

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

**Е. Астафьева
М. Турунцева**

**«Анализ возможностей повышения качества
прогнозирования цен на некоторые виды сырья
простейшими методами комбинирования отдельных
прогнозов»
(препринт)**

АСТАФЬЕВА Екатерина Викторовна, ст.н.с., Лаборатория макроэкономического прогнозирования, РАНХиГС

ТУРУНЦЕВА Марина Юрьевна, директор научно-исследовательской Лабораторией макроэкономического прогнозирования, доцент

Москва 2023

В настоящее время комбинирование прогнозов рассматривается, как наиболее простой способ улучшить качество прогнозирования по сравнению с отдельными моделями.

Цель данной работы состоит в проверке возможностей простейших методов комбинирования, таких как простое среднее и оценки на основе средней квадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов, для улучшения качественных характеристик краткосрочных прогнозов пяти показателей цен на ресурсы. В основе работы лежит база прогнозов Бюллетеня краткосрочных прогнозов ИЭП, которая обеспечивает массив первичных (объединяемых) прогнозов и позволяет строить их комбинации в режиме реального времени.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что даже самые простые методы комбинирования можно рассматривать как способ повысить точность прогнозов. Кроме этого, в случае колебания цен на ресурсы можно даже выделить группу методов (а именно, комбинирование с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов), обеспечивающих максимальный выигрыш в качестве для большинства периодов.

Ключевые слова: комбинирование прогнозов, объединение прогнозов, цены на нефть, цены на алюминий, цены на золото, цены на никель, цены на медь.

JEL classification: C53.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

1. ПРОСТЕЙШИЕ МЕТОДЫ КОМБИНИРОВАНИЯ ПРОГНОЗОВ
2. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ПРОСТЕЙШИХ КОМБИНИРОВАННЫХ ПРОГНОЗОВ ЦЕН НА ПРИРОДНЫЕ РЕСУРСЫ

1.1 Цены на нефть марки Brent

1.2 Цены на алюминий

1.3 Цены на медь

1.4 Цены на никель

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

БЛАГОДАРНОСТИ

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование экономических показателей представляет собой комплексную задачу, включающую целый ряд этапов и требующую от аналитика большого мастерства. Он должен знать экономическую теорию, позволяющую строить экономические модели на основе анализа механизмов протекания изучаемых процессов и причинно-следственных связей между переменными. Он должен владеть математическим аппаратом, чтобы описать выбранную модель в виде набора уравнений, конкретизируя их функциональные формы, распределения переменных, их лаговую структуру и механизмы включения в модель. Он должен владеть статистическим инструментарием, во-первых, для определения наиболее подходящего способа оценки параметров модели и изменения спецификации, если оценочные уравнения окажутся неудовлетворительными статистически или экономически. Во-вторых, ему необходимо уметь строить прогнозы экзогенных переменных, например, с помощью анализа динамики временных рядов или экспертных оценок, и на их основе

ожидаемые значения прогнозируемой переменной. И, наконец, аналитик должен критически оценивать построенные прогнозы, знать возможные способы улучшения их качества путем объективных и субъективных корректировок с использованием всей имеющейся у него информации.

Т.о., на каждом этапе построения прогноза аналитик сталкивается с проблемой выбора варианта решения соответствующей задачи, что порождает огромное разнообразие прогнозов даже для одного показателя. В каждом конкретном случае качество прогноза определяется выбором аналитика на каждом из этапов. И трудно сказать заранее, какой из прогнозов продемонстрирует лучшие качественные характеристики: например, корректная теоретическая модель с неверно оцененными параметрами может уступать по качеству прогнозирования не полностью специфицированной теоретической модели с корректировками оценок.

Вопросы повышения качества прогнозирования являются предметом споров и обсуждений на протяжении многих лет. Среди работ, посвященных данной теме, можно выделить три основных направления: совершенствование старого и разработка нового инструментария оценки прогнозирующих моделей с учетом природы исследуемых показателей и доступного массива данных; изучение возможностей корректировки имеющихся прогнозов в зависимости от свойств модели и свойств предшествующих прогнозов; и анализ методов комбинирования прогнозов.

1. Простейшие методы комбинирования прогнозов

Следует отметить, что в настоящее время комбинирование прогнозов рассматривается, как наиболее простой способ повысить качество прогнозирования по сравнению с отдельными моделями. Эмпирические исследования реальных прогнозов свидетельствуют, что зачастую комбинации простых прогнозов позволяют получить существенный выигрыш в качестве прогнозирования по сравнению с отдельными прогнозами, пусть даже оцененными на основе сложных моделей [1]. В результате объединенные прогнозы широко используются банковскими аналитиками, прогнозистами частных компаний и в академических исследованиях.

В основе построения комбинированного прогноза показателя Y лежит массив индивидуальных прогнозов $\{\hat{Y}_{t+h|t}^i\}_{i=1}^n$, где $\hat{Y}_{t+h|t}^i$ – i -й индивидуальный прогноз ($i = \overline{1, n}$) на h шагов вперед, вычисленный на основе модели, оцененной по данным, доступным на момент времени t . А формула самого комбинированного прогноза $F_{t+h|t}^Y$ в большинстве случаев определяется, как взвешенная сумма отдельных прогнозов в виде:

$$F_{t+h|t}^Y = \sum_{i=1}^n w_{it} \hat{Y}_{t+h|t}^i$$

где w_{it} – вес i -го прогноза, полученного в момент времени t : $\sum_{i=1}^n w_{it} = 1$;

n – количество прогнозов в массиве.

Различия методов комбинирования определяются способами оценки весов, среди которых основную группу составляют простое среднее, оценки на основе средней квадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов, регрессионные оценки, оценки по факторным моделям и оценки, меняющиеся во времени [2]. В работе [3] все методы разбиваются на семь групп: на основе среднего арифметического, на основе МНК, на основе минимизации дисперсии ошибок, на основе результатов ретроспективных прогнозов, с применением факторного анализа, на основе попарных предпочтений, на основе квадратичного прогнозирования.

В данной работе мы рассматриваем простейшие методы комбинирования, к которым относят простое среднее и оценки на основе средней квадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов.

(1) Простое среднее. Процедура простого среднего объединения прогнозов заключается в нахождении среднего арифметического массива прогнозов:

$$F_{t+h|t}^Y = \sum_{i=1}^n \frac{\hat{Y}_{t+h|t}^i}{n}$$

При таком способе комбинирования веса всех прогнозов одинаковы, так что для объединения не требуется информация о значениях и качественных характеристиках прогнозов используемого массива в предыдущих периодах. В работах, посвященных анализу методов комбинирования прогнозов, как способов повышения качества прогнозирования, простое среднее очень часто рассматривается в качестве ориентира для сравнения при изучении более сложных подходов к оценке весов.

Примечательно, что эмпирические исследования реальных прогнозов часто демонстрируют парадоксальные результаты, в соответствии с которыми простые средние значения превосходят по качеству прогнозов более сложные статистические методы комбинирования (например, [4], [5], [6]). По мнению Эллиотта и Тиммерманна [7] усреднение прогнозов на основе равных весов позволяет уменьшить дисперсию ошибок прогноза, т.к. веса не зависят от вторых моментов прогноза, которые лежат в основе многих более сложных методов комбинирования.

Достоинствами простого среднего объединения прогнозов являются беспристрастность, надежность и множество эмпирических подтверждений факта улучшения качества прогнозирования в сравнении с отдельными прогнозами. А недостатки включают игнорирование потенциально полезной информации об исторической динамике

прогнозов и предположение о равнозначности (взаимозаменяемости) прогнозов используемого массива.

Простое среднее приводит к хорошим результатам в условиях стандартных предположений о распределении ошибок. Если распределение ошибок существенно отличается от нормального, методы линейного комбинирования не позволяют получить оптимальных оценок. Так что для распределений, характеризующихся достаточно тяжелыми хвостами, более эффективными являются такие оценки, как медиана.

(2) Объединение на основе средней квадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов. Использование данных о качестве прогнозов предыдущих периодов впервые было рассмотрено в работе Бейтса и Грейнджера [8], где авторы предложили подход, согласно которому веса отдельных прогнозов в их линейной комбинации минимизируют дисперсию ошибок комбинированных прогнозов. В соответствии с оценками авторов оптимальные веса отдельных прогнозов определяются на основе дисперсий и ковариаций ошибок прогнозов (поэтому в литературе этот метод носит название Variance-Covariance Method). Поскольку на практике ковариационная матрица неизвестна, при расчете весов используют оценки компонентов матрицы, полученные по выборке прогнозов. Кроме этого, в большинстве работ по комбинированию, прогнозы полагают некоррелированными, что существенно упрощает формулу расчета их весов:

$$w_{it} = \frac{\{\sum_t e_{it}^2\}^{-1}}{\sum_{i=1}^n \{\sum_t e_{it}^2\}^{-1}}$$

Т.е. веса принимают обратно пропорциональными среднеквадратичной ошибке прогноза в рассматриваемом периоде. Полагая прогнозы массива непредвзятыми, равенство суммы весов единице обеспечивает непредвзятость и комбинированного прогноза.

В той же работе [8] авторы предложили при усреднении ошибок прогнозов предыдущих периодов учитывать их удаленность от момента прогнозирования по формуле:

$$w_{it} = \frac{\{\sum_{h=1}^t \delta^h e_{i(t+1-h)}^2\}^{-1}}{\sum_{i=1}^n \{\sum_{h=1}^t \delta^h e_{i(t+1-h)}^2\}^{-1}}$$

где δ – коэффициент дисконтирования.

Т.о. при использовании дисконтируемых ошибок они суммируются с различными весами, так что более поздним наблюдениям придается больший вес.

Для комбинирования на основе ковариационной матрицы ошибок прогнозов допущение об их некоррелированности может привести к нестабильности весов.

Например, рассмотрим два прогноза, $\hat{Y}_{t+h|t}^1$ и $\hat{Y}_{t+h|t}^2$ для Y_{t+h} , сделанные в момент времени t , и их комбинированный прогноз в виде: $F_{t+h|t}^Y = w\hat{Y}_{t+h|t}^1 + (1-w)\hat{Y}_{t+h|t}^2$. Ошибки

этих прогнозов определяются, как $\varepsilon_{t+h|t}^i = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h|t}^i$, так что ошибка одношагового комбинированного прогноза составит: $\varepsilon_{t+1|t}^F = w\varepsilon_{t+1|t}^1 + (1-w)\varepsilon_{t+1|t}^2$.

Поэтому: $D(\varepsilon_{t+1|t}^F) = w^2(\varepsilon_{t+1|t}^1)^2 + (1-w)^2(\varepsilon_{t+1|t}^2)^2 + 2w(1-w)\text{Cov}(\varepsilon_{t+1|t}^1, \varepsilon_{t+1|t}^2)$. А минимальное значение дисперсии достигается при:

$$2w(\varepsilon_{t+1|t}^1)^2 - 2(1-w)(\varepsilon_{t+1|t}^2)^2 + (2-4w)\text{Cov}(\varepsilon_{t+1|t}^1, \varepsilon_{t+1|t}^2) = 0$$

Обозначив, $(\varepsilon_{t+1|t}^1)^2 = \sigma_1^2, (\varepsilon_{t+1|t}^2)^2 = \sigma_2^2, \text{Cov}(\varepsilon_{t+1|t}^1, \varepsilon_{t+1|t}^2) = \sigma_{12}$, получим, что

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}$$

Обозначив коэффициент корреляции ошибок, как ρ , формулу Бейтса–Грейнджера [8] для определения веса w_1 можно переписать в виде:

$$w_1 = \frac{1 - \rho\varphi}{1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi}, \varphi = \sigma_1/\sigma_2$$

В результате, при равных дисперсиях ошибок $\sigma_1 = \sigma_2$ отношение φ равно 1, так что независимо от значения коэффициента корреляции ρ веса комбинируемых прогнозов одинаковы и равны 0,5. В случае, когда дисперсии ошибок отличаются, веса отклоняются от 0,5. А поскольку:

$$w_1'' = \left(\frac{1 - \rho\varphi}{1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi} \right)'' = \left(\frac{\varphi - \varphi^3}{(1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi)^2} \right)' = \frac{4\varphi^2(1 - \varphi^2)}{(1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi)^3}$$

то и величина, и скорость отклонения растет с увеличением коэффициента корреляции, т.е. вес более чувствителен к изменениям ρ при высоких значениях ρ . Графическая иллюстрация нестабильности весов приведена в работе Винклера и Клемена [9], где авторы отмечают, что наибольшей чувствительностью к изменению ρ характеризуются веса прогнозов с отношением φ , близким (но не равным) к единице. Нестабильность весов, в свою очередь, влечет увеличение колебаний дисперсии комбинированного прогноза, особенно при близких к единице значениях φ и ρ .

Для произвольного конечного количества первичных прогнозов Рейд [10] и Грейнджер и Ньюболд [11] показали, что при выполнении условия их несмещенности, оптимальный комбинирующий весовой вектор \bar{w} задается формулой: $\bar{w} = \frac{\Sigma^{-1}i}{i'\Sigma^{-1}i}$, где Σ - ковариационная матрица ошибок одношаговых прогнозов, а i – единичный вектор-столбец соответствующей длины. Как отмечалось ранее, на практике ковариационная матрица Σ заменяется выборочной оценкой $\hat{\Sigma} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^T e_{it}e_{jt}$, так что ее элементы рассматриваются как фиксированные, но неизвестные величины, оцениваемые на основе T выборочных наблюдений.

Во многих работах отмечается, что оценка $\bar{w}_T = \frac{\hat{\Sigma}^{-1}i}{i'\hat{\Sigma}^{-1}i}$ оптимальна только при условии, что неизвестная ковариационная матрица ошибок Σ остается неизменной во времени. При нарушении этого условия комбинирование прогнозов с постоянными весами становится неоптимальным. Так, если ковариационная матрица меняется вследствие неравномерной скорости изменения качества отдельных прогнозов (или групп прогнозов), то оптимальная процедура комбинирования должна со временем увеличивать вес прогнозов, качество которых улучшается по сравнению с другими прогнозами. Если изменения ковариационной матрицы определяются свойствами прогнозирующих моделей, обеспечивающих различное качество прогнозов на разных этапах экономического развития, то при оптимальном комбинировании необходимо своевременно увеличивать вес первичных прогнозов, обладающих на данном этапе лучшими прогностическими способностями. Кроме этого, изменения ковариационной матрицы могут быть вызваны структурными изменениями макроэкономической среды, и влияние одного или одновременное влияние нескольких структурных шоков может по-разному отразиться на прогнозах, составленных различными методами. Еще один аргумент в пользу непостоянных весов выдвинули Грин, Хоури и Хайманс [12], которые отметили, что нелинейность лежащая в основе экономической структуры непосредственно приводит к непостоянным отклонениям в ошибках прогнозирования.

Один из вариантов решения проблемы неоптимальности постоянных весов состоит в расчете комбинирующих коэффициентов с помощью адаптивных алгоритмов "реального времени", которые оценивают ковариационную матрицу и вектор весов на основедвигающегося подмножества данных (последних V наблюдений имеющейся выборки)

В соответствии с таким подходом значения весов определяются качественными характеристиками первичных прогнозов в недавнем прошлом. К достоинствам использования подвижной выборки данных можно отнести допущение возможности нестационарной зависимости во времени между первичными прогнозами; к недостаткам – зависимость получаемого результата от V и отсутствие формальных способов определения его оптимального значения.

В эмпирических исследованиях (см. например, [13]) рассматриваются различные способы оценки:

$$\bar{w}_T = \frac{\hat{\Sigma}_T^{-1}i}{i'\hat{\Sigma}_T^{-1}i}; (\hat{\Sigma}_T)_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{t=T-V+1}^T e_{it}e_{jt}$$

на основе движущейся выборки, с учетом всей информации о дисперсии и ковариации;

$$w_{iT} = \frac{(\sum_{t=T-V+1}^T e_{iT}^2)^{-1}}{\sum_{j=1}^m (\sum_{t=T-V+1}^T e_{jT}^2)^{-1}}$$

на основе движущейся выборки, без учета информации о ковариации;

$$w_{iT} = \alpha w_{i(T-1)} + (1 - \alpha) \frac{(\sum_{t=T-v+1}^T e_{iT}^2)^{-1}}{\sum_{j=1}^m (\sum_{t=T-v+1}^T e_{jT}^2)^{-1}},$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$\bar{w}_T = \frac{\hat{\Sigma}_T^{-1} i}{i' \hat{\Sigma}_T^{-1} i}, (\hat{\Sigma}_T)_{ij} = \frac{1}{\sum_{t=1}^T \lambda^t} \sum_{t=1}^T \lambda^t e_{it} e_{jt}$$

$$w_{iT} = \frac{(\sum_{t=1}^T \lambda^t e_{iT}^2)^{-1}}{\sum_{j=1}^m (\sum_{t=1}^T \lambda^t e_{jT}^2)^{-1}}, \lambda \geq 1$$

на основе "адаптивная" схемы, без учета информации о ковариации;

на основе полной выборки, но бóльшими весами для недавних наблюдений, с учетом всей информации о дисперсии и ковариации;

на основе полной выборки, но бóльшими весами для недавних наблюдений, без учета информации о ковариации.

2. Анализ качества простейших комбинированных прогнозов цен на природные ресурсы

Цель данной работы состоит в проверке возможностей простейших методов комбинирования для улучшения качественных характеристик краткосрочных прогнозов пяти показателей цен на ресурсы: цены на нефть марки Brent (\$ за баррель), цены на алюминий (тыс. \$ за тонну), цены на золото (тыс. \$ за унцию), цены на медь (тыс. \$ за тонну) и цены на никель (тыс. \$ за тонну). В основе работы лежит база прогнозов Бюллетеня краткосрочных прогнозов ИЭП им. Е.Т. Гайдара¹, которая содержит массивы полугодовых² прогнозов, полученных шестью методами:

- $\hat{Y}_{t+h|t}^1$ ($i = 1$) – прогноз ИЭП – ARIMA-прогноз – прогноз на основе модели авторегрессии и скользящего среднего
- $\hat{Y}_{t+h|t}^2 = Y_{t-1}$ ($i = 2$) – наивный прогноз – прогноз, равный последнему известному на момент прогнозирования значению показателя
- $\hat{Y}_{t+h|t}^3 = Y_{t+h-1} + \Delta$ ($i = 3$) – наивный прогноз с дрейфом – прогноз, равный последнему известному на момент прогнозирования значению показателя,
- $\Delta = \frac{\sum_{\tau=t_0}^{t-3} Y_{\tau} - \sum_{\tau=t_0+1}^{t-2} Y_{\tau}}{t - t_0 - 2}$

¹ Бюллетень краткосрочных прогнозов ИЭП им. Е.Т.Гайдара – ежемесячный сборник, публикующий полугодовые прогнозы основных российских макроэкономических показателей: с января 2006 г. по декабрь 2012 г. – Бюллетень «Модельные расчеты краткосрочных прогнозов социально-экономических показателей РФ», с января 2013 г. – регулярный раздел «Научного вестника ИЭП им. Гайдара.ру» [14]. Массивы, собранные в процессе издания бюллетеня в период с 04.2006 по н.в., содержат для каждого месяца t прогнозы показателя на полгода вперед, полученные различными методами, и официальные статистические данные, доступные на момент прогнозирования.

² Учитывая, что в период t доступны реальные значения показателя только для периода $(t-1)$, полугодовые прогнозы цен на ресурсы представляют собой ожидаемые значения показателя на 2 – 7 месяцев (а не 1 – 6 месяцев) вперед.

➤ $\hat{Y}_{t+h|t}^4 = Y_{t+h-12}$

➤ $\hat{Y}_{t+h|t}^5 = \frac{1}{12} \sum_{\tau=t-1}^{t-12} Y_{\tau}$

➤ $\hat{Y}_{t+h|t}^6$

скорректированному на одношаговое изменение среднего значения показателя за весь период

($i = 4$) – наивный сезонный прогноз – прогноз, равный значению показателя в том же месяце предыдущего года

($i = 5$) – скользящее среднее – прогноз, равный последнему известному на момент прогнозирования среднему годовому значению показателя

($i = 6$) – линейный тренд – прогноз на основе модели линейного тренда, оцененной по данным в период до последнего известного на момент прогнозирования значения показателя

Дальнейший анализ прогностических способностей комбинированных прогнозов осуществляется для группы простейших прогнозов (называемых далее первичными), в которую входят наивный прогноз, наивный прогноз с дрейфом, наивный сезонный прогноз и скользящее среднее. Такой выбор продиктован качественными характеристиками указанных типов прогнозирования и доступностью их реализации.

В стандартной практике прогнозирования для сравнения качества прогнозов используется три основных показателя:

➤ средняя абсолютная процентная ошибка прогнозирования $MAPE = 100\% \cdot \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \left| \frac{\hat{Y}_{t+i|t} - Y_{t+i}}{Y_{t+i}} \right|$

➤ средняя абсолютная ошибка прогнозирования $MAE = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h |\hat{Y}_{t+i|t} - Y_{t+i}|$

➤ корень квадратный из средней квадратичной ошибки прогнозирования $RMSE = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{i=1}^h (\hat{Y}_{t+i|t} - Y_{t+i})^2}$

где h – длина интервала (горизонт) прогнозирования;

$\hat{Y}_{t+i|t}$ – прогнозное значение временного ряда, рассчитанное в момент времени t на i шагов вперед; Y_{t+i} – истинное значение временного ряда в момент времени $t + i$.

Корень квадратный из средней квадратичной ошибки прогнозирования и средняя абсолютная ошибка прогнозирования зависят от размерности прогнозируемого показателя и, следовательно, могут принимать довольно большие значения. Поэтому они используются аналогично информационным критериям при сравнении качества моделей: лучшей считается та модель, у которой статистика меньше. С этой точки зрения средняя абсолютная процентная ошибка является более удобным инструментом для оценки

качества прогнозов, поскольку измеряется в процентах от истинного значения прогнозируемого показателя и может быть использована и как сравнительная характеристика качества прогнозов, построенных по различным моделям, и как характеристика качества прогноза конкретной модели при некотором критическом уровне ошибки прогнозирования.

Для характеристики качества комбинированных прогнозов в работе рассматривается средняя за период 04.2009 – 12.2022 абсолютная процентная ошибка для каждого из h -шаговых прогнозов: $MAPE_T^i(h) = 100\% \cdot \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{\hat{Y}_{t|t-h}^i - Y_t}{Y_t} \right|$ и средняя абсолютная процентная ошибка всего массива прогнозов: $MAPE_T^i = 100\% \cdot \frac{1}{6T} \sum_{h=1}^6 \sum_{t=1}^T \left| \frac{\hat{Y}_{t|t-h}^i - Y_t}{Y_t} \right|$. Помимо средних значений для всего периода 04.2009 – 12.2022 в работе также приведены средние значения отдельно для каждого из последних четырех лет, позволяющих проанализировать качественные характеристики прогнозов в периоды разной волатильности показателей.

Поскольку цель работы состоит в сравнении качественных свойств различных прогнозов, в большинстве таблиц приводится относительная $MAPE$, равная отношению ошибки i -го прогноза к ошибке наивного прогноза $RMAPE_T^i = \frac{MAPE_T^i}{MAPE_T^2}$, которая характеризует преимущества (или, напротив, отставание) i -го прогноза в сравнении с наивным прогнозом, взятым в качестве ориентира.

Для комбинирования в работе используются две группы способов: (1) комбинирование на основе простого усреднения и (2) комбинирование на основе ошибок предыдущих периодов. Комбинированные прогнозы оцениваются в режиме реального времени, т.е. для каждого бюллетеня t веса прогнозов рассчитываются по данным, доступным на момент времени t : полугодовым прогнозам бюллетеней и истинным значениям показателя до $(t - 1)$ включительно.

В случае комбинирования на основе простого усреднения, веса, формирующие сумму $\sum_{i=1}^n w_{it} \hat{Y}_{t+h|t}^i$, вычисляются только по данным текущей прогнозной точки без учета свойств отдельных прогнозов в предыдущие периоды. В этой группе способов обычно рассматривают простое среднее значений массива прогнозов (или усеченное среднее) и медиану. Для простого среднего веса всех прогнозов одинаковы и равны $\left\{ w_{it} = \frac{1}{n} \right\}$.

Резюмируя преимущества простого усреднения Палм и Зеллнер [15], отмечают, что веса простейших способов комбинирования не нуждаются в оценке, что существенно упрощает построение комбинированного прогноза, особенно в ситуациях, когда информация об эффективности отдельных прогнозов недостаточна, или в условиях меняющихся во времени параметров прогнозирующей модели. Они также свободны от

влияния ошибок выборки и неопределенности модели. Кроме этого, простое среднее значение прогнозов может обеспечить снижение дисперсии и смещения за счет усреднения индивидуальных смещений отдельных прогнозов.

Следующая группа способов комбинирования при оценке весов использует информацию о качественных характеристиках прогнозов для предыдущих периодов. В роли основной характеристики качества выступает средняя квадратическая ошибка прогнозов $MSFE$. Т.к. используемый в работе массив содержит данные полугодических прогнозов, то для расчётов используется несколько способов простого усреднения квадратической ошибки:

- последняя доступная средняя квадратическая ошибка h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h = \frac{1}{6} \sum_{s=t-h-7}^{t-h-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2$
- последняя доступная средняя квадратическая ошибка полугодических прогнозов бюллетеня $MSFE_{it}^t = \frac{1}{6} \sum_{h=1}^6 (Y_{t-7+h} - \hat{Y}_{t-7+h|t-7}^i)^2$
- последняя доступная средняя квадратическая ошибка всех h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^{6h} = \frac{1}{6} \sum_{\tau=t-6}^{t-1} MSFE_{it}^h$
- последняя доступная средняя квадратическая ошибка полугодических прогнозов шести бюллетеней $MSFE_{it}^{6t} = \frac{1}{6} \sum_{\tau=t-6}^{t-1} MSFE_{it}^t$

Самый простой способ учесть качественные характеристики предыдущих прогнозов состоит в приравнивании комбинированного прогноза к индивидуальному прогнозу, который продемонстрировал лучшие свойства в предыдущем периоде, т.е. в приписывании всего веса одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза:

$$\begin{cases} w_{it} = 1, & i = \arg \left\{ \min_i MSFE_{it} \right\} \\ w_{it} = 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

В соответствии с рассматриваемыми в работе $MSFE$, данные комбинированные прогнозы названы "Последний лучший (h)", "Последний лучший (t)", "Последний лучший ($6h$)", "Последний лучший ($6t$)".

Согласно другому способу веса комбинированного прогноза полагают обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов [16], что с учетом

нормировки приводит к $\left\{ w_{it} = \frac{\frac{1}{MSFE_{it}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{MSFE_{it}}} \right\}$. Обоснование преимуществ качественных

характеристик таких комбинированных прогнозов перед индивидуальными прогнозами

представлено в работе Бейтса и Грейнджера [8] для случая объединения двух прогнозов. Так что выбор весов, обратно пропорциональных ошибкам, представляет собой обобщение схемы взвешивания Бейтса–Грейнджера на многомерный случай в предположении некоррелированности ошибок комбинируемых прогнозов.

Для таких комбинаций наряду со средней квадратической ошибкой часто рассматриваются дисконтированные суммы ошибок прогнозов, в которых вклад отдельных ошибок зависит от удаленности соответствующего прогноза и момента оценки. Так же как и в случае средней квадратической ошибки прогноза в работе рассматривается несколько видов дисконтированных сумм:

- последняя доступная дисконтированная сумма ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев

$$DSFE_{it}^h = \sum_{s=t-h-7}^{t-h-1} \delta_1^{t-h-s-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2$$
- последняя доступная дисконтированная сумма ошибок полугодических прогнозов бюллетеня

$$DSFE_{it}^t = \sum_{h=1}^6 \delta_2^h (Y_{t-7+h} - \hat{Y}_{t-7+h|t-7}^i)^2$$

где δ_1, δ_2 - коэффициенты дисконтирования. При $\delta_i = 1$ ошибки включаются в сумму с одинаковыми весами, независимо от лага между прогнозируемым периодом и моментом оценки, т.е. взвешивание без дисконтирования эквивалентно взвешиванию на основе $MSFE$. Веса на основе дисконтированных сумм также не учитывают корреляции между индивидуальными прогнозами. Однако, по мнению Клемена и Винклера [17] такой способ расчета весов позволяет снизить нестабильность оценок, обусловленную взаимосвязью между весами и корреляциями в ошибках прогнозирования.

Соответствующие указанным суммам комбинированные прогнозы названы "Дисконтированный прогноз (h)" и "Дисконтированный прогноз (t)".

В предыдущих методах, основанных на $MSFE$, усреднение ошибки осуществляется на основе данных шести предыдущих периодов, т.е. при расчетах рассматривается движущаяся выборка длины 6. Но длина выборки сама является параметром, определяющим значения весов комбинированных прогнозов. Поэтому наряду с дисконтированными прогнозами в работе рассматривается комбинированный прогноз (названный «Оптимальный»), веса которого находятся в соответствии с $MSFE_{it}(V) = \frac{1}{V} \sum_{s=t-h-V-1}^{t-h-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2$

1.1 Цены на нефть марки Brent

Прежде чем переходить к комбинированию, рассмотрим прогностические свойства имеющегося массива прогнозов показателя цен на нефть. Полученные результаты (таблица 1) показывают, что как средние значения ошибок отдельных прогнозов, так и выбор

лучшего из них существенно отличаются в зависимости от рассматриваемого периода усреднения, однако можно выделить и общие тенденции.

Таблица 1 – Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на нефть и доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя

Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	11.72	14.74	17.20	19.25	20.98	22.92	17.80
Наивный прогноз с дрейфом	11.91	15.00	17.69	19.81	21.81	23.91	18.35
Наивный сезонный прогноз	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60
Скользящее среднее	20.22	22.17	24.08	25.88	27.72	29.43	24.92
Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, доля							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз с дрейфом	0.44	0.44	0.44	0.44	0.41	0.44	0.43
Наивный сезонный прогноз	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57
Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
2019	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	7.33	10.14	12.32	12.74	11.82	13.12	11.24
Наивный прогноз с дрейфом	7.44	10.19	12.42	12.79	11.80	13.12	11.29
Наивный сезонный прогноз	15.46	15.46	15.46	15.46	15.46	15.46	15.46
Скользящее среднее	8.16	9.15	9.60	9.79	9.79	9.68	9.36
2020	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	38.61	45.33	48.89	50.67	53.93	58.20	49.27
Наивный прогноз с дрейфом	38.80	45.46	49.02	50.99	54.00	57.83	49.35
Наивный сезонный прогноз	68.80	68.80	68.80	68.80	68.80	68.80	68.80
Скользящее среднее	47.73	50.69	53.63	56.54	59.62	63.13	55.22
2021	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	9.77	12.63	17.62	20.47	23.15	26.97	18.43
Наивный прогноз с дрейфом	9.94	12.95	18.15	21.22	24.18	28.34	19.13
Наивный сезонный прогноз	41.70	41.70	41.70	41.70	41.70	41.70	41.70
Скользящее среднее	27.77	30.32	32.13	33.38	34.23	34.54	32.06
2022	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	13.18	16.56	21.11	24.85	25.92	25.81	21.24
Наивный прогноз с дрейфом	13.23	16.61	21.30	25.19	26.37	26.21	21.49
Наивный сезонный прогноз	27.58	27.58	27.58	27.58	27.58	27.58	27.58
Скользящее среднее	19.94	21.29	22.96	24.39	26.35	28.19	23.85

Результаты оценки подтверждают очевидный факт роста ошибки прогноза с увеличением шага прогнозирования. При этом, с ростом шага прогнозирования различия качества отдельных прогнозов уменьшаются.

В большинстве случаев в группе рассматриваемых прогнозов лучшие качества демонстрируют наивные прогнозы (с дрейфом и без). Следует также отметить, что в среднем за весь период все рассматриваемые прогнозы уступают наивным прогнозам, и та же ситуация наблюдается в 2020 – 2022 гг., т.е. периодах, подверженных влиянию экономических шоков. В 2019 г. наивные прогнозы уступают по качеству скользящему среднему.

При оценке способности прогнозов угадывать направление изменения показателя (рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом) наивный прогноз и скользящее среднее не рассматриваются, т.к. данные методы предполагают постоянство прогнозируемого значения. Из оставшихся способов прогнозирования лучшие результаты демонстрирует наивный сезонный прогноз (доля совпадений составляет ~57%).

Поскольку для всех рассмотренных периодов, кроме 2019 г., минимальную ошибку демонстрируют наивные прогнозы, анализ прогностических способностей комбинированных прогнозов осуществляется на основе относительного MAPE (в сравнении с наивным прогнозом), для 2019 г. сравнение со скользящим средним оговаривается отдельно.

Результаты простейших способов комбинирования (таблица 2, разделы (1) и (2)) показывают, что для всего рассматриваемого периода взвешенное суммирование первичных прогнозов не дает выигрыша в качестве прогнозирования в сравнении с наивным прогнозом (одновременно являющимся лучшим из комбинируемых первичных прогнозов). Однако оценки по годам демонстрируют другую картину.

Методы комбинирования на основе простого усреднения первичных прогнозов для большинства рассматриваемых лет (исключение составляет 2021 г.) оказываются предпочтительнее наивного прогноза (а в 2019 г. и скользящего среднего), т.е. дают качественный выигрыш в сравнении с лучшим из первичных прогнозов. При этом для всех рассматриваемых периодов, кроме 2022 г., ошибка прогноза по медиане ниже ошибки простого среднего.

В случае выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ результаты различаются в зависимости от способа усреднения ошибки и от периода. При выборе на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)») ошибка комбинированных прогнозов превышает ошибку наивного прогноза для всех периодов. То же можно сказать и про «Последний лучший (bt)» для всех периодов, кроме 2020 г.

В 2020 г. выбор на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов шести бюллетеней превосходит по качеству прогнозирования не только наивные прогнозы, но и комбинированные на основе простого среднего, причем в сравнении с наивным прогнозом средняя ошибка снижается почти в два раза. Выбор на основе $MSFE$ h -шаговых прогнозов за шесть месяцев оказывается предпочтительнее наивных прогнозов в 2019 г. и 2021 г., причем использование для каждого шага прогнозирования h своего $MSFE$ («Последний лучший (h)») в большинстве случаев обеспечивает лучшее качество прогнозов.

Таблица 2 – Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на нефть

(1) Методы комбинирования на основе простого усреднения	
Простое среднее	Медиана

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.37	1.23	1.15	1.10	1.08	1.08	1.15	весь период	1.17	1.12	1.07	1.04	1.05	1.05	1.07		
2019	1.11	1.00	0.91	0.81	0.79	0.78	0.88	2019	0.91	0.91	0.85	0.76	0.74	0.77	0.81		
2020	0.97	0.92	0.94	0.94	0.92	0.95	0.94	2020	0.91	0.90	0.92	0.92	0.91	0.94	0.92		
2021	2.07	1.89	1.51	1.39	1.32	1.21	1.47	2021	1.65	1.66	1.38	1.32	1.28	1.18	1.35		
2022	1.13	1.04	0.95	0.89	0.91	0.93	0.96	2022	1.10	1.07	0.99	0.92	0.92	0.94	0.97		
(2) Методы комбинирования, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде																	
Последний лучший (t)								Последний лучший (h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.32	1.29	1.27	1.23	1.19	1.13	1.23	весь период	1.69	1.35	1.30	1.30	1.28	1.21	1.33		
2019	1.09	1.17	1.20	1.33	1.36	1.26	1.25	2019	1.41	1.04	0.77	0.77	0.78	0.79	0.89		
2020	0.98	1.05	1.06	1.02	0.99	1.02	1.02	2020	1.51	1.22	1.21	1.23	1.27	1.20	1.26		
2021	2.11	1.75	1.53	1.45	1.39	1.29	1.50	2021	0.95	0.72	0.62	0.64	0.70	0.58	0.67		
2022	1.00	1.00	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	2022	1.73	1.43	1.24	1.11	0.97	0.90	1.17		
Последний лучший (6t)								Последний лучший (6h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.85	1.54	1.38	1.31	1.31	1.28	1.41	весь период	1.71	1.47	1.35	1.29	1.25	1.21	1.34		
2019	2.49	1.91	1.67	1.74	2.04	1.98	1.93	2019	1.15	0.99	0.90	0.83	0.85	0.92	0.92		
2020	0.59	0.52	0.51	0.51	0.52	0.51	0.52	2020	1.75	1.46	1.35	1.32	1.27	1.22	1.37		
2021	2.25	1.83	1.38	1.26	1.21	1.11	1.38	2021	1.01	0.85	0.69	0.64	0.65	0.68	0.72		
2022	1.64	1.37	1.13	1.02	1.06	1.14	1.18	2022	1.39	1.27	1.17	1.12	1.06	1.07	1.16		
(3) Методы комбинирования с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов																	
Дисконтированный (h)								Дисконтированный (t)									
	δ_1	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		δ_2	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	0.05	1.00	0.97	0.97	0.96	0.96	0.94	0.96	весь период	0.24	1.18	1.13	1.11	1.06	1.05	1.06	1.09
2019	0.03	0.94	0.75	0.70	0.68	0.75	0.63	0.72	2019	1	0.98	1.06	1.05	0.97	0.96	0.93	0.99
2020	1	0.90	0.92	0.93	0.93	0.90	0.94	0.92	2020	0.15	0.83	0.87	0.89	0.89	0.88	0.90	0.88
2021	0.02	1.12	1.13	1.11	1.09	1.09	1.05	1.09	2021	0.38	1.57	1.43	1.27	1.22	1.22	1.14	1.27
2022	0.26	1.05	0.93	0.87	0.77	0.80	0.83	0.85	2022	0.78	0.96	0.91	0.89	0.86	0.86	0.91	0.89
Оптимальный																	
	V	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ									
весь период	1	1.01	0.97	0.98	0.97	0.96	0.95	0.97									
2019	1	0.97	0.76	0.69	0.67	0.74	0.63	0.73									
2020	8	0.89	0.92	0.93	0.93	0.90	0.94	0.92									
2021	1	1.12	1.13	1.11	1.09	1.09	1.05	1.09									
2022	2	1.04	0.96	0.90	0.79	0.77	0.82	0.86									

В отличие от рассмотренных выше методов, комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов (таблица 2, раздел (3)), в большинстве случаев превосходят по качеству наивные прогнозы (а для 2019 г. скользящее среднее). При этом для всех комбинированных прогнозов данной группы

исключение составляет 2021 г. Различия качества методов по годам реализуются также и в выборе оптимального значения параметра (указан во втором столбце таблицы 2), обеспечивающего минимум $MSFE^F$.

При комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для всего периода, 2019 г. и 2021 г. лучшее качество комбинированных прогнозов наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования (составивших 0,05, 0,03 и 0,02 соответственно). При таких коэффициентах вклад прогнозов предшествующих периодов быстро обнуляется по мере их удаления от момента оценивания, так что комбинирующие веса почти полностью определяются информацией о последнем доступном прогнозе. В 2020 г., напротив, лучшее качество h -дисконтированных прогнозов достигается при $\delta_1 = 1$, т.е. при взвешивании без дисконтирования. Т.о., если прогнозы с разным шагом h объединяются с весами, определяемыми ошибками предыдущих h -шаговых прогнозов, то при оценке этих ошибок удаленность соответствующего прогноза от момента оценки не учитывается. В 2022 г. оптимальное значение коэффициента дисконтирования составляет 0,26.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов, кроме 2020 г., уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более высоким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами для всего рассматриваемого периода. В 2019 г. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\delta_2 = 1$). Для всего периода и 2020 – 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0,24, 0,15, 0,38 и 0,78 соответственно.

Оценки оптимального прогноза свидетельствуют, что минимальное значение средней ошибки для всего периода, 2019 г. и 2021 г. достигается при единичной длине выборки, т.е. при определении весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Для 2022 г. оптимальная длина выборки, минимизирующая $MSFE^F$, равна 2, для 2020 г. – 8. Эти результаты полностью соответствуют выводам, полученным при оценке h -дисконтированных прогнозов, что подтверждается почти полным совпадением средних ошибок двух данных способов построения комбинированных прогнозов.

В заключение сравнительного анализа качественных характеристик различных способов комбинирования рассмотрим способности взвешенных сумм первичных прогнозов угадывать направление изменения показателя (рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом).

Таблица 3. – Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя (весь период)

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Простое среднее	0.57	0.57	0.57	0.58	0.58	0.57	0.57
Медиана	0.25	0.24	0.24	0.25	0.27	0.34	0.27
Последний лучший (t)	0.46	0.18	0.16	0.15	0.15	0.16	0.21
Последний лучший (h)	0.54	0.49	0.50	0.47	0.47	0.44	0.48
Последний лучший (6t)	0.49	0.48	0.53	0.50	0.47	0.48	0.49
Последний лучший (6h)	0.53	0.48	0.47	0.47	0.45	0.47	0.48
Дисконтированный (t)	0.45	0.51	0.54	0.52	0.51	0.52	0.51
Дисконтированный (h)	0.49	0.52	0.51	0.52	0.53	0.51	0.51
Оптимальный	0.50	0.54	0.51	0.52	0.54	0.49	0.52

Полученные оценки (таблица 3) показывают, что лучшие результаты демонстрирует простое среднее, которое, независимо от шага прогнозирования, обеспечивает долю совпадений на уровне ~57%. Несколько ниже (в среднем ~51–52%) доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, для группы дисконтированных прогнозов, но все они характеризуются низкой долей совпадений для одношаговых прогнозов.

Суммируя результаты оценок качества комбинированных прогнозов цен на нефть, можно увидеть, во многих случаях даже самые простые методы объединения позволяют добиться качественных преимуществ перед первичными прогнозами, но вместе с тем, невозможно выбрать способ комбинирования (и даже группу способов), которая обеспечивает лучший результат независимо от периода усреднения ошибки:

- для 2019 г., 2022 г. и всего периода максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании дисконтированного (h) прогноза (комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев);
- для 2020 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании последнего лучшего ($6t$) прогноза (комбинировании на основе последней доступной средней квадратической ошибки полугодовых прогнозов шести бюллетеней);
- для 2021 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании последнего лучшего (h) прогноза (комбинировании на основе последней доступной средней квадратической ошибки h -шаговых прогнозов за шесть месяцев).

1.2 Цены на алюминий

Как и в отношении цен на нефть, сначала рассмотрим качественные характеристики имеющегося массива прогнозов показателя цен на алюминий (таблица 4). Оценки, полученные для цен на алюминий, показывают, что независимо от рассматриваемого

метода и периода с ростом шага прогнозирования ошибка прогноза увеличивается, а качественные различия между отдельными прогнозами уменьшаются.

В среднем за весь период все рассматриваемые прогнозы уступают наивным прогнозам, и та же ситуация наблюдается в 2022 г. В 2019 г. и 2021 г. наивные прогнозы уступают по качеству наивным прогнозам с дрейфом; в 2020 г. качественные преимущества перед наивными прогнозами демонстрирует наивный сезонный прогноз.

По результатам оценок способности прогнозов угадывать направление изменения показателя можно сказать, что за редким исключением прогнозы цен на алюминий правильно определяют будущий рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом менее, чем в половине случаев.

Как и ранее, результаты оценки качества комбинированных прогнозов представлены в виде относительного MAPE (в сравнении с наивным прогнозом), сравнение с лучшим из первичных прогнозов (наивным прогнозом с дрейфом – для 2019 г. и 2021 г., наивным сезонным прогнозом – для 2020 г.) оговаривается отдельно.

В случае цен на алюминий все простейшие способы комбинирования (таблица 5, разделы (1) и (2)) уступают по качеству наивному прогнозу для всего рассматриваемого периода и 2019 г. Методы, основанные на простом усреднении первичных прогнозов, обеспечивают выигрыш в качестве прогнозирования в сравнении с наивным прогнозом только в 2020 г. и 2022 г. Кроме этого, в 2020 г. они превосходят по качеству наивный сезонный прогноз (лучший из первичных прогнозов в данном периоде). И для всех рассматриваемых периодов медиана оказывается качественно предпочтительнее простого среднего.

Таблица 4 – Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на алюминий и доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя

Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	6.18	7.69	9.04	10.60	12.14	13.48	9.85
Наивный прогноз с дрейфом	6.34	8.00	9.43	11.02	12.64	14.07	10.25
Наивный сезонный прогноз	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55
Скользящее среднее	12.03	13.18	14.29	15.26	16.10	16.91	14.63
Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, доля							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз с дрейфом	0.48	0.48	0.45	0.44	0.44	0.46	0.46
Наивный сезонный прогноз	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
2019	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	2.99	3.89	3.99	5.31	6.72	8.43	5.22
Наивный прогноз с дрейфом	3.04	3.84	3.80	5.11	6.57	8.33	5.12
Наивный сезонный прогноз	16.02	16.02	16.02	16.02	16.02	16.02	16.02
Скользящее среднее	9.32	10.78	12.25	13.61	14.83	15.87	12.78

2020	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	8.04	10.84	12.33	12.72	13.04	12.58	11.59
Наивный прогноз с дрейфом	8.14	10.95	12.46	12.76	13.01	12.52	11.64
Наивный сезонный прогноз	11.42	11.42	11.42	11.42	11.42	11.42	11.42
Скользящее среднее	10.54	11.16	11.61	11.95	12.13	12.69	11.68
2021	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	6.64	7.88	11.36	14.16	17.07	20.22	12.89
Наивный прогноз с дрейфом	6.56	7.81	11.25	14.09	17.08	20.36	12.86
Наивный сезонный прогноз	30.64	30.64	30.64	30.64	30.64	30.64	30.64
Скользящее среднее	20.45	22.71	24.74	26.47	27.97	29.19	25.26
2022	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	13.29	16.32	18.06	20.24	22.36	23.04	18.88
Наивный прогноз с дрейфом	13.40	16.45	18.26	20.67	22.81	23.60	19.20
Наивный сезонный прогноз	19.57	19.57	19.57	19.57	19.57	19.57	19.57
Скользящее среднее	18.65	19.94	20.62	20.73	20.42	20.22	20.10

Группа методов выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ обеспечивает качественный выигрыш в сравнении с наивным прогнозом (и с лучшим из первичных прогнозов) только в 2020 – 2022 гг. Во всех случаях минимальную ошибку демонстрирует «Последний лучший ($6t$)» (выбор на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов шести бюллетеней). «Последний лучший (h)» и «Последний лучший ($6h$)» (комбинирование на основе средней квадратической ошибки h -шаговых прогнозов) превосходят по качеству наивные прогнозы только при прогнозировании на 5 и 6 шагов вперед в 2020 г. и на 6 шагов вперед в 2022 г.

Комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов (таблица 5, раздел (3)) чаще, чем другие простейшие методы комбинирования, превосходят по качеству наивные прогнозы (а также лучший первичный прогноз). При этом для всех комбинированных прогнозов данной группы исключение составляют 2019 г. и 2021 г.

При комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для всего периода, 2021 г. и 2022 г. лучшее качество комбинированных прогнозов наблюдается при практически нулевых значениях коэффициента дисконтирования (составивших во всех случаях 0.01); в 2019 г. и 2020 г. значения коэффициента несколько выше (0,07 и 0,09 соответственно), но также близки к нулю, т.е. комбинирующие веса почти полностью определяются информацией о прогнозе в последнем доступном периоде.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более высоким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами для всех периодов, кроме 2020 г. Еще одно отличие состоит в нестабильности коэффициента

дисконтирования по периодам. В 2020 г. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\delta_2 = 1$), а для 2021 г. – при взвешивании с близким к нулю коэффициентом ($\delta_2 = 0,01$). Для всего периода, 2019 г и 2022 г. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0,23, 0,84 и 0,74 соответственно.

Оценки оптимального прогноза свидетельствуют, что минимальное значение средней ошибки для всех периодов достигается при единичной длине выборки. Т.о. наименьшая ошибка прогнозов достигается при определении весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Поэтому результаты оптимального прогноза почти полностью совпадают с результатами h -дисконтированных прогнозов.

В дополнение к качественным показателям возможностей использования взвешенных сумм первичных прогнозов охарактеризуем способности различных методов комбинирования угадывать направление изменения показателя относительно значения в предыдущем периоде.

Таблица 5 – Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на алюминий.

(1) Методы комбинирования на основе простого усреднения															
Простое среднее								Медиана							
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	1.46	1.33	1.25	1.19	1.12	1.08	1.21	весь период	1.26	1.21	1.17	1.14	1.09	1.07	1.14
2019	2.27	2.01	2.20	1.87	1.63	1.42	1.80	2019	1.72	1.64	1.91	1.69	1.51	1.35	1.59
2020	1.06	0.95	0.93	0.96	0.95	0.97	0.97	2020	0.99	0.93	0.92	0.96	0.96	0.98	0.95
2021	2.27	2.17	1.72	1.51	1.36	1.24	1.57	2021	1.88	1.91	1.58	1.43	1.31	1.21	1.46
2022	1.02	1.00	1.01	1.00	0.95	0.93	0.98	2022	0.98	0.97	0.99	0.98	0.95	0.94	0.97
(2) Методы комбинирования, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде															
Последний лучший (t)								Последний лучший (h)							
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	1.44	1.46	1.43	1.38	1.31	1.26	1.36	весь период	2.31	1.93	1.63	1.35	1.23	1.14	1.50
2019	1.26	1.38	1.45	1.35	1.30	1.25	1.32	2019	4.97	3.20	3.68	2.82	1.96	1.46	2.63
2020	1.08	1.03	1.01	1.00	1.00	1.00	1.02	2020	1.44	1.18	1.08	1.00	0.96	0.96	1.08
2021	1.57	1.70	1.55	1.46	1.33	1.23	1.42	2021	3.48	2.92	1.87	1.45	1.26	1.14	1.71
2022	1.29	1.20	1.16	1.09	1.02	1.03	1.11	2022	1.53	1.32	1.30	1.13	1.06	1.00	1.19
Последний лучший (6t)								Последний лучший (6h)							
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	1.73	1.38	1.19	1.08	1.02	1.00	1.17	весь период	1.72	1.52	1.37	1.26	1.17	1.09	1.30
2019	3.12	2.40	2.38	1.91	1.65	1.45	1.97	2019	3.87	3.08	2.90	2.24	1.94	1.65	2.36
2020	1.19	0.88	0.78	0.80	0.85	0.96	0.89	2020	1.59	1.18	1.04	1.00	0.96	0.97	1.09

2021	1.50	1.26	0.91	0.78	0.71	0.66	0.87	2021	2.26	2.18	1.68	1.45	1.31	1.18	1.53		
2022	0.80	0.65	0.59	0.57	0.56	0.58	0.61	2022	1.37	1.21	1.16	1.13	1.00	0.91	1.10		
(3) Методы комбинирования с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов																	
Дисконтированный (h)									Дисконтированный (t)								
	δ_1	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		δ_2	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	0.01	1.03	0.99	0.96	0.94	0.91	0.93	0.95	весь период	0.23	1.34	1.31	1.27	1.19	1.13	1.10	1.20
2019	0.07	1.02	1.19	1.25	1.23	1.25	1.21	1.21	2019	0.84	1.53	1.56	1.79	1.61	1.49	1.35	1.52
2020	0.09	1.01	0.86	0.81	0.79	0.75	0.79	0.82	2020	1	0.95	0.89	0.90	0.92	0.92	0.93	0.92
2021	0.01	1.17	1.25	1.22	1.20	1.17	1.13	1.18	2021	0.01	1.89	1.89	1.57	1.42	1.30	1.21	1.45
2022	0.01	0.93	0.80	0.74	0.75	0.74	0.72	0.77	2022	0.74	1.11	1.07	1.06	1.01	1.00	1.00	1.03
Оптимальный																	
		V	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ								
весь период		1	1.03	0.98	0.96	0.94	0.91	0.93	0.95								
2019		1	1.02	1.20	1.25	1.22	1.26	1.21	1.21								
2020		1	1.01	0.87	0.82	0.80	0.74	0.79	0.83								
2021		1	1.17	1.25	1.22	1.20	1.17	1.13	1.18								
2022		1	0.93	0.79	0.74	0.74	0.74	0.72	0.77								

Полученные оценки (таблица 6) показывают, что комбинирование прогнозов не улучшает их способности правильно предсказывать рост или снижение показателя в сравнении с предыдущим периодом. Все простейшие методы объединения прогнозов правильно определяют направление изменения показателя менее, чем в половине случаев. Таблица 6 – Доля прогнозов цен на алюминий, угадывающих направление изменений показателя (весь период)

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Простое среднее	0.43	0.43	0.44	0.44	0.44	0.44	0.43
Медиана	0.21	0.20	0.21	0.23	0.28	0.32	0.24
Последний лучший (t)	0.44	0.21	0.23	0.24	0.24	0.26	0.27
Последний лучший (h)	0.48	0.45	0.45	0.42	0.38	0.42	0.44
Последний лучший (6t)	0.45	0.47	0.44	0.41	0.42	0.42	0.43
Последний лучший (6h)	0.44	0.45	0.43	0.40	0.42	0.44	0.43
Дисконтированный (t)	0.44	0.47	0.44	0.41	0.42	0.44	0.44
Дисконтированный (h)	0.42	0.47	0.46	0.48	0.41	0.44	0.45
Оптимальный	0.47	0.43	0.43	0.44	0.45	0.44	0.44

Обобщая оценки качества комбинированных прогнозов цен на алюминий, следует отметить, что простейшие методы комбинирования обеспечивают качественные преимущества перед первичными прогнозами не для всех рассматриваемых периодов

- для 2019 г. все простейшие методы комбинирования уступают по качеству и наивному прогнозу, и лучшему из первичных прогнозов;
- для 2020 г. и всего периода максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании дисконтированного (h) прогноза (комбинировании на

основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев);

- для 2021 г. и 2022 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании последнего лучшего ($6t$) прогноза (комбинировании на основе последней доступной средней квадратической ошибки полугодовых прогнозов шести бюллетеней).

1.3 Цены на золото

Прогностические свойства имеющегося массива прогнозов показателя цен на золото представлены в таблице 7. При рассмотрении зависимости расхождений между реальными и прогнозируемыми значениями цен на золото от шага прогнозирования, как и ранее, наблюдается рост ошибки с увеличением лага между прогнозируемым периодом и моментом прогнозирования. При этом в 2021 – 2022 гг. для цен на золото тенденция к уменьшению различий качества отдельных прогнозов с ростом шага прогнозирования не сохраняется.

В целом для всего периода лучшие качества демонстрируют наивные прогнозы (с дрейфом и без). По годам такая картина повторяется в 2019 – 2021 гг. В 2022 г. наименьшими расхождениями с прогнозируемым показателем характеризуются наивный сезонный прогноз и скользящее среднее.

При оценке способности прогнозов угадывать направление изменения показателя лучшие результаты демонстрирует наивный прогноз с дрейфом, который правильно определяет рост или снижение показателя в сравнении с предыдущим периодом в среднем в половине случаев.

Таблица 7 – Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на золото и доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя

Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	4.28	5.38	6.22	7.20	8.10	8.96	6.69
Наивный прогноз с дрейфом	4.32	5.33	6.10	6.99	7.86	8.69	6.55
Наивный сезонный прогноз	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78
Скользящее среднее	7.96	8.71	9.40	10.04	10.69	11.36	9.69
Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, доля							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз с дрейфом	0.48	0.52	0.51	0.51	0.47	0.50	0.50
Наивный сезонный прогноз	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49
Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
2019	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	4.19	5.68	6.62	8.02	9.05	9.47	7.17

Наивный прогноз с дрейфом	4.21	5.68	6.52	7.78	8.80	9.19	7.03
Наивный сезонный прогноз	10.06	10.06	10.06	10.06	10.06	10.06	10.06
Скользящее среднее	7.65	8.07	8.33	8.38	8.32	8.11	8.14
2020	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	5.22	7.11	8.44	9.53	11.53	13.29	9.19
Наивный прогноз с дрейфом	5.11	6.88	8.01	8.90	10.78	12.49	8.70
Наивный сезонный прогноз	21.22	21.22	21.22	21.22	21.22	21.22	21.22
Скользящее среднее	13.82	15.46	17.06	18.62	20.12	21.52	17.77
2021	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	2.56	3.03	2.79	2.98	3.31	4.25	3.15
Наивный прогноз с дрейфом	2.67	3.17	3.07	3.66	3.99	5.09	3.61
Наивный сезонный прогноз	7.40	7.40	7.40	7.40	7.40	7.40	7.40
Скользящее среднее	2.52	2.80	3.22	3.85	4.61	5.41	3.73
2022	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	4.58	5.26	5.63	6.48	6.35	6.06	5.73
Наивный прогноз с дрейфом	4.66	5.37	5.68	6.43	6.51	6.41	5.84
Наивный сезонный прогноз	3.97	3.97	3.97	3.97	3.97	3.97	3.97
Скользящее среднее	4.39	4.61	4.65	4.51	4.29	3.95	4.40

Результаты оценки качества комбинированных прогнозов представлены в виде относительного MAPE (в сравнении с наивным прогнозом), сравнение с лучшим из первичных прогнозов (наивным прогнозом с дрейфом – для 2019 г., 2020 г. и всего периода, наивным сезонным прогнозом – для 2022 г.) оговаривается отдельно.

Представленные в таблице 8 результаты сравнительных оценок прогностических свойств простейших способов комбинирования цен на золото показывают, что методы простого усреднения первичных прогнозов превосходят по качеству наивный прогноз только в 2021 г. и 2022 г. Однако в 2022 г. они уступают наивному сезонному прогнозу (лучшему из первичных прогнозов в данном периоде). Кроме этого, в отношении цен на золото в 2022 г. нарушается отмеченное для всех рассмотренных ранее показателей и периодов соотношение качества простого среднего и медианы: здесь ошибка прогноза по медиане выше ошибки простого среднего.

Методы комбинирования, основанные на выборе в соответствии с *MSFE*, превосходят по качеству наивные прогнозы только в 2020 г. и 2022 г., причем выигрыш в качестве обеспечивают не все прогнозы группы. В 2020 г. меньшие (в сравнении с наивными прогнозами) расхождения с прогнозируемыми значениями показателя демонстрирует только выбор на основе *MSFE* полугодовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)»); в 2022 г. – список методов, превосходящих по качеству наивные прогнозы, шире и включает выбор на основе *MSFE* полугодовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)») и выбор на основе *MSFE* *h*-шаговых прогнозов за шесть месяцев («Последний лучший (h)» и «Последний лучший (6h)»). Но, несмотря на качественные преимущества в сравнении не только с наивными прогнозами, но и методами простого усреднения, во всех случаях комбинированные прогнозы выбора на основе наблюдаемых

ошибок предыдущих периодов уступают по качеству лучшему из комбинируемых прогнозов.

Представленные в таблице 8 (раздел (3)) результаты оценок ошибок комбинированных прогнозов с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов, свидетельствуют, что для всех рассматриваемых периодов, кроме 2020 г., они превосходят по качеству наивные прогнозы (а во многих случаях и лучший из комбинируемых прогнозов).

Лучшее качество прогнозов, комбинированных на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$, для всего периода, 2020 г. и 2022 г. наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования, т.е. при расчете весов с быстрым обнулением вклада наблюдений по мере их удаления от момента оценивания. В 2019 г. и 2021 г. веса комбинируемых прогнозов также почти полностью определяются информацией о последнем доступном прогнозе, но значения коэффициентов несколько выше (составляют 0,09 и 0,08 соответственно).

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодичных прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ во всех случаях, за редким исключением, уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более низким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами только в 2021 – 2022 гг. В 2019 г. и 2021 г. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании с единичным коэффициентом ($\delta_2 = 1$). Для всего периода и 2020 г. и 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0,62, 0,29 и 0,29 соответственно.

Таблица 8 – Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на золото.

(1) Методы комбинирования на основе простого усреднения															
Простое среднее								Медиана							
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	1.44	1.29	1.23	1.17	1.12	1.07	1.19	весь период	1.28	1.21	1.18	1.14	1.11	1.07	1.15
2019	1.37	1.16	1.10	1.01	0.95	0.93	1.05	2019	1.30	1.13	1.10	1.01	0.95	0.93	1.04
2020	2.02	1.67	1.56	1.53	1.38	1.29	1.51	2020	1.68	1.48	1.45	1.47	1.34	1.26	1.41
2021	1.10	0.91	0.86	0.76	0.83	0.83	0.87	2021	1.03	0.82	0.73	0.66	0.76	0.82	0.80
2022	0.89	0.86	0.84	0.79	0.82	0.83	0.84	2022	0.87	0.89	0.87	0.81	0.84	0.85	0.85
(2) Методы комбинирования, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде															
Последний лучший (t)								Последний лучший (h)							
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	1.22	1.16	1.12	1.09	1.06	1.03	1.10	весь период	2.67	2.32	2.00	1.70	1.63	1.53	1.88
2019	1.22	1.10	1.03	1.01	1.01	0.90	1.02	2019	2.51	1.82	1.49	1.04	1.30	1.23	1.45
2020	0.98	0.97	0.95	0.93	0.94	0.98	0.96	2020	4.06	2.98	2.52	2.23	1.84	1.60	2.31
2021	1.06	1.20	1.18	1.27	1.19	1.18	1.18	2021	2.59	2.18	1.93	2.01	2.07	1.44	1.99

2022	0.89	0.83	0.79	0.77	0.78	0.73	0.79	2022	0.80	0.68	0.79	0.77	0.72	0.99	0.79		
Последний лучший (6t)								Последний лучший (6h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	2.72	2.26	2.00	1.77	1.64	1.51	1.89	весь период	2.77	2.28	1.99	1.74	1.59	1.47	1.87		
2019	2.84	2.20	1.97	1.69	1.57	1.56	1.86	2019	2.49	1.84	1.58	1.30	1.17	1.13	1.47		
2020	2.43	1.87	1.62	1.48	1.26	1.12	1.51	2020	4.06	2.98	2.52	2.23	1.84	1.60	2.31		
2021	4.75	4.18	4.66	4.50	4.20	3.36	4.20	2021	2.35	1.97	2.02	2.03	2.07	1.71	2.00		
2022	2.54	2.31	2.21	1.97	2.09	2.24	2.21	2022	0.98	0.90	0.86	0.77	0.78	0.81	0.84		
(3) Методы комбинирования с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов																	
Дисконтированный (h)								Дисконтированный (t)									
	δ_1	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		δ_2	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	0.03	1.00	0.97	0.93	0.91	0.92	0.91	0.93	весь период	0.62	1.18	1.11	1.11	1.08	1.06	1.04	1.09
2019	0.09	1.01	0.92	0.87	0.90	0.84	0.85	0.88	2019	1	1.20	1.07	1.06	1.00	0.95	0.92	1.01
2020	0.01	1.12	1.14	1.16	1.15	1.14	1.13	1.14	2020	0.29	1.10	1.12	1.16	1.19	1.15	1.13	1.15
2021	0.08	0.96	0.84	0.83	0.83	0.87	0.84	0.86	2021	1	1.04	0.91	0.85	0.76	0.86	0.84	0.87
2022	0.01	0.86	0.81	0.72	0.66	0.67	0.70	0.73	2022	0.29	0.83	0.79	0.84	0.81	0.84	0.83	0.83
Оптимальный																	
	V	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ									
весь период	1	1.01	0.97	0.93	0.91	0.92	0.91	0.93									
2019	1	1.00	0.96	0.89	0.91	0.85	0.86	0.90									
2020	1	1.12	1.14	1.17	1.15	1.14	1.13	1.14									
2021	11	0.99	0.87	0.73	0.71	0.84	0.80	0.82									
2022	1	0.86	0.77	0.71	0.65	0.66	0.69	0.72									

В случае оптимального прогноза значения параметра V , минимизирующего отклонения прогнозируемого значения показателя от реального, в большинстве случаев равно 1. Исключение составляет 2021 г., для которого минимальная средняя ошибка достигается при длине выборки, равной 11. Так что оценки оптимального прогноза подтверждают выводы, полученные для h -дисконтированных прогнозов, о качественном предпочтении определения весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания.

Для завершения характеристики качества комбинирования прогнозов различными методами сравним процент прогнозов, которые правильно предсказывают направление изменения показателя в сравнении с предыдущим периодом.

Таблица 9 – Доля прогнозов цен на золото, угадывающих направление изменений показателя (весь период).

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Простое среднее	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
Медиана	0.23	0.21	0.22	0.21	0.26	0.32	0.24
Последний лучший (t)	0.44	0.26	0.27	0.28	0.28	0.28	0.30

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Последний лучший (h)	0.39	0.48	0.47	0.50	0.48	0.50	0.47
Последний лучший (6t)	0.42	0.45	0.45	0.44	0.41	0.42	0.43
Последний лучший (6h)	0.45	0.48	0.49	0.48	0.47	0.47	0.47
Дисконтированный (t)	0.45	0.49	0.47	0.45	0.48	0.48	0.47
Дисконтированный (h)	0.42	0.41	0.45	0.45	0.44	0.49	0.44
Оптимальный	0.41	0.41	0.44	0.45	0.47	0.48	0.44

Результаты оценок (таблица 9) свидетельствуют, что в среднем простейшие методы комбинирования не приводят к тому, что прогнозы чаще угадывают рост или снижение показателя в сравнении с первичными прогнозами: практически во всех случаях доля прогнозов, угадывающих направление изменений, не превышает 50%.

Резюмируя итоги оценок качества комбинированных прогнозов цен на золото, следует отметить, что, как и ранее, методы объединения позволяют улучшить качество прогнозирования в сравнении с отдельными прогнозами, но для цен на золото комбинированные прогнозы обеспечивают качественное преимущество в сравнении с лучшим из первичных прогнозов не для всех периодов:

- для 2019 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании дисконтированного (*h*) прогноза (комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок *h*-шаговых прогнозов за шесть месяцев), но он уступает по качеству наивному прогнозу с дрейфом;
- для 2020 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании последнего лучшего (*t*) прогноза (комбинировании на основе последней доступной средней квадратической ошибки полугодовых прогнозов);
- для 2021 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании медианного значения (близкие к медиане результаты обеспечивает оптимальный (комбинирование на основе усреднения ошибки движущейся выборки) прогноз);
- для 2022 г. и всего периода максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании оптимального и дисконтированного (*h*) прогноза, но для 2022 г. они уступают по качеству наивному сезонному прогнозу.

1.4 Цены на медь

Результаты сравнения качественных характеристик имеющегося массива прогнозов показателя цен на медь приведены в таблице 10. В отношении цен на медь рост ошибки и уменьшение различий качества отдельных прогнозов с увеличением шага прогнозирования сохраняется для всех периодов, кроме 2019 г., для которого оценки относительного MAPE свидетельствуют об увеличении расхождений в ошибках прогнозов, полученных разными методами, по мере увеличения лага между прогнозируемым периодом и моментом прогнозирования.

Характерные для всего рассматриваемого периода качественные преимущества наивных прогнозов (с дрейфом и без) в сравнении с остальными прогнозами воспроизводятся и в оценках ошибок для отдельных лет (исключение составляют только прогнозы на 1 – 3 шага вперед в 2019 г., полученные на основе скользящего среднего).

По результатам оценок способности прогнозов угадывать направление изменения показателя можно сказать, что для цен на медь доля совпадений во всех случаях не превышает 50%.

Для цен на медь простейшие способы комбинирования (таблица 11, раздел (1)) уступают по качеству наивным прогнозам при рассмотрении не только всего периода, но и большинства отдельных лет. Методы, основанные на простом усреднении первичных прогнозов, обеспечивают выигрыш в ошибке прогнозирования в сравнении с комбинируемыми прогнозами только для 2019 г.

Методы выбора лучшего прогноза на основе *MSFE* в большинстве случаев не дают выигрыша в качестве прогнозирования в сравнении с первичными прогнозами. Исключение составляют только выбор на основе *MSFE* всех *h*-шаговых прогнозов за шесть месяцев («Последний лучший (6h)») в 2019 г. и выбор на основе *MSFE* полугодовых прогнозов шести бюллетеней («Последний лучший (6t)») в 2020 г.

Таблица 10 – Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на медь и доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя

Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	6.63	8.54	9.97	10.99	12.11	13.38	10.27
Наивный прогноз с дрейфом	6.76	8.78	10.38	11.60	12.68	14.08	10.71
Наивный сезонный прогноз	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78
Скользящее среднее	12.13	13.46	14.67	15.78	16.76	17.67	15.08
Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, доля							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз с дрейфом	0.46	0.45	0.48	0.45	0.44	0.44	0.46
Наивный сезонный прогноз	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
Средняя абсолютная процентная ошибка, %							
2019	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	4.64	5.68	5.98	5.45	6.12	6.36	5.71
Наивный прогноз с дрейфом	4.67	5.71	5.93	5.46	6.22	6.28	5.71
Наивный сезонный прогноз	7.80	7.80	7.80	7.80	7.80	7.80	7.80
Скользящее среднее	4.62	5.09	5.76	6.53	7.37	8.23	6.27
2020	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	9.56	11.88	13.32	14.69	14.69	14.54	13.11
Наивный прогноз с дрейфом	9.58	11.88	13.35	14.77	14.71	14.64	13.15
Наивный сезонный прогноз	15.36	15.36	15.36	15.36	15.36	15.36	15.36
Скользящее среднее	13.96	14.51	14.62	14.50	14.21	13.96	14.29

2021	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	6.58	8.81	11.35	13.46	15.49	18.12	12.30
Наивный прогноз с дрейфом	6.55	8.88	11.28	13.48	15.39	18.27	12.31
Наивный сезонный прогноз	33.35	33.35	33.35	33.35	33.35	33.35	33.35
Скользящее среднее	19.30	22.02	24.60	27.09	29.45	31.59	25.68
2022	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	7.82	9.81	11.79	13.17	14.19	14.95	11.95
Наивный прогноз с дрейфом	7.88	9.92	12.01	13.55	14.67	15.47	12.25
Наивный сезонный прогноз	15.57	15.57	15.57	15.57	15.57	15.57	15.57
Скользящее среднее	12.22	13.35	14.36	15.34	16.15	16.71	14.69

Таблица 11 – Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на медь.

(1) Методы комбинирования на основе простого усреднения																	
Простое среднее								Медиана									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.43	1.24	1.16	1.15	1.13	1.12	1.18	весь период	1.21	1.12	1.08	1.09	1.10	1.10	1.11		
2019	0.93	0.83	0.91	0.95	0.91	1.00	0.92	2019	0.86	0.82	0.92	0.91	0.95	0.99	0.91		
2020	1.20	1.13	1.06	1.01	1.00	1.01	1.06	2020	1.16	1.09	1.02	0.97	0.98	0.99	1.02		
2021	2.25	1.90	1.62	1.50	1.44	1.34	1.58	2021	1.75	1.59	1.45	1.40	1.39	1.31	1.44		
2022	1.18	1.11	1.06	1.05	1.03	1.03	1.07	2022	1.13	1.05	1.02	1.04	1.02	1.05	1.04		
(2) Методы комбинирования, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде																	
Последний лучший (t)								Последний лучший (h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.46	1.36	1.31	1.32	1.30	1.23	1.31	весь период	1.89	1.56	1.44	1.37	1.30	1.20	1.41		
2019	1.12	0.95	0.88	0.99	1.11	1.27	1.05	2019	1.38	1.20	1.09	0.96	0.82	0.66	1.00		
2020	1.33	1.25	1.23	1.21	1.20	1.12	1.21	2020	1.25	1.01	1.14	1.02	1.10	0.98	1.08		
2021	1.33	1.36	1.39	1.41	1.30	1.26	1.33	2021	3.65	3.14	2.46	1.99	1.83	1.58	2.21		
2022	1.75	1.45	1.27	1.16	1.10	1.01	1.24	2022	0.92	0.94	1.00	1.02	1.03	1.05	1.00		
Последний лучший (6t)								Последний лучший (6h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.80	1.54	1.36	1.28	1.20	1.13	1.34	весь период	1.77	1.53	1.42	1.33	1.24	1.17	1.37		
2019	2.30	2.10	2.07	2.34	2.17	2.18	2.19	2019	1.08	0.98	1.05	0.96	0.85	0.62	0.91		
2020	1.16	1.03	0.95	0.88	0.91	0.95	0.97	2020	1.50	1.23	1.11	1.02	1.03	1.04	1.13		
2021	1.82	1.48	1.19	1.03	0.92	0.82	1.10	2021	3.34	2.63	2.23	1.96	1.77	1.57	2.07		
2022	1.53	1.34	1.15	1.07	1.02	1.01	1.15	2022	1.13	1.11	1.10	1.04	0.94	0.83	1.01		
(3) Методы комбинирования с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов																	
Дисконтированный (h)								Дисконтированный (t)									
	δ_1	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		δ_2	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	0.02	1.02	1.00	0.99	0.98	0.98	0.96	0.99	весь период	0.14	1.22	1.13	1.09	1.08	1.09	1.07	1.10
2019	0.01	0.86	0.78	0.95	0.93	0.97	0.87	0.90	2019	1.00	0.94	0.86	0.85	0.90	0.89	1.04	0.91
2020	0.01	1.04	1.02	0.96	0.91	0.90	0.93	0.95	2020	0.01	1.11	1.04	1.01	0.98	1.00	1.02	1.02
2021	0.01	1.20	1.15	1.24	1.16	1.21	1.16	1.18	2021	0.14	1.41	1.42	1.40	1.30	1.29	1.21	1.32
2022	0.15	1.04	1.03	0.98	0.97	0.98	0.95	0.99	2022	0.06	1.10	1.03	0.98	0.98	0.99	1.02	1.01
Оптимальный																	
	V	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ									
весь период	1	1.02	0.99	0.99	0.99	0.99	0.97	0.99									
2019	1	0.86	0.78	0.95	0.92	0.98	0.87	0.89									
2020	1	1.03	1.02	0.96	0.91	0.89	0.93	0.95									
2021	1	1.20	1.15	1.24	1.16	1.21	1.16	1.18									
2022	1	1.00	1.03	0.97	1.02	1.01	0.97	1.00									

Использование для объединения отдельных прогнозов весов, обратно пропорциональных их квадратическим ошибкам (таблица 11, раздел (3)), позволяет улучшить прогностические свойства комбинированных прогнозов в сравнении с простейшими методами комбинирования. Но и они не обеспечивают качественного превосходства по сравнению с первичными прогнозами для всех рассматриваемых периодов: методы комбинирования обратно пропорционально $MSFE^F$ уступают по качеству наивным прогнозам в 2021 г.

Худшие результаты в данной группе методов комбинирования демонстрирует комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$. Они превосходят по качеству наивные прогнозы только в 2019 г., при этом минимум ошибки достигается в случае комбинирования без дисконтирования $\delta_2 = 1$. Для остальных периодов значения параметра, минимизирующего ошибку, напротив, невелики: 0,14 – для всего периода и 2021 г., 0,06 и 0,01 – для 2022 г. и 2020 г.

Прогнозы, комбинированные на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$, и оптимальные прогнозы демонстрируют стабильность параметра, минимизирующего расхождение прогнозируемых и реальных значений. Независимо от периода минимальная ошибка оптимальных прогнозов достигается при единичной длине выборки, h -дисконтированных прогнозов – при $\delta_1 = 0,01 - 0,02$ (исключение составляет только 2022 г., для которого значение параметра составляет 0,15). Т.о. в обоих случаях лучшие результаты получены для весов, при расчете которых используются данные только самого последнего прогноза, доступного на момент оценивания, и поэтому средние ошибки двух данных способов построения комбинированных прогнозов почти полностью совпадают.

В заключение дополним оценки качества различных методов комбинирования характеристиками их способности правильно предсказывать рост или снижение значения показателя в сравнении с предыдущим периодом.

Полученные оценки (таблица 12) показывают, что доля прогнозов, правильно угадывающих направление изменений показателя, превышает 50% только при использовании весов, рассчитанных на основе дисконтированных сумм ошибок прогнозов (дисконтированного (h) и оптимального прогнозов), но только в случае прогнозов с шагом, превышающим 4.

Таблица 12 – Доля прогнозов цен на медь, угадывающих направление изменений показателя (весь период)

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Простое среднее	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
Медиана	0.21	0.20	0.22	0.22	0.22	0.29	0.23
Последний лучший (t)	0.47	0.22	0.21	0.21	0.21	0.22	0.25
Последний лучший (h)	0.45	0.44	0.46	0.42	0.42	0.43	0.44
Последний лучший (6t)	0.42	0.44	0.48	0.44	0.44	0.45	0.45
Последний лучший (6h)	0.45	0.44	0.45	0.44	0.42	0.45	0.44
Дисконтированный (t)	0.48	0.50	0.48	0.47	0.46	0.53	0.49
Дисконтированный (h)	0.45	0.48	0.50	0.52	0.55	0.53	0.51
Оптимальный	0.45	0.48	0.49	0.51	0.55	0.51	0.50

По результатам оценок характеристик комбинированных прогнозов цен на медь, можно выделить группу методов, обеспечивающих максимальный выигрыш в качестве для большинства периодов, хотя следует отметить, что они позволяют снизить ошибку прогнозирования в сравнении с лучшим из первичных прогнозов не для всех периодов:

- для 2019 – 2020 гг., 2022 г. и всего периода максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании дисконтированного (*h*) прогноза (комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок *h*-шаговых прогнозов за шесть месяцев) или оптимального прогноза (комбинировании на основе усреднения ошибки движущейся выборки);
- для 2021 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании последнего лучшего (*6t*) прогноза (комбинировании на основе последней доступной средней квадратической ошибки полугодовых прогнозов шести бюллетеней), но он уступает по качеству наивному прогнозу и наивному прогнозу с дрейфом.

1.5 Цены на никель

В таблице 13 представлены результаты сравнительного анализа прогностических свойств имеющегося массива прогнозов показателя цен на никель. Для цен на никель рост ошибки прогнозов с увеличением шага прогнозирования сопровождается неоднородными изменениями относительного качества отдельных прогнозов при рассмотрении оценок по годам.

Для всего рассматриваемого периода и 2021 г. в группе простейших прогнозов лучшие качества демонстрируют наивные прогнозы (с дрейфом и без). Для 2019 г. и 2022 г. наиболее предпочтительным (с точки зрения прогностических свойств) методом прогнозирования оказывается скользящее среднее, а в 2020 г. также наивный сезонный прогноз.

При оценке способности прогнозов угадывать направление изменения показателя (рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом) лучшие результаты

демонстрирует наивный сезонный прогноз (доля совпадений составляет ~55%).
Правильное направление изменений более, чем в половине случаев, обеспечивает также наивный прогноз с дрейфом.

Таблица 13 – Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на никель и доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя

Средняя абсолютная процентная ошибка,							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	9.83	12.71	14.59	16.20	18.05	19.67	15.17
Наивный прогноз с дрейфом	10.02	13.09	15.31	17.11	19.15	20.84	15.92
Наивный сезонный прогноз	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07
Скользящее среднее	16.67	18.17	19.47	20.69	21.78	22.82	19.94
Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, доля							
весь период	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз с дрейфом	0.51	0.52	0.51	0.50	0.50	0.48	0.50
Наивный сезонный прогноз	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
Средняя абсолютная процентная ошибка,							
2019	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	13.74	16.17	14.74	12.08	13.44	14.64	14.13
Наивный прогноз с дрейфом	13.95	16.42	15.14	13.05	14.85	15.66	14.84
Наивный сезонный прогноз	17.13	17.13	17.13	17.13	17.13	17.13	17.13
Скользящее среднее	10.35	11.12	11.61	11.73	11.45	10.80	11.17
2020	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	8.08	12.62	16.93	21.72	23.47	22.29	17.52
Наивный прогноз с дрейфом	8.14	12.82	17.13	22.12	23.78	22.69	17.78
Наивный сезонный прогноз	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00
Скользящее среднее	12.04	11.48	10.73	9.83	9.09	7.82	10.17
2021	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	7.45	6.55	7.45	8.92	11.62	14.47	9.41
Наивный прогноз с дрейфом	7.48	6.59	7.53	9.03	11.85	14.86	9.56
Наивный сезонный прогноз	26.29	26.29	26.29	26.29	26.29	26.29	26.29
Скользящее среднее	15.39	17.47	19.30	20.90	22.20	23.25	19.75
2022	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Наивный прогноз	18.46	23.76	25.20	26.04	25.02	22.24	23.45
Наивный прогноз с дрейфом	18.56	23.92	25.45	26.29	25.33	22.50	23.68
Наивный сезонный прогноз	25.32	25.32	25.32	25.32	25.32	25.32	25.32
Скользящее среднее	17.85	19.23	20.21	21.04	22.02	24.22	20.76

Оценки качества комбинированных прогнозов представлены в виде относительного MAPE (в сравнении с наивным прогнозом), сравнение с лучшим из первичных прогнозов (скользящим средним – для 2019 г. и 2022 г., наивным сезонным прогнозом – для 2020 г.) оговаривается отдельно.

По результатам оценки прогностических свойств простейших способов комбинирования цен на никель (таблица 14, раздел (1)) для всего рассматриваемого периода ни один из методов простого усреднения не позволяет получить выигрыш в качестве

прогнозирования в сравнении с наивным прогнозом (одновременно являющимся лучшим из комбинируемых первичных прогнозов). Аналогичная картина наблюдается и в 2021 г.

Для 2019 г. и 2022 г. методы комбинирования на основе простого усреднения первичных прогнозов оказываются предпочтительнее не только в сравнении с наивным прогнозом, но и скользящим средним, т.е. дают качественный выигрыш в сравнении с лучшим из первичных прогнозов. В 2020 г. они также превосходят по качеству наивный прогноз, но уступают лучшему из первичных – наивному сезонному прогнозу.

Методы выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ в большинстве случаев не дают выигрыша в качестве прогнозирования в сравнении с первичными прогнозами. Исключение составляют выбор на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)») в 2019 – 2020 гг. и выбор на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов шести бюллетеней («Последний лучший (6t)») в 2022 г. Однако и в этих случаях ошибки прогнозов, полученных на основе выбора в соответствии с $MSFE$, остаются выше ошибки лучшего из первичных прогнозов и прогнозов на основе простого усреднения.

Как и ранее, комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов (таблица 14, раздел (3)), демонстрируют качественные преимущества в сравнении с простейшими методами комбинирования. В большинстве случаев они превосходят по качеству наивные прогнозы (исключение составляют 2021 г., а для t -дисконтированных прогнозов еще и весь период). Различия качества методов по годам реализуются также и в выборе оптимального значения параметра (указан во втором столбце таблицы 18), обеспечивающего минимум $MSFE^F$.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для всего периода, 2020 г. и 2022 г. позволяет получить выигрыш в качестве не только в сравнении с наивным, но и с лучшим из первичных прогнозов. Минимальная ошибка h -дисконтированных прогнозов для всего периода и 2021 г. наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования (составивших 0,01), т.е. при использовании весов, почти полностью определяемых на основе значений последнего доступного прогноза. Для остальных лет при расчете весов комбинируемых прогнозов более удаленные от момента оценивания данные не игнорируются: оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0,15, 0,25 и 0,19 для 2019 г., 2020 г. и 2022 г. соответственно.

Таблица 14 – Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на никель.

(1) Методы комбинирования на основе простого усреднения	
Простое среднее	Медиана

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.29	1.16	1.11	1.10	1.05	1.03	1.10	весь период	1.17	1.10	1.07	1.07	1.04	1.02	1.07		
2019	0.72	0.73	0.78	0.88	0.86	0.89	0.81	2019	0.74	0.73	0.75	0.83	0.85	0.88	0.79		
2020	0.78	0.68	0.63	0.61	0.58	0.60	0.63	2020	0.92	0.82	0.75	0.69	0.67	0.68	0.73		
2021	1.62	2.08	2.00	1.83	1.55	1.34	1.67	2021	1.29	1.74	1.77	1.68	1.46	1.28	1.50		
2022	0.85	0.82	0.82	0.88	0.88	0.90	0.86	2022	0.91	0.87	0.84	0.89	0.87	0.88	0.88		
(2) Методы комбинирования, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде																	
Последний лучший (t)								Последний лучший (h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	1.27	1.19	1.17	1.14	1.12	1.09	1.15	весь период	2.01	1.90	1.75	1.59	1.46	1.36	1.63		
2019	0.85	1.05	1.14	1.12	0.91	0.87	0.99	2019	1.34	1.86	2.15	2.69	3.07	3.02	2.34		
2020	1.63	0.98	0.81	0.70	0.68	0.67	0.81	2020	1.87	2.10	1.61	1.39	1.32	1.59	1.58		
2021	1.36	1.69	1.74	1.70	1.56	1.46	1.57	2021	1.00	1.49	1.80	1.70	2.08	2.04	1.76		
2022	0.92	0.97	1.01	1.01	1.01	1.01	0.99	2022	1.58	1.65	1.56	1.38	1.35	1.20	1.45		
Последний лучший (6t)								Последний лучший (6h)									
	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		
весь период	2.12	1.67	1.51	1.40	1.30	1.23	1.48	весь период	2.31	1.87	1.70	1.57	1.44	1.33	1.64		
2019	1.43	1.24	1.40	1.74	1.59	1.48	1.46	2019	2.18	1.91	2.15	2.69	2.46	2.28	2.26		
2020	2.48	1.64	1.27	1.02	0.97	1.04	1.24	2020	3.47	2.27	1.74	1.39	1.32	1.43	1.71		
2021	2.74	3.22	2.95	2.55	2.03	1.68	2.38	2021	1.94	2.00	1.80	1.70	1.52	1.36	1.66		
2022	1.13	0.89	0.88	0.87	0.94	1.09	0.96	2022	1.73	1.34	1.39	1.38	1.46	1.53	1.46		
(3) Методы комбинирования с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов																	
Дисконтированный (h)								Дисконтированный (t)									
	δ_1	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ		δ_2	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
весь период	0.01	0.98	0.87	0.87	0.87	0.84	0.85	0.87	весь период	0.57	1.15	1.09	1.05	1.05	1.04	1.03	1.06
2019	0.15	0.75	0.74	0.82	0.91	0.89	0.86	0.82	2019	1.00	0.67	0.73	0.81	1.02	0.92	0.84	0.83
2020	0.25	0.78	0.60	0.44	0.42	0.36	0.34	0.44	2020	1.00	0.93	0.71	0.56	0.54	0.53	0.57	0.60
2021	0.01	1.10	1.12	1.21	1.28	1.21	1.14	1.18	2021	0.51	1.26	1.60	1.67	1.67	1.51	1.35	1.49
2022	0.19	0.83	0.76	0.75	0.80	0.83	0.94	0.81	2022	0.83	0.81	0.80	0.81	0.85	0.84	0.85	0.83
Оптимальный																	
	V	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ									
весь период	1	0.98	0.86	0.87	0.87	0.83	0.85	0.87									
2019	1	0.73	0.75	0.88	0.90	0.88	0.84	0.83									
2020	2	0.80	0.58	0.46	0.44	0.38	0.36	0.46									
2021	1	1.10	1.12	1.20	1.27	1.21	1.14	1.18									
2022	1	0.87	0.80	0.76	0.82	0.79	0.92	0.82									

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы

характеризуются более высоким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами для всего рассматриваемого периода и 2021 г. В 2019 – 2020 гг. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\delta_2 = 1$). Для всего периода и 2021 – 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0,57, 0,51 и 0,83 соответственно.

По результатам оценки оптимального прогноза минимальное значение средней ошибки для 2020 г. достигается при длине выборки 2, для всех остальных периодов – при длине выборки 1. Использование выборки единичной длины означает определение весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Этим объясняется почти полное совпадение средних ошибок оптимального и h -дисконтированного прогнозов для всего периода и в 2021 г.

Сравнительный анализ качественных характеристик различных способов взвешивания первичных прогнозов завершим рассмотрением процента прогнозов, которые правильно предсказывают направление изменения показателя в сравнении с предыдущим периодом.

Таблица 15 – Доля прогнозов цен на никель, угадывающих направление изменений показателя (весь период).

	1 step	2 step	3 step	4 step	5 step	6 step	Σ
Простое среднее	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54	0.55	0.54
Медиана	0.33	0.34	0.32	0.34	0.38	0.41	0.35
Последний лучший (t)	0.38	0.22	0.19	0.19	0.20	0.22	0.23
Последний лучший (h)	0.43	0.45	0.48	0.45	0.45	0.47	0.45
Последний лучший (6t)	0.46	0.53	0.50	0.49	0.48	0.47	0.49
Последний лучший (6h)	0.45	0.43	0.44	0.45	0.43	0.40	0.43
Дисконтированный (t)	0.44	0.55	0.53	0.51	0.53	0.54	0.52
Дисконтированный (h)	0.44	0.52	0.45	0.51	0.55	0.49	0.49
Оптимальный	0.44	0.51	0.44	0.48	0.55	0.49	0.49

По результатам оценок (таблица 15) наибольшую долю совпадений обеспечивает простое среднее: независимо от шага прогнозирования оно правильно угадывает рост или снижение показателя в ~54% случаев. Правильно предсказывают направление изменений более, чем в половине случаев (~52%), и дисконтированный прогноз (t), но он демонстрирует низкий процент совпадений для одношаговых прогнозов.

Обобщая итоги оценок качества комбинированных прогнозов цен на никель, можно утверждать, что методы объединения позволяют добиться качественных преимуществ перед первичными прогнозами (хотя и не для всех периодов), и даже выделить группу методов, обеспечивающих максимальный выигрыш в качестве для большинства периодов:

- для 2019 г. максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании простого среднего (близкие к среднему результаты обеспечивают дисконтированный (h) и оптимальные прогнозы);

- для остальных периодов максимальное снижение ошибки прогнозирования достигается при использовании дисконтированного (h) прогноза (комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев) и оптимального (комбинирование на основе усреднения ошибки движущейся выборки) прогноза, но в 2021 г. оба они уступают по качеству наивному прогнозу и наивному прогнозу с дрейфом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты представленных в работе оценок показывают, что для цен на ресурсы даже самые простые методы комбинирования прогнозов можно рассматривать как способ повысить точность прогнозирования в сравнении с отдельными моделями. В большинстве случаев (за исключением отдельных периодов для некоторых показателей) существует метод объединения, обеспечивающий качественные преимущества перед всеми первичными прогнозами. Необходимо также отметить, что практически для всех рассмотренных случаев выигрыш от комбинирования прогнозов (согласно MAPE) увеличивается при увеличении горизонта прогнозирования: если комбинированный прогноз лучше базового (наивного), то с увеличением горизонта прогнозирования это преимущество растет.

Суммируя результаты оценок качества простейших комбинированных прогнозов цен на нефть, алюминий, золото и медь, можно говорить, что, начиная с $h=2$, «дисконтированный (h)» и «оптимальный» методы комбинирования улучшают первичный базовый прогноз по MAPE. При этом невозможно выбрать способ комбинирования (и даже группу способов), которая обеспечивает лучший результат для разных лет (2019-2022 гг.). Комбинированные прогнозы цен на никель обладают теми же свойствами, за исключением того, что дисконтированный (h) и «оптимальный» методы комбинирования позволяют получить улучшения относительно наивного прогноза уже при $h=1$.

Несколько иные результаты показывает доля прогнозов, предсказывающих направление изменения показателя. Во-первых, данная характеристика очень неустойчива относительно горизонта прогнозирования: для всех показателей и для всех методов нельзя выявить возрастание или убывание этого показателя. При этом однозначно можно говорить о том, что хуже всего «работают» такие методы комбинирования как медиана и «последний лучший (t)». Поэтому с учетом того, что и по MAPE эти методы не давали улучшения по сравнению с наивным прогнозом, можно говорить о том, что их не следует использовать для прогнозирования данных показателей в краткосрочном периоде. Для цены нефти и цены никеля лучшие характеристики показывает простое среднее.

Чтобы суммировать все полученные результаты, построим своего рода рейтинг методов комбинирования: упорядочим их в соответствии с увеличением значения средней за период абсолютной процентной ошибки. Т.е. присвоим каждому прогнозу ранг (чем меньше ранг, тем точнее прогноз) и рассмотрим для каждого метода его ранг для всего периода и средний ранг за

последние четыре года, а также средние ранги по группам способов комбинирования (выделены жирным шрифтом в таблице 5).

Таблица 16 – Средний (по периодам) ранг метода комбинирования.

	цены на нефть		цены на алюминий		цены на золото		цены на медь		цены на никель	
	среднее по годам	весь период								
Прогноз ИЭП	8.5	7	6.25	4	6.25	6	7.25	7	8.75	7
Наивный прогноз	6.25	3	5.25	3	6.5	4	4	3	7	3
Наивный прогноз с дрейфом	7.75	4	5	5	6.25	3	6	4	8	4
Наивный сезонный прогноз	13.8	14	11.3	14	9.5	11	13.5	14	9.75	14
Скользящее среднее	9.5	12	11.5	12	8.5	10	11.5	13	5.75	10
Первичные прогнозы	9.3	8.3	8.3	8.5	7.7	7.0	8.8	8.5	7.6	7.8
Простое среднее	6.5	8	7.75	9	7.75	9	8.5	8	5.75	8
Медиана	5.25	5	6.5	6	6.75	8	7	6	5.25	6
Простое усреднение	5.9	6.5	7.1	7.5	7.3	8.5	7.8	7.0	5.5	7.0
Последний лучший (t)	10	9	9.25	11	5.75	7	11.3	9	7.75	9
Последний лучший (h)	7.75	10	12.8	13	10.5	13	8.75	12	12.8	12
Последний лучший (6t)	9.5	13	4	7	13	14	8	10	10.8	11
Последний лучший (6h)	8.25	11	11.5	10	11.8	12	8	11	12.5	13
Последний лучший	8.9	10.8	9.4	10.3	10.3	11.5	9.0	10.5	10.9	11.3
Дисконтированный (t)	5.25	6	7	8	6	5	6.25	5	4.75	5
Дисконтированный (h)	3.5	1	3.5	2	3.25	1	2.5	1	2.75	1
Оптимальный	3.25	2	3.5	1	3.25	2	2.5	2	3.5	2
Дисконтированный	4.0	3.0	4.7	3.7	4.2	2.7	3.8	2.7	3.7	2.7

Результаты ранжировки (таблица 16) позволяют выделить следующее. Во всех случаях лучшими по качеству (обладают наименьшими рангами) являются комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными дисконтированным ошибкам отдельных прогнозов. Прогнозы этой группы: дисконтированный (*h*) и оптимальный – демонстрируют минимальный ранг не только в сравнении с другими методами комбинирования, но и в сравнении с первичными прогнозами. Во всех случаях худшее качество демонстрируют методы, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднюю квадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде. Полученный результат вполне согласуется с выводами, сделанными на основе MAPE, и позволяют рекомендовать «дисконтированный (*h*)» и «оптимальный» методы комбинирования для улучшения качества краткосрочных прогнозов цен на природные ресурсы.

БЛАГОДАРНОСТИ

Препринт подготовлен на основе материалов научно-исследовательской работы, выполненной в соответствии с государственным заданием РАНХиГС при Президенте Российской Федерации на 2023 год.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Clemen, R.T. (1989), «Combining Forecasts: A Review and Annotated Bibliography». *International Journal of Forecasting* 1989, Vol. 5, pp. 559-583.
2. Stock, J.H., M.W. Watson (2004), «Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set». *Journal of Forecasting*, 2004, Vol.23, pp. 405–430.
3. Френкель А.А., Сурков А.А., (2015), «Методологические подходы к улучшению точности прогнозирования путем объединения прогнозов». *Вопросы статистики* 2015, №8, стр.17-36.
4. Granger, C.W.J. (1989), «Combining Forecasts—Twenty Years Later». *Journal of Forecasting*, 1989, Vol.8, pp. 167-73.
5. Stock, J.H., M.W. Watson (1999), «Forecasting Inflation». *Journal of Monetary Economics*, 1999, Vol.44, pp. 293-375.
6. Fildes, R., and K. Ord (2002). “Forecasting Competitions—Their Role in Improving Forecasting Practice and Research.” In *A Companion to Economic Forecasting*, edited by M. Clements and D. Hendry. Oxford: Blackwell. pp 322-53.
7. Elliott, G., and A. Timmermann (2004). “Optimal Forecast Combinations under General Loss Functions and Forecast Error Distributions.” *Journal of Econometrics*, 2004, Vol.122, pp. 47-79.
8. Bates J. M., Granger C. W.J. (1969), «The combination of forecasts». *Operational Research Quarterly*, 1969, vol. 20, pp.451–468.
9. Winkler R.L., Clemen R.T. (1992), «Sensitivity of Weights in Combining Forecasts». *Operations Research*, May - Jun., 1992, Vol. 40, No. 3, pp. 609-614.
10. Reid, D.J. (1969), «A comparative study of time-series prediction techniques on economic data», Ph.D. Thesis, Department of Mathematics, University of Nottingham, 1969.
11. Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1974), «Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts», *Journal of The Royal Statistical Society, Series A*, 137 (Part 2), pp. 131-164.
12. Greene, M.N., Howrey, E.P. and Hymans, S.H. (1985), «The use of outside information in econometric forecasting», in E. Kuh and D. A. Belsley (eds.), *Model Reliability*, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1985.
13. Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1977), «Forecasting Economic Time Series», New York: Academic Press, 1977.
14. Турунцева М., Астафьева Е., Баева М., Божечкова А., Бузаев А., Киблицкая Т., Пономарев Ю., Скроботов А., «Модельные расчеты краткосрочных прогнозов

социально-экономических показателей РФ», НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК ИЭП ИМ. ГАЙДАРА.РУ.

15. Palm, F., A. Zellner (1992), «To Combine or Not to Combine? Issues of Combining Forecasts». *Journal of Forecasting*, 1992, Vol.11, pp. 687-701.
16. Fritz, R.G., C. Brandon, and J. Xander (1984), «Combining Time-Series and Econometric Forecast of Tourism Activity». *Annals of Tourism Research*, 1984, Vol.11, pp. 219-29.
17. Clemen, R.T., R.L. Winkler (1986), «Combining Economic Forecasts». *Journal of Business and Economic Statistics*, 1986, Vol. 1, pp. 39-46.