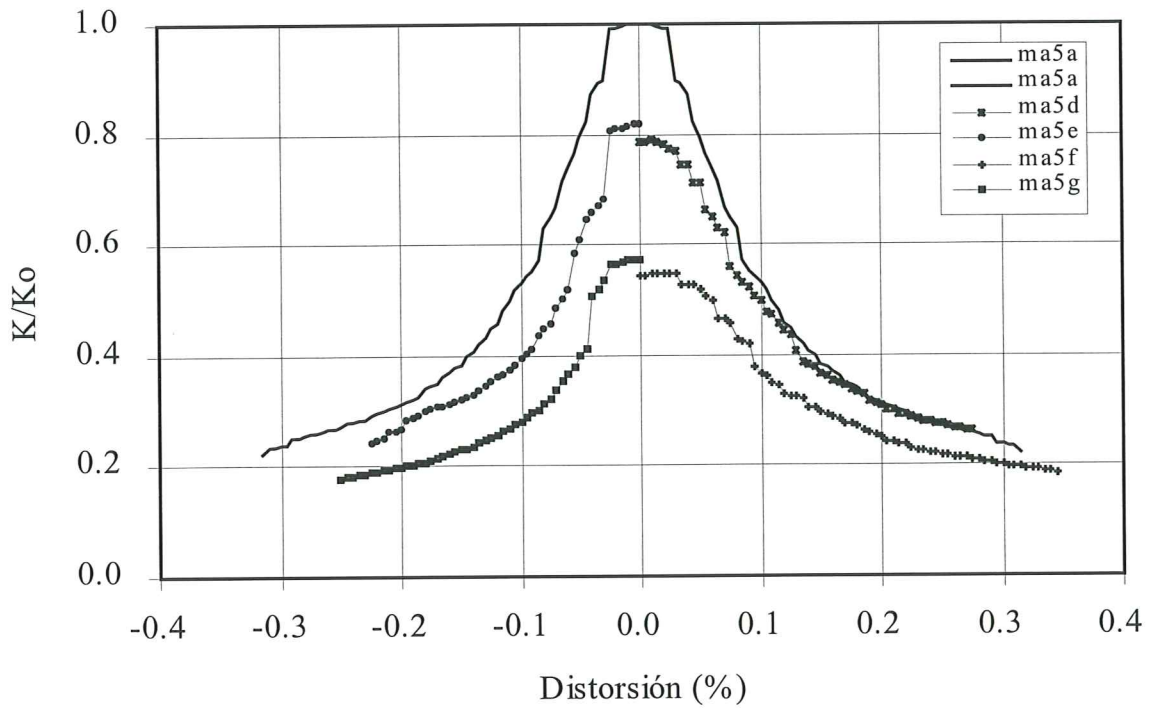
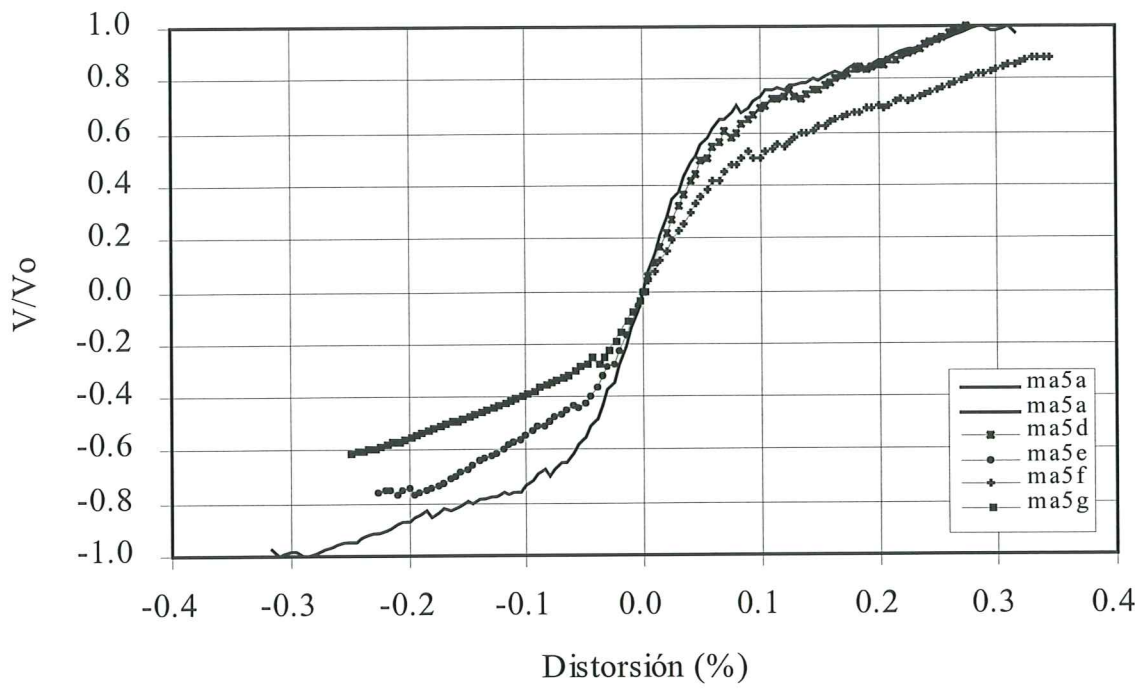


Figura 3.7. Efecto del tamaño de la abertura lateral, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=0.67$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

3.3.3 Modelos esbeltos ($H/L=2$)

Para los modelos esbeltos también se estudiaron dos tamaños de abertura: $\alpha=6.25\%$ y $\alpha=14.06\%$, con un esfuerzo normal de 5 kg/cm^2 . El efecto del tamaño de la abertura en el comportamiento de muros esbeltos se presenta en las figuras 3.8 y 3.9. De manera similar a los casos anteriores, las curvas para los diferentes modelos también aparecen normalizadas con respecto al modelo *me5a* (sin abertura). En las figuras, las literales tienen el mismo significado que para los modelos cuadrados.

La respuesta fuerza cortante-distorsión para modelos con abertura al centro se presenta en la figura 3.8.a), la cual se inició con una etapa elástica - lineal inicial. El modelo sin hueco mostró rápidamente una importante caída en la resistencia, recuperándose posteriormente. Los otros dos modelos, que exhibieron una menor resistencia y rigidez, tuvieron caídas menos pronunciadas de la resistencia durante el proceso de carga. La resistencia a cortante para los modelos esbeltos se alcanzó a distorsiones mayores que para los casos anteriores, oscilando éstas entre 0.42% y 0.57% . La menor resistencia se obtuvo para el modelo *me5c* con $\alpha=14.06\%$, mismo que alcanzó el 68% de la resistencia del modelo *me5a* (sin abertura).

La degradación de rigidez para los modelos con abertura centrada se presenta en la figura 3.8.b). Las curvas comienzan con una etapa con rigidez prácticamente constante, enseguida los modelos incursionan en el intervalo no lineal perdiendo rigidez rápidamente, y finalmente reduciendo la tasa de degradación de rigidez para los últimos incrementos de desplazamiento horizontal.

En la figura 3.9.a) se muestra la relación fuerza cortante-distorsión para los modelos con abertura lateral. El comportamiento fue similar a los modelos cuadrados y anchos, excepto por dos aspectos: las distorsiones a las que se presentó la resistencia última fueron mayores, y la resistencia a cortante, que para los otros se vio más afectada cuando la carga se aplicó de derecha a izquierda V-, ahora resultó menor para los casos con carga V+. Esto último se debe probablemente, por tratarse de modelos esbeltos, a que los castillos tienen una mayor influencia en la resistencia a cortante de los modelos y no es tan importante si el puntal de compresión que se forma en la mampostería se ve afectado o no por la presencia de la abertura.

La degradación de rigidez para los modelos con hueco lateral se muestra en la figura 3.9.b). Nuevamente se distinguieron tres etapas; la inicial, prácticamente lineal, la intermedia, con degradación importante de rigidez, y la final, donde disminuyó la tasa de degradación. Se observó que para distorsiones mayores que 0.2% la rigidez de los tres modelos fue similar.

3.4 EFECTO DE LA POSICIÓN DE LA ABERTURA

Como se pudo observar en el subcapítulo anterior, la resistencia y la rigidez de muros de mampostería no sólo se ve afectada por el tamaño de la abertura, sino también por la posición que ésta ocupa dentro del tablero de mampostería, debido a que cambia la distribución de esfuerzos en el interior de la estructura. A continuación se presentan los resultados obtenidos para los mismos modelos estudiados en 3.3.

3.4.1 Modelos cuadrados ($H/L=1$)

El efecto de la posición de la abertura en el comportamiento de los modelos cuadrados se presenta en las figuras 3.10 a 3.13. Al igual que para el caso anterior (efecto del tamaño) las

curvas aparecen normalizadas con respecto al modelo *mc5a* (sin abertura); en las figuras, V_0 representa la resistencia a cortante y K_0 la rigidez inicial del modelo *mc5a*, s es el esfuerzo normal y a es el porcentaje de área de la abertura.

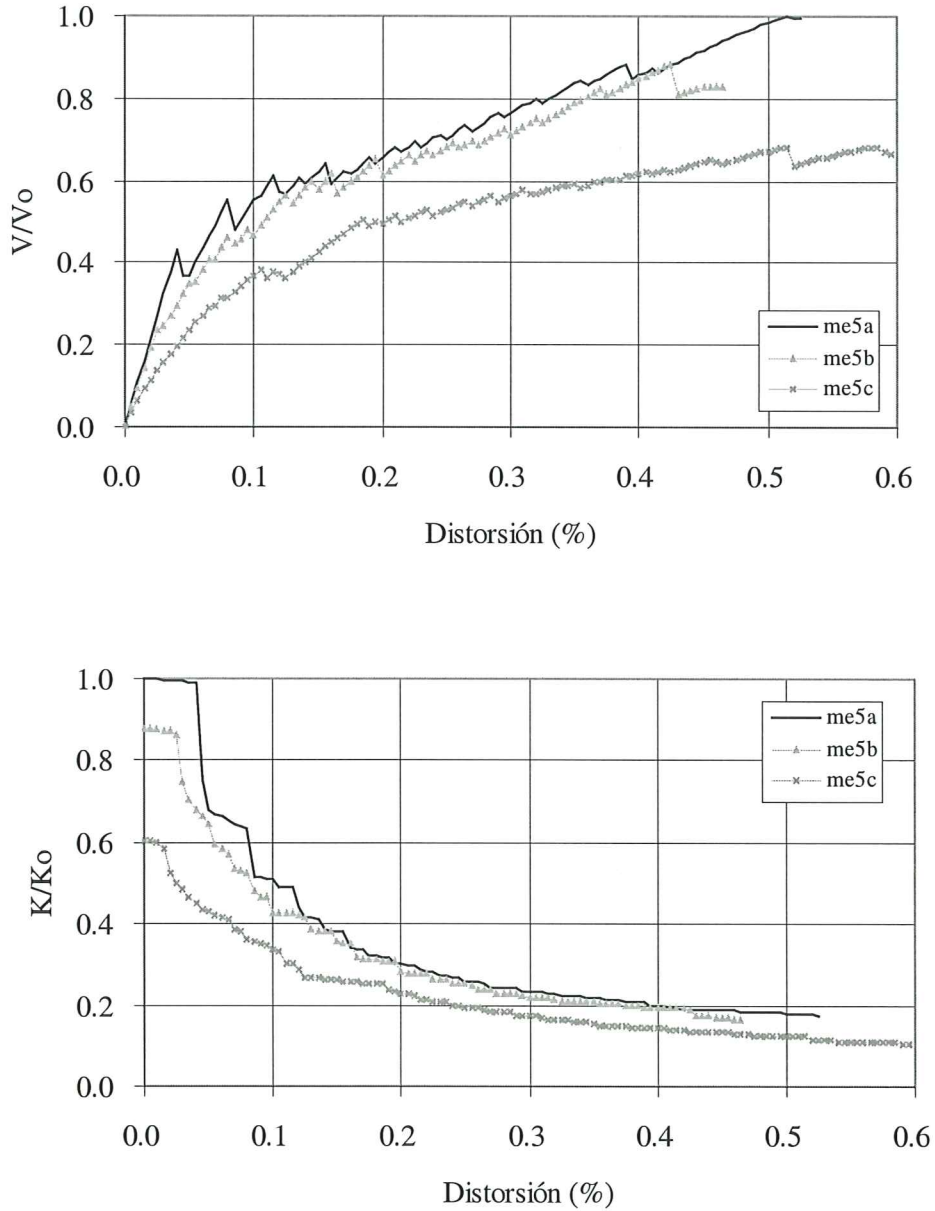


Figura 3.8. Efecto del tamaño de la abertura al centro, $s=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=2$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

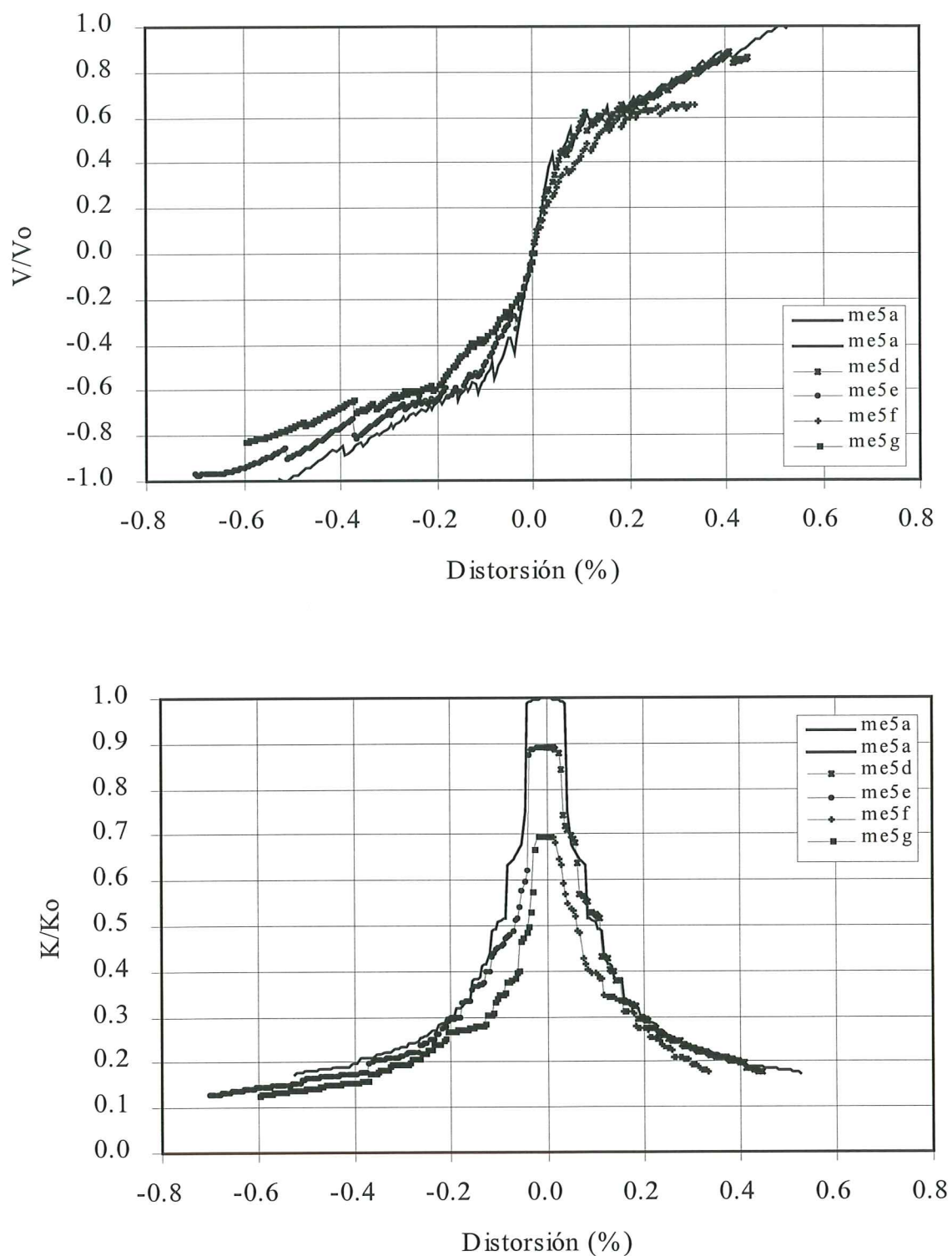


Figura 3.9. Efecto del tamaño de la abertura lateral, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=2$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

Para los modelos con $\alpha=1.56\%$ y $\beta=0.875$, el comportamiento cortante-distorsión se presenta en la figura 3.10.a), donde no se observó ningún efecto nocivo en la resistencia provocado por la presencia de la abertura; es decir, los modelos con abertura soportaron un cortante igual al modelo sin abertura y a la misma distorsión. La degradación de rigidez se presenta en la figura 3.10.b), en donde se aprecia que la rigidez inicial disminuyó ligeramente al 98% y al 96%, con relación al modelo sin abertura, para modelos con abertura lateral y con abertura centrada respectivamente; para distorsiones mayores que 0.07% la rigidez de los tres modelos es prácticamente la misma.

En la figura 3.11.a) se muestra la respuesta cortante-distorsión para los modelos con $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$, donde se puede apreciar que la resistencia de los modelos *mc5c* y *mc5i* alcanzaron una resistencia del 83% con respecto al *mc5a* con $\alpha=0$. El modelo *mc5h* no se vio afectado en su resistencia por la presencia de la abertura (carga lateral de izquierda a derecha). En cuanto a degradación de rigidez se refiere, ésta se presenta en la figura 3.11.b). Para el modelo con abertura al centro *mc5c* se obtuvo una rigidez inicial igual al 80% de la obtenida para *mc5a*, mientras que para los modelos *mc5h* y *mc5i* resultó del 75% y del 85%, respectivamente.

Para los modelos con $\alpha=14.06\%$ y $\beta=0.625$, el comportamiento cortante-distorsión y la degradación de rigidez se presenta en las figuras 3.12.a) y 3.12.b), respectivamente. Para este tamaño de abertura se puede apreciar más claramente el efecto de la posición de ésta. La resistencia a cortante se vio mayormente afectada cuando la abertura se localizaba al centro del modelo, sobre todo si se compara con el modelo con abertura lateral y carga aplicada de izquierda a derecha. La rigidez inicial para estos casos se ha reducido ya a valores comprendidos entre el 55% y el 60% de la rigidez inicial del modelo sin abertura.

Finalmente, en las figuras 3.13.a) y 3.13.b) se presentan la respuesta cortante-distorsión y la degradación de rigidez para los modelos con abertura $\alpha=25\%$ y $\beta=0.5$. De las figuras, y comparándolas con las anteriores, se puede observar que la influencia de la posición de la abertura resulta mayor mientras más grande es la abertura, es decir, mientras más grande es la abertura, ésta afecta mayormente la resistencia y la rigidez cuando se localiza al centro del modelo que cuando se localiza en la esquina superior.

En esta etapa del trabajo se decidió explorar el comportamiento de modelos cuadrados con hueco de 60 x 60 cm, para diferentes posiciones de éste en sentido vertical, con la finalidad de estudiar su influencia y usarlo como patrón de comparación con otros modelos. Se tomó este tamaño de abertura porque es el máximo permitido por el Art. 3.3 de las Normas Técnicas Complementarias (DDF, 1995) para no colocar dadas y castillos adicionales en el perímetro del hueco. Así, se elaboraron los modelos *mc5n* y *mc5o*, con hueco centrado (figura 3.14), y *mc5p* (V+), *mc5q* (V-), *mc5r* (V+) y *mc5s* (V-), con hueco lateral (figura 3.15).

En la figura 3.16 se presenta la respuesta de los modelos con hueco al centro *mc5n* y *mc5o*, comparada con el *mc5a* (sin hueco), y con el *mc5c* (hueco próximo a la dala). Al bajar la posición de la abertura, la resistencia a cortante disminuyó hasta en un 15%, con respecto al modelo *mc5c*, cuando el hueco se ubicó al centro del tablero, tanto horizontal como verticalmente (modelo *mc5o*). La rigidez inicial para los modelos *mc5n* y *mc5o* resultó ligeramente menor que la del *mc5c*, aunque para pequeñas distorsiones éstas tendieron a ser similares.

La respuesta de los modelos con hueco lateral se presenta en la figura 3.17. No se obtuvo un efecto definido en la resistencia al bajar la abertura; inclusive, para el modelo *mc5s* con abertura centrada verticalmente se obtuvo la misma resistencia que para el modelo *mc5a* sin abertura.

Por lo anterior, se puede concluir que cuando el hueco se localiza a medio tablero resulta más desfavorable.

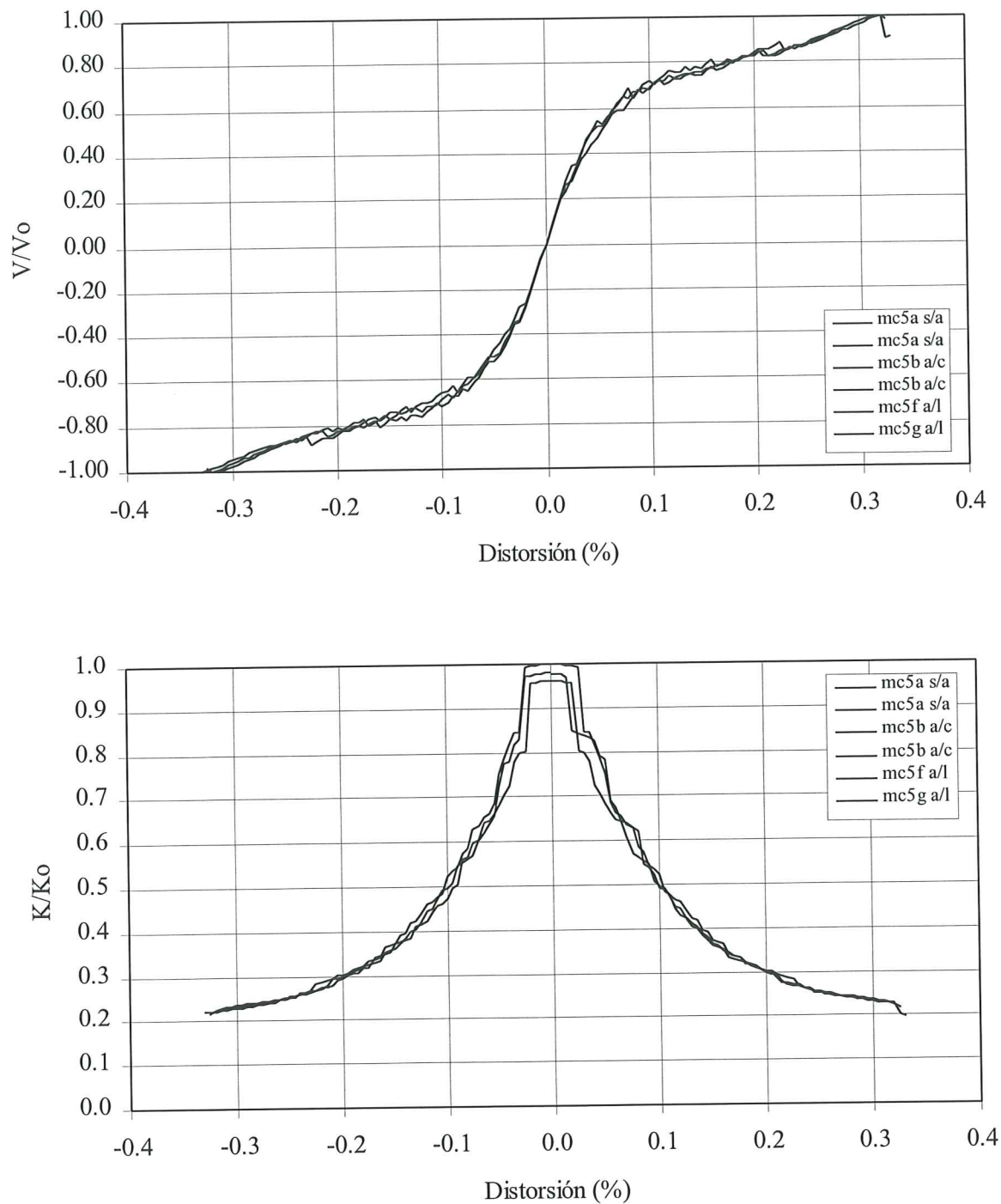


Figura 3.10. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=1.56\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

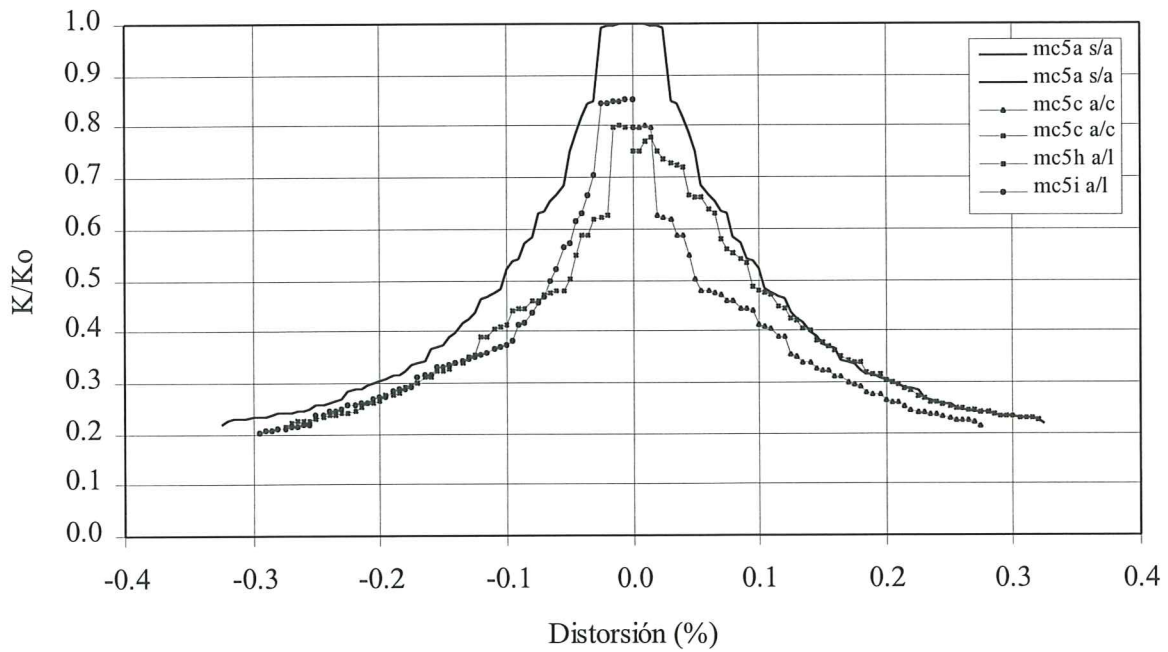
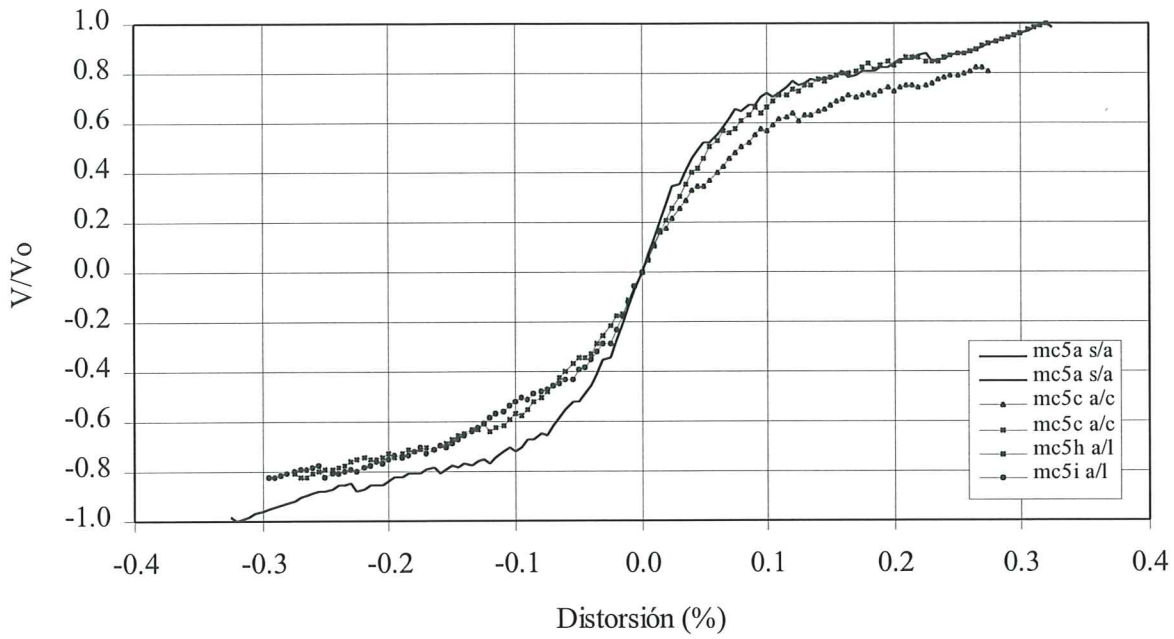


Figura 3.11. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=6.25\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

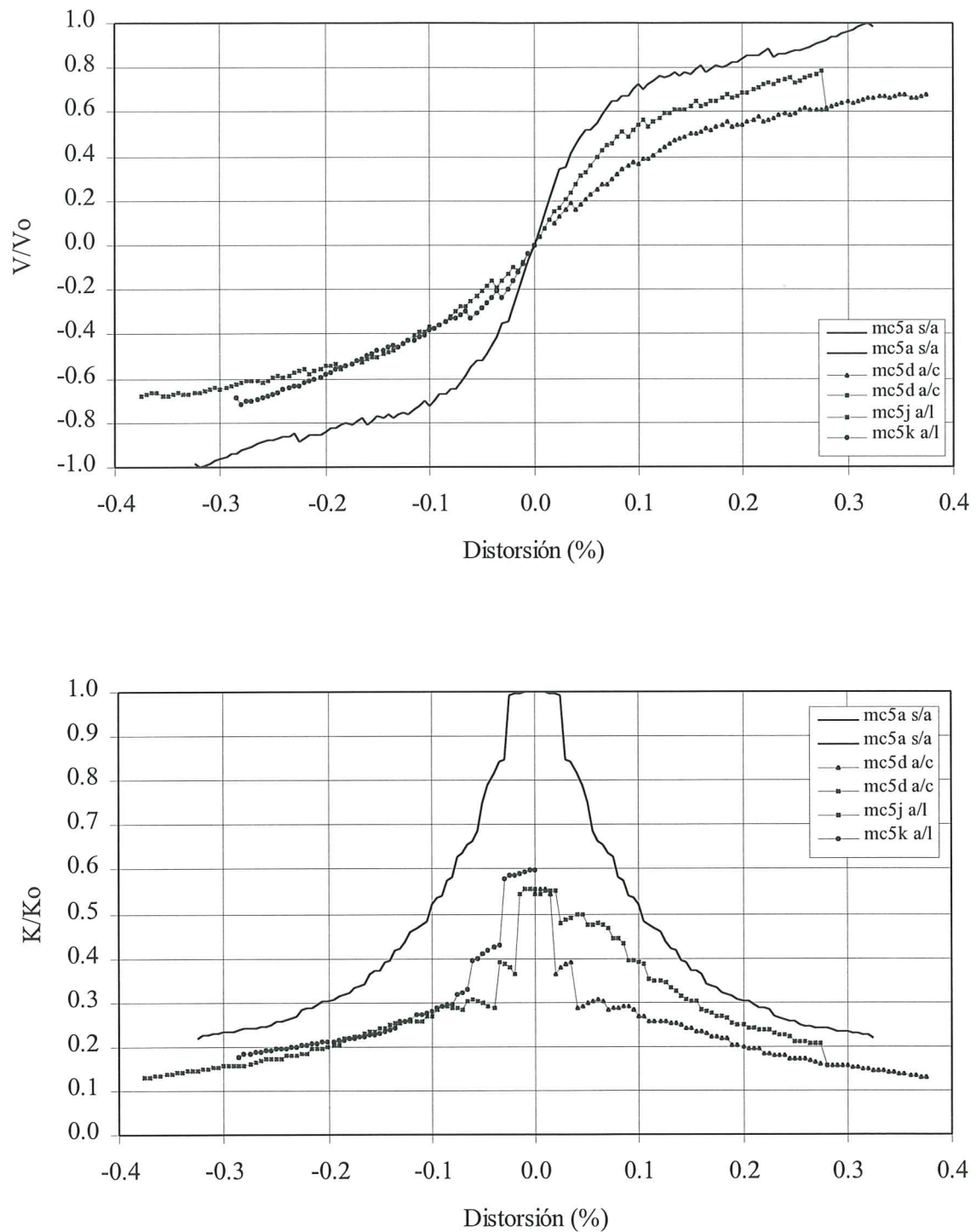


Figura 3.12. Efecto de la posición de la abertura ^{*}, $\alpha=14.06\%$, $\sigma=5\text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

^{*} Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

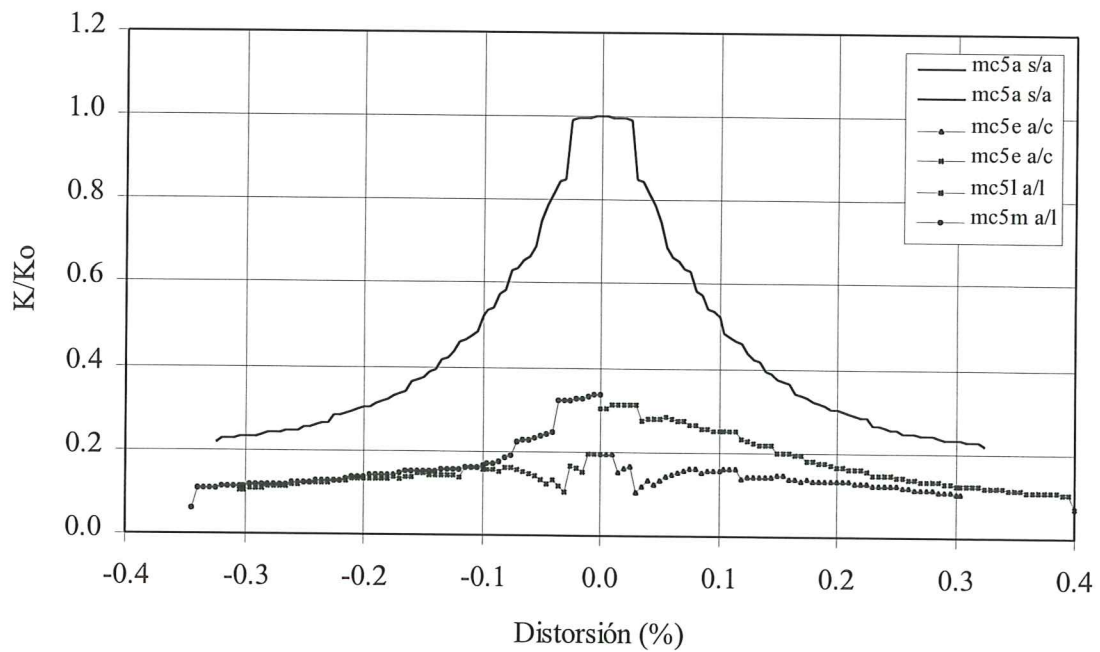
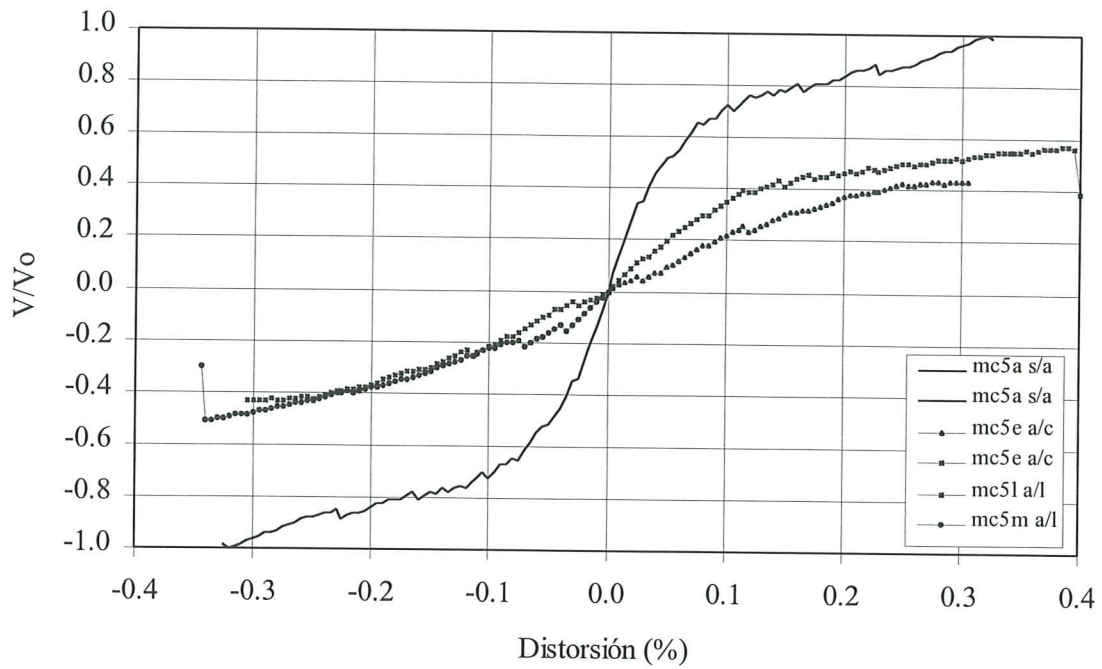
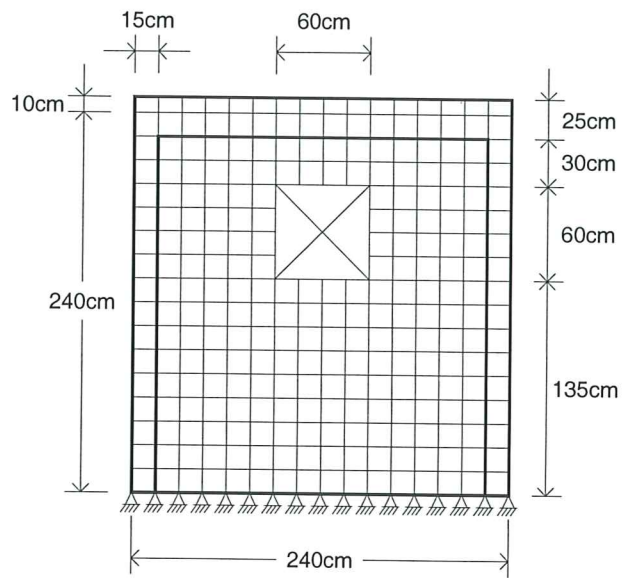
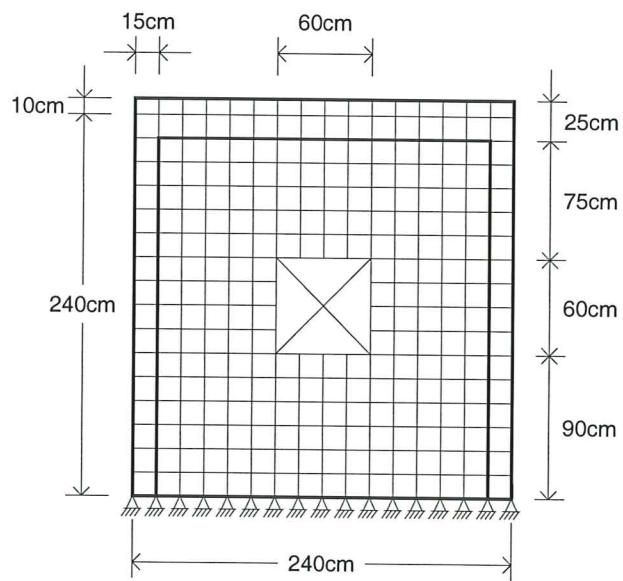


Figura 3.13. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=25\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

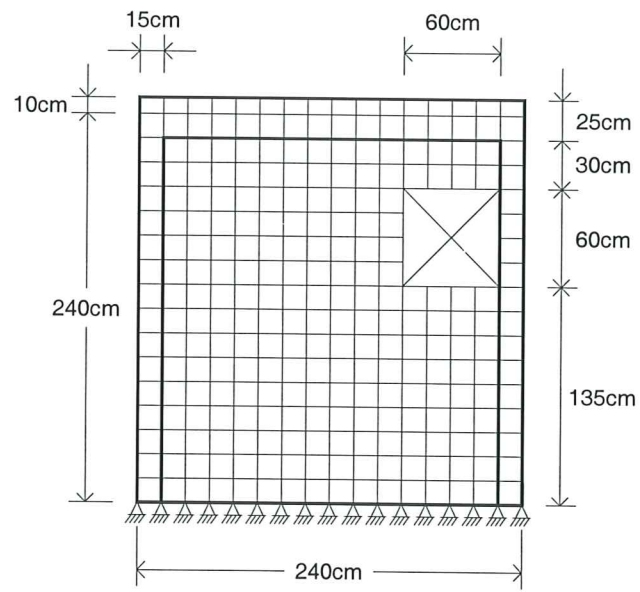


a). Modelo mc5n

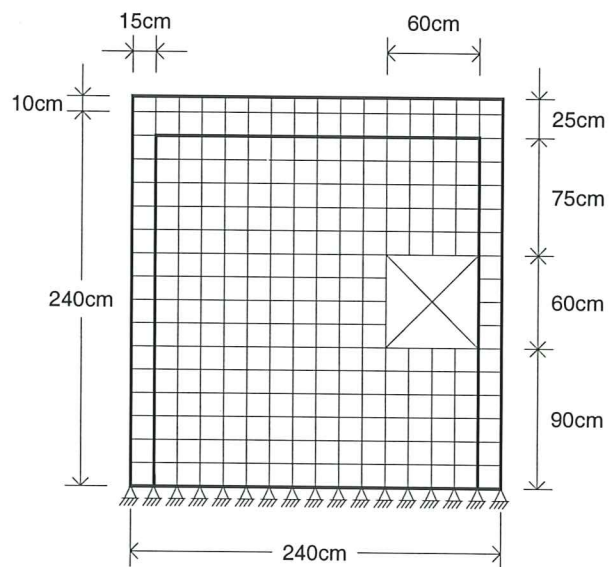


b). Modelo mc5o

Figura 3.14. Mallas de elementos finitos, modelos *mc5n* y *mc5o*.



a). Modelos mc5p (→) y mc5q (←)



b). Modelos mc5r (→) y mc5s (←)

Figura 3.15. Mallas de elementos finitos, modelos *mc5p*, *mc5q*, *mc5r* y *mc5s*.

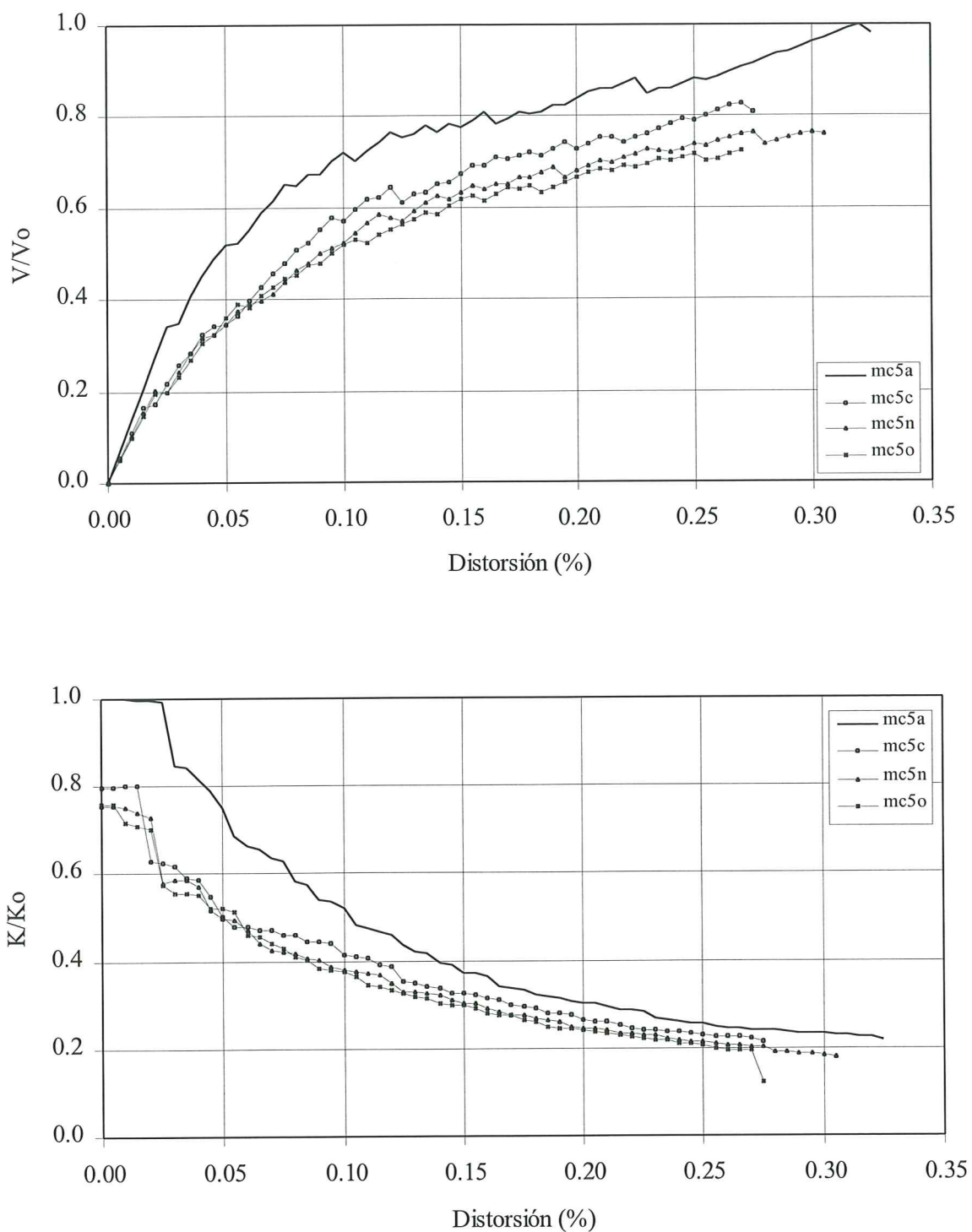


Figura 3.16. Efecto de la posición vertical, abertura centrada, $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$,
a). en la resistencia a cortante, b). en la degradación de rigidez.

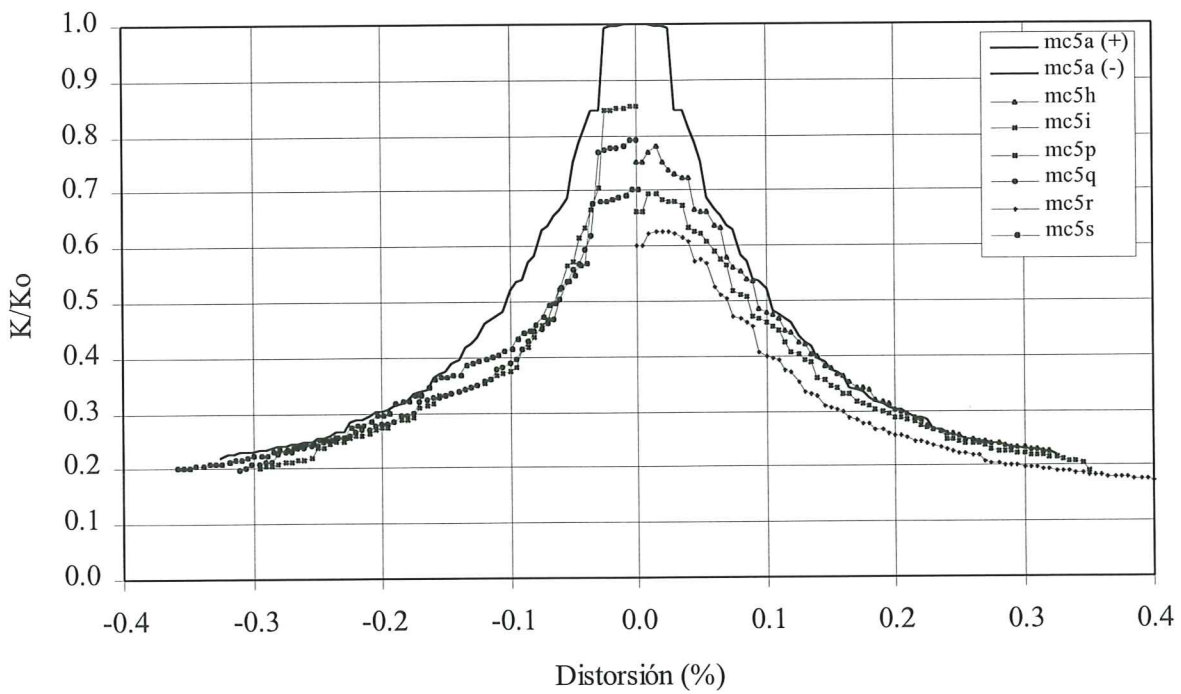
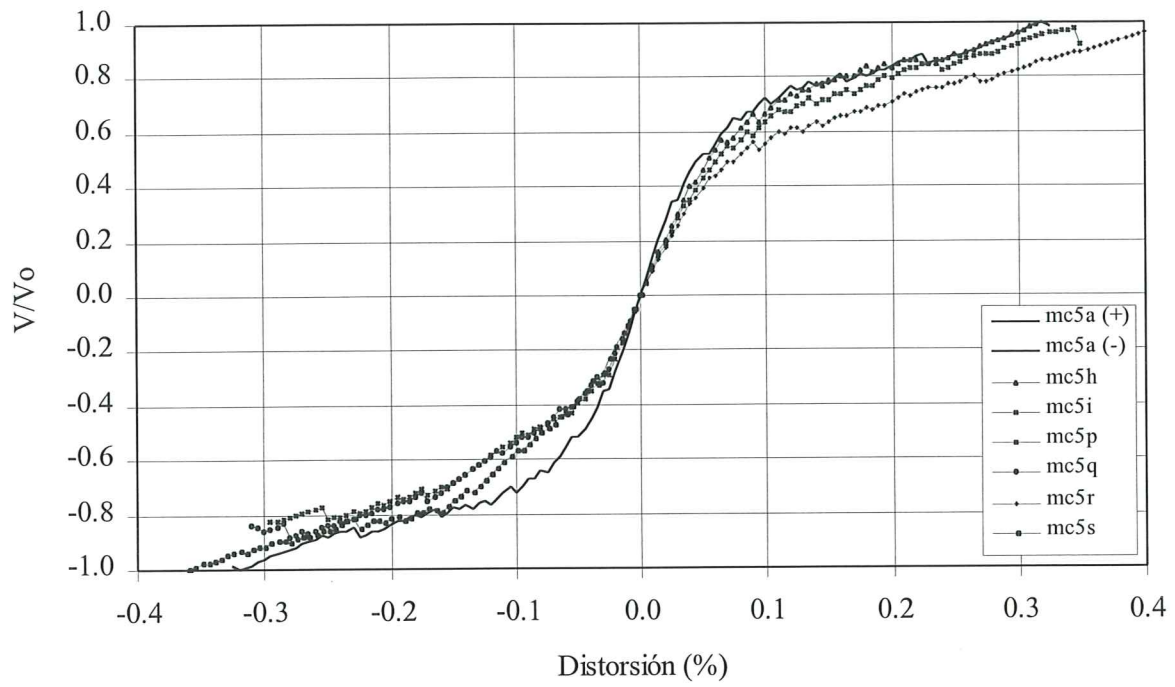


Figura 3.17. Efecto de la posición vertical, abertura lateral, $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$, a). en la resistencia a cortante, b). En la degradación de rigidez.

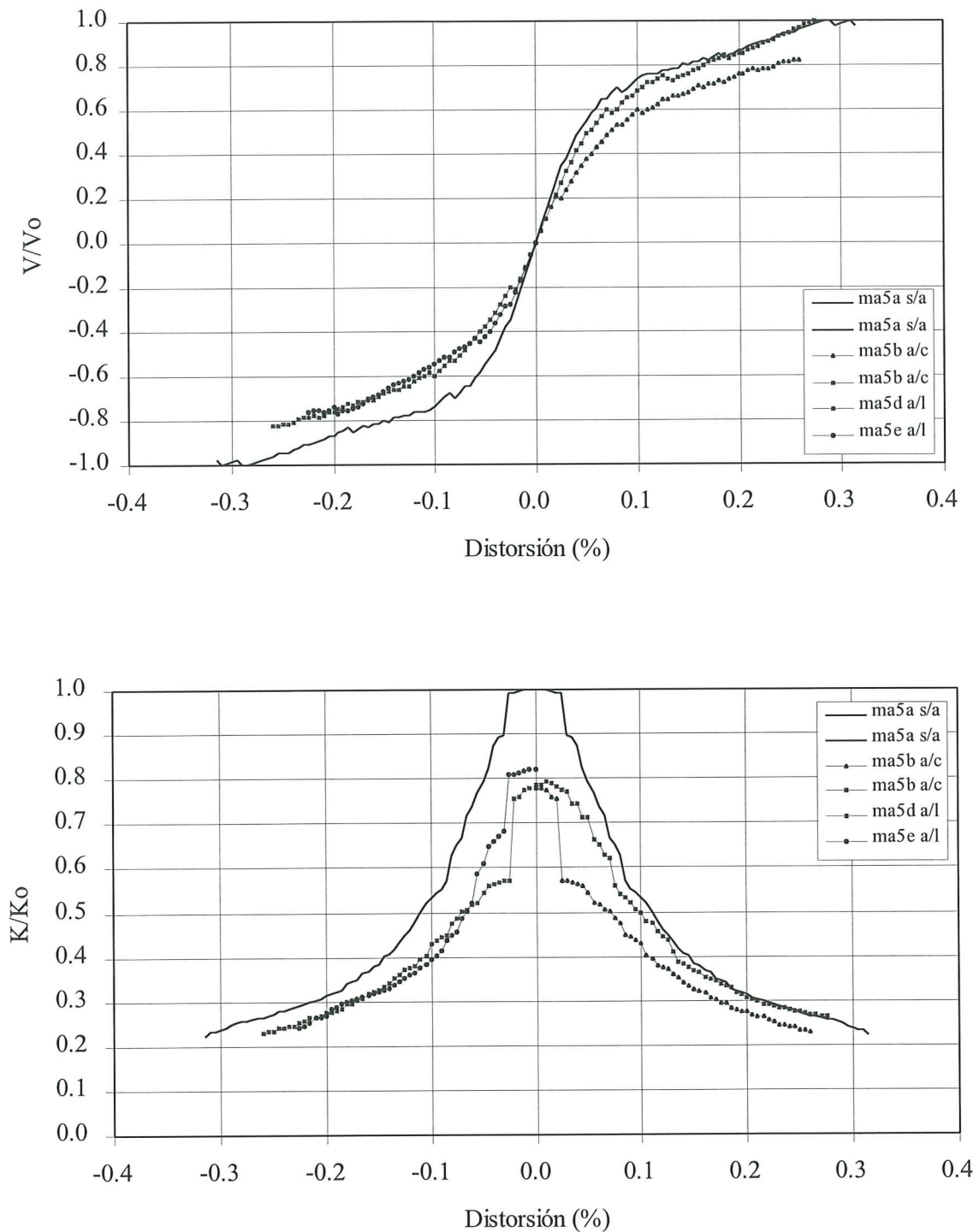


Figura 3.18. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=6.25\%$, $\sigma=5\text{ kg/cm}^2$ y $H/L=0.67$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

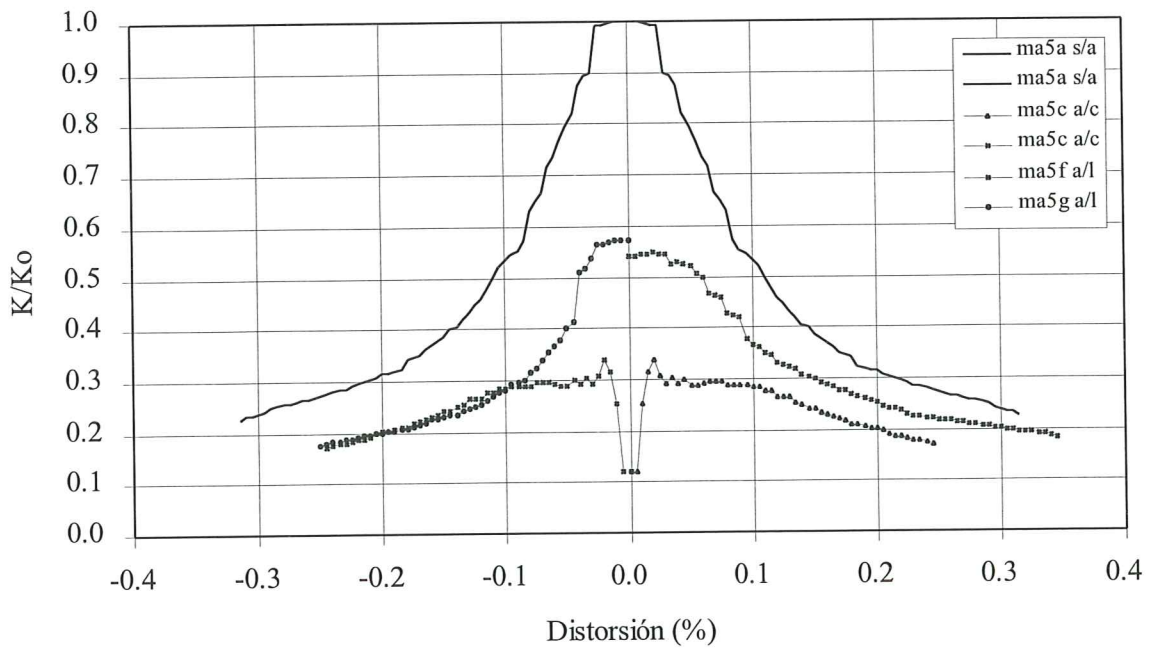
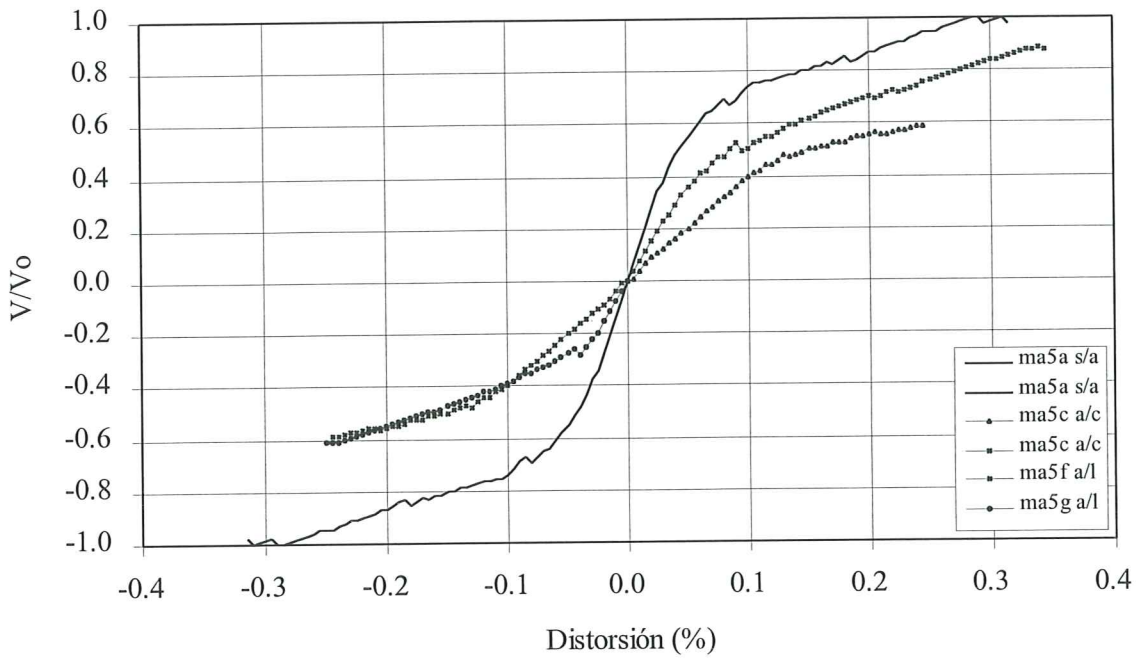


Figura 3.19. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=14.06\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=0.67$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

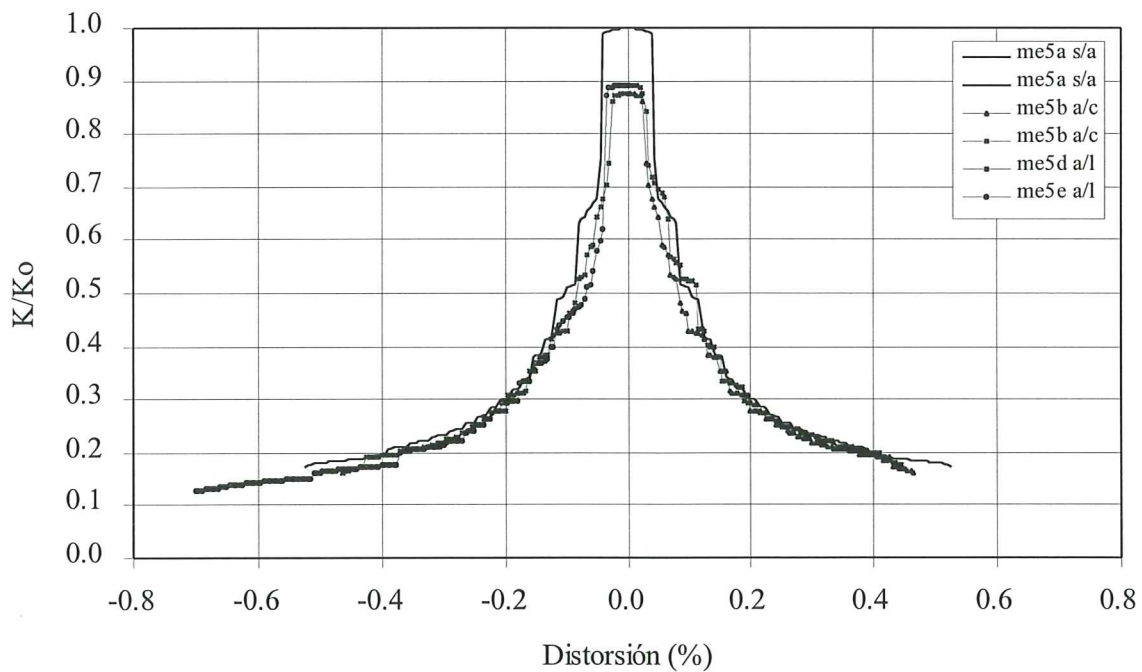
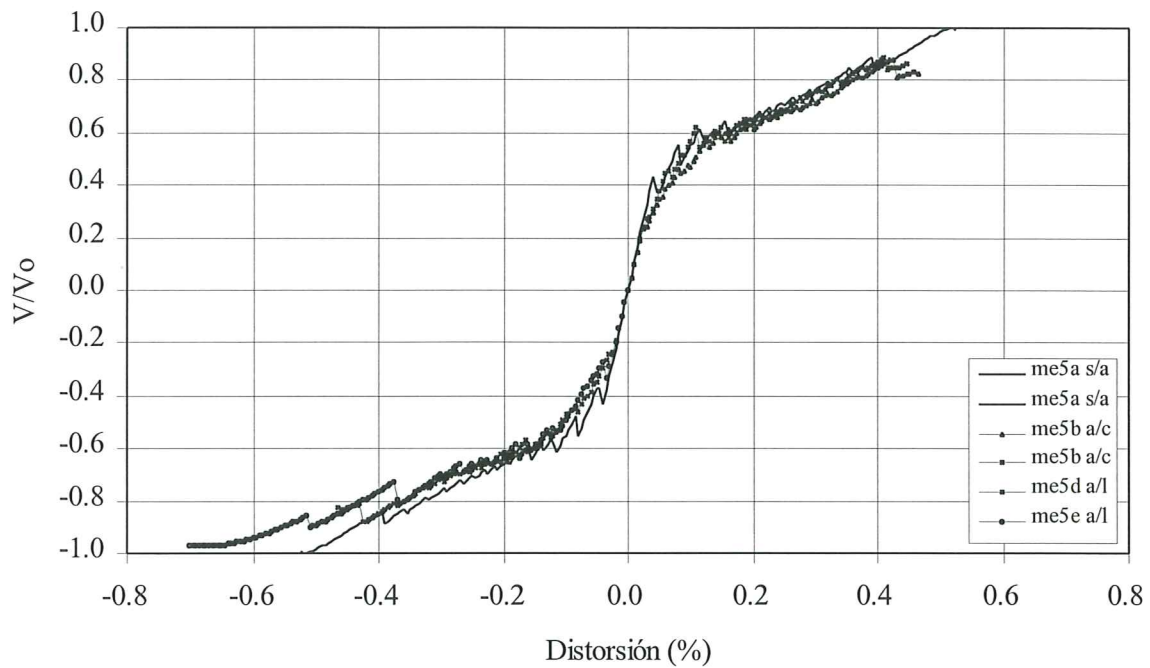


Figura 3.20. Efecto de la posición de la abertura*, $\alpha=6.25\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=2$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

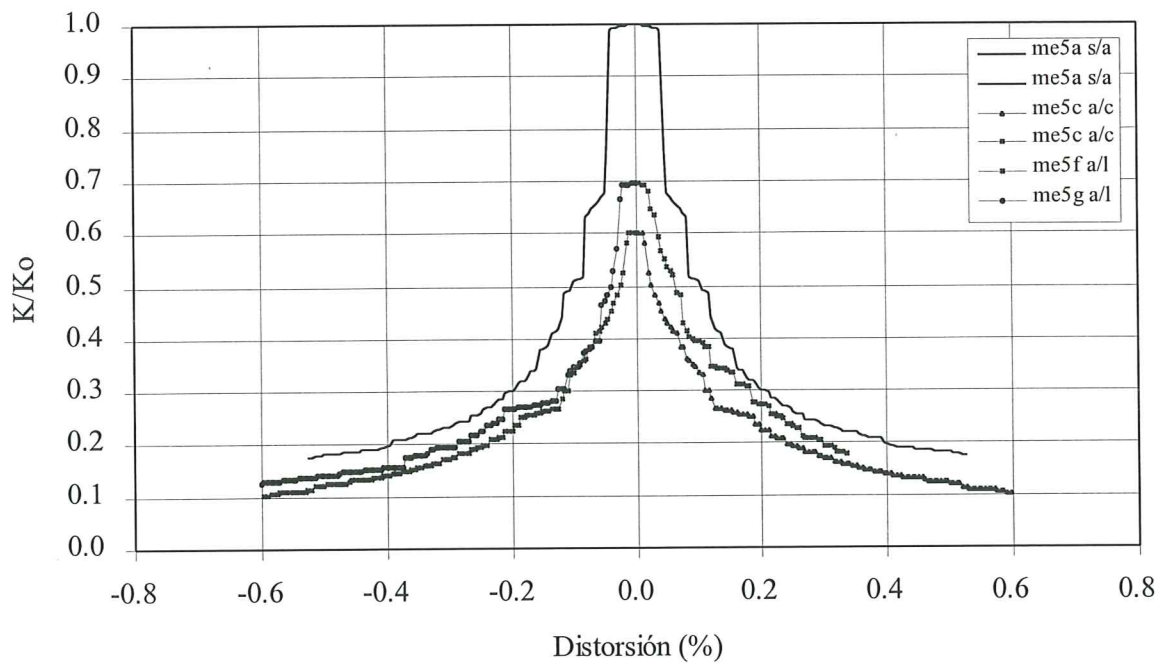
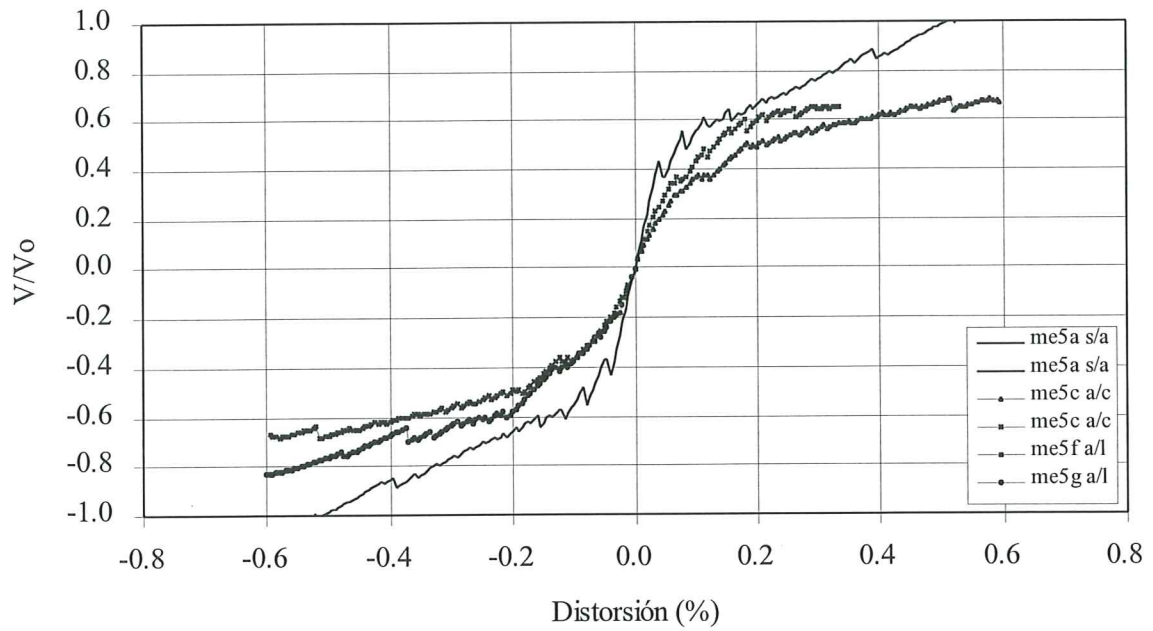


Figura 3.21. Efecto de la posición de la abertura *, $\alpha=14.06\%$, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $H/L=2$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* Nomenclatura: s/a=sin abertura, a/c=abertura al centro, a/l=abertura lateral.

3.4.2 Modelos anchos (H/L=0.67) y modelos esbeltos (H/L=2)

La influencia de la posición de la abertura en la respuesta cortante–distorsión y en la degradación de rigidez de entrepiso para los modelos anchos (H/L=0.67) y los esbeltos (H/L=2) se presentan en las figuras 3.18 a 3.21. El comportamiento, en cuanto a la posición de la abertura, fue similar a los modelos cuadrados. La resistencia a cortante se vió mayormente influenciada cuando la abertura se localizaba al centro del modelo, sobre todo si se compara con el modelo con abertura lateral y V(-). La rigidez también resultó menor para los modelos con abertura al centro comparada con los de abertura lateral.

La influencia de la posición de la abertura resultó mayor mientras más grande era ésta. Lo anterior se explica porque a ambos lados de la abertura centrada se forman dos mochetas más esbeltas que el elemento que resulta al restar la abertura lateral, lo cual modifica la distribución de esfuerzos, participando mayormente en el primer caso las deformaciones por flexión. Además, en el caso de modelos con abertura lateral, uno de sus lados verticales se encontraba confinado por un castillo, lo que no sucedía con la abertura al centro.

3.5 COMENTARIOS Y RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos para modelos cuadrados se resumen en las figuras 3.22 y 3.23. En la figura 3.22.a) se presenta la resistencia a cortante en función del porcentaje de la abertura α . La disminución de la resistencia en función del tamaño de la abertura α resultó aproximadamente lineal. Se observa que la abertura al centro del muro fue más desfavorable que la abertura lateral, ya que en este último caso la abertura se encontraba confinada por un castillo, lo cual no sucedió con la abertura centrada (ver geometría en Tabla 3.1). Para modelos con abertura lateral, la resistencia a cortante se vio más afectada cuando la carga lateral se aplicó de derecha a izquierda (V-), por la razón expuesta con anterioridad. La rigidez inicial se presenta en la figura 3.22.b), donde se aprecia que ésta disminuyó prácticamente de manera lineal con el porcentaje de la abertura α , tanto para abertura centrada como para abertura lateral. Para aberturas grandes (con $\alpha=25\%$) se tuvo una menor rigidez inicial para modelos con abertura al centro que para modelos con abertura lateral. Para los modelos con abertura lateral, la rigidez inicial para V(-) resultó ligeramente mayor que para V(+).

Si se expresa ahora la resistencia a cortante de los modelos cuadrados en función del área neta de la sección transversal del modelo a través del parámetro $\beta=A_{\text{neto}}/A_{\text{total}}$, como se presenta en la figura 3.23.a), se tiene una dispersión apreciable en los datos. Sin embargo, en la misma figura se grafica la recta

$$V/V_0=\beta \quad (3.1)$$

que tiende a ser el límite inferior (excepto para $\beta=0.5$ y abertura al centro) de la resistencia a cortante de los modelos con aberturas y que expresa que la resistencia mínima es directamente proporcional al área neta de la sección transversal de los modelos con abertura. Lo anterior significa que el método simplificado de las Normas Técnicas Complementarias (DDF, 1995) funcionó adecuadamente, excepto para el modelo con $A_{\text{neto}}=0.5A_{\text{total}}$, y abertura al centro; de acuerdo con las normas, este muro requeriría de castillo y dala en el perímetro del hueco, aumentando así, seguramente, su resistencia a cortante. La rigidez inicial en función del mismo parámetro β se presenta en la figura 3.23.b). Ahora la rigidez inicial no exhibió una variación lineal. Mientras mayor era el tamaño de la abertura, las mochetas que quedaban a los lados de ésta (área neta de la sección transversal) son más esbeltas, teniéndose cada vez una mayor

deformación debida a momento flexionante, haciendo que la rigidez inicial no varíe linealmente con el área neta.

En la figura 3.24 se presenta la resistencia a fuerza cortante de los modelos cuadrados con hueco de 60 x 60 cm ($\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$), para diferentes posiciones de éste en sentido vertical, descritos al final de la sección 3.4.1 (figuras 3.14 y 3.15). La resistencia mínima esperada para estos modelos, según la Ec. 3.1, era $V/V_0=0.75$, ya que $\beta=0.75$. Como se observa en la figura 3.24, el único modelo que quedó ligeramente abajo de este valor fue el *mc50* (figura 3.14), en el que resultó $V/V_0=0.72$. Por lo anterior, se puede concluir que la posición más desfavorable del hueco es cuando se localiza al centro del tablero. De acuerdo con la tendencia que se observa en la figura 3.23.a) (conforme disminuye β la resistencia tiende a ser menor que la predicha por la Ec. 3.1) y los resultados presentados en la figura 3.24, es de reiterarse la recomendación de las Normas Técnicas (DDF, 1995), en el sentido de que se coloquen dadas y castillos en el perímetro de todo hueco cuya dimensión exceda de la cuarta parte de la longitud del muro en la misma dirección.

Los resultados obtenidos para los modelos anchos se resumen en las figuras 3.25 y 3.26. En la figura 3.25.a) se presenta la resistencia a cortante en función del porcentaje de abertura α . Para abertura lateral y V+ se presentó una menor degradación de resistencia con respecto a los otros dos casos. Por lo que respecta a la rigidez inicial, ésta se presenta en la figura 3.25.b), donde se aprecia un decremento aproximadamente lineal para los modelos con hueco lateral; los modelos con abertura al centro se vieron más afectados en la rigidez inicial que los modelos con hueco lateral, lo que muestra el efecto desfavorable de la posición de la abertura.

Si se grafica la resistencia a cortante de los modelos anchos en función del área neta de la sección transversal, como se presenta en la figura 3.26.a), se observa que la recta que describe la Ec. 3.1 vuelve a predecir adecuadamente la resistencia mínima de los modelos con aberturas. La rigidez inicial en función del área neta se presenta en la figura 3.26.b). Nuevamente la rigidez inicial no exhibió una variación lineal. Las relaciones K/K_0 resultaron similares a los modelos cuadrados, excepto para abertura al centro con $\beta=0.625$, para la cual se obtuvo $K/K_0=0.34$, valor notoriamente menor al resto, incluyendo a los modelos cuadrados.

Finalmente, el comportamiento de los modelos esbeltos se resume en las figuras 3.27 y 3.28. En la figura 3.27.a) se grafica la resistencia a cortante contra el porcentaje de la abertura. Esta función resultó aproximadamente lineal para los casos estudiados con abertura al centro y con abertura lateral y V+. Para los modelos con abertura lateral y V- se obtuvieron mayores resistencias, contrariamente a lo obtenido para modelos cuadrados y anchos. Se tiene la hipótesis de que por tratarse de modelos esbeltos, los castillos tienen ahora una mayor participación que el tablero de mampostería en el comportamiento; por supuesto, la resistencia de los modelos queda regida por la menor de ellas. Con relación a la variación de la rigidez inicial en función del porcentaje de la abertura, ésta se ilustra en la figura 3.27.b), donde se aprecia que la rigidez inicial es menor para los modelos con hueco centrado; para los modelos con hueco lateral, la rigidez inicial resultó idéntica para los modelos con V+ y con V-.

En la figura 3.28.a) se presenta la resistencia a cortante en función del parámetro β . Existe dispersión en los datos, pero la resistencia mínima puede evaluarse conservadoramente con la Ec. 3.1. Ahora todos los resultados analíticos quedan por arriba de la recta citada, que se cree tiene que ver con lo señalado en el párrafo anterior (mayor influencia de los castillos en el comportamiento de modelos esbeltos). Las relaciones K/K_0 , que aparecen en la figura 3.28.b), resultaron mayores que para los modelos cuadrados y los anchos, atribuible también al mismo hecho.

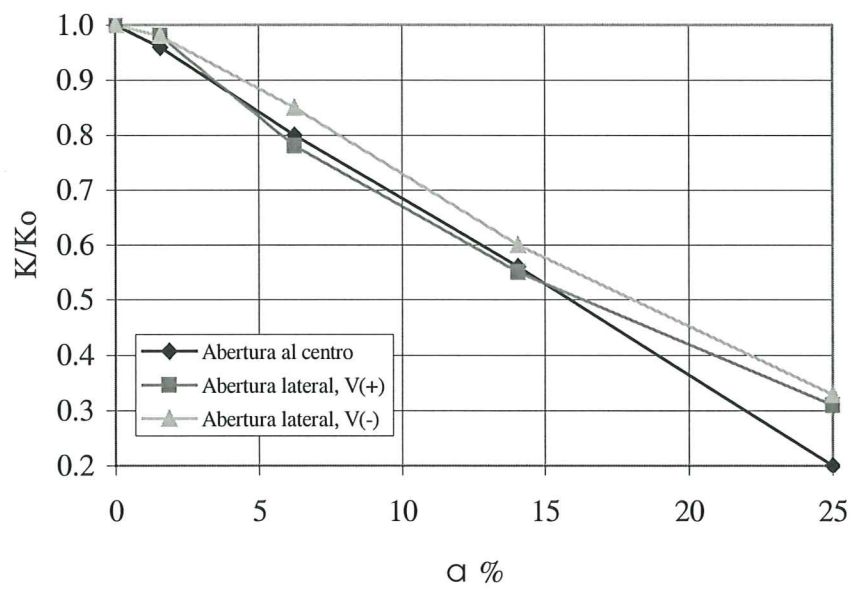
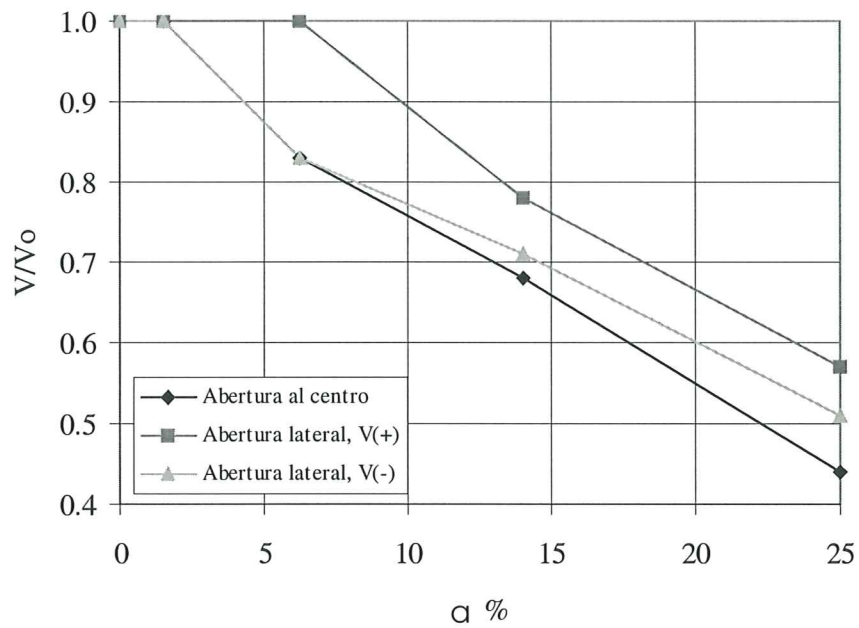


Figura 3.22. Efecto del porcentaje de la abertura para modelos con $H/L=1$ y $s=5 \text{ kg/cm}^2$, a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrepiso.

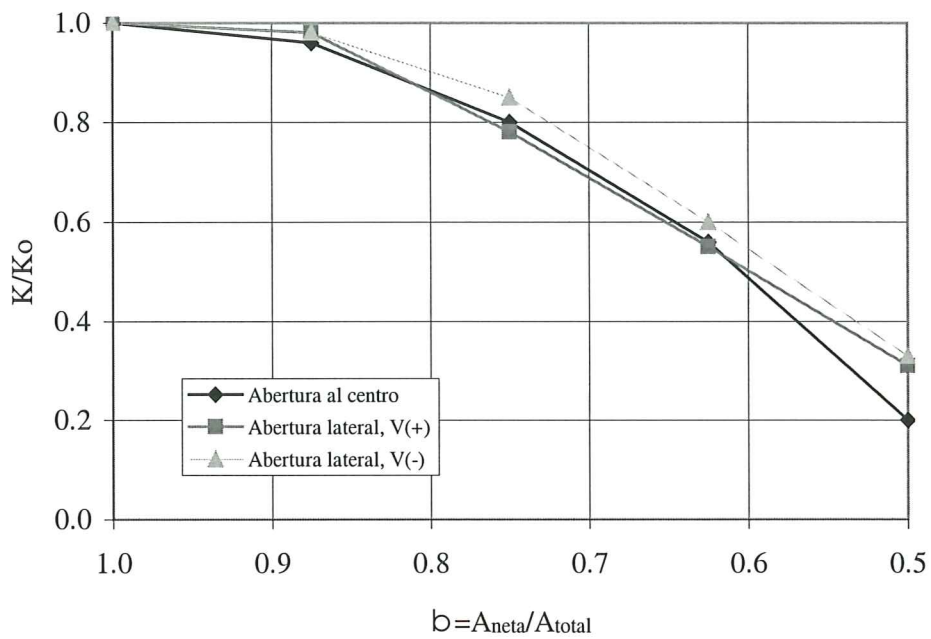
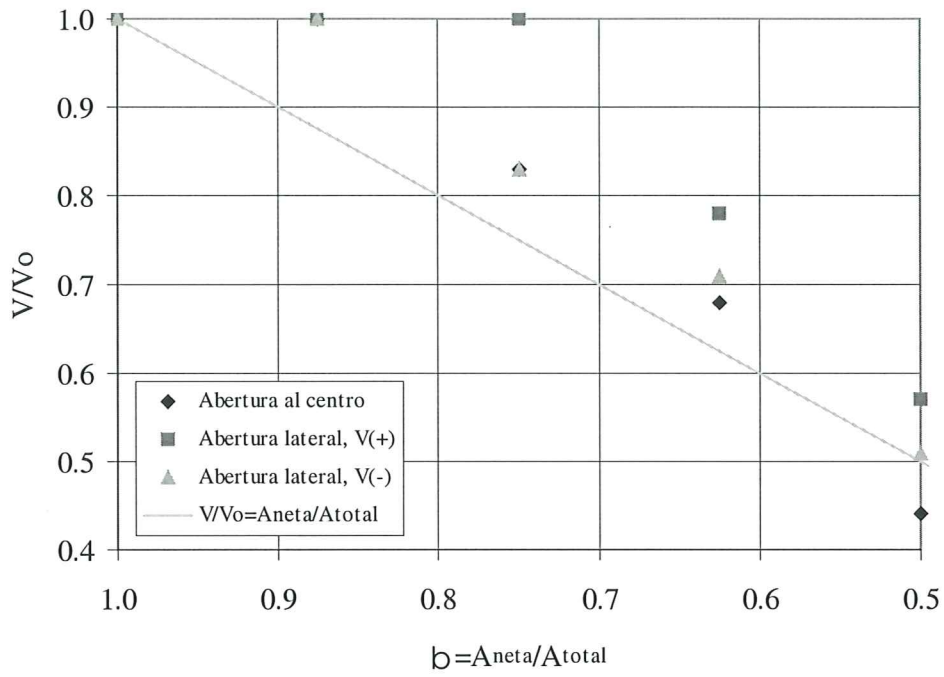


Figura 3.23. Efecto del área neta de la sección transversal para modelos con $H/L=1$ y $s=5$ kg/cm^2 , a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrepiso.

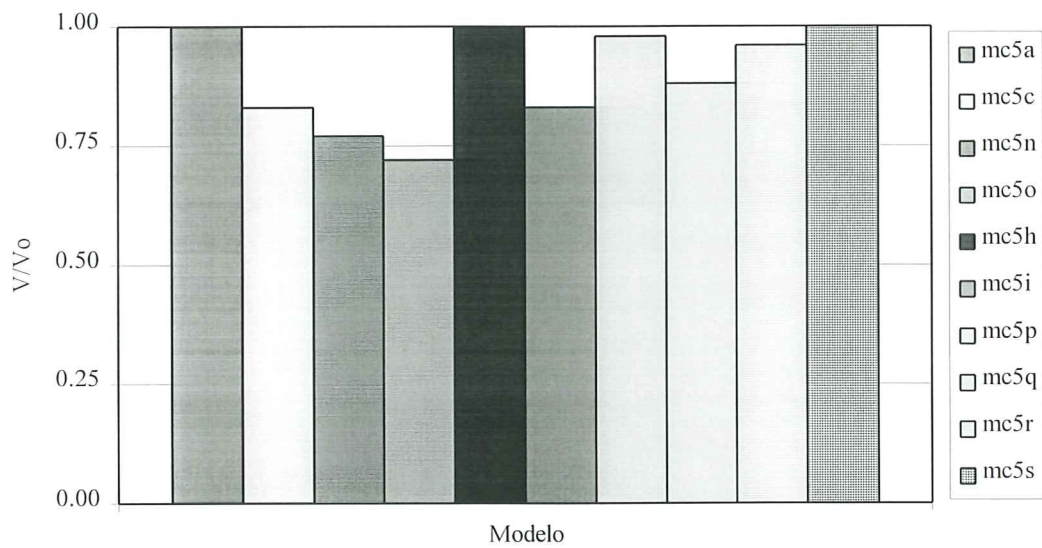


Figura 3.24. Resistencia a cortante de modelos cuadrados con hueco de 60 x 60 cm, $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$.

Con fundamento en los resultados obtenidos, se hacen las siguientes recomendaciones para diseño.

1. MUROS CONFINADOS CON ABERTURAS.

1.1 Deberán existir castillos en los bordes verticales de aberturas, cuando se cumpla cualquiera de las siguientes condiciones:

- el área de la(s) abertura(s) es mayor que el 7.5% del área total del muro considerado,
- la dimensión horizontal de la abertura es mayor que el 25% de la longitud del muro,
- la dimensión vertical de la abertura es mayor que el 25% de la altura libre del muro, y
- la distancia entre el borde horizontal inferior del muro y el borde horizontal inferior de la abertura es menor que el 40% de la altura libre del muro.

1.2 Podrá despreciarse el efecto de aberturas cuando se cumplan simultáneamente las siguientes condiciones:

- existe solamente una abertura en el muro considerado,
- la abertura se localiza justo debajo de la dala de cerramiento o losa, y
- las dimensiones de la abertura son iguales o menores que el 12.5% de las respectivas dimensiones del muro.

1.3 Para estimar la rigidez lateral de muros con aberturas es necesario recurrir al método de los elementos finitos. El empleo de otros métodos, como el de la columna ancha por ejemplo, no ha sido suficientemente valorado para el cálculo de la rigidez lateral de muros con aberturas.

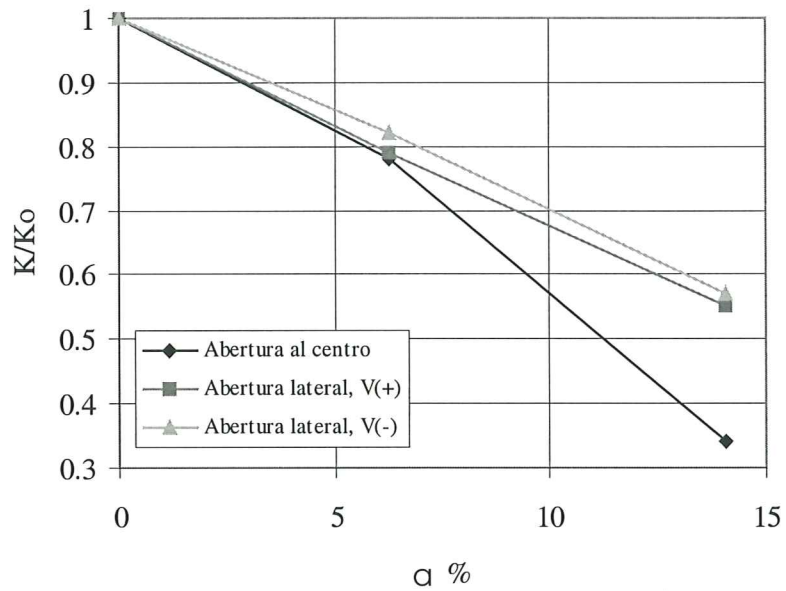
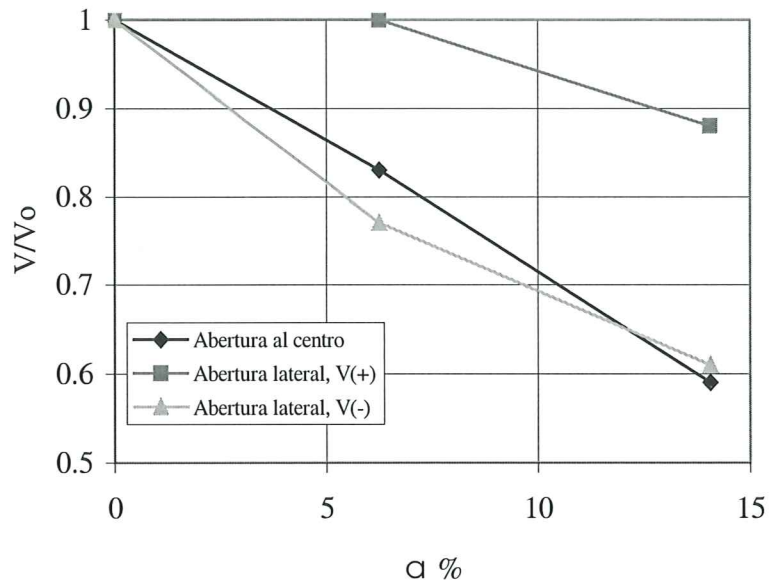


Figura 3.25. Efecto del porcentaje de abertura para modelos con $H/L=0.67$ y $s=5 \text{ kg/cm}^2$, a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrepiso.

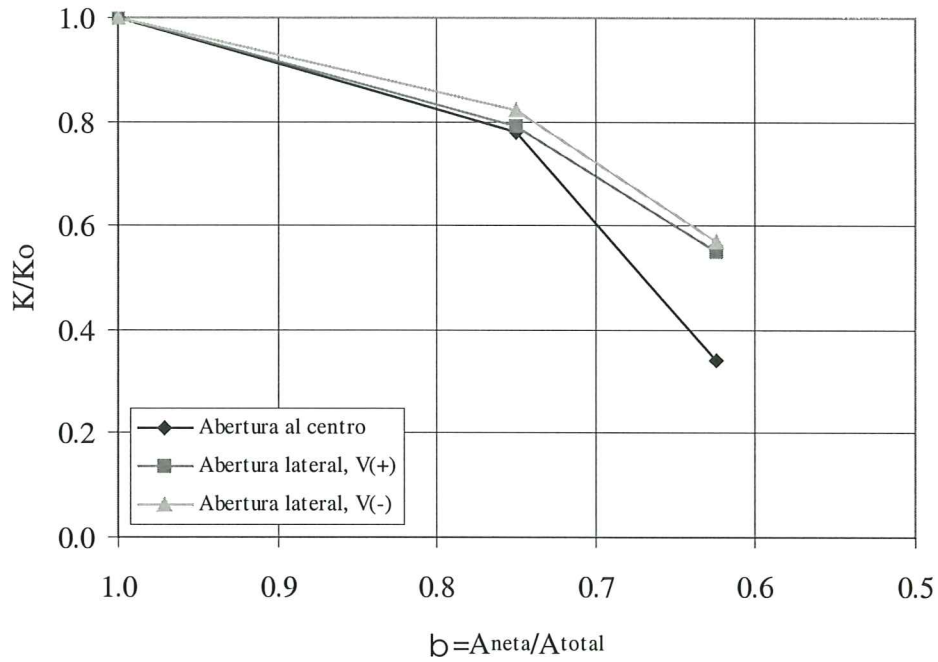
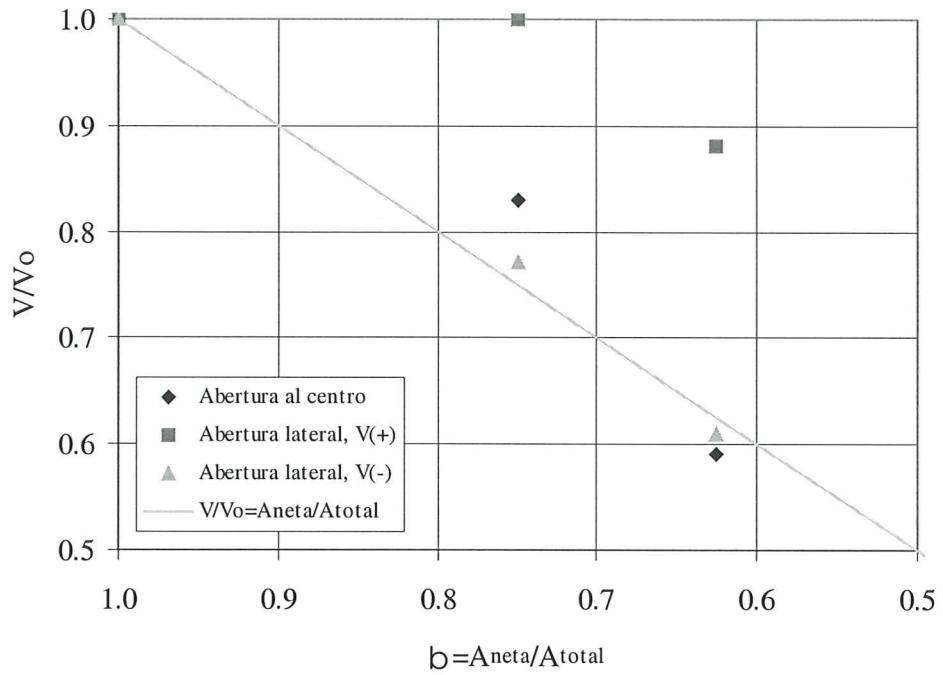


Figura 3.26. Efecto del área neta de la sección transversal para modelos con $H/L=0.67$ y $s=5$ kg/cm^2 , a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrepiso.

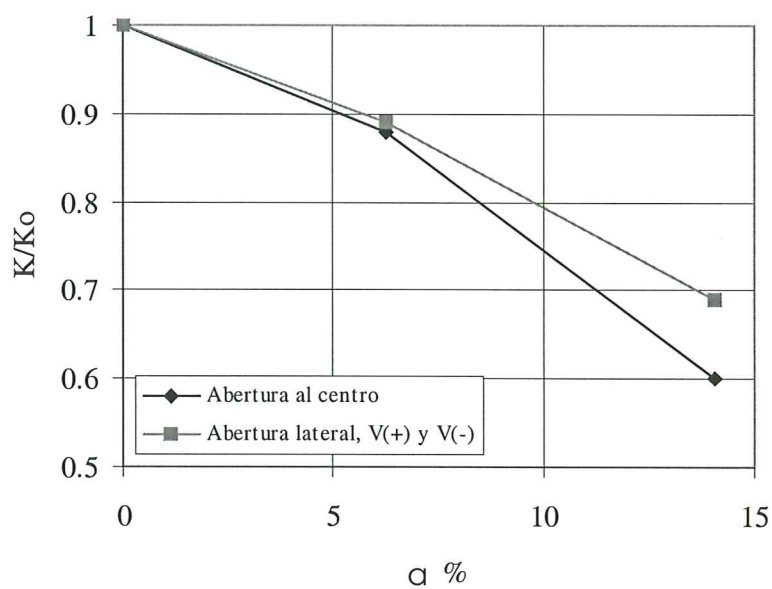
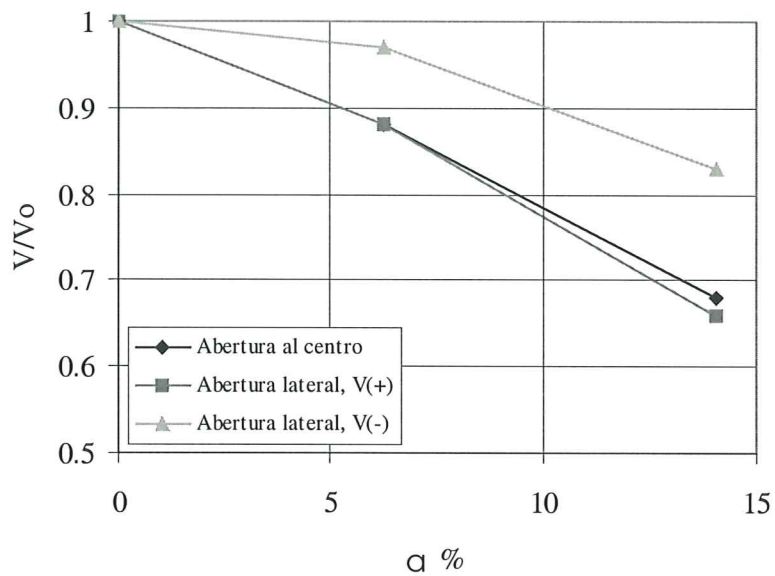


Figura 3.27. Efecto del porcentaje de abertura para modelos con $H/L=2$ y $s=5 \text{ kg/cm}^2$, a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrepiso.

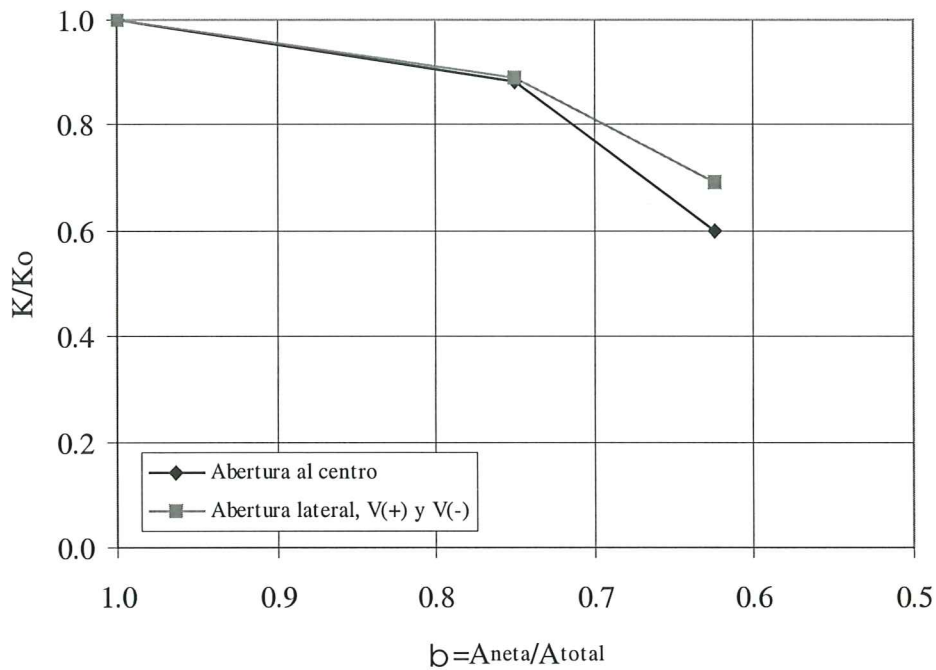
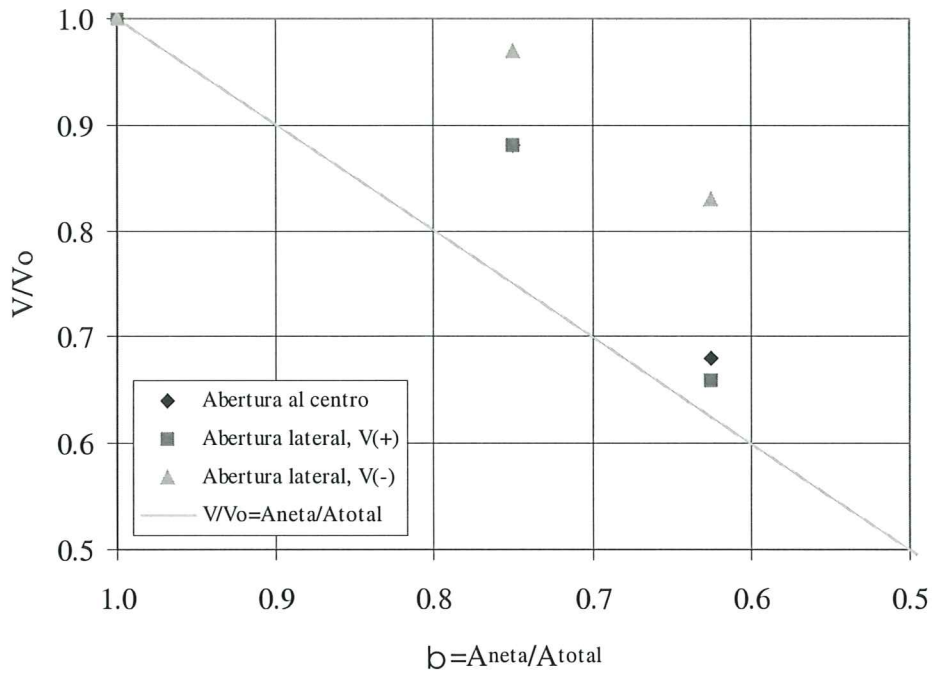


Figura 3.28. Efecto del área neta de la sección transversal para modelos con $H/L=2$ y $s=5$ kg/cm^2 , a) en la resistencia a fuerza cortante, b) en la rigidez inicial de entrespiso.

CAPÍTULO 4

ESTUDIO DE OTRAS VARIABLES

4.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se estudian analíticamente otras variables importantes que influyen en el comportamiento sísmico de muros de mampostería confinada, como son la carga vertical y la relación de aspecto (relación altura/longitud H/L). Los resultados se comparan con los obtenidos experimentalmente por algunos investigadores para muros sin aberturas, obteniéndose una buena correlación en la resistencia con los modelos analíticos. Se propone también un modelo de columna ancha para el análisis lineal de muros con aberturas.

Para muros cuadrados (H/L=1) se consideraron modelos sin carga vertical y con 5 kg/cm² de esfuerzo vertical, con la finalidad de estudiar analíticamente el efecto de la carga vertical. Para muros anchos (H/L=0.67) y esbeltos (H/L=2) sólo se estudiaron modelos con 5 kg/cm² de esfuerzo normal; este valor puede considerarse típico en edificios de vivienda económica de cuatro o cinco niveles de altura (Meli *et al.*, 1994). Además, contar con el análisis de modelos con diferente relación de aspecto H/L, permitió estudiar la influencia de ésta en la resistencia a cortante.

4.2 EFECTO DE LA CARGA VERTICAL

Como se ha observado en ensayos de laboratorio, la presencia de carga vertical aumenta linealmente la resistencia a cortante de muros sometidos a cargas laterales. Se ha observado que este comportamiento se puede expresar como un conjunto de cohesión y fricción mediante una expresión del tipo Coulomb, o sea

$$V_n = V_o + \mu N \quad (4.1)$$

donde:

V_n es la fuerza cortante que resiste el muro cuando actúa la carga vertical N

V_o es la fuerza cortante que resiste el muro sin carga vertical

μ es el coeficiente de fricción, y

N es la carga vertical que actúa en el muro.

En este apartado se estudia el efecto de la carga vertical en el comportamiento de modelos sometidos simultáneamente a carga lateral; el análisis se realizó para los modelos cuadrados con H/L=1 ya descritos en el capítulo 3 y para dos niveles de esfuerzo normal: $\sigma=0$ y $\sigma=5$ kg/cm². Para los diferentes modelos se comparan los resultados analíticos con los obtenidos experimentalmente por algunos autores.

4.2.1 Descripción del comportamiento analítico

La influencia de la carga vertical en el comportamiento de los modelos se presenta en las figuras 4.1 a 4.7. En cada caso, las curvas aparecen normalizadas con respecto al modelo sin carga vertical. En las figuras, V_o representa la resistencia a cortante del modelo sin carga vertical y K_o su rigidez inicial.

En los siete casos presentados resulta evidente que la resistencia a cortante aumentó con la presencia de la carga vertical. Para los modelos sin abertura y los modelos con $\alpha=1.56\%$ y $\beta=0.875$ la carga vertical incrementó la resistencia en un 41%, lo cual se observa en las figuras 4.1.a), 4.2.a) y 4.3.a).

Para los casos con $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$ en los modelos con abertura al centro (figura 4.4.a) y con abertura lateral con fuerza horizontal de izquierda a derecha (figura 4.5.a) el comportamiento fuerza cortante-distorsión resultó similar a los anteriores; sin embargo, para el modelo con fuerza horizontal de derecha a izquierda el incremento en resistencia sólo fue de 17% (figura 4.5.a). El comportamiento cortante-distorsión para los modelos con $\alpha=14.06\%$ y $\beta=0.625$ se presenta en las figuras 4.6.a) y 4.7.a), donde se aprecia que el incremento en la resistencia para estos casos fue de menor magnitud que para los primeros (sin abertura o con abertura pequeña), ascendiendo éste a poco más del 20%; es decir, al aumentar el tamaño de la abertura el incremento en resistencia a cortante debido al efecto de la carga vertical fue menor, como se aprecia en la figura 4.8. Lo anterior se debe, probablemente, a la dificultad que implica el tratar de modelar la fricción entre los elementos finitos que componen los modelos en estudio.

La degradación de rigidez se presenta en el inciso b) de las figuras 4.1 a 4.7. Para los casos sin abertura, con $\alpha=1.56\%$ y $\beta=0.875$ (figuras 4.1.b, 4.2.b y 4.3.b) la rigidez inicial de los modelos con y sin carga vertical resultó bastante similar, manteniéndose ligeramente por encima la rigidez inicial de los modelos sin carga axial; para distorsiones pequeñas, del orden de 0.025% y en adelante, la tasa degradación de rigidez resultó notoriamente menor para los modelos con carga vertical, debido al confinamiento que ésta produjo a los modelos en cuestión.

Para los modelos con $\beta=0.75$ y $\beta=0.625$ (inciso b de las figuras 4.4 a 4.7) la diferencia en la rigidez inicial para los modelos con y sin carga se hizo más notoria, del orden del 10%, resultando mayor en todos los casos la de los modelos sin carga vertical. Lo anterior se debe, probablemente, a que después de aplicar la carga vertical se presentaron en los modelos unas pequeñas grietas verticales debajo de la abertura, acentuándose éstas mientras mayor era el tamaño de aquélla, es decir, los modelos con carga vertical presentaban un muy ligero deterioro al iniciar la etapa de aplicación de la carga lateral; sin embargo, para distorsiones pequeñas, del mismo orden que para los casos anteriores, la tasa de degradación de rigidez también resultó menor para los modelos con carga vertical.

4.2.2 Comparación con resultados experimentales

Esta variable ha sido estudiada en el laboratorio por algunos investigadores, quienes han ensayado especímenes de mampostería confinada a escala natural con diferentes niveles de carga vertical. En cuanto al incremento de la resistencia a cortante debido a la presencia de carga axial, se ha podido determinar experimentalmente el coeficiente de fricción μ de la Ec. 4.1. En la Tabla 4.1 se presentan los coeficientes de fricción μ obtenidos experimentalmente para la resistencia a cortante para especímenes sin aberturas y se comparan con los obtenidos analíticamente en este estudio para los modelos cuadrados descritos en 4.2.1.

Como se observa, los mayores valores calculados analíticamente del coeficiente de fricción correspondieron a los modelos sin abertura (*mc5a*) y con abertura $\beta=0.875$ (*mc5b*, *mc5f* y *mc5g*), donde se obtuvo $\mu=0.28$ para los cuatro casos.

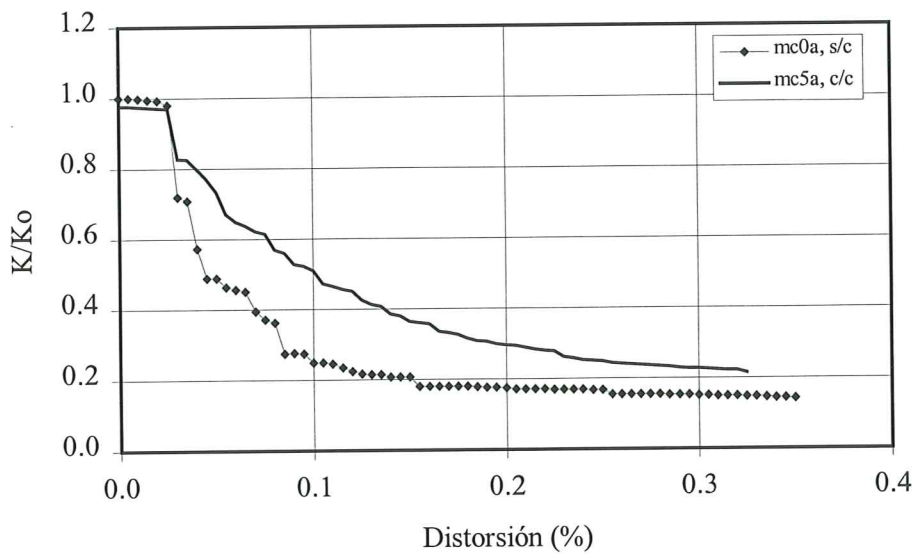
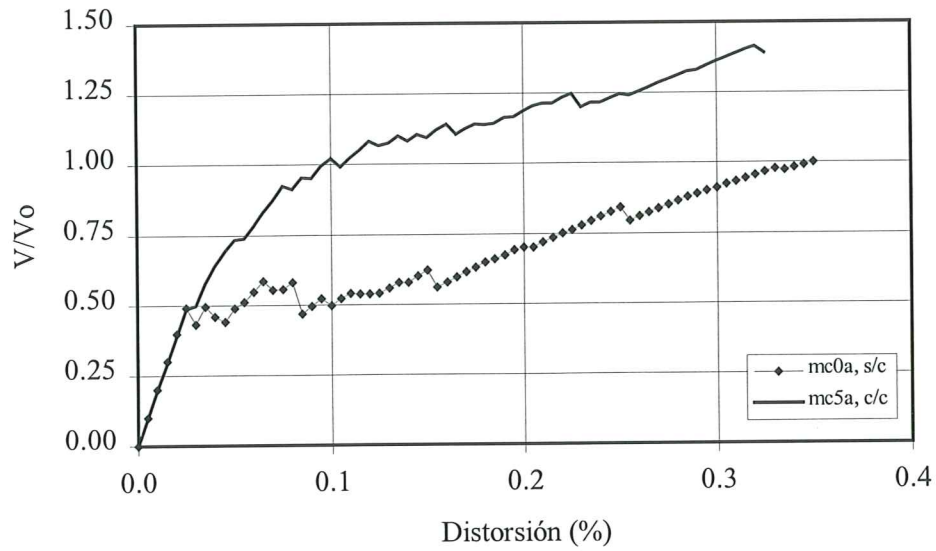


Figura 4.1. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=1$, a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

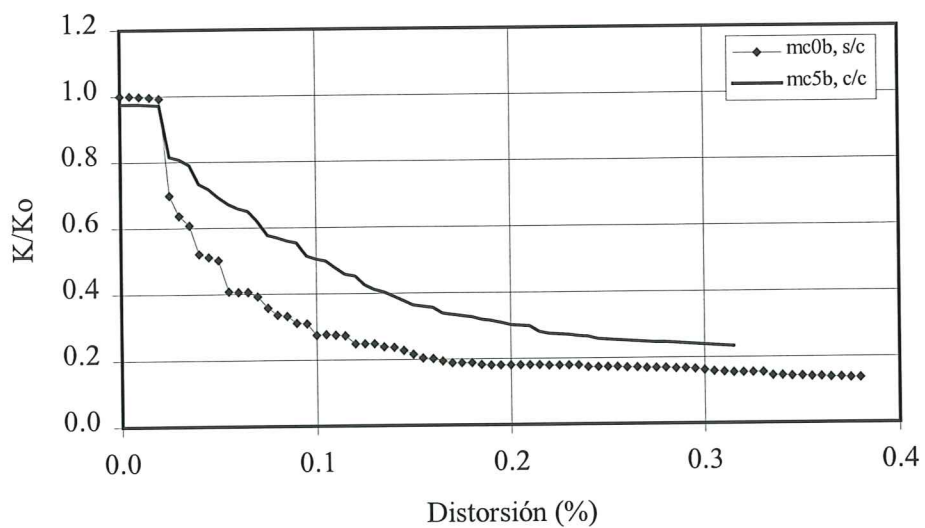
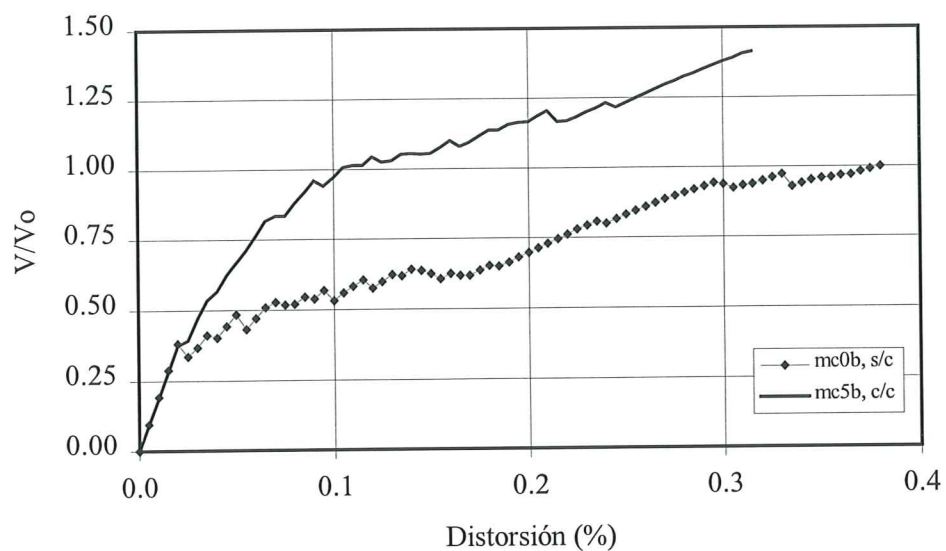


Figura 4.2. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.875$ (abertura al centro), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

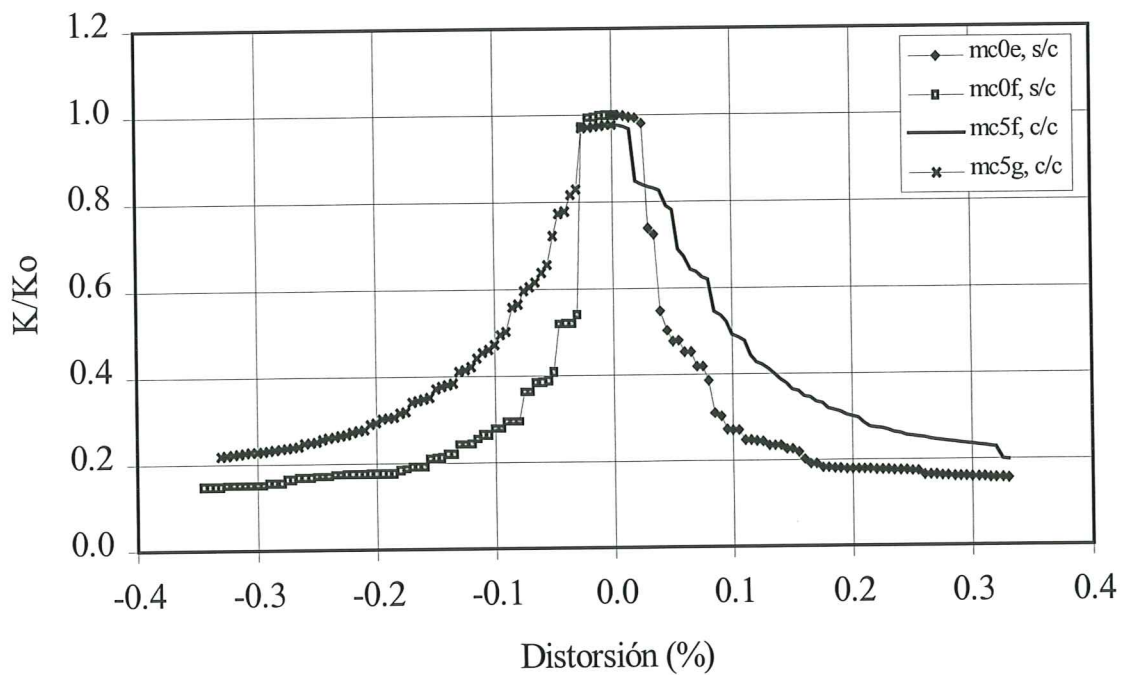
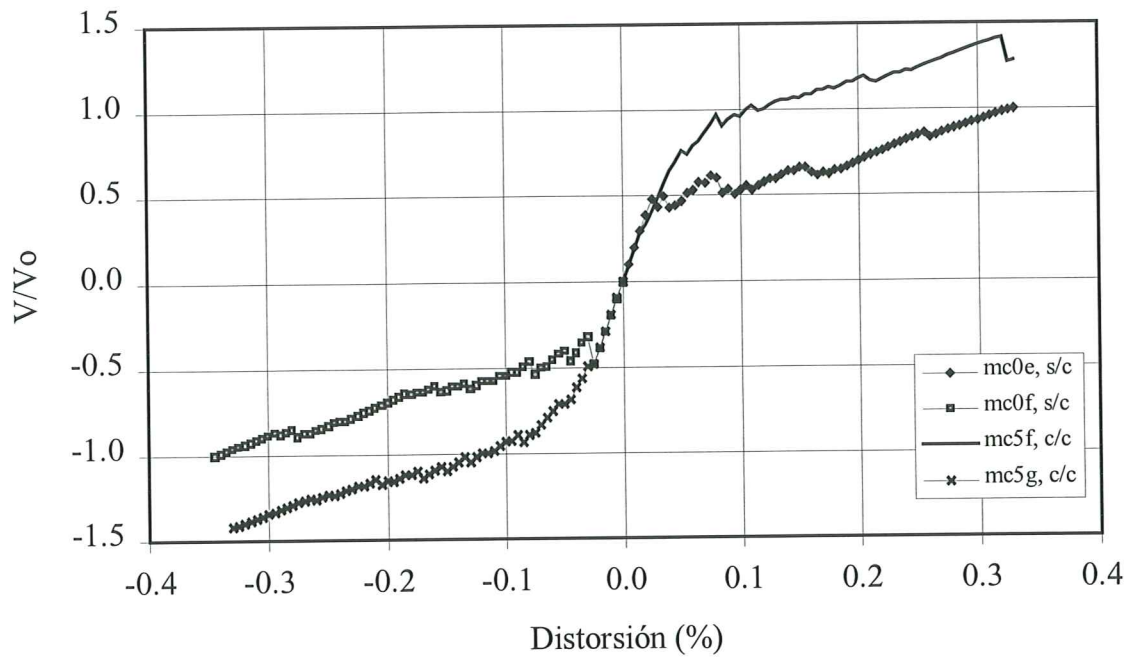


Figura 4.3. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.875$ (abertura lateral), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

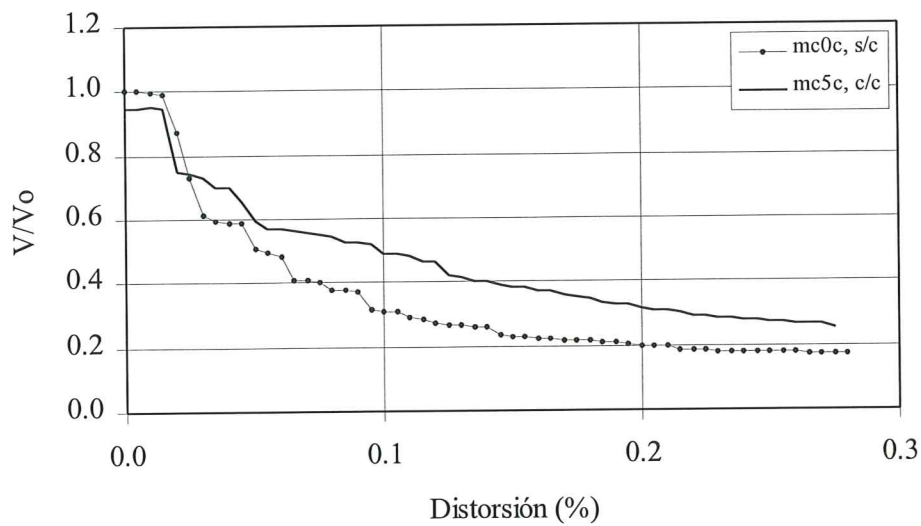
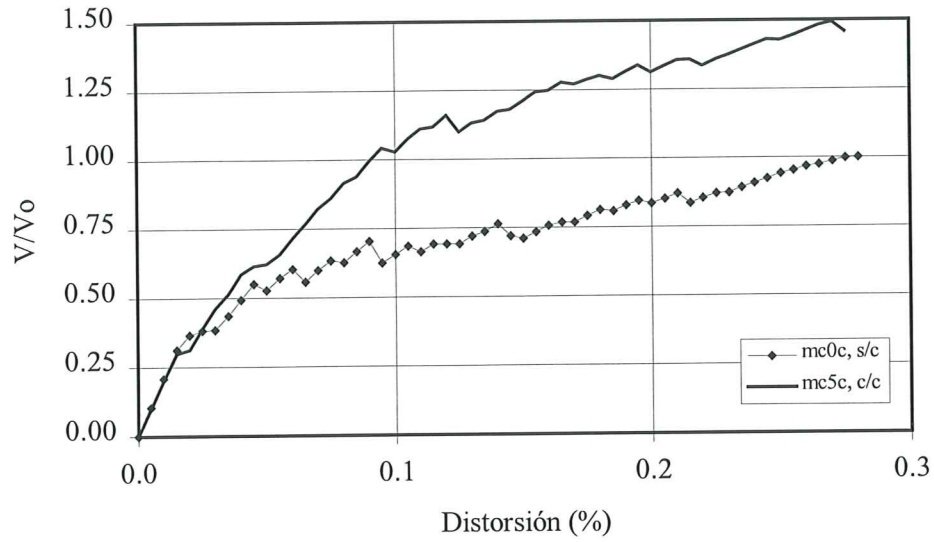


Figura 4.4. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.75$ (abertura al centro), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

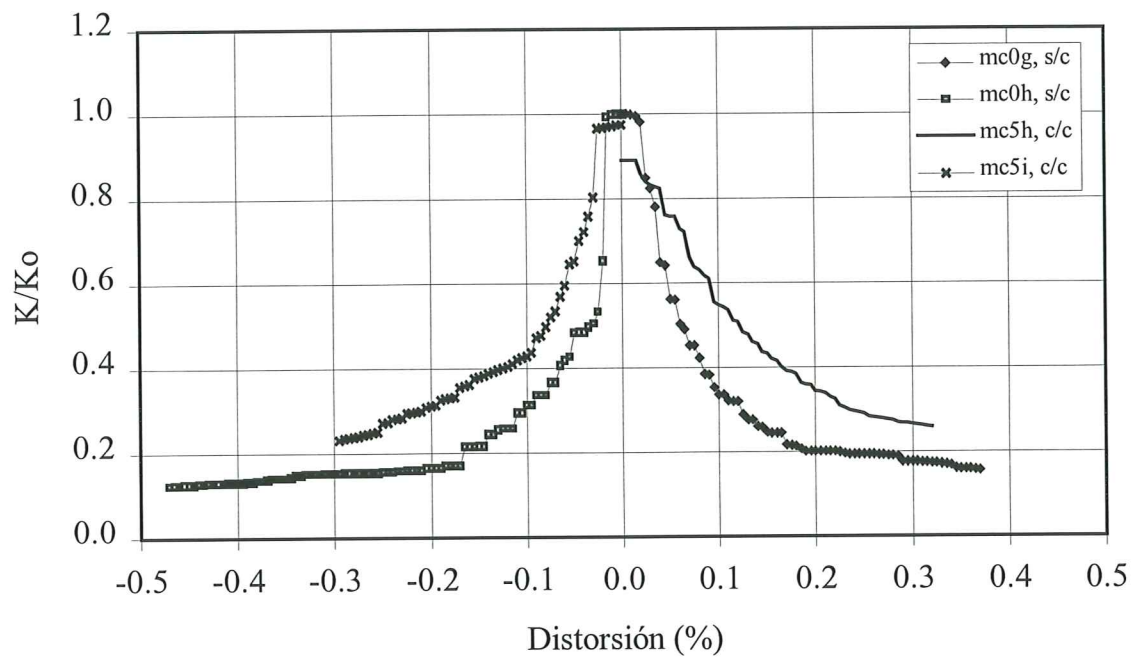
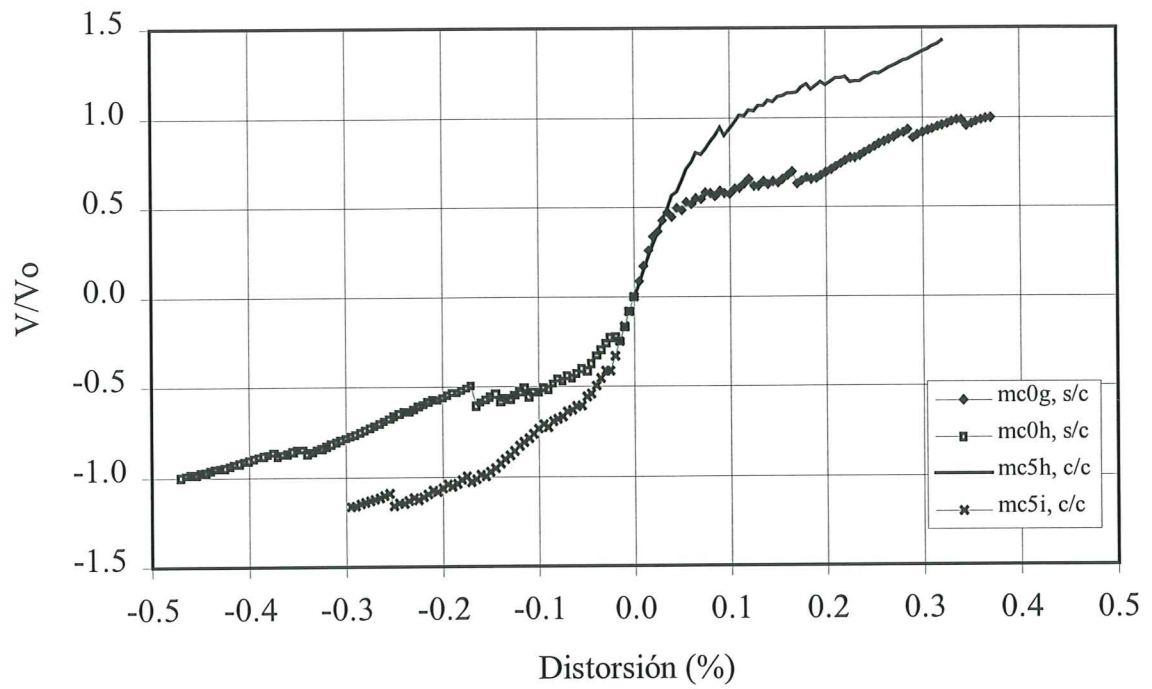


Figura 4.5. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.75$ (abertura lateral), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c =con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c =sin carga vertical.

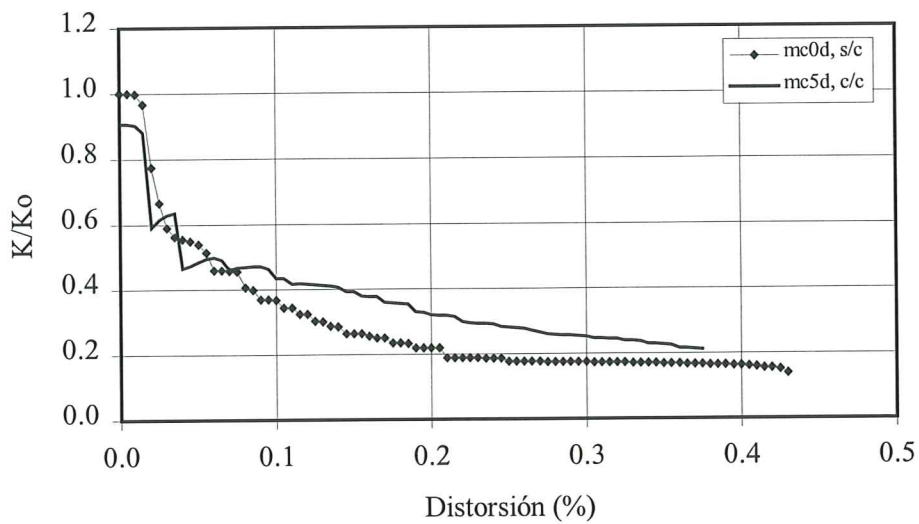
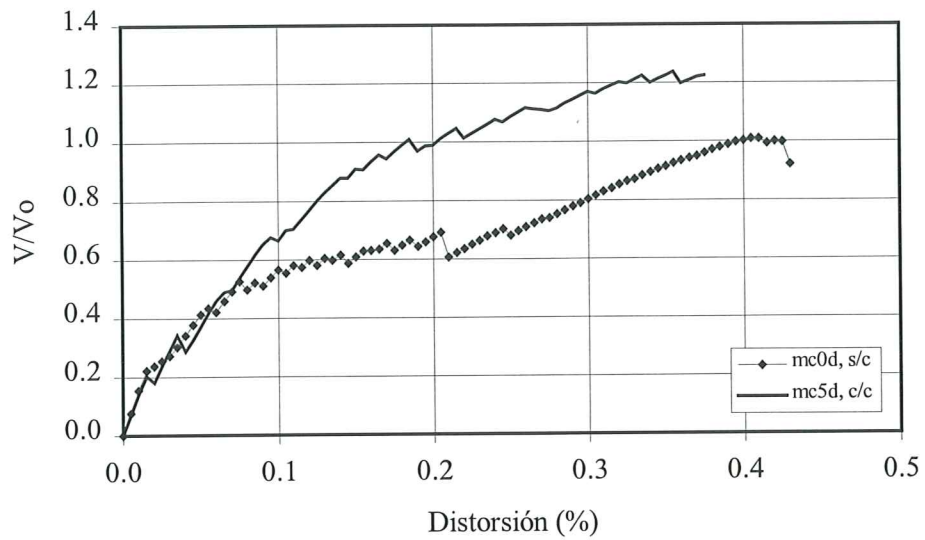


Figura 4.6. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.625$ (abertura al centro), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

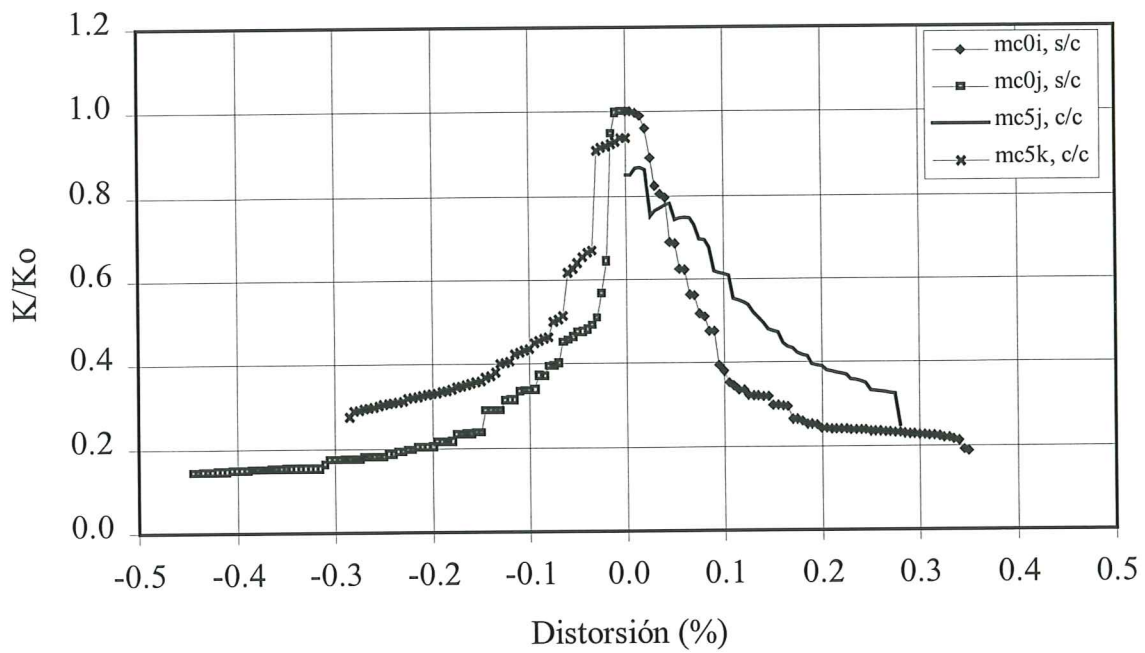
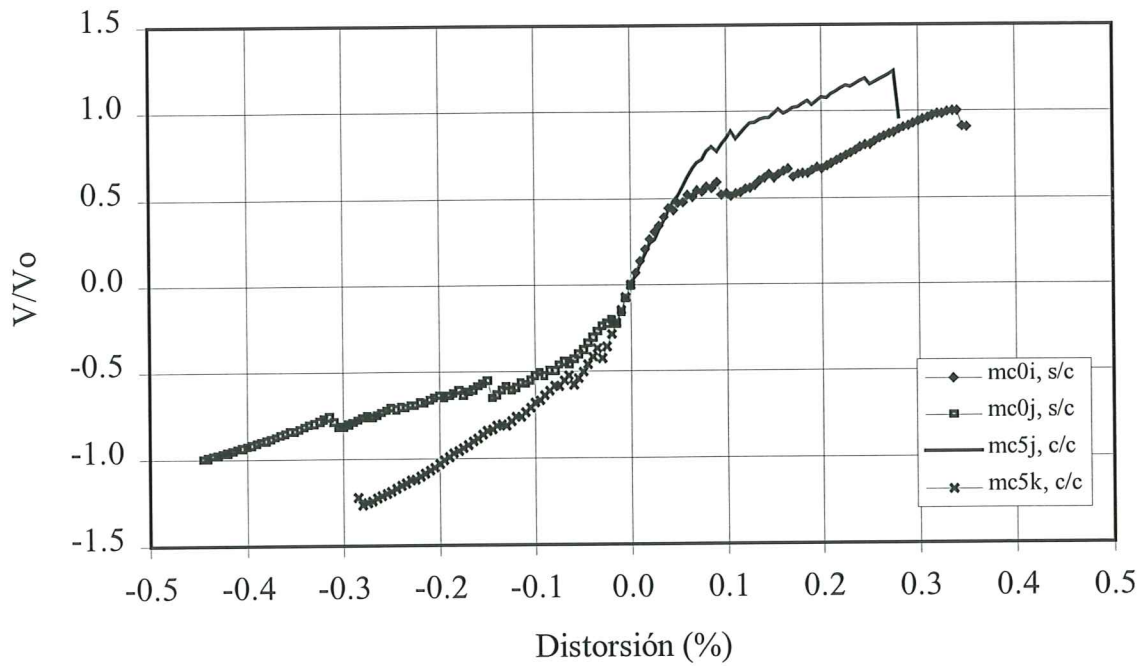


Figura 4.7. Efecto de la carga vertical*, $H/L=1$ y $\beta=0.625$ (abertura lateral), a) en la resistencia a cortante, b) en la degradación de rigidez.

* En las figuras: c/c=con carga vertical $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$, s/c=sin carga vertical.

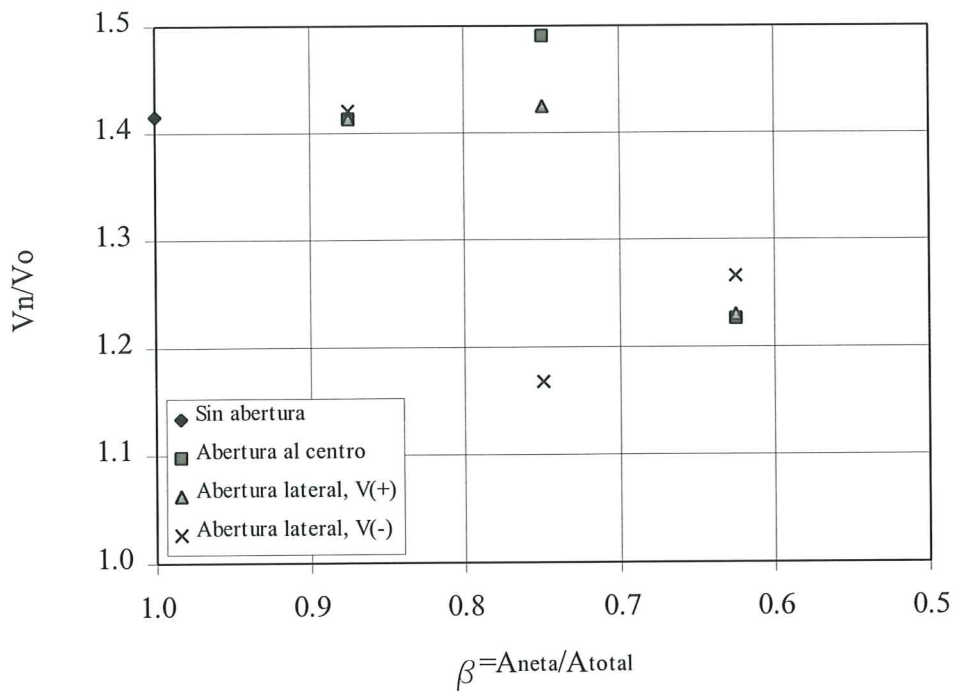


Figura 4.8. Efecto de la carga vertical en la resistencia a fuerza cortante.

Tabla 4.1. Coeficiente de fricción medio, μ , debido a la carga vertical.

Modelo	μ
Meli, 1979 ⁱ	0.47
Echevarría <i>et al.</i> , 1986 ⁱⁱ	0.32
Michelini <i>et al.</i> , 1986 ⁱⁱⁱ	0.45
Herrera, 1992 ⁱⁱⁱ	0.39
mc5a ($\beta=1$)	0.28
mc5b ($\beta=0.875$)	0.28
mc5c ($\beta=0.75$)	0.26
mc5d ($\beta=0.625$)	0.12
mc5f ($\beta=0.875$)	0.28
mc5g ($\beta=0.875$)	0.28
mc5h ($\beta=0.75$)	0.29
mc5i ($\beta=0.75$)	0.11
mc5j ($\beta=0.625$)	0.14
mc5k ($\beta=0.625$)	0.14

ⁱ Se ensayaron trece especímenes con diferente nivel de carga vertical y nueve sin carga vertical

ⁱⁱ Se ensayaron cuatro especímenes con diferente nivel de carga vertical y uno sin carga vertical

ⁱⁱⁱ Se ensayaron ocho modelos con diferente nivel de carga vertical y dos sin carga vertical

Se aprecia también que al aumentar el tamaño de la abertura, el coeficiente de fricción disminuyó hasta 0.11 para el modelo *mc5i* con $\beta=0.75$; en los modelos con abertura mayor ($\beta=0.625$) se obtuvieron valores de μ iguales a 0.12 para el modelo *mc5d* con abertura al centro, y a 0.14 para los modelos *mc5j* y *mc5k* con abertura lateral (V+ y V- respectivamente). En todos los casos los valores analíticos del coeficiente de fricción resultaron menores que los experimentales. En la figura 4.9 se grafican los resultados obtenidos analíticamente y se comparan con la ecuación propuesta por las normas (DDF, 1995) que consideran a la carga de agrietamiento como la resistencia; por lo que a esto se refiere, se sabe que el incremento de la carga lateral de agrietamiento y de la resistencia a cortante son del mismo orden (Meli, 1979).

En la figura 4.9 las literales tienen el mismo significado que para la Ec. 4.1. Como se puede apreciar, la resistencia a cortante de los modelos con aberturas $\beta=0.75$ y $\beta=0.625$ quedó por debajo de la predicha por las normas que contemplan un coeficiente de fricción $\mu=0.3$, ya que los coeficientes de fricción para estos modelos con aberturas resultaron menores. Vale la pena recordar que las aberturas no contaron con ningún confinamiento adicional a los castillos y la dala. Según las Normas Técnicas (DDF, 1995), los modelos con $\beta=0.625$ (*mc5d*, *mc5j* y *mc5k*) requerirían castillos y dalas en el perímetro del hueco. Lo anterior refuerza la propuesta planteada en la sección 3.5, en el sentido de que se coloquen dalas y castillos en el perímetro de todo hueco cuya dimensión exceda de la cuarta parte de la longitud del muro en la misma dirección.

Experimentalmente se ha demostrado (Echevarría y San Bartolomé, 1986; Michelinei *et al.*, 1986, y Herrera, 1992) que también la rigidez inicial se incrementa por efecto de la carga vertical, de manera similar a la resistencia a cortante. Sin embargo, este hecho no se logró reproducir analíticamente, ya que para los casos estudiados las rigideces iniciales resultaron del mismo orden tanto para modelos sin carga axial como para modelos con carga (ver el inciso b. de las figuras 4.1 a 4.7); más aún, para los modelos sin carga axial, la rigidez inicial resultó ligeramente mayor. En este hecho quizá tenga cierta influencia el confinamiento que por fricción proporciona el mecanismo de transmisión de fuerza axial en el extremo superior de modelos experimentales, evitando la expansión de éstos en dirección del plano de los muros, lo cual no ocurre en los modelos analíticos.

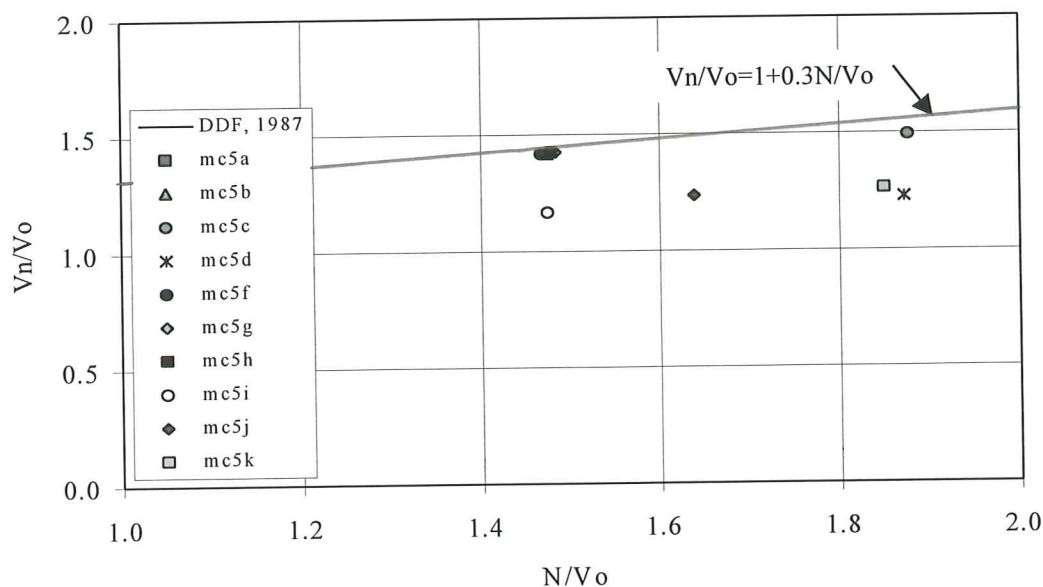


Figura 4.9. Efecto de la carga vertical en la resistencia a cortante.

4.3 INFLUENCIA DE LA RELACIÓN DE ASPECTO

La mayoría de los ensayos realizados en el laboratorio por diversos investigadores han sido en muros aproximadamente cuadrados (con relación $H/L=1$). Sin embargo, al variar la relación de aspecto cambia la distribución de esfuerzos en el interior del muro y, por lo tanto, puede modificarse el modo de falla y la resistencia del mismo. A medida que el muro se hace más esbelto, influyen más las deformaciones por flexión y aún cuando éstas no lleguen a cambiar el tipo de falla, pueden reducir el esfuerzo cortante resistente. En el siguiente desarrollo se presentan las respuestas de los modelos ensayados analíticamente ante carga lateral con diferentes relaciones de aspecto H/L . Para los modelos sin abertura se comparan los resultados analíticos con los obtenidos experimentalmente (también sin aberturas) en algunos ensayos.

4.3.1 Modelos sin abertura ($\alpha=0$)

La influencia de la relación de aspecto en el comportamiento de los modelos sin abertura se presenta en las figuras 4.10.a) y b). Las curvas aparecen normalizadas con relación al modelo cuadrado *mc5a*. En las figuras v_0 representa el **esfuerzo** cortante resistente medio del modelo *mc5a*; el resto de las variables tienen el mismo significado que para las figuras anteriores.

La respuesta esfuerzo cortante-distorsión se presenta en la figura 4.10.a), donde se aprecia que a medida que aumentaba la relación de aspecto (H/L) disminuía el esfuerzo cortante resistente. El modelo *ma5a* con $H/L=0.67$ alcanzó un esfuerzo resistente igual a 1.12 veces el del modelo cuadrado, mientras que el modelo *me5a* con $H/L=2$ tuvo un esfuerzo de 0.91 veces el del *mc5a*. Otra característica relevante es que a mayor relación H/L , mayor fue la distorsión a la que se alcanzó la resistencia a cortante del modelo.

La degradación de rigidez se muestra en la figura 4.10.b), en donde se puede apreciar para los tres modelos un tramo inicial prácticamente elástico-lineal, continuando con una zona importante de deterioro y hacia los últimos incrementos de desplazamiento éste disminuyó. Además, la tasa de degradación de rigidez disminuyó al aumentar la esbeltez de los modelos, ya que el comportamiento es diferente, puesto que mientras más esbelto es el muro los efectos de la flexión comienzan a tener una mayor influencia en el modo de falla; es decir, una estructura que se deforma por flexión se degrada menos. Otra característica que se observó es que las rigideces iniciales no son linealmente proporcionales al área de la sección transversal de los modelos; el modelo *ma5a* tuvo un área 50% mayor que el *mc5a* y su rigidez inicial fue 68% mayor, mientras que el modelo *me5a* contó con un área igual al 50% del *mc5a* y su rigidez sólo alcanzó un 36% de la de este último. Lo anterior se explica si se toma en cuenta que las deformaciones del modelo ancho *ma5a* son debidas principalmente a cortante (las cuales a su vez dependen del área de la sección transversal del muro), mientras que para el modelo esbelto *me5a* son causadas preponderantemente por flexión (y que a su vez dependen del momento de inercia de su sección transversal); en otras palabras, como es sabido, la rigidez lateral de los muros no es función lineal del área de su sección transversal.

En la figura 4.11 se grafican las relaciones H/L vs v/v_0 obtenidas para los modelos sin abertura. En la figura, v_0 es el esfuerzo cortante resistente del modelo cuadrado ($H/L=1$) y v es el esfuerzo cortante resistente del modelo en estudio. Como se observa, al aumentar el parámetro H/L decrece la relación v/v_0 . La ecuación $v/v_0=1-0.4\ln(H/L)$, que se presenta en la misma figura, se obtuvo mediante un análisis de regresión (Alvarez y Alcocer, 1994) realizado con los escasos resultados experimentales que se encontraron en la literatura de esa época (Meli, 1979; Torrealva y Macciota, 1986; Diez *et al.*, 1988); en general se aprecia una buena concordancia de los resultados analíticos con la curva experimental.

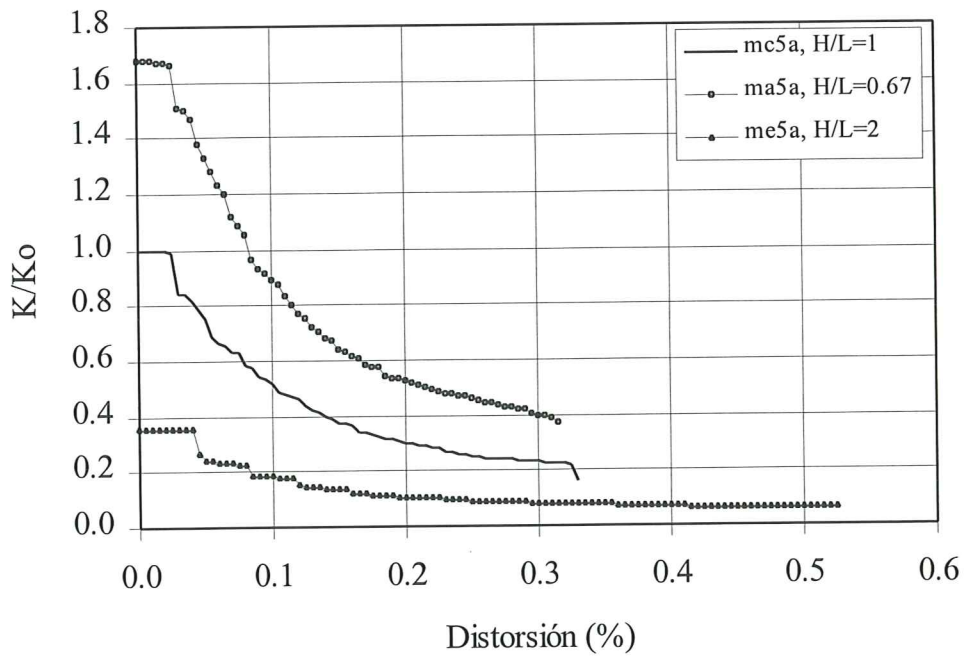
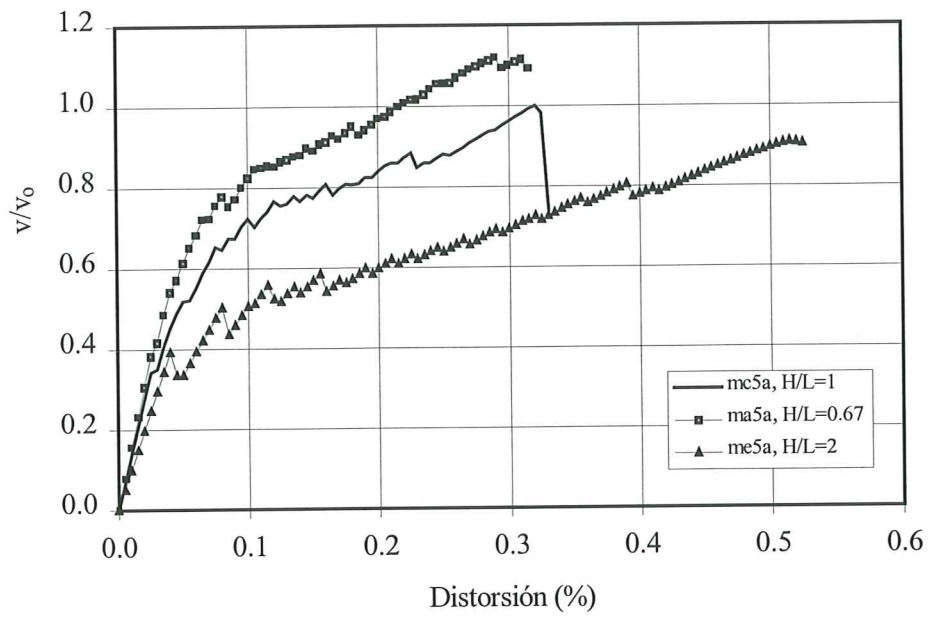


Figura 4.10. Influencia de la relación de aspecto, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $\beta=1$, a) en el esfuerzo cortante resistente, b) en la degradación de rigidez.

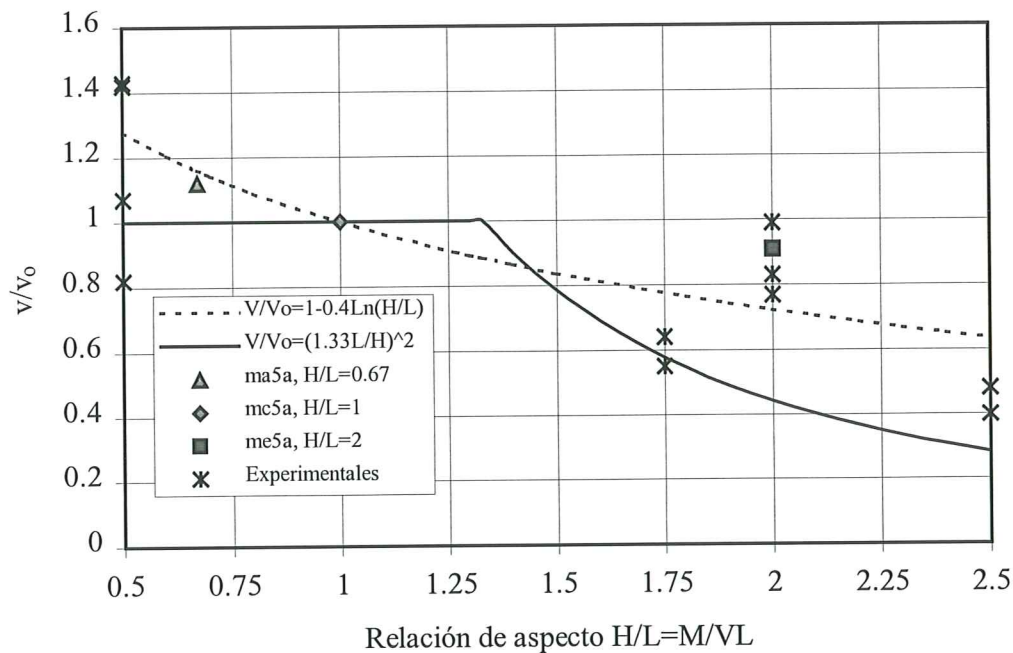


Figura 4.11. Influencia de la esbeltez en la resistencia a esfuerzo cortante.

El método simplificado de las normas de diseño (DDF, 1995) propone la expresión $v/v_0=(1.33L/H)^2$ para $H/L>1.33$, que también se grafica en la misma figura y que resulta conservadora comparada con la ecuación anterior y con los resultados analíticos. Es importante destacar que este criterio no considera propiamente una disminución del esfuerzo cortante resistente, sino que se refiere al hecho de que la contribución de muros esbeltos a la rigidez lateral del sistema estructural, y por tanto a resistir corte en un sistema que se supone sólo se deforma por corte, se ve mayormente afectada por deformaciones debidas al momento flexionante.

4.3.2 Modelos con abertura ($\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$)

La respuesta esfuerzo cortante-distorsión para los modelos con abertura al centro se presenta en la figura 4.12.a), donde se manifiesta, de manera similar a los modelos sin abertura, la influencia de la relación de aspecto en la resistencia a esfuerzo cortante. El modelo *ma5b* con $H/L=0.67$ alcanzó un esfuerzo cortante resistente igual a 1.11 veces el del modelo cuadrado *mc5c*, mientras que el modelo *me5b* con $H/L=2$ tuvo un esfuerzo resistente del 97% comparado con el *mc5c*. Al igual que sucedió para los modelos sin abertura, a mayor relación H/L , mayor fue la distorsión a la que se presentó la resistencia a cortante del modelo. La degradación de rigidez se presenta en la figura 4.12.b), donde se aprecia un comportamiento bastante similar al ya descrito para los modelos sin abertura.

Para los modelos con abertura lateral, el comportamiento esfuerzo cortante-distorsión se presenta en la figura 4.13.a). Para los modelos sometidos a carga lateral de izquierda a derecha ($V+$), la respuesta se presenta normalizada con respecto al modelo *mc5h* ($H/L=1$) y para los sometidos a carga lateral $V-$ se normalizó con respecto al *mc5i*, es decir, con respecto al modelo cuadrado con carga lateral en la dirección correspondiente de análisis. Como se aprecia en la

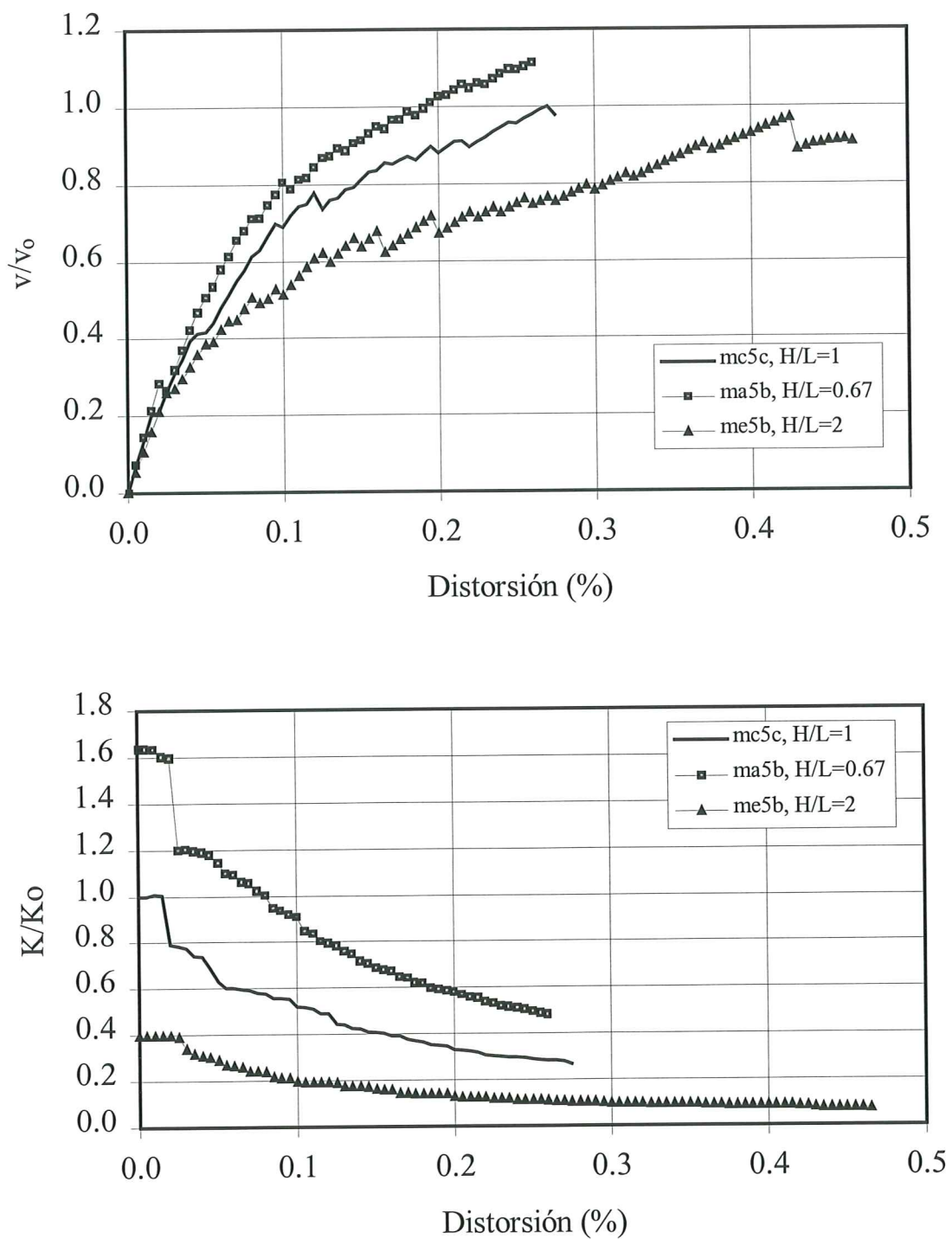


Figura 4.12. Influencia de la relación de aspecto, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $\alpha=6.25\%$ (abertura al centro), a) en el esfuerzo cortante resistente, b) en la degradación de rigidez.

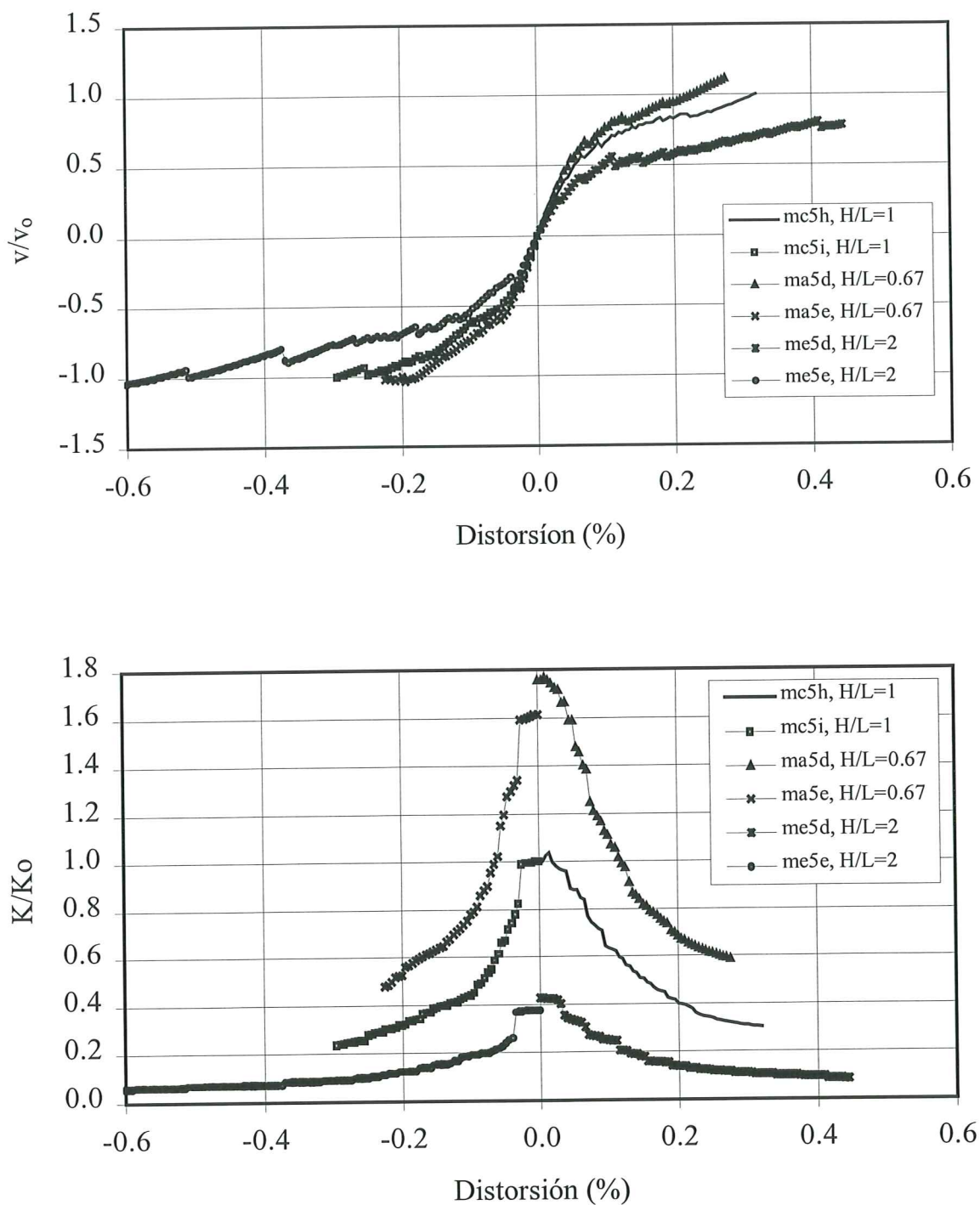


Figura 4.13. Influencia de la relación de aspecto, $\sigma=5 \text{ kg/cm}^2$ y $\alpha=6.25\%$ (abertura lateral), a) en el esfuerzo cortante resistente, b) en la degradación de rigidez.

figura, para los modelos con V+ el comportamiento fue similar a los casos anteriores; sin embargo, para una carga lateral V-, a diferencia de los ya presentados, el esfuerzo resistente de los tres modelos resultó muy similar entre sí. En la figura 4.13.b) se muestra la degradación de rigidez para los tres modelos, normalizada de la misma manera que para la figura 4.13.a). El comportamiento en cuanto a degradación de rigidez se refiere, resultó similar a los casos anteriores; a mayor relación de aspecto, mayor fue la distorsión a la que se alcanzó la resistencia a cortante del modelo.

En resumen, el esfuerzo cortante resistente de muros de mampostería confinada disminuye al aumentar la relación de aspecto. Para muros de un sólo nivel como los aquí presentados se cumple que $H/L=M/VL$, (ya que $M=VH$), donde V es la fuerza cortante y M el momento flexionante en la base del muro; en otras palabras, para relaciones M/VL mayores que la unidad el esfuerzo cortante resistente del muro es menor que el correspondiente al modelo con $M/VL=1$. Lo anterior es un aspecto que no contemplan las normas de diseño vigentes en Latinoamérica (México, Perú, Colombia, Chile y Argentina), y que puede llegar a ser importante, sobre todo en el caso de edificios de varios niveles donde la relación M/VL puede ser mayor que 1.

Para concluir esta sección, en la figura 4.14 se presenta la influencia de la relación de aspecto de los modelos en la distorsión a la resistencia. Como se aprecia, a mayor relación H/L , mayor fue la distorsión a la que se alcanzó la resistencia a cortante de los modelos, lo cual significa que una estructura que se deforma principalmente por flexión se degrada menos que otra que se deforma por corte.

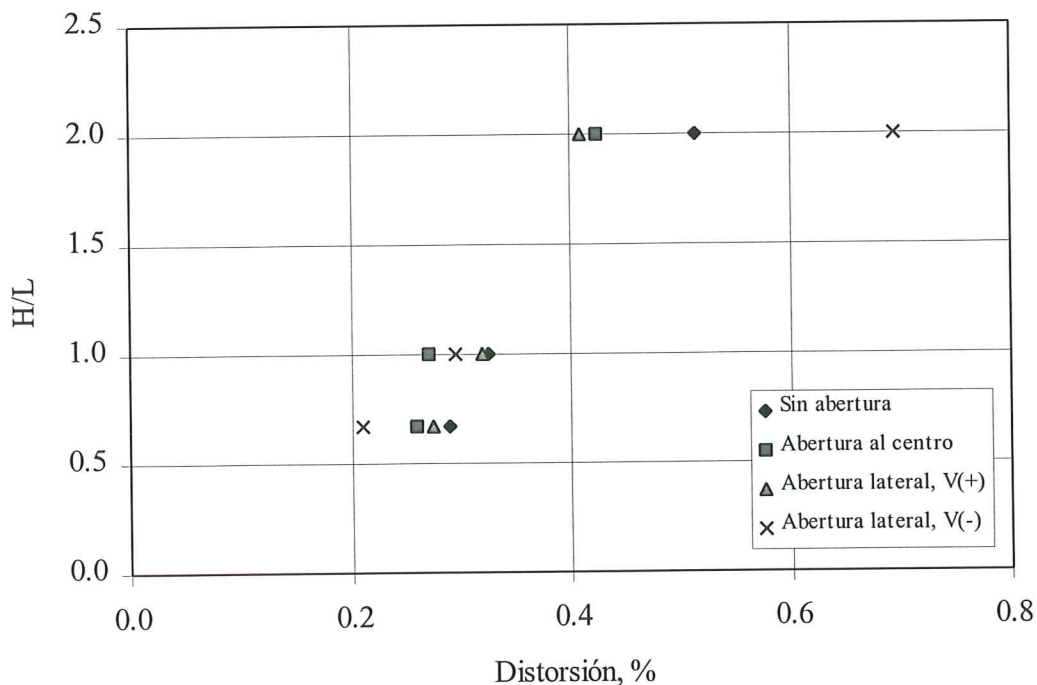


Figura 4.14. Influencia de la relación de aspecto en la distorsión a la resistencia.

4.4 PATRONES DE AGRIETAMIENTO

En esta parte del trabajo se presentan algunos de los patrones de agrietamiento finales obtenidos analíticamente, los cuales exhibieron un agrietamiento bastante difuso, debido al modelo de fractura distribuida que se empleó. En los casos analizados, las primeras fisuras aparecieron, para bajos valores de la carga lateral, en las esquinas del tablero de mampostería que tendían a separarse del marco de concreto (en los casos en que la carga lateral se aplicó de izquierda a derecha, dichas esquinas son la superior derecha y la inferior izquierda, y viceversa). Posteriormente el agrietamiento se extendió prácticamente a todo(s) el (los) modelo(s), de manera difusa, haciendo incursionar a la estructura en un marcado comportamiento no lineal.

En las figuras. 4.15 a 4.25 se presentan los patrones finales de agrietamiento para los modelos cuadrados, anchos y esbeltos, sin abertura y con abertura $\alpha=6.25\%$ y $\beta=0.75$, donde se puede apreciar claramente el fenómeno del agrietamiento difuso, a diferencia de lo que se ha observado en especímenes a escala natural en los que el agrietamiento diagonal ocurre de manera discreta. Hacia la etapa final de la aplicación de la carga lateral, se observó que algunos elementos sufrieron aplastamiento (elementos achurados) como consecuencia de las altas deformaciones alcanzadas. Los patrones de agrietamiento ayudan a identificar las zonas de los modelos que se encuentran sometidas a compresión y a tensión, permitiendo la elaboración de modelos simplificados, por ejemplo, a través del método de puntales y tensores (Schlaich *et al.*, 1987), que resulten adecuados para su uso cotidiano en la práctica de la ingeniería estructural.

Como se ha comentado con anterioridad, el agrietamiento de muros de mampostería confinada se asemeja más a un modelo de fractura discreta, que si no se conoce previamente la localización de la grieta, se requiere de la adaptación de la malla de elementos finitos a medida que ésta se propaga, requiriéndose de una gran cantidad de recursos de cómputo y volviéndose prácticamente inaplicable cuando se intenta analizar algún problema en el que se presentan grietas múltiples. Para poder emplear el modelo de la fractura distribuida y lograr una mayor semejanza entre los patrones de agrietamiento analíticos y experimentales, seguramente ayudaría la posibilidad de contar con elementos tipo interfaz que permitiesen modelar de manera más precisa la zona de contacto entre el tablero de mampostería y los elementos confinantes de concreto reforzado. Esta posibilidad está ya disponible, junto con algunas otras mejoras, en la nueva generación del software SBETA, ahora llamado ATENA.

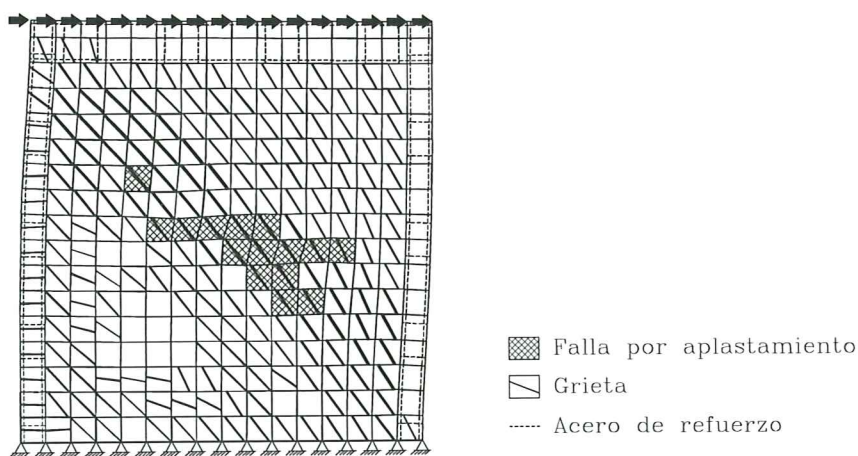


Figura 4.15. Patrón final de agrietamiento del modelo *mc5a*, mostrando la geometría deformada.

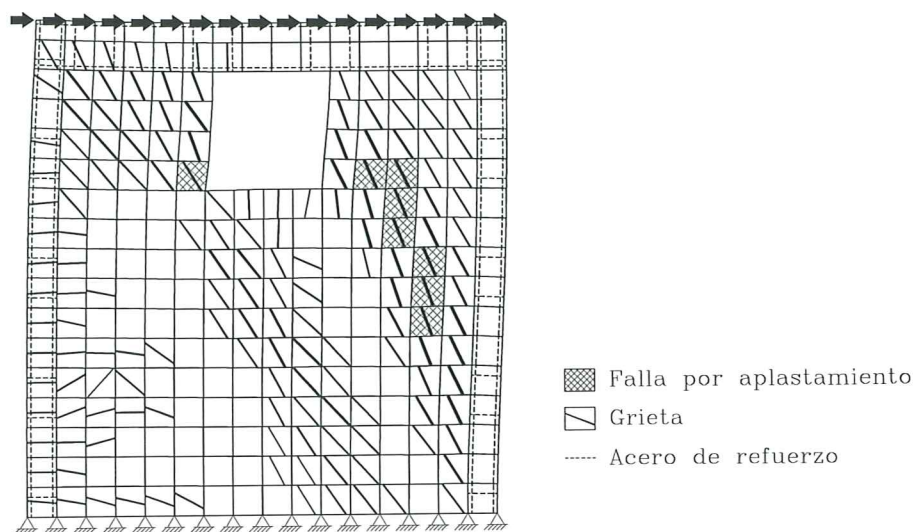


Figura 4.16. Patrón final de agrietamiento del modelo *mc5c*, mostrando la geometría deformada.

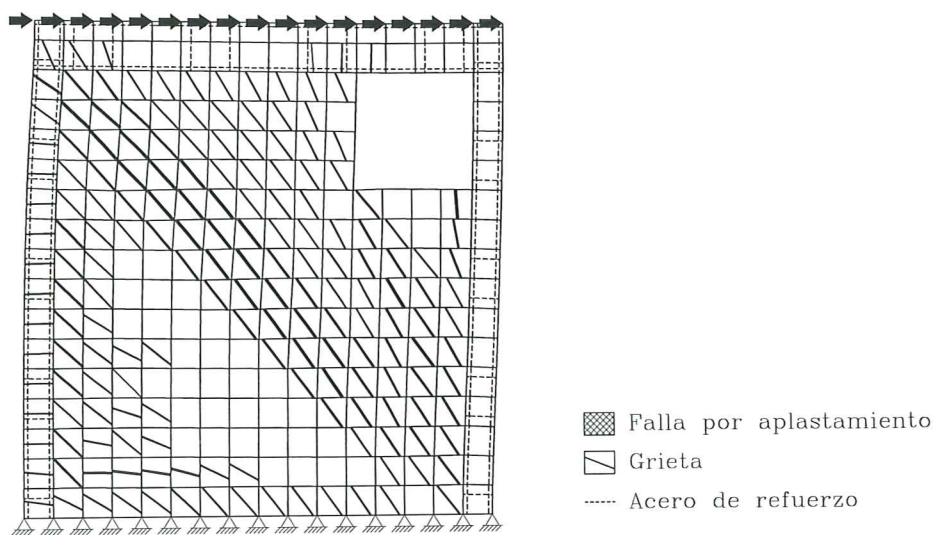


Figura 4.17. Patrón final de agrietamiento del modelo *mc5h*, mostrando la geometría deformada.

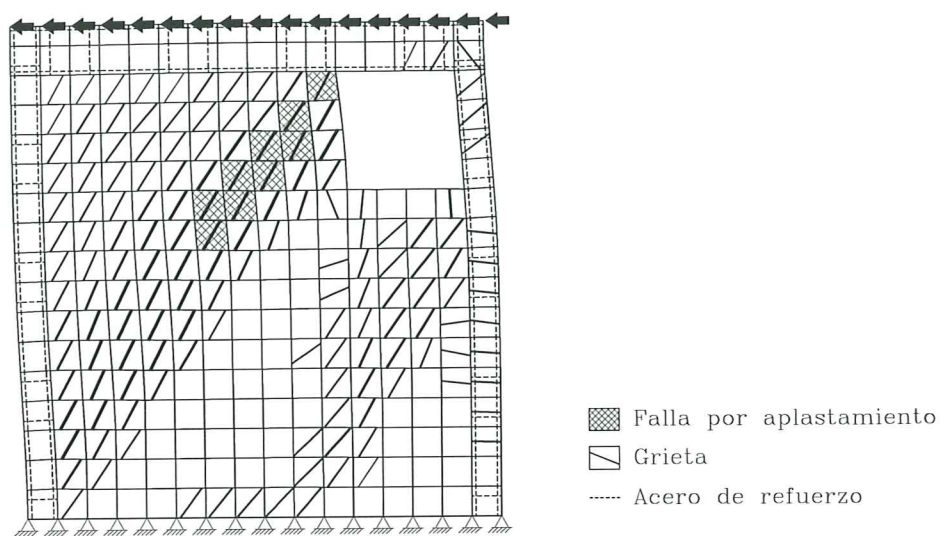


Figura 4.18. Patrón final de agrietamiento del modelo *mc5i*, mostrando la geometría deformada.

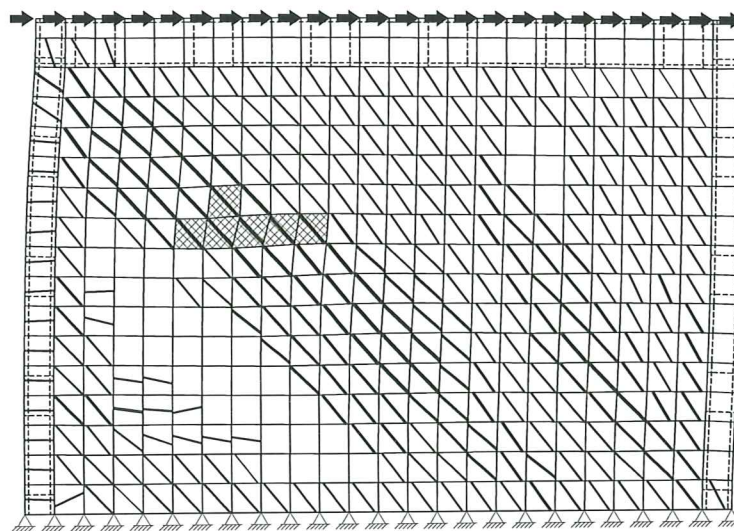


Figura 4.19. Patrón final de agrietamiento del modelo *ma5a*, mostrando la geometría deformada.

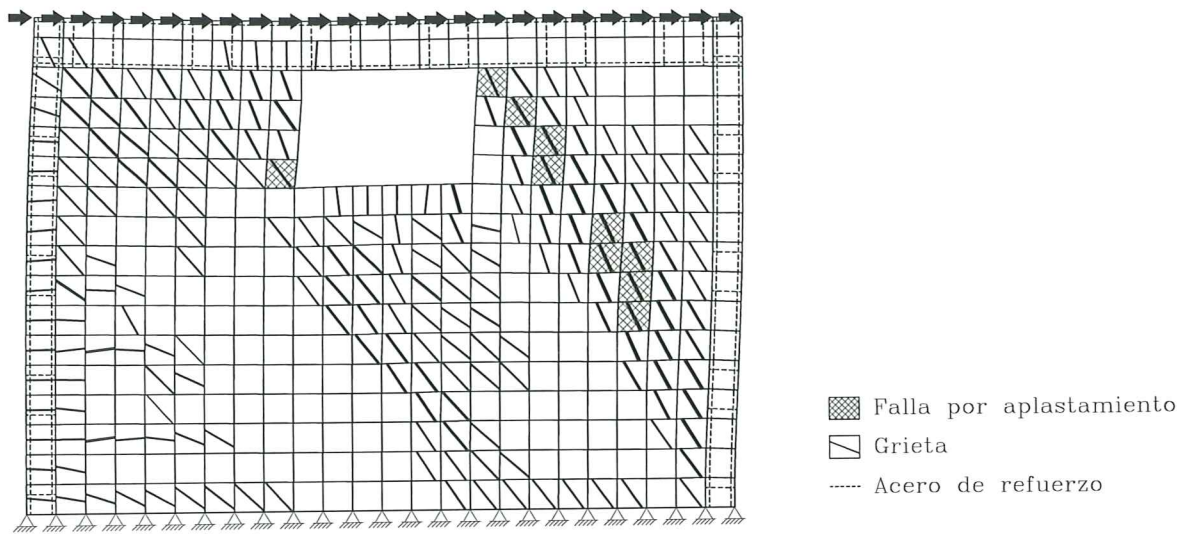


Figura 4.20. Patrón final de agrietamiento del modelo *ma5b*, mostrando la geometría deformada.

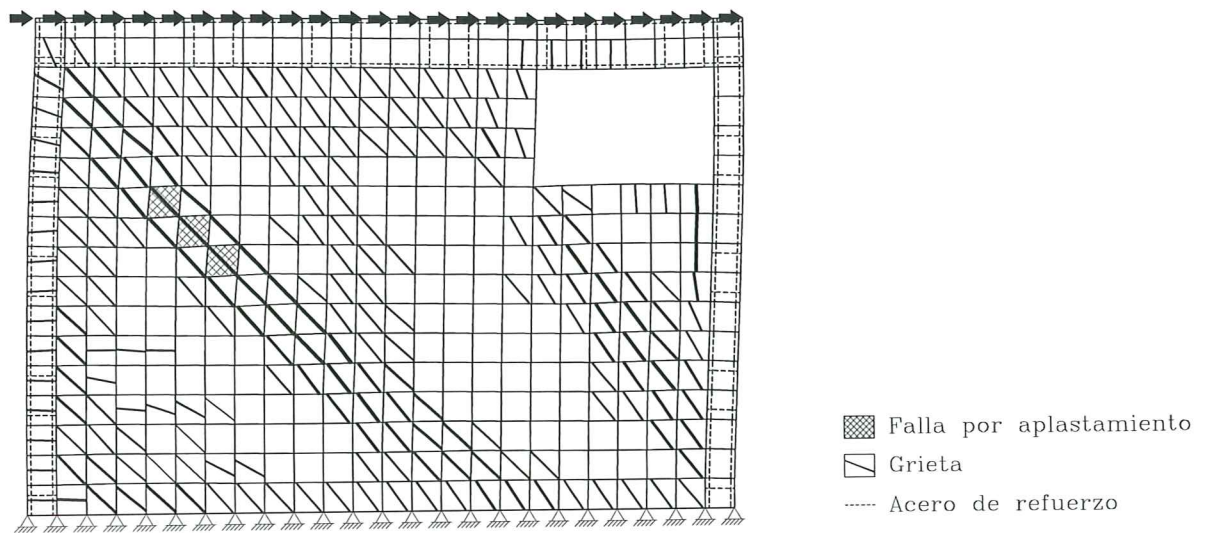


Figura 4.21. Patrón final de agrietamiento del modelo *ma5d*, mostrando la geometría deformada.

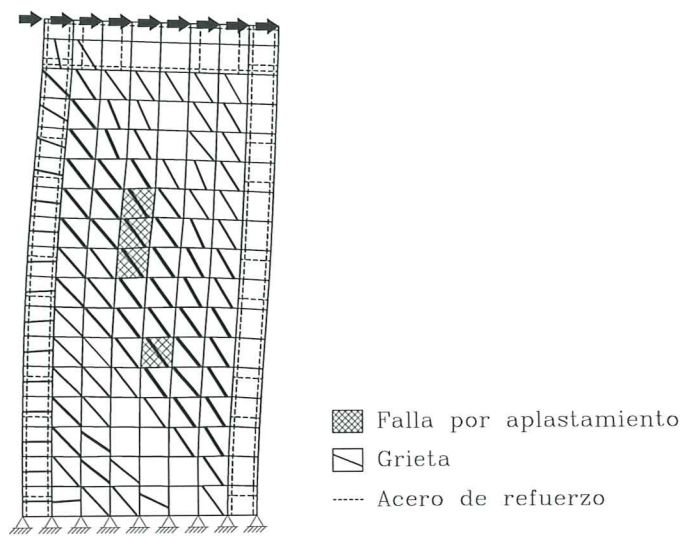


Figura 4.22. Patrón final de agrietamiento del modelo *me5a*, mostrando la geometría deformada.

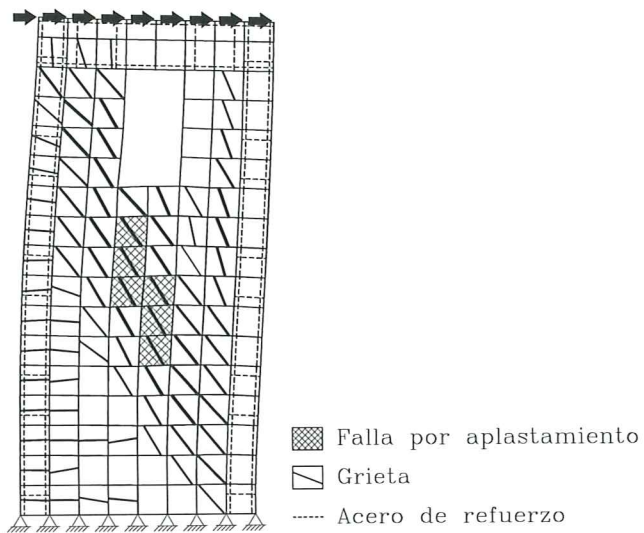


Figura 4.23. Patrón final de agrietamiento del modelo *me5b*, mostrando la geometría deformada.

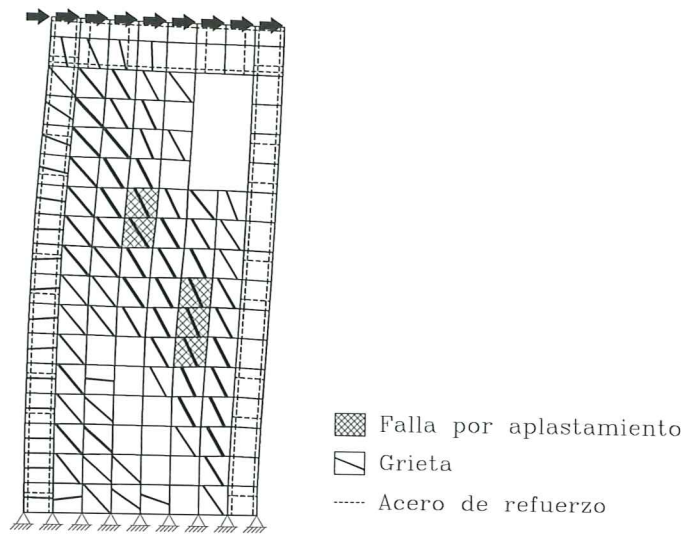


Figura 4.24. Patrón final de agrietamiento del modelo *me5d*, mostrando la geometría deformada.

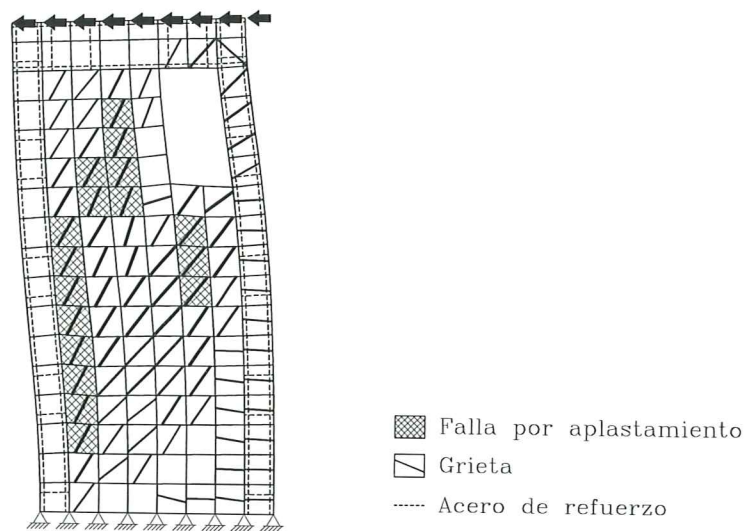


Figura 4.25. Patrón final de agrietamiento del modelo *me5e*, mostrando la geometría deformada.

4.5 MODELOS DE COLUMNA ANCHA

En la sección 2.3.3 se planteó un modelo de columna ancha para el espécimen WWW que permitió calcular, con bastante aproximación, la rigidez lateral del sistema para fines de análisis sísmico elástico. El modelo consistió, además de las dos columnas anchas que simulaban los muros y la trabe que simulaba la dala-losa con el pretil, en una columna corta que se ubicó debajo de la abertura, y en una trabe de rigidez infinita a flexión y a fuerza axial que conectaba a las tres columnas a nivel del lecho inferior del hueco, y que tuvo como finalidad idealizar la zona de muro que se localizaba entre el nivel de desplante y el lecho bajo de la abertura como una trabe que no se flexiona por estar apoyada en toda su longitud (figura 2.24). A la columna corta se le asignaron las propiedades de la porción de muro que quedaba debajo de la abertura y la trabe de rigidez infinita (debajo de la abertura) sirvió para hacer trabajar a la columna corta en conjunto con las dos columnas anchas.

El modelo arriba descrito se aplicó también a los modelos cuadrados *mc0c* (con abertura al centro, de 60 x 60 cm, figura 3.1-c) y *mc0g* (con abertura lateral, de 60 x 60 cm, figura 3.1-g). En la figura 4.26 se presentan los modelos de columna ancha para los especímenes anteriores.

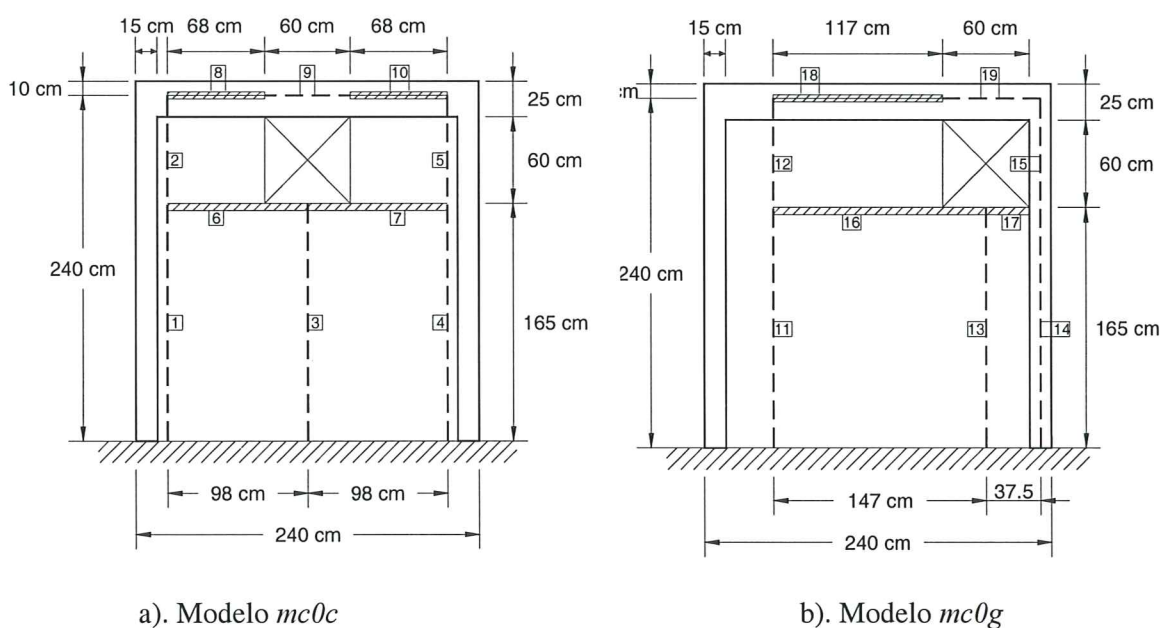


Figura 4.26. Modelos de columna ancha.

Las propiedades elásticas de las barras de ambos modelos quedaron definidas por su módulo de elasticidad:

- $E=600f^*_m=600 \times 36=21,600 \text{ kg/cm}^2$ mampostería
- $E=14,000\sqrt{f^*_c}=14,000\sqrt{260}=225,743 \text{ kg/cm}^2$ concreto

Para el cálculo de las propiedades geométricas de las secciones transversales, las porciones de concreto fueron transformadas a mampostería mediante la relación modular

- $$n = \frac{225,743}{21,600} = 10.45$$

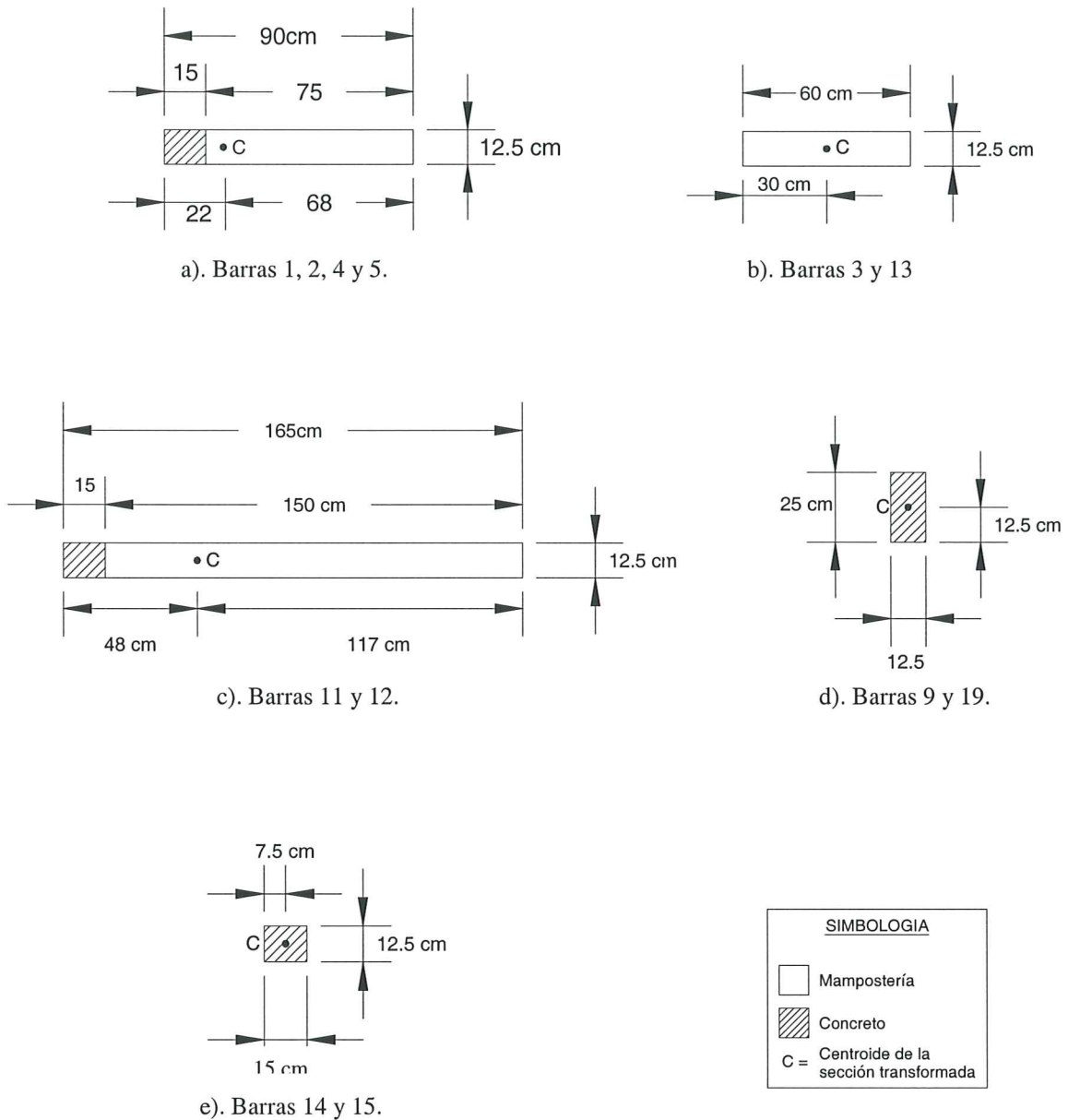


Figura 4.27. Secciones transversales de las barras, modelos mc0c y mc0g.

La geometría de las secciones transversales de las barras se muestra en la figura 4.27. En la Tabla 4.2 se presentan las propiedades geométricas de las secciones transformadas.

Para el modelo *mc0c* se obtuvieron las siguientes rigideces de entrepiso:

- $K=67.2$ t/cm rigidez inicial, análisis no lineal, método de los elementos finitos
- $K=70.8$ t/cm análisis elástico lineal, método de la columna ancha

Tabla 4.2. Propiedades elásticas y geométricas de las secciones transformadas.

Barra	E, t/m ²	ν	A, m ²	A _c , m ²	I, m ⁴
1, 2, 4 y 5	216,000	0.25	0.29	0.24	0.0176
3 y 13	216,000	0.25	0.075	0.06	0.0023
11 y 12	216,000	0.25	0.38	0.32	0.1007
14 y 15	216,000	0.25	0.20	0.16	0.0004
6, 7, 8, 10, 16, 17 y 18	216,000	0.25	∞	∞	∞
9 y 19	216,000	0.25	0.33	0.27	0.0017

En la tabla: E = módulo de elasticidad

ν = relación de Poisson

A = área de la sección

A_c = área de cortante

I = momento de inercia

Para el modelo *mc0g* se obtuvieron los siguientes resultados:

- K=69.6 t/cm rigidez inicial, análisis no lineal, método de los elementos finitos
- K=75.9 t/cm análisis elástico lineal, método de la columna ancha

Comparando los resultados, se aprecia que el método de la columna ancha proporcionó valores de la rigidez de entrepiso ligeramente mayores, del 5% y del 9% respectivamente, que los obtenidos en el análisis no lineal de elementos finitos; se trata pues, de discrepancias bastante aceptables en la práctica de la ingeniería estructural.

En conclusión, resultó factible emplear el método de la columna ancha para evaluar la rigidez de entrepiso de dos modelos de muros de mampostería confinada con aberturas. Vale la pena señalar que se trata de modelos simples con solamente una abertura, por lo que puede resultar aventurado el extrapolar este modelo a muros con geometría y/o distribución de aberturas más complejas (Tena-Colunga, 1992).

REFERENCIAS

- Aguilar, G., Meli, R., Díaz, R. and Vázquez del Mercado, R., (1996)**, "Influence of horizontal reinforcement on the behavior of confined masonry walls". Paper No. 1380, Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Gro., México.
- Alcocer, S. M., (1999)**, Comunicación personal.
- Alcocer, S. M., Meli, R., Sánchez, T. A. y Flores, L. E., (1994)**, "Comportamiento ante cargas laterales de sistemas de muros de mampostería confinada con diferentes grados de acoplamiento a flexión". Cuaderno de Investigación No. 17, CENAPRED, México, pp 53-76.
- Alvarez, J. J. y Alcocer, S. M., (1994)**, "Influencia del refuerzo horizontal y de la relación de aspecto en muros de mampostería confinada". IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, pp. 815-825, Zacatecas, Zac., México.
- Bathe, K. J., (1982)**, *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Bazán, E., (1980)**, "Muros de mampostería ante cargas laterales. Estudios analíticos". Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Bazán, E. y Meli, R., (1999)**, *Diseño sísmico de edificios*. Editorial LIMUSA, México, pp 67-70.
- Bazant, Z. P., (1983)**, "Crack Band Theory for Fracture of Concrete", RILEM, Paris, France, pp. 155-177.
- Casal, J., (1985)**, "Análisis lineal del comportamiento de muros de mampostería con aberturas sujetos a cargas laterales". Colloquia 85, Ingeniería Estructural, Buenos Aires, Argentina.
- Cervenka, V., (1985)**, "Constitutive model for cracked reinforced concrete", Journal of the ACI, No. 6 Proceedings V. 82, pp. 877-882.
- Cervenka, V. and Pukl, R., (1995)**, "SBETA. Computer program for nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures in plane stress state. Program documentation, release 4.95". Praga, República Checa.
- Cervenka, V., Eligehausen, R. and Pukl, R., (1991)**, "FEM Computer Models of Concrete Structures", IABSE Colloquium "STRUCTURAL CONCRETE", Stuttgart, Germany.
- Cervenka, V., Pukl, R. and Eligehausen, R., (1990)**, "FEM Simulation of Concrete Fracture", ECF 8 Fracture Behavior and Design of Materials and Structures, Preprints of the 8th Biential European Conference on Fracture, Torino, Italy, pp. 728-733.
- Cervenka, V., Pukl, R. and Eligehausen, R., (1991)**, "Fracture Analysis of Concrete Plane Stress. Pull-Out Tests", Fracture Processes in Brittle Disordered Materials, Noordwijk, Holland.
- Crisfield, M. A. and Wills, J., (1989)**, "The Analysis of Reinforced Concrete Panels Using Different Concrete Models", Journal of Engineering. Mechanics, ASCE, Vol. 115, No 3, pp. 578-597.

- Darwin, D. and Pecknold, D. A., (1977)**, "Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete". Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM2, pp. 229-241.
- Decanini, L., Payer, A., Serrano, C. y Terzariol, R., (1985)**, "Investigación experimental sobre el comportamiento sismorresistente de prototipos a escala natural de muros de mampostería encadenada". Colloquia 85, Ingeniería Estructural, Buenos Aires, Argentina.
- Departamento del Distrito Federal DDF (1995)**, "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería". Gaceta Oficial del DDF, México.
- Departamento del Distrito Federal DDF, (1996)**, "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto". Gaceta Oficial del DDF, México.
- Diez, J., Astroza, M. y Delfín, F., (1988)**, "Estudio experimental de modalidades de refuerzo para muros de albañilería de unidades cerámicas". Colloquia 88, Madrid, España.
- Dyngeland, T., (1989)**, "Behavior of Reinforced Concrete Panels", Dissertation, Trondheim University, Norway.
- Echevarría, G. y San Bartolomé, A., (1986)**, "Ensayos de carga lateral en muros de albañilería confinada. Efectos de la carga vertical". VI Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Cajamarca, Perú.
- Flores, L., (1995)**, "Estudio analítico de estructuras de mampostería confinada". Tesis de Ingeniero Civil, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, pp 97-104.
- Herrera, E., (1992)**, "Efecto de la carga vertical en el comportamiento de muros de albañilería reforzada sometidos a carga lateral alternada". Tesis de Ingeniero Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Hillerborg, A., (1991)**, "Reliance upon Concrete Tensile Strength", IABSE Colloquium Stuttgart "STRUCTURAL CONCRETE", Stuttgart, pp. 589-604.
- Instituto Nacional de Prevención Sísmica INPRES, (1983)**, "Normas argentinas para construcciones sismorresistentes. Parte III. Construcciones de Mampostería". Reglamento INPRES-CIRSOC 103, Argentina.
- Ishibashi, K., and Katsumata, H., (1994)**, "A study on nonlinear finite element analysis of confined masonry walls". Cuaderno de Investigación No. 15, CENAPRED, México.
- Kardestuncer, H., (1974)**, *Introducción al análisis estructural con matrices*. Ed. Mc Graw Hill, México.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H. K. and Rüschi, H., (1969)**, "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses", Journal of the ACI, No. 8 Proceedings V.66, pp. 656-666.
- Meli, R., (1979)**, "Comportamiento sísmico de muros de mampostería". 2ª edición, publicación No. 352, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Meli, R., Alcocer, S. M. y Díaz-Infante, L. A., (1994)**, "Características estructurales de la vivienda de interés social en México". Cuaderno de Investigación No. 17, CENAPRED, pp 25-52, México.

Michelini, R., Olivencia, L y Maldonado, N., (1986), “Resultados experimentales de la variación de la carga normal en paneles de mampostería sometidos a carga horizontal”. VI Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, Argentina.

Orduña, A., (1999), “Modelo de muros de mampostería para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diafragma”. Tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Orduña, A. y Ayala, A. G., (1999), “Simulación analítica del comportamiento de muros de mampostería confinada sujetos a cargas laterales”. XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Morelia, Mich., México, pp 387-396.

Pande, G. N. and Middleton, J., (1995), “Homogenisation of masonry”. Página web: www.swan.ac.uk/civeng/Research/masonry/homogen.htm, Universidad de Swansea, Gran Bretaña.

Park, R. y Paulay T., (1983), *Estructuras de concreto reforzado*. Ed. Limusa, México.

Popov, E., (1976), *Introducción a la mecánica de sólidos*. Ed. LIMUSA, México, pp 339-374.

Schlaich, J., Schäfer, K. and Jennewein, M., (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”. PCI-Journal, Special Report, Vol. 32, No. 3, pp 74-150.

Tena-Colunga, A., (1992), “Response of an unreinforced masonry building during the Loma Prieta earthquake”. Tesis Doctoral, Universidad de Illinois, EUA, pp 72-96.

Torrealva, D. y Macciotta, A., (1986), “Influencia de la esbeltez en la resistencia al corte de la albañilería confinada”. VI Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Perú.

Vecchio, F. J. and Collins, M. P., (1986), “Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear”, Journal of the ACI, No. 2 Proceedings V. 83, pp. 219-231.

Vos, E.,(1983), “Influence of loading rate and radial pressure on bond in reinforced concrete”. Dissertation, Delft University, pp. 219-220.

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA
Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1 *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2 *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almasa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3 *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4 *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5 *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN: 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6 *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, R. Aguiar, 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7 *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango Gonzalez, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.
- IS-8 *Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base*, A.H. Barbat, N. Molinares, J. Rodellar, 124 pp., ISBN 84-87867-46-4, 1994.
- IS-9 *Análise estocástica da resposta sísmica nao-linear de estruturas*, A.M. F. Cunha, 199 pp., ISBN: 84-87867-47-2, 1994
- IS-10 *Definición de la acción sísmica*, A.H. Barbat, L. Orosco, J.E. Hurtado, M. Galindo, 122 pp., ISBN: 84-87867-448-0, 1994
- IS-11 *Sismología y peligrosidad sísmica*, J.A. Canas Torres, C. Pujades Beneit, E. Banda Tarradellas, 87 pp., ISBN: 84-87867-49-9, 1994

- IS-12 *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, F. Yépez, A.H. Barbat, J.A. Canas, 104 pp., ISBN: 84-87867-50-2, 1995
- IS-13 *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-57-X, 13 pp., 1995
- IS-14 *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, F. Yépez, A.H. Barbat y J.A. Canas, ISBN: 84-87867-58-8, 103 pp., 1995
- IS-15 *Diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado*, L. Bozzo, A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-59-6, 185 pp., 1995
- IS-16 *Modelo tridimensional de atenuación anelástica de las ondas sísmicas en la Península Ibérica*, J.O. Caselles, J. A. Canas, Ll. G. Pujades, R.B. Herrmann, ISBN: 84-87867-60-X, 119 pp., 1995
- IS-17 *Índices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, R. Aguiar, ISBN: 84-87867-43-X, 99 pp., 1996
- IS-18 *Experimental study of a reduced scale model seismically base isolated with Rubber-Layer Roller Bearings (RLRB)*, D. Foti, J.M. Kelly, ISBN: 84-87867-82-0, 112 pp., 1996
- IS-19 *Modelos de evaluación del comportamiento sísmico no lineal de estructuras de hormigón armado*, F. Yépez Moya, ISBN: 84-87867-80-4., 96pp., 1996
- IS-20 *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, F. Yépez Moya, A.H. Barbat, J.A. Canas, ISBN: 84-87867-81-2, 1996
- IS-21 *Modelización de la peligrosidad sísmica. Aplicación a Cataluña*, J.A. Canas, J.J. Egozcue, J. Miquel Canet y A.H. Barbat, ISBN: 84-87867-83-9, 101pp., 1996
- IS-22 *Evaluación del daño sísmico global en edificios porticados de hormigón armado*, R. Aguiar, A.H. Barbat and J. Canas, ISBN: 84-87867-96-0, 173pp., 1997
- IS-23 *Daño sísmico global en edificios con muros de cortante*, R. Aguiar, ISBN: 84-89925-00-3, 101 pp., 1997

- IS-24 *Conceptos de cálculo de estructuras en las normativas de diseño sismorresistente*, A.H. Barbat y S. Oller, ISBN: 84-89925-10-0, 107pp., 1997
- IS-25 *Stochastic dynamics of hysteretic structures*, J.E. Hurtado, ISBN: 84-89925-09-7, 205pp., 1998
- IS-26 *Análisis de los acelerogramas de la serie de Adra (Almería). Diciembre 1993 a Enero 1994*, R. Blázquez, A. Suárez, E. Carreño y A.J. Martín, ISBN: 84-89925-11-9, 91pp., 1998
- IS-27 *Respuesta de puentes frente a acciones sísmicas*, E. Maldonado, J.A. Canas, J.R. Casas, L.G. Pujades, ISBN: 84-89925-23-2, 107pp., 1998
- IS-28 *Estudio de parámetros en la vulnerabilidad sísmica de puentes*, E. Maldonado, J.A. Canas y J.R. Casas, ISBN: 84-89925-16-X, 97pp., 1998
- IS-29 *Metodologias para o cálculo sísmico não-linear de barragens de betão*, R. Faria ISBN: 84-89925-25-9, 113pp., 1998
- IS-30 *Acciones para el diseño sísmico de estructuras*, R. Aguiar, ISBN: 84-89925-27-5, 122pp., 1998
- IS-31 *Avaliação do comportamento sísmico de barragens de betão*, R. Faria, ISBN: 84-89925-28-3, 88pp., 1998
- IS-32 *Vulnerabilidad sísmica de hospitales. Fundamentos para ingenieros y arquitectos*, O.D. Cardona, ISBN:84-89925-33-X, 165pp., 1999
- IS-33 *Modelación estocástica de la acción sísmica*, J. E. Hurtado, ISBN:84-8925-34-8, 93pp., 1999
- IS-34 *Earthquake simulator testing of a steel model seismically protected with friction energy dissipators*, D. Foti and J. Canas, ISBN: 84-89925-40-2, 110pp., 1999
- IS-35 *Plasticidad y fractura en estructuras aporticadas*, J. Flórez López, ISBN: 84-89925-46-1, 90pp., 1999
- IS-36 *Estimación de efectos locales con movimientos sísmicos y microtemblores*, V. Giraldo, A. Alfaro, L. G. Pujades, J. A. Canas, ISBN: 84-89925-54-2, 83pp., 1999

- IS-37 *Modelo numérico de elastómeros multi-fase y su aplicación al análisis de estructuras con aislamiento sísmico*, O. Salomón, S. Oller y A. H. Barbat, ISBN: 84-89925-54-2, 239pp., 1999
- IS-38 *Dinámica de estructuras. Aplicaciones a la Ingeniería Sísmica*, J.E. Hurtado, ISBN:84-89925-59-3,177pp., 2000
- IS-39 *Utilización de los conjuntos difusos en modelos de vulnerabilidad sísmica*, E. Maldonado Rondón, J.R. Casas Rius y J.A. Canas, ISBN:84-89925-61-5, 89pp, 2000
- IS-40 *Modelo de vulnerabilidad sísmica de puentes basado en " Conjuntos Difusos "*, E. Maldonado Rondón, J.R. Casas Rius, J. A.Canas, ISBN: 84-89925-64-X, 110pp, 2000
- IS-41 *Vulnerabilidad de puentes de autopista. Un estado del arte*, C. Gómez Soberón, A. Barbat, S. Oller, ISBN: 84-89925-64-X, 168pp, 2000
- IS-42 *Fuerzas sísmicas en los Países Bolivarianos*, R. Aguiar Falconí, ISBN: 84-89925-74-7, 101pp., 2000
- IS-43 *Espectros de input de energía de aplicación en el proyecto sismorresistente estructuras en regiones de sismicidad moderada*, A. Benavent-Climent, L.G. Pujades, F. López-Almansa, ISBN: 84-89925-86-0, 85 pp., 2001
- IS-44 *Capacidad límite última de disipación de energía de estructuras de hormigón Armado sometidas a acciones sísmicas*, A. Benavent- Climent, F. López-Almansa, L. G. Pujades, ISBN: 84-89925-88-7, 2001
- IS-45 *Evaluación del daño en edificios y desempeño sísmico. Programa de ordenador CEINCI3*, R. Aguiar Falconí, ISBN: 84-89925-87-9, 107pp., 2001

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.

