

# ASPECTOS BÁSICOS DE LAS NORMATIVAS DE CÁLCULO SÍSMICO

**S. Oller y A. Barbat**

*Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE)*

*Universidad Politécnica de Cataluña*

*Campus Norte UPC, 08034 Barcelona*

*e-mail: oller@cimne.upc.es*

## 1 ASPECTOS GENERALES

Todas las normativas de diseño sismorresistente vigentes en los distintos países del mundo tienen su ámbito de aplicación claramente definido y éste se extiende concretamente al campo de las *estructuras de edificación*. Sin embargo, a algunas de las normativas se les da una cierta apariencia de “generalidad”, lo que a veces produce una cierta confusión entre los ingenieros y arquitectos que las deben aplicar en el diseño. La mencionada apariencia, que se debe solamente a la falta de claridad de las normativas, puede producir la impresión de que éstas son de obligatoria aplicación para cualquier tipo de estructura. En realidad, dichas normativas son generales solamente en lo referente a la definición de la peligrosidad sísmica en el país, es decir, al cálculo de la intensidad o aceleración máxima del terreno en cualquier sitio. Sin embargo, en cada país existen normas específicas para el cálculo y diseño de estructuras no edilicias.

En los cálculos dinámicos previstos en todas las normativas de diseño sismorresistente de edificios se utilizan modelos simplificados, de edificio de cortante. Dichos modelos son aplicables a la mayoría de los edificios más utilizados en la práctica y, a pesar de las simplificaciones que contienen, proporcionan resultados con una precisión satisfactoria. Las simplificaciones que se realizan al modelizar una estructura tridimensional como edificio de cortante pueden resumirse en lo siguiente:

- El edificio se considera sometido, por separado, a dos componentes horizontales ortogonales de la aceleración sísmica. En

consecuencia, se realizan dos cálculos diferentes, uno para cada componente de aceleración, utilizando en cada uno de ellos el modelo de edificio de cortante de la estructura correspondiente a la dirección de la acción. Al final del proceso de cálculo, los resultados obtenidos para las dos direcciones se combinan, considerando para la aceleración sísmica la dirección más desfavorable. En todas las normativas se prevén reglas para la mencionada combinación de resultados.

- En la modelización de los pórticos que componen cada dirección se consideran diafragmas rígidos en los pisos y se supone que la traslación horizontal es el único grado de libertad por planta.
- La totalidad de la masa del edificio se concentra a nivel de las plantas y se considera que el resto de la estructura no tiene masa.
- Las masas concentradas se conectan entre sí mediante barras elásticas sin masa, cuya rigidez es equivalente a la rigidez total de cada planta.
- La torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, después de efectuar el análisis dinámico para los grados de libertad de traslación.

Todas estas son simplificaciones que implícitamente se hacen al realizar un cálculo dinámico de un edificio mediante el modelo de cortante. Sin embargo, los errores de cálculo que suponen son razonablemente pequeños, hecho por el cual el modelo de edificio de cortante es generalmente considerado por los calculistas de estructuras como adecuado y utilizado en todas las normativas.

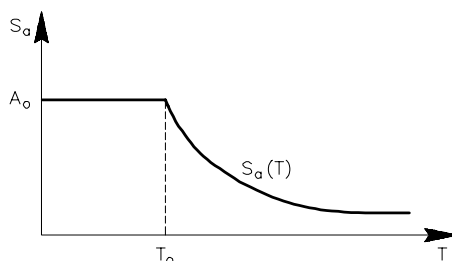
El procedimiento habitual de cálculo dinámico de estructuras prescrito en todas las normativas de diseño sismorresistente del mundo, utiliza la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta y proporciona como resultado del cálculo únicamente la respuesta máxima de la estructura. Sin embargo, es interesante recordar que en algunas normativas se deja abierta la posibilidad de definir la acción mediante acelerogramas reales o artificiales representativos de una zona, que se deben escalar en amplitudes y frecuencias de forma

que sean compatibles con los espectros sísmicos de respuesta estipulados en la misma normativa (NCSE 1994; E8 1993). Una definición de este tipo sería útil en un cálculo no lineal de las estructuras. Pero dichas normativas no proporcionan ningún procedimiento numérico de definición de los mencionados acelerogramas, dejando al usuario la libre elección de alguno.

## 2 ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA

En la mayoría de las normativas de cálculo sísmico del mundo se formula una única función genérica para la curva de amplificación de las aceleraciones, válida para una región sísmica entera en la que la norma define la acción. Esta función de amplificación genérica, una vez multiplicada por la máxima aceleración sísmica del terreno ver normativa NCSE-94), proporciona la máxima aceleración de respuesta de un modelo con un solo grado de libertad como función del período propio de dicho modelo, es decir, un espectro de respuesta en aceleraciones. Los espectros de respuesta genéricos que se obtienen de esta forma se ajustan luego a las diferentes subzonas de la región mediante su multiplicación por diferentes coeficientes, generalmente empíricos, que caracterizan dicha subzona a partir de criterios tales como sismicidad, peligrosidad sísmica, importancia socio-económica, geología, etc. (Barbat *et al.* 1996). Todos estos aspectos están incorporados en la normativa española dentro de un único coeficiente, mal llamado *coeficiente de riesgo sísmico*,  $R$ . En la figura 1 puede verse el aspecto que suelen tener los espectros sísmicos de respuesta en las normativas de diseño.

Utilizando otros coeficientes, los espectros se ajustan también a las características de la estructura que se diseña, considerando como criterios: tipología, rigidez, ductilidad, características de los materiales, tipo de cimentación, condiciones locales de suelo, características de amortiguamiento, importancia en los instantes posteriores a los terremotos, etc. Una vez definido un espectro de diseño de esta manera, las normativas estipulan el cálculo de las fuerzas sísmicas modales equivalentes a utilizar para determinar la respuesta estructural total.



*Figura 1: Forma típica de los espectros de respuesta en las normativas sismorresistentes.*

### 3 ASPECTOS DE CÁLCULO DE LAS FUERZAS SÍSMICAS

El proceso de cálculo previsto en las normativas de diseño sismorresistente se desarrolla en las siguientes etapas:

1. Cálculo de los períodos propios de la estructura y de las formas modales correspondientes. En muchas normas, para los edificios de cortante se incluyen fórmulas empíricas que proporcionan, de manera simplificada, dichas características dinámicas.
2. Se utiliza el espectro de respuesta proporcionado por la norma para determinar las ordenadas espectrales correspondientes a cada modo de vibración que se incluya en el análisis.
3. Se calculan las fuerzas sísmicas equivalentes de cada modo de vibración, multiplicando las ordenadas espectrales por la masa y por el coeficiente de participación modal.
4. Se efectúa un cálculo estático de la estructura sometida a la acción de estas fuerzas sísmicas modales equivalentes. Se obtienen, de esta manera, valores máximos de los esfuerzos en la estructura en cada modo de vibración. Los esfuerzos totales se calculan efectuando la superposición modal mediante algún procedimiento estadístico.

Los primeros tres pasos de este procedimiento tienen carácter dinámico, mientras que el cuarto es estático. Por este motivo, a este tipo de análisis se le llama pseudodinámico.

Considérese una estructura con  $n$  grados de libertad, en cuyo análisis se incluye un número  $q \leq n$  de modos de vibración. Una de las posibilidades de definir las fuerzas sísmicas equivalentes  $F_{ri}^S$  correspondientes al modo  $i$  de vibración y al grado de libertad  $r$  ( $r$  puede identificarse en los pórticos de cortante con el número del piso en estudio) es mediante la ecuación

$$F_{ri}^S = c_{ri} G_r \quad (1)$$

en la cual dichas fuerzas están expresadas en función del peso  $G_r$  de la masa concentrada al nivel  $r$  de la estructura. El  $c_{ri}$  es el coeficiente sísmico correspondiente al grado de libertad  $r$  y al modo  $i$  de vibración. Esta formulación es la que más se utiliza en prácticamente todas las normativas de cálculo sísmico del mundo. Se puede deducir la siguiente expresión teórica del coeficiente sísmico:

$$c_{ri} = A_{ri} \frac{(S_a)_i}{g} \quad (2)$$

Una manera alternativa de expresar las fuerzas sísmicas equivalentes, y que está prevista en algunas normativas, es

$$F_{ri}^S = A_{ri} c_i G_r \quad (3)$$

donde se ha introducido la notación

$$c_i = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (4)$$

siendo  $c_i$  el coeficiente sísmico correspondiente al modo  $i$  de vibración.

Si el coeficiente sísmico  $c_i$  fuese formulado en las normativas de acuerdo con la teoría, tendría una expresión del tipo

$$c_i = k_S \beta_i \quad (5)$$

En la ecuación (5),  $\beta_i$  es el coeficiente de amplificación dinámica (Barbat *et al.* 1996) y  $k_S$  es el coeficiente de intensidad sísmica de

la zona, definido como la relación entre la aceleración máxima del terreno y la aceleración de la gravedad

$$k_S = \frac{|a(t)|_{\max}}{g} \quad (6)$$

Comparando (5) con (4) se observa que

$$\beta_i k_S = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (7)$$

lo que significa que el producto  $\beta_i k_S$  describe el espectro sísmico de diseño definido por la normativa, reducido por la aceleración de la gravedad.

Sin embargo, en el cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes estipulado en las distintas normativas de diseño del mundo, los coeficientes sísmicos se formulan mediante ecuaciones que incluyen, además de éstos, otros parámetros, que describen, de una manera simplificada, ciertas características de la subzona sísmica y de la estructura que no han sido incluidos en la teoría. Dichas características son de gran importancia en describir el comportamiento sísmico real de los edificios, pues tienen como objetivo el de eliminar las limitaciones en los cálculos dinámicos teóricos, tanto en lo referente a la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta, como en lo que respecta al modelo simplificado de edificio de cortante. Entre los coeficientes que no aparecen en la mencionada teoría, pero que están incorporados en las normativas de cálculo sísmico de diferentes países del mundo, pueden citarse los siguientes:

- Coeficiente de riesgo sísmico,  $R$ , que está relacionado con el período de retorno del terremoto de diseño y con la vida útil —o tiempo de exposición— de la estructura.
- Coeficiente de ductilidad  $\mu$  de la estructura.
- Coeficiente  $\delta$  que considera el efecto del tipo de cimentación y de suelo, es decir, de la interacción suelo-estructura (el coeficiente se denomina  $C$  en la normativa NCSE-94).
- Coeficiente  $I$  que considera la importancia que puede tener una estructura en los instantes posteriores a un terremoto fuerte, en

la mitigación de los efectos del terremoto. A este coeficiente se hace referencia de manera implícita en los apartados 1.2.2 y 1.2.3 de la normativa NCSE-94.

En el caso particular de la NCSE-94 todos estos aspectos están incluidos en el cálculo de  $(S_a)_i$ ). Teniendo en cuenta estas observaciones, la ecuación (5) se puede completar, obteniéndose la siguiente fórmula genérica de cálculo del coeficiente sísmico:

$$c_i = k_S \beta_i R (1/\mu) \delta I \quad (8)$$

Este mismo coeficiente puede verse en la normativa NCSE-94. Cada normativa sísmica incorpora de forma distinta todos o algunos de los anteriores coeficientes, dando lugar sus propias expresiones de cálculo del coeficiente sísmico. De entre todos los coeficientes mencionados debe destacarse al que incluye en el cálculo el efecto de la *ductilidad*, por el hecho de que, al describir fenómenos de no linealidad del material, está directamente relacionado con el daño que sufren las estructuras durante la acción sísmica.

Sin embargo, existen otros problemas del cálculo dinámico de los edificios, que no pueden solucionarse modificando el coeficiente sísmico de la fórmula (8) mediante incorporación de nuevos parámetros. Un primer problema es el de las grandes deformaciones que puede sufrir una estructura bajo las acciones sísmicas, es decir el de la no linealidad geométrica. Un planteamiento simplificado de este problema, que admite la hipótesis de que las tensiones y deformaciones coinciden en la configuración inicial y deformada de la estructura, se conoce como análisis de segundo orden. En el análisis sísmico de edificios, dicho problema recibe, habitualmente, el nombre de *efecto  $P - \Delta$*  (véase para detalles sobre este tema el apartado 3.7.7 de la normativa NCSE-94). El segundo problema es el de la *torsión* global que sufren los edificios durante la acción de los terremotos. Un cálculo dinámico que contemple el fenómeno de torsión requiere utilizar grados de libertad de giro en el plano de los pisos, y dichos grados de libertad no se consideran en un modelo estructural de edificio de cortante. Por este motivo, en el caso de este tipo de modelos, es posible incluir en el análisis el efecto de la torsión solamente de una manera desacoplada. Esto quiere decir que deben calcularse primeramente

los esfuerzos seccionales debidos a las fuerzas sísmicas equivalentes correspondientes a los grados de libertad de traslación, y sumarlas luego con los esfuerzos seccionales debidos a la torsión.

A continuación se harán unos breves comentarios referentes a estos tres importantes aspectos: ductilidad, efecto  $P - \Delta$  y torsión estructural.

## 4 ESPECTROS DE RESPUESTA INELÁSTICOS

La energía inducida por los terremotos en estructuras se disipa en parte por el efecto del amortiguamiento y en parte por el efecto de las deformaciones no elásticas en los elementos estructurales. Las estructuras bien diseñadas y construídas deben ser capaces de absorber y disipar la energía, sufriendo un daño mínimo durante terremotos moderados y daños limitados durante terremotos fuertes. La simulación numérica del proceso de deterioro de las estructuras durante la acción sísmica es complicada, requiriendo procedimientos sofisticados de cálculo no lineal. A pesar de sus numerosas ventajas, los espectros de respuesta, en la forma en la cual han sido definidos, tienen la gran limitación de que pueden aplicarse sólo al análisis de estructuras lineales elásticas. Es de gran utilidad extender el concepto de espectro de respuesta a sistemas no lineales, especialmente para su uso en el cálculo de estructuras menos complejas como, por ejemplo, los edificios de cortante.

### 4.1 No linealidad en el comportamiento estructural

El desarrollo que se ha realizado en el apartado 2.2, sólo se refiere a un oscilador con un grado de libertad y con comportamiento elástico lineal. Existen muchos casos estructurales donde no se cumple esta hipótesis básica. En estos casos la forma de obtener la respuesta para un oscilador no lineal es bastante distinta y más complicada que, en el caso de los osciladores lineales. No es posible utilizar la integral de Duhamel por que esta implica superposición de respuestas que, para osciladores con comportamiento no-lineal, no se puede realizar. Sólo es posible obtener la respuesta mediante la resolución numérica de la ecuación diferencial del movimiento (métodos de integración



paso a paso, explícitos o implícitos) y, a partir de allí, obtener los máximos. No obstante, en este apartado se consideran las posibles no linealidades que se presentan en una estructura y se estudia la manera en la cual pueden reflejarse en los espectros de respuesta de una forma simplificada.

En la ecuación del movimiento se pueden tener no linealidades en los tres términos de fuerza. Pero es conveniente obviar la *no linealidad en el término de masa*, puesto que esta se mantiene constante en la vida de una estructura  $m(t) = cte$ . En cambio sí se debe considerar la *no linealidad por amortiguamiento* que, por tratarse de un fenómeno viscoso, el coeficiente de amortiguamiento depende de la velocidad y no es constante  $s(\dot{x}) \neq cte$  (Barbat *et al.* 1993) (Luccioni *et al.* 1995). Este tipo de no linealidad no es posible contemplarla dentro de los espectros de respuesta. La *no linealidad en la rigidez  $k(x)$*   $\neq cte$ , se puede producir por dos motivos: uno por que se presentan *grandes deformaciones*, es decir una relación no lineal entre el campo de desplazamientos y el de deformaciones  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ ; y otro por la *no linealidad constitutiva* o del material propiamente dicho  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varepsilon})$ :  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , que se debe a fenómenos de plasticidad, degradación, fractura, etc. *Esta no linealidad en la rigidez es la que se puede representar dentro de un espectro de respuesta de manera simplificada*, y luego obtener una respuesta estructural corregida, como si se tratase de una estructura elástica equivalente (Hanganu *et al.* 1994) (Oller *et al.* 1992).

## 4.2 Fenómeno de ductilidad – conceptos básicos

Todos los fenómenos de no linealidad en la rigidez, podrían incluirse de una manera simplificada, dentro de un concepto que en la ingeniería sísmica se conoce como *ductilidad estructural*. Es decir, se puede admitir que el comportamiento no-lineal que se manifiesta en un oscilador se produzca por la acción conjunta de fenómenos plásticos, de degradación de rigidez, de microfisuras, etc. (Hanganu *et al.* 1994, Oller *et al.* 1992). Por otro lado se puede observar que estos fenómenos producen grandes incrementos en los desplazamientos  $\Delta x$ , con incrementos pequeños, nulos o negativos en las fuerzas  $\Delta F$  y una disipación energética no recuperable. Por el momento se dirá que la *ductilidad estructural está relacionada con la capacidad de disipación*

*energética* que tiene una estructura sometida a carga cuasi-estática, y que no tiene ninguna relación con la disipación producida por el amortiguamiento, que sólo depende de la velocidad. La disipación de energía independiente del tiempo (cuasi-estática), conduce a que *la fuerza real que actúa sobre la estructura sea inferior a la que corresponde al caso elástico*. De esto surge el *coeficiente de reducción por ductilidad*  $\rho$  (Newmark y Rosenblueth 1971) y cuya expresión es:

$$\rho = \frac{F}{F^{in}} \quad (9)$$

donde  $F$  representa la fuerza actuante en una estructura cuyo comportamiento es idealmente elástico y  $F^{in}$  la correspondiente a la estructura real, cuyo comportamiento es inelástico.

Newmark establece tres tipos distintos de coeficientes de reducción según la parte del espectro en que se encuentre el período fundamental del oscilador (ver la figura 2), cuya justificación es la siguiente:

- *Para períodos bajos  $T$  en la zona de aceleración constante* (frecuencia alta –figura 2–), propone que tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica, deba mantenerse constante la fuerza aplicada, por lo tanto no hay reducción de las mismas:

$$S_a = S_a^{in} \implies \rho = \frac{F}{F^{in}} = \frac{m S_a}{m S_a^{in}} = 1 \quad (10)$$

- *Para períodos intermedios  $T$  en la zona de velocidad constante*, propone mantener constante la energía tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

$$\begin{aligned} \text{Area} &: (oab) = \text{Area}(ocde) \\ \frac{1}{2}Fx &= \frac{1}{2}F^{in}x^{in} + F^{in}(x_{ult} - x^{in}) \\ \frac{1}{2}F\frac{F}{k} &= \frac{1}{2}F^{in}\frac{F^{in}}{k} + F^{in}\left(\mu\frac{F^{in}}{k} - \frac{F}{k}\right) \\ F^2 &= (F^{in})^2(2\mu - 1) \Rightarrow \rho = \frac{F}{F^{in}} = \sqrt{2\mu - 1} \Rightarrow S_a^{in} = \frac{S_a}{\sqrt{2\mu - 1}} \end{aligned} \quad (11)$$

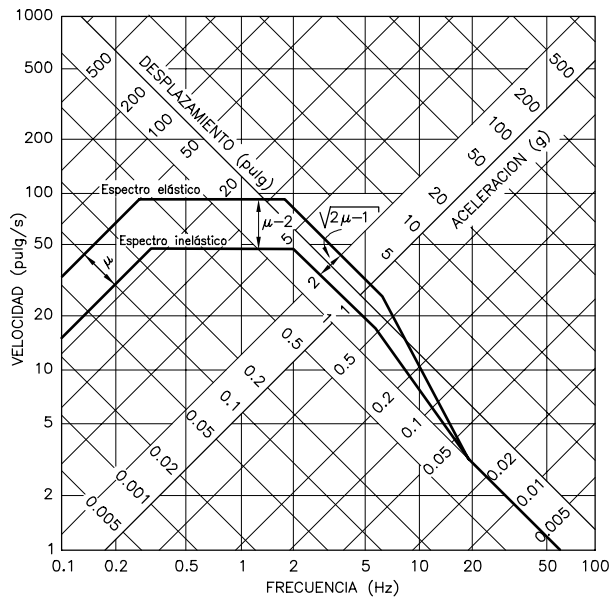


Figura 2: Diagrama espectral de diseño para una aceleración máxima del terreno de 1.0g sin amortiguamiento.

donde  $\mu$  representa la relación que hay entre el desplazamiento último y aquel correspondiente al umbral inelástico inicial.

- Para períodos altos  $T$  en la zona de desplazamiento constante (frecuencia baja –figura 2–), propone mantener constante la proporcionalidad entre desplazamientos y fuerzas tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

$$\rho = \frac{F}{F^{in}} = \frac{x^{ult}}{x^{in}} = \mu \Rightarrow \frac{m S_a}{m S_a^{in}} = \mu \Rightarrow S_a^{in} = \frac{S_a}{\mu} \quad (12)$$

Esta última forma de definir la ductilidad es la adoptada por las normativas NCSE-94.

Aunque no existe una completa justificación de la aplicación de los espectros de respuesta no lineales al cálculo de la respuesta máxima de

sistemas con varios grados de libertad (Lin y Mahin 1985), prácticamente todas las normativas sísmicas del mundo admiten su utilización en el diseño de edificios.

## 5 EL EFECTO $P - \Delta$

El efecto  $P - \Delta$  se refiere al momento adicional producido por las acciones verticales con los desplazamientos laterales de las columnas, en edificios sometidos a fuerzas laterales. En la figura 3 puede verse una columna sometida a una fuerza axial  $P$ , a un cortante  $V$  y a momentos flectores  $M_A$  y  $M_B$  en sus extremos.

Bajo las mencionadas acciones, la columna sufre un desplazamiento lateral relativo  $\Delta$  entre sus extremos  $A$  y  $B$ . El momento adicional, de segundo orden, que se produce en estas condiciones es  $M^{so} = P \Delta$ , al que le corresponde un esfuerzo cortante adicional  $V^{so} = P \Delta / L$ , siendo  $L = h_A - h_B$ , donde  $h_A$  y  $h_B$  son las alturas de los extremos  $A$  y  $B$  de la columna, respectivamente. Evidentemente, la consideración del efecto  $P - \Delta$  de esta manera simplificada no tiene en cuenta el hecho de que el desplazamiento lateral  $\Delta$  de la columna sufre un nuevo incremento debido al efecto del momento de segundo orden  $M^{so}$  y que, en consecuencia, dicho incremento de  $\Delta$  también produce un incremento adicional del momento. Si se considera un edificio de cortante con  $n$  niveles, el desplazamiento lateral total en un piso cualquiera  $r$  de dicho edificio, denominado  $(\Delta_r)_{total}$ , que incluye de manera completa el efecto  $P - \Delta$ , puede evaluarse mediante la siguiente ecuación (Paz 1994):

$$(\Delta_r)_{total} = (\Delta_r) \left( \frac{1}{1 - \zeta_r} \right) \quad (13)$$

donde  $\zeta_r$  es la relación entre el momento total de segundo orden  $M_r^{SO}$  y el momento de vuelco  $M_r^V$

$$\zeta_r = \frac{M_r^{SO}}{M_r^V} \quad (14)$$

El momento de vuelco total al nivel  $r$ ,  $M_r^V$ , puede calcularse a partir de los valores modales  $M_{ri}^V$ , aplicando el procedimiento SRSS o CQC. El momento total de segundo orden al nivel  $r$  se calcula como



Figura 3: Columna deformada con efecto  $P - \Delta$ .

$$M_r^{SO} = P_r (\Delta_r)_{total} \quad (15)$$

donde  $P_r = \sum_{j=r}^n G_j$ , siendo  $G_r$  el peso correspondiente a la masa concentrada en el piso  $r$ . De esta manera, la ecuación (11) puede reescribirse en la forma

$$\zeta_r = \frac{P_r (\Delta_r)_{total}}{M_r^V} \quad (16)$$

El efecto  $P - \Delta$  puede despreciarse en el caso en que el coeficiente  $\zeta_r$  no excede el valor de 0.1 para cualquier piso del edificio.

## 6 EL EFECTO DE LA TORSIÓN GLOBAL DE LA ESTRUCTURA

Existen principalmente dos casos en los cuales debe considerarse en el análisis dinámico la torsión. El primero se debe a la presencia de una componente torsional significativa en el movimiento sísmico del terreno. Obviamente, inclusive las estructuras perfectamente simétricas experimentarían vibraciones de torsión en este caso. El procedimiento habitual de solucionar este problema consiste en utilizar un modelo estructural de masas concentradas que considera grados de libertad

de giro alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez de cada planta. Sin embargo, debe mencionarse que la componente torsional del movimiento del terreno suele ser despreciable y que, en consecuencia, dicho efecto no se contempla en las normativas de diseño.

En el segundo caso, la torsión se debe a la no coincidencia del centro de masa de cada planta de la estructura con el centro de rigidez de la misma. Dicha no coincidencia se debe principalmente a la falta de simetría de las estructuras. Sin embargo, debe añadirse el caso de estructuras con una aparente simetría de forma, pero en las cuales los dos centros no coinciden debido a inexactitudes en la realización de la construcción o a la no homogeneidad accidental de los materiales. En este caso, la torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, calculándose por separado los esfuerzos debidos a la torsión en los pilares de la estructura —éstos son los elementos que absorben el momento de torsión— y sumándolos después a los esfuerzos producidas por las fuerzas sísmicas equivalentes.

El análisis parte de la definición de la excentricidad  $e_r$  como la distancia entre el centro de masa del piso  $r$  y su centro de rigidez. Al momento de torsión modal correspondiente al piso  $r$  y al modo de vibración  $i$  se le denominará  $M_{ri}^t$ . Es el momento de las fuerzas cortantes de piso, aplicadas en el centro de masa de los pisos, con el brazo  $e_r$  y produce giros alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez del piso. En consecuencia, el momento de torsión se calcula mediante la ecuación

$$M_{ri}^t = e_r T_{ri}^S \quad (17)$$

Puesto que este cálculo se realiza para cada modo de vibración, es necesaria la superposición de los esfuerzos modales que se obtienen. Si el efecto de la torsión es significativo, es recomendable la utilización del procedimiento **CQC** (Der Kiureghian 1980; Wilson *et al.* 1981).

## REFERENCIAS

- [1] Barbat, A. H, Hanganu, A., Oller, S. and Oñate, E. (1993). “Rigorous damping matrix for finite element models with Viscous beha-

- viour applied to seismic problems”, “ComputING”, **5**,1-4.
- [2] Barbat, A. H., Hurtado, J. E., Orosco, L. y Canas, J. A. (1996), “Tendencias actuales en la definición de la acción sísmica”, en *Física de la Tierra*, editores M. C. Hernández Lucendo y M. Herraiz Sarachaga, Alhambra, Madrid (en prensa).
- [3] Der Kiureghian, A. (1980). *A Response Spectrum Method for Random Vibration*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, **UCB/EERC-80/15**.
- [4] E8 (second draft) (1993). *Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures*, Comité Européen de Normalisation (CEN), Brussels, TC250/SC8.
- [5] Hanganu, A., Barbat, A. H., Oller, S. y Oñate, E. (1994). *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-4**.
- [6] Lin, J. y Mahin, S. A. (1985). *Effect of Inelastic Behaviour on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, **UCB/ EERC-85/08**.
- [7] Luccioni, B, Oller, S. y Barbat, A. H. (1995). “Simulación del amortiguamiento estructural de Rayleigh por medio de modelos viscoelásticos”, *XXVII Jornadas Sud Americanas de Ingeniería Estructural*, Tucumán, Argentina, **IV**, 1-12.
- [8] NCSE (1994). *Norma de Construcción Sismorresistente*, Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, Real Decreto 2543/1994 de 29 de Diciembre, BOE **33**, 8 de Febrero de 1995, 2935-3980.
- [9] Newmark, N. M. y Rosenblueth, E. (1971) *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- [10] Oller, S., Barbat, A. H., Oñate, E. y Hanganu, A. (1992). “A damage model for seismic analysis of building structures”, *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam, 2593-2598.
- [11] Paz, M. (1994). “Structures modeled as Multidegree-of-freedom systems”, capítulo 4 del *International Handbook of Earthquake Engineering*, editor Mario Paz, Chapman & Hall, New York.

- [12] Wilson, E. L., Der Kiureghian, A. y Bayo, E. P. (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **9(2)**, 187-194.