

INFLUENCIA DE LA CONVECCION NATURAL EXTERNA Y DE LA RADIACION EXTERNA SOBRE LA CONVECCION FORZADA LAMINAR EN TUBOS HORIZONTALES

ANTONIO CAMPO*,
CHUNG-DER YOUNG

y
ULISES LACOA

*Dept. of Mechanical Engineering
Texas A.&M. University College Station, Texas, USA*

**Departamento de Termodinámica
Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela*

RESUMEN

Se presenta un estudio de la convección forzada laminar en un tubo horizontal cuando la corriente del fluido intercambia calor con el medio ambiente por **convección natural sola** y por **convección natural y radiación combinada**. La diferencia de temperatura entre la superficie del tubo y el ambiente varía a lo largo del tubo. Esto hace que el coeficiente de convección externo, que a su vez depende de esta diferencia de temperatura, varíe a lo largo del tubo también. La inclusión de la radiación térmica juega un papel crucial cuando el enfriamiento se lleva a cabo por convección natural. El citado problema se reformula con la ayuda del método de las líneas. Este procedimiento genera un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, el cual se resuelve con el algoritmo de Runge-Kutta utilizando un número muy reducido de intervalos radiales. Con los resultados adquiridos se examinan algunas aplicaciones industriales en donde se emplean flujos de aire, agua y aceite en el tubo horizontal expuestos a un ambiente compuesto por aire, agua y aceite también. Los resultados para cada combinación de fluidos arrojan que, tanto la distribución temperatura volumétrica, como la distribución de temperatura en la pared del tubo son muy sensitivas a la presencia de la convección natural variable y de la radiación. Estos resultados con tan solo diez líneas concuerdan satisfactoriamente con los obtenidos por técnicas netamente numéricas utilizando mallas extremadamente finas.

SUMMARY

A study of the laminar forced convection in a horizontal tube as the fluid flow interchanges heat with the environment by **natural convection only** and by **natural convection and combined radiation** is presented. Consequently, the temperature difference between the tube's superficie and the environment changes along the length of the tube. The external convection coefficient, which depends on the temperature differences, also changes along the length of the tube. The inclusion of thermic radiation has an important role when cooling is done by natural convection. The problem cited before is reformulated with the line's method. This method generates a first order ordinary differential equations system, which is resolved with Runge-Kutta's algorithm using a reduced number of radial intervals. With the results obtained, some of the industrial applications in which air, water and oil flows are used in horizontal tube exposed to the environment composed of also air, water and oil, are examined. The results for each fluid combination leads to the fact that volumetric temperature distribution as well as temperature distribution in the tube's wall, are very sensitive to the variable natural convection and the radiation presence. Theses results with only ten lines meet satisfactorily those obtained by techniques mostly numerical using extremely thin meshes.

Recibido: Mayo 1987

INTRODUCCION

Una recopilación exhaustiva de la literatura mundial sobre el tema de la transmisión de calor por convección forzada laminar en ductos ha sido publicada recientemente por Shah y London¹ en 1978. Un examen detallado de la información allí contenida demuestra claramente que los investigadores han concentrado su atención en situaciones en donde la superficie del ducto se idealiza con condiciones de temperatura uniforme o flujo de calor uniforme en la periferia de éste. Otro aspecto que también ha cobrado importancia corresponde al caso, un poco más abarcador, de un intercambio convectivo entre la superficie externa del tubo y el medio ambiente. Tradicionalmente este fenómeno suele suponerse que está regido por un coeficiente convectivo externo cuya magnitud se conoce de antemano y es constante. Las soluciones para esta clase de problemas incorporan como cotas ambas situaciones señaladas anteriormente de temperatura superficial uniforme y flujo de calor superficial uniforme respectivamente.

Adicionalmente, existe otra gama de problemas en donde el fluido que circula laminarmente por un tubo libera calor por radiación térmica a un gas que lo circunda. Este proceso cobra vigencia principalmente cuando el tubo está expuesto al vacío o también cuando la diferencia de temperatura entre el tubo y el gas es relativamente grande. A distinción del caso de intercambio convectivo, como se sabe, este fenómeno está caracterizado por una condición de contorno no lineal, en donde la temperatura aparece elevada a la cuarta potencia.

Todos los casos descritos anteriormente han sido analizados minuciosamente por métodos exactos y/o aproximados, los cuales se explican detalladamente en¹ resaltando sus ventajas y desventajas.

En el marco de un proceso de enfriamiento solamente, Faghri y Sparrow² encaminaron una investigación hacia el estudio de una situación mucho más general de un fluido que se transporta en régimen laminar por un tubo horizontal que pierde calor por convección natural al medio ambiente. Las corrientes de convección natural externa que se inducen alrededor del tubo hacen que la temperatura superficial de éste descienda gradualmente en la dirección del flujo. Esta situación totalmente real, ocasiona que el coeficiente convectivo externo disminuya también en la dirección axial como producto del acoplamiento entre la convección forzada interna y la convección natural externa. En consecuencia, el coeficiente de convección natural externa no puede interpretarse como un valor constante y hace que este problema no se amolde a los reportados en la literatura especializada requiriéndose un tratamiento especial para su resolución.

Entretanto, cuando el medio ambiente que rodea al tubo es un gas, un breve análisis de orden de magnitud demuestra claramente que los mecanismos de convección natural y radiación térmica operan simultáneamente y deben ser considerados con igual importancia, aún a temperaturas moderadas. En² se examinó también la influencia que ejerce la acción combinada de la convección natural y la radiación sobre el desarrollo térmico de varias combinaciones de fluidos de interés industrial. Con tal fin, estos autores recurrieron a una vía completamente numérica adoptando la técnica de Patankar-Spalding para una distribución de 200 nodos radiales espaciados en 10.000 estaciones axiales. Con una malla tan fina, sus resultados prometen ser de una alta confiabilidad.

El objetivo fundamental de esta investigación consiste en resolver de nuevo el problema planteado en² en toda su extensión. Para ello se empleará un método novedoso de características singulares, conocido como el método de las líneas, el cual está descrito brevemente por Liskovets³. Este método de naturaleza híbrida incorpora conceptos de cálculo diferencial y de cálculo de diferencias finitas para resolver aproximadamente ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con dos variables independientes. Bajo esta perspectiva, todas las derivadas en la dirección radial se expresan en diferencias

finitas, mientras que las derivadas en la dirección axial permanecen inalteradas. Esta idea permite reformular la ecuación diferencial parcial, en este caso particular, la ecuación de la energía, mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Para el problema en cuestión, los resultados numéricos producidos por un sistema de diez ecuaciones se determinaron con el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden, logrando así un equilibrio balanceado entre la convergencia y el grado de dificultad en la reformulación de las ecuaciones participantes. Las curvas de interés, tales como las distribuciones de temperatura volumétrica media del fluido y de la temperatura en la superficie del tubo para un grupo selecto de combinaciones de fluidos elegido en² comparan satisfactoriamente con los resultados allí reportados.

NOMENCLATURA

\bar{h}	Coficiente promedio de convección natural
k_1	Conductividad térmica del fluido interno
k_2	Coductividad térmica del fluido externo
Nr	Parámetro de radiación-conducción, $\epsilon \sigma T_\infty^3 r_2/k_2$
\bar{Nu}	Número de Nusselt externo, $2r_2 \bar{h}/k_2$
Pe	Número de Peclet interno, $2r_1 \bar{u}/\alpha$
Ra	Número de Rayleigh normal, ec (5)
Ra_e	Número de Rayleigh modificado, ec. (7)
r	Coordenada radial
r_1	Radio interno del tubo
r_2	Radio externo del tubo
T	Temperatura
T_∞	Temperatura del fluido externo
\bar{u}	Velocidad promedio del fluido interno
x	Coordenada axial
X	Coordenada axial adimensional, $x/r_1 Pe$

Letras Griegas

α	Difusividad térmica
γ	Relación de temperaturas absolutas, T_e/T_∞
ϵ	Emisividad del tubo
η	Coordenada radial adimensional, r/r_1
δ	Constante de Stefan - Boltzmann
θ	Temperatura adimensional, $(T - T_\infty) / (T_e - T_\infty)$

Subíndices

b	Volumétrica media
e	Entrada
w	Pared

DEFINICION DEL PROBLEMA.

Supóngase una situación en donde un fluido en régimen laminar plenamente desarrollado circula por un tubo horizontal cuya superficie está expuesta a un fluido de temperatura uniforme T_∞ (ver Fig. 1). La temperatura del fluido interno a la entrada de la región de intercambio térmico se supone uniforme siendo su valor T_e ($>T_\infty$). Las dimensiones del tubo están representadas por r_1 y r_2 para los radios interno y externo respectivamente, pero se excluyen los efectos de conducción en el tubo.

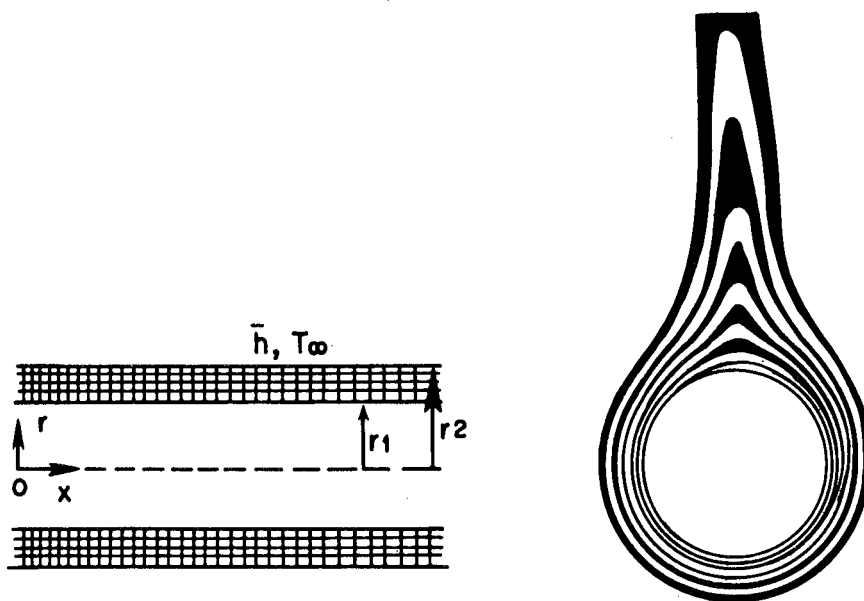


Figura 1. Sistema físico.

En virtud de la descripción expuesta anteriormente, se desprende que el fluido interno que se transporta por convección forzada laminar libera calor al fluido circundante a causa de la acción simultánea de la convección natural y de la radiación térmica. Entretanto, las propiedades termofísicas de ambos fluidos se consideran constantes, con excepción de la densidad del fluido externo dentro del marco de la aproximación de Boussinesq. La variación de esta densidad con la temperatura es la responsable directa del movimiento de flotación del fluido externo alrededor del tubo.

Enfriamiento por convección natural

La ecuación de la energía en forma adimensional para este proceso térmico se expresa por

$$(1-\eta^2) \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \quad (1)$$

en unión a las condiciones de contorno imperantes

$$\theta = 1, \quad X = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{2} (k_2/k_1) \bar{Nu} \theta, \quad \eta = 1 \quad (4)$$

En la ecuación anterior k_1 y k_2 definen las conductividades de los fluidos interno y externo respectivamente, en tanto que el número de Nusselt promedio \bar{Nu} representa la acción de la convección natural externa alrededor del tubo. El valor numérico del número de Nusselt \bar{Nu} depende directamente del número de Rayleigh, o sea

$$Ra = g\beta(T_{wx} - T_{\infty}) (2r_2)^3 / \alpha \nu \quad (5)$$

el cual está ligado a la diferencia de temperatura local ($T_{wx} - T_{\infty}$) entre la superficie del tubo y el fluido externo.

En ausencia de una correlación para $\bar{Nu} = f(Ra)$ que incorpore esta variación local de temperatura, se supone el tubo como localmente isotérmico. Bajo esta hipótesis, se puede emplear la ecuación empírica para un cilindro isotérmico en posición horizontal desarrollada por Churchill y Chu³:

$$\bar{Nu} = 0.36 + 0.52 Ra^{1/4} / \phi(P_r) \quad (6)$$

siendo la función

$$\phi(P_r) = \left[1 + (0.56/P_r)^{9/16} \right]^{4/9}$$

la cual es válida para un movimiento laminar de $10^{-6} < Ra < 10^9$ y descansa sobre una amplia colección de resultados analíticos, numéricos y experimentales. En la referencia³ se contempla el caso de régimen turbulento también y se presenta la ecuación empírica correspondiente.

Debido a que Ra no es un parámetro identificable porque T_{wx} es una función desconocida de X , que depende de la interacción entre los fenómenos de convección forzada interna y convección natural externa, en² se sugiere introducir un número nuevo que sí sea identificable. De aquí que se defina un número de Rayleigh modificado, basado en la temperatura fija del fluido interno Te , a la entrada de la zona de enfriamiento. Esto equivale a decir que

$$Ra_e = g\beta(T_e - T_{\infty}) (2r_2)^3 / \alpha \nu \quad (7)$$

Esta consideración hace que Rae sea una cantidad constante en todo el proceso térmico y que está afectada exclusivamente por la diferencia global $(T_e - T_\infty)$ y no por la diferencia local $(T_{wX} - T_\infty)$. En virtud del argumento anterior, la ec. (4) puede representarse finalmente por

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{2} (k_2/k_1) \left[0.36 + 0.52 \frac{R_{ae}^{1/4} \theta^{1/4}}{\phi(P_r)} \right] \theta, \quad \eta = 1 \quad (8)$$

la cual es responsable del intercambio térmico.

La naturaleza de las ecs. (7) y (8) evidencian que el comportamiento térmico del fluido interno depende directamente de la magnitud del número de Rayleigh modificado Rae y de la relación de conductividades térmicas k_2/k_1 entre los fluidos externo e interno respectivamente.

El conocimiento de la distribución de temperatura en la región de desarrollo térmico da origen a la obtención directa de la distribución de temperatura en la superficie del tubo y al cálculo de la distribución de temperatura volumétrica media del fluido interno a lo largo del tubo. Esta última se logra mediante la integración

$$\theta_b(X) = 4 \int_0^1 \theta(X, \eta) (1 - \eta^2) \eta d\eta \quad (9)$$

Esta cantidad $\theta_b(X)$, de carácter global, es una información más que suficiente para determinar la cantidad de calor perdido por el fluido interno hacia el fluido externo en un tramo de tubo L . A tal efecto se incorpora el concepto de calor total adimensional o eficiencia térmica Ω , dado por

$$\Omega = \frac{Q_{real}}{Q_{ideal}} = \frac{\dot{m}c_p (T_e - T_{bL})}{\dot{m}c_p (T_e - T_\infty)} \quad (10)$$

en donde Q_{ideal} está asociado al calor que desprende el mismo fluido interno dentro del mismo tubo, pero de largo infinito. Por consiguiente, la relación resultante se expresa de manera sencilla por la relación

$$\Omega = 1 - \theta_{bL} \quad (11)$$

en donde θ_{bL} es la temperatura volumétrica media en la estación L corriente abajo en el tubo. Conviene destacar que esta vía simplifica notablemente la presentación de los resultados, ya que evita la representación gráfica de las curvas tradicionales del número de Nusselt interno vs, la posición axial. Basta con dibujar curvas para θ_b en términos de X parametrizadas por Rae y k_2/k_1 . Estos gráficos permiten leer los valores de θ_b a la salida de la zona de enfriamiento X y a la vez la cantidad de calor total perdido por el fluido interno, o sea $(1 - \theta_b)$ en ese tramo.

Enfriamiento por radiación térmica

Designando la temperatura efectiva del sumidero de radiación por T_∞ , el balance de energía en la superficie del tubo, tomado de², arroja que

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = (k_2/k_1) N_r \frac{[\theta(\gamma-1) + 1]^4 - 1}{(\gamma-1)}, \eta = 1 \quad (12)$$

En esta ecuación la superficie del tubo se ha idealizado como gris y conforme a esto, $Nr = \epsilon \delta T_\infty^3 r_2/k_2$ es el parámetro de radiación-conducción, en tanto que $\gamma = T_e/T_\infty$ es un cociente entre las temperaturas absolutas extremas que participan.

La formulación de este problema está dada por el conjunto de ecuaciones (1) - (3) y (12). Los pasos a seguir siguen la misma línea que para el enfriamiento por convección natural, con la salvedad de que los parámetros que controlan el proceso son ahora k_2/k_1 , Nr y γ .

Enfriamiento por convección natural y radiación térmica simultánea

Este problema de naturaleza muy general es análogo a los anteriores con la particularidad de que para la condición de contorno en la superficie del tubo se suman los miembros derechos de las ecs. (4) y (12).

SOLUCION NUMERICA

El carácter no lineal de la condición de contorno en la superficie externa del tubo, ecs. (8) y (12) y su combinación correspondiente hace que el método de solución sea forzosamente de índole numérico. Dentro de esta perspectiva se explora en este trabajo un método híbrido, denominado en la literatura como el método de las líneas (MOL), resumido por Liskovets⁴. En el contexto estrictamente matemático, el método consiste en reemplazar una ecuación diferencial en derivadas parciales con dos variables independientes por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. En este trabajo, dada la complejidad de la ecuación dominante, o sea las ecs. (8) y (12), conviene discretizar las derivadas en la dirección radial por intermedio del desarrollo clásico en serie de Taylor. Esta aproximación origina automáticamente la formación de un número de líneas $i = 0, 1, \dots, I$ que nacen en $X = 0$ y se desplazan corriente abajo a una distancia $\eta = \text{cte.}$ medida desde el centro del tubo (ver Fig. 2). De esta manera el problema original queda reformulado por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, no lineales y de primer orden con valores iniciales, en donde las incógnitas son las variaciones de las temperaturas axiales $\theta_i(X)$ en cada línea i . Dicho sistema requiere un tratamiento inevitablemente numérico y el más adecuado corresponde al algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden. El componente neurálgico del procedimiento, sin lugar a dudas, lo constituyen las ecs. (8) y (12), las cuales se manejan por medio de una simple linealización local utilizando un intervalo ΔX muy pequeño. Para ello, la evaluación de la temperatura $\theta^{1/4}$ en la estación X_p se realiza con su valor numérico tomando de la estación anterior X_{p-1} . Esta ruta fue descartada en² y en su defecto se usó un desarrollo en serie de Taylor para la condición de contorno no lineal en cada estación a

tono con el método implícito de Patankar-Spalding. De más está decir que este procedimiento es mucho más complejo.

Una vez que se determina la distribución de temperatura $\theta_i(X)$ para cada línea, o sea para cada distancia radial, se procede a hallar la distribución de temperatura volumétrica media realizando la integración numérica de la ec. (9) con la ayuda del método de Simpson.

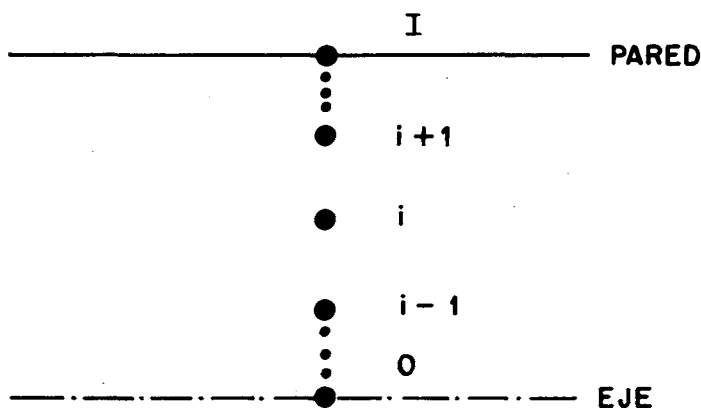


Figura 2. Ubicación de las líneas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados que se muestran en esta sección fueron logrados con un número de líneas igual a 10, lo que proporciona intervalos equiespaciados de tamaño $\Delta\eta = 0.1$ en la sección del tubo. La integración numérica del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se realizó con el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden. Los casos de importancia en las aplicaciones industriales que se examinan y para los cuales se reportan curvas aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros térmicos

Caso	Combinación de fluidos (interno/externo)	Rae	k_2/k_1
<i>a</i>	mismo	9.9×10^6	1
<i>b</i>	agua/aire	9.8×10^4	0.05
<i>c</i>	aceite/aire	9.8×10^4	0.2
<i>d</i>	aire/aceite	6.4×10^4	5
<i>e</i>	aire/agua	8.8×10^4	20

Nota: los casos que incorporan radiación están calculados con $Nr = 1$ y $\gamma = 1.25$.

Como es de esperarse, las distribuciones de temperatura más importantes son la volumétrica media y la de la pared para situaciones de convección natural pura y convección natural y radiación combinadas. A tal efecto, se dibujan estas curvas y se comparan con las calculadas por Faghri y Sparrow², quienes utilizaron la técnica numérica de Patankar y Spalding. Esta referencia proporciona resultados de alta precisión ya que fue concebida para una distribución de 200 y 10000 nodos espaciados en el radio y en el eje respectivamente. Además, en² se incluyen también las curvas para las distribuciones del número de Nusselt local en el fluido interno. Sin embargo, en este trabajo estas curvas se omiten a propósito, ya que el calor total transferido se puede obtener directamente con la ec. (11), una vez que se sabe la temperatura volumétrica media.

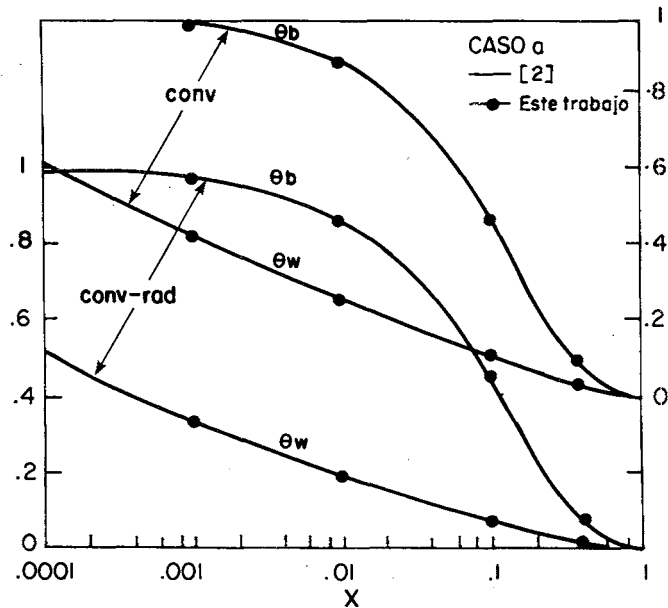


Figura 3. Distribuciones de temperatura para el caso a.

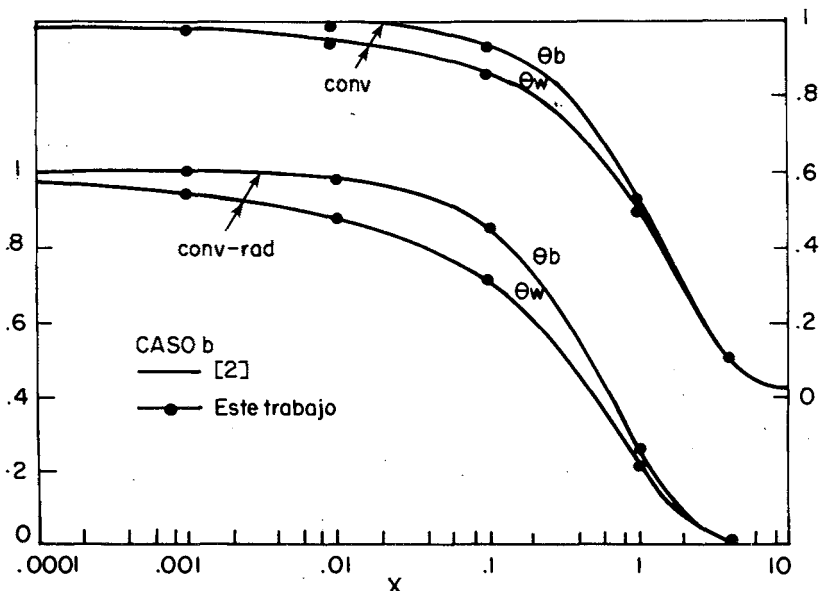


Figura 4. Distribuciones de temperatura para el caso b.

Los resultados para la combinación del mismo fluido se ilustran en la Fig. 3. Aquí se escogió, para efectos de comparación, el caso con mayor intensidad convectiva externa reportado en², o sea $Rae = 9.9 \times 10^6$. La Fig. 4, recoge las variaciones de temperatura para la combinación agua/aire con un valor moderado de $Rae = 9.8 \times 10^4$. Aquí se observa que para valores de Rae superiores a este, ambas curvas tienden a aproximarse. Este hecho pone de manifiesto que, bajo estas circunstancias, la distribución de temperatura volumétrica media puede calcularse de una manera aproximada y rápida por vía de una formulación concentrada. De aquí que, conforme a esto, la ecuación de la energía se reduce a una simple ecuación diferencial ordinaria de primer orden cuya solución se determina de una manera mucho más sencilla.

El caso *c* tipifica el comportamiento térmico de un flujo de aceite liberando calor por convección natural al aire con una magnitud de $Rae = 9.8 \times 10^4$. Este comportamiento se ilustra gráficamente en la Fig. 5.

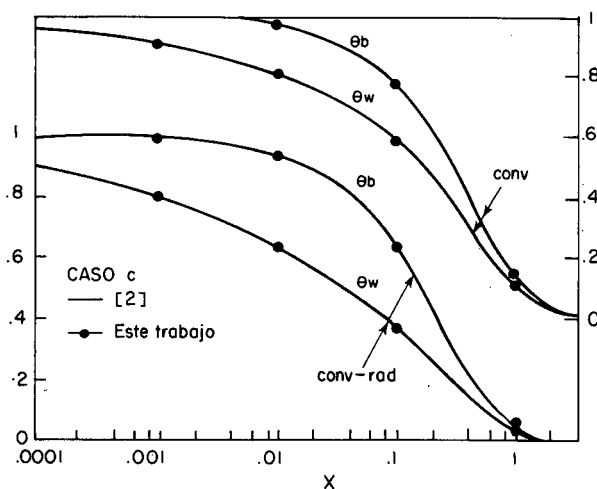


Figura 5. Distribuciones de temperatura para el caso *c*.

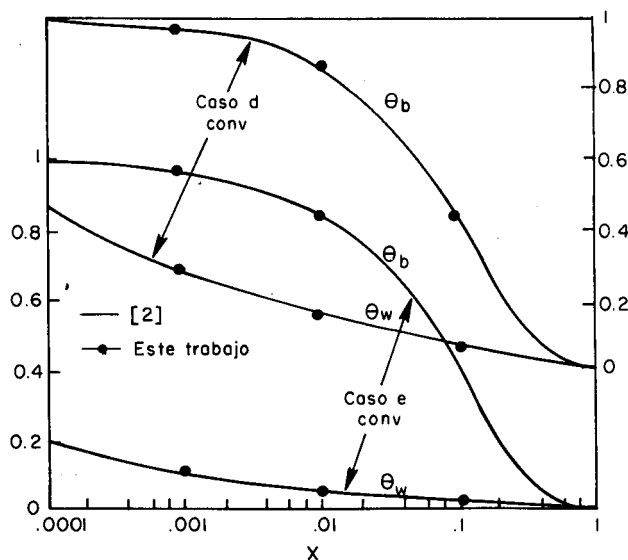


Figura 6. Distribuciones de temperatura para los casos *d* y *e*.

Por último, los casos *d* y *e*, que corresponden a situaciones de enfriamiento convectivo sin radiación, se describen a continuación. El primero es para la combinación aire/aceite, mientras que el segundo es para aire/agua. A pesar de que en ambos casos se transmite calor a un ambiente diferente al aire, se puede apreciar una concordancia excelente con los resultados de ².

CONCLUSIONES

Este estudio abarca el acoplamiento entre la convección forzada con movimiento laminar y la combinación de convección natural externa y radiación en tubos horizontales. Se pone de relieve que este problema puede manejarse eficientemente con el método de las líneas discretizando las derivadas radiales en la ecuación de la energía. La reformulación del problema da lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. La experiencia indica que, con tan solo 10 ecuaciones y hasta quizás menos, se alcanzan resultados para las temperaturas representativas que comparan satisfactoriamente con los conseguidos por procedimientos numéricos más sofisticados. El algoritmo de solución empleado es el de Runge-Kutta debido a la no linealidad de la condición de contorno impenetrante.

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen a Ms. Luisa Murillo su excelente desenvolvimiento en el mecanografiado de este trabajo.

REFERENCIAS

1. R. K. Shan y A. L. London, "*Laminar Flow Forced Convection in Ducts*", Academic Press, New York, (1978).
2. M. Faghri y E. M. Sparrow, "Forced convection in a horizontal pipe subjected to nonlinear external natural convection and to external radiation". *Int. J. Heat Mass Transfer* **23**, 861, (1980).
3. S. W. Churchill y H. Chu, "Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder". *Int. J. Heat Mass Transfer* **18**, 1049, (1975).
4. O. A. Liskovets, "The method of lines (Review)". *Differential Equations* **1**, 1308, (1965).

